

O papel do software de Geometria Dinâmica em atividades nos Livros Didáticos de Matemática

The role of dynamic geometry software in activities in mathematics textbooks

Ayla Moulaz Carvalho¹

Rúbia Barcelos Amaral²

Resumo: A presente pesquisa tem como objetivo caracterizar e compreender o papel do software de Geometria Dinâmica (SGD) em atividades propostas nos livros didáticos dos Anos Finais do Ensino Fundamental aprovados no Plano Nacional do Livro e do Material Didático 2020. Decidiu-se analisar as 36 atividades encontradas por meio de um procedimento metodológico criado que levou em consideração a perspectiva da construção e visualização alinhados com a experimentação-com-tecnologias. Dessa forma, concluiu-se que em três das quatro coleções, o SGD tem o papel de corroborar a compreensão de conjecturas, e em uma a descoberta matemática. Reitera-se a necessidade dos autores e editores oferecerem propostas de atividades que usem o SGD de modo a criar um ambiente mais favorável para a aprendizagem matemática.

Palavras-chave: Tecnologias Digitais. PNLD. Anos Finais do Ensino Fundamental. Educação Matemática.

Abstract: This research has the goal of characterizing and understanding the role of dynamic geometry software (DGS) in activities in the Middle school textbooks that were approved in the National Book and Teaching Material Plan 2020. It was decided to analyze the 36 activities that were found through a methodological procedure created from construction and visualization perspective, aligned with experimentation-with-technologies. Therefore, it was concluded that in three of four collections, the DGS has the role of corroborating the understanding of conjectures, and in this last collection one, mathematical discovery. It is reiterated the need for authors and editors to offer proposals for activities that use the DGS to create a more favorable environment for mathematical learning.

Keywords: Digital technologies. PNLD. Middle school. Mathematics Education.

1 Introdução

O Brasil possui um dos maiores programas de avaliação e distribuição de Livros Didáticos (LD) do mundo: o Programa Nacional do Livro e do Material Didático – PNLD. Esse tem por objetivo oferecer, de forma gratuita e universal, obras didáticas (a se destacar o LD) a todos os alunos do Ensino Infantil até o Ensino Médio das Redes Públicas de Ensino brasileiras. Tal Programa oferece diretrizes para os autores e editoras sobre o que se deve conter nesses livros, sendo que, desde 2014, há questões específicas sobre a presença das Tecnologias Digitais (TD) nos mesmos, o que inclui o software de Geometria Dinâmica (SGD).

Além disso, o PNLD 2020 (o primeiro direcionado aos Anos Finais do Ensino Fundamental após a promulgação da Base Nacional Comum Curricular – BNCC em 2018), orienta que o principal objetivo do Programa é contribuir para o desenvolvimento das competências e habilidades da BNCC (Brasil, 2018), sendo que o mesmo ocorreu para o PNLD 2024 novamente destinado aos Anos Finais. Como exemplificação, a competência geral de

¹ Universidade Estadual Paulista “Júlio de Mesquita Filho” • Rio Claro, São Paulo — Brasil • ✉ ayla.m.carvalho@unesp.br • ORCID <https://orcid.org/0000-0001-5253-3675>

² Universidade Estadual Paulista “Júlio de Mesquita Filho” • Rio Claro, São Paulo — Brasil • ✉ rubia.amaral@unesp.br • ORCID <https://orcid.org/0000-0003-4393-6127>

número 4 trazida pela Base destaca: “compreender, utilizar e criar tecnologias digitais de informação e comunicação **de forma crítica, significativa, reflexiva e ética** nas diversas práticas sociais (incluindo as escolares) [...]” (Brasil, 2018, p. 9, grifo das autoras).

Nas habilidades trazidas pela BNCC, há ideias similares às da competência: 11 das 121 habilidades de Matemática para os 6ºs aos 9ºs anos referenciam as TD, sendo que oito delas mencionam especificamente o SGD. Dessa forma, é possível perceber que os LD atuais, para serem aprovados, devem trazer atividades que utilizem tal software. Entretanto, fazer referência às TD em seus livros não garante que os autores têm apresentado propostas que usem as suas potencialidades, ou se eles têm apresentado de tal forma que as TD podem aparecer apenas como pretexto para serem aprovadas.

Apesar de todas essas diretrizes regulamentares dos LD presentes em editais do PNLD desde 2014, há pesquisas mostrando que os livros vão na contramão de tais diretrizes. Gitirana, Bittar e Ignácio (2014), ao discutir sobre o processo de inclusão dos Objetos Educacionais Digitais (OED) que foram analisados e aprovados nos livros do PNLD 2014, mostraram que foram cinco coleções aprovadas e, junto com elas, foram submetidos 200 OED no total. Desses, apenas 16 foram aprovados e estiveram presentes nos LD, encontrados em três coleções, ou seja, duas não tiveram nenhum Objeto. Esse grande número de OED excluídos (184) é devido, principalmente, à falta de qualidade conceitual, carência de esforços em relação à integração entre os OED e a abordagem adotada no LD, além de muitos erros e induções a erros, divulgação de estereótipos e a falta de exploração das potencialidades tecnológicas que promovam, em relação ao livro impresso, um diferencial.

Além disso, Amaral-Schio (2018), com base em atividades de cinco coleções de LD do Ensino Médio do PNLD 2015, focando no uso das tecnologias no desenvolvimento de objetos do conhecimento de Geometria, mostra a pouca presença das tecnologias nos livros. E mesmo quando há a presença, de acordo com Ribeiro e Amaral (2016, p. 73), que desenvolveram sua pesquisa com base em três coleções dos Anos Finais, os OED nos livros “não promovem interatividade e [...] o conteúdo matemático nem sempre é uma prioridade (e nem sempre da forma matematicamente correta)”.

À luz de tais resultados de pesquisas e questionamentos apresentados, apresentamos aqui resultados de uma pesquisa na qual a pergunta diretriz foi: qual o papel do software de Geometria Dinâmica em atividades propostas nos Livros Didáticos de Matemática para os Anos Finais do Ensino Fundamental? O seu objetivo foi caracterizar e compreender o papel do software de Geometria Dinâmica em atividades propostas nos LD dos Anos Finais do Ensino Fundamental, aprovados no PNLD 2020, nos capítulos da unidade temática de Geometria.

Na busca pela realização de um mosaico dos trabalhos publicados nos anais do Seminário Internacional de Pesquisa em Educação Matemática (SIPEM) realizados nos anos 2012, 2015 e 2018, tendo foco nos LD e nos materiais curriculares, Perovano e Guimarães (2020) concluíram que houve um grande número de pesquisas que analisaram esse tema. No entanto, não houve apontamentos de pesquisas que relacionassem LD com TD, indicados por eles como uma área que necessita ser explorada para auxiliar na composição de novas peças desse mosaico. Focando no SIPEM 2021, numa busca própria, a realidade se manteve, o que ampara a justificativa da importância de pesquisas que vão nessa direção.

Entendemos que essa pesquisa traz contribuições ao campo da Educação Matemática na medida em que analisa um conjunto de LD aprovados por um Programa nacional de política pública, e presentes em grande parte das escolas públicas brasileiras. O PNLD, em suas diferentes fases, avalia os livros propostos pelas editoras, e aqueles aprovados e escolhidos pelos professores são distribuídos nas escolas. Falta, no entanto, um processo de avaliação do

Programa. Pesquisas como essa podem fomentar a reflexão de aspectos importantes de avaliação, como a presença das tecnologias nas atividades propostas. As questões aqui discutidas podem vislumbrar, ainda, que os professores ponderem aspectos relevantes da prática docente, bem como os autores e equipe de avaliadores do PNLD repensem o papel das TD nos LD de Matemática da Educação Básica.

2 Referencial teórico

Na perspectiva da Geometria Dinâmica, na qual o movimento é inerente aos processos que a envolvem, há uma diferenciação importante entre construção e desenho: segundo Laborde (1998), construção é a criação de figuras geométricas que sempre preservam suas propriedades fundamentais, mesmo quando é arrastado algum de seus elementos – aqueles que são possíveis, como um ponto ou uma reta. Dessa forma, dizemos que a figura geométrica resiste à prova do arrastar. Por outro lado, se a figura não resiste a essa prova, dizemos que ela é apenas um desenho (Borba, Scucuglia & Gadanidis, 2020), como uma fotografia de um objeto geométrico.

Essa ideia do movimento pode ser explorada conjuntamente com a visualização, já que, com base no dinamismo explorado a partir da construção de figuras geométricas, abre-se a possibilidade para manipulação e visualização dos objetos. Dessa forma, ao elaborar uma atividade que seja baseada no SGD, deve-se explorar o aspecto visual, uma vez que o software oferece feedback quase instantâneo. Esse feedback requer uma interpretação por parte dos estudantes e, por causa disso, a visualização tem um papel crucial na Geometria Dinâmica (Laborde, 1998).

Zimmermann e Cunningham (1991) abordam a visualização como o processo de formar imagens com um objetivo. Não é apenas a criação ou um mero olhar dessas imagens, mas sim, criá-las e usá-las para que gerem descoberta ou entendimento matemático. De acordo com os autores, essa formação de imagens pode ser mental, com lápis e papel ou com TD. E dessa forma, a visualização é associada com o entendimento de um problema, assim como a descoberta matemática, o que exige um papel ativo daqueles que estão visualizando.

Nessa perspectiva, é importante que, após a construção de algum objeto geométrico, tenha-se um objetivo para visualizar tal construção, seja levantando hipóteses, fazendo descobertas, convencendo-se de alguma propriedade ou para confirmar ideias já levantadas anteriormente. Essa interação com o objeto criado faz-se necessária, sendo isso possível pela manipulação que o SGD oferece.

À medida que, por meio da manipulação, há essa exploração, a visualização ocorre, já que o primeiro oferece meios para que conexões possam acontecer, processo essencial pela definição de visualização que foi adotada. É uma perspectiva na qual a visualização possibilita novas compreensões matemáticas e, conseqüentemente, a aprendizagem matemática. E, dessa forma, aponta-se para a importância da exploração em atividades matemáticas.

De acordo com Borba e Villarreal (2005), um experimento é realizado para verificar a verdade de uma hipótese a fim de aceitá-la ou rejeitá-la, descobrir algo desconhecido, ou para fornecer exemplos de uma verdade conhecida. A ideia do experimento de descobrir algo desconhecido associa-se com a ideia da descoberta matemática, sendo essa primordial na produção de sentidos matemáticos, como apontam Borba, Scucuglia e Gadanidis (2020), ao expressar que a descoberta de padrões ou singularidades entre representações de objetos matemáticos estimula a produção de sentidos matemáticos. Dessa maneira, há uma dimensão empírica que envolve tanto o pensamento, quanto a aprendizagem matemática.

Nessa dimensão empírica para a ocorrência da aprendizagem matemática, Borba,

Scucuglia e Gadanidis (2020), em sua teoria da experimentação-com-tecnologias, argumentam que os recursos tecnológicos digitais se tornaram protagonistas por esse caráter predominantemente experimental e visual que possuem. Sendo assim, pode-se perceber a importância que a dimensão experimental, além da visual (já abordada), ganha no tratamento do SGD.

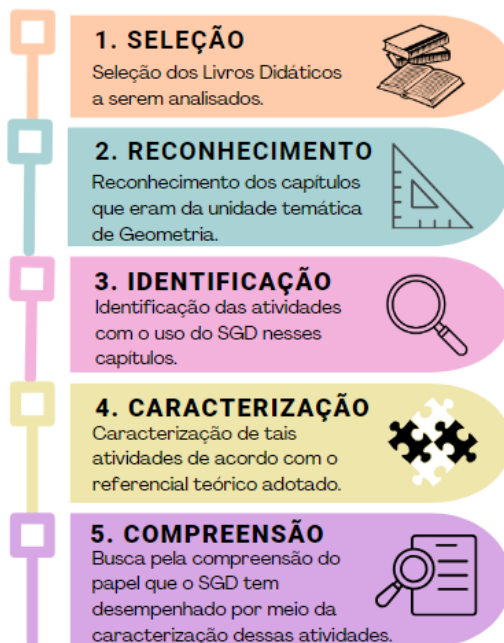
Apesar disso, é possível utilizar as TD, e consequentemente o SGD, numa forma domesticada (Borba, Scucuglia & Gadanidis, 2020). Isso significa que se utiliza o software de forma que mantém intactas práticas que foram feitas anteriormente com tecnologias convencionais, como por exemplo, após construir o gráfico de uma função afim com lápis e papel, fazer o mesmo em um software. O SGD traz uma infinidade de possibilidades visuais, e não explorar essa capacidade, principalmente dentro de um assunto já conhecido pelo experimentador, é ter um papel que pode tender a tal domesticação, não criando possibilidades para os alunos.

Portanto, é de suma importância, na elaboração de atividades com o uso de um SGD, que os autores e editores levem em consideração integrar construção e visualização por meio da exploração em suas abordagens, não sugerindo o uso do software de uma forma domesticada, mas oferecendo propostas ao professor que podem potencializar a aprendizagem por meio do seu uso. Sendo assim, a caracterização de tais atividades é primordial para entender o papel que o SGD tem desempenhado nas atividades presentificadas nos LD.

3 Percurso metodológico

A presente pesquisa tem caráter qualitativo, em que, de acordo com Alves-Mazzotti (2001), o pesquisador é visto como o principal agente de investigação e deve, portanto, estar em contato recorrente com sua fonte de dados, fornecendo descrições detalhadas sobre aquilo que analisa. O caminho metodológico dessa pesquisa se apresenta na Figura 1.

Figura 1: Percurso metodológico do recorte desta pesquisa.



Fonte: Elaborado pelas pesquisadoras.

Foi decidido analisar quatro coleções das 11 aprovadas para os Anos Finais do Ensino Fundamental no PNLD 2020 (os livros mais recentes visto o ano de início da pesquisa). Como cada coleção possui quatro livros – atribuídos do 6º ao 9º ano – um total de 16 livros foram

analisados. Dos mais de 10 milhões de LD distribuídos em 2020 para as escolas públicas brasileiras, aproximadamente 70% deles foram dessas quatro coleções, demonstrando a representatividade desses dados (Brasil, s.d.). Tais LD foram conseguidos por meio da doação de uma escola pública, sendo todos Manuais do Professor (MP). Apesar da análise ter sido feita nos livros físicos, as imagens que serão apresentadas no decorrer desse artigo são das versões online dos mesmos, com o objetivo de apresentar uma melhor qualidade das páginas.

Nesses 16 LD, houve o reconhecimento dos capítulos que eram da unidade temática de Geometria, de acordo com a divisão que os autores/editores faziam nas suas páginas iniciais, em semelhança ao que a BNCC preconiza. Nessas páginas, foram procuradas atividades que utilizassem o SGD para a sua realização (geralmente em seções específicas para isso), sendo encontradas 36 atividades diferentes. Cada atividade foi nomeada com duas letras seguidas de um número, a depender da coleção.

Uma das coleções é a *Apoema* (Longen, 2018), em que foram encontradas nove atividades no total, nomeadas como AP01, AP02, e assim por diante até AP09. Na coleção *A Conquista da Matemática* (Giovanni Júnior & Castrucci, 2018), havia CM01 até CM04; e na *Araribá Mais* (Gay & Silva, 2018), AR01 até AR15; e, finalmente, *Teláris* (Dante, 2018), com TE01 até TE08.

Para caracterizá-las e baseando-se no referencial teórico, foi criado um procedimento metodológico (Carvalho, 2022) que tinha como base dois questionamentos a cada uma das 36 atividades encontradas. São eles:

1. Os conceitos trabalhados na atividade já foram abordados anteriormente, seja no próprio livro ou em livros anteriores da mesma coleção dentro dos Anos Finais?
2. Há um convite à exploração, por meio de testes de visualização e movimento, sendo promovido pela atividade?

A ideia de exploração a partir da visualização e movimento é compreendida pelo arraste dos elementos móveis de um objeto construído no SGD, sendo necessário visualizá-los matematicamente – a isso será denominado teste de visualização e movimento. Ou seja, visualizar a construção, a partir da manipulação, com o objetivo de que as imagens formadas ajudem na compreensão ou no descobrimento de algo (Zimmermann & Cunningham, 1991).

Com isso, e tendo por base Borba e Villarreal (2005), compreende-se que atividades que abordam tanto conceitos conhecidos quanto desconhecidos, com características exploratórias, possuem abordagem de experimentação-com-tecnologias com testes e feedback visual instantâneo.

Pensando nessa diferenciação que os autores fazem dos conhecimentos abordados anteriormente para o experimentador, há uma distinção necessária: quando a atividade faz um convite à exploração, a partir da visualização e movimento, e ainda parte de conceitos que são previamente desconhecidos pelo experimentador, estas promovem a *descoberta matemática*. Há o descobrimento de resultados matemáticos anteriormente desconhecidos para o experimentador, associado a um dos objetivos de uma exploração, tendo em vista a descoberta de novas conjecturas (Borba & Villarreal, 2005).

Quando a atividade tem o convite à exploração, mas aborda conceitos e conjecturas já explanadas anteriormente no LD para o explorador, então, tais atividades *corroboram a compreensão das conjecturas* anteriormente explanadas, ajudando no convencimento do experimentador.

Com um olhar para a possibilidade da não exploração, em que não há abordagem de

experimentação-com-tecnologias, também há uma distinção entre as atividades que abordam conceitos já explanados e as que não. Além de não haver convite à exploração das figuras geométricas construídas, caso a atividade aborde conceitos não trabalhados anteriormente, ela objetiva *simples constatação*, abordando aquilo que não era conhecido até então por meio do SGD.

Por outro lado, atividades que, além de não explorarem as figuras construídas também abordam conteúdos conhecidos, podem ser vistas a partir de uma ótica da *domesticação da tecnologia*. O SGD traz uma infinidade de possibilidades visuais, e não explorar essa capacidade dentro de um assunto já conhecido pelo experimentador é ter um papel que pode tender a tal domesticação, não criando novas possibilidades para os alunos.

Em suma, é proposto um procedimento metodológico a qual se apresenta numa sistematização 2x2 com base nas características gerais das atividades, como a que se exhibe no Quadro 1. Tais atividades foram identificadas, ressaltando que as categorias localizadas na coluna da esquerda possuem abordagem de experimentação-com-tecnologias, contrariamente aos da coluna da direita.

Quadro 1: Sistematização 2x2 das características gerais das atividades.

	Com convite à exploração	Sem convite à exploração
Conceito apresentado anteriormente	Corroboração a compreensão de conjecturas	Domesticação da tecnologia
Conceito não apresentado anteriormente	Descoberta matemática	Simple constatação

Fonte: Elaborado pela pesquisadora.

Essas categorias serão exemplificadas e melhores esplanadas para a compreensão geral na próxima seção, a qual os dados serão analisados.

4 Analisando os resultados

Caracterizando as 36 atividades com o uso do SGD, encontra-se o que está descrito na Tabela 1. Apenas pela nomenclatura dada, é possível perceber que as coleções têm quantidades muito diferentes entre si, com a *Araribá Mais* possuindo 15 e *A Conquista da Matemática* com 4. Além disso, há papéis diferentes que são destacados em cada coleção. Dessa forma, como são quatro coleções e quatro categorias, será exemplificado cada uma dessas com uma atividade de cada uma das coleções, na busca por compreender o papel do SGD em atividades com o uso desses nos LD por coleção analisada.

Tabela 1: Caracterização das 36 atividades com o uso do SGD encontradas.

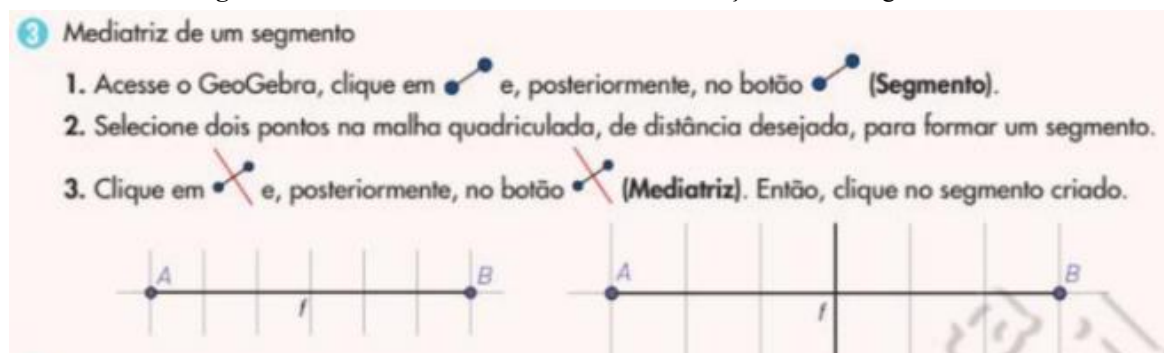
	Com convite à exploração	Sem convite à exploração
Conceito apresentado anteriormente	AP01, AP02, AP03, AP07, AP08, AR02, AR07, CM02, CM03, CM04, TE01, TE03, TE04, TE05, TE06, TE08. Total: 16 (44,4%)	AP04, AP05, AP06, AR05, TE02. Total: 5 (13,9%)
Conceito não apresentado anteriormente	AR01, AR03, AR04, AR06, AR08, AR09, AR10, AR11, AR12, AR13, AR14, AR15, CM01. Total: 13 (36,1%)	AP09, TE07. Total: 2 (5,6%)

Fonte: Carvalho (2022, p. 103).

Por meio da Tabela 1, é possível perceber que a coleção *Apoema* não possui atividades que promovem descoberta matemática, com apenas uma que parte de conceito desconhecido (AP09), e há um equilíbrio entre atividades que possuem abordagem da experimentação-com-tecnologias (cinco em nove) e que não possuem (quatro em nove), sendo que dessas, três tendem à domesticação da tecnologia (AP04, AP05 e AP06).

A Figura 2 apresenta parte da AP04 (etapa 3 da atividade) que, num dado momento, propõe a construção da mediatriz de um segmento. Após isso, inicia-se a etapa 4 com um outro objetivo, sem relação com a mediatriz construída anteriormente, portanto apresentando uma abordagem da domesticação da tecnologia.

Figura 2: Parte da atividade AP04 com domesticação da tecnologia: 7º ano



Fonte: Longen (2018, p. 249).

Com um olhar mais detalhado para essa atividade, é possível notar que há apenas uma mera aplicação de funções prontas do software para a construção de uma mediatriz, que já foi abordada anteriormente. Além disso, nessa parte bem como na continuação da atividade, não há um convite para arrastar nenhum dos elementos móveis da construção, o que não difere do que poderia ser feito com lápis e papel, exemplificando o papel da domesticação da tecnologia.

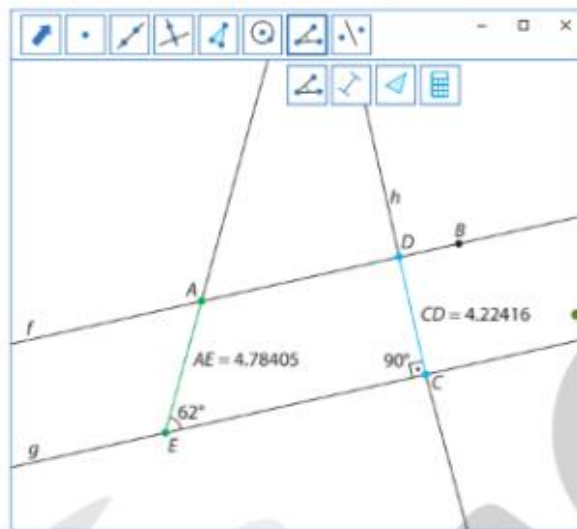
Ainda, caso fosse feito com outros recursos mais convencionais, os estudantes teriam que recorrer à definição, sendo que, após desenharem um segmento, teriam que utilizar um compasso, traçar semicírculos e traçar outro segmento que una os dois pontos de intersecção desses semicírculos (um abaixo e outro acima do segmento inicial), e ainda poderia haver o questionamento se realmente o segmento traçado seria a mediatriz do segmento inicial. Quando se usa a função ‘Mediatriz’ do software, não há um convite para os estudantes pensarem nesses tópicos, por exemplo, indo de encontro à ideia de criar um ambiente favorável para a aprendizagem matemática por meio do SGD (Borba, Scucuglia & Gadanidis, 2020).

Diferentemente da primeira coleção, é possível perceber que a *Araribá Mais* é a que causou a maior influência na coluna esquerda da Tabela 1. Primeiro, por ser a coleção que mais apresenta atividades com o uso do SGD (15 em comparação com nove, oito e quatro), mas também porque, com exceção de uma, todas as demais atividades possuem abordagem da experimentação-com-tecnologias (14 em 15), com uma interessante concentração de 12 em 14 promovendo a descoberta matemática. A Figura 3 exemplifica uma dentre essas 12 classificadas, propondo como ‘investigação’ um assunto que não foi abordado anteriormente.

É solicitado aos estudantes que movimentem o ponto E de modo que AE seja igual à medida de CD. Para isso, o ponto E terá que ser movimentado até que CÊA forme 90° . Ao continuar a atividade, os alunos, a partir da visualização e movimento, utilizando procedimentos experimentais, são convidados a elaborarem a conjectura matemática de que a menor distância entre um ponto e uma reta corresponde à medida do segmento que une este ponto à reta formando um ângulo reto.

Figura 3: Parte final da atividade AR01 com descoberta matemática: 6º ano

- Utilize a ferramenta "medida de segmento" e meça os segmentos $\overline{CD}$ e $\overline{AE}$ (com 5 casas decimais).



Em alguns softwares de Geometria interativa, ao clicar com o botão direito do mouse sobre uma medida, é possível escolher o número de casas decimais para o qual ela será arredondada.

- Agora, arraste o ponto E sobre a reta g e compare as medidas AE e CD . Essa investigação sugere que o ângulo $\widehat{CEA}$ deve ter que medida para que $AE = CD$?
- Continue arrastando o ponto E e verifique se é possível obter um segmento com extremidades nas retas f e g cujo comprimento seja menor que o de $\overline{CD}$.
- O que a investigação sugere a respeito da medida de um segmento com extremidades em duas retas paralelas? Quando essa medida é mínima?

- Espera-se que os alunos percebam que a investigação feita sugere que a medida do ângulo $\widehat{CEA}$ deve ser igual a 90° para que $AE = CD$.
- Os alunos não vão conseguir obter um segmento com comprimento menor que o do segmento $\overline{CD}$.
- Espera-se que os alunos percebam que a medida de um segmento com extremidades em retas paralelas é mínima quando esse segmento forma com as retas um ângulo de 90° .

Fonte: Gay e Silva (2018, p. 175).

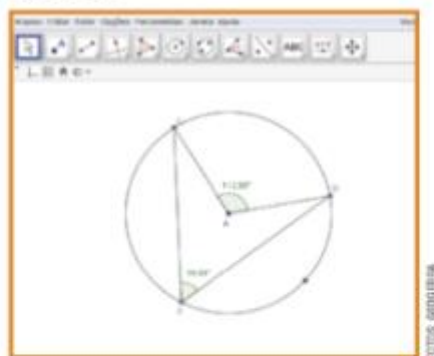
Dessa maneira, pelo uso de procedimentos experimentais para gerar uma conjectura, pode ocorrer a descoberta de resultados matemáticos antes desconhecidos pelos alunos, além da possibilidade de realizar vários testes ao arrastar o ponto E , ao mesmo tempo que podem verificar a medida do segmento AE , bem como do ângulo $\widehat{CEA}$, comparativamente com o ângulo $\widehat{DCE}$. Define-se tal atividade como tendo uma abordagem de experimentação-com-tecnologias, promovendo descoberta matemática (Borba & Villarreal, 2005).

De fato, ao analisar a referida coleção, é perceptível essa diferença na abordagem pedagógica que os autores propõem. Indo ao encontro do que Hohenwarter et al. (2008) defendem, ao invés de dar aos estudantes uma resposta a um problema que eles não sabiam em primeiro lugar, tais explorações permitem uma introdução mais significativa a um conceito abstrato.

Agora, olhando para a coleção *A Conquista da Matemática*, nota-se que todas as quatro atividades têm abordagem da experimentação-com-tecnologias. No entanto, chama a atenção o fato de que é a coleção com menos atividades com o uso do SGD. Se as atividades trazem, uma abordagem interessante, na perspectiva da literatura, poderiam ser melhor aproveitadas durante toda a coleção ao apresentarem mais propostas, já que, em um ano inteiro, seguindo a abordagem do LD, os estudantes só teriam acesso ao SGD uma única vez, tendo em vista que há uma atividade em cada um dos livros do 6º ao 9º ano. Na Figura 4, como exemplificação, é exposta a atividade CM04, que tem papel de corroborar a compreensão de conjecturas.

Figura 4: Final da CM04 com corroboração a compreensão de conjectura: 9º ano

- 4 Por fim, construa os ângulos central e inscrito. Para isso, basta clicar na ferramenta **Ângulo** e construir os ângulos DAC e DBC.



Agora, movimente os ângulos inscrito e central, modificando as medidas. Copie o quadro em seu caderno e anote essas medidas.

Ângulo inscrito	Ângulo central

Agora, é sua vez: *Espera-se que o aluno verifique a propriedade de que a medida de um ângulo inscrito é igual à metade da medida do ângulo central de mesmo arco determinado por ele na circunferência.*

1. Analise o quadro que você preencheu. O que é possível concluir?
2. Organizados em trios, escolham um dos exercícios da Unidade para resolver utilizando as orientações desta seção com o software GeoGebra. Após resolvê-lo, cada trio deverá propor um desafio de modificação para outros trios resolverem. *Resposta pessoal.*

Fonte: Giovanni Júnior e Castrucci (2018, p. 139).

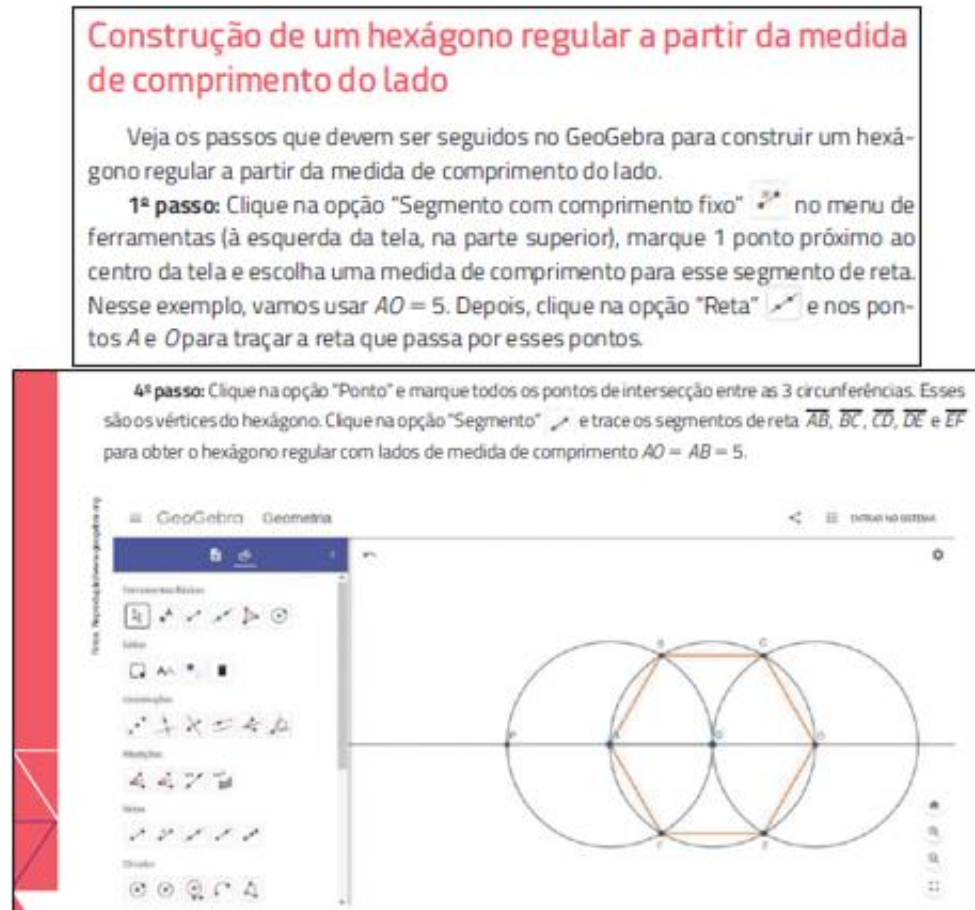
A CM04 aparece após toda a explanação e demonstração da propriedade que a medida de um ângulo inscrito é igual à metade da medida do ângulo central correspondente. Ela traz a ideia de visualização e movimento incorporada na frase antes do quadro e complementada na questão 1, como descrito na Figura 4. Inicialmente, é requerido que os alunos movimentem os ângulos construídos, anotando tais medidas modificadas de modo que possam verificar que os dados da coluna da esquerda serão sempre metade das medidas da coluna direita.

No entanto, como a demonstração da propriedade foi feita anteriormente e várias outras atividades já foram sugeridas no capítulo, a questão é uma confirmação do que se estudou previamente. Assim, os alunos poderiam estar convencidos de que tal propriedade é verdadeira antes de fazer um experimento para descobrir algo novo ou mesmo para verificar se uma hipótese é verdadeira para aceitá-la ou refutá-la (Borba & Villarreal, 2005). Assim, a atividade corrobora com a compreensão da conjectura mencionada, pois não houve descoberta matemática.

Por fim, na coleção Teláris, chama a atenção apenas uma atividade partir de um conceito que é desconhecido (um em oito) e, assim como nos LD da Apoema, não há atividades que promovam descoberta matemática. A TE07, de simples constatação, cuja parte final é apresentada na Figura 5, objetiva a construção de um hexágono regular, conceito ainda não abordado até o momento no livro. Esta é a única da coleção que parte de um conceito

desconhecido. Anteriormente, as atividades do LD oportunizaram a construção de triângulo equilátero, quadrado e pentágono regular com o auxílio de instrumentos como régua, compasso, esquadro e transferidor, mas não o hexágono.

Figura 5: Parte inicial e final da TE07 com o objetivo de simples constatação: 9º ano



Fonte: Dante (2018, p. 221–222).

Nota-se na atividade que os alunos devem seguir detalhadamente as instruções em cada etapa da construção. Por exemplo, no 1º passo, é possível perceber que é solicitada a localização do ponto inicial para o início da construção próximo ao centro da tela, bem como que se trace um segmento de cinco unidades de comprimento. Este é um fato que não é necessário para que a atividade seja realizada. Como não exige interação com tal construção feita, seu objetivo é apenas constatação por meio do SGD.

No entanto, ao final, não é pedido para verificar se esse desenho realmente representa a construção de um hexágono regular com lados e ângulos congruentes. Isso pode ser feito usando o arrastar ou as funções pré-definidas do software que medem tais objetos geométricos. Perde-se uma oportunidade de experimentação a partir da visualização ativa por parte dos estudantes, já que, talvez, seja visualmente mais claro que $AF = AB = CD = DE = 5$ por serem raios das circunferências, mas justificar que $BC = FE = 5$ pode não ser tão direto. Desse modo, há uma atividade de simples constatação.

Uma vez que se tem a obra em mãos, o professor pode pensar nos papéis citados, buscando uma forma de realizar uma adaptação ou uma reestruturação da atividade que é fornecida pelo LD, a depender do nível de caráter experimental que ela apresenta, caso haja necessidade. Como apontado por Borba, Scucuglia e Gadaniadis (2020), é essencial na reelaboração de atividades com SGD levar em consideração a busca por um cenário didático-

pedagógico que envolva a complexidade do pensamento matemático para que a utilização do software seja significativa.

Dessa forma, essa pesquisa se propôs a focar na análise do LD, mas há de se questionar o que acontece realmente em uma sala de aula pensando no uso do livro ao ensinar aos alunos, tanto no contexto com o SGD como em contextos gerais de ensino. Nessa direção, baseando-se em Brown (2002) e Januario (2017), uma pesquisa está em desenvolvimento se debruçando na análise da relação professor-livro didático, na busca por compreender o uso e a interpretação que os professores dão dos LD em seus atos de ensinar. Dessa maneira, caso haja o uso do SGD em sala de aula, será possível perceber esses papéis, ou outros, em ação.

5 Considerações finais

A partir do procedimento metodológico, foi possível compreender que o papel do SGD em três das quatro coleções principalmente é o de corroborar na compreensão de conjecturas, enquanto em apenas uma é o de promover a descoberta matemática - caso da *Araribá Mais*. Uma vez que a BNCC e, consequentemente, o PNLD não especifica sobre as atividades com o uso do SGD, é possível perceber diferentes quantidades e diferentes abordagens das atividades se comparando as obras entre si.

Na coleção *Apoema*, por exemplo, não houve abordagem de descoberta matemática em nenhuma das nove atividades analisadas e pode-se perceber a falta de exploração das potencialidades do software, apresentando diversas questões utilizando apenas as funções pré-definidas do SGD, bem como não fazendo um convite de arraste para os alunos explorarem os objetos geométricos que eram construídos. Além disso, apenas uma atividade partiu de um conceito ainda não abordado no LD, ou seja, a coleção não se utiliza do SGD como ponto de partida para a experimentação por parte dos alunos, trazendo atividades já realizadas anteriormente com o uso de recursos convencionais.

Na *Araribá Mais*, as 15 atividades com o uso do SGD, com exceção de uma, apresentam um convite à exploração, além de que 12 partem de um conceito ainda não abordado no LD, favorecendo a descoberta matemática. Ou seja, a coleção demonstra o uso do software de forma mais potencializada, ao propor sua utilização como ponto de partida e criando um ambiente mais favorável de experimentação para os estudantes, tendo vários convites para que os mesmos elaborem conjecturas, não fornecendo respostas previamente definidas.

A coleção *A Conquista da Matemática* foi a que apresentou a menor quantidade de atividades com o uso do SGD – quatro no total, uma em cada ano. Por ser a coleção mais escolhida no ano de 2020, com quase metade de todos os LD distribuídos nesse ano, espera-se que a coleção ofereça mais atividades para oportunizar que os estudantes utilizem mais o SGD. Também chama a atenção o fato de que três delas partem de conceito conhecido. É possível, inclusive, perceber que essas sempre se encontram no final dos capítulos nas quais estão presentes, abordando conceitos já amplamente explorados no LD anteriormente. A CM01 excetua-se desse ponto, abordando conceito, até então, desconhecido. Entretanto, como aparente curiosidade, uma vez que o assunto novo não tem a obrigatoriedade de ser abordado no 6º ano e o livro não cita mais sobre isso em outro momento. Dessa forma, é possível se questionar sobre a decisão dos autores na abordagem de atividades com o uso do SGD, o que não aparenta ser uma prioridade.

Por último, na coleção *Teláris*, foram apresentadas duas atividades que não possuíam um convite à exploração. Todas as oito eram claras em seus objetivos, porém, o que mais chamou a atenção na coleção foi a presença de muitas questões que não possuíam um caráter aberto, limitando onde os estudantes deveriam colocar um ponto, ou a medida específica que

deveriam traçar um segmento, ou como deveriam chamar um objeto construído, elementos esses não essenciais para os objetivos matemáticos da atividade; além disso, havia apenas uma atividade que partia de um conceito desconhecido.

Como resultado, é imperativo que os elaboradores das coleções forneçam sugestões de atividades que usem o SGD para criar um ambiente favorável para o aprendizado matemático. Não usando os mesmos de uma maneira domesticada, ou não potencializada, como de simples constatação, simplificando o processo apenas para terem seus LD aprovados pelo PNLD. Dessa forma, a responsabilidade por esse tipo de avaliação também recai diretamente sobre o Programa.

Retomando o primeiro critério de avaliação do Programa, é demonstrado que o objetivo é garantir que os materiais contribuam para o desenvolvimento das habilidades e competências da BNCC, a qual apresenta recomendações limitadas para o uso do SGD. Em vista disso, quanto ao PNLD, é fácil averiguar a presença ou ausência de algo, no entanto, para garantir um LD de qualidade em sala de aula, não apenas a presença das TD é necessária, mas também a qualidade delas. A obrigatoriedade das TD nos LD foi um primeiro passo fundamental dado, porém, estagnar aqui seria como um desperdício, uma vez que as TD, em si, não param de evoluir e apenas a sua presença não garante atividades que criem um ambiente mais favorável para a aprendizagem matemática.

No campo da Educação Matemática, a utilização do SGD, em uma sua abordagem interativa e visual, apresenta potencial para ampliar a forma como os conceitos geométricos são ensinados e aprendidos. Oferecendo ferramentas que possibilitem aos estudantes explorarem conceitos geométricos de maneira dinâmica, o foco desta pesquisa em compreender o papel do SGD nas atividades dos LD é relevante para identificar a forma como essas ferramentas têm sido empregadas e em que medida precisam de aprimoramento. Assim, há o fornecimento de insights sobre práticas que podem ser adotadas por professores para potencializar a aprendizagem dos alunos.

Para além disso, há possibilidades de questionamentos para pesquisas futuras, considerando LD de outros segmentos da Educação Básica, por exemplo, ou mesmo buscando compreender se o papel é o semelhante para as outras coleções de LD dos Anos Finais do Ensino Fundamental nesse edital do PNLD 2020. Por exemplo, de que forma novos papéis podem aparecer nos livros publicados considerando o PNLD 2024? Houve mudanças ou adaptações de tais atividades com o uso do SGD? E com relação às outras TD? Os papéis discutidos aqui podem ser adaptados pensando em outras tecnologias presentes nos livros? São questões pertinentes pensando no futuro, na expectativa de que pesquisas que envolvam os LD possam continuar na crescente que vem apresentando nos últimos anos no campo da Educação Matemática.

Referências

- Alves-Mazzotti, A. J. (2001). O método nas Ciências Sociais. In: A. J. Alves-Mazzotti; F. Gewandsznajder. *O método nas Ciências Naturais e Sociais: Pesquisa Quantitativa e Qualitativa*. (pp. 107-188). São Paulo, SP: Editora Pioneira.
- Amaral-Schio, R. B. (2018). Livro Didático de Ensino Médio, Geometria e a Presença das Tecnologias. *RENTE*, 16(2). <https://doi.org/10.22456/1679-1916.89217>.
- Bogdan, R. C., & Biklen S. K. (2003). *Investigação qualitativa em educação: uma introdução à teoria e aos métodos*. Porto Editora.
- Borba, M. C., & Sucucuglia, R. S. R., & Gadanidis, G. (2020). *Fases das tecnologias digitais em Educação Matemática: sala de aula e internet em movimento*. Autêntica Editora.

- Borba, M. C., & Villarreal, M. E. (2005). *Humans-with-media and the reorganization of mathematical thinking: Information and communication technologies, modeling, visualization and experimentation* (Vol. 39). Springer Science & Business Media.
- Brasil (2018). PNLD 2020.
https://www.fnnde.gov.br/phocadownload/programas/Livro_Didatico_PNLD/Editais/2020/
- Brown, M. W. (2002). *Teaching by design: Understanding the intersection between teacher practice and the design of curricular innovations*. 543f. Tese (Doutorado em Ciências da Aprendizagem). School of Education & Social Policy, Northwestern University. Evanston, Illinois (EUA).
- Carvalho, A. M. (2022). *O papel do software de geometria dinâmica em atividades propostas nos livros didáticos de matemática*. 151f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Matemática). Universidade Estadual de Campinas. Campinas, SP.
- Dante, L. R. (2018). *Teláris Matemática, 9º ano: ensino fundamental, anos finais*. (3. ed.). São Paulo, SP: Editora Ática.
- Gay, M. R. G., & Silva, W. R. (2018). *Araribá Mais Matemática: 6º ano*. São Paulo, SP: Editora Moderna.
- Giovanni Júnior, J. R., & Castrucci, B. *A Conquista da Matemática: 9º ano: ensino fundamental: anos finais*. (4. Ed). São Paulo, SP: FTD.
- Gitirana, V., Bittar, M., & Ignácio, R. (2014). Objetos Educacionais Digitais: políticas e perspectivas. *FÓRUM GT*, 6(81).
- Januario, G. (2017). *Marco conceitual para estudar a relação entre materiais curriculares e professores de Matemática*. 194f. Tese (Doutorado em Educação Matemática). Faculdade de Ciências Exatas e Tecnologia. Pontifícia Universidade Católica de São Paulo. São Paulo, SP.
- Laborde, C. (1998). Relationships between the spatial and theoretical in geometry: the role of computer dynamic representations in problem solving. In: J. D. Tinsley, & D.C. Johnson (Org.). *Information and Communications Technologies in School Mathematics*. (pp. 183-194). Grenoble: Chapman & Hall.
- Longen, A. (2018). *Apoema: matemática 7*. São Paulo, SP: Editora do Brasil.
- Perovano, A. P., & Guimarães, D. R. (2020). Um mosaico dos trabalhos publicados nos anais do SIPEM: foco nos livros didáticos e nos materiais curriculares. *INTERMATHS: Revista de Matemática Aplicada e Interdisciplinar*, 1(1), 34–51.
<https://doi.org/10.22481/intermaths.v1i1.7395>
- Ribeiro, M., & Amaral, R. B. (2016). Guia de tecnologia dos/nos livros didáticos de matemática: uma primeira discussão. *Educação Matemática em Revista*, 21(51).
- Zimmermann, W., & Cunningham, S. (1991). Editor's introduction: What is mathematical visualization. *Visualization in teaching and learning mathematics*, 1(8).