



Estudantes do 5º ano Resolvendo Expressões numéricas: Conversão e Tratamento a partir de situações mistas

5th grade students Solving numerical expressions: Conversion and Treatment from mixed situations

Juliana Azevedo Montenegro¹
Danielle Avanço Vega²

Resumo: Esse artigo, baseado nas Teorias dos Campos Conceituais e dos Registros de Representação Semióticas, tem como objetivo analisar o desempenho de estudantes na conversão de situações mistas para os algoritmos (intermediária) e para as Expressões Numéricas (de chegada). Por meio de uma metodologia de pesquisa quantitativa, foi aplicado um teste de cinco questões com 30 estudantes do 5º ano do Ensino Fundamental. Constatou-se a influência do número de operações envolvidas no problema, bem como da presença do sinal de associação. Destaca-se que as diferentes classificações presentes nos problemas mistos não parecem indicar dificuldades na sua resolução. Acredita-se que as situações mistas analisadas favoreceram o desempenho dos estudantes na apresentação de Expressão Numérica, especialmente quando não envolvia o sinal de associação.

Palavras-chave: Expressões numéricas. Conversão. Tratamento. Situações mistas.

Abstract: This article, based on the Theories of Conceptual Fields and Semiotic Representation Registers, aims to analyze the performance of students in converting mixed situations to algorithms (intermediate) and to Numerical Expressions (arrival). Using a quantitative research methodology, a five-question test was applied to 30 students in the 5th year of Elementary School. The influence of the number of operations involved in the problem was verified, as well as the presence of the grouping symbols. It is noteworthy that the different classifications present in the mixed problems do not seem to indicate difficulties in solving them. It is believed that the mixed situations analyzed favored the students' performance in presenting Numerical Expressions, especially when it did not involve the grouping symbols.

Keywords: Numerical expressions. Conversion. Treatment. Mixed situations.

1 Introdução

Durante o período de escolarização básica até o momento em que acontece um maior desenvolvimento das quatro operações fundamentais, o aluno passa por um longo processo de aprendizagem. Esse processo compreende diversas tarefas, entre elas, a resolução de problemas, que compreende a necessidade de interpretação das relações matemáticas envolvidas na situação, bem como a aprendizagem de procedimentos formais de cálculo, como os algoritmos das operações de adição, subtração, multiplicação e divisão.

Nesse contexto, o trabalho com situações mistas é presente nos livros didáticos de matemática desde os anos iniciais do Ensino Fundamental (Rodrigues & Rezende, 2021). Esses autores destacam que as situações mistas envolvem a classificação de problemas aditivos e multiplicativos, proposta por Vergnaud (1996, 2009). Ramos e Silva (2023)

¹ Universidade Federal de Pernambuco • Recife, Pernambuco — Brasil • ✉ juliana.azevedo2@ufpe.br • **ORCID** <http://orcid.org/0000-0003-3570-9581>;

² Universidade Federal de Pernambuco • Recife, Pernambuco — Brasil • ✉ danielle.vega@ufpe.br • **ORCID** <https://orcid.org/0009-0005-2490-296X>



apontam que a expressão numérica é uma representação possível para a resolução de situações mistas, sendo ela uma importante estratégia, que permite emergir uma diversidade de registros que exprime diversas formas de raciocinar a partir dos dados do problema misto apresentado.

A diversidade de registros implica no que Duval (2003, p.12) aponta sobre a necessidade do estudante “compreender, efetuar e controlar ele próprio” todos os procedimentos matemáticos que lhes são propostos em uma atividade de ensino, tais como a representação de partida, a representação intermediária e a representação de chegada. Nesse sentido, temos como problema de pesquisa: A resolução de situações mistas pode favorecer no entendimento das expressões numéricas, especialmente no uso dos sinais de associação?

Assim, busca-se com essa pesquisa, analisar o desempenho dos estudantes do 5º ano do EF em situações mistas, especialmente, no uso da expressão numérica enquanto representação de chegada. Como objetivos específicos, destacamos: (1) Analisar a conversão entre representação de partida (enunciado em língua natural) para uma representação intermediária (operações matemáticas), e desta para a representação de chegada (expressão numérica); (2) Investigar as transformações de tratamento realizadas na representação intermediária e na representação de chegada; (3) Analisar a influência dos tipos de situações aditivas e multiplicativas envolvidas na situação mista na apresentação de uma expressão numérica correspondente.

2 Situações mistas e Expressões numéricas

Vergnaud (1986), no desenvolvimento da Teoria dos Campos Conceituais - TCC, enfatiza que os problemas são o ponto de partida para o desenvolvimento cognitivo. Este autor destaca que um problema pode ser definido como “qualquer situação em que é necessário descobrir relações, desenvolver atividades de exploração, hipótese e verificação, para produzir uma solução: este procedimento não é necessariamente o mais geral ou o mais econômico [...]” (Vergnaud, 1986, p. 76). Assim, Vergnaud discorre sobre as três dimensões que constituem o tripé para a construção do conceito: Situações, Invariantes e Representações Simbólicas.

As situações, segundo Vergnaud (1986), conferem significado e função a um conceito. O conjunto de invariantes constitui as diferentes propriedades do conceito. Desse modo, invariantes prescritos e operatórios estão relacionados com as propriedades lógico-operatórias de uma dada situação. Sobre as representações simbólicas, Vergnaud indica a importância da diversificação de símbolos utilizados para representar o conceito.

Vergnaud (1996), ao justificar a sua teoria, concentra seus estudos nos campos conceituais aditivo e multiplicativo. Este autor destaca que o campo conceitual aditivo é formado por situações que envolvem adição ou subtração, ou ainda a combinação de ambas as operações. Para o campo aditivo, este autor destaca, entre outras, as situações de Composição, Transformação e Comparação. Segundo Magina, Campos, Nunes e Gitirana (2008, p. 51), as situações de composição são as mais simples, caracterizadas como prototípicas e de 1ª extensão. As situações de transformação também podem ser prototípicas e de primeira extensão, porém também existem problemas de 4ª extensão, sendo a extensão mais complexa, segundo as autoras. As situações de comparação estão concentradas nas 2ª, 3ª e 4ª extensões.

Já para o campo conceitual multiplicativo, que envolve as operações de multiplicação e divisão isoladas ou combinadas, as situações elencadas por Vergnaud são, entre outras: comparação multiplicativa, proporção simples, partição e quotição. As situações de proporção simples são caracterizadas como as mais simples, na extensão prototípica. Da mesma forma, as situações de partição estão incluídas na categoria de proporção simples, sendo a situação



inversa da multiplicação. As situações de quotição, também caracterizadas como inversas da proporção, estão na 1ª extensão. As situações de comparação multiplicativa são mais complexas e podem estar entre as prototípicas e a 4ª extensão (Gitirana, Campos, Magina & Spinillo, 2014, p. 90).

Vergnaud (2009) caracteriza ainda os problemas mistos, que contemplam situações com relações envolvendo tanto o campo conceitual aditivo, quanto o campo conceitual multiplicativo. Sobre as situações mistas, Rodrigues e Rezende (2019), aplicaram com 22 estudantes do 5º ano quatro situações mistas extraídas de livros didáticos dos anos iniciais do Ensino Fundamental. As autoras destacam os tipos de erros mais frequentes, como erro na interpretação do enunciado, escolha dos algoritmos errados para a resolução, erro no cálculo das operações e erro caracterizado pela resolução de apenas uma parte do problema. Apesar disso, concluem que os estudantes possuem repertório de conhecimentos matemáticos que possibilitam a resolução das situações mistas apresentadas, porém precisam de um trabalho de intervenção específico para se adaptarem a este tipo de problema.

Buscando trabalhos que tratam de expressões numéricas, destaca-se o artigo de Ottes e Fajardo (2017). Os autores estudaram especificamente sobre a hierarquia das operações envolvidas na expressão numérica. Eles destacam que o ensino das expressões numéricas segue um roteiro de regras; entretanto, os estudantes, cada vez mais criativos e questionadores, esperam que as regras envolvidas tenham um sentido, demonstrando o porquê da hierarquia indicar primeiro a resolução dos parênteses, colchetes, chaves, multiplicação e divisão e, por fim, adição e subtração. Em seu estudo, Ottes e Fajardo (2017) apontam demonstrações em que são discutidas as propriedades comutativa e associativa da adição, as propriedades substitutiva e transitiva da igualdade, a propriedade distributiva da multiplicação, bem como o uso de parênteses na explicação dessas propriedades, identificando, portanto, a prioridade dos parênteses em relação à multiplicação e divisão e destas em relação à adição e subtração.

Destaca-se ainda o estudo de Ramos e Silva (2023). Os autores pesquisaram sobre as imbricações entre os campos conceituais aditivo e multiplicativo e as expressões numéricas com estudantes do 6º e 8º anos do Ensino Fundamental, por meio de entrevistas clínicas. Neste estudo, os autores destacam que as expressões numéricas são representações possíveis para o trabalho com problemas mistos, percebendo que os estudantes realizaram diferentes caminhos, por meio de expressões numéricas com o uso ou não de sinais de associação, que levaram ao resultado correto. Os autores enfatizam a importância do professor “[...] reconhecer os processos realizados pelos estudantes, partindo das suas resoluções e socializando na classe os conhecimentos postos em ação pelos mesmos” (Ramos & Silva, 2023, p.242).

A partir dos estudos relatados, observa-se que o trabalho com expressões numéricas, enquanto representação simbólica para resolução de situações mistas, se configura como um ponto importante para o desenvolvimento das situações aditivas e multiplicativas. Assim, o presente estudo teve como base teórica os estudos de Vergnaud sobre os campos conceituais aditivo e multiplicativo, os diferentes invariantes envolvidos nessas situações, e o uso da expressão numérica enquanto representação simbólica. Para aprofundar o estudo sobre representações, também se destaca a Teoria dos Registros de Representação Semióticas, desenvolvida pelo pesquisador Raymond Duval, que será discutida a seguir.

3 Teoria dos Registros de Representação Semiótica

É sobre as representações que Duval elabora sua teoria, com destaque para o



pensamento matemático, pois, segundo ele, “representação” é um termo muito importante para a aquisição de conceitos nesta área do conhecimento. Isso porque, Duval (2011, p. 52) destaca que a característica fundamental para o pensamento matemático está na possibilidade de realizar transformações de representações semióticas em outras representações semióticas. Para o autor, essa característica é que distingue a Matemática de outras ciências justamente pelo uso essencial das representações.

Nesse sentido, o autor destaca que só é possível ter acesso a um objeto matemático por meio de sua representação, enfatizando que não se deve confundir a representação com o objeto matemático que ela representa. Assim, o mesmo objeto matemático pode ser representado por diferentes sistemas semióticos. Sobre isso, Duval afirma que:

O funcionamento cognitivo do pensamento humano se revela inseparável da existência de uma diversidade de registros semióticos de representação. Se é chamada “semiose” a apreensão ou a produção de uma representação semiótica, e “noesis” a apreensão conceitual de um objeto, é preciso afirmar que a noesis é inseparável da semiose. (Duval, 2012, p.270)

Nesse contexto, Duval (2012, p. 270) destaca ainda que o objeto deve ser “reconhecido em cada uma de suas representações possíveis”. Sendo assim, para que um sistema semiótico seja considerado um registro de representação, deve permitir três atividades cognitivas fundamentais:

1. A *formação* de uma representação *identificável*: ou seja, a representação formada deve implicar uma seleção das informações do objeto que queremos representar, de modo a indicar as regras de conformidade que irão assegurar as condições de identificação e reconhecimento de que a representação se refere àquele determinado objeto. Além disso, as regras de conformidade também irão favorecer a utilização da representação formada, ou seja, seu *tratamento*.
2. A transformação de *tratamento*: corresponde à transformação interna do registro. “O cálculo é um tratamento interno ao registro de uma escritura simbólica de algarismos e letras: ele substitui novas expressões e expressões dadas no mesmo registro de escritura dos números” (Duval, 2009, p.57). Sobre isso, Duval destaca ainda que há, naturalmente, regras de tratamento próprias para cada registro de representação.
3. A transformação de *conversão*: Duval (2009, p. 58) destaca que “Converter é transformar a representação de um objeto, de uma situação ou de uma informação dada num registro em uma representação desse mesmo objeto, dessa mesma situação ou da mesma informação num outro registro”. Desse modo, a conversão irá conservar a totalidade ou uma parte apenas do conteúdo da representação inicial. “A conservação é uma transformação externa ao registro de início (o registro da representação a converter)”. (Duval, 2012, p. 272).

Duval (2012) salienta que a existência de muitos registros de representação, bem como a importância da coordenação desses diferentes registros para o funcionamento do pensamento humano, se deve ao fato de que sempre buscamos a economia do registro, ou seja, o uso de um registro que demande menos custo de formação e permita a complementaridade entre registros. Isso porque, com a maior economia de custo de formação, há também menor correspondência entre um registro de partida e um registro de chegada, resultando em algumas informações menos claras. Assim, é necessária a coordenação entre diferentes registros para garantir a compreensão do objeto matemático representado.

A coordenação entre registros faz surgir os fenômenos de congruência e não-



congruência. Sobre isso, Duval (2012, p. 283) relaciona três critérios que permitem que um registro de representação tenha maior ou menor congruência com outro registro de representação. O primeiro critério está relacionado a uma “correspondência semântica de elementos significantes: a cada unidade significativa simples de uma das representações pode-se associar uma unidade elementar”; O segundo critério indica uma “univocidade semântica terminal: a cada unidade significativa elementar da representação de partida corresponde a uma única unidade significativa elementar no registro da representação de chegada”. O terceiro critério está relacionado com a “organização das unidades significantes: as organizações respectivas das unidades significantes de duas representações comparadas, conduzem a apreender as unidades em correspondência semântica, segundo a mesma ordem nas duas representações”.

Desse modo, quando uma conversão entre registros atende aos três critérios, essa atividade é fortemente congruente, quase podendo ser comparada a um simples código. Já quando um ou mais critérios não são considerados na conversão entre os registros, temos diferentes níveis de não-congruência. Quanto mais critérios não atendidos, maior o nível de não-congruência, bem como a necessidade de outros registros que podem ser utilizados para contribuir na conversão. Esses outros registros são chamados por Duval de representações intermediárias, ou representações auxiliares de transição.

Assim, as representações intermediárias são usadas principalmente em situações nas quais a conversão do enunciado em língua materna para a resolução em linguagem matemática não apresenta congruência, ou seja, quanto mais não-congruente é a conversão, maior a necessidade de uma representação intermediária. Isso porque, nesse tipo de situação, a linguagem matemática não é clara o suficiente para que os estudantes façam seu uso sem uma intervenção específica. Assim, após uma instrução específica, os alunos gradualmente passam a usar uma representação matemática que lhes parece menos lenta e custosa, fazendo dessa representação auxiliar, uma representação de transição.

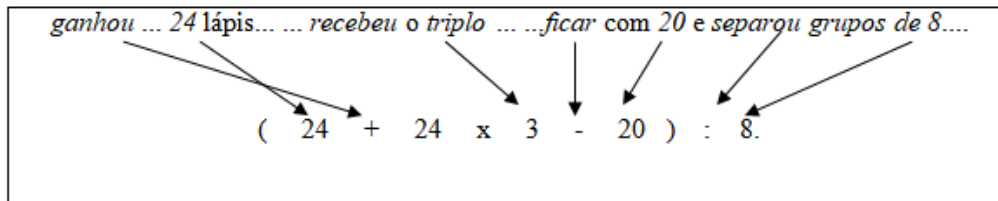
No presente estudo, destaca-se a importância do trabalho com diferentes representações, como o enunciado em língua natural, os algoritmos das quatro operações e as expressões numéricas. Cada registro possui regras de formação e regras de conformidade específicas para seu tratamento, bem como uma maior ou menor congruência com o registro de partida, que irão contribuir para o desenvolvimento do objeto matemático em foco. Assim, as expressões numéricas podem apresentar maior ou menor nível de congruência com os algoritmos ou com o enunciado em língua natural, dependendo da correspondência entre unidades significantes, da univocidade semântica entre as unidades apresentadas no registro de partida, bem como da ordem em que as unidades significantes são apresentadas em cada registro.

Como exemplo, temos o enunciado da segunda questão do instrumento aplicado neste estudo: “Danielle *ganhou* de seu pai 24 lápis de cor. De sua mãe, *recebeu* o *triplo* da quantidade que ganhou do pai. Desse total, ela decidiu *ficar* com 20 e *separou grupos de 8* lápis para doar. Quantos grupos de lápis ela conseguiu formar para doação?” e a sua expressão numérica correspondente: $(24 + 24 \times 3 - 20) : 8$. Na Figura 1, é possível observar que foram destacadas algumas unidades significantes do enunciado, de modo que se possa realizar uma correspondência semântica com as unidades significantes da expressão numérica.

Nota-se que conseguimos corresponder unidades significantes no registro de partida e no registro de chegada; porém, os sinais de associação do registro de chegada não possuem correspondência com unidades do registro de partida. Alguns termos, como “ganhou”, “triplo”, “separou em grupos” podem apresentar relação semântica direta com seu termo

correspondente do registro de chegada (operações de adição, multiplicação e divisão, respectivamente). No entanto, por exemplo, o termo “ficar” não parece possuir correspondência semântica com a operação de subtração. A ordem das unidades significantes também podem aparecer em momentos diferentes nos dois registros como o termo “ganhou” e o número “24”. Além disso, os sinais de associação não são indicados no enunciado em língua natural, fazendo com que não possua relação direta de correspondência e univocidade semântica.

Figura 1: Critérios de congruência entre o registro de partida (enunciado) e o registro de chegada (Expressão Numérica).



Fonte: As autoras

Dessa forma, entende-se que a expressão numérica pode ser fortemente não congruente com o enunciado da sua representação de partida correspondente, especialmente em função dos termos utilizados, bem como da presença do sinal de associação. Assim, neste estudo serão discutidas a necessidade de representações intermediárias na resolução de situações mistas, o uso do sinal de associação e os níveis de congruência entre os registros.

4 Método

O presente estudo utilizou uma metodologia de pesquisa quantitativa para examinar a resolução dos problemas realizada pelos alunos, verificando suas respostas tanto com base em números e percentuais quanto analisando as conversões e os tratamentos realizados para os algoritmos e para expressão numérica apresentados por cada participante. Segundo Gil (2006), as pesquisas quantitativas consideram tudo o que possa ser contabilizado, ou seja, que gera informações a partir de números, para assim classificá-los e analisá-los.

O estudo foi desenvolvido com 30 estudantes do 5º ano do Ensino Fundamental, com o objetivo de analisar o desempenho desses estudantes em situações mistas que envolvem a conversão para algoritmos matemáticos, como representação auxiliar transitória, e a expressão numérica como representação de chegada. Para tanto, foi aplicado um teste com cinco questões envolvendo estruturas aditivas e multiplicativas (situações mistas). Além disso, cada questão envolvia dois itens. No item ‘a’ era solicitado que os estudantes resolvessem o enunciado em linguagem natural da maneira que achasse mais fácil. Neste item, o objetivo era avaliar a conversão para os algoritmos envolvidos na situação mista, além dos tratamentos realizados nas operações apresentadas pelos estudantes. No item ‘b’, era solicitado que os estudantes indicassem qual a expressão numérica correspondente para resolução do problema. Neste item, buscou-se analisar a conversão para a expressão numérica e se o tratamento foi realizado de acordo com as regras de conformidade dessa representação.

No Quadro 1, é possível observar o enunciado de cada questão, a classificação de cada situação aditiva e multiplicativa e a expressão numérica correspondente esperada para a resolução. Observa-se que, em geral, as situações envolvem três operações a serem realizadas, com exceção da segunda questão, que envolve as quatro operações. Apenas na quarta questão não é necessário o uso de sinais de associação. Destaca-se ainda o uso de situações aditivas de Transformação, Composição e Comparação, e o uso das situações multiplicativas de Proporção, Comparação, Quotição e Partição.



Esperava-se que a segunda questão apresentasse maior nível de dificuldade, uma vez que envolve as quatro operações, com duas transformações (uma positiva e outra negativa), comparação multiplicativa e quotição, além do sinal de parênteses. A quarta situação, que não envolve o sinal de associação, poderia ser a que os estudantes elaborassem melhor a resolução em expressão numérica. Destaca-se que os estudantes dessa pesquisa são de uma escola privada da cidade de Recife e trabalharam com expressões numéricas durante o ano. A professora da turma indicou que trabalhou com essa representação no segundo bimestre, sendo a aplicação do teste realizada no quarto bimestre do ano de 2023.

Quadro 1: Situações mistas, operações matemáticas utilizadas e expressão numérica correspondente à cada situação.

Situação mista	Classificação: aditivas e multiplicativas	Expressão numérica esperada para a situação
1ª questão: Juliana está lendo um livro de 164 páginas. Ela leu 12 páginas por dia durante 8 dias e quer ler o que falta dividido igualmente em 4 dias. Quantas páginas Juliana terá que ler por dia para finalizar o livro? a) Resolva da maneira que achar mais fácil. b) Qual a expressão numérica realizada para responder o problema?	Proporção (protótipo), transformação negativa (protótipo), partição (protótipo).	$(164 - 12 \times 8) : 4$ Resultado esperado: 17
2ª questão: Danielle ganhou de seu pai 24 lápis de cor. De sua mãe, recebeu o triplo da quantidade que ganhou do pai. Desse total, ela decidiu ficar com 20 e separou em grupos de 8 lápis para doar. Quantos grupos de lápis ela conseguiu formar para doação? a) Resolva da maneira que achar mais fácil. b) Qual a expressão numérica realizada para responder o problema?	Transformação positiva e negativa (protótipo), comparação multiplicativa (protótipo), quotição (1ª extensão).	$(24 \times 3 + 24 - 20) : 8$ Resultado esperado: 9 e restam 4
3ª questão: Catarina coleciona papéis de carta e possui 40 papéis de carta. Ela ganhou de presente da sua mãe mais 3 envelopes com 4 papéis de carta em cada um. Catarina, muito feliz com o presente, resolveu organizar seus papéis de carta em uma pasta com envelopes transparentes e separou 4 papéis de carta em cada envelope da pasta. Quantos envelopes da pasta foram utilizados? a) Resolva da maneira que achar mais fácil. b) Qual a expressão numérica realizada para responder o problema?	Transformação positiva (protótipo), proporção (protótipo), quotição (1ª extensão).	$(40 + 4 \times 3) : 4$ Resultado esperado: 13



<p>4ª questão: Os alunos da escola de Mariana irão fazer um passeio ao teatro. Na escola há 10 turmas com 17 alunos em cada uma. Esses alunos serão distribuídos em 5 ônibus. Cada ônibus irá levar, além dos alunos, mais dois professores em cada um. Quantas pessoas cada ônibus irá transportar para o teatro?</p> <p>a) Resolva da maneira que achar mais fácil. b) Qual a expressão numérica realizada para responder o problema?</p>	<p>Proporção (protótipo), partição (protótipo), composição (protótipo).</p>	<p>$10 \times 17 : 5 + 2$ Resultado esperado: 36</p>
<p>5ª questão: Henrique tem uma coleção com 51 gibis. Seu primo Rafael, tem 12 gibis a mais que ele. Os dois resolveram juntar todos os seus gibis separá-los em grupos com 7 gibis, para doar aos seus amigos. Para quantos amigos eles conseguirão doar os gibis?</p> <p>a) Resolva da maneira que achar mais fácil. b) Qual a expressão numérica realizada para responder o problema?</p>	<p>Comparação aditiva (2ª extensão), composição (protótipo) e partição (protótipo).</p>	<p>$(51 + 12 + 51) : 7$ Resultado esperado: 16 e restam 2.</p>

Fonte: As autoras

A análise dos dados foi realizada com base na Teoria dos Campos Conceituais (TCC), destacando, nos problemas mistos, quais as situações aditivas e multiplicativas envolvidas. Também com base na Teoria dos Registros de Representação Semiótica (TRRS), foram evidenciadas as conversões realizadas para o algoritmo das operações envolvidas, o tratamento dessas operações, e a conversão para a expressão numérica, que poderia partir do enunciado em linguagem natural ou do algoritmo das operações. Os algoritmos poderiam desempenhar o papel de representação intermediária auxiliar, para chegar à representação final esperada, que era a expressão numérica.

5 Resultados

Considerando o teste aplicado com os 30 alunos, foram analisados dois tipos principais de operações semiocognitivas que fundamentam a teoria de aprendizagem matemática de Duval (2009): o tratamento, que é uma operação intra-registro, e a conversão, que é realizada entre registros, estando presentes nos itens 'a' e 'b' dos problemas propostos. Essas duas operações estão na base de um método cognitivo de aprendizagem matemática e de análise do desempenho dos alunos, como pode ser observado no Tabela 1.

Tabela 1: Percentual de acerto de conversão e tratamento por situação mista.

Situação mista	Sinal de associação	Item A - Conversão	Item A - Tratamento	Item B - Conversão	Item B - Tratamento
1º Situação envolvendo: multiplicação, subtração e divisão	com parênteses	63%	60%	36%	30%
2º Situação envolvendo: multiplicação, adição, subtração e divisão	com parênteses	30%	66%	23%	23%
3º Situação envolvendo: multiplicação, adição e divisão	com parênteses	66%	80%	30%	60%

4º Situação envolvendo: multiplicação, divisão e adição	sem parênteses	56%	80%	56%	46%
5º Situação envolvendo: 2 adições e divisão	com parênteses	56%	73%	26%	43%

Fonte: Dados da Pesquisa

É possível observar, pelo percentual de acertos apresentados na Tabela 1, que a segunda questão apresenta menor índice de acertos. Acredita-se que isso está relacionado ao fato de que esta situação envolve as quatro operações matemáticas, com duas transformações, comparação multiplicativa e quotição, além do sinal de associação (parênteses). No item A, quando analisada a conversão realizada, temos apenas 30% de acerto. Em geral, os estudantes esquecem de realizar a adição envolvida na situação. Entretanto, os tratamentos realizados estão corretos (66%), embora não indiquem a resposta correta da situação, como é possível observar no exemplo da Figura 2. No exemplo, percebe-se que o estudante indica uma expressão numérica incompleta, mas realiza o tratamento da expressão apresentada de forma correta.

Figura 2: Resolução do estudante A4 para a segunda questão com erro na conversão para a expressão numérica e acerto no tratamento.

2. Danielle ganhou de seu pai 24 lápis de cor. De sua mãe, recebeu o triplo da quantidade que ganhou do pai. Desse total, ela decidiu ficar com 20 e separou grupos de 8 lápis para doar. Quantos grupos de lápis ela conseguiu formar para doação?

a) Resolva da maneira que achar mais fácil.

$$\begin{array}{r} \cancel{1} \\ \times 24 \\ \quad 3 \\ \hline 72 \end{array} \quad \begin{array}{r} \cancel{1} \\ \times 24 \\ \quad 20 \\ \hline 52 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \cancel{1} \\ \times 24 \\ \quad 48 \\ \quad 6 \\ \hline 04 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 8 \times 3 = 24 \\ 8 \times 4 = 32 \\ 8 \times 5 = 40 \\ 8 \times 6 = 48 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 8 \\ 8 \\ 8 \\ 8 \\ \hline 32 \end{array}$$

b) Qual a expressão numérica realizada para resolver o problema?

$(24 \times 3) + 20 \div 8 = 6$

Fonte: Dados da Pesquisa

Além disso, destaca-se o baixo índice de acertos na conversão para a expressão numérica envolvida nesta situação (23%), bem como o índice de acertos no tratamento da expressão realizada (23%). Apesar de os índices serem iguais nos dois casos, há estudantes que acertam a conversão para a expressão numérica, mas erram o seu tratamento, como é possível observar na Figura 3. Da mesma forma, há estudantes que erram a conversão para expressão numérica, mas acertam o tratamento, como é possível observar na Figura 4.

Na Figura 3, o estudante parece realizar primeiro a conversão para a expressão numérica, apresentando corretamente essa representação. Entretanto, ele não realiza o tratamento das operações de forma correta, errando no tratamento da expressão numérica, apesar de indicar que sabe qual é a hierarquia de resolução das operações. Observando os algoritmos realizados, entende-se que o estudante não completou uma das etapas do problema (não realizou a soma), apesar de ter indicado sua presença na expressão numérica apresentada. Ao realizar a multiplicação (24×3) , o aluno apresenta como resultado o número 18, mas logo abaixo indica o número 72, que seria a resposta correta. Porém o 72 não corresponde à resposta da soma apresentada $(24 + 18)$. Assim, o aluno acaba não realizando a soma envolvida na situação $(+24)$. Nesse caso, acredita-se que o estudante não utilizou os algoritmos das operações como representação intermediária, realizando a conversão

diretamente para a representação de chegada e executando os algoritmos para chegar ao resultado da expressão numérica.

No caso em que erram a conversão, mas acertam o tratamento, os estudantes esquecem de indicar o sinal de associação (parênteses); no entanto, realizam as operações na ordem correta. Dessa forma, apresentam erro nas regras de conformidade da representação, uma vez que, para realizar primeiro a adição, é necessário o sinal de parênteses. O sinal de associação implica na não correspondência das unidades significantes da representação de partida, configurando a conversão entre os registros de partida e de chegada como não congruente (Duval, 2009). O acerto do tratamento foi considerado, uma vez que as operações são realizadas na ordem correta, indicando o resultado correto da expressão numérica.

Figura 3: Resolução do estudante A 13 para a segunda questão com acerto na conversão e erro no tratamento.

2. Danielle ganhou de seu pai 24 lápis de cor. De sua mãe, recebeu o triplo da quantidade que ganhou do pai. Desse total, ela decidiu ficar com 20 e separou grupos de 8 lápis para doar. Quantos grupos de lápis ela conseguiu formar para doação?

a) Resolva da maneira que achar mais fácil.

$$24 + 24 \times 3 - 20 : 8 =$$

$$(24 + 18 - 20) : 8 =$$

$$(72 - 20) : 8 =$$

$$52 : 8 = 6 \text{ grupos}$$

Resposta: 6 grupos

9	8	12	8
-	72		
9	8	6	
0	4		

x	29	
-	72	
	12	
	6	
	72	

-	72	
	20	
	52	

8
16
24
32
40
48

b) Qual a expressão numérica realizada para resolver o problema?

$(24 + 24 \times 3 - 20) : 8 =$

Fonte: Dados da Pesquisa

Também podemos observar na Figura 4 outro exemplo em que o aluno erra a conversão e acerta o tratamento. Entretanto, nesse exemplo, o estudante não realizou a soma diretamente, mas incluiu essa parte do problema diretamente na multiplicação. De modo que, ao invés de realizar as operações de multiplicação e soma ($24 \times 3 + 24$), ele realizou apenas uma multiplicação (24×4). Na primeira conversão, para os algoritmos, ele a realiza corretamente, assim como o tratamento das operações. Contudo, a representação intermediária não favoreceu a indicação da expressão numérica, uma vez que o estudante não colocou o parênteses para indicar que precisa primeiro realizar a operação de multiplicação e a subtração, para, somente depois, dividir o resultado por 8. Caso o estudante tivesse indicado o parênteses, ele teria construído uma expressão numérica diferente da esperada, mas correta.

Figura 4: Resolução do estudante A10 para a segunda questão com erro na conversão para a expressão numérica e acerto no tratamento.

2. Danielle ganhou de seu pai 24 lápis de cor. De sua mãe, recebeu o triplo da quantidade que ganhou do pai. Desse total, ela decidiu ficar com 20 e separou grupos de 8 lápis para doar. Quantos grupos de lápis ela conseguiu formar para doação? *9 grupos e resta 4.*

a) Resolva da maneira que achar mais fácil.

24
x 4
96

768
- 729
1041

b) Qual a expressão numérica realizada para resolver o problema?

$24 \times 4 - 20 : 8 = 9 \text{ e } 1041$

Fonte: Dados da Pesquisa

Destaca-se ainda os resultados apresentados para a quarta situação. Esta situação não envolvia sinais de associação e, como é possível perceber observando a Tabela 1, os acertos na conversão do item A - 56% (resolução por meio de algoritmos) e do item B - 56% (conversão para a expressão numérica) se mantêm. Isso acontece, uma vez que nessa questão não há a necessidade do uso de sinais de associação. Assim, pode-se inferir que a conversão realizada para os algoritmos no item A pode ter funcionado como uma representação intermediária, favorecendo a conversão realizada no item B para expressões numéricas. Um exemplo disso pode ser visualizado na Figura 5, em que o estudante grifa as informações importantes do enunciado e elabora as operações na ordem em que aparecem no texto e também realiza a conversão para a expressão numérica correspondente.

Figura 5: Resolução do estudante A30 para a quarta questão com acerto na conversão para expressão numérica e acerto no tratamento.

4. Os alunos da escola de Mariana irão fazer um passeio ao teatro. Na escola há 10 turmas com 17 alunos em cada uma. Esses alunos serão distribuídos em 5 ônibus. Cada ônibus irá levar, além dos alunos, mais dois professores em cada um. Quantas pessoas cada ônibus irá transportar para o teatro?

a) Resolva da maneira que achar mais fácil.

$\begin{array}{r} 10 \\ \times 17 \\ \hline 70 \\ 100 \\ \hline 170 \end{array}$	$\begin{array}{r} 170 \times 5 \\ - 15 \cdot 34 \\ \hline 020 \\ - 20 \\ \hline 00 \end{array}$	$\begin{array}{r} 5 \\ 10 \\ - 15 \\ 20 \\ 25 \\ 30 \end{array}$	$\begin{array}{r} 34 \\ + 2 \\ \hline 36 \end{array}$
--	---	--	---

b) Qual a expressão numérica realizada para resolver o problema?

$10 \times 17 + 5 + 2 = 36$ pessoas por ônibus

Fonte: Dados da Pesquisa

Já nas demais situações, os acertos na conversão do item A não se mantêm para o item B. Por exemplo, na primeira situação, o índice de acertos na conversão do item A - 63% - não é similar para a conversão do item B - 36%. Igualmente na terceira e na quinta situações (66% e 30%; 56% e 26% respectivamente). Nesses casos, o sinal de associação tem grande relevância nos erros apresentados na conversão para a expressão numérica, uma vez que os acertos no tratamento da expressão numérica, especialmente na terceira situação - 60%, indicam que os estudantes erram a conversão, mas realizam a expressão numérica seguindo a hierarquia correta das operações.

Também podemos perceber que a primeira, a terceira, a quarta e a quinta questões apresentam índice de acerto maior que 50% na conversão e no tratamento do item A, com destaque para a terceira situação, que apresenta 66% e 80% de acertos. Apesar disso, apenas a quarta questão apresenta mais de 50% de acerto na conversão para a expressão numérica. Nesse caso, os estudantes que resolverem a terceira questão demonstraram entendimento das situações envolvidas (transformação positiva, proporção e quotição), realizam as operações com bom índice de acerto e tratam a expressão numérica, indicando o resultado correto da situação. No entanto, apresentam um índice baixo de desempenho na conversão para a expressão numérica, como é possível observar na Figura 6.

Na quinta questão, é possível destacar que, assim como na terceira, os estudantes apresentam percentual maior que 50% na conversão (56%) e no tratamento (73%) dos algoritmos apresentados. Entretanto, o percentual de acerto na conversão para a expressão numérica (26%) indica a dificuldade dos estudantes, principalmente no uso do sinal de associação. Observando a Figura 7, pode-se destacar que os estudantes também apresentam erros de conversão tanto para os algoritmos quanto para a expressão numérica, pois não

realizam uma parte do problema. Rodrigues e Rezende (2019) apontaram em sua pesquisa que esse também foi um dos erros apresentados pelos seus estudantes. Assim, no caso desse aluno, o erro não está relacionado ao entendimento do sinal de associação, mas sim à terceira operação que deveria ser realizada para que a resposta estivesse correta. Além disso, nota-se também a dificuldade com o tratamento da divisão.

Figura 6: Resolução do estudante A14 para a terceira questão com erro na conversão para expressão numérica e acerto no tratamento.

3. Catarina colecionará papéis de carta e possui 40 papéis de carta. Ela ganhou de presente da sua mãe mais 3 envelopes com 4 papéis de carta em cada um. Catarina, muito feliz com o presente, resolveu organizar seus papéis de carta em uma pasta com envelopes transparentes e separou 4 papéis de carta em cada envelope da pasta. Quantos envelopes da pasta foram utilizados?

a) Resolva da maneira que achar mais fácil.

40 + 3 envelopes cada

$$\begin{array}{r} 40 \\ + 12 \\ \hline 52 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 4 \\ + 3 \\ \hline 12 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 4 \\ 8 \\ \hline 12 \end{array}$$

b) Qual a expressão numérica realizada para resolver o problema?

$4 \times 3 + 40 \div 4 = 13$ envelopes

$$\begin{array}{r} 52 \overline{) 4} \\ - 4 \\ \hline 12 \\ - 12 \\ \hline 00 \end{array}$$

1

Fonte: Dados da Pesquisa

Figura 7: Resolução do estudante A8 para a quinta questão com erro na conversão para expressão numérica e acerto no tratamento.

5. Henrique tem uma coleção com 51 gibis. Seu primo Rafael, tem 12 gibis a mais que ele. Os dois resolveram juntar todos os seus gibis separá-los em grupos com 7 gibis, para doar aos seus amigos. Para quantos amigos eles conseguirão doar os gibis?

a) Resolva da maneira que achar mais fácil.

$$51 \div 7 = 7 \text{ } \begin{array}{r} 63 \\ \hline 63 \\ \hline 00 \end{array}$$

b) Qual a expressão numérica realizada para resolver o problema?

$(51 + 12) \div 7$

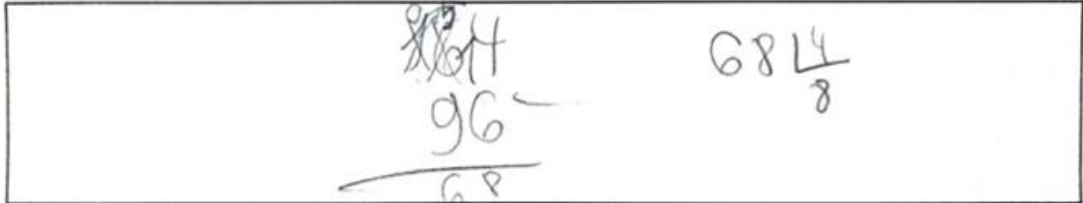
Fonte: Dados da Pesquisa

Isso também acontece na primeira questão, em que a conversão (63%) e o tratamento (60%) do item A indicam mais de 50% de acerto. No entanto, na conversão para a expressão numérica (36%), os estudantes apresentam dificuldades no entendimento das regras de associação próprias da representação solicitada. Na Figura 8, podemos observar que o estudante realiza a conversão para os algoritmos corretamente, mas erra no tratamento do algoritmo da divisão. Apesar do erro no tratamento, o estudante realiza a conversão para a expressão numérica corretamente, indicando o sinal de associação presente na situação.

Figura 8: Resolução do estudante A23 terceira questão com erro na conversão para expressão numérica e acerto no tratamento.

Juliana está lendo um livro de 164 páginas. Ela leu 12 páginas por dia durante 8 dias e quer ler o que falta dividido igualmente em 4 dias. Quantas páginas Juliana terá que ler por dia para finalizar o livro?

a) Resolva da maneira que achar mais fácil.



b) Qual a expressão numérica realizada para resolver o problema?

$164 - 12 \times 8 \div 4 = 8$

Fonte: Dados da Pesquisa

Em relação às classificações de problemas aditivos e multiplicativos presentes nas situações mistas, pondera-se que a primeira, a terceira e a quarta questões podem ter apresentado melhores resultados em função da maior familiaridade dos estudantes com situações aditivas de composição e transformação positiva e negativa, bem como com as situações multiplicativas de proporção, partição e quotição (Gitirana et al, 2014). Isso porque as situações envolvem apenas a extensão prototípica, com exceção da situação de quotição que está na 1ª extensão.

Na quinta questão, a situação mista envolvia, além de partição, a comparação com referido desconhecido termo a mais. Esse tipo de situação aditiva, que se encontra na 2ª extensão (Magina et al, 2008), aparentemente não resultou em maior dificuldade para os alunos. Isso se deve ao fato de que, na conversão para os algoritmos das operações, os estudantes apresentam bons desempenhos, de modo semelhante à primeira, terceira e quarta questões. As dificuldades apresentadas foram especificamente voltadas para a expressão numérica correspondente. Desse modo, as diferentes classificações de problemas aditivos e multiplicativos não parecem ter resultado em dificuldades na resolução dos problemas.

6 Conclusões

Neste texto, teve-se como objetivo analisar o desempenho dos estudantes do 5º ano do Ensino Fundamental em situações mistas, especialmente a conversão do enunciado em língua natural para algoritmos aditivos e multiplicativos, enquanto representação auxiliar e a conversão para o uso da Expressão Numérica enquanto representação de chegada. Também buscou-se investigar o tratamento realizado pelos estudantes nos diferentes registros matemáticos.

Nesse sentido, foi aplicado um teste de sondagem contendo cinco situações mistas com estudantes do 5º ano do Ensino Fundamental. A análise discutida neste texto indica que os estudantes possuem desempenhos acima de 50% na conversão dos problemas mistos para os algoritmos das operações de adição e multiplicação, exceto na situação mista que envolve as quatro operações e o sinal de associação. Quando foi analisada a conversão para a expressão numérica, apenas na situação que não envolvia o sinal de associação houve desempenho superior a 50%. Dessa forma, percebe-se a influência do número de operações envolvidas no problema, bem como da presença do sinal de associação (parênteses).

Os algoritmos das operações foram, na maioria dos casos, a representação intermediária utilizada para chegar à Expressão Numérica solicitada. Entretanto, houve casos

em que, apesar da conversão realizada para os algoritmos produzir respostas corretas, a conversão para a Expressão Numérica não obteve sucesso, em razão, principalmente, do uso do sinal de associação. Sobre isso, acredita-se que a conversão para a Expressão Numérica é fortemente não congruente quando é necessário o uso do sinal de associação.

Sobre os tipos de situações aditivas e multiplicativas envolvidas nas situações mistas apresentadas, observa-se que o desempenho nas situações envolvendo três tipos de situações, produziu desempenhos entre 56% e 66% na conversão para os algoritmos, sendo a situação mista que envolve as situações de transformação positiva, proporção e quociação a que revelou o maior índice. Já as situações envolvendo proporção, partição e composição, e comparação, composição e partição foram as que produziram o menor índice. A segunda questão, que envolvia quatro situações (Transformação positiva, Comparação multiplicativa, Transformação negativa e Quociação), produziu o menor índice na primeira conversão (30%). Acredita-se que, com esses resultados, as diferentes classificações de problemas aditivos e multiplicativos não parecem ter resultado em dificuldades na resolução dos problemas, mas sim o número de situações envolvidas e a quantidade de operações a serem realizadas.

Diante disso, foi possível concluir que os estudantes do 5º ano possuem desempenho satisfatório ao resolver situações mistas, demonstrando um razoável conhecimento na conversão para a resolução por meio de algoritmos das quatro operações. Destaca-se a maior dificuldade na conversão para Expressão Numérica, especialmente quando era necessário o uso de sinais de associação, para que as regras de conformidade desse registro fossem respeitadas. Neste estudo, acredita-se que a situação mista analisada favoreceu o desempenho dos estudantes na apresentação da representação de chegada (expressão numérica), por meio da resolução com representações auxiliares (algoritmos), especialmente na situação que não envolvia o sinal de associação. Assim, conclui-se que a resolução de situações mistas pode contribuir para que os estudantes entendam a notação da situação em expressão numérica correspondente.

O problema de pesquisa leva-nos à demanda de retomar a discussão sobre expressões numéricas com os estudantes; assim, um futuro estudo com intervenção e reflexão, bem como uma entrevista com os sujeitos da pesquisa, faz-se necessário para entender sobre a conversão especialmente, no uso da expressão numérica enquanto representação de chegada. Corroborando com os resultados destacados no estudo de Rodrigues e Rezende (2019), percebe-se que os estudantes possuem repertório de conhecimentos matemáticos que possibilitam a resolução das situações mistas, mas precisam de um trabalho de intervenção específico para alcançar melhores desempenhos e reflexões sobre expressões numéricas mistas.

Reforça-se também que o trabalho com expressões numéricas devem permitir que os alunos raciocinem sobre suas regras de conformidade a partir da conversão de uma representação simbólica para resolução de situações mistas, e não apenas o treino repetitivo e mecânico de resolução de expressões numéricas já formuladas, cabendo ao estudante apenas apresentar um resultado final. Vê-se que estas conversões se configuram como um ponto importante para o desenvolvimento do estudante, pois é diante das situações aditivas e multiplicativas (situações mistas) e por meio do trabalho com muitos registros de representação e da coordenação desses diferentes registros que o funcionamento cognitivo do pensamento, assim como a apreensão do objeto matemático, se desenvolve. (Duval, 2012)

É crucial que os resultados deste estudo, assim como de outros semelhantes, sejam compartilhados com os professores, uma vez que são eles os responsáveis por orientar os alunos na transição gradual e contínua do raciocínio intuitivo e cotidiano para o pensamento



formal da Matemática. Esse processo se inicia a partir do conhecimento prévio dos alunos e evolui de forma espiral ao longo do tempo, através da conversão da situação mista (linguagem natural) e progride para a conversão realizada por meio de algoritmos como representação intermediária, favorecendo a conversão para expressões numéricas, enquanto representação de chegada.

Referências

Duval, R. (2003). Registros de representações semióticas e funcionamento cognitivo da compreensão em matemática. In: MACHADO, S. D. A. (org.). *Aprendizagem em Matemática: Registros de Representação Semiótica*. (pp. 11-33) Campinas, SP: Papirus.

Duval, R. (2009). *Semiósis e Pensamento Humano: Registros semióticos e aprendizagens intelectuais*. (Sémiosis et Pensée Humaine: Registres Sémiotiques et Apprentissages Intellectuels). (Fascículo I) Tradução de L. F. Levy & M. R. A. Silveira. São Paulo, SP: Editora Livraria da Física.

Duval, R. (2011). *Ver e ensinar Matemática de outra forma – Entrar no modo matemático de pensar: os registros de representações semióticas*. São Paulo, SP: PROEM.

Duval, R. (2012) Registros de representação semiótica e funcionamento cognitivo do pensamento. *Revista Eletrônica de Educação Matemática*. 7(2), 266-297.

Gil, A. C. (2006). *Métodos e técnicas de pesquisa social*. (5. ed.) São Paulo, SP: Atlas.

Gitirana, V. Campos, T. M. M. Magina, S. M. P. & Spinillo, A. G. (2014). *Repensando a multiplicação e divisão. Contribuições da Teoria dos Campos Conceituais*. São Paulo, SP: PROEM.

Magina, S. M. P. Campos, T. M. M. Nunes, T. & Gitirana, V.; (2008). *Repensando a adição e subtração. Contribuições da Teoria dos Campos Conceituais*. São Paulo, SP: PROEM.

Ottes. A. B. & Fajardo, R. (2017). Um olhar sobre a hierarquia das quatro operações aritméticas nas expressões numéricas. *Educação Matemática Debate*, 1(2), 197-219.

Ramos, R. C. S. S. & Silva, J. A. (2023). Classificações, Esquemas e Expressões Numéricas: Imbricações entre os campos conceituais aditivo e Multiplicativo em um problema misto. *Vidya*, 43(1), 221-244.

Rodrigues, C. & Rezende, V. (2019). Problemas mistos nos anos iniciais do Ensino Fundamental: Contribuições da Teoria dos Campos Conceituais. In: *Anais do XV Encontro Paranaense de Educação Matemática* (pp. 1-15). Londrina, PR.

Rodrigues, C. & Rezende, V. (2021). Problemas mistos em livros didáticos: uma classificação com base na teoria dos campos conceituais. *Revista de Educação em Ciências e Matemática*, 17(39), 271-287.

Vergnaud, G. (1986). Psicologia do desenvolvimento cognitivo e didática das matemáticas. Um exemplo: as estruturas aditivas. *Análise Psicológica*, 1, p. 75-90.

Vergnaud, G. (1996). A Teoria dos Campos Conceituais. In: J. Brum (org.). *Didática das Matemáticas*. Lisboa: Horizontes Pedagógicos.

Vergnaud, G. (2009). *A criança, a matemática e a realidade: problemas do ensino da matemática na escola elementar*. Curitiba, PR: Editora da UFPR.