

Experimentação com Tecnologias em conceitos da Geometria Euclidiana Espacial

Experimentation with Technologies in Spatial Euclidean Geometry Concepts

Débora Pelli¹
Rúbia Barcelos Amaral²

Resumo: Este trabalho traz um recorte da pesquisa de doutorado da primeira autora que teve como objetivo analisar como um coletivo de alunos-com-mídias compreende conteúdos de Geometria Euclidiana Espacial – GEE no Ensino Superior em tempos de ensino remoto. Metodologicamente, foi adotada a pesquisa qualitativa. A investigação ocorreu online com alunos de Graduação em Matemática, que cursaram a disciplina GEE, no terceiro semestre, na Universidade Estadual Paulista – UNESP/Rio Claro. Além disso, a experiência baseada em design dialogando com as ideias de Lévy e do construto Seres-Humanos-Com-Mídias serviram de aportes para a interpretação e análise dos dados. Os resultados apontam que o desenvolvimento de diversas atividades por um coletivo de estudantes-com-mídias tem potencial para a aprendizagem de conteúdos da GEE, na qual a visualização constitui-se como parte desse processo.

Palavras-chave: Geometria Euclidiana Espacial. Mídias Digitais. Visualização. Seres-humanos-com-mídias. Educação Matemática.

Abstract: This work presents a section of the first author's doctoral research, which aimed to analyze how a collective of students-with-media understands content in Spatial Euclidean Geometry (SEG) in Higher Education during times of remote learning. Methodologically, qualitative research was adopted. The investigation took place online with under graduate Mathematics students, who took the SEG course in the third semester at São Paulo State University – UNESP/Rio Claro. Additionally, the design-based experience, in dialogue with the ideas of Lévy and the construct of Humans-With-Media, served as contributions for the interpretation and analysis of the data. The results indicate that the development of various activities by a collective of students-with-media has the potential for learning SEG content, in which visualization constitutes a part of this process.

Keywords: Spatial Euclidean Geometry. Digital Media. Visualization. Humans-With-Media. Mathematics Education.

1 Introdução

Vivemos em um mundo no qual as tecnologias digitais – TD estão cada vez mais presentes. Borba, Scucuglia e Gadanidis (2014) tratam das fases das tecnologias digitais em Educação Matemática e associam a quarta fase ao advento da internet rápida, onde é comum o uso do termo tecnologias digitais - TD. Borba, Souto e Canedo Jr. (2022) consideram a quinta fase das TD com as modificações ocorridas pelo vírus SARS-CoV-2 em relação ao aumento de utilização das TD nas aulas de matemática, que ocorreram online. Mesmo em um cenário de desigualdade social, as TD passaram a ser mais usadas de diversas formas diferentes.

Em relação às mídias digitais – MD, segundo Borba (2009, p. 461, tradução nossa) “internet, software, papel-e-lápis e oralidade são mídias que não apenas expressam ideias, mas

¹Universidade Federal dos Vales do Jequitinhonha e Mucuri • Diamantina, MG — Brasil • ✉debora.pelli@ufvjm.edu.br • ORCID <https://orcid.org/0000-0001-6440-7115>

²Universidade Estadual Júlio de Mesquita Filho • Rio Claro, SP — Brasil • ✉rubia.amaral@unesp.br • ORCID <https://orcid.org/0000-0003-4393-6127>

também moldam ideias e linguagem”. Seguindo esse pensamento, Oechsler (2018, p. 93) considera mídia como os “meios e recursos semióticos (de acordo com outros autores) que, utilizados em conjunto com atores humanos, contribuem para a produção do significado”. Além disso, para Santos (2009, p. 5664)

mídia é todo o suporte que veicula a mensagem expressada por uma multiplicidade de linguagens (sons, imagens, gráficos, textos em geral) [...] é a união das tecnologias informáticas e suas aplicações com as telecomunicações e com as diversas formas de expressão e linguagem.

Entendemos que mídias digitais são quaisquer modos de comunicação que são realizadas de forma digital, por uma multiplicidade de linguagens (sons, imagens, gráficos, textos em geral), em lugares do ciberespaço (softwares, aplicativos, salas de aula virtual, ambientes virtuais de aprendizagem –AVAs), para a produção de significado.

Segundo Lévy (1993), diferentes mídias são distintas formas da extensão da memória. Para Borba e Villarreal (2005), a unidade seres-humanos-com-mídias estabelece o papel central do contexto no qual estão inseridos, em que diferentes mídias como oralidade, escrita e computadores reorganizam o pensamento. Porém, segundo Borba e Penteado (2016, p. 46, grifo dos autores), a informática se diferencia das outras mídias quando “permite que a linearidade de raciocínios seja desafiada por modos de pensar, baseados na simulação, experimentação e em uma ‘nova linguagem’ que envolve escrita, oralidade, imagens e comunicação instantânea” e pode modificar o próprio conhecimento, sendo possível existir uma ressonância entre uma dada pedagogia, uma mídia e uma visão de conhecimento.

Corroboramos o pensamento de Borba e Penteado (2016, p. 14-15, grifo dos autores) no que tange a aprendizagem com o computador nas salas de aula de Matemática. Segundo os autores, “o acesso à informática deve ser visto como um direito e, portanto, nas escolas públicas e particulares o estudante deve poder usufruir de uma educação que no momento atual inclua, no mínimo, uma ‘alfabetização tecnológica’”.

Em relação à geometria, pensando no ensino e na aprendizagem dela na educação básica, Mota e Laudares (2013) consideram que os estudantes apresentam dificuldades em seus conteúdos desde a educação básica até o ensino superior. Além disso, Fainguelernt (2011) afirma que a geometria tem sido relegada a um segundo plano por vários fatores, como o mau uso ou a não utilização de recursos didáticos, o mau planejamento das aulas causadas pelas dificuldades encontradas pela falta de preparo dos professores e a disposição dos conteúdos nos livros didáticos do ensino fundamental e ensino médio, os quais muitas vezes se encontravam nas páginas finais.

Buscando compreender o porquê de o ensino de geometria euclidiana estar ausente nas escolas, ou ser motivo de dúvida/dificuldade dos professores e alunos até os dias atuais, Gouvêa (1998, p.43) argumenta que, no período pós Matemática Moderna,

O ensino da Geometria passou a ser abandonado pelos professores, os quais a planejavam para o último ano [...]. Ensinar e aprender Geometria por meio de espaços vetoriais ou por meio de transformações, como pregava a Matemática Moderna, era difícil tanto para professores, como para alunos, por se tratar de nova abordagem. E a Geometria, cada dia mais, foi sendo relegada ao último plano do currículo escolar de 1º. grau.

Nesse sentido, o professor enquanto aluno, tinha uma formação deficiente nas disciplinas de geometria no ensino superior, constituindo um “ciclo vicioso” ao levar os seus conhecimentos desse assunto para as suas salas de aula. Como as disciplinas não foram suficientes para dar base ao professor enquanto aluno, ele não ensina geometria e forma

alunos que não aprendem geometria (Amaral-Schio, 2018). Tais fatores fazem com que os alunos se distanciem cada vez mais destes conteúdos.

Como esta pesquisa ocorreu em tempos de pandemia e, por isso, aconteceu na modalidade de ensino remoto emergencial, o computador esteve presente durante todas as 60 horas destinadas à disciplina GEE e, sendo assim, visando proporcionar a interação dos alunos com uso de diferentes mídias.

Neste contexto surgiu a pergunta da investigação, que é *Como um coletivo de alunos-com-mídias compreende conceitos da Geometria Euclidiana Espacial em uma disciplina do ensino superior do curso de Matemática em tempos de ensino remoto?*

Para esse evento, fazemos um recorte da pesquisa, que foi realizado durante uma aula com o tema “cubos”, e compartilhamos uma discussão que ilustra como as mídias digitais foram utilizadas no processo de pensamento de todo o coletivo de alunos-com-mídias (Borba; Villareal, 2005), mediado pela professora, constituindo-se um ciberespaço (Lévy, 1999) em meio à reorganização do pensamento desse coletivo (Tikhomirov, 1981). Esse recorte ilustra as construções realizadas pelo coletivo, rica em discussões, em período de isolamento social ocasionado pela pandemia da Covid-19.

2 Referencial Teórico

De acordo com Lévy (1996), a palavra virtual vem do latim, *virtuales*, de *virtus* e significa potência ou, surgimento de uma potencialidade do ser. Sendo assim, o sentido de virtual, desde a sua origem, ocorre em um campo mais abstrato do que concreto. Podemos entender por significação virtual, as nossas concepções sobre dadas coisas reais ou materiais. Quando estamos dizendo sobre os nossos pensamentos (concepções), podemos considerar esse campo abstrato.

O virtual não é o oposto do real, como pode ser enganosamente pensado e, então, Lévy (1996) considera que o virtual contrapõe ao atual, pois tende a atualizar-se a todo momento, sem obter uma concretização definitiva. Essa atualização do virtual está relacionada à quantidade de informações que vai alimentar o mundo virtual instantaneamente. Além disso, para esse autor, o virtual se diferencia do possível. O possível é passível de se transformar em real a qualquer instante, conforme novas ações aconteçam, enquanto o virtual sofre atualizações a partir da criatividade, constantemente. Nesse sentido,

Contrariamente ao possível, estático e já constituído, o virtual é como o complexo problemático, o nó de tendências ou de forças que acompanha uma situação, um acontecimento, um objeto ou uma entidade qualquer, e que chama um processo de resolução: a atualização. (Lévy, 1996, p.16).

Ademais, de acordo com Lévy (1996), os pares que se opõem são real-possível e virtual-atual. A atualização alimenta o virtual e, portanto, o atual dá respostas ao virtual. Além disso, a virtualização está relacionada com o desprendimento do aqui e agora, pois o virtual normalmente, “não está presente” (Lévy, 1996, p.19).

O virtual tem ligação com o sentido de “estar junto”, endereçando à humanização, ao saber coletivo, a quem ouve e a quem recebe a mensagem (Lévy, 1996). Isso tudo provoca uma preocupação com a forma de entender uma determinada informação e organizá-la para que o(s) outro(s) possa(m) compreendê-la também.

Na prática, na contemporaneidade, esse virtual ocorre em um outro espaço, podendo ser em nossas memórias ou em outro local. Lévy (1999, p.85) define “o ciberespaço como o espaço de comunicação aberto pela interconexão mundial dos computadores e das memórias

dos computadores”. Percebemos que o autor considera o ciberespaço como o espaço onde a comunicação se dá de forma virtual e que tem como infraestrutura a internet.

Com o advento da internet os seres humanos mudaram as suas práticas. Portanto, Lévy (1999) considera que a cibercultura envolve as modificações ocorridas nos atos das pessoas quando se encontram no ciberespaço. A internet nos proporciona uma infinidade de práticas que possibilita a troca de informações e, com isso, ela propicia o aumento do conhecimento de cada ser. Nesse sentido, cada pessoa pode contribuir para o alargamento da cognição, o que, para Lévy (2015, p. 16) é denominado inteligência coletiva,

É uma inteligência distribuída por toda parte, incessantemente valorizada, coordenada em tempo real, que resulta em uma mobilização efetiva das competências. [...] a base e o objetivo da inteligência coletiva são o reconhecimento e o enriquecimento mútuos das pessoas, e não o culto de comunidades fetichizadas ou hipostasiadas.

A estrutura de uma inteligência coletiva possibilita a criação do Espaço do Saber que, de acordo com Lévy (2015), se inicia com relações humanas, tendo como base alguns princípios éticos que buscam valorizar as competências e as modificações das diversas riquezas de cada indivíduo em um meio coletivo

O ciberespaço descrito por Lévy (1999) existe até os dias atuais, porém com uma abrangência maior, ou seja, “o mundo está mais conectado e a vida virtual já é uma grande realidade presente na vida da maioria das pessoas” (Silva; Fernandes, 2022, p. 221).

As primeiras ideias do construto seres-humanos-com-mídias surgiram, a princípio, nos trabalhos desenvolvidos por Borba (1993; 1999) e, em seguida, substanciadas em Borba e Villarreal (2005). As bases teóricas do construto seres-humanos-com-mídias foram organizadas a partir dos estudos de Tikhomirov (1981) e de Lévy (1993).

O trabalho de Tikhomirov (1981) é influenciado pela teoria Vygotskyana da mediação, tem como base a teoria da atividade e aborda os computadores e a cognição. Já Lévy (1993) versa sobre as “tecnologias da inteligência”: oralidade, escrita e informática, que condicionam as ecologias cognitivas, como a compreensão das dimensões técnicas e coletivas da cognição, além de abordar as ideias de virtual, ciberespaço, cibercultura e inteligência coletiva.

Inspirado nesses estudos, Borba (1999) analisa as ideias dos autores e, por meio de discussões, novas organizações, aproximações e ampliações, associando-as à Educação Matemática, destaca o papel das mídias digitais, no processo relacionado à compreensão de como ocorre a produção de conhecimento a partir da organização do pensamento de um coletivo entre humanos e não humanos.

Tikhomirov (1981) defende a maneira como os computadores afetam a cognição humana e como podem mudar a educação, sem ver os mesmos como substitutos dos seres humanos. Nesse sentido, o autor apresenta três teorias: a da substituição, na qual os computadores substituem os seres humanos; a da suplementação, na qual o computador complementa o ser humano; e a da reorganização, que sustenta que o computador regula a atividade humana, além de apresentar diferenças em relação à linguagem. Esse autor entende que o foco é ver o computador como uma tecnologia que pode mediar a atividade humana, fazendo surgir um novo estágio de pensamento. Trata-se da reorganização do pensamento, a terceira teoria.

3 Metodologia

Esta pesquisa foi desenvolvida a partir da área da Educação Matemática e optamos pelo uso da abordagem qualitativa, pois “fornecem informações mais descritivas, que primam pelos significados dados às ações”. (Borba; Araújo, 2013, p. 25).

A metodologia Investigação Baseada em *Design* (IBD³) pode ser descrita como aquela na qual são estudadas algumas intervenções educacionais, buscando a promoção de certas aprendizagens ou mudanças sistêmicas e a compreensão dos processos que estão relacionados (Cobb; *et al.* 2003; Gravemeiger; Cobb, 2013). No contexto desta pesquisa, a DBR esteve voltada para a aprendizagem dos alunos em conteúdos de GEE, a partir de interações com mídias digitais, que foi um dos principais focos dessa investigação.

Na DBR é fundamental que seja realizada uma análise do processo como um todo, e não apenas do produto que se obtém no final. Sendo assim, “uma característica da DBR é o seu funcionamento em ciclos, onde o que se tem como resultado de um primeiro *design* deve ser usado nos próximos” (Kneubil; Pietiocola, 2017, p. 3).

Segundo Ponte e Branco (2013), um dos aspectos importantes a ser considerado é que a DBR envolve intervenções planejadas. O processo de planejar intervenções consiste em várias etapas, o que muitas vezes corresponde em dar dois passos à frente e um atrás, o que ajuda na compreensão dos alunos devido ao constante olhar sobre as atividades desenvolvidas.

Considera-se que a DBR pode ser elaborada em quatro fases, que compreendem os processos desenvolvidos na pesquisa, sistematizados no Quadro 1:

Quadro 1 - Fases da DBR.

Fases	Descrição
1. Análise de um problema prático pelos pesquisadores e participantes em colaboração.	Levantar o problema junto aos participantes, revisão contínua da literatura para apoiar o rascunho da intervenção.
2. Desenvolvimento de soluções informadas pelos princípios de <i>design</i> existentes e inovações tecnológicas	Definição do rascunho e princípios da intervenção proposta, baseando-se no arcabouço teórico.
3. Ciclos iterativos de teste e refinamento das soluções na prática	Implementação da intervenção em iterações em dois ou mais ciclos, definição dos participantes, coleta e análise dos dados.
4. Reflexões para produzir “princípios de <i>design</i> ” e melhoria da solução implementada	Apresentar os conhecimentos e produtos, princípios e artefatos do <i>design</i> .

Fonte: Amiel e Reeves (2008, p. 34) e Herringtonet *al.* (2007, p. 4091).

A pesquisa foi desenvolvida com 24 alunos de uma turma do terceiro semestre do curso de Graduação em Matemática (Bacharelado e/ou Licenciatura) da Universidade Estadual Júlio de Mesquita Filho - UNESP/Rio Claro, na disciplina Geometria Euclidiana Espacial, por serem os 24 alunos dentre os 39 que assinaram o termo para a participação na pesquisa. Chamamos esses participantes de A₁, A₂, A₃, ..., A₂₄.

As aulas do referido curso ocorrem na modalidade presencial. Porém, devido ao momento de pandemia que foi vivenciando no período da investigação, ocasionado pela

³ A IBD é uma sigla para Investigação Baseada em Design. Mais conhecida como DBR, que é a sigla para *design-based-research*, sigla que será assumida nessa investigação para a pesquisa baseada em design.

difusão da Covid-19, em que a principal forma de prevenção foi o isolamento social, as aulas ocorreram de forma remota na plataforma *Google Meet* (encontros síncronos). Havia ainda a comunicação pelo *Google Classroom* (um ambiente virtual de aprendizagem) de maneira assíncrona. Além disso, o GeoGebra foi a principal mídia utilizada, para que estudantes-com-mídias pudessem desenvolver atividades de GEE.

Os dados foram produzidos pelos seguintes instrumentos de pesquisa: as notas de campo, dois questionários (sendo um no início da pesquisa e outro no final), *chats* produzidos em Ambiente Virtual de Aprendizagem (*Google Sala de Aula*), registro audiovisual, entrevista e registros das comunicações via *Whatsapp*. É importante ressaltar que a professora e a pesquisadora foram a mesma pessoa.

4 Uma discussão de GGE no cenário de ciberespaço

A investigação sofreu o seu primeiro *redesign* quando, na aula inicial síncrona da disciplina, os estudantes pediram para a professora criar um grupo de interação via WhatsApp entre estudantes e professora. Nesse sentido, o WhatsApp passou a ser um instrumento de pesquisa, que deveria ser observado para a produção de dados.

O segundo *redesign* da investigação aconteceu quando, a partir das respostas ao primeiro questionário e, às primeiras anotações no diário de campo, foi pensado pela pesquisadora, em conformidade com as teorias que foram base para essa pesquisa, que as aulas deveriam acontecer com a utilização do GeoGebra 3D – GG, já que nesses instrumentos de pesquisa ficou claro que nenhum dos estudantes sabia utilizar o GG.

Novos *redesigns* surgiram a cada atividade planejada com a proposição do uso das mídias digitais, elaboradas pela pesquisadora. Esses *redesigns* eram amparados na teoria, sempre após o desenvolvimento do coletivo estudantes-com-mídias até o momento da proposta da nova atividade.

Em uma aula realizada de forma síncrona na plataforma *Google Meet*, com a temática cubo, surgiu uma discussão em que se buscava compreender sobre quais seriam as possíveis figuras planas que seriam formadas através das interseções entre os planos que passam por um cubo e o próprio cubo.

Havia 28 alunos presentes na sala do *Google Meet*, então a professora usou a ferramenta salas temáticas para dividi-los em cinco grupos com escolha aleatória, reservando para tanto 12 minutos da aula, para discutirem com colegas e buscarem encontrar as figuras planas. Ao finalizar o tempo:

Professora: O que vocês encontraram?

A₁₈: Fiz uma construção no GeoGebra com algumas seções e passei a imaginar que as seções planas seriam infinitas, só que pelo jeito não é bem assim e não deu tempo de pesquisar na internet.

A₁₁: Tentei passar um plano pelo cubo, pegando os dois vértices de cima e os dois de baixo. Mas aí fiquei com dificuldade de... eu não queria fazer um monte de plano dentro de um mesmo cubo. Não sei se a senhora já explicou, mas eu queria pegar um mesmo plano e mover ele, sem ficar criando um monte de plano.

Professora: Seria interessante pensar em planos diferentes passando pelo cubo em posições diferentes, ao invés de mover uma só seção de um lado para o outro. Seria interessante olhar para onde o(s) plano(s) intercepta(m) as arestas do cubo e, a partir dos pontos de interseção, unir eles para criar as figuras planas.

A₁₀: Estava no grupo do A₁₈ e, no final, a A₁ comentou que as seções paralelas deveriam ser contadas como uma só, e outra pessoa disse que poderia ser 360, pois são 360 graus. Só que, quando pensamos em 360, tem 180 que são repetidos por serem paralelos. Então

eu pensei em 180. Só que quando eu penso em 180, é que eu faço de grau por grau. Só que também existem graus repartidos e daí eu pensei que são infinitos, mais por conta disso. Porque posso pegar 1,3 graus e fazer uma seção, mas 1,5 vai ser diferente.

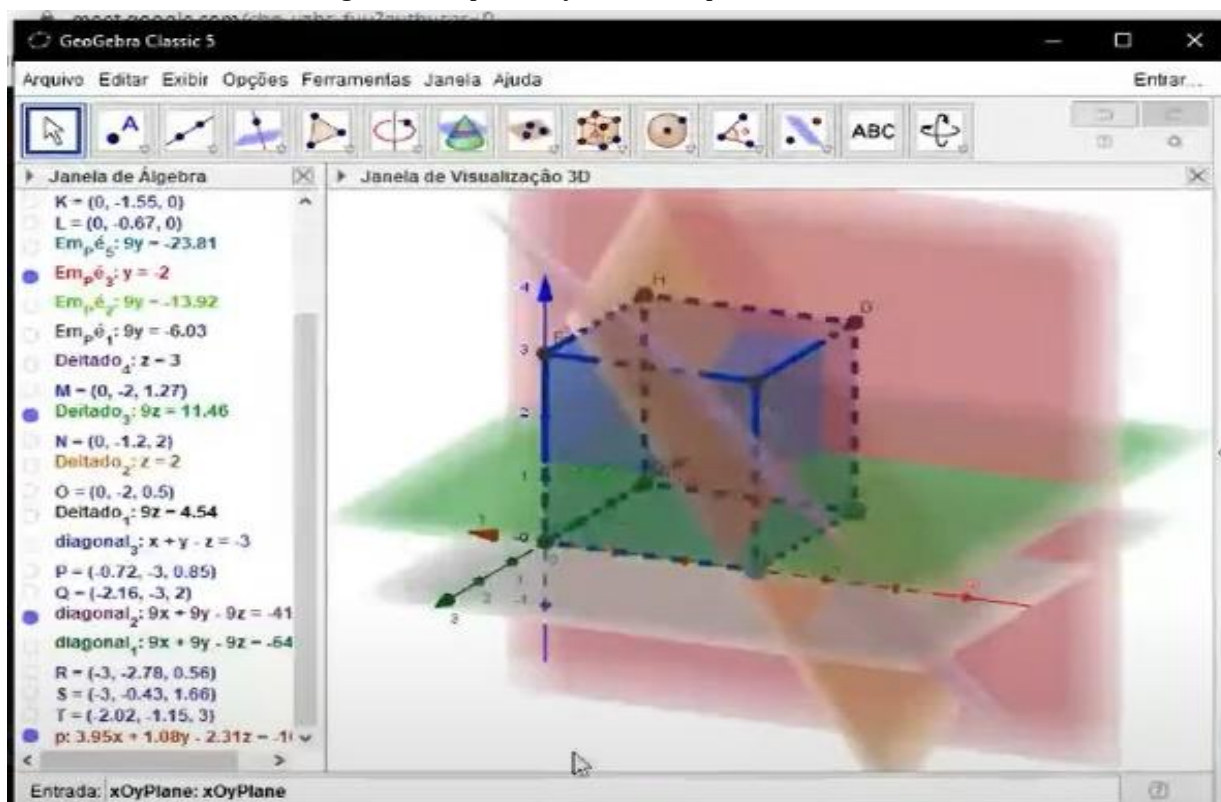
Professora: É interessante pensarmos nas seções planas que são polígonos⁴ e, por exemplo, teríamos várias seções que são triângulos, em que a soma dos seus ângulos internos é 180 graus, independente do triângulo. Que tal observar os pontos de interseção entre as arestas e os planos que as cortam? Alguém conseguiu fazer alguma seção no cubo?

A₁₈: Desenhei algumas. Nada de mais

Professora: Mostre o que você fez.

A₁₁: Vi na internet que dava para fazer diversos quadriláteros no cubo, como losangos, paralelogramos, quadrados etc., enquanto o Participante A₁₈ apresentou a figura:

Figura 1 – Representação realizada pelo estudante A₁₈.



Fonte: Dados da pesquisa.

Professora: Você falou dos polígonos de 4 lados e eu gostaria de saber se tinham outras possibilidades, ou seja, outros polígonos.

A₂₀: Vi um plano que envolve todos os lados do cubo.

Professora: Sim. Qual a seção plana que seria encontrada nessa situação?

A₂₂: O hexágono.

Professora: Um hexágono é uma das seções planas de um cubo. Existe a possibilidade de encontrar, por exemplo, um octógono como seção plana de um cubo? Ou um heptágono?

A₁: Isso não seria possível, porque quando faço a interseção com o plano só existe a possibilidade máxima de interseção com os seis lados que um cubo possui.

Professora: Estamos construindo um bom pensamento.

⁴ Vale ressaltar que nesse recorte de uma discussão realizada em aula, quando se fala em polígonos, já foi esclarecido anteriormente para os estudantes que estamos procurando as interseções entre as seções planas que passam por um cubo e o próprio cubo.

A₁₁: *Sendo assim, o pentágono também pode, só não pode passar de seis lados, o polígono.*

Professora: *Estou gostando da discussão.*

A₁₃: *Quadriláteros, pentágonos e hexágonos.*

Professora: *Não está faltando algum?*

A₁₃ e A₁₁ (simultaneamente): *Triângulos.*

A₁₃: *Se passar um plano bem na quinhina do cubo dá um triângulo, como fiz aqui agora no GeoGebra.*

Professora: *Por que a idéia do ângulo de 360 graus não se encaixa, ou seja, por que não é possível partir da ideia de ângulo?*

A₂₀: *As possibilidades de polígonos são quatro, embora as seções possam girar os 360 graus, só serão formados esses 4 tipos de polígonos nas interseções.*

A discussão entre alunos e professora se deu após um momento de comunicação entre os grupos e foi rica em comentários. Podemos observar que mídias digitais foram utilizadas no processo de pensamento de todo o grupo para resolução da questão proposta, como o *GeoGebra3D*, com a utilização das ferramentas para cubo e para planos, apresentada pelo estudante A₁₉ e a busca por informações na internet, conforme comentado pelo aluno A₁₁ em sua fala com relação aos quadriláteros encontrados. Nesta ocasião, tanto a internet quanto o software *GeoGebra* foram potenciais na colaboração para a busca do processo de entendimento da atividade.

De acordo com Lévy (1996), o virtual é a potência. Para a Educação Matemática podemos considerar potencial o uso de ferramentas digitais e da internet para favorecer, como agente participativo de um coletivo, que busca aprender conteúdos matemáticos, como a GEE.

A participação de sete alunos na discussão trouxe pelo menos um aluno de cada um dos grupos que foram criados de forma aleatória, o que mostra envolvimento da turma em uma atividade síncrona no ensino remoto.

A possibilidade que a plataforma *Google Meet* ofereceu de criar grupos aleatórios pode ser considerada uma inovação para o ensino, já que aqueles mesmos grupos formados normalmente em uma classe da graduação ficam com membros misturados, possibilitando que os estudantes participem de outros grupos, convivendo com outros colegas e, com isso, conhecendo ideias diferentes.

Sempre que queriam falar durante a aula o estudante usava uma ferramenta da plataforma para “levantar a mão”, possibilitando que outros alunos e o professor visualizassem quem estava solicitando atenção. Além disso, ao professor era disponibilizada uma lista ordenada, possibilitando saber quem havia “levantado a mão” primeiro.

Além das ideias de ciberespaço, Lévy (1999) denominou de cibercultura as mudanças nas atitudes das pessoas no instante que estão no espaço virtual. A partir dessa mudança sugerida pelo autor, considero que a forma de agruparem em uma disciplina do ensino superior, assim como a participação em uma discussão, traz evidências do trabalho realizado em equipe e das ideias advindas dos diálogos.

Para esta atividade, os alunos comentaram que seria necessário mais tempo para encontrarem algo mais próximo da resposta que procuravam. Além disso, na plataforma *Google Meet*, a ferramenta de salas aleatórias permite que o professor visite as salas e possa participar das discussões, embora estando distante, e ainda existe a possibilidade de um grupo de alunos chamarem a professora para o esclarecimento de alguma dúvida ou fazerem algum comentário sobre o pensamento desenvolvido por eles.

Esse mecanismo corrobora as ideias de Lévy (1999), sendo que um ser humano, no ciberespaço, pode combinar várias formas de comunicação. Consideramos que uma aula de GEE de uma turma de estudantes do ensino superior pode ser realizada no ciberespaço com diálogos derivados de reflexões mobilizadas a partir das construções realizadas em um software, um aluno sendo porta voz de um grupo, estudantes participando da aula e pesquisando na internet aquilo que está sendo comentado. Todas estas formas de comunicação no ensino remoto vão ao encontro da construção do conhecimento.

Além disso, Almouloud (2018) já comentava que o ensino com a utilização das tecnologias digitais condiciona mudanças tanto nos hábitos dos professores, quanto nos hábitos dos alunos quando deixam de ter o seu professor como único interlocutor e passam a se apropriar também de interações em sites, equipes de estudantes em um mesmo trabalho, entre outros. Como aponta o diálogo aqui descrito, alunos, professora e tecnologia participam conjuntamente de uma discussão e conseguinte elaboração de uma apresentação para toda a turma.

A experimentação com tecnologias (Borba; Villarreal, 2005) nesse cenário nos mostra a mudança qualitativa na exploração de uma atividade onde estudantes-com-mídias reorganizam o pensamento, podendo visualizar os planos que interceptam o cubo e, em conjunto, produzir conhecimento.

5 Considerações Finais

Um coletivo de estudantes-com-mídias tem o seu pensamento organizado de maneira qualitativamente diferente daquele que tinham com o lápis e o papel. Essa nova forma de reorganização do pensamento faz com que haja produção de conhecimento de conceitos de GEE pelo coletivo.

A escolha por utilizar, como mídia principal, o software GG se deu pelas diversas possibilidades de movimentação, visualização e dinamização da GEE. Nesse sentido, ao longo do curso percebemos um grande crescimento no que diz respeito ao envolvimento dos estudantes com o software em relação aos conceitos de GEE. Essa percepção se deu pelas apresentações realizadas pelo coletivo, de maneira cada vez mais rica de conhecimento.

Por outro lado, a escolha pelo software a ser utilizado em uma disciplina ou em um curso deve ser coerente ao conteúdo proposto. Além disso, o professor deve conhecer bem o programa para mediar a aprendizagem. E aqui enfatizamos o desafio encontrado na formação inicial e continuada de professores, em relação às TD. Professores que nunca viram softwares no seu processo formativo, vão levar eles para a sala de aula?

Finalmente, outras pesquisas podem ser realizadas com a utilização de softwares nas aulas de outros conteúdos da Matemática com um coletivo de estudantes-com-mídias, para a compreensão de desafios e potencialidades do uso das TD na sala de aula.

Referências

- Almouloud, S. (2018). Integração de tecnologias digitais no ensino: reflexões sobre práticas e formação de professores. *Revista Debates em Educação*, 10(22), 205-230. <https://doi.org/10.28998/2175-6600.2018v10n22p205-230>
- Amaral-Schio, R. B. (2018). Livro didático de ensino médio, geometria e a presença das tecnologias. *RENOTE - Revista Novas Tecnologias na Educação*, 16(2), 127-137.

- Amiel, T., & Reeves, T. C. (2008) Design-based research and educational technology: rethinking technology and the research agenda. *Journal of Educational Technology & Society*, 11(4), 29-40.
- Borba, M. C. (1999). Tecnologias informáticas na educação matemática e reorganização do pensamento. In M. A. V. BICUDO (Ed.), *Pesquisa em Educação Matemática: Concepções e Perspectivas*. São Paulo: Editora UNESP.
- Borba, M. C., & Villarreal, M. E. (2005). Humans-with-media and the reorganization of mathematical thinking: Information and communication technologies, modeling, experimentation and visualization. (Vol. 39). New York: Springer.
- Borba, M. C. (2009). Potential scenarios for Internet use in the mathematics classroom. *ZDM*, 41(4), 453-465.
- Borba, M. C., & Araújo, J. L. (Eds.). (2013). *Pesquisa Qualitativa em Educação matemática* (4th ed.) Belo Horizonte: Autêntica.
- Borba, M. C., Scucuglia, R. R. S., & Gadanidis, G. (2014). *Fases das tecnologias digitais em educação matemática: Sala de aula e internet em movimento*. Belo Horizonte: Autêntica.
- Borba, M. C., & Penteado, M. G. (2016) *Informática e Educação Matemática* (5th ed.). Belo Horizonte: Coleção tendências em Educação Matemática/Autêntica.
- Borba, M. C., Souto, D. L. P., & Canedo Jr., N. R. (2022). Vídeos na Educação Matemática: Paulo Freire e a quinta fase das tecnologias digitais. Belo Horizonte: Autêntica.
- Cobb, P., Confrey, J., diSessa, A., Lehrer, R., & Schaube, L. (2003). *Designing experiments in educational research*. *Educational Researcher*, 32(1) 9-13.
- Fainguelernt, E. K. (2011). A desvalorização do ensino de geometria. *Pátio: Revista Pedagógica*. XV(57), 14-17.
- Gouvêa, F. A. T. (1998) *Aprendendo e ensinando geometria com a demonstração: uma contribuição para a prática pedagógica do professor de matemática do ensino fundamental* (Master's thesis, Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo).
- Gravemeiger, K., & Cobb, P. (2013). Design research from the learning design perspective. In: T. Plomp, & N. Nieveen (Eds.). *Educational design research, Part A: An introduction* (pp. 72-113). Enschede: SLO.
- Herrington, J. et al. (2007). Design-based research and doctoral students: Guidelines for preparing a dissertation proposal. *Proceedings of World Conference on Educational Multimedia, Hypermedia and Telecommunications* (pp. 4089-4097). Chesapeake: VA.
- Kneubil, F. B., & Pietrocola, M. (2017) A pesquisa baseada em design: visão geral e contribuições para o ensino de ciências. *Investigações em Ensino de Ciências*, 22(2), 1-16.
- Lévy, P. (1993). *As tecnologias da inteligência: O futuro do pensamento na era da informática*. Rio de Janeiro: Editora 34p.
- Lévy, P. (1996). *O que é o virtual?* São Paulo: Editora 34.
- Lévy, P. (1999). *Cibercultura*. São Paulo: Editora 34.
- Mota, J. F., & Laudares, J. B. (2013). Um estudo de planos, cilindros e quádricas, na perspectiva da habilidade de visualização, com o software Winplot. *Bolema*, Rio Claro, 27(46), 497-512.



- Oechsler, V. (2018) *Comunicação Multimodal: Produção de vídeos em aulas de matemática* (Doctoral thesis, Universidade Estadual Paulista "Júlio de Mesquita Filho").
- Ponte, J. P. da, & Branco, N. (2013). Pensamento algébrico na formação inicial de professores. *Educar em Revista*, 50, 135-155.
<https://revistas.ufpr.br/educar/article/view/34750/21534>
- Santos, E. (2009). Educação online para além da EAD: um fenômeno da cibercultura. In *Actas do X Congresso Internacional Galego-Português de Psicopedagogia* (pp. 5658-5671). Braga: Universidade do Minho.
- Silva, D. M. da, & Fernandes, V. (2021) Ciberespaço, cibercultura e metaverso: a sociedade virtual e território cibernético. *Humanidade & Inovação*, 8(67), 211-223.
- Tikhomirov, O. K. (1981) The psychological consequences of the computerization. In: Werstch, J. *The concept of activity in Soviet psychology*. New York: Sharp.