Número Racional no Princípio da Escolarização

Rational Numbers in the Principle of Schooling

Ana Maria Carneiro Abrahão[1]
Silvana Pires Fonseca Mandarino [2]
Silvia Andrade da Costa Arantes[3]

Resumo: Este trabalho traz resultados da pesquisa iniciada em 2021 sobre possibilidades da construção de ideias da unidade racional no princípio da escolarização. A motivação surgiu pela complexidade do tema e sua dificuldade recorrente na escola básica e para além dela. O apoio teórico está na discussão das ações mentais necessárias para tal construção, na reflexão sobre a aprendizagem significativa e nos registros envolvidos nas representações dos números racionais, em especial, na notação fracionária. Utilizou-se metodologia exploratória baseada em ambientes investigativos de aprendizagem com o objetivo de iniciar a ideia de número racional de forma desafiadora, lúdica e significativa no início da escolaridade. Os resultados mostram que a exploração dessa ideia é possível antes do ensino formal de frações.

Palavras-chave: Número Racional. Fração. Anos Iniciais. Mediação. Ações Mentais.

Abstract: This work brings results of the research, started in 2021, on possibilities of building ideas of the rational unit at the beginning of schooling. The motivation arose from the complexity of the theme and its recurrent difficulty in elementary school and beyond. The theoretical support is in the discussion of the mental actions necessary for such construction, in the reflection on meaningful learning and in the registers involved in the representations of rational numbers, especially in fractional notation. An exploratory methodology based on investigative learning environments was used with the objective of initiating the idea of rational number in a challenging, playful and meaningful way at the beginning of schooling. The results show that the exploration of such idea is possible, even before the formal teaching of fractions.

Keywords: Rational Number. Fraction. Early Years. Mediation. Mental Actions.

1 Entendimento do número racional: um problema recorrente

A dificuldade apresentada por estudantes da educação básica em aprender e fazer uso significativo dos números racionais, especialmente em sua representação fracionária, é amplamente divulgada por quem ensina e, por vezes declara, ter dificuldades para ensinar este conteúdo, tão necessário à compreensão de situações cotidianas.

Relatos de professores em cursos de formação continuada indicam a falta de materiais que apoiem conceitualmente práticas para a introdução ao ensino significativo dos números racionais, salientando a necessidade de formação sobre o tema. O estudo de Silva (2006) apoiado nos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN), anteriores à Base Nacional Comum Curricular (BNCC) (Brasil, 2017) já indicavam que resultados publicados pelo Sistema de Avaliação Educacional de Pernambuco (SAEPE), evidenciaram em 2003 um fraco desempenho de estudantes da 8ª série do ensino fundamental (EF), atualmente 9º ano, em questões relacionadas aos números racionais. Apenas 3 em cada 10 estudantes conseguiram êxito nas

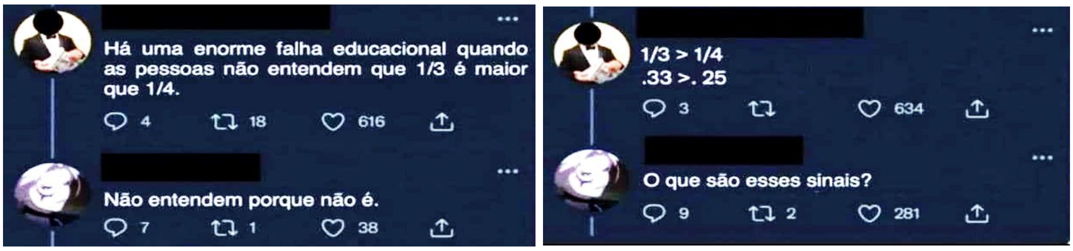
[1] Universidade Federal do Estado do Rio de Janeiro • São José dos Campos, SP — Brasil • ✉ anaabrahao51@gmail.com • ORCID https://orcid.org/0000-0001-6453-7286
[2] Colégio Pedro II • Rio de Janeiro, RJ — Brasil • ✉ piresmandarino@gmail.com • ORCID https://orcid.org/0000-0002-0843-3690
[3] Secretaria Municipal de Educação de Nilópolis • Nilópolis, RJ — Brasil • ✉ silarantes16@gmail.com • ORCID https://orcid.org/0000-0002-0910-0708

ISSN 2764-3158

questões relativas ao descritor D021 dos PCN – reconhecer as diferentes representações de um mesmo número racional. E, “se considerarmos o descritor D022 – identificar fração como representação que pode estar associada a diferentes significados – apenas 15,9% dos estudantes conseguiram resolver corretamente as questões” (Silva, 2006, p.13). A preocupação com essas questões continua, tanto que no estudo de Scheffer e Powell (2020) 56 dissertações, teses e artigos brasileiros publicados de 2013 a 2019 concentravam como objeto de investigação o conhecimento de frações na educação básica.

Na vida extraescolar, o *meme* veiculado no Facebook, Figura 1, apresenta uma discussão sobre o significado quantitativo e comparativo de duas frações. As imagens mostram ainda o recurso utilizado pelo professor ao adotar, pelo menos, uma outra representação do número racional, para que o leitor pudesse visualizar e comparar a grandeza numérica.

Figura 1: 1/3>1/4?



Fonte: Acervo da Pesquisa, 2023

Também foi motivo de reflexão, o depoimento de uma professora que trouxe a observação feita por uma de suas alunas do sétimo ano (Figura 2). A aluna não reconhecia fração como número. Para ela, a fração somente poderia ser considerada um número se o valor representado estivesse expresso na notação decimal. Por esse motivo, apesar de reconhecer que 4/5 é igual a 0,8 e que 0,8 é menor que 1,51, considerou que a questão era <u>uma pegadinha</u>, pois a representação fracionária, segundo a estudante, não pode ser considerada um número e o enunciado da questão pedia para envolver um número.

Figura 2: Fração não é número

Observe os números racionais positivos e, envolva o menor deles. ~~(0,25)~~

2,09 - 1,61 - $\frac{3}{2}$ - 1,51 - $\frac{4}{5}$

P- Em 2019, uma ex-aluna me procurou para perguntar se a correção de uma questão de prova feita por seu professor, estava correta. Observei a questão, disse que estava correta e perguntei, meio sem entender, qual era a sua dúvida.
A- Se esta é a resposta correta, então a questão é uma “pegadinha”!
P- Por que uma “pegadinha”?
A- O enunciado pede para envolver o menor número e, fração não é número!
P- Fração não é um número?
A- Pra fração ser um número, é preciso dividir o numerador pelo denominador para “virar” um número decimal.

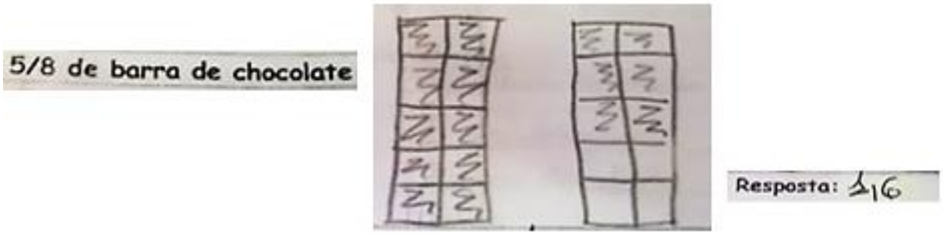
Fonte: Acervo da Pesquisa, 2022

Situação semelhante foi relatada em um evento internacional de Educação Matemática voltado para o princípio da escolarização, na República Checa (SEMT95 - Pedagogicka Faculta UK – Prague). Nesse relato, a aluna tinha que indicar um número entre 0 e 1. Após ela dizer 0,8, a pesquisadora disse OK! Mas perguntou: Por que você não disse uma fração como 1/3 ou 1/4? A aluna respondeu: Ué, porque frações não são números!

ISSN 2764-3158

Entretanto, esse tipo de dificuldade não acontece apenas com alunos da educação básica. Escolhemos a imagem apresentada na Figura 3, a divisão de chocolates, frequentemente presente em livros didáticos, como um dos exemplos da publicação de Abrahão (2016), que traz atividades com graduandos do curso de Pedagogia, alguns já exercendo a profissão docente.

Figura 3: Possível conflito cognitivo entre a fração 5/8 e 8/5



Fonte: Abrahão, 2016, p.686

Na Figura 3, o graduando deveria representar 5/8 de uma barra de chocolate. Em geral, espera-se uma representação pictórica da barra de chocolate inteira, 8/8, número que representaria a unidade racional. Dessa forma, a resposta mais provável seria o desenho de uma barra que estaria dividida em 8 partes iguais e 5 delas pintadas para representarem os 5/8.

Entretanto, o estudante que demonstrou ter entendimento de que um número representado por uma fração também pode ser expresso na notação decimal pareceu buscar transformar 5/8 em um número decimal. Nesse processo de transformação, ele nos levou a imaginar que pensou na operação 8÷5 para chegar a 1,6 como resposta, parecendo não compreender a função de cada termo que compõe uma fração ou, mais uma vez de forma equivocada, entendendo que só é possível dividir 8 por 5, pois 8 é maior que 5, evidenciando não compreender que a fração 5/8 representa uma porção menor do que a unidade, portanto sua representação decimal não poderia trazer uma parte inteira como no número 1,6. Ainda em sua resposta, o graduando apresenta na Figura 3 o desenho de duas barras de chocolate divididas em 10 partes, cada uma, o que nos pareceu que a ideia foi a de representar 16 décimos, número que corresponderia a 1,6, reafirmando o valor dado como resposta.

Caminhos didáticos que levam a resoluções pouco reflexivas em etapas iniciais do processo de construção de conceitos e representações dos racionais talvez sejam dificultadores para o entendimento do seu valor numérico e de suas diferentes representações, como os que se baseiam em regras de cálculos ou em classificações das frações como próprias, impróprias ou aparentes, por meio da comparação de grandezas entre numerador e denominador.

Estudo apresentado por Fanizzi e Tarouco (2021) destaca que no 4º ano do EF crianças podem se sentir inseguras quanto ao sentido dos termos “numerador” e “denominador”, pois vez ou outra se detêm neles como números naturais e independentes. Essa transição entre o conjunto dos números naturais e racionais faz parte do processo de aprendizagem. Particularmente na representação em forma de fração, as autoras destacam a importância do diálogo entre estudantes e professores, para que ambos caminhem na construção distinta desses conjuntos.

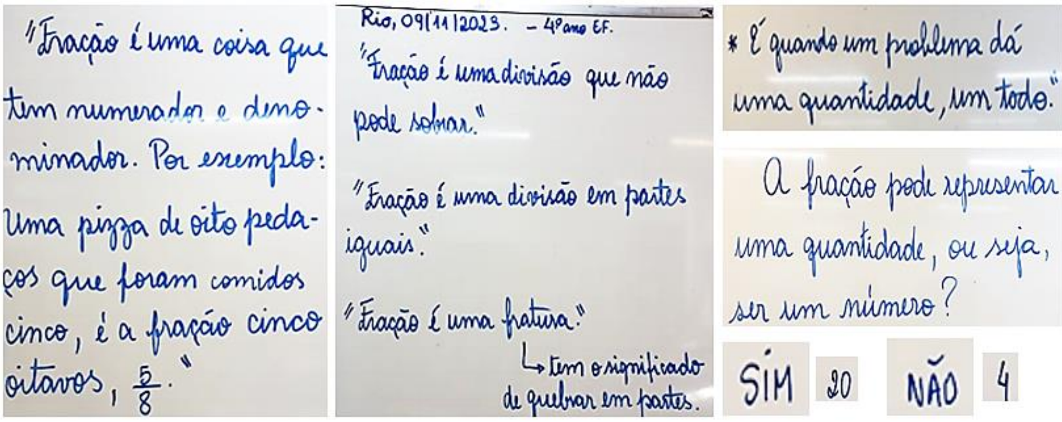
Tantos registros nos levaram a continuar a investigar por que crianças ainda se questionam: “como assim, frações também são números?”

2 Justificativa pela opção <u>início da escolarização</u>

Por todos esses motivos, nosso grupo de estudos, por meio de seu projeto de pesquisa “Ambientes de aprendizagem matemática e a docência nos Anos Iniciais e na Educação Infantil” abraçou esse desafio e vem se dedicando desde 2021 a estudar possibilidades de responder às questões: "Que caminhos e recursos didáticos podem vir a favorecer o desenvolvimento de habilidades referentes ao início da construção conceitual do número racional?" "Quando e como começar a explorar essas ideias?"

Buscamos investigar as concepções de alunos dos nossos pesquisadores sobre o entendimento do número racional, particularmente em forma de fração. Observamos três turmas: uma de 4º ano, uma de 6º ano e uma de 7º ano. Verificamos que são muitas as concepções equivocadas. Para ilustrar alguns desses equívocos, trazemos algumas respostas (Figura 4) apresentadas por 24 crianças do 4º ano de uma escola federal à questão: "O que é fração para vocês?"

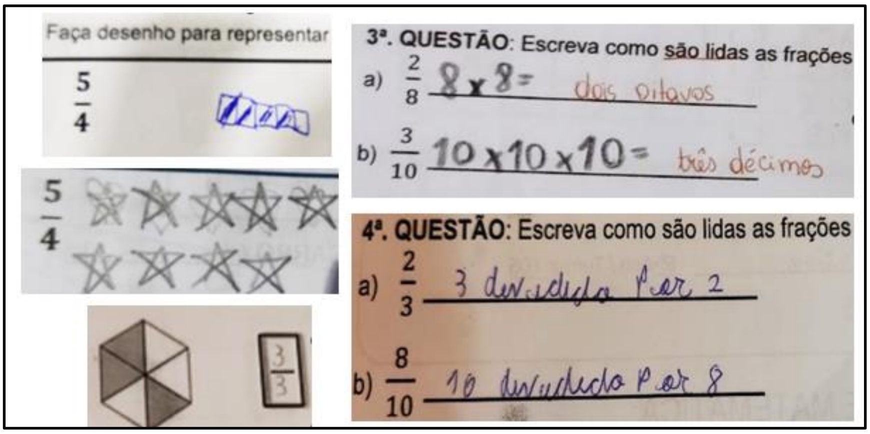
Figura 4: O que é fração para vocês?



Fonte: Acervo da pesquisa, 2023

Nas atividades da Figura 5, as crianças apresentam interpretações diversas e confusas sobre o que entendem por fração.

Figura 5: Interpretações de leitura e representações de frações



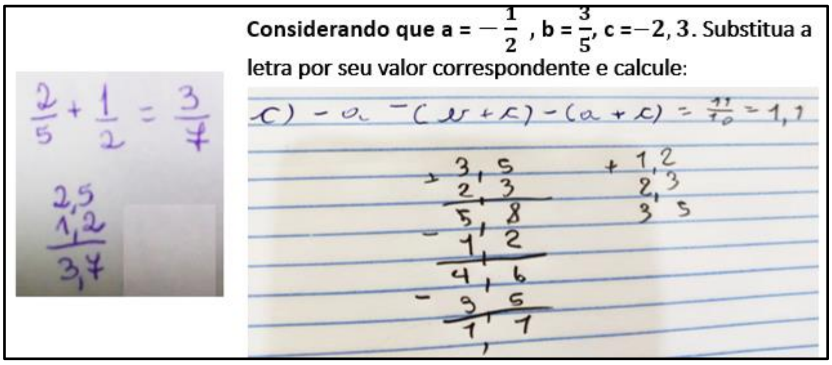
Fonte: Acervo da pesquisa, 2022

Na primeira delas à direita, há estudantes que entendem que a fração 2/8 é lida como 8x8 e da mesma forma 3/10 é lida como 10x10x10. Ou a criança confunde 2/8 como 8² ou simplesmente pensa: "dois oito" significa 8x8, "três dez" significa 10x10x10. Na segunda à direita, além de não representarem as leituras usuais das frações, estudantes escrevem, provavelmente como leem, ou como escutam adultos lerem. Deixam claro que, para as crianças, fração é a divisão do numerador pelo denominador. Parecem também não compreender o que representa o numerador e o denominador, já que leem 2/3 como 3 dividido por 2. Talvez por conceberem, em algum momento, equivocadamente, que não se divide um número menor por outro maior.

ISSN 2764-3158

Os exemplos da Figura 6, à esquerda da imagem, foram apresentados por pedagogos em formação e, à direita, por alunos de uma turma do 7º ano do EF, de uma escola pública na cidade de Mesquita, RJ.

Figura 6: Tradução da leitura e conversão equivocada de frações.



Fonte: Acervo da pesquisa, 2023

Exemplos como os trazidos até aqui se mostraram frequentes, recorrentes e evidenciaram equívocos semelhantes em atividades realizadas por licenciados em formação continuada, licenciandos e estudantes do ensino fundamental. Podem, ainda, comprometer negativamente a interpretação e a compreensão de diferentes contextos cotidianos. Os depoimentos dos estudantes, em nossa observação e análises de dados, nos fazem acreditar que muitas dessas falsas concepções podem ter origem no processo inicial de construção das primeiras ideias relacionadas aos números racionais e às suas diferentes representações.

Isso nos leva a pensar em atividades para o início da escolarização. Para enriquecer nossa justificativa, Behr, Lesh, Post e Silver (1983, p. 91) destacam que "nós precisamos encontrar que tipos de experiências as crianças precisam para desenvolver seu conhecimento de número racional". O que se justifica porque, apesar de tantos estudos publicados, as pendências e as dificuldades permanecem até os dias de hoje enraizadas no cotidiano escolar.

Esses autores apontam que "os conceitos associados aos números racionais estão entre as ideias mais complexas e importantes que as crianças encontram ao longo de seus oito primeiros anos [hoje nove anos] de escolarização" (p. 92). Para Campos e Rodrigues (2007, p. 69), "os números racionais constituem-se em um dos temas de construção mais difícil, pois sua compreensão envolve uma variedade de aspectos que se configuram como obstáculos ao seu pleno domínio". Tanto Mandarino (2019) em sua prática docente com os anos iniciais, quanto Abrahão (2016), na formação de pedagogos, corroboram com esse alerta há tempos anunciado também por Nunes e Bryant (1997):

> Com as frações as aparências enganam. Às vezes as crianças parecem ter uma compreensão completa das frações e, ainda assim, não o têm. Elas usam os termos fracionais certos; elas falam sobre frações coerentemente; elas resolvem alguns problemas fracionais; mas diversos aspectos cruciais das frações ainda lhes escapam. De fato, as aparências podem ser tão enganosas que é possível que alguns alunos passem pela escola sem dominar as dificuldades das frações, e sem que ninguém perceba (Nunes & Bryant, 1997, p. 191).

Ao pensarmos na complexidade que envolve a aprendizagem de frações, podemos trazer a contribuição de Fanizzi e Tarouco (2021), que alertam para que o ensino da notação fracionária não aconteça de forma impositiva, mas que interaja com os conhecimentos prévios dos alunos, muitas vezes bastante atrelados ao conjunto dos números naturais.

ISSN 2764-3158

Resta-nos, então, questionar como podemos ajudar estudantes a minimizarem tantas dificuldades e tantas concepções equivocadas ou ainda falsas. Um primeiro caminho nos faz estudar e entender o que os teóricos e pesquisadores já observaram, analisaram e concluíram sobre as dificuldades para a aprendizagem da unidade racional.

3 Embasando teoricamente nosso estudo

Estudos com base construtivista trouxeram muitas contribuições sobre como as crianças começam a desenvolver e a organizar seu conhecimento. Pesquisas publicadas por Nunes e Bryant (1997), Lima (2001) e Silva (2006) trazem informações piagetianas indicativas de que, para a criança construir o conceito de número racional, ela deve vivenciar sete condições importantes e essenciais.

Essas condições recebem destaque nos estudos de Piaget, Inhelder e Szeminska (1960) os quais indicam que, para construir o conceito de fração, a criança precisa ir edificando determinados invariantes, certas constantes ou bases conceituais, que lhe permitam fazer inferências e estabelecer regras de ação mais pertinentes para resolver o problema que lhe for proposto. Dessa forma, o conceito de fração está condicionado à criança compreender que: (A) Existe uma totalidade— o inteiro— que pode ser dividida em um número determinado de partes iguais; (B) Existe uma relação inversa entre o tamanho das partes e o número de partes em que o todo foi dividido, ou seja, quanto maior o número das partes, menor o tamanho de cada parte; (C) O todo se esgota, ou seja, não pode sobrar resto, não sobra remanescentes após essa divisão; (D) Deve haver a igualização das partes, ou seja, o todo, seja discreto ou contínuo, precisa ser dividido em partes iguais para que cada parte seja considerada uma fração; (E) A soma de todas as partes (todas as frações) constituídas, a partir do todo, é igual ao todo inicial, isto é, atende ao princípio da invariância; (F) Existe uma relação entre o número de partes e o número de cortes, isto é, para dividir um todo contínuo em três partes iguais serão necessários apenas dois cortes; (G) Cada fração como parte de um todo é suscetível de novas divisões.

As condições de Piaget *et al.* (1960) nos ajudam a quantificar uma porção fracionária, mas além da quantificação, existem dificuldades para representar e mesmo para compreender diferentes representações de um número racional. Magina, Bezerra e Spinillo (2009) reafirmam as dificuldades citadas ao apontarem a pluralidade de representações que o número fracionário pode assumir, incluindo a equivalência e seus diferentes significados. Quociente, razão, parte todo, são de fato conceitos complexos. Mas como pensar sobre representações?

Segundo Duval (2004, p.25), “não é possível estudar os fenômenos relativos ao conhecimento sem recorrer à noção de representação” e chama de conversão a

> [...] transformação da representação de um objeto, de uma situação ou de uma informação dada em um registro, em uma representação desse mesmo objeto, desta mesma situação ou informação, em outro registro. As operações habitualmente designadas com os termos de “tradução”, “ilustração”, “transposição”, “interpretação”, “codificação”, etc., são operações que fazem corresponder uma representação dada em um registro com outra representação em outro registro. A conversão é, portanto, uma transformação externa relativa ao registro da representação de partida. (Duval, 2004, p.46, tradução nossa)

Não vamos nos aprofundar no estudo da semiótica e tampouco em seus teóricos e estudiosos, mas pensamos ser fundamental defender a ideia de que para compreender um determinado objeto matemático, particularmente o número racional, é preciso conhecer pelo menos dois registros distintos desse objeto, saber coordená-los e transitar entre eles.

ISSN 2764-3158

Apesar de a linha construtivista defender que tudo isso depende da maturação biológica das crianças, maturação que evolui das operações concretas para as operações formais, entendemos que podemos conciliar a evolução biológica e o desenvolvimento do conhecimento, à proposta histórico-cultural de Vigotski (2002, 2003), que valoriza grandemente as experiências enriquecedoras e a mediação às quais a criança é submetida. Vigotski (2003) traz reflexões sobre a aprendizagem e a formação de conceitos, em geral carregados de complexidades e formados gradativamente, ao longo da vida.

> A experiência prática mostra também que o ensino direto de conceitos é impossível e infrutífero [...] o desenvolvimento de conceitos pressupõe o desenvolvimento de muitas funções intelectuais: atenção deliberada, memória lógica, abstração, capacidade para comparar e diferenciar. Esses processos psicológicos complexos não podem ser dominados apenas através da aprendizagem inicial. (Vigotski, 2003, p.104)

Assim, é plenamente compreensível que na aprendizagem inicial a criança não dê conta de desenvolver o conceito de número racional. O que nos preocupa é como iniciar essa construção no princípio da escolarização, de forma que a criança não seja surpreendida, ao final do 4º ano, a um amontoado de novas informações sobre um novo conceito associado aos números. Em vários momentos, Vigotski (2002, 2003) repete que é impossível um conceito ser transmitido por docentes a estudantes. Nem por explicações artificiais, por memorização compulsiva ou por repetição. Tais dinâmicas somente fazem com que a criança tenha aversão por esse tipo de aprendizagem ou pelo conteúdo "ensinado". Mas qual é o papel docente nesse processo de ensino e aprendizagem? Antes de chegarmos a esse ponto, é fundamental entendermos um pouco sobre como a criança aprende.

> Podem-se distinguir, dentro de um processo geral de desenvolvimento, duas linhas qualitativamente diferentes de desenvolvimento, diferindo quanto à sua origem: de um lado, os processos elementares, que são de origem biológica; de outro, as funções psicológicas superiores, de origem sociocultural. A história do comportamento da criança nasce do entrelaçamento dessas duas linhas. (...) As raízes do desenvolvimento de duas formas fundamentais, culturais, de comportamento, surge durante a infância: o uso de instrumentos e a fala humana. Isso, por si só, coloca a infância no centro da pré-história do desenvolvimento cultural. (Vigotski, 2002, p.61)

Processos elementares, de origem biológica, ou "funções elementares têm como característica fundamental o fato de serem total e diretamente determinadas pela estimulação ambiental" (Vigotski, 2002, p.53). Assim, podemos incluir a memória perceptiva marcada pela influência direta de estímulos externos, o imediatismo, a memória natural, a atenção involuntária. "No caso das funções superiores, a característica essencial é a estimulação autogerada, isto é, a criação de estímulos artificiais [signos] que se tornam a causa imediata do comportamento" (Vigotski, 2002, p.53).

A memória humana é constituída por signos. Uma função superior é um ato complexo, mediado pelo signo, que permite ao indivíduo controlar seu próprio pensamento. As funções superiores (consciência reflexiva, controle deliberado, atenção voluntária, memória lógica) podem ser geradas por estímulos artificiais, autogerados, os chamados signos. Em crianças, é comum os signos com manifestações concretas (desenho, escrita, leitura, números etc.). Assim, há grande diferença de aprendizado se a criança pensa "A professora tá me chamando!" ou "Opa! Isso me interessa!". A primeira é uma atenção involuntária, vem do estímulo referente ao grito/chamado e se caracteriza pela função elementar e a segunda pela função superior, pois o estímulo é voluntário, é uma atenção deliberada.

Vigotski (2002) conclui em seus estudos que a fala tem papel essencial na organização das funções psicológicas superiores, pois antes de controlar o próprio comportamento, a criança começa a controlar o ambiente com ajuda da fala. "As crianças resolvem suas tarefas práticas com a ajuda da fala, assim como dos olhos e das mãos" (Vigotski, 2002, p.35). Essa relação da fala, da interação social e da transformação da atividade prática foi determinante no desenvolvimento das atividades que fizemos com as crianças no princípio da escolarização. Estar atento ao que a criança fala enquanto realiza suas tarefas é fundamental para entender seus pensamentos e como está desenvolvendo seu processo de construção conceitual. É na atenção às falas das crianças que podemos reformular a atividade prática de tal forma que o objetivo educacional seja perseguido. "O momento de maior significado no curso do desenvolvimento intelectual, que dá origem às formas puramente humanas de inteligência prática e abstrata, acontece quando a fala e a atividade prática, então duas linhas completamente independentes de desenvolvimento, convergem" (Vigotski, 2002, p.33).

Em geral, quando as crianças se confrontam com um problema, uma atividade mais complicada, que não conseguem resolver com as habilidades que possuem, elas buscam por estímulos que as ajudem. Essa busca pode não ser explícita, então docentes devem atentar-se para ver o momento oportuno de oferecer um estímulo que pode ter a função de um signo, uma ajuda auxiliar específica que as ajudem no processo de resolução da tarefa proposta.

Esse estímulo lhe fornece uma pista que a criança junta, combina, agrega ao seu aprendizado acumulado, ao seu conhecimento. Dessa forma, estabelece-se uma relação entre o seu processo de desenvolvimento e a sua capacidade de aprendizado. Com essa ajuda, ela consegue resolver a questão. Ou seja, a criança já tem um nível de desenvolvimento real com funções já amadurecidas que lhe permitem fazer certas coisas, resolver certos problemas. Entretanto, existe um espaço, uma zona no seu desenvolvimento cujas funções não estão totalmente amadurecidas, estão em processo de maturação, dependendo de uma pequena ajuda para amadurecerem por completo.

Esse espaço— identificado como zona de desenvolvimento proximal— representa uma distância, um caminho a percorrer entre o "nível de desenvolvimento real, que se costuma determinar através da resolução independente de problemas, e o nível de desenvolvimento potencial, determinado através da solução de problemas sob a orientação de um adulto ou em colaboração com companheiros mais capazes" (Vigotski, 2002, p.112).

Assim se entende que "o 'bom aprendizado' é aquele que se adianta ao desenvolvimento" (Vigotski, 2002, p.117), visto que desperta vários processos internos de desenvolvimento, amplia a zona de desenvolvimento proximal e abre novas opções de aprendizagem. "O aprendizado é uma das principais fontes de conceitos da criança em idade escolar e é também uma poderosa força que direciona o seu desenvolvimento, determinando o destino de todo o seu desenvolvimento mental" (Vigotski, 2003, p.107).

Essa reflexão conceitual reforça nossa posição de valorizar a função de mediação exercida pelos docentes no processo de aprendizagem escolar. Quanto ao início do desenvolvimento do conceito de número racional no princípio da escolarização, as investigações de Vigotski (2003, p.126) mostram "que o desenvolvimento das bases psicológicas para o aprendizado de matérias básicas não precede esse aprendizado, mas se desenvolve numa interação contínua com as suas contribuições".

A Base Nacional Curricular Comum, BNCC (2017), apresenta, no princípio da escolarização, ideias de metade e partes do todo, mas é no quarto ano escolar que as ideias de número racional se intensificam. Entretanto, como indicaram os estudos de Vigotski (2002, 2003), o aprendizado geralmente precede o desenvolvimento, dessa forma, a idade cronológica da criança não é determinante para o seu desenvolvimento mental. Crianças podem atingir níveis de desenvolvimento mental muito acima de seus pares, caso sua zona de desenvolvimento proximal seja maior do que a dos demais. Nesse avanço, a mediação tem função primordial, "uma pequena assistência: o primeiro passo para uma solução, uma pergunta importante ou algum outro tipo de ajuda" (Vigotski, 2003, p.128). Essa reflexão nos inspira a instigar crianças no início da idade escolar a refletir significativamente sobre ideias iniciais no processo de formação conceitual do número racional.

A pesquisa que desenvolvemos não está na investigação da formação do conceito de número racional que envolve uma generalização elevada, avançada, e que depende de processos psicológicos mais complexos. Nosso objetivo é estudar as generalizações conceituais primitivas e iniciais dos objetos matemáticos contemplados no princípio da aprendizagem de um novo número, no caso, o número racional. Por reconhecermos o poder da comunicação no processo educativo escolar, assim como no crescimento intelectual da criança e no seu desenvolvimento lógico, é que optamos por investigar possibilidades de ensino e aprendizagem do número racional, em que os protagonistas desse processo, docentes e estudantes, possam interagir e, por meio da fala e de suas ações, conversar sobre os caminhos dos seus pensamentos.

4 A metodologia utilizada

Como escolher atividades que realmente sejam significativas para o estudante? Encontramos em Skovsmose (2000, 2008) uma reflexão sobre ambientes de aprendizagem matemática que usualmente são desenvolvidos em sala de aula. O autor nos apresenta uma matriz de ambientes de aprendizagem (Figura 7) os quais variam desde ambientes voltados unicamente para resolução de exercícios, tipo o famoso "Arme e efetue", que são identificados na matriz como atividades cujo ambiente é do tipo 1, até atividades que investigam questões da realidade local que são classificadas como pertencentes ao ambiente tipo 6.

Figura 7: Ambientes de aprendizagem

	Exercícios	Cenários para investigação
Referências à matemática pura	(1)	(2)
Referências à semi-realidade	(3)	(4)
Referências à realidade	(5)	(6)

Fonte: Skovsmose, 2008, p. 23

Assim, por exemplo, ao estudarmos frações podemos pedir para a criança calcular 1/2 + 3/2 e trabalharmos com atividade do ambiente tipo 1, pois para isso a criança precisa apenas conhecer as regras de cálculo e efetuar a operação. Mas se quisermos transformá-la em uma atividade do ambiente tipo 2, basta eu acrescentar, por exemplo, alguma questão investigativa. Nesse sentido, poderíamos acrescentar a pergunta: Por que está errado calcular 1/2 + 3/2 como (1+3)/(2+2)? Ou poderia perguntar: A afirmação de que a operação 1/2 + 3/2 dá 2 está certa ou está errada? Por quê?

Podemos dizer que as atividades da Figura 5 são do tipo 1, pois sua resolução exige apenas conhecimento de regras e técnicas. Agora, se nós apresentarmos um problema contextualizado, geralmente presente em livros didáticos, mas fora da realidade da criança, poderemos incluí-lo em um ambiente do tipo 3. Nesse tipo de ambiente de aprendizagem, podemos inserir o seguinte problema: Um terço das 129 pessoas que foram ao cinema ontem eram adultos. Quantos adultos foram ao cinema ontem? Isso porque as crianças não conhecem os adultos que foram ao cinema e nada disso tem um significado real para elas.

ISSN 2764-3158

Entretanto, podemos aproveitar a ideia sugerida no livro e criar um ambiente de aprendizagem com base em uma situação da vida real. Podemos ainda explorar, mais significativamente, o conteúdo sobre a terça parte de uma quantidade discreta. Logicamente, docentes precisam conhecer o entorno social no qual a sua escola está inserida e adaptar o problema à sua realidade ou, ainda, contextualizar com algum tipo de projeto multidisciplinar que esteja acontecendo na escola. Uma possibilidade seria fazer um levantamento na sala de aula para saber quais alunos viram o filme X ou assistiram ao jogo Y. Daí as crianças poderiam calcular se mais da metade ou mais de um meio da turma viu o filme, se mais, ou se menos da terça parte ou de um terço ou de um quarto... assistiu ao jogo Y. Assim, construiríamos uma atividade cujo ambiente de aprendizagem seria do tipo 5.

Nesse momento, você pode estar se perguntando: Uma atividade do tipo 3 poderia se transformar em uma atividade do tipo 4? Como? Sim, a palavra mágica é "se". E se das 129 pessoas que entraram no cinema, 15 adultos saíram antes de o filme terminar? Quantos adultos ficaram até o final? Podemos subtrair 15 de 129 para resolver essa questão? Por quê? Podemos ainda perguntar se, em vez de um terço, a metade de 129 fossem adultos? Quantos seriam adultos? Por que "não dá certo"? Como podemos resolver essa questão?

Com essa problematização, dentro do contexto artificial que Skovsmose (2008) chama de semi-realidade, a criança entra em um processo de investigação e de reflexão adicional. Afinal, esses novos dados não estavam no contexto inicial e a criança precisa pensar sobre essas informações adicionais. Gera-se, assim, um ambiente de discussão reflexiva e significativa em sala de aula, onde estudantes pensam sobre o que estão fazendo e ampliam sua aprendizagem conceitual. Dinâmica similar pode ser criada para se transformar um ambiente do tipo 5 em ambiente do tipo 6. Para isso, tomando o problema sobre futebol por exemplo, podemos fazer projeções. Quantos jogos faltam para acabar o campeonato? Que fração do todo já foi jogada? Quais times ainda têm chance de chegar em primeiro lugar? E, dessa forma, explorar o conteúdo matemático dentro da realidade na qual a criança está inserida.

Quando pensamos em estratégias significativas para o ensino e para a aprendizagem dos números racionais, não temos, necessariamente, que desprezar esses ou outros ambientes, mas temos que ter clareza do que queremos alcançar com cada um deles. É fundamental saber qual a nossa intenção com determinada atividade e que objetivo pretendemos alcançar.

Optamos pela metodologia qualitativa e exploratória em acordo com Behr *et al.* (1983) por entendermos que explorar experiências significativas e desafiadoras, reforçando as ideias de Skovsmose (2000, 2008), possibilita à criança desenvolver seu próprio conceito de número racional, particularmente quando as atividades estão conectadas à sua realidade. Esses cenários investigativos, gerados no processo pedagógico, se mostraram favoráveis ao ensino e à aprendizagem para a vida, além de nos ajudarem a responder à questão de pesquisa apresentada.

Desenvolvemos uma composição com mais de dez atividades lúdicas, tendo por base as habilidades da BNCC para o 2º e 3º anos do EF, utilizando recursos diversos presentes no entorno e no cotidiano das crianças: folhas de árvore, lápis de cor, brinquedos, palitos, pedrinhas, peças do material dourado, massinha de modelar.

Inicialmente, as atividades foram realizadas individualmente, com 7 crianças com idade variando de 5 a 8 anos, na qual o mediador tinha a intenção de explorar ideias não formalizadas e ainda empíricas, trazidas pelas crianças e relacionadas aos números racionais. Posteriormente, foram aplicadas com 7 estudantes de uma mesma turma de 5º ano com idades entre 10 e 11 anos que, de acordo com as observações da professora regente da turma, apresentavam dificuldades relacionadas aos números racionais em sua representação fracionária. Após atividades diagnósticas, decidimos investigar a prevalência de algumas das condições descritas por Piaget *et al.* (1960), como necessárias para existência de fração. As primeiras atividades foram gravadas, observadas, discutidas e avaliadas pelos pesquisadores. Após editadas, foram apresentadas em oficinas e minicursos da área. Todas essas interações estão disponibilizadas para consulta pública no canal Youtube https://www.youtube.com/channel/UCo4QjmkymcnNFyrZFhT5llw, na *playlist* "Racionais". Na produção das videoaulas, foram acrescentados comentários orais e escritos dos mediadores acerca das ações e das ideias trazidas pelas crianças.

Neste trabalho, apresentaremos cinco atividades desenvolvidas com a intenção de ilustrar possibilidades didáticas ao iniciar a ideia de número racional no princípio da escolarização. Selecionamos ações que corroboram com a introdução ao processo da construção do conceito de número racional sem a preocupação com a sua escrita formal ou ainda a notação fracionária, explorando algumas das condições descritas por Piaget *et al.* (1960) como importantes e necessárias para que se compreenda o conceito de fração. Além das identificações das condições (A), (C) e (D), destacadas no embasamento teórico, optamos também por identificar cada dinamizadora como Dz e cada criança como Cr.

4 Análise e discussão das atividades desenvolvidas

Atividade 1: Metades com barrinhas

Essa atividade explorou a ideia de fracionar quantidades e foi realizada com duas crianças, de 5 e de 8 anos. A Dz pediu à Cr de 8 anos que separasse 20 barrinhas e que desse a ela metade dessa quantidade. A Cr pega as 20 barrinhas e as separa intuitivamente em dois grupos, aparentemente iguais, e demonstra saber que a metade de 20 é 10, pois ao conferir o número de barrinhas em um dos grupos e perceber que só havia 8, imediatamente retira duas do outro grupo para completar 10 barrinhas. Em seguida, as 10 barrinhas encontradas pela Cr de 8 anos são entregues à Cr de 5 anos e a Dz pede que ela encontre a metade das 10 barrinhas.

A Cr usa as mesmas estratégias da outra Cr e demostra saber que a metade de 10 é 5 (Figura 8). Aqui se pode entender que as Cr possuem as condições (A). Existe uma totalidade— o inteiro— que pode ser dividida em um número determinado de partes iguais, (C). O todo se esgota, ou seja, não pode sobrar resto, não sobra remanescentes após essa divisão e (D) deve haver a igualização das partes, ou seja, o todo, seja discreto ou contínuo, precisa ser dividido em partes iguais para que cada parte seja considerada uma fração. Todas necessárias, segundo Piaget, para a compreensão do número fracionário.

Figura 8: Divisão em metades

Fonte: Arquivo da pesquisa

Atividade 2: Terças partes com barrinhas

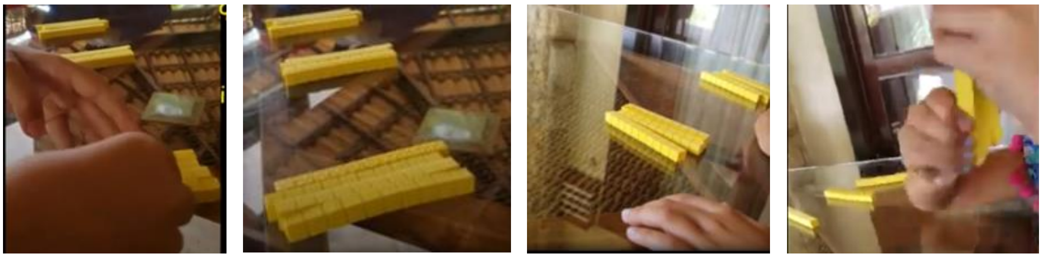
Continuando as atividades com as duas crianças, a Dz pede que encontrem a terça parte de 12 barrinhas. Afirma que metade dessa quantidade é muita coisa, que quer apenas a terça parte. A Dz já começa a provocar a ideia de comparação entre meios e terços, afirmando que metade é muito, então deseja menos, a terça parte. Daí a Cr de 8 anos pergunta como ela fará

ISSN 2764-3158

para encontrar a terça parte. Diferentemente do momento em que foi pedido para que encontrasse metades, a Cr demonstrou ter dúvidas quanto a estratégia que deveria usar, não utilizando a divisão das barrinhas em três partes iguais como recurso para encontrar as terças partes. Ela foi separando as barrinhas em cotas de três. Após mediação da Dz, dizendo que para encontrar terças partes é preciso dividir as barrinhas em três grupos iguais, imediatamente a Cr pareceu realizar mentalmente a divisão 12:3=4, então separou as barrinhas de 4 em 4 (Figura 9), formou três grupinhos e afirmou que a terça parte de 12 era 4, indicando a prevalência das condições (A), (C) e (D).

Já, para a Cr de 5 anos, a Dz pediu que encontrasse a terça parte de 9 barrinhas e ela separou as barrinhas em dois grupos, com 5 e com 4 barrinhas, indicando, talvez, a não observância ao princípio (D). Entretanto, logo a Dz percebeu que seria necessário dizer que, para encontrar terças partes, seria preciso separar as barrinhas em três grupinhos iguais. Então a Cr pegou três barrinhas, depois mais três e mais três até que acabassem, formando três grupos de três barrinhas (Figura 9). A Dz desconfiou que talvez ela tivesse separado as barrinhas por cotas de três e ao esgotá-las havia sido formado três grupos de três barrinhas. Para a Dz, não ficou claro se a Cr havia compreendido que, de fato, a terça parte de 9 é 3. Essa situação evidencia a necessidade do planejar e replanejar atividades que tragam objetivos bem claros acerca do que se deseja construir ou ainda avaliar com as propostas que levamos a estudantes, pois podemos minimizar questões que possam levar docentes a equívocos em suas avaliações, além de estudantes poderem criar falsas generalizações.

Figura 9: Terça parte com barrinhas



Fonte: Arquivo da pesquisa

Atividade 3: Metade e terça parte com cubinhos

A partir da experiência anterior, a Dz propõe atividade semelhante com ambas as Cr utilizando outro material: 12 cubinhos. Primeiro pede a divisão em metades. Dessa vez, a Cr de 5 divide certo e rapidamente. Já a Cr de 8 separa em dois grupos: um de 5 e outro de 7 cubinhos. A Dz pergunta se os dois grupos estão iguais, porque para ter a metade, a quantidade tem que ser a mesma nas duas metades. A Cr percebe, confere e corrige. Ambas Cr indicam que já estão iniciando o entendimento do processo de divisão em partes iguais, mas seus ritmos de processamento são diferentes. É preciso preparar atividades considerando essas diferenças.

A Dz quis saber se a Cr de 5 anos entendeu o que é terça parte. Pede para juntar as metades e ver quantos cubinhos tem agora. Ambos parecem entender a condição E, porque rapidamente informam que estão com 12 cubinhos. A Dz propõe então a ambas a proposta de encontrar a terça parte desses 12 cubinhos. Nesse momento, após a Dz reforçar que queria 3 grupinhos, 3 partes iguais, a Cr de 5 encontra a terça parte por repartição e a Cr de 8 parece fazer o cálculo mental da divisão 12:3=4 e já separa os três grupinhos de 4. Como nos ensina Vigotski (2002), os olhos, as mãos e a fala ajudam as crianças a resolverem suas tarefas práticas. Essa análise corrobora com a ideia de que é preciso vivenciar várias experiencias desse tipo para interiorizar os princípios (C) e (D).

ISSN 2764-3158

Figura 10: Terça parte de cubinhos

Fonte: Arquivo da pesquisa

Atividade 4: Terços e quintos com materiais de contagem

Na Figura 11, podemos ver a Cr de 5 anos encontrando a terça parte de 15 lápis e com pedrinhas e potinhos vazios encontrando a quinta parte de 10 pedrinhas. Para encontrar a quinta parte de 20 pedrinhas, já não precisou manusear o material. Observamos que, com a frequência de atividades com material de contagem e a mediação inicial, a Cr passa a fazer cálculo mental, mesmo auxiliada pela contagem com os dedos e já encontra a resposta da fração de quantidades sem precisar fazer a divisão por repartição em conjuntos. Confirma-se Vigotski (2003), pois aqui a memória mecânica já parece ser orientada pelo significado e se transforma em memória lógica, permitindo que a Cr, em alguns outros momentos, a use deliberadamente.

Figura 11: Encontrando terços e quintos com materiais de contagem da Natureza

Fonte: Arquivo da pesquisa

Atividade 5: O que é a terça parte de um inteiro qualquer? Que ações precisam ser realizadas para encontrarmos a terça parte de um inteiro qualquer?

Essa atividade contempla 4 estudantes de 5º ano do EF: J, JP, M e S. Pudemos observar a falta de compreensão do significado numérico da fração. Observamos ainda que apesar de já estarem utilizando a representação matemática formal de fração (a/b com b≠0), precisam trabalhar o embasamento prévio que poderia ter acontecido no início da escolarização.

Cada estudante recebeu uma quantidade de peças: 12, 15, 21 e 18. A professora pediu que separassem as peças em terços, mas não entenderam a proposta. Ela então pediu que separassem 1/3. Todos fizeram grupinhos de três até esgotarem suas peças, pois para as crianças, cada grupinho de 3 correspondia a 1/3 (Figura 12). Foi pedido que comparassem seus terços. Logo, a professora perguntou se a terça parte de cada uma daquelas diferentes quantidades poderia ser igual a 3 e, somente J, afirmou que não, pois algo estava errado, mas não sabia dizer o que. Continuando, a professora perguntou a cada um o que é preciso fazer para encontrar um terço de qualquer inteiro. Somente J disse que seria preciso dividir o que tem em 3 parte iguais. Os demais disseram que era preciso dividir de 3 em 3. Perguntados se todos realizaram o que havia dito e a resposta foi afirmativa. Então, foi pedido a J que repetisse o que havia dito e se havia feito o que disse. Em um primeiro momento, afirmou que sim, mas depois disse que estava errado, que precisaria dividir seus 12 elementos em 3 grupos iguais. Juntou todas as peças, mas não conseguiu encontrar uma estratégia para dividi-las em 3 grupos iguais. Enquanto

ISSN 2764-3158

isso, M percebeu que deveria dividir suas peças em 3 partes iguais e, antes de dividir suas peças, afirmou que se possuía 21 peças cada terço teria 7, afinal, disse ele, era só pensar na tabuada de 3. Nesse momento J ainda tentava buscar uma estratégia para formar 3 grupos iguais, então M a orientou a fazer 3 grupos. Logo depois J, M e S separaram suas quantidades em 3 grupos, mas não souberam justificar o porquê. Finalmente, J disse que dariam 4 peças em cada grupo, então foi contando de 4 em 4 e verificou que realmente. Dessa forma, havia conseguido encontrar 1/3 dizendo: *"Consegui pegar uma das 3 partes iguais, o inteiro tem 3 partes, 3 terços!"*

Ao analisarmos as ações desses estudantes, ficou claro que a expressão terços os remeteu a ideia de dividir em 3, mas não em três partes, e sim em cotas de 3. Esse tipo de exploração, em geral, ocorre no 3º ano do EF, considerando a divisão em partes iguais entre números naturais. Portanto, observamos que esses estudantes não relacionaram de forma natural a expressão terços à existência da totalidade de 3 partes de um inteiro.

Figura 12: Terça parte de um inteiro qualquer

Fonte: Arquivo da pesquisa

5 Considerações finais

Esse estudo tem nos evidenciado a fragilidade conceitual numérica com que as crianças avançam na formação escolar, especialmente no que se refere às primeiras construções e às representações relacionadas à ideia de número racional. Para responder "quando e como começar a explorar ideias iniciais da construção conceitual do número racional e que caminhos e recursos didáticos escolher", reforçamos o antigo alerta de Beher *et al* (1983) sobre a necessidade de se repensar atividades que desenvolvemos desde o princípio da escolarização.

Antes de optarmos por ensinar técnicas e operações envolvendo números racionais, é fundamental que, utilizando recursos simples e lúdicos, abordem o conhecimento acumulado da criança a fim de que ela se sinta estimulada a refletir sobre propostas de atividades e desafios que as levem à compreensão da unidade racional. Como nos ensina Vigotski (2003), o aprendizado geralmente precede o desenvolvimento. Dessa direção, pensarmos em atividades simples, mas com intenção pedagógica clara, com a pergunta certa do mediador, no momento certo, pode fazer toda a diferença na aprendizagem. Da mesma forma, explorar ambientes de aprendizagem investigativos, como sugere Skovsmose (2008), mas lúdicos e significativos, pode favorecer novos caminhos para a percepção da existência de outros conjuntos numéricos, de diferentes modos de contar: dois, três, cinco e meio, ...

Destacamos ainda que apesar da complexidade dos números racionais, evidenciada por Magina *et al.* (2009), entre outros pesquisadores, e intensificada nos conteúdos curriculares presentes no 4º ano do EF – segundo a BNCC, nosso estudo nos permite afirmar que é possível explorar, desde o início da escolarização, algumas das condições citadas por Piaget *et al.* (1960).. Atividades exploratórias como as aqui apresentadas podem contribuir com a construção significativa dos conceitos associados aos números racionais e à vida em sociedade.

Muito ainda temos a trilhar no estudo desse tema e este trabalho é apenas uma parte de um grande projeto de pesquisa. Embora— em uma busca aparentemente utópica— investigar, estudar, criar e desenvolver ambientes investigativos que explorem diferentes formas de

ISSN 2764-3158

representação que permitam docentes e estudantes caminharem juntos em favor do conhecimento é o que nos permite estudar e lutar por uma educação significativa e de qualidade.

Referências

Abrahão, A. M. C. (2016). Frações e decimais: compreender para ensinar números racionais. *Perspectivas da Educação Matemática*, 9(21), 680-701.

Behr, M.; Lesh, R.; Post, T; Silver, E. (1983). Rational-Number Concepts. In R. Lesh & M. Landau. (Org.) *Acquisition of Mathematical Concepts and Processes*. (pp. 91-126). Florida: Academic Press.

Brasil. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Básica. (2017). *Base Nacional Comum Curricular: Educação Infantil e Ensino Fundamental.* Brasília, DF.

Campos, T. M. M. & Rodrigues, W. (2007). A Ideia de unidade na construção do conceito do número racional. *Revista Eletrônica Educação Matemática*, 2(4), 68-93.

Duval, R. (2004). *Semiosis y pensamiento humano. Registros semióticos y Aprendizajes Intelectuales.* (2. ed.) Santiago de Cali, Colombia: Peter Lang S. A. Editions.

Fanizzi, S. & Tarouco V. L. (2021). O Sentido da Representação Fracionária para Alunos dos Anos Inicias: um estudo no contexto da pandemia. In: *Anais do VIII Seminário Internacional de Pesquisa em Educação Matemática* (pp.151-165). Uberlândia, MG (on-line).

Lima, J. M. F. (2001). Iniciação ao conceito de fração e o desenvolvimento da conservação de quantidade. In. Carraher, T. N. (Org,). *Aprender Pensando: Contribuições da Psicicologia Cognitiva para a Educação.* (15. ed., pp. 81-127). Petrópolis, RJ: Ed. Vozes.

Magina, S.; Bezerra, F. B.; Spinillo, A. (2009). Como desenvolver a compreensão da criança sobre fração? Uma experiência de ensino. *Revista Brasileira de Estudos Pedagógicos*, 90(25), 411-432.

Mandarino, S. P. M. (2019). *Fração: um novo número, um novo desafio. A introdução ao ensino de frações nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental*. Dissertação (Mestrado em Práticas de Educação Básica). Colégio Pedro II. Rio de Janeiro, RJ.

Nunes, T. e Bryant, P. (1997). Compreendendo números racionais. In: Nunes, T. e Bryant, P. *Crianças fazendo Matemática*. (pp.191-217). Porto Alegre, RS: Artmed.

Piaget, J.; Inhelder, B. e Szeminska. (1960). *The child's conception of geometry*. Trad. de E. A. Lunzer. New York: Harper e Torchbooks.

Scheffer, N. F. & Powell, A. B. (2020). Frações na educação básica: o que revelam as pesquisas publicadas no Brasil de 2013 a 2019. *RPEM*, 9(20), 08-37.

Silva, A. M. (2006). *Investigando a concepção de frações de alunos nas séries finais do Ensino Fundamental e do Ensino Médio*. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências, 104f.). Universidade Federal Rural de Pernambuco. Recife, PE.

Skovsmose, O. (2000). Cenários para investigação. *Bolema*, 14, 66-91.

Skovsmose, O. (2008). *Desafios da reflexão em educação matemática crítica*. (1. ed.). Campinas, SP: Papirus.

Vigotski, L. S. (2002). *A Formação Social da Mente* (t.5, 6. ed). São Paulo, SP: Martins Fontes.

Vigotski, L. S. (2003). *Pensamento e Linguagem* (4. ed.). São Paulo, SP: Martins Fontes.