Atividades com Indícios do Pensamento Geométrico presentes no material curricular do Ciclo de Alfabetização da Rede Municipal de São Paulo

Activities with Evidence of Geometric Thinking present in the curriculum material of the Literacy Cycle of the Municipal Network of São Paulo

Simone Oliveira dos Santos[1]
Edda Curi[2]
Priscila Bernardo Martins[3]

Resumo: O presente artigo tem como objetivo apresentar contribuições para o Ensino de Geometria, com uma investigação pautada no Material Curricular do Ciclo de Alfabetização da Rede Municipal de São Paulo (caderno do professor). O foco é evidenciar o que o material revela em relação ao Desenvolvimento do Pensamento Geométrico, para essa etapa escolar. A investigação é caracterizada como de natureza qualitativa, instrumentalizando-se pela análise documental. Debatemos, em nossos resultados, as figuras geométricas sob a ótica de pesquisadores como Van Hiele (1986) e Curi (2021), evidenciando que as atividades presentes no material curricular possibilitam o desenvolvimento do Pensamento Geométrico ao longo da escolarização. Os resultados da pesquisa apontam ainda, que o material propõe a ampliação e progressão dos conhecimentos geométricos.

Palavras-chave: Ciclo de Alfabetização. Desenvolvimento do Pensamento Geométrico. Materiais Curriculares.

Abstract: This article aims to present contributions to the Teaching of Geometry, with an investigation based on the Curricular Material of the Literacy Cycle of the Municipal Network of São Paulo (teacher's notebook). The focus is to highlight what the material reveals in relation to the Development of Geometric Thinking, for this school stage. The investigation is characterized as qualitative in nature, instrumentalized by documentary analysis. In our results, we discuss geometric figures from the perspective of researchers such as Van Hiele (1986) and Curi (2021), showing that the activities present in the curricular material enable the development of Geometric Thinking throughout schooling. The results of the research also indicate that the material proposes the expansion and progression of geometric knowledge.

Keywords: Literacy Cycle. Development of Geometric Thinking. Curricular Materials.

1 Introdução

Vivemos em um mundo tridimensional, imersos em um universo de formas. Para onde quer que direcionamos nosso olhar, as ideias geométricas estão presentes: na natureza, arquitetura, artes, dentre outros, enfim há uma multiplicidade de formas geométricas que nos rodeiam e que, muitas vezes, passam despercebidas. As crianças, desde o nascimento, procuram conhecer e explorar o espaço que as rodeia, dirigindo suas ações. Mesmo de forma inconsciente, elas são capazes de explorar o mundo geométrico, a partir de suas necessidades e curiosidades, construindo, mesmo sem saber, competências geométricas.

[1]Secretaria Municipal de Educação de São Paulo, São Paulo, SP- Brasil • ✉ simonelookads@hotmail.com• ORCID: https://orcid.org/0000-0003-1503-6586.
[2]Universidade Cruzeiro do Sul, São Paulo, SP, Brasil • ✉ edda.curi@gmail.com • ORCID: https://orcid.org/0000-0001-6347-0251.
[3]Universidade Cruzeiro do Sul, São Paulo, SP, Brasil • ✉ priscila.bmartins11@gmail.com. • ORCID https://orcid.org/0000-0001-64824031.

Sobre os aspectos discutidos, surgem algumas indagações no âmbito educacional: Como o desenvolvimento das ideias geométricas têm sido apresentadas nos materiais curriculares? Esses recursos pedagógicos têm apresentado atividades que promovem o desenvolvimento do Pensamento Geométrico? Tais motivações, levaram-nos à investigação do documento curricular Caderno da Cidade Saberes e Aprendizagens de Matemática, na versão do professor do Ciclo de Alfabetização (São Paulo, 2019a; São Paulo, 2019b). É importante destacar que o Ensino Fundamental da Rede Municipal de São Paulo tem a duração de 9 (nove) anos e está organizado em 3 (três) ciclos de 3 (três) anos cada, denominados: Ciclo de Alfabetização, Ciclo Interdisciplinar e Ciclo Autoral. O material analisado faz parte do processo de reformulação curricular promovido pela Secretaria da Educação do Município de São Paulo, implementando o Currículo da Cidade de São Paulo em 2017, tendo como direcionamento a terceira versão da Base Nacional Comum Curricular (BNCC) (Brasil, 2017).

Enfocamos, para a análise, o Caderno do professor, pois este contém as atividades do caderno do aluno, além de orientações com sugestões de leituras de aprofundamento das explicações, embasadas em referenciais teóricos, articulados com a bibliografia dos materiais curriculares da Secretaria Municipal de Educação de São Paulo (SME-SP) (São Paulo, 2019b). O bojo da análise se refere às figuras geométricas planas e espaciais. Visamos a delimitação de indicadores que sustentaram nossas análises e reflexões, buscando compreender: O que os Cadernos da Cidade Saberes e Aprendizagens, do Ciclo de Alfabetização na versão do professor revelam em relação ao desenvolvimento do Pensamento Geométrico? Nas seções seguintes indicamos nosso percurso metodológico, seguido das análises e considerações finais.

2 Metodologia

De modo a investigar o que os Cadernos da Cidade Saberes e Aprendizagens, do Ciclo de Alfabetização na versão do professor revelam em relação ao desenvolvimento do Pensamento Geométrico, a presente pesquisa caracteriza-se pela natureza qualitativa, respaldada por Lüdke e André (1986) e subsidiada com procedimentos da análise documental, conforme as contribuições de Cellard (2008).

Lüdke e André (1986) explicam que as pesquisas qualitativas, nos ajudam na compreensão dos fenômenos humanos subjetivos. Assim, a fonte direta das investigações torna-se o ambiente natural, sendo, o investigador, o instrumento principal, com ênfase no processo, em detrimento ao produto, com a riqueza de dados descritivos e a análise indutiva. A interpretação documental, no caso em tela, fomenta as interpretações, sobretudo no que tange às reflexões promovidas pelo Pensamento Geométrico.

De acordo com as autoras, “o investigador é o instrumento principal de uma pesquisa qualitativa” (Lüdke & André, 1986, p. 24), que se desdobra em um processo dinâmico, cheio de idas e vindas. Em vista disso, focalizamos a estrutura da nossa pesquisa em etapas, atreladas propositalmente para responder à questão de pesquisa e atender o objetivo geral elegido: Analisar o Caderno da Cidade Saberes e Aprendizagens de Matemática (material do professor) buscando identificar, nas atividades propostas para o ciclo de Alfabetização da Rede Municipal de São Paulo, características fundamentais capazes de promover o Desenvolvimento do Pensamento Geométrico.

3 Sobre o Documento Analisado

Os materiais curriculares analisados nesta pesquisa situam-se no âmbito do currículo apresentado na perspectiva de Sacristán (2013), baseados nos currículos prescritos elaborados pelos órgãos centrais, traduzindo os princípios dos currículos oficiais em relação ao que será proposto nas aprendizagens dos estudantes. Os Cadernos da Cidade Saberes e Aprendizagens, fazem parte de um conjunto de documentos elaborado para o processo da implementação do Currículo da Cidade, da Secretaria Municipal de Educação da Cidade de São Paulo, no período de 2017 a 2019, que repercutiu na reorganização e atualização dos documentos da Rede. Segundo Curi (2021) na época da elaboração deste documento, havia também uma discussão para a finalização da Base Nacional Comum Curricular, que se encontrava em sua terceira versão e também deveria servir de apoio para o novo documento curricular.

O material do professor (1º ao 9º ano) foi elaborado para propor uma articulação com as práticas possíveis de serem desenvolvidas nos espaços escolares, fundamentadas nos documentos curriculares oficiais da Secretaria Municipal de Educação de São Paulo (SME-SP). Neste, havia a incumbência de seguir um modelo nas orientações didáticas para todas as atividades, que seriam: i) uma conversa inicial, com um diagnóstico dos conhecimentos prévios dos alunos, realizado pelo professor; ii) algumas orientações para o desenvolvimento da aula; e iii) indicações de retomada e ampliação da atividade. Esses pontos sinalizam como os materiais curriculares podem instrumentalizar o trabalho docente. Para Januario & Santana (2019, p. 414) "Materiais curriculares configuram-se como instrumentos que (re)contextualizam as práticas pedagógicas, incidindo sobre os modos de ensinar e aprender Matemática".

A versão do professor é disponibilizada em formato impresso e *online,* acessada na plataforma: Currículo Digital, cujo acesso é apenas para os professores da Rede. Para as análises promovidas neste artigo, utilizamos a versão em *ebook*. A Figura 1 apresenta os cadernos analisados. Nosso enfoque se deu nos materiais que compõem o ciclo de alfabetização, do primeiro ao terceiro ano do Ensino Fundamental para o ensino de Matemática.

Figura 1 - Materiais curriculares analisados

Fonte: São Paulo (2019b).

Esse material apresenta as imagens das atividades de cada uma das sequências e referidas unidades e os Eixos Estruturantes envolvidos, concebendo orientações e encaminhamentos sobre como as sequências podem ser desenvolvidas em sala de aula e dá sugestões para ampliar as discussões a partir de filmes e pesquisas, entre outros recursos. Além disso, a proposta do professor traz recomendações de leituras para aprofundamento, articuladas com os seguintes materiais formulados pela própria rede: o Currículo da Cidade de Matemática

e as Orientações Didáticas. Ele apresenta, ainda, explanações dos temas focalizados nas práticas pedagógicas, alicerçadas em teóricos e referências.

Cada caderno é dividido em oito unidades, que devem se desenvolver ao longo do ano letivo. As unidades são construídas, tendo como base um texto introdutório no qual são apresentados ao professor os Eixos a serem trabalhados na referida unidade, bem como, alguns aspectos dos conhecimentos didáticos e metodológicos. Em cada unidade há quatro sequências de atividades.

4 O Pensamento Geométrico: contribuições de Van Hiele (1986) e Curi (2021)

Em busca de aportes na literatura nacional e internacional para as nossas reflexões sobre o Desenvolvimento do Pensamento Geométrico, nos deparamos com alguns autores. No âmbito internacional contamos com os estudos de Van Hiele (1986) e no âmbito nacional nas contribuições de pesquisas realizadas por Curi (2021).

Na presente seção, inicialmente, apresentamos a teoria Van Hiele (1986) que nos ajuda a observar que o pensamento geométrico ocorre em níveis graduais, variando conforme a complexidade. Destacamos que esse modelo é relevante para analisar as possibilidades de desenvolvimento do pensamento geométrico, nas atividades que envolvem figuras geométricas do Caderno da Cidades: Saberes e Aprendizagens de Matemática. Salientamos que os estudos dos Van Hiele se relacionam às figuras planas, mas têm sido usados também com as figuras espaciais.

Os estudos de Pierre Marie Van Hiele e sua esposa Dina Van Hiele Geodolf, professores holandeses, na década de 1950, enfocaram a forma como os estudantes pensam a Geometria e desenvolvem o Pensamento Geométrico. Sua teoria é apresentada em 1957, na Universidade de Utrecht, localizada nos Países Baixos, como teses, tendo como base da investigação as dificuldades apresentadas por seus alunos do curso secundário na Holanda. A pesquisa desses professores apresentava uma questão pontual: Por que estudantes, que dominavam a maioria dos conceitos matemáticos, apresentavam dificuldades na aprendizagem de Geometria? (Van Hiele, 1986).

Van Hiele (1986) sustenta que se os alunos não desenvolverem o pensamento geométrico na escola, dificilmente o farão em outro lugar. Embora haja muita geometria no dia a dia, desenvolver o olhar, descobrir as propriedades, aprendendo os termos, parte de um trabalho pedagógico, de modo a possibilitar que o estudante construa relações que permitam estabelecer semelhanças e diferenças e, principalmente, levantar conjecturas e generalizações sobre as propriedades que os constituem. O Quadro 1 apresenta os níveis definidos pela pesquisadora:

Quadro 1: Os Níveis dos Van Hiele

Níveis	Características	Exemplo
Visualização ou Básico	Nesse estágio inicial, os alunos percebem os conceitos da geometria como entidades totais, e não seus componentes ou atributos. Essa é a fase em que as pessoas consideram a figura pelo que ela parece. Envolve também a identificação de formas específicas, apreensão do vocabulário geométrico, reprodução de uma figura, dentre outros.	Identificação do triângulo: algumas pessoas só chamam de triângulo uma figura que esteja com o vértice para cima. Em geral, quando alguém nomeia 'triângulo', o faz diante de um triângulo equilátero e isósceles, cujo vértice está para cima. Nesse nível os estudantes não explicitam as propriedades dos objetos geométricos.

1- Análise	O aluno é capaz de analisar algumas características dos conceitos geométricos. Embora compreenda as propriedades, ele não consegue relacionar as propriedades de uma figura com as de outra. A análise é informal e pautada na observação e experimentação das partes e atributos dos elementos geométricos. Observa-se um grau de discernimento sobre as características das figuras geométricas.	O estudante descreve um quadrado mobilizando suas propriedades: 4 lados, 4 ângulos retos, lados iguais, lados opostos paralelos. Porém ainda não é possível explicitar inter-relações entre outras figuras, como exemplo: justificar o porquê do quadrado ser um retângulo.
2-Dedução Informal ou Ordenação	O aluno possui a capacidade de estabelecer relações entre as propriedades diversas e entender a inclusão de classes, construindo definições mais abstratas, podendo estabelecer inter-relações sobre as propriedades nas figuras, além de entender deduções simples.	O aluno já compreende que um quadrado é um retângulo, porque ele possui todas as propriedades do retângulo. Contudo, ainda não compreende como fazer uma demonstração desse caso concreto (mesmo compreendendo ao ver outra pessoa fazendo).
3-Dedução Formal	Há a capacidade de construir demonstrações e desenvolvê-las de mais de uma maneira. Os alunos raciocinam formalmente apresentando um domínio do processo dedutivo. A relevância dessas deduções é concebida com a capacidade de desenvolver demonstrações originais.	Habilidades na demonstração das propriedades dos triângulos e quadriláteros usando a congruência de triângulos.
4- Rigor	O aluno já possui a capacidade de trabalhar em vários sistemas axiomáticos, passando a estudar geometrias não euclidianas e comparar sistemas diferentes. Há maior aprofundamento na análise de propriedades de um sistema dedutivo, tais como consistência, independência e completude dos axiomas.	O aluno estabelece e demonstra teoremas em uma geometria infinita.

Fonte: Elaborado pela pesquisadora, baseada em Van Hiele (1986).

No que lhe concerne, Curi (2021) tem se aprofundado nas teorizações de Van Hiele (1986), ao analisar os Objetivos de Aprendizagem e Desenvolvimento do Currículo da Cidade de São Paulo, referente aos Anos Iniciais do Ensino Fundamental. Embasados na leitura atenta dos Objetivos de Aprendizagem presentes no Currículo da Cidade (São Paulo, 2019a) e da análise dos verbos de cada um deles, Curi (2021) aponta a inclusão daquilo que denomina de *Nível Intermediário*, uma vez que os verbos 'representar' e 'desenhar' retratam um nível de transição, entre o nível visual e o de análise. Na medida em que uma criança representa uma figura geométrica ela pode se basear, ao mesmo tempo, no que conhece do visual da figura e ainda nas suas propriedades e características.

A identificação desse nível corrobora com os estudos de Battista (2007), que indica uma transição entre o nível de visualização e de análise. Curi (2021) sustenta que os Objetivos de Aprendizagem e Desenvolvimento no Currículo da Cidade podem ser analisados a partir da Taxonomia de Bloom, originada em 1956. Esses objetivos são expressos por um verbo, um substantivo que representa o objeto do conhecimento e, às vezes, um complemento que adjetiva o substantivo. O verbo indica o processo cognitivo, mobilizado para construir os conhecimentos previstos, dando pistas para o nível de pensamento geométrico. O complemento pode indicar também o nível de pensamento geométrico, dando pistas para identificar se o objetivo envolve a representação de uma figura geométrica, ou apenas suas características sem apoio visual.

Esse nível intermediário entre a visualização e a análise, não tenha sido identificado em

pesquisas realizadas como a de Pires, Curi & Campos (2001), por exemplo, era possível identificar que as crianças representavam figuras geométricas espaciais, usando o conhecimento visual que tinham da figura, ou mesmo sobre as propriedades da figura, já internalizados. Elas representavam, por exemplo, uma pirâmide de base quadrada por um triângulo, indicando com uma seta a "base escondida", mostrando que a representação de uma pirâmide no plano (folha de papel), "tem coisa que não se vê", como as crianças diziam enquanto faziam a representação.

Curi (2021) comprova a existência dos cinco níveis com base nos estudos de Van Hiele (1986) e indica que o nível de transição é a passagem do estado estático de conceitos para um nível mais simbólico. O *Nível de Transição* é caracterizado no processo de representação de figuras (desenhos). Assim, os estudantes utilizam-se dos conhecimentos visuais que têm sobre a figura, mesmo que implícitos, referindo-se às características ou propriedades delas:

> [...] Esse nível de transição aparece quando uma criança representa, por exemplo, uma figura geométrica, usando conhecimentos visuais que têm sobre a figura e o conhecimento, mesmo que implícito, sobre suas características ou propriedades[...] Ao desenhar uma caixa de leite (representação de um prisma de base quadrada) com fonte de apoio visual, as crianças sentiram a necessidade de mostrar faces ocultas, já com base em seu conhecimento, mesmo que empírico das características dos prismas e das partes dessa figura (Curi, 2021, p. 7-8).

Para Van Hiele (1986) e Curi (2021), conduzir o estudante a perceber mais do que a aparência das figuras, é o ponto principal do Desenvolvimento do Pensamento Geométrico. Curi (2021) propõe que os professores devem conhecer e refletir sobre os materiais curriculares, para decidirem de modo consciente sobre os objetivos de aprendizagem e a estruturação das atividades adequadas aos objetivos a serem contemplados em sala de aula.

Para melhor compreensão, elaboramos o Quadro 2, que subsidia nossas análises e apresenta os níveis de Desenvolvimento do Pensamento Geométrico presentes no Ciclo de Alfabetização.

Quadro 2 - Indicadores do Desenvolvimento do Pensamento Geométrico conforme o Referencial Teórico adotado

Indicador	Descrição
Visualização- Van Hiele (1986)	Nesse estágio inicial, os estudantes percebem os conceitos da geometria como entidades totais, e não seus componentes ou atributos. É a fase em que as pessoas consideram a figura pelo que ela parece. Pode também identificar formas específicas, como aprender o vocabulário geométrico e reproduzir uma figura dada, etc.
Intermediário de transição – Curi (2021)	Nos estudos de Curi (2021) identificou-se, a partir da análise de objetivos, que há um nível de transição entre o visual e o de análise (Van Hiele, 1986). Quando uma criança representa uma figura geométrica ela pode se basear, ao mesmo tempo, nos elementos conhecidos sob o ponto de vista visual e suas propriedades e características.
Análise - Van Hiele (1986)	Nesse nível, o estudante é capaz de analisar algumas características dos conceitos geométricos. Embora compreenda as propriedades, ele não consegue relacioná-las às propriedades de outra. A análise é informal e pauta-se na observação e experimentação das partes e atributos dos elementos geométricos. Observa-se um grau de discernimento das características das figuras geométricas.

Fonte: Elaboração Própria com base em Van Hiele (1986) e Curi (2021).

Diante o exposto, realizamos um processo de análise no *corpus* da pesquisa e apresentamos no próximo tópico, quais tipos de Atividades Geométricas, segundo Van Hiele (1986) e Curi (2021), são ou não contempladas no referido material.

4 Propostas de Atividades do Material Curricular "Caderno da Cidade Saberes e Aprendizagens" envolvendo os critérios baseados em Van Hiele (1986) e Curi (2021)

Para as nossas análises, optamos por um levantamento quantitativo das atividades presentes nos Cadernos da Cidade Saberes e Aprendizagens de Matemática do Ciclo de Alfabetização, pertinentes ao ensino das figuras planas e espaciais, a serem trabalhadas durante o ano letivo. Elas foram agrupadas a partir dos indicadores de Curi (2021). Obtivemos, assim, um quantitativo, por ano de escolaridade, apresentado na Tabela 1. Ao final desse panorama, delineamos nossas análises sobre os dados organizados.

Tabela 1 - Indicadores, por ano de escolaridade, encontrados nos materiais curriculares analisados

Indicador	1º ano	2º ano	3º ano
Visualização	16	18	6
Intermediário	6	8	19
Análise	0	0	12
Total	22	26	37

Fonte: Elaborado com base nos Cadernos Saberes e Aprendizagens do Ciclo de Alfabetização (material do professor 2019b).

Os dados apresentados na Tabela 1 mostram que o indicador *Visualização* consta nos três anos do Ciclo de Alfabetização, corroborando com a análise de Curi (2021), ao enfocar os Objetivos de Aprendizagem e Desenvolvimento do Currículo da Cidade nos Anos Iniciais e apresentar algumas tabelas que indicam o nível do pensamento geométrico que os respectivos objetivos estão alocados. Além disso, a quantidade desse indicador é expressiva: são ao todo 40 atividades distribuídas nos três primeiros anos, sinalizando sua relevância para o desenvolvimento do Pensamento Geométrico.

Faz-se necessário apresentar o que consideramos como indicador *Visualização*. Esse indicador constitui-se como um componente multifacetado e indispensável no processo do Desenvolvimento do Pensamento Geométrico. Concordamos com as considerações de Leivas (2009) que afirma que a visualização em Matemática não pode ser considerada como um simples modo de representar os objetos. Para Van Hiele (1986), a visualização é inserida como estágio inicial, no qual os estudantes raciocinam basicamente por considerações visuais. Posteriormente, um nível mais elevado é atingido, na medida em que as regras do nível precedente se tornam explícitas, constituindo novas estruturas. Nessa perspectiva, é inegável a importância da intervenção e mediação do professor na preparação dos estudantes para estudos matemáticos mais avançados.

Para Leivas (2009), a visualização é um processo capaz de auxiliar na construção do fazer matemático, bem como, na comunicação dos conceitos nas diversas áreas do conhecimento matemático. Concebendo assim que, a visualização é entendida como uma habilidade fundamental, não apenas para o ensino e aprendizagem de geometria, mas para todos os outros No material analisado, os Eixos Estruturantes, terminologia usada pela SME-SP, algo correspondente, BNCC é a utilização das unidades temáticas que, no caso em tela, envolvem números, grandezas e medidas, probabilidade e estatística e álgebra, tendo em vista, a centralidade do aspecto visual na sociedade. Desse modo o pesquisador corrobora com a caracterização que Arcavi (2003, p. 217) apresenta sobre a visualização:

> Visualização é a habilidade, o processo e o produto de criação, interpretação, uso e reflexão sobre fotos, imagens, diagramas, em nossas mentes, em papel ou com ferramentas tecnológicas, com a finalidade de retratar e comunicar informações,

pensar e desenvolver ideias previamente desconhecidas e avançar no entendimento.

A visualização é importantíssima no desenvolvimento indutivo e dedutivo, sobretudo no trabalho com as explicações, argumentações e demonstrações, partes integrantes do Desenvolvimento do Pensamento Geométrico. O que Arcavi (2003) diz, é que, adotar a visualização não se resume ao trabalho com produtos pré-estabelecidos. Analisa-se o objeto, a partir de sua leitura. Mostramos na Tabela 1 que o indicador *Intermediário* conta com uma ênfase no quantitativo de atividades nos dois primeiros anos. O grande destaque é percebido no último ano desse ciclo, onde ocorre um aumento expressivo do indicador *Intermediário* e um movimento inverso ao quantitativo do indicador *Visualização*, postulando assim, uma estruturação coerente das práticas ao longo dos ciclos de alfabetização.

Em relação ao indicador *Análise*, com o auxílio da Tabela 1, vemos que este encontra-se presente apenas no último ano desse ciclo. Curi (2021) identifica que o último ano desse ciclo é demarcado por uma mobilização de ações iniciais de análise, que procederá nos anos subsequentes. Em nossa pesquisa esse aspecto não foi analisado. As atividades referentes a esse indicador que exploram, por exemplo, a planificação de figuras espaciais, possuem como características principais: promover o espírito investigativo, a descrição verbal e a representação do sólido, com a exploração de suas características como arestas, vértices, faces, fazendo emergir propriedades e nomenclaturas até então não formalizadas.

As orientações ao professor fazem menção à importância do incentivo durante as atividades de planificações, tendo em vista, direcionamentos para que os alunos montem, validem (ou não) as relações que estabeleceram. Propondo um processo de ensino e aprendizagem distante da memorização da nomenclatura das figuras geométricas, Passos e Nacarato (2014) ressaltam que apenas a identificação de uma figura, por si só, não garante a elaboração conceitual. Por esse motivo, reforça-se a importância de um ensino pautado nas discussões orais. Essa indicação é encontrada no material como ponto de partida, mobilização e fechamento das formações.

Van Hiele (1986) tratou a linguagem como sendo de suma importância para a passagem de um nível a outro, descrevendo a forma como o professor deve se comunicar em sala de aula para se fazer compreendido pelos alunos. Tendo como questão pontual que os três indicadores são contemplados apenas no terceiro ano desse ciclo, observamos com mais escrutínio o caderno deste ano, analisando como estão distribuídas as 37 atividades identificadas, referentes às figuras geométricas planas e espaciais.

Esse material, como em todos os outros cadernos do ciclo, apresenta uma estruturação que possui oito unidades temáticas e, em cada unidade, há quatro sequências de atividades. Verificamos que seis unidades do caderno apresentam as práticas relacionadas à Geometria, referentes às figuras planas e espaciais. Destas, apenas a segunda unidade possui questões pertinentes ao indicador *Visualização*, três unidades dedicam-se ao trabalhar o indicador *Intermediário* (3, 5 e 8) e em duas unidades (4 e 7), encontramos propostas de atividades do indicador *Análise*.

Diante desses dados observamos: i) articulação dos indicadores entre as unidades; ii) proposta de estudos alicerçados à progressão dos conhecimentos e habilidades; e iii) clara apresentação da proposta ao aprofundar e consolidar aprendizagens já trabalhadas nos dois anos anteriores. As propostas de atividades estão alocadas de modo a promover a ampliação do pensamento geométrico, elaboradas com base em desenhos e representações, e na visualização e manipulação de sólidos geométricos, modelos concretos que servirão para a geração de uma imagem mental dos elementos.

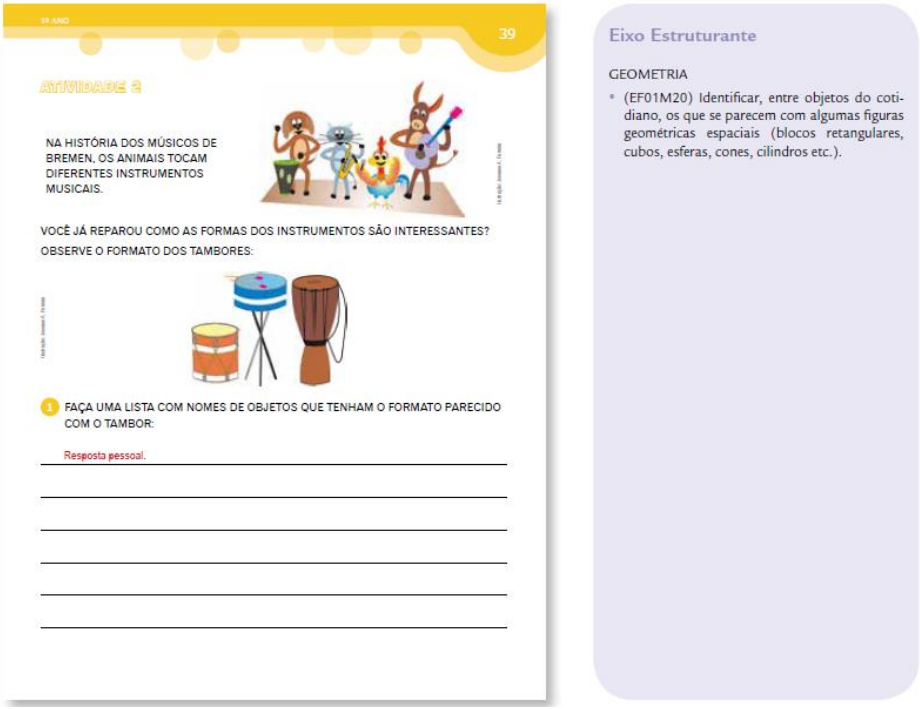
Entendemos que se configura em uma proposta curricular não linear. Pires (2000) esclarece que um currículo linear apresenta a concepção de que se o estudante não souber determinado conteúdo, não pode avançar em outros, sendo preciso esgotar todas as nuances de um determinado conteúdo antes de prosseguir, o que não é o caso do material analisado.

As propostas de atividades presentes analisadas apresentam a concepção de redes de significados, entendidas por Pires (2000), como estratégia para organização curricular, inspirada na associação do cérebro humano com o mundo de significados. Assim, baseia-se na ideia de que 'conhecer' significa 'conhecer o significado', o que se constrói individual e socialmente, na construção de relações que podem ser de natureza lógica, causal e correlacional, articulando-se em feixes ou redes.

4.1 Análises das Propostas de Atividades do Ponto de Vista dos Indicadores: *visualização*, *intermediário* e *análise*

Para ilustrar e exemplificar o indicador *Visualização*, selecionamos uma prática pedagógica do 1º ano envolvendo o Objetivo de Aprendizagem e Desenvolvimento *EF01M20 - Identificar, entre objetos do cotidiano, na qual aparecem algumas figuras geométricas espaciais (blocos retangulares, cubos, esferas, cones, cilindros etc.)*. Ilustramos na Figura 2 essa atividade.

Figura 2 - Exemplo de Atividade nível *Visualização*



Fonte: São Paulo (2019a, p. 45).

A atividade da Figura 2, faz parte de uma sequência de práticas intitulada: "Formas geométricas e números nas histórias infantis". A prática pode ser alocada no indicador *Visualização*, uma vez que Van Hiele (1986) reforça que os estudantes raciocinam nesse nível, basicamente, pelas considerações visuais. À perspectiva, conceitos geométricos são levados em conta como um todo, sem considerações explícitas das propriedades dos seus componentes. As figuras geométricas são reconhecidas pela aparência global, identificadas de acordo com seu aspecto e acabam relacionando a forma a um objeto conhecido. Os Objetivos de Aprendizagem referidos para a atividade são convergentes com as teorizações de Van Hiele (1986), uma vez que objetivam levar o estudante à identificação, com a visualização, entre objetos do cotidiano

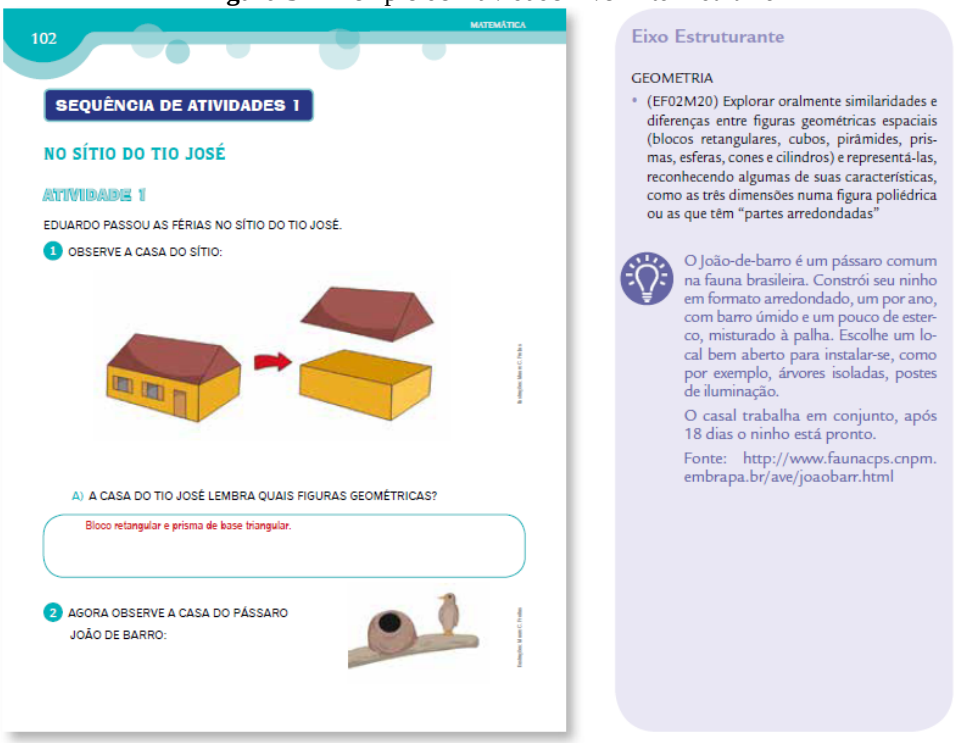
que se parecem com algumas figuras geométricas espaciais.

Desenvolver o Pensamento Geométrico, tendo como base as histórias conhecidas, neste caso, com foco na *Visualização*, corrobora com Clements e Sarama (2000), que afirmaram que as crianças constroem ideias sobre formas comuns, tais como círculos, quadrados, triângulos e retângulos, a partir da exploração de brinquedos, livros e programas de televisão, com os quais entram em contato no dia a dia. Em uma leitura mais aprofundada das orientações didáticas ao professor, identificamos que o material dá subsídios para que este compreenda que pode fazer uso da linguagem formal, ao referir-se aos nomes das figuras geométricas espaciais com o intuito de familiarização da nomenclatura e não como um conhecimento a ser adquirido pelo estudante.

As orientações, pontuam como o professor deve conduzir a aula, com foco na visualização. Clements e Sarama (2000) destacam que o progresso dos níveis infantis de pensamento depende de seu ensino e experiências, destacando assim, que o indicador *Visualização* é uma habilidade importante para o pensamento matemático, por se tratar de um processo fundamental para o Desenvolvimento do Pensamento Geométrico, cabendo seu ensino e exploração satisfatórios.

Para exemplificar e discorrer sobre o indicador *Intermediário*, selecionamos a atividade do 2º ano e que tem como Objetivo de Aprendizagem e Desenvolvimento: *EF02M20 -. explorar oralmente similaridades e diferenças entre figuras geométricas espaciais (blocos retangulares, cubos, pirâmides, prismas, esferas, cones e cilindros) e representá-las, reconhecendo algumas de suas características, como as três dimensões em uma figura poliédrica ou as que têm 'partes arredondadas'*. A Figura 3 relaciona-se a essa atividade:

Figura 3 - Exemplo de Atividade nível *Intermediário*



102 MATEMÁTICA

SEQUÊNCIA DE ATIVIDADES 1

NO SÍTIO DO TIO JOSÉ

ATIVIDADE 1

EDUARDO PASSOU AS FÉRIAS NO SÍTIO DO TIO JOSÉ.

1 OBSERVE A CASA DO SÍTIO:

A) A CASA DO TIO JOSÉ LEMBRA QUAIS FIGURAS GEOMÉTRICAS?

Bloco retangular e prisma de base triangular.

2 AGORA OBSERVE A CASA DO PÁSSARO JOÃO DE BARRO:

Eixo Estruturante

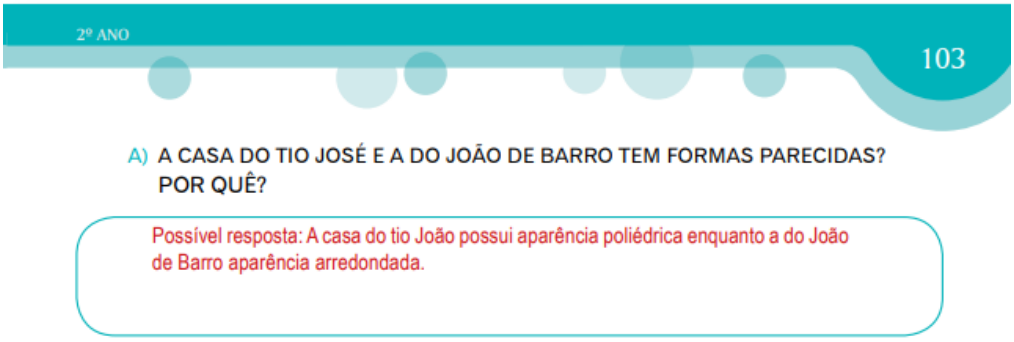
GEOMETRIA

- (EF02M20) Explorar oralmente similaridades e diferenças entre figuras geométricas espaciais (blocos retangulares, cubos, pirâmides, prismas, esferas, cones e cilindros) e representá-las, reconhecendo algumas de suas características, como as três dimensões numa figura poliédrica ou as que têm "partes arredondadas"

O João-de-barro é um pássaro comum na fauna brasileira. Constrói seu ninho em formato arredondado, um por ano, com barro úmido e um pouco de esterco, misturado à palha. Escolhe um local bem aberto para instalar-se, como por exemplo, árvores isoladas, postes de iluminação.

O casal trabalha em conjunto, após 18 dias o ninho está pronto.

Fonte: http://www.faunacps.cnpm.embrapa.br/ave/joaobarr.html



Fonte: São Paulo (2019a, p. 114 - 115).

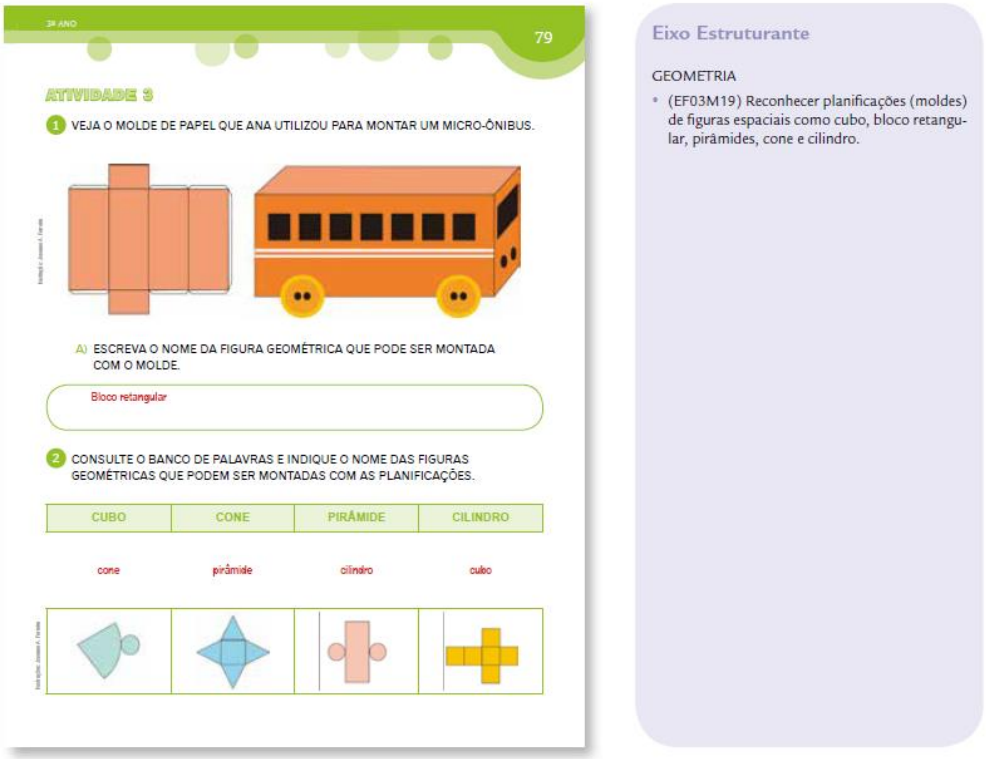
Nessas atividades, a ideia é que os estudantes possam mobilizar os procedimentos de visualização para uma progressão da compreensão global, conforme aponta a análise de Curi (2021), aproximando essa noção com aquilo que afirma corresponder ao indicador *Intermediário*. Esse nível representa a elaboração do nível de transição entre os indicadores *Visualização* e *Análise*. Battista (2007) nos elucida que os níveis de Van Hiele (1986) foram conceituados como períodos de desenvolvimento do raciocínio geométrico, caracterizados não apenas por diferenças qualitativas de pensamento, mas por diferentes organizações de conhecimento interno e processamento.

A atividade do indicador *Intermediário* caracteriza-se por promover um avanço na organização cognitiva geral dos estudantes, levando-os a pensar não somente em totalidades visuais das formas geométricas espaciais, mas também em suas propriedades. Esse aspecto foi identificado no item (A) da atividade 2. Quando analisamos o Objetivo de Aprendizagem e Desenvolvimento dessa atividade, sob o enfoque das contribuições de Curi (2021), encontramos uma convergência entre a proposta da atividade e o Objetivo de Aprendizagem e Desenvolvimento. Os verbos: *explorar* e *reconhecer*, propõem um movimento cognitivo, visando a identificação das diferenças e similaridades, importantes na apropriação das propriedades das figuras geométricas.

Ao examinar as orientações didáticas ao professor, nos deparamos com instruções bem claras sobre o foco das atividades: explorar figuras geométricas espaciais, suas similaridades e diferenças, bem como, a aparência poliédrica ou arredondada de algumas figuras. Há também propostas para a ampliação da atividade, propondo aos professores a condução dos estudantes à identificação de similaridades e diferenças presentes nas figuras espaciais conhecidas, apresentando também, outros objetos e elementos da natureza.

Para explicitar o indicador *Análise*, selecionamos a atividade do 3º ano, que tem o Objetivo de Aprendizagem e Desenvolvimento *(EF03M19) - reconhecer planificações (moldes) de figuras espaciais como cubo, bloco retangular, pirâmides, cone e cilindro.* A Figura 4 mostra a referida atividade:

Figura 4 - Exemplo de Atividade nível *Análise*



Fonte: São Paulo (2019a, p. 89).

Apresentamos a primeira atividade do indicador *Análise*, que aparece no Caderno Saberes e Aprendizagens do 3º ano. Consideramos que essa atividade pode ser classificada nesse indicador porque ela propicia aos estudantes o raciocínio sobre os conceitos geométricos, por meio de uma análise informal de suas partes e atributos, com a observação e a experimentação. A planificação é apresentada como forma de contribuir para a identificação das propriedades das figuras geométricas espaciais. Segundo Van Hiele (1986) os estudantes começam a discernir características das figuras geométricas espaciais, estabelecendo propriedades que são, então usadas, para conceituar classes e formas.

Na atividade representada na Figura 4, propõe-se a ampliação dos conhecimentos geométricos já trabalhados ao longo dos dois primeiros anos do ciclo de alfabetização, visto que o Objetivo de Aprendizagem e Desenvolvimento, (EF03M19), visa *reconhecer planificações (moldes) de figuras espaciais como cubo, bloco retangular, pirâmides, cone e cilindro*, aparece somente a partir deste ano de escolaridade, o 3º ano do Ciclo de Alfabetização. Ao verificarmos as orientações didáticas dirigidas ao professor, percebemos a clareza ao comunicar o foco central da atividade, visando propiciar que os estudantes façam as planificações e as relacionem com os nomes de algumas figuras espaciais, explorando assim, suas características, identificando e nomeando os elementos vértices, faces (figuras planas visíveis) e arestas.

Para ensinar os conceitos geométricos, de maneira mais compreensível para os estudantes, de modo a estabelecer o Desenvolvimento do Pensamento Geométrico, é imprescindível que o professor tenha tais conceitos desenvolvidos em sua formação. Por esse motivo, é primordial que o material lhe sinalize quanto a esses aspectos. Salientamos que este não menciona ao professor que a referida atividade tem um grau de movimentação cognitiva diferente, em relação às outras propostas. Esse fator está presente porque os objetivos da atividade buscam a realização da progressão da comparação global para a análise.

Contudo, cabe aqui destacar que, o material do professor ficou mais restrito aos momentos da aula, em relação à ampliação dos conhecimentos didáticos e matemáticos. Tal fato se deu por haver um número específico de páginas determinadas pela Secretaria Municipal de Educação.

5 Considerações Finais

Ao examinar as atividades, entendemos que o material propõe a ampliação e a progressão dos conhecimentos geométricos, contemplando os níveis de Desenvolvimento do Pensamento Geométrico, propostos por Van Hiele (1986). Além disso, identificamos propostas de atividades ao nível *Intermediário*, explanado por Curi (2021). A análise revelou consenso na distribuição das atividades ao longo dos anos do Ciclo de Alfabetização. As orientações didáticas ao professor se mostram convergentes ao modelo de Van Hiele (1986), pois articulam os aspectos cognitivos e pedagógicos do Ensino de Geometria. As atividades propiciam que o professor observe o desempenho dos alunos, a partir das habilidades demonstradas, do nível de desenvolvimento do pensamento geométrico e da aprendizagem dos estudantes. Acreditamos que a proposta poderia fornecer mais orientações aos professores, uma vez que seu enfoque se deu, em maior ênfase nos momentos da aula, em contraposição à busca pela ampliação dos conhecimentos didáticos.

Tal lacuna identificada justifica a necessidade de um material curricular com um repertório que possa auxiliar na concretização e construção dos conceitos matemáticos, visando promover nos professores, segurança para ensinar e contribuir para a formação do pensamento geométrico de todos, além do estímulo às formações, que potencializam o trabalho com a proposta. Ao lançarmos olhares aos documentos analisados, percebemos que durante todo o ciclo de alfabetização há uma proposta coerente de distribuição das atividades, compactuando com a ideia de redes de significados, para promover o Desenvolvimento do Pensamento Geométrico ao longo dos anos de escolaridade, ou seja, uma trama de relações que se estabelecem entre os diferentes significados de um objeto.

As atividades analisadas permitem e favorecem a construção de hipóteses sobre as formas que nos rodeiam, proporcionando o desenvolvimento do pensamento geométrico, que envolve relações e representações espaciais, o uso de nomenclatura apropriada das figuras espaciais e a exploração destas. Entendemos, nas reflexões sobre o referencial teórico adotado para a pesquisa, que o material examinado pode ser considerado um ferramental curricular com potencialidades para promover o desenvolvimento do Pensamento Geométrico dos estudantes.

Como sugestão para futuras pesquisas, as análises poderiam se debruçar sobre outros níveis como os Anos Iniciais do Ensino Fundamental (do 1º ano ao 5º ano), com a averiguação dos elementos das atividades pautadas no ensino de Geometria. Outro ponto de análise poderia ser a identificação, pelos professores, nos materiais curriculares, de atividades relacionadas ao Desenvolvimento do Pensamento Geométrico. Esperamos que nossa pesquisa colabore com a realização de outros estudos educacionais, em particular, com a prática pedagógica de nossos companheiros de trabalho, professores que ensinam matemática, seja na organização das atividades de Geometria, ou nos estudos investigativos em sala de aula.

Agradecimentos

Agradecemos especialmente à Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES), que financiou a presente pesquisa, oportunizando a geração de nossos resultados.

6 Referências

Arcavi, A. (2003). The Role of Visual Representations in the Learning of Mathematics. *Educational Studies in Mathematics*, 52 (3), p. 215-241. Disponível em:https://www.scirp.org/reference/referencespapers?referenceid=2341337. Acesso em: 29 set. 2024.

Battista, M. T. (2007). The development of geometric and spatial thinking. *In.:* Lester, F. K. (Ed.). *Second handbook of research on mathematics teaching and learning***.** (843-908). Charlotte, NC: Information Age,

Brasil. Ministério da Educação Básica. (2017). *Base Nacional Comum Curricular***:** Educação Infantil e Ensino Fundamental. Brasília, DF.

Cellard, A. (2008). A análise documental. *In.:* Poupart, J. *et al. A pesquisa qualitativa: enfoques epistemológicos e metodológicos*. (295-316) Petrópolis, RJ. Vozes.

Clements, D. H & Sarama, J. (2000). Young children's ideas about geometric shapes. *Teaching Children Mathematics*. 6. (8), 482-488.

Curi, E. (2021) Algumas reflexões sobre o desenvolvimento do pensamento geométrico no Currículo de Matemática da Cidade de São Paulo. *Em Teia- Revista de Educação Matemática e Tecnológica Iberoamericana*, 12 (3), 1-19. Disponível em: https://periodicos.ufpe.br/revistas/index.php/emteia/article/view/250560. Acesso em: 29 set. 2024.

Januario, G. & Santana, K. C. L. (2019). Materiais curriculares como ferramentas de aprendizagem para o professor que ensina matemática. *Revista Paranaense de Educação Matemática*, Campo Mourão, 8 (17), 414-433. Disponível em: https://periodicos.unespar.edu.br/rpem/article/view/6154. Acesso em: 29 set. 2024.

Leivas, J. C. P. (2009). *Imaginação, Intuição e Visualização: a riqueza de possibilidades da abordagem geométrica no currículo de cursos de Licenciatura em Matemática.* Tese (Doutorado em Educação) - Universidade Federal do Paraná, Curitiba.

Lüdke, M. & André, M. E. D. A. (1986). *Pesquisa em educação: abordagens qualitativas*. São Paulo, SP: EPU.

Passos, C. L. B. & Nacarato, A. M. (2014). O ensino de geometria no ciclo de alfabetização: um olhar a partir da provinha Brasil. *Revista Educação Matemática Pesquisa*, São Paulo. SP, 16 (4), 1147- 1168. Disponível em: https://revistas.pucsp.br/index.php/emp/article/view/22016. Acesso em: 29 set. 2024.

Pires, C. M. C. (2000). *Currículos de Matemática: da organização linear à ideia de rede*. São Paulo, SP: FTD.

Pires, C. M. C., Curi, E. & Campos, T. M. (2001). *Espaço & forma*: a construção de noções geométricas pelas crianças das quatro séries do ensino fundamental. (2. ed.) São Paulo, SP: PROEM.

Sacristán, J. G. (2013). O que significa o currículo? *In.:* Sacristán, J. G. (Org.). *Saberes e incertezas sobre o currículo*. Porto Alegre, RS: Penso.

São Paulo. Secretaria Municipal de Educação. Coordenadoria Pedagógica (2019a). *Currículo da cidade - Ensino Fundamental:* Matemática. São Paulo, SP: SME/COPED. Disponível em: https://acervodigital.sme.prefeitura.sp.gov.br/acervo/curriculo-da-cidade-ensino-fundamental-matematica/. Acesso em: 29 set. 2024.

São Paulo. Secretaria Municipal de Educação. Coordenadoria Pedagógica. (2019b). *Caderno da cidade saberes e aprendizagens: Matemática – livro do(a) professor(a)*. São Paulo, SP: SME / COPED. Disponível em: https://curriculo.sme.prefeitura.sp.gov.br/. Acesso em: 29 set. 2024.

Van Hiele, P. (1986). *Structure and insight:* A Theory of Mathematics Education Orlando: Academic Press.