

Um professor hondurenho pesquisando no Brasil: uma proposta na construção dos conceitos de constante e variável

A Honduran professor researching in Brazil: a proposal for the construction of the concepts of constant and variable

Luis Rolando Padilla Palma¹

Resumo: Este trabalho está baseado na experiência do autor como um professor hondurenho pesquisando no contexto brasileiro, realizando uma pesquisa qualitativa de campo como dissertação de mestrado. Essa pesquisa foi desenvolvida com alunos de sétimo ano, na qual o objetivo geral foi verificar se a transição entre aritmética e álgebra é facilitada ao apresentar problemas de descoberta e generalização de padrões para tentar construir de forma intuitiva os conceitos de constante e variável, e aplicando a Teoria da Aprendizagem Significativa de Ausubel. Dos resultados, se poderia dizer que houve certo progresso nos alunos tanto em sua motivação para resolver problemas e o uso de variáveis e constantes.

Palavras-chave: Constante. Variável. Resolução de Problemas. Aprendizagem Significativa.

Abstract: This work is based on the author's experience as a Honduran teacher researching in the Brazilian context, carrying out qualitative field research as a master's dissertation. This research was developed with seventh year students, in which the general objective was to verify whether the transition between arithmetic and algebra is facilitated by presenting problems of discovery and generalization of patterns to try to intuitively construct the concepts of constant and variable, and applying Ausubel's Theory of Meaningful Learning. From the results, it could be said that there was some progress in the students both in their motivation to solve problems and the use of variables and constants.

Keywords: Constant. Variable. Problem Solving. Meaningful Learning.

1 Introdução

Como professor de matemática, graduado com honras na “Universidad Pedagógica Nacional Francisco Morazán” (UPNFM) em Honduras, e com sete anos na prática de ensino, foi uma ótima experiência para o autor ter sido eleito para ser bolsista do programa PAEC da OEA e o Grupo COIMBRA de universidades brasileiras (GCUB), e ter a oportunidade de estudar o mestrado no Brasil na Universidade Estadual de Mato Grosso do Sul (UEMS), no Programa de Pós-graduação em Educação Científica e Matemática. Primeiro uma grande experiência de vida, conhecer este grande país e sua vasta cultura, muito diferente, em grande parte, com a realidade de Honduras, a partir de muitos pontos de vista, seja social, econômico ou educacional. No último, que é no que o autor vai se focar, identificou alguns fatores similares em questões educacionais, tendo isso confirmado por algumas pessoas que comentaram sobre a sua palestra que ofereceu na UEMS, em 29 de setembro de 2017, intitulada "Aspectos do Sistema Educacional de Honduras".

Na experiência do autor como professor de matemática e na sua estada no Brasil, tem notado que um dos problemas recorrentes nos alunos é o uso de álgebra, principalmente na parte conceitual, e isso se reflete quando os estudantes enfrentam a resolução de problemas que precisam mais do que um domínio conceitual que um algoritmo; em geral, isso ocorre devido a vários fatores.

¹ Universidade Federal de Mato Grosso do Sul • Campo Grande, MS — Brasil • ✉ luis.rockmat@gmail.com • **ORCID**
<https://orcid.org/0009-0001-0936-5044>

O que foi acima mencionado gerou no autor o interesse para executar esta pesquisa, procurando uma alternativa para encontrar de algum modo alguma estratégia para combater este problema, e na qual a sua dissertação é baseada, em que, em geral, não se trabalha com os estudantes uma transição muito adequada entre aritmética e álgebra, ocasionando essas lacunas conceituais que impedem um melhor desenvolvimento do pensamento algébrico, porque em geral, não são construídos significativamente os conceitos de constante e variável, que são os conceitos básicos nesta transição e, para realizar este estudo, o autor decidiu usar como estratégia a resolução de problemas de descoberta e generalização de padrões, na qual eu selecionou especificamente problemas em que os alunos poderiam intuir de uma maneira quase óbvia e distinta os conceitos de constante e variável.

Este trabalho está baseado numa pesquisa qualitativa realizada como dissertação de mestrado, intitulada “Análise da transição entre aritmética e álgebra utilizando a resolução de problemas de descoberta e generalização de padrões”, na qual o objetivo geral foi verificar se a transição entre aritmética e álgebra é facilitada ao apresentar problemas de descoberta e generalização de padrões para tentar construir de forma intuitiva os conceitos de constante e variável, e aplicando a Teoria da Aprendizagem Significativa de Ausubel, a pesquisa foi realizada no programa antes mencionado, na cidade de Dourados-MS, no ano 2018 e apresentada como dissertação em julho de 2019.

Antes de iniciar, é crucial considerar como a evolução histórica mudou a ênfase na álgebra ensinada nas escolas. Ao longo da história, a humanidade buscou entender o mundo ao seu redor e, nesse esforço, grandes pensadores conseguiram construir um vasto conjunto de conhecimentos, que foi necessário categorizar conforme suas características comuns. A matemática surgiu historicamente para realizar cálculos comerciais, medir territórios e prever fenômenos astronômicos. Essas três necessidades podem ser ligadas às principais subdivisões da matemática: o estudo das estruturas, do espaço e das mudanças. (Lagos et al, 2018).

Falando da escola, o aprendizado da matemática começa pelos números, primeiro os naturais e depois os inteiros. As regras das operações aritméticas são estudadas na aritmética e aplicadas na álgebra básica, enquanto as propriedades mais profundas dos inteiros são analisadas na teoria dos números. A álgebra geralmente segue uma estrutura padrão que inclui uma introdução ao cálculo algébrico, a resolução de equações de primeiro grau e seus problemas correlatos, o cálculo de potências e raízes de expressões algébricas, além do estudo de equações de segundo grau e os problemas a elas associados. (Munzón, 2010).

As representações algébricas são consideradas como declarações generalizadas das operações aritméticas, funcionando de maneira que valores numéricos são substituídos por expressões algébricas para alcançar resultados específicos. Entretanto, após essa introdução inicial relativamente simples, as representações algébricas começam a ser vistas como objetos matemáticos, onde são realizadas operações estruturais como a combinação de termos e a adição ou subtração de termos em ambos os lados de uma equação. Esse processo de generalização só é possível quando os alunos têm uma compreensão sólida dos conceitos matemáticos. Essa compreensão é dificultada por vários fatores, incluindo o conhecimento prévio dos alunos, a confusão com os símbolos e os desafios na transição da aritmética para a álgebra. (Matos, 2007).

A álgebra é uma ferramenta abstrata em que são manipulados símbolos que correspondem a representações. A confusão entre os objetos representados com as representações deles leva a uma perda de compreensão nos alunos. A distinção entre significado e significante permite aos professores perceber por que alguns alunos têm dificuldade em começar o estudo da álgebra, isso é dificuldades na semiótica. (Radford, 1999).

2 Aprender álgebra descobrindo e generalizando padrões

Para Ponte (2006), o estudo de padrões e regularidades pode ser considerado como uma via privilegiada para promover o desenvolvimento do pensamento algébrico. É importante reconhecer que esse processo de abordagem de um pensamento numérico algébrico (generalização de padrões) apresentou, através da história, muitas dificuldades e uma ruptura entre concreto e abstrato. Portanto, o papel do professor consiste no desenho de estratégias metodológicas que começam com situações geradoras de problemas para analisar, organizar e modelar situações do cotidiano do aluno e de outras disciplinas científicas e que levam a processos de generalização de expressões algébricas.

O conceito de padrão é essencial na matemática. Sem estar ciente disso, os alunos trabalham com os empregadores muito mais cedo, mesmo aprendendo a adicionar. Trabalhar no reconhecimento, descrição, classificação e interpretação de padrões é algo que nunca deve ser deixado de lado se o que é procurado é encorajar o aluno a desenvolver o pensamento lógico. (Lagos et al., 2018).

Em matemática, a habilidade em lidar com padrões aritméticos e geométricos permitirá ao aluno compreender melhor os problemas e ajudá-lo a encontrar soluções de forma mais eficiente. Particularmente em álgebra, é fundamental reconhecer padrões para se deslocar do campo de operações concretas para o de relações abstratas. (Munzón, 2010).

É de vital importância reconhecer que a matemática não é uma coleção de tópicos separados e isolados, embora geralmente seja apresentado dessa maneira. O número crescente de pesquisas sobre múltiplas representações e experiência em si mostra a necessidade de planejar atividades que permitam aos alunos notar a existência dessas interconexões, ou seja, a relação entre os conteúdos que o compõem e sua aplicabilidade no mundo real e situações todos os dias através de um ensinamento que enfatiza as inter-relações das ideias matemáticas, os alunos não apenas aprendem matemática, mas também a utilidade dela.

Nesse sentido, o que procuramos obter no ensino da matemática é uma aprendizagem que tenha um significado para o aluno, ou seja aprendizagem significativa, mas o que entendemos por aprendizagem significativa?

3 Aprendizagem Significativa

A teoria de Ausubel é uma teoria construtivista que se concentra na aprendizagem cognitiva, que para ele é aquela que resulta do armazenamento organizado de informações na mente do ser que aprende, e esse complexo organizado é conhecido como estrutura cognitiva. A teoria de Ausubel baseia-se no conceito de Aprendizagem Significativa, no qual, a nova informação está relacionada a um aspecto específico já existente e relevante da estrutura de conhecimento do indivíduo. Para este conceito específico ele o chama de subsunçor. Então, a aprendizagem significativa ocorre quando a nova informação é ancorada ao subsunçor específico. Em todo esse processo, o armazenamento de informações no cérebro humano é organizado, criando uma hierarquia conceitual na qual elementos específicos do conhecimento estão ligados ou assimilados a conceitos mais gerais. Ele chama esse processo assimilação. (Moreira, 1995).

Para Ausubel (*apud* Palomino, 1996) a assimilação também considera um processo posterior de "esquecimento" e que consiste na "redução" gradual dos significados em relação aos subsunçores. Esquecer, portanto, representa uma perda progressiva de dissociabilidade de ideias recém-assimiladas com relação à matriz ideológica à qual elas são incorporadas, em relação à qual seus significados surgem.

De maneira mais simples, subsunção é o nome que se dá ao conhecimento específico, que já existe na estrutura de conhecimentos do indivíduo, e que permite dar significado a um novo conhecimento que lhe é apresentado ou por ele descoberto. Tanto por recepção como por descobrimento, a atribuição de significados a novos conhecimentos depende da existência de conhecimentos prévios especificamente relevantes e da interação com eles. O subsunção pode ter maior ou menor estabilidade cognitiva, pode estar mais ou menos diferenciado, ou seja, mais ou menos elaborado em termos de significados. Contudo, como o processo é interativo, quando serve de ideia-âncora para um novo conhecimento ele próprio se modifica adquirindo novos significados, corroborando significados já existentes. (Moreira, 2012)

Para Moreira (2012), é importante reiterar que a aprendizagem significativa se caracteriza pela interação entre conhecimentos prévios e conhecimentos novos, e que essa interação é não-literal e não-arbitrária. Nesse processo, os novos conhecimentos adquirem significado para o sujeito e os conhecimentos prévios adquirem novos significados ou maior estabilidade cognitiva.

Segundo Muñoz (2004), a aprendizagem significativa tem algumas vantagens, e para alcançá-la, certos requisitos devem ser atendidos:

- Vantagens:
- Produz uma retenção de informações mais durável.
- Facilita a aquisição de novos conhecimentos relacionados àqueles previamente adquiridos de forma significativa, uma vez que a clareza na estrutura cognitiva facilita a retenção de novos conteúdos.
- A nova informação a ser relacionada à anterior, é armazenada na memória de longo prazo.
- É ativa, pois depende da assimilação das atividades de aprendizagem pelo aluno.
- É pessoal, uma vez que o significado da aprendizagem depende dos recursos cognitivos do aluno.

Requisitos para alcançar Aprendizagem Significativa:

- 1) Significado lógico do material: o material apresentado pelo professor ao aluno deve ser organizado, para que uma construção do conhecimento seja possível.
- 2) Significado psicológico do material: que o aluno conecte o novo conhecimento com os anteriores e que os compreenda. Você também deve ter uma memória de longo prazo, porque senão você esquecerá tudo em um curto espaço de tempo.
- 3) Atitude favorável do aluno: já que o aprendizado não pode ocorrer se o aluno não quiser. Este é um componente das disposições emocionais e atitudinais, onde o professor só pode influenciar através da motivação.

4 Metodologia

Este trabalho baseia-se em uma pesquisa qualitativa de campo, a qual foi realizada como dissertação para a obtenção do título do Mestrado em Educação Científica e Matemática na Universidade Estadual de Mato Grosso do Sul (UEMS). Esta pesquisa foi focada em utilizar a resolução de problemas com um tipo específico de problemas de descoberta e generalização de padrões para desenvolver nos alunos os conceitos de variável e constante de maneira mais eficaz. A ideia é usar termos básicos da aritmética para introduzir os conceitos fundamentais da álgebra, buscando criar um vínculo entre esses conceitos para promover uma aprendizagem significativa. O objetivo é facilitar e tornar mais produtiva a transição entre aritmética e álgebra.

A pesquisa foi conduzida com alunos do 7º ano da Escola Estadual Abigail Borralho,

da rede pública de Dourados-MS, e considerando a base curricular, foi realizada no terceiro bimestre de 2018. A amostra consistiu em 25 estudantes e o estudo foi aprovado pela Comissão Nacional de Ética em Pesquisa, conforme parecer número 3.002.543.

Nessa pesquisa, foram utilizados cinco instrumentos de coleta de dados denominados de Material I, II, III, IV e V, nessa ordem, de acordo com o número de sessão com os alunos. Cada sessão tinha uma duração de 80 minutos, na primeira sessão se aplicou o teste diagnóstico, e a partir da segunda sessão as atividades realizadas foram na seguinte ordem, se começou com uma discussão sobre os problemas da sessão anterior, para logo os alunos trabalhar o material individualmente e terminar a sessão com a discussão sobre o problema trabalhado, só na quarta sessão os estudantes trabalharam em equipes.

Os materiais utilizados seguiram a seguinte sequencia didática:

- Material I (Teste Diagnóstico): Esse foi utilizado para determinar se os alunos possuem o conhecimento básico suficiente de aritmética, como adição, subtração, multiplicação, divisão e poder calcular com números naturais, de modo a hierarquia de tais operações.
- Material II: O objetivo deste material foi apresentar aos alunos problemas de padrões, para que adquiram conhecimento deste tipo de problemas.
- Material III: Neste material os alunos conheceram o conceito de generalização, mas também é neste material onde os alunos, por meio da indução na discussão final do problema, conheceram de maneira intuitiva os conceitos de constante e variável.
- Material IV: Neste material os alunos tentaram utilizar o aprendido na discussão do material III, especificamente o conceito de generalização, este material vai foi trabalhado em grupos, para os alunos ter suas próprias discussões.
- Material V (Prova final): Consistiu em dois problemas sobre o reconhecimento e generalização de padrões, um de nível médio e outro de maior dificuldade.

Outra das aprendizagens obtidas pelo autor como estrangeiro no processo de pesquisa, foi o conhecimento de que no Brasil existem dois tipos de programas de pós-graduação, acadêmicos e profissionais, no seu país apenas existe o acadêmico. O programa do autor foi um Mestrado Profissional, é uma das maiores diferenças é o requisito da criação de um produto de pesquisa, nesse sentido, como produto de pesquisa foi realizado um guia didático, o guia está composto por todos os problemas propostos nos cinco materiais trabalhados com os alunos, todas as resoluções e algumas das respostas propostas pelos estudantes durante o processo.

5 Alguns resultados obtidos

Durante as sessões de trabalho com os alunos, foram obtidos alguns resultados interessantes, nos quais foi possível observar diferentes fases de compreensão dos conceitos desejados:

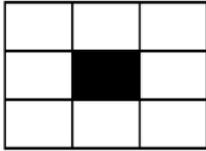
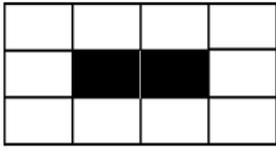
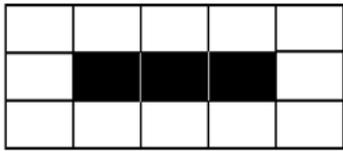
Primeiramente como foi mencionado anteriormente na primeira sessão foi aplicado um teste diagnóstico, logo na segunda sessão foi desenvolvida uma atividade de resolução de problemas de descoberta de padrões.

Seguindo a sequência, na terceira sessão, se propus o problema mais importante, no qual os alunos conheceram de forma intuitiva os conceitos de constante e variável, assim como o conceito de generalização.

O propósito do problema foi tentar promover uma aprendizagem significativa na passagem da aritmética para a álgebra. Agora, vamos explorar a proposta elaborada para alcançar esse objetivo. Para entender melhor a proposta, vamos considerar o seguinte problema mostrado na Figura 1:

Figura 1: Problema dos azulejos

1. Um pedreiro quer saber quantos azulejos brancos uma certa quantidade de azulejos pretos pode cercar. Se nós sabemos que:

		
Se você tem: 1 azulejo preto	2 azulejos preto	3 azulejos pretos
Requer: 8 azulejos brancos	10 azulejos brancos	12 azulejos brancos

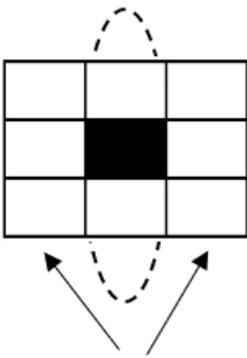
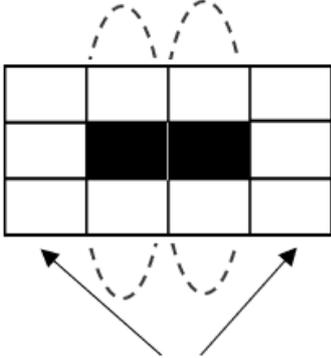
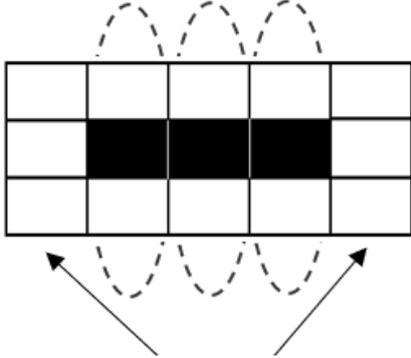
Fonte: Cañadas et al. (2007).

Nas figuras do problema podemos observar que existe um padrão, o qual poderíamos expressar da seguinte maneira: “quando aumentamos um azulejo preto, a quantidade de azulejos brancos aumenta em dois”, entendendo isso poderíamos facilmente dizer que se temos 4 azulejos pretos, a quantidade de azulejos brancos é 14. Mas o que aconteceria se queremos saber quantos azulejos brancos precisamos se temos uma quantidade muito maior de azulejos pretos, por exemplo, 10, 50 ou 100?.

Então nesse caso é quando entra o conceito de generalização, na qual precisamos encontrar uma relação entre as quantidades para conseguir uma fórmula, a qual pode ser utilizada em qualquer caso. Mas a relação que vamos a utilizar é mais que apenas comparar as quantidades, vamos comparar também as figuras, para conseguir obter mais dados.

Se observamos as figuras do problema podemos identificar um comportamento mostrado na Figura 2:

Figura 2: Comportamento observado.

2(1)	2(2)	2(3)
		
Não muda	Não muda	Não muda

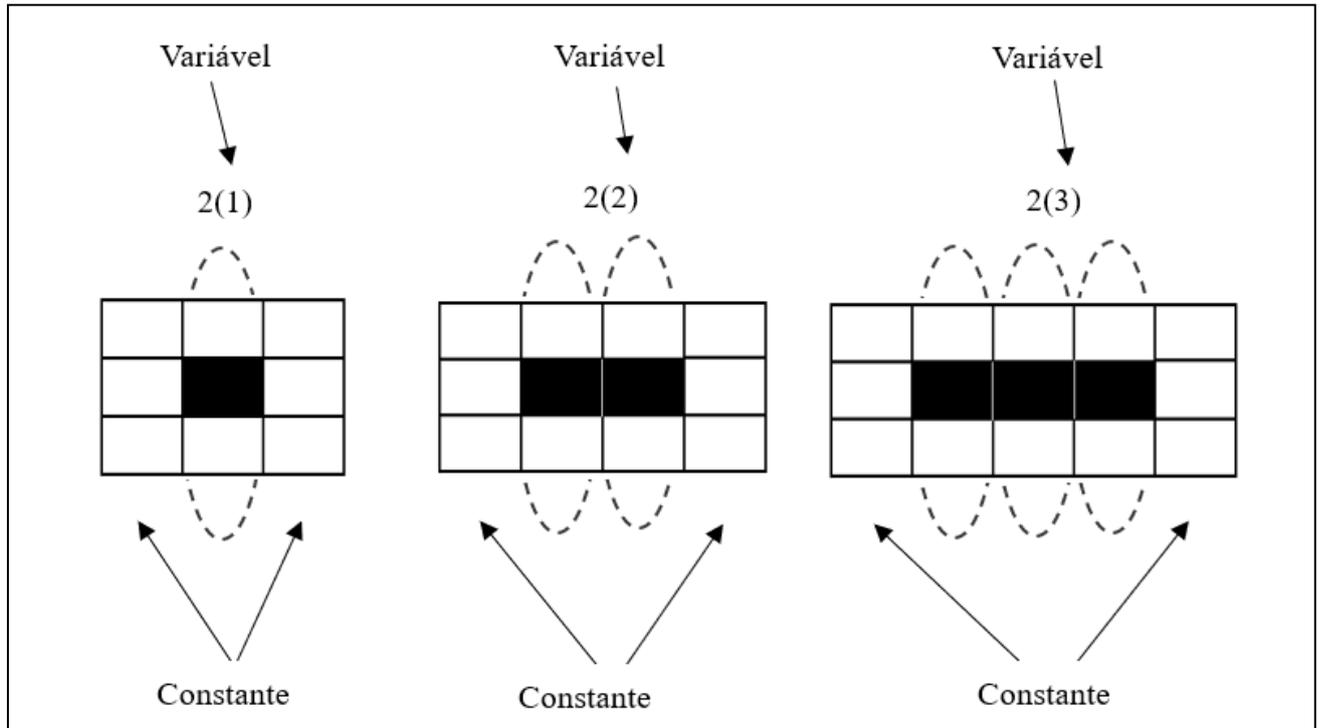
Fonte: Criado pelo autor.

Na Figura 2, podemos observar que existem algumas quantidades que, sem importar a figura, não mudam, e existem outras que, diretamente vão mudando, dependendo da quantidade de azulejos pretos. Fazendo essa diferenciação, queremos induzir ao aluno a compreender de forma intuitiva os conceitos de constante e variável, e utilizar isso para conseguir chegar à

generalização. Para fazer isso, só precisamos contar e somar, primeiro identificamos que a quantidade de azulejos que não muda (constante) é 6, depois podemos ver que a quantidade que muda (variável) é a quantidade de azulejos brancos acima e embaixo dos azulejos pretos, sendo os brancos o dobro dos pretos, ou seja, a seguinte sequência 2(1), 2(2), 2(3).

Podemos identificar as quantidades como na Figura 3:

Figura 3: Identificando as quantidades



Fonte: Criado pelo autor

Somando as duas quantidades identificadas (constante e variável) para obter o total, e ao final trocando a variável por uma letra, obtemos a generalização, a qual podemos ver na Tabela 1:

Tabela 1: Organizando os dados para obter a generalização

Azulejos pretos	Total de azulejos brancos
1	$2(1) + 6 = 8$
2	$2(2) + 6 = 10$
3	$2(3) + 6 = 12$
N	$2n + 6$

Fonte: Criado pelo autor

Na generalização escolhemos a letra n, a qual n representa o número de azulejos pretos.

Em resumo, a generalização foi conseguida utilizando apenas observação, somas e multiplicação, e criando ao mesmo tempo novos conceitos, de forma intuitiva. Ou seja, de acordo à teoria de aprendizagem significativa fazendo uma ligação entre os conceitos básicos da aritmética (subsunçores) que o aluno já conhece e os novos conceitos básicos da álgebra (constante e variável).

Sobre esse problema dos azulejos apresentado, as perguntas sobre o problema foram: a) Quantos azulejos brancos são necessários para envolver 4 azulejos pretos?, b) Para cercar 5

azulejos pretos?, c) Quantos nós precisaríamos se quiséssemos cercar 16?, d) Qual é o padrão observado?, e) Cumprindo o padrão, as quantidades estão mudando, mas podemos encontrar alguma que não muda?, f) Você poderia encontrar uma forma para saber quantos azulejos brancos seriam necessários para cercar qualquer número de azulejos pretos?. Os dados revelam que a maioria dos alunos foram capazes de compreender o padrão, e continuar com a sequência, mas mostraram ter dificuldades para expressá-lo com as suas próprias palavras. Vamos observar alguns resultados nas seguintes figuras:

Figura 4: O aluno diretamente conta

Preto: 2 em 1
 Branco: 3 em 2

Fonte: Acervo da Pesquisa

Figura 5: O aluno explica o padrão

Sim e só acrescentar
 2 azulejos

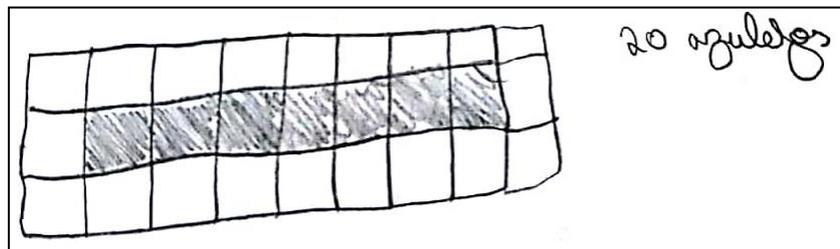
Fonte: Acervo da Pesquisa

Figura 6: O aluno cria uma expressão e calcula

Preto 5 > $2 \times 4 + 6 = 14$

Fonte: Acervo da Pesquisa

Figura 7: O aluno desenha a figura continuando a sequência



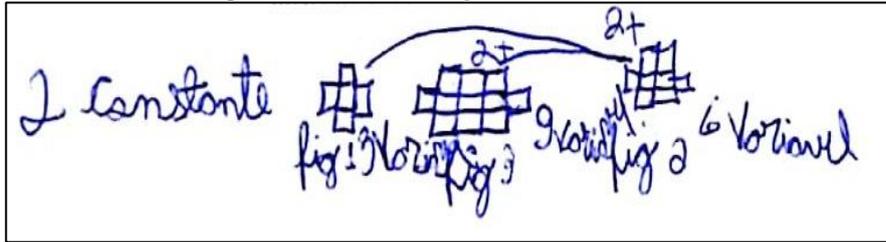
Fonte: Acervo da Pesquisa

É na discussão desta sessão que conseguimos trabalhar pela primeira vez os conceitos de generalização, constante e variável. Lembrando que usando os conceitos como constante: quantidade que não muda e variável: quantidade que muda, discutindo e analisando as figuras com os alunos, e também falando algumas regras como o uso das letras para representar as variáveis, e criando a fórmula ou expressão algébrica para generalizar o padrão.

Se percebeu que existiu uma interação entre conhecimentos prévios e os conhecimentos novos, uma característica segundo Moreira (2012) que é importante para tentar conseguir aprendizagem significativa.

Nas seguintes sessões conseguimos ver como alguns alunos tentavam explicar o que era uma constante e uma variável, mas apenas visualmente, podemos ver isso na Figura 8.

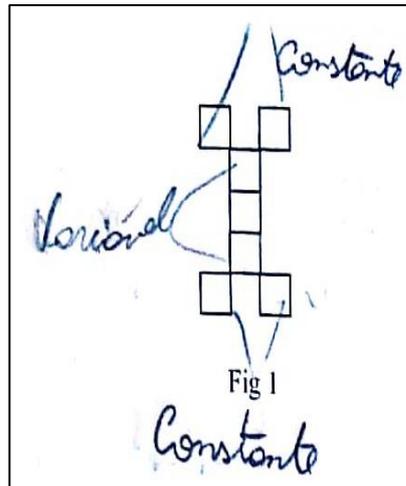
Figura 8: o aluno conseguiu identificar visualmente



Fonte: Acervo da Pesquisa

Depois conseguimos ver alguns melhores resultados na seguinte sessão, na qual o aluno tem uma visão mais clara, podemos ver isso na Figura 9.

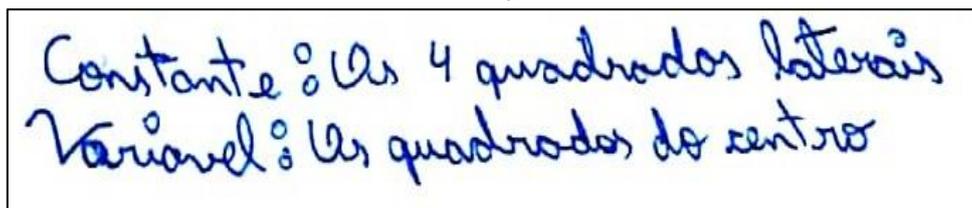
Figura 9: O aluno responde identificado os conceitos na figura



Fonte: Acervo da Pesquisa

Gradualmente podemos ver outras respostas obtidas onde os alunos tentavam responder, mas ainda faltava compreensão, como observamos na próxima Figura 10.

Figura 10: o aluno responde com palavras, mas ainda não consegue

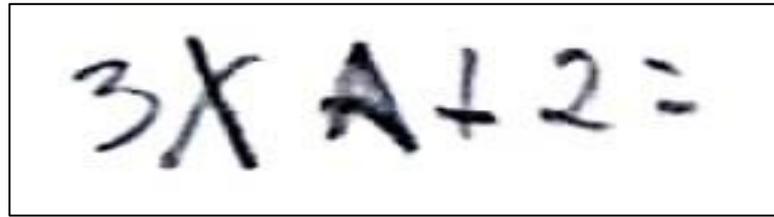


Fonte: Acervo da Pesquisa

É importante destacar que, em algumas sessões, observaram-se situações em que os alunos não apresentaram uma atitude favorável, o que dificultou o trabalho com eles. Essa atitude pode ter afetado negativamente o aprendizado, já que, segundo Muñoz (2004), uma atitude favorável do aluno é um dos requisitos fundamentais para alcançar uma aprendizagem significativa.

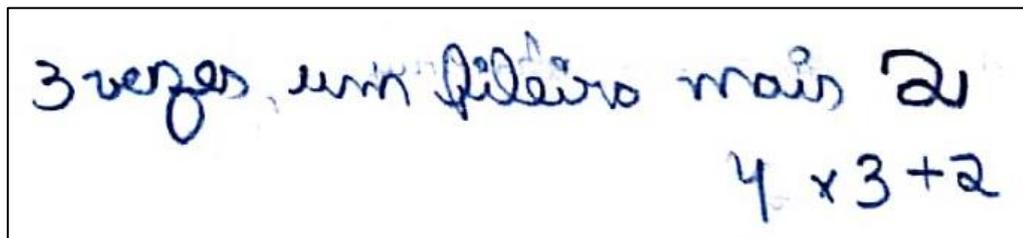
Nas últimas sessões conseguimos observar alunos que conseguiram generalizar os padrões, e também expressa o padrão que representa, mas alguns apenas escreveram a generalização, podemos observar as diferenças nas figuras 11 e 12.

Figura 11: O aluno consegue generalizar



Fonte: Acervo da Pesquisa

Figura 12: O aluno generaliza e expressa o padrão



Fonte: Acervo da Pesquisa

Agora podemos ver um dos problemas da última sessão na seguinte figura:

Figura 13: Primeiro problema da última sessão

Na celebração de um casamento, os organizadores estão tentando acomodar as cadeiras e mesas para os convidados, levando em conta que as mesas são quadradas e as cadeiras com circulares. Se nós sabemos que:

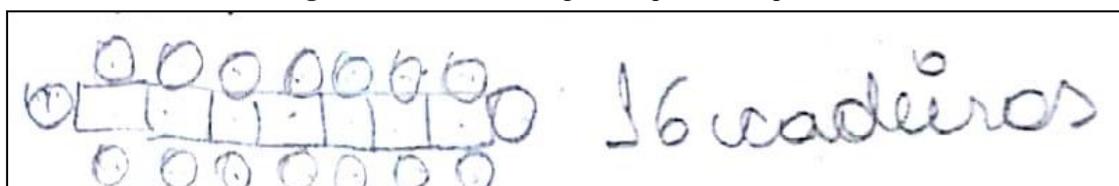
□ Mesa Cadeira ○

Fonte: Criado pelo autor

As primeiras duas perguntas do problema eram as seguintes: a) Quantas pessoas poderiam sentar se colocarmos 4 mesas?, b) Quantas pessoas poderiam sentar se colocarmos 7 mesas?.

Segundo os dados podemos inferir que a maioria dos alunos não teve problemas em responder as primeiras perguntas, ou seja os estudantes compreenderam o padrão, ainda que alguns precisaram desenhar algumas figuras para responder, poder ver uma das respostas na Figura 14

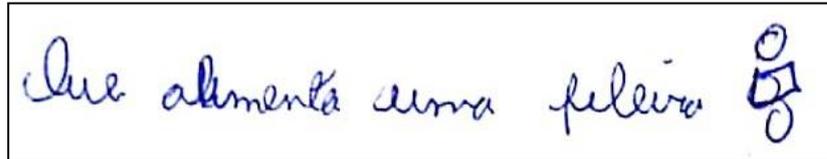
Figura 14: O aluno consegue compreender o padrão



Fonte: Acervo da Pesquisa

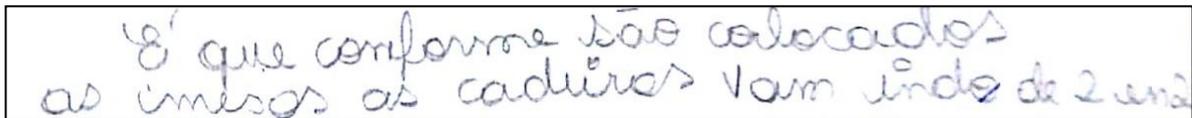
A terceira pergunta do problema foi: c) Qual é o padrão observado?. Nas respostas se conseguiu observar uma melhoria na hora de expressar o padrão, ainda que muitos só utilizaram palavras ou frases muito simples ou curtas para expressar a sua ideia. Podemos ver algumas respostas nas Figuras 15 e 16.

Figura 15: O aluno tenta explicar o padrão



Fonte: Acervo da Pesquisa

Figura 16: O aluno conseguiu explicar o padrão

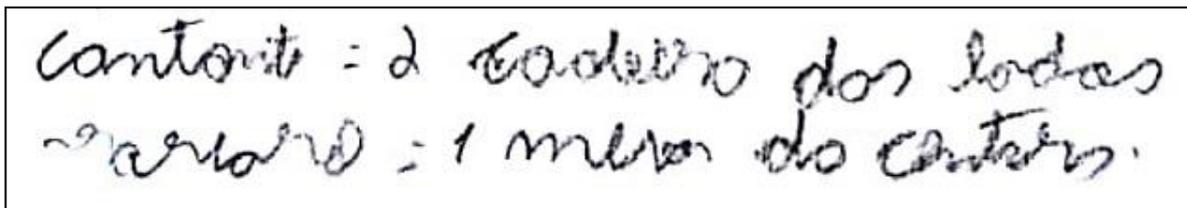


Fonte: Acervo da Pesquisa

As seguintes três perguntas do problema estavam relacionadas com os conceitos de variável, constante e generalização, e foram as seguintes: d) Cumprindo o padrão, existe alguma quantidade constante e alguma variável? Quais são?, e) Encontre uma fórmula para saber quantos pontos tem qualquer figura como as anteriores?, f) Utilize a fórmula para saber o número de cadeiras que serão ocupadas se colocarmos 100 mesas?.

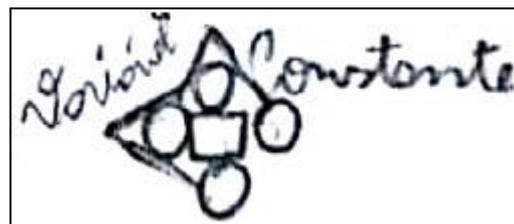
Alguns tiveram ainda dificuldades em expressar suas ideias, e identificar as quantidades variáveis e constantes, como podemos ver nas Figuras 17 e 18.

Figura 17: O aluno tenta explicar qual é a variável e a constante



Fonte: Acervo da Pesquisa

Figura 18: O aluno tenta explicar qual é a variável e a constante usando a figura do problema

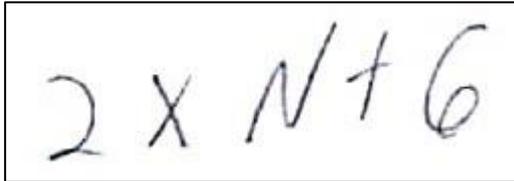


Fonte: Acervo da Pesquisa

Na parte da generalização, podemos ver que como era de se esperar, os resultados foram

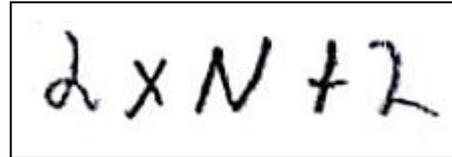
piores que no inciso anterior, pois seria difícil que os alunos conseguissem construir corretamente a generalização se não tivessem identificado corretamente as quantidades constantes e variáveis. Em alguns casos parece que o aluno escreveu uma resposta aleatória, em outros parece que errou no momento de contar, já que parece não perceber que o padrão não vai aumentando de dois em dois, se não de três em três. Igual ao item anterior, poderíamos intuir que havia mais facilidade em expressar o padrão na língua natural que usando a letra como variável. Mostrando dificuldades na semiótica mencionadas por Radford (1999). Podemos ver algumas respostas nas seguintes figuras:

Figura 19: Resposta aleatória



Fonte: Acervo da Pesquisa

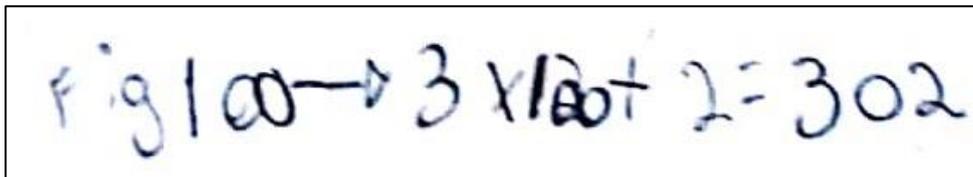
Figura 20: O aluno conseguiu generalizar



Fonte: Acervo da Pesquisa

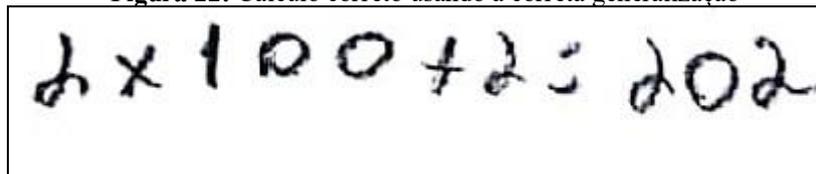
Apesar de que poucos alunos conseguiram construir a generalização, uma maior porcentagem conseguiu responder a última pergunta, mas muitos se limitaram a contar e outros até desenharam a figura. E, logicamente, os que o fizeram utilizando a fórmula do inciso interior, se tinham uma expressão errada, obtinham uma resposta errada. Como podemos ver nas seguintes figuras:

Figura 21: Resposta errada por utilizar a fórmula errada



Fonte: Acervo da Pesquisa

Figura 22: Cálculo correto usando a correta generalização



Fonte: Acervo da Pesquisa

Nas figuras podemos também observar que houve uma interação entre os conhecimentos anteriores e os novos, utilizando as somas e multiplicação, o que, segundo Moreira (2012), é uma característica essencial para alcançar a aprendizagem significativa. Além de uma melhoria nas dificuldades na semiótica, já que parece que conseguem compreender o significado do representado com a letra como fala Radford (1999).

6 Considerações finais

Sobre a pesquisa podemos refletir sobre algumas questões. Os alunos usaram estratégias diferentes para generalizar um padrão, usando seu conhecimento prévio e o seu raciocínio lógico, e depois de conhecer algumas ferramentas ou conceitos, tentaram usá-lo; uma parte dos

alunos foi capaz de manipular certas operações com números e letras para conseguir generalizar um padrão. As estratégias mais comumente utilizadas foram tentativa e erro e resolver o problema começando com o fácil. Os alunos que não conseguiram elevar a generalização tiveram dificuldade em realizar mudanças nos registros, foram capazes de ver o padrão, saber qual era seu comportamento e até predizer sucessivos termos, mas não souberam dizer como se comportaram de maneira geral usando a linguagem algébrica, apenas a linguagem puramente aritmética, explicando o padrão, e alguns nem isso.

Os estudantes fazem conexões para generalizar um padrão, essas se podem perceber que estão nas associações que eles fazem entre problemas que eles já resolveram nas primeiras sessões e aqueles que tiveram que resolver mais tarde sem deixar de lado seu conhecimento prévio de aritmética. Eles procuram semelhanças entre o comportamento de um padrão e outro, bem como a maneira pela qual cada elemento da mesma sequência, seja de números ou figuras, difere nos problemas propostos. Mas em alguns casos isso poderia causar erros, por tentar todos os problemas do mesmo jeito, como se fosse de forma mecânica.

Com as atividades realizadas, se tentou alcançar principalmente o objetivo de criar os conceitos de constante e variável, visando explorar o potencial da maioria dos alunos em entender o uso de letras em matemática. Com cada um dos exercícios se queria incentivar os alunos a criar para si uma expressão que envolvia números, variáveis e operações; e os problemas e as discussões propostas confrontaram os estudantes com a necessidade de encontrar um padrão e serem capazes de "descrever" o comportamento do aluno de uma maneira geral, o que facilita o aprendizado da álgebra. Aqueles que não tiveram sucesso podem fazê-lo, desde que passem um pouco mais de tempo nos estágios de ver, compreender e expressar um padrão.

De acordo com as estatísticas da prova final, ainda que seja um pouco, poderíamos dizer que houve progresso nos alunos tanto em sua motivação para resolver problemas quanto em fazer uso de uma nova linguagem na qual não apenas os números desempenham um papel fundamental, mas também o uso de variáveis. O confrontar aos alunos com novas situações em que são os criadores das expressões algébricas e, além disso, verificar se de fato ditas expressões atendem aos requisitos levantados em um problema desenvolve neles autonomia e estimula o desenvolvimento de habilidades lógico-matemáticas que melhoram seu aprendizado de álgebra. Então, nesse sentido, poderíamos dizer que se conseguiu em alguns dos alunos aprendizagem significativa, onde os alunos puderam criar os conceitos de constante e variável, utilizando as operações básicas para generalizar os padrões e criando suas próprias expressões algébricas. A maioria dos alunos não conseguiu responder corretamente as perguntas da prova, mas também, poderíamos dizer que para muitos dos casos, faltou um dos elementos que nos fala Ausubel (Moreira, 1995), para conseguir aprendizagem significativa, nesse caso, eu me refiro à predisposição do aluno em aprender, já que nas sessões, alguns dos alunos mostraram sempre, falta de interesse e indisciplina no momento de trabalhar.

Agradecimentos

Agradeço à Universidade Estadual de Mato Grosso do Sul (UEMS) pela recepção e apoio durante meu processo de mestrado, e à “Universidad Pedagógica Nacional Francisco Morazán” (UPNFM) de Honduras, pelo apoio brindado ao autor para a apresentação desse trabalho. O presente trabalho foi realizado com apoio da Universidade Federal de Mato Grosso do Sul – UFMS/MEC – Brasil. O presente trabalho foi realizado com apoio da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior – Brasil (Capes) – Código de Financiamento 001.



Referências

- Cañadas, M. C., Castro E. & Castro, E. (2008). Patrones, generalización y estrategias inductivas de estudiantes de 3º y 4º de Educación Secundaria Obligatoria en el problema de las baldosas. *Revista de Investigación en Didáctica de la Matemática (PNA)*. 2(3), 137-151.
- Lagos, E.; López, L.; Izaguirre, J. & Padilla, L. (2018). Exploración del Potencial para aprender álgebra a través del descubrimiento y generalización de patrones. *Anais do VII Seminário Internacional de Pesquisa em Educação Matemática (SIPEM)*. Foz do Iguaçu, PR.
- Matos, A.S.S.M. (2007). *Explorando relações funcionais no 8º ano: um estudo sobre o desenvolvimento do pensar algébrico*. 253f. Dissertação (Mestrado em Educação, Especialidade de Didática da Matemática). Universidade de Lisboa, Portugal.
- Moreira, M.A. (1995). *Ensino e aprendizagem: enfoques teóricos*. (2. ed., pp. 61-73). São Paulo, SP. Editora Moraes.
- Moreira, M.A. (2012). O que é ao final aprendizagem significativa?, *Revista Currículum*, 1(25), 29-56.
- Munzón, N. (2010). *La introducción del álgebra elemental y su desarrollo hacia la modelización funcional*. 407f. Tese (Doutorado em Matemáticas). Universidad Autónoma de Barcelona, Espanha.
- Muñoz, J. (2004). El aprendizaje significativo y la evaluación de los aprendizajes. *Revista de Investigación Educativa*, 8(14), 47–52.
- Palomino, W. (1996). Enseñanza Termodinámica: Un Enfoque Constructivista, Teoría del Aprendizaje Significativo de David Ausubel. *II Encuentro de Físicos en la Región Inca, Universidad Nacional de San Antonio Abad del Cusco (UNSAAC)*, Perú.
- Ponte, J.P. (2006). Números e álgebra no currículo escolar. Números e álgebra na aprendizagem da Matemática na formação de professores. *Seminário de Educação Matemática da Sociedade Portuguesa de Ciências da Educação (SEM-SPCE)*. (pp. 5-27). Lisboa, Portugal.
- Radford, L. (1999). El aprendizaje del uso de signos en álgebra, Una perspectiva post-vigotskiana. *Revista Educación Matemática*, 11(3), 25-53.