Conhecimento Matemático Especializado revelado por futuros professores de Matemática: um contexto pautado na Teoria das Situações Didáticas

Specialized Mathematical Knowledge revealed by future Mathematics teachers about area and perimeter

Francisco Eteval da Silva Feitosa[1]
Roberta dos Santos Rodrigues[2]

Resumo: Este trabalho investiga as potencialidades da Teoria das Situações Didáticas (TSD), como metodologia de ensino, para favorecer a mobilização de conhecimentos especializados do professor de Matemática. Ele apresenta resultados parciais de uma pesquisa de mestrado. Fundamenta-se no modelo *Mathematics Teacher's Specialized Knowledge* (MTSK), possui uma perspectiva qualitativa e um enfoque teórico interpretativo do tipo estudo de caso instrumental. Obtivemos os dados durante uma oficina formativa com futuros professores acerca dos tópicos *área* e *perímetro*, utilizando a observação participante, gravação audiovisual e registros escritos. A partir de uma análise de conteúdo com categorias do MTSK, os primeiros resultados apontam que a TSD como metodologia de ensino mostrou-se como oportunidade formativa para a mobilização de conhecimentos especializados.

Palavras-chave: Formação de professores. Situação Didática. Geometria. MTSK.

Abstract: This paper outlines the preliminary findings of a master's research project that seeks to explore the potential of the Theory of Didactic Situations-TSD as a teaching approach to facilitate the utilization of specialized knowledge by Mathematics education teachers. Using the Mathematics Teacher's Specialized Knowledge-MTSK model as its foundation, this research adopts a qualitative perspective and an interpretative theoretical method of the instrumental case-study type. We collected the data through participant observation, audiovisual recording, and written records during a training workshop for prospective teachers on the concepts of area and perimeter. From a content analysis using MTSK categories, the initial findings suggest that TSD as a teaching approach has been a valuable opportunity for the activation of specialized knowledge.

Keywords: Teacher Education, Didactic Situation, Geometry, MTSK.

1 Introdução

Uma das razões para a inclusão das grandezas e medidas na matemática escolar é sua forte presença nas mais diversas práticas sociais e profissionais (Lima & Bellemain, 2010), além de conectar-se a múltiplas disciplinas e ser um ramo específico da Matemática que liga número e espaço (Clements & Sarama, 2007). Contudo, nos últimos anos, diversas pesquisas sobre os problemas de aprendizagem dos conceitos de área e perímetro evidenciam, entre outras coisas, que os estudantes confundem os conceitos de área e perímetro (Gómez & Vásquez, 2015; Lima & Bellemain, 2010; Martínez & Pardo, 2017), têm a crença de que igualdade de área implica igualdade de perímetro e vice-versa (D'Amore & Fandinho, 2007; Popoca & Acuña, 2011), apresentam problemas na transição entre as intuições que os alunos carregam e os conceitos dados nas salas de aula (Gómez & Vásquez, 2015) e fazem abordagem desses

[1] Docente do Programa de Pós Graduação em Ensino de Ciências e Matemática da Universidade Federal do Amazonas • Manaus, AM — Brasil • ✉ sfeitosa@ufam.edu.br • ORCID https://orcid.org/0000-0003-0913-3427.
[2] Discente do Programa de Pós Graduação em Ensino de Ciências e Matemática da Universidade Federal do Amazonas e bolsista do projeto de pesquisa financiado pela FAPEAM por meio do "Programa de Apoio à Pós-Graduação Stricto Sensu Posgrad/Fapeam/2024-2025".• Manaus, AM — Brasil • ✉ roberta.rodrigues@ufam.edu.br • ORCID https://orcid.org/0000-0001-9903-7644

ISSN 2764-3158

conceitos com foco na memorização e aplicação das fórmulas (Martínez & Pardo, 2017), em muitos casos de forma inadequada e sem sentido (García & Carrillo, 2006).

A resolução desses problemas está intrinsecamente ligada à formação dos professores. Compartilhamos da perspectiva de D'Amore e Fandiño (2007), que argumentam que o obstáculo para uma construção satisfatória dos conceitos de perímetro, área e suas relações não é meramente de natureza epistemológica, mas também emana das diversas decisões que o professor toma, sendo, portanto, de natureza didática.

Esses problemas podem estar atrelados ao conhecimento matemático do professor, uma vez que este é um componente fundamental para a prática docente (Carrillo-Yañez *et al*., 2018). Isso tem incentivado diversas pesquisas com foco nas especificidades da prática e do conhecimento do professor de (e que ensina) Matemática, como os trabalhos de Ribeiro, Gibim e Alves (2021), García e Carrillo (2006) e Araujo (2018). Tal procura evidencia a relevância desta pesquisa para o campo da Educação Matemática e nos levou à seguinte questão de pesquisa: que conhecimentos especializados no âmbito de área e perímetro são revelados por futuros professores de Matemática ao participarem de um contexto formativo pautado na Teoria das Situações Didáticas (TSD)?

Para responder a essa questão, estabelecemos como objeto de estudo o conhecimento especializado do professor de Matemática. Nosso objetivo é investigar as potencialidades da TSD, como metodologia de ensino, para favorecer a mobilização de conhecimentos especializados do professor de Matemática. No caso deste estudo, o tópico escolhido foi *área e perímetro de figuras planas na perspectiva do Campo Conceitual das Grandezas Geométricas*.

Em termos de estrutura textual, começamos introduzindo os pressupostos essenciais dos referenciais teóricos que fundamentam o estudo. Em seguida, apresentamos o contexto e o método de pesquisa, juntamente com as situações propostas. Os resultados são detalhados na seção subsequente, seguidos de algumas considerações finais para encerrar.

2 Referencial teórico

Esta pesquisa se fundamenta em três referenciais teóricos distintos. Para analisar os conhecimentos empregados por futuros professores de Matemática, adotamos o modelo teórico-analítico proposto por Carrillo, Climent, Contreras e Muñoz-Catalán (2013), conhecido como *Mathematics Teacher's Specialized Knowledge* (MTSK). Utilizamos as fases da TSD de Brousseau (1986) como meio para observar a mobilização e estimular o desenvolvimento desses conhecimentos. Além disso, para o desenvolvimento do conhecimento especializado no ensino dos conceitos de área e perímetro, recorremos a tarefas fundamentadas na Teoria dos Campos Conceituais de Vergnaud (1989), especificamente no Campo Conceitual das Grandezas Geométricas, seguindo a perspectiva de Douady e Perrin-Glorian (1989) e Baltar (1996).

2.1 Mathematics Teacher's Specialized Knowledge – MTSK

O MTSK (Carrillo *et al*., 2013) considera o caráter especializado do conhecimento do professor de forma integral em todas as suas subdimensões e evita fazer alusão a referências externas (conhecimentos de outras profissões). Ademais, o MTSK é tanto uma proposta teórica que modela o núcleo do conhecimento profissional do professor de Matemática quanto uma ferramenta metodológica que permite analisar diferentes práticas do professor de Matemática por meio de suas categorias (Flores, Escudero & Aguilar, 2013). O MTSK assume a natureza especializada do conhecimento do professor, considerando três domínios: *Mathematical Knowledge* (MK), *Pedagogical Content Knowledge* (PCK) e *Beliefs* a respeito da Matemática e de seu ensino e aprendizagem. Aqui focamos somente no domínio MK, que inclui os tópicos matemáticos e entidades no subdomínio do Conhecimento de Tópicos (KoT), as conexões entre entidades matemáticas no Conhecimento da Estrutura da Matemática (KSM) e as formas de fazer ou criar matemática no Conhecimento de Práticas em Matemática (KPM).

Para organizar os diferentes elementos do subdomínio KoT, Carrillo-Yañez *et al.* (2018) definem quatro categorias. A primeira, que contempla definições, propriedades e seus fundamentos, abrange a compreensão de uma ampla variedade de relações entre conceitos matemáticos, incluindo suas propriedades específicas, e as fundamentações desses conceitos em processos matemáticos, como demonstrações ou teoremas. A Fenomenologia engloba o entendimento do professor sobre os fenômenos que podem originar conhecimento matemático, bem como os contextos, usos e aplicações do tópico matemático ensinado. O Registro de representações compreende o conhecimento relacionado às várias maneiras de representar um conceito, processo ou procedimento matemático (Almeida & Ribeiro, 2021). Já a última, Procedimentos, envolve o entendimento de como, quando e por que os procedimentos são executados de certa maneira, bem como as características dos resultados obtidos (Zakaryan & Ribeiro, 2019).

O KSM envolve os conhecimentos dos professores relacionados a conexões entre itens matemáticos (Carrillo-Yañez *et al.*, 2018), as quais podem ser interconceituais (conexão entre diferentes conceitos mobilizados simultaneamente) ou temporais (ocorrem entre conhecimentos prévios e futuros). Esse saber é composto por quatro categorias de conexões matemáticas: ligações de complexidade crescente, simplificação, auxiliares e vínculo transversal. O KPM abrange os conhecimentos relacionados a como se explora e se gera conhecimento em Matemática, como definir, justificar e demonstrar, as características inerentes a esses processos matemáticos, além do conhecimento sintático próprio da Matemática (Carrillo-Yañez *et al.*, 2018). Segundo Delgado-Rebolledo (2020), compõem esse subdomínio as seguintes categorias: prática de definir, prática de demonstrar, prática de resolver problemas e o papel da linguagem matemática. Com respeito a esse subdomínio, focaremos nossas análises nas três últimas categorias.

A prática de demonstrar inclui o conhecimento de métodos e tipos de demonstrações (Campos-Cano & Flores-Medrano, 2020; Carvajal, Martínez & Soto, 2020; Delgado-Rebolledo, 2020), além de uma subcategoria associada ao conhecimento das funções de demonstração (verificação, explicação, sistematização, descoberta e comunicação), conforme Villiers (1990). A categoria da prática de resolver problemas inclui o conhecimento do professor sobre a decomposição de um problema em casos particulares, sobre o uso de um desenho como estratégia heurística para avançar na resolução de um problema e sobre a estratégia de simplificar um problema para resolvê-lo. Por sua vez, o conhecimento do professor sobre o significado sintático e semântico dos simbolismos formais e das expressões matemáticas e seu conhecimento sobre o papel dos símbolos em diferentes contextos são considerados na categoria *papel da linguagem matemática* (Delgado-Rebolledo, Zakaryan & Alfaro Carvajal, 2022).

No presente trabalho, focamos nos subdomínios do MK, cuja análise será dada a partir das categorias delineadas por Delgado-Rebolledo e Espinoza-Vásquez (2021). Os indicadores são designados por um acrônimo, composto pelas iniciais do subdomínio relevante, acrescido da(s) letra(s) representativa(s) da categoria correspondente: KoT - Definições, propriedades e fundamentos (KoTd); KoT - Fenomenologia e aplicações (KoTph); KoT - Procedimentos (KoTp); KoT- Registros de representação (KoTr); KSM - Conexões baseadas em simplificação (KSMs); KSM - Conexões baseadas em aumento da complexidade (KSMc); KSM - Conexões auxiliares (KSMa); KSM - Conexões transversais (KSMt); KPM - Prática de demonstrar (KPMpr); KPM - Prática de definir (KPMde); KPM - Prática de resolver problemas (KPMsp);

ISSN 2764-3158

KPM - O papel da linguagem matemática (KPMml).

Consideramos que tão importante quanto identificar os conhecimentos especializados do professor de Matemática é criar situações de aprendizagem/formação que favoreçam a mobilização e o desenvolvimento desses conhecimentos. Com esse intuito, utilizamos como metodologia de ensino a TSD de Brousseau (1986). Elencamos alguns de seus pressupostos na próxima subseção.

2.2 Teoria das Situações Didáticas

A TSD, concebida na França por Guy Brousseau, é um modelo teórico que aborda conteúdos matemáticos e exemplifica algumas situações essenciais, tornando-se uma base teórica para estudos adicionais em didática e para a prática de professores de matemática (Teixeira & Passos, 2013). Conforme definido por Pais (2019), uma situação didática refere-se às diversas interações pedagógicas que ocorrem entre os alunos, o professor e o conteúdo específico, com o objetivo de promover o ensino e a aprendizagem. Portanto, as situações didáticas podem se manifestar de várias formas, como situações-problemas. De acordo com Brousseau (1986), a partir dessas situações, o sujeito estabelece uma relação com o conhecimento, considerando também o ambiente didático, que inclui o papel do professor.

Brousseau (1986) desenvolve uma tipologia de situações didáticas, analisando as principais atividades específicas da aprendizagem da Matemática: ação, formulação, validação e institucionalização. Na ação, o estudante pondera e experimenta diferentes abordagens ao escolher um método de resolução dentro de um modelo de adaptação, por meio da interação com o ambiente educacional, e toma as medidas necessárias para organizar a solução do problema. Na formulação, ocorre uma interação entre o estudante e o *milieu* (meio), na qual se utiliza uma linguagem mais adequada, sem a necessidade expressa de empregar linguagem matemática formal. Esse contexto pode envolver ambiguidade, repetição, emprego de metáforas, introdução de termos semióticos inéditos, assim como uma possível falta de pertinência e eficácia na comunicação, dentro de um ciclo contínuo de retroalimentação. Durante esse processo, os estudantes buscam adaptar a linguagem que normalmente utilizam para melhor transmitir as informações necessárias. Na validação, os estudantes se esforçam para convencer os interlocutores da veracidade das declarações, empregando uma linguagem matemática apropriada, como demonstrações (Teixeira & Passos, 2013).

Na institucionalização, a intenção do professor é revelada e aí é retomada a parte da responsabilidade cedida aos estudantes, conferindo-lhes o estatuto de saber ou descartando algumas produções e definindo, assim, os objetos de estudo por meio da formalização e da generalização. Portanto, ocorre uma verdadeira aprendizagem, reconhecida pelo professor. Brousseau (2008, p. 21) pondera que o papel da institucionalização é “prover sentido de um saber”.

Na perspectiva de Teixeira e Passos (2013), é possível estruturar, aplicar e analisar uma sequência didática em qualquer nível de ensino, considerando as especificidades dos envolvidos e os objetivos a serem alcançados. Nesta pesquisa, partimos da hipótese de que a aplicação de uma sequência didática pautada nas dialéticas da TSD poderia favorecer a mobilização e o desenvolvimento do conhecimento especializado de docentes de Matemática em formação inicial. Contudo, a prática matemática do professor sustenta-se na implementação de tarefas matemáticas pelo que as tarefas devem assumir um papel central também na formação desses profissionais (Ribeiro *et al.*, 2021). Uma vez que visamos a desenvolver nos licenciandos o conhecimento especializado para o ensino conceitual de áreas e perímetros, recorremos à Teoria dos Campos Conceituais de Vergnaud (2009) para dar às tarefas propostas um caráter intencional.

2.3 Teoria dos Campos Conceituais: Campo Conceitual das Grandezas Geométricas

A Teoria dos Campos Conceituais (TCC) foi desenvolvida pelo pesquisador francês Gérard Vergnaud (1982, p. 40), segundo o qual um campo conceitual é "um conjunto informal e heterogêneo de problemas, situações, conceitos, relações, estruturas, conteúdos e operações de pensamento conectados uns aos outros e, provavelmente, entrelaçados durante o processo de aquisição". Enquanto teoria de referência, o modelo teórico de Vergnaud alerta para a necessidade de levar em conta a especificidade dos conteúdos a serem ensinados e o fato de que um simples conceito, como área e perímetro, não se refere apenas a um tipo de situação[3], assim como uma situação não pode ser analisada por meio de um único conceito.

Na perspectiva da TCC de Vergnaud (1989), os conceitos de área e perímetro estão incluídos no Campo conceitual das Grandezas Geométricas. Sob essa perspectiva, concebemos área e perímetro como conceitos distintos que podem ser representados pela tríade C = (S, I, R). Nela, S (a referência) é o conjunto de situações que dão sentido ao conceito de área (perímetro); I (o significado) é o conjunto de invariantes nos quais se assenta a operacionalidade dos esquemas, por meio dos quais se resolvem tarefas sobre área (perímetro); R (o significante) é o conjunto das formas que permitem representar a área (perímetro) e suas propriedades.

Com base nas concepções apresentadas pelos estudantes em sua pesquisa, Douady e Perrin-Glorian (1989) propõem um modelo dialético para a construção do conceito de área como grandeza, à qual articulam a variedade de situações em três diferentes quadros. O quadro geométrico é composto pelas superfícies planas (triângulos, quadriláteros etc.); o numérico, constituído pelas medidas das áreas, sendo números reais não negativos; e o das grandezas, caracterizado pela relação de equivalência, isto é, uma superfície ter ou não a mesma área. Baltar (1996), ao considerar esses quadros , amplia o estudo realizado por Douady e Perrin-Glorian e propõe três tipos de situações que dão sentido a essa temática, denominadas por ele de comparação, medida e produção. A partir desse estudo, Ferreira (2010) elabora um quadro que resume a classificação de Baltar (1996) e inclui mais um tipo de situação, a mudança de unidade, a fim de complementar a proposta do autor.

As situações de comparação situam-se essencialmente no quadro das grandezas e tem como finalidade propor tarefas em que o estudante possa comparar áreas e comprimentos, informando se são iguais, maiores ou menores. Nas estatísticas, as superfícies e o comprimento não são alterados com os procedimentos utilizados. Nas dinâmicas, há modificação das figuras e observa-se se essa mudança provoca ou não variação de área e de perímetro (Baltar, 1996).

As situações de medida estão localizadas no quadro numérico e na passagem da grandeza ao número, por meio da escolha de uma unidade de medida. A tarefa principal que o estudante tem a desempenhar é medir áreas e comprimentos de diferentes maneiras, por exemplo, realizando cálculos, estimativas ou utilizando instrumentos de medição. Baltar (1996) considera como exatas aquelas situações em que o resultado é expresso por um número seguido de uma unidade e, por enquadramento, aquelas expressas por uma aproximação.

As situações de mudança de unidade estão mais localizadas no quadro numérico e, por vezes, contam com a ausência do quadro geométrico. Essa classe tem como finalidade representar uma mesma área ou perímetro com unidades de medida diferentes, podendo ser com unidades de medidas convencionais ou não-convencionais. As situações de produção estão localizadas no quadro geométrico e divididas em: produção de superfícies de mesma área ou mesmo perímetro que a de uma figura dada, produção de superfícies de área ou perímetro maior

[3] Situação no contexto da TCC tem o sentido de tarefa.

ISSN 2764-3158

ou menor que a/o de uma figura dada e produção de superfícies a partir de uma área ou um perímetro dado.

O conhecimento do professor acerca das situações que dão sentido ao conceito de área e de perímetro está enquadrado no KoT na categoria de Fenomenologia e Aplicações (Flores-Medrano, Ávila, Navarro, González & Yañez, 2014). Dessa maneira, o conhecimento especializado para o ensino dos conceitos de área e perímetro de figuras plana, na perspectiva da TCC, inclui a distinção da área e do perímetro de uma superfície de sua forma, conhecer que duas superfícies de formas diferentes podem ter uma mesma área ou o mesmo perímetro, a distinção da área e do perímetro do número, a partir da noção de que uma mesma superfície pode corresponder a números diferentes associados às unidades de medida escolhidas, sem modificar sua área ou seu perímetro. Isso vale para a distinção entre perímetro e contorno como o comprimento de uma curva fechada (Douady & Perrin- Glorian, 1989).

Pelo exposto, apresentaremos na próxima seção o contexto e a metodologia desta pesquisa. Também exporemos as situações que foram trabalhadas com os professores em formação inicial visando a desenvolver o seu conhecimento especializado para o ensino dos conceitos de área e perímetro de figuras planas.

3 Contexto e Método

Esta investigação foi desenvolvida sob uma perspectiva qualitativa (Creswell & Creswell, 2021), com um enfoque teórico interpretativo sobre a mobilização do Conhecimento Especializado de Professores de Matemática em Formação Inicial e as seguintes fases: (i) elaboração de uma Sequência Didática (Zabala, 1998) para os futuros professores de Matemática; (ii) aplicação da Sequência Didática para a obtenção dos dados; e (iii) análise de evidências e identificação de indícios de conhecimento. Ademais, trata-se de um estudo de caso instrumental (Stake, 2005), cujo foco de interesse não é conhecer o caso em si, mas saber que a situação proposta permite a mobilização e o desenvolvimento do conhecimento dos professores em formação inicial.

Como técnica de coleta de dados, recorremos à observação participante e à análise documental (Gil, 2022) por meio de notas de campo e das respostas dos participantes à tarefa proposta, os quais foram analisados à luz da Análise de Conteúdo (Bardin, 1997). Na etapa da pré-análise, selecionamos, para compor o *corpus* a ser analisado, os protocolos de resolução dos grupos que conseguiram apresentar uma resolução completa da tarefa. Na fase da exploração, classificamos e codificamos os dados segundo as categorias presentes na Tabela 1. Para tratamento dos dados, explicitamos os descritores e categorias evidenciadas pelos grupos nos subdomínios do MK.

O contexto desta pesquisa foi o de uma disciplina de Geometria Plana na qual a sequência didática teve como carga horária 8 horas distribuídas em 4 dias, contando com a participação de 24 futuros professores de Matemática de uma universidade pública do Amazonas-Brasil divididos em 8 grupos. Foram planejadas 3 atividades, sendo que a primeira foi realizada em 2 dias e focou no desenvolvimento do subdomínio KoT. A segunda e terceira atividades foram realizadas em 1 dia cada e tiveram como foco o KSM e o KPM, respectivamente. Neste trabalho, traremos os resultados da análise feita na primeira atividade.

As atividades foram articuladas de modo a desenvolver o Conhecimento Especializado dos licenciandos acerca do tópico *área e perímetro de figuras planas* e foram executadas segundo as dialéticas da TSD (Brousseau, 1986): ação, formulação, validação e institucionalização. Na situação de ação, os pesquisadores estimularam tentativas de solução experimentais, sem preocupação com formalizações ou coerência na escrita. Esperávamos nesse momento o aparecimento de tentativas de soluções de natureza puramente intuitiva e empírica. Na situação de formulação, os grupos foram estimulados a trocar informações e colaborar com outros, permitindo a comparação das soluções parciais e oportunizando a percepção de padrões. Foi reforçada a necessidade de uma comunicação um pouco mais sistemática para permitir a troca de informações e comparações bem-sucedidas, mas sem exacerbada preocupação com linguagem matemática formal. Na situação de validação, foi esclarecido aos grupos que se fazia necessário o uso de uma linguagem matemática mais cuidadosa, pois era nesse momento que eles deveriam apresentar suas soluções. Assim, foi solicitado cuidado na comunicação para que ela fosse suficientemente clara para o restante da turma.

Como destaca Pais (2019), as dialéticas da TSD encontram-se fortemente entrelaçadas entre si e a separação proposta serve apenas para operacionalizar uma análise didática, e não para induzir uma separação nítida entre elas. Com isso, a institucionalização se deu de forma concomitante com a validação, na qual analisamos e sintetizamos as respostas e soluções dos licenciandos bem como apresentamos a formalização matemática esperada para o assunto escolhido, levamos em conta as soluções e concepções apresentadas pelos grupos e situamo-las dentro da teoria matemática que desejávamos abordar, a saber, os conceitos de área e perímetro na perspectiva do Campo Conceitual das Grandezas (Vergnaud, 1989). Na Figura 1, apresentamos as tarefas que compuseram a Sequência Didática, assim como os conhecimentos que esperávamos desenvolver com cada atividade.

Figura 1

Tarefa aplicada com foco no KoT - Fenomenologia e aplicações

Questão 1 – Situação de comparação estática sem unidades de medida

Considere um triângulo ABC do Tangram ao lado. Ele é um triangulo retângulo e é um triângulo isósceles. Com vários triângulos iguais ao triângulo ABC, fizemos as figuras abaixo. Quais figuras têm a mesma área que a figura A? Elas possuem a mesma forma? Elas possuem o mesmo perímetro que a figura A? A que conclusão vocês conseguem chegar?

Questão 2 – Situação de comparação estática com unidade de medida não convencional

O professor de matemática apresentou aos seus alunos o Tangram, uma quebra-cabeça muito antigo, de origem chinesa, composto por sete peças: 5 triângulos retângulos isósceles (2 grandes, 1 médio e 2 pequenos), 1 paralelogramo e 1 quadrado. Forme uma figura A cuja superfície é dada pela junção do paralelogramo com o triângulo retângulo isóscele médio e uma figura B cuja superfície é dada pela junção do quadrado com um triângulo isósceles pequeno. Utilizando um triângulo isóscele pequeno como unidade de medida, termine qual das duas superfícies, A ou B, possui maior área? Justifique sua resposta.

Questão 3 – Situação de comparação dinâmica

Utilizando a malha quadriculada represente a figura abaixo. Considere um quadrado da malha como unidade de medida de área.

(a) Represente essa figura após uma rotação e 90º no sentido horário.
(b) Represente essa figura após uma translação de duas unidades da direção horizontal no sentido da esquerda para a direita.
(c) Represente uma figura cuja medida dos lados seja a metade da medida dos lados da figura dada, mas que esteja na mesma posição.
(d) O que podemos afirmar acerca do que acontece com a área e com o perímetro da figura após as transformações realizadas nos itens (a), (b) e (c)?

Questão 4 – Situação de medida exata e mudança unidade com unidade de medida não convencional.

O professor de matemática apresentou aos seus alunos o Tangram, uma quebra-cabeça muito antigo, de origem chinesa, composto por sete peças: 5 triângulos retângulos isósceles (2 grandes, 1 médio e 2 pequenos), 1 paralelogramo e 1 quadrado.

a) Considerando um triângulo retângulo e isósceles pequeno como unidade de área, determine a medida da área de um triângulo retângulo isósceles grande. Explique como você procedeu para determinar o valor encontrado.
b) Agora, considerando o quadrado como unidade de área, determine novamente a medida da área de um triângulo retângulo isósceles grande. Explique como você procedeu para determinar o valor encontrado.
c) O que você percebeu em relação às respostas obtidas nos itens (a) e (b) para a área do triângulo retângulo isósceles grande?

Questão 5 – Situação de produção

Usando a malha quadriculada e considerando o quadrado unitário da malha como unidade de área (ua), construa: (a) Diferentes retângulos de área igual a 12 ua e em seguida calcule a medida de seus perímetros. Compare os resultados obtidos e descreva o observa; (b) Diferentes retângulos de perímetro igual a 24 uc e em seguida calcule a medida de suas áreas. Compare os resultados obtidos e descreva o observa.

A Questão 1 é uma situação de comparação estática sem unidades de medida (Ferreira, 2010). Com ela, esperávamos que os licenciandos percebessem que as figuras que têm a mesma área que a figura A são D e F e que não elas possuem a mesma forma. Comparando os lados das figuras, deveriam notar que a figura F é a que possui o mesmo perímetro da figura A. O objetivo da questão era desenvolver o conhecimento de que “superfícies diferentes podem possuir a mesma área (perímetro)”, “superfícies de mesma(o) área (perímetro) podem possuir perímetros (áreas) diferentes” (KoTph).

Um exemplo de uma situação de comparação estática com unidade de medida não convencional (Ferreira, 2010) é exposto na Questão 2, em que os licenciandos deveriam formar as duas figuras com as peças indicadas e, utilizando um triângulo isósceles pequeno como unidade de medida, deveriam concluir que a Figura A tem maior área. Tratava-se de uma situação com unidade de medida não-convencional cuja finalidade era comparar numericamente a medida da área de uma superfície com outra em que a superfície com maior medida teria maior área. A questão visava a desenvolver o conhecimento de que, escolhida uma unidade de medida, a área de uma superfície é a quantidade de vezes que essa unidade “cabe” na superfície (KoTph).

Na Questão 3, temos a situação de comparação dinâmica (Ferreira, 2010). Nela, há uma relação com o estudo das variações de área e perímetro ao longo de deformações, otimizações e transformações geométricas. A questão tinha o objetivo de desenvolver nos licenciandos a concepção de que a área e o perímetro são preservados por simetrias de rotação e translação e modificados por homotetias, isto é, pela ampliação ou pela redução (KoTd).

A Questão 4 é situação de medida exata e de mudança unidade com unidade de medida não convencional (Ferreira, 2010). Esperávamos que os licenciandos usassem de sobreposição com as peças do Tangram e percebessem que área de um triângulo retângulo isósceles grande corresponde a quatro triângulos retângulo isósceles pequenos e a três quadrados. O conhecimento que se esperava desenvolver é o de que, dependendo da unidade de medida, temos diferentes números associados à área, embora a grandeza área seja invariante em relação a sua superfície (KoTph). Uma situação de produção (Ferreira, 2010) é trazida pela Questão 5. Esse tipo de situação localiza-se no quadro geométrico e se diferencia das anteriores por admitir várias respostas corretas. O objetivo da questão era desenvolver o conhecimento que figuras de mesma área podem ter perímetros diferentes e figuras de mesmo perímetro podem ter áreas diferentes (KoTph).

4 Resultados

Participaram do estudo 24 licenciandos em Matemática de uma universidade pública do estado do Amazonas. A atividade analisada visava ao desenvolvimento do subdomínio KoT com foco na categoria *fenomenologia e aplicações*. Contudo, foi observada a mobilização das categorias KSM e KPM, o que destacamos neste trabalho. Nos parágrafos que seguem, apresentamos quais conhecimentos foram mobilizados em cada uma das fases da TSD.

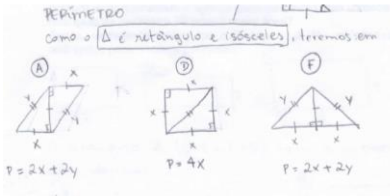
Uma situação de ação deve permitir ao participante julgar o resultado de sua ação e ajustá-lo, se necessário, sem a intervenção do professor, graças à retroação do *milieu* (Almouloud, 2010). Ao observar os grupos trabalhando, percebemos que buscavam melhorar ou abandonar sua estratégia para criar uma nova. Isso mobilizou o conhecimento de estratégias de resolução de problemas. Ademais, os grupos fizeram uso de figuras como estratégia heurística para avançar na resolução da tarefa, o que se evidencia nas soluções apresentadas, que revelam mobilização do Conhecimento da Prática de Resolução de Problemas[4] (Figura 2).

Figura 2

Recorte da resposta de um dos grupos para questão 1

[4] KPMsp.

ISSN 2764-3158



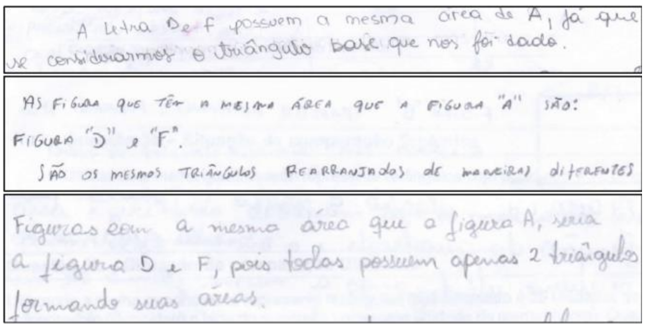
Na situação de formulação, o participante troca informações com uma ou várias pessoas, trocando mensagens escritas ou orais (Almouloud, 2010). Esse foi o momento em que um grupo explicitava, por escrito e oralmente, as ferramentas e estratégia que utilizou para a resolução do problema mobilizaram, dessa maneira, o Conhecimento da Prática de Demonstração (KPMpr) na função de verificação e explicação (Villiers, 1990), uma vez que cada grupo buscava fornecer argumentos de que suas afirmações eram verdadeiras e convencer o outro grupo. Ademais, observamos que o *milieu* proporcionou aos licenciandos condições para o desenvolvimento de uma linguagem compreensível para os demais grupos, mobilizando o Conhecimento da Prática de Demonstração (KPMpr) na função de comunicação (Villiers, 1990), na medida em que os licenciandos de um grupo explicavam para outro grupo a estratégia que seu grupo pensou para resolver o problema.

A validação é a etapa na qual o estudante deve mostrar a validade do modelo por ele criado, submetendo a mensagem matemática ao julgamento de um interlocutor. O emissor deve justificar a exatidão e a pertinência de sua solução e fornecer, se possível, uma validação semântica e sintática (Almouloud, 2010). Nesse momento, os grupos apresentaram para os demais a sistematização de sua solução para a tarefa proposta (Figura 2), na qual buscaram organizar logicamente um conjunto de afirmações independentes, mobilizando, dessa maneira, o Conhecimento da Prática de Demonstração (KPMpr) na função de sistematização (Villiers, 1990).

Como destacado anteriormente, a institucionalização se deu de forma concomitante com a validação, em que analisamos e sintetizamos as respostas e soluções dos licenciandos. A seguir, apresentaremos a análise da resolução dos grupos para a tarefa proposta, identificando os subdomínios e categorias relacionados aos conhecimentos mobilizados pelos participantes.

Na *Questão 1*, todos os grupos identificaram corretamente as figuras que possuíam mesma área que a figura dada, mas apenas três apresentaram uma justificativa (Figura 3).

Figura 3: *Justificativa de três grupos para a questão 1*


A letra D e F possuem a mesma área de A, já que se considerarmos o triângulo base que nos foi dado.

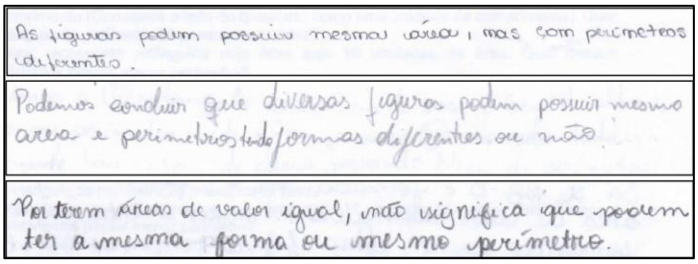
AS FIGURAS QUE TÊM A MESMA ÁREA QUE A FIGURA "A" SÃO: FIGURA "D" e "F". SÃO OS MESMOS TRIÂNGULOS REARRANJADOS DE MANEIRAS DIFERENTES

Figuras com a mesma área que a figura A, seria a figura D e F, pois todas possuem apenas 2 triângulos formando suas áreas.

Fonte: Acervo da Pesquisa

Para responder quais das figuras de mesma área possuíam também o mesmo perímetro, cinco grupos evidenciaram o conhecimento de que figuras qualitativamente diferentes podem ser equivalentes quanto à área (Kordaki, 2003), KoTd, à definição de perímetro (Barbosa, 2002), KoTd, e ao conhecimento auxiliar acerca de triângulo retângulo isósceles (KSMa). Dois grupos recorreram à representação figural como estratégia para resolver a pergunta (KPMsp). Ficou evidenciado, na resposta de três grupos, o uso de símbolos, termos e expressões para justificar algebricamente sua resposta acerca do perímetro das figuras (KPMml). Ao final, foi possível averiguar que três grupos conseguiram concluir que superfícies de mesma área podem ter perímetros diferentes, revelando KoTph (Baltar, 1996), como vemos na Figura 4 .

Figura 4: *Conclusão de 3 grupos para a Questão 1*


As figuras podem possuir mesma área, mas com perímetros diferentes.

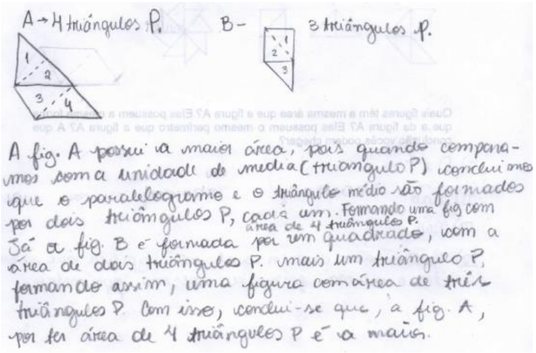
Podemos concluir que diversas figuras podem possuir mesma area e perimetros tendo formas diferentes ou não.

Por terem áreas de valor igual, não significa que podem ter a mesma forma ou mesmo perímetro.

Fonte: Acervo da Pesquisa

Na *Questão 2*, todos os grupos conseguiram identificar a figura de maior área. Evidenciamos na resposta de todos os grupos a mobilização do conhecimento de que, escolhida uma unidade de medida (triângulo retângulo isósceles pequeno), a área de uma superfície (as figuras formadas) é a quantidade de vezes que essa unidade "cabe" na superfície (Berka, 1983; Clements & Stephan, 2004), Kotph. Na Figura 5, temos o recorte da resposta de um dos grupos.

Figura 5: *Resposta de um dos grupos para a Questão 2*

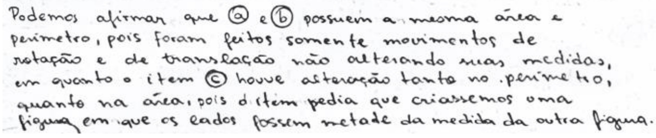


A fig. A possui a maior área, pois quando comparamos com a unidade de medida (triângulo P) concluímos que o paralelogramo e o triângulo médio são formados por dois triângulos P, cada um. Formando uma fig com área de 4 triângulos P.
Já a fig. B é formada por um quadrado, com a área de dois triângulos P. mais um triângulo P, formando assim, uma figura com área de três triângulos P. Com isso, conclui-se que, a fig. A, por ter área de 4 triângulos P é a maior.

Fonte: Acervo da Pesquisa

Na *Questão 3*, todos os grupos perceberam que a área e o perímetro da figura não se alteram com as transformações de rotação e a translação, enquanto há modificação por homotetias (Figura 6), KoTd. Dentre os grupos, dois tentaram validar sua resposta determinando a área das figuras e comparando-as. Para tanto, mobilizaram a ideia de que, escolhida uma unidade de medida, a área de uma superfície é a quantidade de vezes que essa unidade "cabe" na superfície (KoTph).

Figura 6: *Resposta de um dos grupos para a Questão 3*


Podemos afirmar que a e b possuem a mesma área e perimetro, pois foram feitos somente movimentos de rotação e de translação não alterando suas medidas, em quanto o item c houve alteração tanto no perimetro, quanto na área, pois o item pedia que criassemos uma figura em que os lados fossem metade da medida da outra figura.

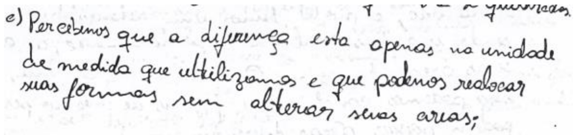
Fonte: Acervo da Pesquisa

A *Questão 4* é uma situação de medida exata e de mudança unidade com unidade de medida não convencional (Ferreira, 2010). Todos os grupos usaram de sobreposição com as peças do Tangram e perceberam que a área de um triângulo retângulo isósceles grande corresponde a quatro triângulos retângulo isósceles pequeno e a três quadrados, conforme pode ser evidenciado na Figura 5, que traz o recorte da resposta de um dos grupos. A mobilização do conhecimento de que, dependendo da unidade de medida, teremos diferentes números

ISSN 2764-3158

associados à área (Kordaki, 2003), embora a grandeza *área* seja invariante em relação a sua superfície (KoTph), como foi evidenciado na resposta de cinco grupos (Figura 7).

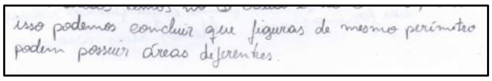
Figura 7: *Resposta de um dos grupos para a Questão 4*


e) Percebemos que a diferença esta apenas na unidade de medida que ultilizamos e que podemos realocar suas formas sem alterar suas areas;

Fonte: Acervo da Pesquisa

Na *Questão 5*, quatro grupos evidenciaram que figuras de mesma área podem ter perímetros diferentes, e três que figuras de mesmo perímetro podem ter áreas diferentes (Baltar, 1996), como vemos na Figura 8. Ambos os conhecimentos pertencem ao subdomínio do KoTph.

Figura 8: *Resposta de um dos grupos para a Questão 2*


isso podemos concluir que figuras de mesmo perímetro podem possuir áreas diferentes.

Fonte: Acervo da Pesquisa

Embora o foco da atividade tenha sido as especificidades do conhecimento matemático dos professores, os subdomínios Conhecimento das Características da Aprendizagem (KFLM) e Conhecimentos do Ensino da Matemática (KMT), dentro do Conhecimento Pedagógico do Conteúdo (PCK), foram discutidos implicitamente na realização do estudo e explicitamente na fase da institucionalização. Isso se deve à necessidade de os professores vivenciarem o mesmo tipo de experiências que podem oferecer a seus estudantes (Ribeiro *et al.*, 2021).

O subdomínio KFLM engloba o conhecimento sobre as características de aprendizagem inerentes aos conteúdos matemáticos e possui quatro categorias: Formas de aprendizagem; Pontos fortes e dificuldades associadas à aprendizagem; Formas de interação dos alunos com o conteúdo matemático; e Concepções dos alunos sobre Matemática (Flores-Medrano *et al.*, 2014). No caso deste estudo, os licenciandos foram confrontados com tarefas/situações do Campo Conceitual das Grandezas Geométricas; dessa maneira, estimulamos o desenvolvimento do KFLM na categoria *formas de aprendizagem*. Na fase da institucionalização, foi levantada a discussão acerca das possíveis confusões entre área e perímetro de estudantes da Educação Básica (Kordaki, 2003), fomentando o KFLM na categoria *pontos fortes e dificuldades associadas à aprendizagem*.

O KMT inclui o conhecimento dos recursos, dos materiais, das formas de apresentação do conteúdo e das potencialidades que este pode ter para a instrução, bem como o conhecimento de exemplos adequados a cada conteúdo, intenção ou contexto determinado (Flores-Medrano *et al.*, 2014). Esse subdomínio foi estimulado na medida em que usamos o Tangram e a malha quadriculada como recursos, aplicamos tarefas elaboradas intencionalmente visando à compreensão conceitual dos tópicos de área e perímetro e da estratégia de ensino pautada nas fases da TSD.

5 Considerações

Este trabalho é um recorte de uma pesquisa de mestrado em andamento e visa a responder à seguinte questão: que conhecimentos especializados no âmbito de área e perímetro são revelados por futuros professores de matemática ao participarem de um contexto formativo pautado na TSD? Para abordar essa questão, focamos no conhecimento especializado do professor de Matemática como objeto de estudo, com o objetivo de investigar as potencialidades

ISSN 2764-3158

da TSD, como metodologia de ensino, para favorecer a mobilização de conhecimentos especializados do professor de Matemática no âmbito de área e perímetro na perspectiva do Campo Conceitual das Grandezas Geométricas. Não obstante a atividade analisada neste recorte focasse no subdomínio KoT, durante sua execução, observamos a mobilização das categorias dos subdomínios KSM e KPM, além das categorias do KMT e do KFLM do Conhecimento Pedagógico do Conteúdo.

Com respeito às fases da TSD, na situação de ação, promovemos o uso de estratégias de resolução de problemas e de figuras como uma estratégia heurística, destacando a ativação do conhecimento da prática de resolução de problemas. Na situação de formulação, houve a mobilização do conhecimento da prática de demonstração para verificação e explicação, com os grupos apresentando argumentos para comprovar suas afirmações. Na validação, os grupos expuseram suas soluções para a tarefa, organizando logicamente suas afirmações com o uso do conhecimento da prática de demonstrar para sistematização.

Ao final da atividade, três grupos concluíram que superfícies com a mesma área podem ter perímetros diferentes, demonstrando a mobilização do conhecimento sobre a escolha da unidade de medida e a definição de área. Todos os grupos reconheceram que área e perímetro são conservados por simetrias de rotação e translação e alterados por homotetias. Cinco grupos destacaram que diferentes unidades de medida podem resultar em números diferentes associados à área, mas a grandeza da área permanece invariante em relação à superfície. Quatro grupos notaram que figuras com a mesma área podem ter perímetros diferentes, enquanto três grupos observaram que figuras com o mesmo perímetro podem ter áreas diferentes.

Apesar de a atividade se concentrar nas particularidades do conhecimento matemático dos professores, foram abordados os subdomínios do Conhecimento Pedagógico do Conteúdo, como o Conhecimento das Características da Aprendizagem e o Conhecimento do Ensino da Matemática. O primeiro, dentro da categoria de formas de aprendizagem, foi ativado pelas tarefas propostas, as quais se basearam no Campo Conceitual das Grandezas Geométricas. Além disso, a discussão sobre a confusão entre área e perímetro pelos estudantes do ensino básico também estimulou este subdomínio na categoria de pontos fortes e dificuldades relacionadas à aprendizagem. O segundo foi acionado ao aplicarmos tarefas cuidadosamente elaboradas com o objetivo de promover a compreensão conceitual dos temas de área e perímetro, juntamente com a estratégia de ensino baseada nas fases da TSD.

Dessa forma, as fases da TSD articuladas à TCC mostraram-se como uma oportunidade formativa para explorar e desenvolver o conhecimento especializado dos futuros professores de Matemática para o ensino de área e perímetro. Uma possível continuidade deste estudo seria realizar esta pesquisa com outros tópicos de Geometria e com professores em formação continuada.

Os resultados alcançados aqui ajudam a ampliar a compreensão do conteúdo do conhecimento do professor no contexto do KoT, especialmente em relação aos temas de área e perímetro de figuras planas, assim como as categorias que o constituem. Isso permite uma análise mais minuciosa dessa parte da estrutura do conhecimento especializado. Entretanto, para que continuemos refletindo sobre essas componentes, algumas questões se abrem, contribuindo para guiar uma agenda de pesquisa que busque, de forma imbricada, uma relação com a formação de professores. Por exemplo, que relações ocorrem entre os descritores do conhecimento dos tópicos (KoT) de área e perímetro e outros tópicos? Ou ainda, quais outras metodologias de ensino podem ser utilizadas nas formações (iniciais e contínuas) objetivando o desenvolvimento do conhecimento do professor associado a essas estruturas matemáticas?

Referências

Almeida, A. R. & Ribeiro, M. (2021). Potencialidades de uma tarefa para promover o conhecimento especializado do professor no tópico frações. *ACERVO-Boletim do Centro de Documentação do GHEMAT-SP*, 3, 1-18.

Almouloud, S. A. (2010). *Fundamentos da didática da matemática*. Curitiba, PR: Editora UFPR.

Araujo, W. R. D. (2018). *Conhecimento especializado do professor de matemática sobre função no contexto de uma experiência prévia de lesson study.* 230 f. Dissertação (Mestrado em Educação). Universidade Estadual de Campinas. Campinas, SP.

Baltar, P. M. (1996). *Enseignement et apprentissage de la notion d'aire de surfaces planes: une étude de l'acquisition des relations entre les longueurs et les aires au collège.* Doctoral dissertation (PhD in Didactique Des Disciplines Scientifiques), Université Joseph Fourier. Grenoble, França.

Barbosa, P. R. (2002). *Efeitos de uma sequência de atividades relativas aos conceitos de comprimento e perímetro no Ensino Fundamental*. 214 f. Dissertação (Mestrado em Educação). Universidade Federal de Pernambuco. Recife, PE.

Bardin, L. (1997). *Análise de Conteúdo*. Tradução de L. A. Reto e A. Pinheiro. Lisboa: Edições 70.

Berka, K. (1983). Scales of Measurement: A Critical Analysis of the Concept of Scales and of their Function in the Theory of Measurement. In: R. S. Cohen and M. W. Wartofsky. (Eds.). *Language, Logic and Method* (pp. 1-73). Dordrecht: Springer Netherlands.

Brousseau, G. (1986). Fondements et méthodes de la didactique des mathématiques. *Recherches en didactique des mathématiques* (Revue), 7(2), 33-115.

Brousseau, G. (2008). *Introdução ao estudo das situações didáticas: conteúdos e métodos de ensino*. São Paulo, SP: Ática.

Campos-Cano, M. & Flores-Medrano, E. (2020, September). Prácticas matemáticas: un avance en su caracterización. In *IV Congreso Iberoamericano sobre Conocimiento Especializado del Profesor de Matemáticas* (pp. 87-94). Servicio de Publicaciones de la Universidad de Huelva. Huelva.

Carrillo, J.; Climent, N.; Contreras, L.C. & Muñoz-Catalán, M.C. (2013). Determining specialised knowledge for mathematics teaching. In: B. Ubuz, C. Haser & M.A. Mariotti (Eds.). *Actas del CERME 8* (pp. 2985-2994). Middle East Technical University, Ankara, Turquía: ERME.

Carrillo-Yañez, J.; Climent, N.; Montes, M.; Contreras, L. C.; Flores-Medrano, E.; Escudero-Ávila, D. & Muñoz-Catalán, M. C. (2018). The mathematics teacher's specialised knowledge (MTSK) model. *Research in Mathematics Education*, 20(3), 236-253.

Carvajal, C. A.; Martínez, P. F. & Soto, A. G. V. (2020). Conocimiento especializado de profesores de matemática en formación inicial sobre aspectos lógicos y sintácticos de la demostración. *PNA: Revista de investigación en didáctica de la matemática*, 14(2), 85-117.

Clements, D. & Stephan, M. (2004). Measurement in pre-K to grade 2 mathematics. In: D.Clements, J. Sarama & A.M. DiBiase (Orgs.). *Engaging young children in mathematics: standards for early childhood mathematics education* (pp. 299–317). Mahwah: Erlbaum.

Clements, D. H. & Sarama, J. (2007). Early childhood mathematics learning. In: F. K. Lester, Jr. (Ed.), *Second handbook of research on mathematics teaching and learning* (Vol. 1, pp. 461–555). Charlotte, NC: Information Age.

Creswell, J. W. & Creswell, J. D. (2021). *Projeto de pesquisa: Métodos qualitativo, quantitativo e misto* (5. ed.). Porto Alegre, RS: Penso Editora.

D'Amore, B. & Fandiño, M. (2007). Relaciones entre área y perímetro: convicciones de maestros y de estudiantes. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa*, *10*, 39-68.

Delgado-Rebolledo, R. (2020). *Una propuesta de categorización del conocimiento de la práctica matemática de profesores universitarios*. Tese (Doutorado em Didática da Matemática). Pontifícia Universidade Católica de Valparaíso. Valparaíso.

Delgado-Rebolledo, R. & Espinoza-Vásquez, G. (2021). ¿Cómo se relacionan los subdominios del conocimiento especializado del profesor de matemáticas. In: *Anais do V Congreso Iberoamericano sobre Conocimiento Especializado del Profesor de Matemáticas* (pp. 288-295). Macaé: RJ.

Delgado-Rebolledo, R.; Zakaryan, D. & Alfaro Carvajal, C. (2022). El conocimiento de la práctica matemática. *Investigación sobre conocimiento especializado del profesor de matemáticas (MTSK): 10 años de camino*, 57-69.

Douady, R. & Perrin-Glorian, M. J. (1989). A learning process for the concept of area of plane surfaces. *Educational Studies in Mathematics*, 20, 387-424.

Ferreira, L. F. D. (2010). *A construção do conceito de área e da relação entre área e perímetro no 3º ciclo do ensino fundamental: estudos sob a ótica da teoria dos campos conceituais.* Dissertação (Mestrado em Educação). Universidade Federal de Pernambuco, Recife, PE.

Flores, E.; Escudero, D.I. & Aguilar, A. (2013). Oportunidades que brindan algunos escenarios para mostrar evidencias del MTSK. In: A. Berciano, G. Gutiérrez, A. Estepa & N. Climent (Eds.). *Investigación en Educación Matemática XVII* (pp. 275-282). Bilbao: SEIEM.

Flores-Medrano, E.; Ávila, D. I. E.; Navarro, M. Á. M.; González, Á. A. & Yañez, J. C. (2014). Nuestra modelación del conocimiento especializado del profesor de matemáticas, el MTSK. In: J. Carrillo, L. C. Contreras-González, N. Climent, D. Escudero-Avila, E. Flores-Medrano & M. Á. Montes (Eds.). *Un marco teórico para el conocimiento especializado del profesor de matemáticas* (pp. 57-72). Huelva: Universidad de Huelva Publicaciones.

García, G. & Carrillo, J. (2006). Relación entre perímetro y área: el caso de Patricia y las interacciones. In: M. Bolea, M. Moreno & M. González (Eds.). *Investigación en educación matemática: actas del X Simposio de la Sociedad Española de Investigación en Educación Matemática* (pp. 185-194). Instituto de Estudios Altoaragoneses. Huesca. España: SEIEM.

Gil, A. C. (2022). *Como elaborar projetos de pesquisa.* (7. ed.). São Paulo, SP: Editora Atlas SA.

Gómez, T. & Vásquez, K. (2015). Área y perímetro de cuadriláteros en estudiantes colombianos de. In: P. Scott ; Á. Ruiz (Eds.). *XIV Conferencia Interamericana de Educación Matemática*. (pp. 1-9). CIAEM.

Kordaki, M. (2003). The effect of tools of a computer microworld on students' strategies regarding the concept of conservation of area. *Educational Studies in Mathematics*, 52, 177-209.

ISSN 2764-3158

Lima, P. F. & Bellemain, P. M. B. (2010) Grandezas e Medidas. In: Carvalho, J. B. P. F. *Coleção explorando o ensino* (pp. 167-200). Matemática, Brasília, MEC, 17.

Martínez, M. & Pardo, S. (2017). Concepciones de estudiantes de educación básica sobre perímetro y área. *Eco matemático*, 8(1), 71-80.

Pais, L. C. (2019). *Didática da Matemática: uma análise da influência francesa*. (4. ed.) Belo Horizonte, MG: Autêntica Editora.

Popoca, M. & Acuña, C. (2011). Cambio en figuras de área igual, conservación y relaciones figurales. *Acta Latinoamericana de Matemática Educativa, 24*, 541-550.

Ribeiro, M.; Gibim, G. & Alves, C. (2021). A necessária mudança de foco na formação de professores de e que ensinam matemática: Discussão de tarefas para a formação e o desenvolvimento do conhecimento interpretativo. *Perspectivas da Educação Matemática,* 14(34), 1-24.

Stake, R. E. (2005). *Qualitative case studies*. New York: Oxford University Press.

Teixeira, P. J. M. & Passos, C. C. M. (2013). Um pouco da teoria das situações didáticas (tsd) de Guy Brousseau. *ZETETIKÉ. Revista de Educação Matemática*, *21*(1), 155-168.

Vergnaud, G. (1982). Cognitive and developmental psychology and research in mathematics education: Some theoretical and methodological issues. *For the learning of mathematics*, 3(2), 31-41.

Vergnaud, G. (1989). Difficultés conceptuelles, erreurs didactiques et vrais obstacles épistémologiques dans l'apprentissage des mathématiques. *Construction des savoirs*. Ottawa: CIRADE, 33-40.

Vergnaud, G. (2009). The theory of conceptual fields. *Human development*, 52(2), 83-94.

Villiers, M. de (1990). The role and function of proof in mathematics. *Pythagoras*, 24(1), 17–24.

Zabala, A. (2015). *A prática educativa: como ensinar*. Porto Alegre, RS: Penso Editora.

Zakaryan, D. & Ribeiro, M. (2019). Mathematics teachers' specialized knowledge: a secondary teacher's knowledge of rational numbers. *Research in Mathematics Education*, 21(1), 25-42.

ISSN 2764-3158