

Resolução de Situações Multiplicativas e o Pensamento Funcional¹: Um Estudo com Estudantes do 3º e 5º ano do Ensino Fundamental de Niterói

Resolution of Multiplicative Situations and Functional Reasoning: A Study with 3rd and 5th Year Elementary School Students in Niterói

Vania Finholdt Angelo Leite²
Simone de Miranda Oliveira França³

Resumo: Este trabalho objetiva analisar as estratégias de resolução de 112 crianças do 3º e do 5º ano do ensino fundamental, sobre situações multiplicativas de proporção simples, que envolve a função afim. Enquanto estudo diagnóstico e qualitativo, apoiado nos Campos Conceituais Multiplicativos de Vergnaud, contribui com as discussões sobre pensamento algébrico nos anos iniciais. Analisamos as respostas, separando-as em categorias, para identificar os estudantes que apresentavam a estrutura algébrica. Concluímos que os acertos dos alunos do 3º ano (32,81%), indicaram uma compreensão da situação de proporção. No 5º ano, os acertos (45,6%) demonstraram entendimento da situação-problema proposta, evidenciados na explicitação das estratégias, revelando um pensamento funcional baseado na função afim.

Palavras-chave: Situações multiplicativas. Estratégias Pessoais. Pensamento Funcional.

Abstract: This study aims to analyze the problem-solving strategies of 112 children in the 3rd and 5th grades of elementary school, regarding multiplicative situations of simple proportion, which involve the affine function. As a diagnostic and qualitative study, supported by Vergnaud's Multiplicative Conceptual Fields, it contributes to the discussions on algebraic thinking in the early years. We analyzed the responses, separating them into categories, to identify the students who presented the algebraic structure. We concluded that the correct answers of the 3rd grade students (32.81%) indicated an understanding of the proportional situation. In the 5th grade, the correct answers (45.6%) demonstrated an understanding of the proposed problem-situation, evidenced in the explanation of the strategies, revealing a functional thinking based on the affine function.

Keywords: Multiplicative situations. Personal Strategies. Functional Thinking.

Introdução

Em dezembro de 2017 a Base Nacional Comum Curricular (BNCC) foi aprovada para implementação no Ensino Fundamental, do 1º ao 9º ano (Brasil, 2017). Delineada como um documento que referencia, em nível nacional, os conhecimentos, as competências e as habilidades essenciais a serem desenvolvidas por todos os alunos ao longo de sua escolaridade, nas cinco áreas de conhecimento (Linguagens, Matemática, Ciências da Natureza, Ciências Humanas e Ensino Religioso), a sua chegada às escolas tem sido atravessada por diferentes percepções, críticas e reflexões quanto ao que se propõe para ser ensinado (Calazans; Silva, 2021).

¹ Algumas pesquisas utilizam o termo pensamento funcional e, outras, raciocínio funcional, para tratar sobre a relação entre grandezas e generalizações. Neste trabalho, optamos pelo termo pensamento funcional.

² Universidade do Estado do Rio de Janeiro • Rio de Janeiro, RJ — Brasil • ✉ vfaleite@uol.com.br • **ORCID** <https://orcid.org/0000-0003-4583-7165>

³ Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro • Rio de Janeiro, RJ — Brasil • ✉ simonemofranca@gmail.com • **ORCID** <https://orcid.org/0000-0002-2274-1956>

No tocante à área de Matemática, o documento a estrutura em cinco unidades temáticas a saber: Números, Álgebra, Geometria, Grandezas e Medidas, e Probabilidade e Estatística (Brasil, 2017). O texto considera que há uma interlocução entre as unidades temáticas e que os diversos campos da Matemática abrangem um conjunto de ideias essenciais que são: equivalência, ordem, proporcionalidade, interdependência, representação, variação e aproximação. A unidade Álgebra objetiva o desenvolvimento de um tipo de pensamento – o pensamento algébrico. Este,

é essencial para utilizar modelos matemáticos na compreensão, representação e análise de relações quantitativas de grandezas e, também, de situações e estruturas matemáticas fazendo o uso de letras e outros símbolos (BNCC, 2017, p. 268).

O texto anteriormente citado sinaliza que o trabalho com a álgebra, nas turmas do 1º ao 5º ano, não tem como foco as operações algébricas, mas deve voltar-se para o “desenvolvimento da capacidade de construção de relações entre números” (Dos Santos; Bataglia, 2021, p. 201). Embora o documento deixe claro o foco a ser desenvolvido, este ainda é um campo bastante desafiador para os professores desse segmento, uma vez que – seja pela ausência da formação, seja pela experiência enquanto discente com a álgebra, ou por outros motivos que possam atravessar a sua prática – as propostas de atividades para esse campo geram dúvidas e inseguranças aos docentes (Idem, 2021), o que poderá influenciar em como os alunos vão desenvolver o pensamento algébrico. Ao considerarmos esse contexto, entendemos como é importante ratificar o que é sinalizado no trabalho Cabral, Oliveira e Mendes (2019), apoiados nas contribuições de Kieran (2004) e Blanton *et al.* (2011), de que atividades como a análise de relações entre quantidades, identificação de estruturas, resolução de problemas, modelação e justificação e prova, bem como a generalização de relações entre quantidades, são aspectos fundamentais para o desenvolvimento do pensamento funcional, no universo algébrico.

As pesquisas desenvolvidas por Blanton e Kaput (2005), Carraher e Schiliemann (2008) têm sugerido a proposta de *Early Algebra* desde os anos iniciais. É uma abordagem baseada em discussão, análise, conjecturas, exposição de ideias e contra-argumentação validada e implementada pelos professores na identificação de padrões, relações numéricas e resolução de problemas, buscando regras e generalizações. É uma mudança no ensino com o intuito de desenvolver o pensamento algébrico dos estudantes, que evoluirá ao longo de muitos anos, mas não significa que precisamos esperar que os estudantes cheguem aos anos finais do fundamental para abordar Álgebra.

No Brasil, pesquisas anteriores de Magina, Santos, Merlini (2014), Vieira, Abrahão (2021), Muniz (2021) e Marmelo (2022) investigaram a relação entre o Campo Conceitual Multiplicativo e as resoluções das situações multiplicativas, por estudantes dos anos iniciais. No entanto, não abordaram a relação desse campo conceitual com o pensamento funcional. Já o estudo de Magina e Molina (2023) analisam as estratégias de estudantes de 4º, 5º e 6º ano ao resolverem situações-problema verbais de proporção em que estão implícitas as relações funcionais.

Esse estudo aproxima-se da proposta deste artigo por analisar as estratégias dos estudantes e sua relação com o pensamento funcional, mas se diferencia por focar o 3º e 5º ano e pelo tipo de situação-problema de proporção simples, envolvendo valor constante. Entendemos que essas estratégias podem ser representadas por desenhos, números e sentenças uma vez que, não é esperado nos anos iniciais, a representação por escritas alfanuméricas. A partir do exposto, este trabalho objetiva analisar as estratégias de resolução de crianças do 3º e do 5º ano do ensino fundamental, sobre situações multiplicativas de proporção simples, que

envolve a função afim. Escolhermos o 3º ano por ser o início do trabalho com a multiplicação e o fechamento do Ciclo de Alfabetização, e o 5º ano, por este finalizar os anos iniciais da educação básica.

Foram analisadas as produções de 112 alunos da cidade de Niterói (RJ), sendo 54 do 5º ano (10 anos) e 58 do 3º ano (8 anos) do Ensino Fundamental. Para esse estudo, elegemos a questão 5 do protocolo impresso de investigação subdividida em letra A, B e C, que foca a situação-problema de proporção simples, envolvendo o pensamento funcional. Tomamos como questão de investigação: em que as estratégias de resolução de problema de proporção simples, apresentadas por estudantes do 3º e 5º ano, aproximam-se de uma estrutura de resolução algébrica, envolvendo o pensamento funcional?

Assim, o presente texto organiza-se da seguinte maneira: 1) Introdução; 2) Situações de Proporção Simples e o Pensamento Funcional – aborda a relação entre a situação-problema multiplicativa e o pensamento funcional; 3) Caminho Metodológico – descreve as etapas da investigação; 4) Análises das Questões – trata da análise relacionando-a com o referencial teórico; e, por fim, as considerações finais.

Situações de Proporção Simples e o Pensamento Funcional

Vergnaud (2014) afirmava que para a construção de um conceito é necessário que o estudante interaja com variadas situações, por considerar que em cada situação há vários conceitos envolvidos, o que ele denominou de Campo Conceitual. Isto se deve, porque aprender multiplicação vai além das operações: “estas estruturas envolve muitos conceitos, como fração, funções linear, bilinear e não linear, razão, taxa e proporção, dentre outros” (Gitirana *et al*, 2014, p. 24). Para Vergnaud (1996), a proporção simples é o tipo mais usual de uma situação multiplicativa, envolvendo relações quaternárias, sendo a base dos conceitos de proporção. Nas situações de proporção simples existe uma relação entre duas grandezas, vistas da seguinte forma: duas informações explícitas sobre uma das grandezas, uma informação já conhecida sobre a outra grandeza e uma última informação sobre essa mesma grandeza, desconhecida.

Na pesquisa realizada por xxxxx, xxxxxxxx, xxxxxxxx, xxxxx, xxxxx, xxxx *et al*. (2023), foram aplicadas duas situações-problema de proporção simples. Seleccionamos uma delas para discutirmos nesta produção, com o objetivo de analisar as estratégias de resolução apresentadas por crianças do 3º e do 5º ano do ensino fundamental, sobre essas situações de proporção simples, que envolvem a função afim. Os critérios para a escolha dessa questão serão explicitados mais adiante. Esse recorte será analisado em duas etapas: a primeira nos ajudará a compreender a estrutura do cálculo relacional e a ideia de proporcionalidade, que se apresenta na etapa inicial da questão; a segunda, tratará da análise da questão completa, a partir das respostas dos alunos.

Destacamos que, matematicamente, uma relação entre duas grandezas pode ser considerada uma função se, necessariamente: todas as medidas da primeira grandeza têm relação com a segunda grandeza e, as mesmas, relacionam-se de forma única. No caso da situação-problema proposta, temos a grandeza “quantidade de acarajé” relacionando-se com a grandeza “valor pago”. Podemos dizer que o valor pago é obtido em função da quantidade de acarajés comprados. Podemos imaginar quantos acarajés queiramos comprar e cada quantidade de acarajés tem um único valor associado a essa quantidade. Não podemos ter, por exemplo, a quantidade “3 acarajés” com valores distintos, porque, nesse caso, não teríamos uma função

definida se fosse possível atribuir, à mesma quantidade de acarajés, valores distintos (3 acarajés custam 30 reais ou 50 reais).

Essa relação, obedecendo às duas condições, passa a ser chamada de Função e é expressa por uma lei de formação (ou lei da função). Voltando ao nosso exemplo, temos a lei de formação expressa por $f(x) = 10 \cdot x$, em que x é a quantidade de acarajés, chamada variável independente e $f(x)$, que mais tarde também pode ser chamado de y , será a nossa variável dependente (o valor a ser pago que depende da quantidade de acarajés a ser comprado). Portanto, nossa função pode ser expressa por $f(x) = 10 \cdot x$ ou $y = 10 \cdot x$. Toda função que pode ser expressa por uma lei de formação $f(x) = a \cdot x + b$, em que a e b são números reais e x pode assumir também qualquer valor real, é chamada de *Função Afim*. Desse modo, como particularidades, se em uma função afim, $b = 0$, então temos o que chamamos de uma *Função Linear* e ela será expressa por $f(x) = a \cdot x$.

A primeira parte da questão selecionada pode ser compreendida pela proposta que segue: O preço de um acarajé custa 10 reais. Quanto pagarei por 5 acarajés? E por 10? E por 50 acarajés? Essa proposta pode ser representada conforme o quadro a seguir:

Quadro 1: Representação da situação-problema

Cálculo Relacional		
Acarajé		Valor Final
1	→	10
5	→	?
10	→	?
50	→	?

Fonte: As autoras (2024).

O estudante poderá estabelecer a relação entre 1 acarajé que custa 10 reais. Se for comprar 5 acarajés, quanto será pago? Existe uma relação proporcional, à medida que aumenta o número de acarajés a serem comprados, também aumentará o valor a ser pago. A quantidade de acarajés é uma grandeza, enquanto o valor é outra grandeza. Portanto, temos duas grandezas que se relacionam proporcionalmente. Envolve a ideia de dependência entre a quantidade de acarajés e o valor a ser pago por eles, isto é, o valor a ser pago pela compra dos acarajés dependerá da quantidade a ser adquirida. É uma situação significativa para os estudantes dos anos iniciais, para pensarem na relação de dependência entre duas variáveis, conforme explicitado anteriormente, quando tratamos sobre a compreensão a respeito de função.

Para solucionar a questão, o estudante poderá buscar identificar a razão da comparação multiplicativa, que no exemplo é uma razão ($\times 10$). Essa é uma das propriedades da multiplicação, que é a relação de proporcionalidade, também conhecida por função linear. A mesma pode ser expressa por $f(KA) = K \cdot f(A)$. Sendo k um número sem dimensão (um escalar). No caso dos acarajés, podemos utilizar a fórmula da função linear:

- $f(10 \times 1 \text{ acarajé}) = 10 \times f(1 \text{ acarajé}) = 10 \times 1 \text{ acarajé} = 10 \text{ reais}$
ou seja:
- $f(10 \times 5 \text{ acarajés}) = 10 \times f(5 \text{ acarajés}) = 10 \times 5 \text{ acarajés} = 50 \text{ reais}$.

Entendendo que f é função que relaciona A (quantidade de acarajés a ser comprada) por meio de K (a razão multiplicativa, ou o fator de proporcionalidade), com o valor pago na quantidade de acarajés. Outra maneira de solucionar a situação proposta será pela busca da taxa de proporcionalidade, relacionando a quantidade de acarajés com o valor de cada um. Aqui parte-se do pressuposto de que a proporcionalidade simples é um caso de função linear. Então,

$f(x) = a \cdot x$, sendo que a é o valor da unidade, também conhecido como coeficiente de proporcionalidade, coeficiente de dimensão ou taxa de proporcionalidade.

$$f(5) = 10.5 \text{ então, } f(5) = 10.5 = 50 \text{ reais}$$

Conforme tratado anteriormente, a situação problema selecionada foi composta por duas etapas: na primeira, a relação de proporcionalidade envolvendo função linear e, na segunda, o valor constante, compondo uma função afim. Dessa forma, ao considerarmos a situação problema completa, encontramos a seguinte proposição:

Quadro 2: Situação - Proporção Simples

A loja de acarajé de Edite só vende por entrega. Cada acarajé custa R\$10,00. A taxa de entrega, de R\$8,00, é fixa, não importa a quantidade de acarajés.

- A) Ontem comprei 5 acarajés e ela entregou na minha casa. Qual foi o valor que tive que pagar para ela?
B) Domingo meus primos vão lá em casa e vou comprar 10 acarajés da Edite para entregar em casa. Quanto terei que pagar?
C) Mês que vem terá uma festa do colégio e eu comparei 50 acarajés, que Edite vai entregar na escola. Quanto vou pagar?

Total Acarajé		Valor Acarajé		Taxa Entrega		Valor Final
1	→	R\$ 10,00	+	R\$ 8,00	=	R\$ 18,00
5	→	$VA \times 5$	+	VT	=	?
10	→	$VA \times 10$	+	VT	=	?
50	→	$VA \times 50$	+	VT	=	?

$\underbrace{\hspace{10em}}_{\text{Função}} \quad \underbrace{\hspace{10em}}_{\text{Valor Constante}}$

TA: Total Acarajé. VA: Valor Acarajé. VT: Valor da Taxa de Entrega. VF: Valor Final.

Fonte: Da pesquisa (2023).

Todas as situações envolvem a proporção simples, de um para muitos. O valor unitário de cada acarajé é 10 reais, e em cada questão, busca-se identificar o valor de 5, 10 e 50 acarajés. Após encontrar o valor total pago pelos acarajés, o estudante precisará acrescentar o valor fixo da entrega, que são 8 reais. O que se busca nas três questões é o valor final da compra. Na escrita algébrica $f(x) = x.10 + 8$ entende-se que x é a quantidade dos acarajés, que varia em cada situação e $f(x)$ é o valor final que se busca identificar.

Uma primeira inferência que podemos fazer, ao propor situações utilizando essa estrutura de resolução, é a de que a mesma pode vir a viabilizar um melhor entendimento e domínio sobre a formalização do conceito de função, visto nos anos finais do ensino fundamental. O desenvolvimento de outras formas de pensamento, na faixa etária do 1º ao 5º ano da educação básica, remete-nos à clareza de que, apesar de essas crianças ainda estarem mais no universo do pensamento concreto, a percepção de que se pode criar uma forma de resolução na qual generalizamos o valor a ser pago (como na questão proposta), apenas mudando a quantidade dos acarajés, sem a necessidade de repetirmos todo o pensamento de resolução a cada número de acarajés mudado, aproxima à formalização do conceito de função,

num pensamento puramente abstrato, dos anos finais. Essa inferência se representa nas análises a serem feitas no presente trabalho.

Caminho Metodológico

Sinalizamos anteriormente que esse estudo faz parte de uma investigação sobre o raciocínio e as estratégias dos estudantes envolvendo conceitos algébricos, com 985 estudantes do 1º ao 5º ano de quatro cidades brasileiras. Os estudantes resolveram em sala de aula um caderno impresso com 10 situações-problema composto da seguinte forma: duas questões envolvendo sequência repetitiva, três de sequência crescente, duas questões de equivalência, uma sobre função linear e, duas envolvendo função afim. A escolha dessa questão se justifica em função de ser a única em que as crianças explicitaram a sua resolução. Igualmente, esta questão apresentou o maior número de acertos desses estudantes, quando comparada à outra questão com o mesmo foco. A professora leu cada uma das dez questões para os estudantes para que não houvesse dúvida com relação à compreensão leitora.

O recorte aqui apresentado é um estudo diagnóstico, que tem por objetivo analisar as estratégias de resolução de crianças do 3º e do 5º ano do ensino fundamental, sobre situações multiplicativas de proporção simples, que envolve a função afim. Escolhermos o 3º ano por ser o início do trabalho com a multiplicação e o final do Ciclo de Alfabetização, e o 5º ano, por este finalizar os anos iniciais da educação básica. Foram analisadas as produções de 112 alunos da cidade de Niterói (RJ), sendo 54 do 5º ano (10 anos) e 58 do 3º ano (8 anos) do Ensino Fundamental. Para esse estudo, elegemos a questão 5 do caderno (letras A, B e C), que foca a situação-problema de proporção simples, que envolve o pensamento funcional, representado na figura que segue:

Figura 1- Questão 5

5) A loja de acarajé de Edite so vende por entrega. Cada acarajé custa R\$ 10,00. A taxa de entrega é R\$ 8,00 e é fixa, não importa a quantidade de acarajés.

A) Ontem comprei 5 acarajés e ela entregou na minha casa.

Qual foi o valor que tive que pagar para a ela?

Acarajé	Real	Taxa de Entrega
		
	?	

Resposta: _____

Fonte: Da pesquisa (2023).

Para a análise do recorte escolhido, reafirmamos a seguinte questão norteadora: em que as estratégias de resolução de problema de proporção simples, apresentadas por estudantes do 3º e 5º ano, aproximam-se de uma estrutura de resolução algébrica, envolvendo o pensamento funcional? Após as observações das repostas apresentadas, quantificamos todas elas em três grupos: certas, erradas e em branco. Na sequência, passamos para a etapa seguinte em que, entre as respostas apresentadas, excetuando-se as que estavam erradas e em branco, analisamos as estratégias de resolução. Este procedimento de análise ocorreu em função do fato de que as questões consideradas erradas, apresentavam somente o resultado, sem nenhum tipo de registro que possibilitasse uma análise. Após essa fase, elaboramos três categorias para identificar o que os estudantes apresentavam sobre a estrutura algébrica em seus procedimentos:

Quadro 3 – Categorias de Análise

I) Pensamento funcional:

- Apresentavam o processo multiplicativo 10×5 ; 10×10 ; 10×50 ; mas não somavam o resultado com o valor de entrega (vide figura 3 – Ref. AB5A)

II) Pensamento funcional com resolução pela adição:

- Somavam sucessivamente por 10 e depois somavam o resultado com o valor de entrega (vide figura 4 – Ref. A5A)

III) Pensamento funcional com resolução pela multiplicação:

- Utilizavam a multiplicação e somavam o resultado com o valor de entrega. (vide figura 3 – Ref. J5B)

Fonte: Dados da pesquisa (2024).

Análises das Questões

Para melhor compreensão da análise realizada, importante esclarecer o nível de dificuldade das questões. A situação proposta na letra A, viabiliza a sua resolução por três caminhos: estratégia de contagem, soma sucessiva ou estrutura multiplicativa. Já as situações apresentadas nas letras B e C, a resolução implica diretamente o uso da multiplicação, em função do produto das quantidades envolvidas. Entretanto, ainda assim, duas crianças apresentaram a tentativa de resolução por soma sucessiva, não perfazendo todo o processo necessário para encontrar a solução.

Isso posto, no primeiro momento da análise, procedemos com um levantamento referente ao quantitativo de acertos, erros e em branco, considerando as 112 respostas⁴ dos dois anos de escolaridade. O resultado pode ser identificado na tabela que segue:

Tabela 1: Quantitativo de Resposta da Questão A

DESCRIPTIVO	3º ANO	5º ANO
Em branco	19	8
Errada	25	22
Parcialmente certa	1	0
Certa	13	23

Fonte: Dados da pesquisa (2024).

Na questão A, houve 23 acertos dos alunos do 5º ano e 13 acertos do 3º ano, mas nenhuma das respostas apresentou a sua resolução; constava apenas o resultado, sem cálculo ou qualquer outro registro. Era esperado que os estudantes do 5º ano se saíssem melhor do que os do 3º ano, ao considerarmos que os mais novos estavam iniciando o trabalho com a multiplicação. Com relação às respostas erradas, a turma do 5º ano teve 22 respostas equivocadas, enquanto os alunos do 3º ano apresentaram 25. Quanto às respostas em branco, tivemos 19 no 3º ano e 8 no 5º ano.

A respeito desses dados, alguns pontos podem ser destacados:

⁴ Apresentaremos os números em absolutos, uma vez que os dados da pesquisa macro são assim representados.

1. Embora a questão A tenha vindo com a representação pictórica, os dados sinalizam que essa representação não auxiliou na resolução da situação para os estudantes do 3º ano, uma vez que 77,7% deles não obtiveram êxito na questão. É fato que as informações matemáticas, presentes no texto da situação-problema, assim como todo e qualquer apoio visual que colabore com a sua compreensão, são extremamente fundamentais (Smole, 2001). Entretanto, ao observarmos alguns dos registros de alunos do 3º ano, que estavam na passagem das estruturas aditivas para a multiplicativa, a representação pictórica foi entendida como um componente único de resolução e, portanto, os dados deveriam ser somados. O apoio pictórico não contribuiu para a compreensão da relação entre grandezas, preponderando, em alguns casos, ao próprio enunciado.

2. Outro aspecto a ser considerado é que, embora a situação possa ser resolvida também pela estrutura aditiva, a introdução da multiplicação no 3º ano pode ter tido predominância quanto à sistematização do cálculo a ser feito. Entretanto, por não estar ainda formalizado o mecanismo operatório multiplicativo, algumas crianças responderam apenas colocando um número, para representar uma resposta.

3. Não houve nenhum estudante que demonstrou sua estratégia pessoal. Isso pode ter ocorrido, talvez, porque no protocolo da pesquisa não havia um espaço destinado para os registros, como ocorre nas situações B e C. Por outro lado, Vergnaud (1993) considerou que a não expressão do “como fazer”, que seria de pertinência ao conhecimento predicativo, caracteriza especificamente, o que ele denominou de conhecimento operatório. Somente um estudante, do 5º ano, deixou os cálculos, como podemos ver a seguir:

Quadro 4: Situação-problema/Letra A

A loja de acarajé de Edite só vende por entrega. Cada acarajé custa R\$10,00. A taxa de entrega, de R\$8,00, é fixa, não importa a quantidade de acarajés.

A) Ontem comprei 5 acarajés e ela entregou na minha casa. Qual foi o valor que tive que pagar para ela?

Fonte: Dados da pesquisa (2023).

Na ilustração a seguir, podemos observar o registro de um estudante do 5º ano:

Figura 2: Ilustração/ Tipo de Resposta da questão A

Acarajé	Real	Taxa de Entrega
	 $\begin{array}{r} 16 \\ +60 \\ \hline 76 \end{array}$	
60\$	Resposta: _____	

Fonte: Dados da pesquisa (2023).

O estudante escreveu 60 reais abaixo dos 6 acarajés, provavelmente realizou uma multiplicação mental. Depois, somou 16 reais das duas taxas de entrega com os 60 reais, resultando em 76 reais. Ele não distinguiu que a 1ª linha do desenho demonstrava a relação de 1 acarajé com o valor da entrega e da taxa. Na sua resolução, o estudante desconsiderou que a taxa da entrega era fixa, ou seja, independentemente da quantidade de acarajés a ser entregue, o valor não se modificaria: ele somou duas vezes o valor de entrega. Embora o raciocínio multiplicativo seja o esperado para um aluno do 5º ano, não podemos ignorar que esse processo também possa ter sido realizado pelo mecanismo aditivo.

No que se refere à questão B, a tabela a seguir demonstra os seguintes resultados: os alunos do 5º ano apresentaram 4 respostas em branco e, os do 3º ano, 18. Quanto às respostas erradas, encontramos um total 26 e 24 do 5º e 3º ano, respectivamente. Computando as respostas certas, identificamos que o maior número de acerto foi de 23, no 5º ano, e de 15, no 3º ano. Em quase todos os resultados, é possível identificar que houve avanços quanto aos quantitativos levantados, com relação à questão A.

Tabela 2: Quantitativo de Resposta da Questão B

DESCRIPTIVO	3º ANO	5º ANO
Em branco	18	4
Errada	24	26
Parcialmente certa	0	0
Certa	15	23

Fonte: Dados da pesquisa (2024).

A seguir, retomamos a questão B, apresentada no protocolo:

Quadro 5: Situação-problema/Letra B

A loja de acarajé de Edite só vende por entrega. Cada acarajé custa R\$10,00. A taxa de entrega, de R\$8,00, é fixa, não importa a quantidade de acarajés.

B) Domingo meus primos vão lá em casa e vou comprar 10 acarajés da Edite para entregar em casa. Quanto terei que pagar?

Fonte: Dados da pesquisa (2023).

A partir da situação-problema proposta na questão B, foi possível estabelecer um levantamento das respostas a partir das categorias delimitadas, presentes na Tabela 3. A esse respeito, as respostas obtidas puderam ser quantificadas da seguinte maneira:

Tabela 3: Categorias de Análise - Estratégias Apresentadas/Questão B

CATEGORIAS	TOTAL
• Cálculo com resposta errada, mas com pensamento funcional	11
• Pensamento funcional	3
• Pensamento funcional com resolução pela adição	0
• Pensamento funcional com resolução pela multiplicação	11

Fonte: Dados da pesquisa (2024).

Notamos na tabela 9 que nenhum estudante do 3º ano deixou sua estratégia no protocolo de pesquisa. Por esse motivo, só temos as categorias de análise das estratégias do 5º ano. A esse respeito, alguns aspectos podem ser observados:

1. Na questão B, não foi identificada nenhuma estratégia em que a adição sucessiva se fizesse presente nos registros apresentados pelos estudantes. Nesse caso, é possível considerar que os alunos se voltaram para os procedimentos de multiplicação, uma vez que o seu uso já seria de conhecimento deles, que a ênfase seja na resolução voltada para a técnica. Poucos alunos lançaram mão de estratégias pessoais que pudessem apoiar o seu raciocínio.

2. Das 23 questões respondidas erradas, 11 apresentaram estratégias com o pensamento funcional. O erro, nesse sentido, representa para nós um conhecimento em construção (Spinillo *et al.*, 2014), que não pode ser descartado quanto à formulação do conceito algébrico.

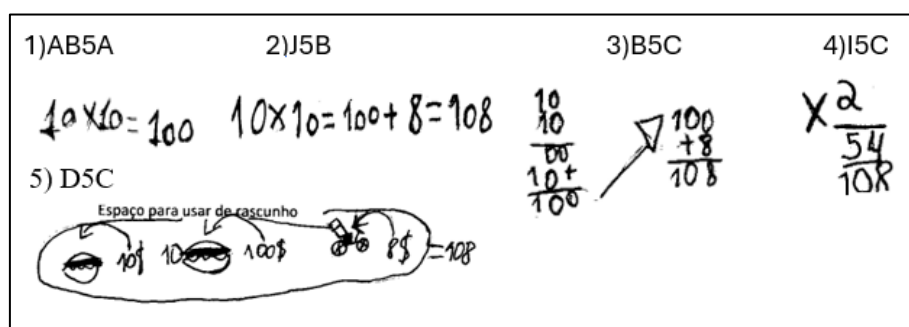
3. No estudo em questão, temos 14 estudantes do 5º ano que expressaram o pensamento funcional nas situações multiplicativas de proporção simples, mas que precisavam considerar o valor fixo da entrega para ter êxito na resolução do problema. O valor final implicava considerar duas quantidades fixas: o valor do acarajé e o da entrega. Ao não contemplar este último valor na resolução, o pensamento funcional vincula-se à noção de *função linear*, uma vez que o cálculo apresentado considerou $f(x) = a.x$.

Nesses casos, é importante que a professora identifique o modo como os estudantes estão formalizando as suas resoluções e a maneira como os registros são feitos, pois eles evidenciam a compreensão dos estudantes sobre a estrutura multiplicativa e sua relação com a função afim. Concordamos com Smole, em que os registros evidenciam o conhecimento que os estudantes possuem, “revelando sua compreensão do próprio problema e o domínio que possuem dos conteúdos matemáticos que fazem parte daquela atividade” (Smole, 2001, p. 126). Essa percepção por parte das docentes permite a realização de intervenções que ajudem os alunos a apropriar-se dos conceitos esperados para o ano de escolaridade.

Ainda no campo de análise das respostas da situação B, é possível observar na imagem a seguir diferentes estratégias utilizadas pelos estudantes para a resolução da situação proposta. O aluno D5C fez um desenho para representar o valor unitário e o de dez acarajés, como também a taxa de entrega, totalizando 108 reais. Percebe-se que esse aluno demonstra ter o conhecimento das etapas de resolução: a relação entre grandezas, embora o seu registro não apresente o cálculo formalizado. Tivemos três estudantes do 5º ano, como de AB5A, que mostram em sua estratégia o pensamento funcional (10×10); eles conseguiram identificar a razão da proporção $f(10 \times 10) = 10 \times f(10 \times 10) = 100 \text{ reais}$. No entanto, não consideraram o valor da entrega desses acarajés. Por isso, não somaram 8 ao resultado da compra.

Dos 54 estudantes do 5º ano, 11 deles representaram o pensamento funcional pela multiplicação, como apontam as resoluções dos alunos B5C e J5B:

Figura 3: Estratégias dos estudantes do 5º ano



Fonte: Dados da pesquisa (2023).

Quanto à estratégia do estudante I5C, a resposta encontrada corresponde ao custo total da compra dos acarajés, mais a taxa de entrega, que seria de 108 reais. A partir do total, ele encontrou a metade de 108, no caso 54, e multiplicou por 2. Apesar de não termos pistas evidentes de como o aluno chegou ao valor final, podemos dizer que a sua estratégia é mais sofisticada do que as apresentadas anteriormente.

Quanto à terceira situação-problema, que corresponde à letra C, na tabela temos:

Tabela 4: Quantitativo de Resposta da Questão C

Fonte: Dados da Pesquisa (2023).

Considerando as categorias de análise, a tabela a seguir nos sinaliza o resultado das estratégias utilizadas na situação C:

Tabela 5: Categorias de Análise - Estratégias Apresentadas/Questão C

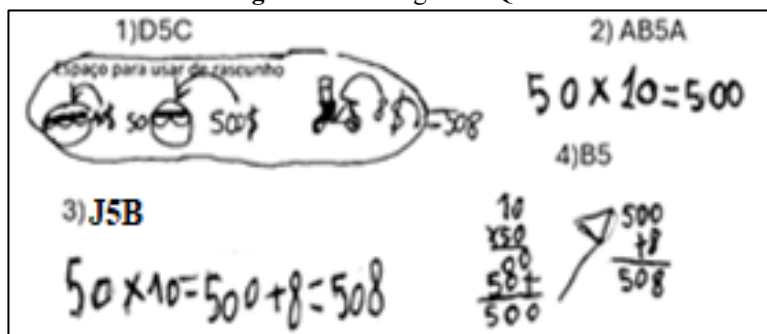
CATEGORIAS	TOTAL
• Cálculo com resposta errada, mas com pensamento funcional	10
• Pensamento funcional	0
• Pensamento funcional com resolução pela adição	0
• Pensamento funcional com resolução pela multiplicação	2

Fonte: Dados da pesquisa (2023).

Conforme sinalizado na Tabela 9, obtivemos 20 respostas para essa situação-problema, com os alunos do 5º ano. Na Tabela 11, anteriormente, notamos que 10 estudantes utilizaram o operador escalar para expressarem suas estratégias. Entendemos que essa opção pode ter sido a mais utilizada porque, muitas vezes, no processo de ensino, é indicado aos estudantes que multipliquem o maior número com o menor (50×10). Esse tipo de resolução foi recorrente na pesquisa de Magina e Molina (2023). Entretanto, embora o resultado seja o mesmo (50×10 ou 10×50), ao estabelecer a multiplicação do número maior pelo número menor, o produto será a quantidade de acarajés e não o valor a ser cobrado (sem a taxa de entrega). Essa é uma observação importante a ser feita na intervenção da atividade pela docente, refletindo com a criança ou com a turma, o que se está buscando encontrar como resposta.

Na figura a seguir temos as representações apresentadas na questão C:

Figura 5: Estratégias da Questão C



Fonte: Dados da Pesquisa (2023)

Sobre as estratégias presentes na Figura 4, podemos atentar para os seguintes pontos:

1. O estudante D5C representou por desenho os acarajés e o valor da entrega, totalizando 508 reais. O desenho serve como suporte para a interpretação da situação proposta e, por si só, ainda comunica a estratégia utilizada pela criança para resolver a questão.

2. Por outro lado, o aluno AB5A, multiplicou 50 vezes 10 encontrando 500, mas não contabilizou o valor da entrega dos acarajés. Essa resolução e sua análise também foram discutidas em algumas das respostas analisadas na questão B.

3. O 3º estudante, *J5B*, representou semelhantemente ao 2º estudante, considerando os 8 reais da entrega. Essa estratégia, por meio do operador funcional, é “um conhecimento de base para o trabalho com o conceito de função nos anos mais avançados de escolaridade” (Magina, Merlini e Santos, 2016, p. 70) e, por sua vez, ratifica a relevância do trabalho com situações-problema cuja estrutura viabilizem o pensamento algébrico.

4. A quarta criança, *B5*, fez o algoritmo da multiplicação e depois do resultado acrescentou 8. Essa estratégia diferencia-se do 3º estudante pelo fato de ela apresentar a sistematização do cálculo em suas etapas, na multiplicação número a número, ou seja, há variação no modo como esse registro escrito foi formalizado. Em ambos os casos, entretanto, é possível observar que os alunos demonstram o raciocínio que toma por base a função afim.

Considerações Finais

Retomamos à questão norteadora, cujo intuito é analisar as estratégias pessoais dos estudantes do 3º e do 5º ano, na situação de proporção simples, verificando o quanto eles se aproximam do pensamento funcional.

Notamos que os estudantes do 3º ano, que acertaram as respostas, apresentaram apenas o resultado, sem explicitar as suas estratégias, seja pela soma sucessiva ou pela operação multiplicativa. Isso sugere, provavelmente, que eles ainda não conseguem explicitar seu raciocínio, nem descrever os passos que o levaram à resposta da questão. Em alguns casos essa não representação pode ocorrer por diferentes motivos, como ainda não ter o domínio da técnica operatória. Nesta produção, não aprofundamos esse aspecto junto aos alunos, mas consideramos que os estudantes apresentam a forma operatória de conhecimento que, de acordo com Vergnaud (1993), significa dizer que eles certamente *percebem* a relação de proporcionalidade (também conhecida como função linear), mas para que passem da percepção e cheguem à generalização, é importante que a professora crie espaços para a discussão da situação-problema, da explicitação das estratégias e das formas de registrar/representar o raciocínio (Smole, 2001). Essa explicitação serve para que os alunos *demonstrem* a relação de proporcionalidade, etapa fundamental para generalização.

Por outro lado, os estudantes do 5º ano que conseguiram explicitar as estratégias na solução das questões, mesmo não sendo a maioria dos alunos, apresentaram a forma predicativa do conhecimento (Vergnaud, 1993). O fato de esses estudantes registrarem suas estratégias possibilita a professora identificar o que eles já percebem da relação de proporcionalidade entre os dados da situação. Na análise das situações discutidas nesta produção foi possível observar que, aproximadamente, 5% dos alunos conseguiram representar parte da resolução, identificando a relação entre as grandezas acarajé e valor (função linear) e, outros, em torno de 24% das crianças, demonstraram um raciocínio envolvendo as duas grandezas já citadas, adicionando, ao final, o valor de entrega (função afim).

Consideramos que embora conste a unidade Temática Álgebra, na Base Nacional Comum Curricular (BNCC), esta não representa, necessariamente um aumento de conteúdo a ser trabalhado, mas o que se altera é a forma de abordar a Álgebra, que proporcione aos estudantes refletirem sobre as relações estabelecidas nas situações-problema, que permitam a eles fazer conjecturas, criar regras, perceber relações entre grandezas, identificar padrões, perceber regularidades.

Nesse aspecto, as propostas com as situações-problema não se restringem a encontrar o resultado ou ao algoritmo a ser realizado, restringindo o ensino à apropriação de uma técnica.

Mas, pelo contrário, essa investigação sinaliza a possibilidade de trabalhar com a ideia do raciocínio funcional, já a partir do 3º ano, por meio de diferentes provocações que podem ser feitas aos alunos, já anteriormente expostas, sem perder de vista a necessidade da formação — inicial e continuada da docência, permitindo a apropriação por esta, do pensamento algébrico.

Referências

Blanton, M., & Kaput, J. (2005). Characterizing a classroom practice that promotes algebraic reasoning. *Journal for Research in Mathematics Education*, 36(5), 412-446.

Brasil. (2017). Ministério da Educação. *Base Nacional Curricular Comum*. Brasília: MEC.

Cabral, J., Oliveira, H., & Mendes, F. (2019). O pensamento funcional e a capacidade de perceber o pensamento funcional de futuras educadoras e professoras dos anos iniciais. *Educação Matemática Pesquisa*, 21(3), 50-74.

Calazans, P. P., Silva, D. O. V., & Nunes, C. P. (2021). Desafios e controvérsias da Base Nacional Comum Curricular: A diversidade em questão. *Revista e-Curriculum*, 19(4), 1650-1675.

Carraher, D. W., & Schliemann, A. D. (2007). Early algebra and algebraic reasoning. In F. Lester (Ed.), *Second Handbook of Mathematics Teaching and Learning* (pp. 669-795). Charlotte: Information Age Inc.

Dos Santos, E. S., & Bataglia, P. U. R. (2021). BNCC e a construção do pensamento algébrico nos anos iniciais do ensino fundamental. *Schème: Revista Eletrônica de Psicologia e Epistemologia Genéticas*, 13(2), 199-218.

Gitirana, V. et al. (2014). *Repensando multiplicação e divisão: Contribuições da teoria dos campos conceituais* (1ª ed.). São Paulo: PROEM.

Magina, S. M., & Merlini, V. L., & Santos, A. (2015). A estrutura multiplicativa à luz da Teoria dos Campos Conceituais: Uma visão com foco na aprendizagem. In J. A. de C. Filho et al. (Orgs.), *Matemática, cultura e tecnologia: Perspectivas internacionais* (pp. 66-82). Curitiba: CRV.

Magina, S. M., & Molina, M. (2023). Enfoque funcional na Early Algebra en las aulas brasileiras: ¿De dónde partimos? *Revista Internacional de Pesquisa em Educação Matemática (RIPEM)*, 13, 1-17.

Magina, S. M., Santos, A., & Merlini, V. L. (2014). O raciocínio de estudantes do Ensino Fundamental na resolução de situações das estruturas multiplicativas. *Ciência da Educação*, 20(2), 517-533.

Marmelo, A. G. (2022). *Situações multiplicativas: Uma análise da resolução dos estudantes do 4º ano do ensino fundamental* (Dissertação de Mestrado). Faculdade de Formação de Professores, Universidade do Estado do Rio de Janeiro.



Muniz, C. A. (2021). *As crianças que calculavam: Sentidos subjetivos na aprendizagem* (1ª ed.). Curitiba: Appris.

Smole, K. S., & Diniz, M. I. (2001). *Ler, escrever e resolver problemas: Habilidades básicas para aprender matemática*. Porto Alegre: Artmed.

Spinillo, A. G., et al. (2014). O erro no processo de ensino-aprendizagem da matemática: Errar é preciso? *Boletim Gepem*, (64), 57-70.

Vieira, E. R., & Abrahão, A. M. C. (2021). Conceitos do Campo Multiplicativo e a metodologia de resolução de problemas. *Revista de Educação Matemática e Tecnológica Iberoamericana (EM TEIA)*, 12(3), 1-21.

Vergnaud, G. (2014). *A criança, a matemática e a realidade*. Curitiba: Ed. da UFPR.

Vergnaud, G. (1993). Teoria dos campos conceituais. In L. Nasser (Ed.), *Anais do 1º Seminário Internacional de Educação Matemática do Rio de Janeiro* (pp. 1-26).