

A Educação Matemática Crítica e a ideia de função no Ensino Médio

Critical Mathematics Education and the idea of function in High School

Rosângela Ferreira Domingues¹
Clarissa de Assis Olgin²

Resumo: O presente trabalho é parte da pesquisa de doutorado da primeira autora, que está em andamento. Neste artigo, objetiva-se apresentar o estudo que explora os Registros de Representação Semiótica (RRS) por meio dos ambientes de aprendizagem de forma a buscar o ensino que considere uma Educação Matemática Crítica (EMC) no currículo de Matemática do Ensino Médio. Foi utilizada a pesquisa qualitativa com análise interpretativa. O trabalho foi realizado com 20 estudantes da rede pública estadual de Mato Grosso. O ensino do conteúdo de função com a utilização dos RRS nas atividades contextualizadas, por meio de situações envolvendo temas do cotidiano dos estudantes, utilizando os ambientes de aprendizagem e o conhecimento reflexivo, oportunizou o desenvolvimento da *matemacia*.

Palavras-chave: Registros de Representação Semiótica. Educação Matemática Crítica. Ideia de função. Ensino Médio.

Abstract: This work is part of the first author's doctoral research, which is ongoing. In this article, the aim is to present the study that explores Registers of Semiotic Representation (RRS) through learning environments in order to seek teaching that considers Critical Mathematics Education (CME) in the high school Mathematics curriculum. Qualitative research with interpretative analysis was used. The work was carried out with 20 students from the state public school of Mato Grosso. Teaching function content using RRS in contextualized activities, through situations involving students' everyday topics, using learning environments and reflective knowledge, provided opportunities for the development of *mathemacy*.

Keywords: Records of Semiotic Representation. Critical Mathematics Education. Function idea. High school.

1 Introdução

A Educação Matemática Crítica (EMC) é apresentada por Skovsmose (2001, 2010, 2015) como sendo a Educação Matemática voltada para a preocupação do papel que a Matemática desenvolve na sociedade, sendo que este deve ser analisado de forma crítica a depender também do contexto social e político em que o estudante está inserido. Nesse sentido, esse trabalho busca associar o estudo de função com situações contextualizadas visando aproximar o conteúdo ideia de função ao cotidiano dos estudantes.

O ensino de Matemática requer uma busca contínua por aprimoramento na implementação de práticas educativas que promovam um currículo mais flexível e contextualizado, oferecendo aos estudantes oportunidades para um aprendizado ativo e participativo. O termo currículo, para Lopes e Macedo (2011, p. 19) pode ter muitos significados, mas adota-se nesse estudo, que currículo no âmbito escolar envolve “a ideia de organização, prévia ou não, de experiências/situações de aprendizagem realizada por docentes/redes de ensino de forma a levar a cabo um processo educativo”. Para os docentes da Educação Básica, no desenvolvimento desse currículo, além do domínio da disciplina, é

¹ Secretaria de Educação de Mato Grosso • Rondonópolis, MT — Brasil • ✉ rosangela.domingues@rede.ulbra.br • ORCID <https://orcid.org/0000-0001-6586-6321>

² Universidade Luterana do Brasil • Porto Alegre, RS — Brasil • ✉ clarissa_olgin@yahoo.com.br • ORCID <https://orcid.org/0000-0001-5560-9276>

fundamental compreender as diferentes formas pelas quais os estudantes compreendem e constroem conhecimentos. Nesse sentido, o trabalho com os Registros de Representação Semiótica (RRS) visa oportunizar o ensino do objeto função, considerando as diferentes representações, que Duval (2009) considera serem necessárias para a sua compreensão.

Esse artigo é parte da pesquisa de tese de doutorado da primeira autora que tem como título: Temas Contemporâneos Transversais: contextualização para o ensino de funções no Ensino Médio visando uma Educação Matemática Crítica. Esse artigo tem por objetivo apresentar três questões que fazem parte da sequência didática, que foi desenvolvida e aplicada como parte da pesquisa da tese. Apresenta-se também a análise dessas três questões com o objetivo de verificar o desenvolvimento de alguns aspectos da Educação Matemática Crítica (EMC), bem como a importância dos Registros de Representação Semiótica (RRS) para o ensino do objeto função, mais precisamente nesse recorte, o tópico referente à ideia de função.

Para isso, buscou-se nortear a pesquisa por meio do referencial teórico da Educação Matemática Crítica de Ole Skovsmose e da Teoria dos Registros de Representação Semiótica (TRRS) de Raymond Duval. A seguir, apresenta-se um recorte desse referencial teórico.

2 Aspectos da Educação Matemática Crítica

Skovsmose (2010) apresenta a Educação Matemática Crítica (EMC) como uma proposta de abordagem para a Educação Matemática (EM) que vai além dos conteúdos matemáticos, enfatizando a exploração do papel social da Matemática. Este papel sociopolítico pode ser desenvolvido quando a EM aplica conceitos matemáticos a problemas cotidianos dos estudantes, relacionados a questões sociais, econômicas ou políticas (Skovsmose, 2015). Dessa forma, a Matemática não é vista apenas como um conjunto de procedimentos e fórmulas, mas como uma ferramenta para compreender e transformar a realidade.

Neste contexto, a EMC propicia o desenvolvimento da *matemacia*, que Skovsmose (2015) conceitua como a habilidade de entender, operar e aplicar ideias, algoritmos e procedimentos matemáticos em diversas aplicações, bem como refletir sobre essas aplicações. Para tanto, o ensino de Matemática deve partir de situações de aprendizagem diversificadas, que contemplem as várias realidades dos estudantes, visando a construção de conhecimentos sobre o contexto trabalhado. Essas situações de aprendizagem devem considerar, um dos principais conceitos da EMC, a reflexão (Skovsmose, 2001).

A reflexão desempenha um papel central na EMC. Skovsmose (2010) destaca que as ações que são desenvolvidas por meio da Matemática precisam ser objetos de reflexão, classificando-as em três tipos: *com*, *sobre* e *por meio* da Matemática. *Reflexões com* a Matemática ocorrem quando a Matemática é usada para auxiliar em reflexões econômicas, políticas e sociais. *Reflexões sobre* a Matemática envolvem a tomada de decisões com base em dados matemáticos. Por fim, as *reflexões por meio* da Matemática acontecem quando se exploram as investigações matemáticas, a partir de reflexões envolvendo as propriedades matemáticas e/ou com abordagens de diferentes aspectos do tópico estudado, como por exemplo, um estudo sobre as dimensões de uma embalagem, partindo das propriedades de área e volume para chegar a uma embalagem ideal do ponto de vista econômico e sustentável.

Além da reflexão, os ambientes de aprendizagem também são fundamentais na EMC. Eles podem ser classificados conforme seu desenvolvimento: exercícios ou cenários de investigação. Skovsmose (2010) descreve os cenários de investigação como situações em sala de aula onde o professor incentiva os estudantes a questionarem um determinado assunto a partir de modelos matemáticos que fazem referência à realidade, à semirrealidade ou à Matemática pura. Esses cenários permitem descobertas e a criação de significados para a

situação estudada, promovendo uma EMC que desenvolve o pensamento matemático dos alunos de forma reflexiva, visto que é possível fazer descobertas durante as alterações e manipulações no modelo proposto advindo de uma das referências indicadas pelo autor.

A utilização de cenários de investigação possibilita a aplicação da Matemática de maneira que promova a EMC, considerando o papel estruturante da Matemática em diversas áreas, como as econômicas, políticas e sociais, mas Skovsmose (2010) ressalta que essa não é a única abordagem possível para o Ensino de Matemática. Instituições de ensino, professores e alunos devem refletir continuamente durante o percurso educativo para que os estudantes desenvolvam a *matemacia* e utilizem a Matemática com consciência crítica.

3 Registro de Representação Semiótica

Em Matemática não há um acesso direto ou com instrumentos aos objetos matemáticos, sendo assim, a percepção desses objetos fica a cargo dos registros de representação, chamados de *atividades de produção semiótica* por Duval (2012), que caracterizam a Teoria de Registros de Representação Semiótica. Nesse sentido, entende-se que é necessário pensar em um currículo para o ensino de Matemática que oportunize, aos estudantes, compreender os conceitos dessa área do conhecimento por meio dos diversos registros que podem ser adotados para cada objeto do conhecimento, buscando contextualizá-los com situações advindas da vida cotidiana para que tenham sentido e promovam um ensino reflexivo e crítico por meio da Matemática.

Segundo Duval (2009), a aprendizagem em Matemática é um campo de estudo que envolve a análise de atividades cognitivas essenciais, como a conceituação, a interpretação de textos, o raciocínio e a resolução de problemas. Diferente de outras disciplinas, essas atividades cognitivas na Matemática necessitam de representações além da linguagem natural ou de imagens, utilizando sistemas semióticos de representação e expressão. Esses sistemas incluem a linguagem natural, fórmulas algébricas, figuras, representações gráficas e outros (Duval, 2009). Assim, a compreensão em Matemática, para Duval (2009) ocorre quando o estudante consegue distinguir um objeto matemático (como números, funções, retas e outros) de sua representação (como escritas decimais ou fracionárias, símbolos, gráficos, diagramas e outros). Como um mesmo objeto matemático pode ser apresentado por meio de diferentes representações, a aprendizagem acontece quando o estudante conhece o conceito do objeto e suas diversas representações, sabendo relacioná-las quando necessário.

Essas representações são chamadas de semióticas e são formadas com a utilização de signos próprios de um sistema de representações com suas particularidades de funcionamento e significados (Duval, 2012). Nesse sentido, a palavra signo se refere ao que se usa para a comunicação, como hieróglifos, alfabetos e outros que formam um sistema de signos que, para Duval (2016, p.10), possibilitam a execução da “Operação Semiótica”, sendo classificada como distinta das operações físicas, mentais ou conceituais. Essa operação consiste na substituição de um ou mais símbolos em um cálculo matemático, tal como nas operações de cálculo.

Assim, Duval (2011) afirma que os Registros de Representação Semiótica (RRS) são sistemas criadores de novos conhecimentos que, por meio de operações, produzem novas representações, possibilitando o acesso a objetos ainda não perceptíveis ou a ferramentas que permitem a exploração de todas as representações possíveis de um mesmo objeto. Por conseguinte, Duval (2016) classifica os registros como sendo multifuncionais (língua natural e as figuras geométricas) e monofuncionais (as escritas simbólicas e os gráficos cartesianos). Duval (2011) considera os registros monofuncionais como específicos da Matemática, destacando que foi por meio da constituição deles que a álgebra e a análise se desenvolveram.

Segundo Duval (2009, 2011, 2016), a articulação entre esses registros é fundamental para a compreensão dos objetos de conhecimento da Matemática. Essa articulação ocorre por meio das transformações (operações) que podem ser efetuadas de um registro para outro, denominadas conversão, ou dentro do mesmo registro, denominadas tratamento.

Dessa forma, um tratamento ocorre quando há transformações de representações dentro de um mesmo registro, como no cálculo algébrico, onde a aplicação de propriedades matemáticas é necessária para encontrar a solução de uma equação, por exemplo. Já, as conversões ocorrem quando há transformações de representações em que se muda o registro, conservando os mesmos objetos. Por exemplo, no caso de uma função, pode-se passar da escrita algébrica para sua representação gráfica, ou vice-versa.

Essas transformações são essenciais na articulação entre os registros, de acordo com Duval (2016). O autor argumenta que há aprendizagem sobre o objeto matemático estudado quando o estudante consegue realizar essas mobilizações em pelo menos dois registros, relacionando-os e utilizando as conversões e tratamentos necessários.

4 Metodologia

Para analisar o processo de ensino desenvolvido por meio de uma sequência didática, foi adotada uma abordagem qualitativa que, para Creswell (2010), busca produzir significado que é sempre social, a partir da interação do pesquisador com o que está sendo pesquisado, sendo um movimento bastante indutivo, gerando significado já a partir da construção de dados. Essa escolha de abordagem, permitiu uma análise interpretativa dos dados coletados ao longo das etapas do estudo. Segundo Gomes (2016), a análise interpretativa se concentra na compreensão das percepções e experiências dos participantes sobre o tema investigado, em vez de realizar uma simples contagem dos dados. Além disso, conforme destaca o autor, o estudo não precisa abranger a totalidade das percepções, já que a dimensão sociocultural das opiniões de um grupo com características semelhantes tende a apresentar muitos pontos em comum, além das singularidades individuais. Assim, na análise interpretativa, as informações geradas durante a pesquisa precisam ser consideradas pensando no que pode ser homogêneo tanto quanto no que se diferencia entre os participantes da pesquisa.

A pesquisa teve a aprovação do Comitê de Ética, sob o parecer n. 5.069.909, e envolveu 20 estudantes de uma turma de terceiro ano do Ensino Médio da Escola Estadual Professor Domingos Aparecido dos Santos, da rede pública estadual de Mato Grosso, localizada no município de Rondonópolis, onde reside a primeira autora.

A sequência didática foi desenvolvida de agosto a novembro de 2023, durante as aulas de Matemática, e abrangeu o estudo de funções nos seguintes tópicos: ideia de função, conceito e representação de funções, gráfico de funções e características de funções. Neste artigo, apresenta-se a parte da sequência que é focada na ideia de função. As atividades da sequência foram organizadas em duas categorias: situações de aprendizagem (SA) e atividades propostas (AP).

No estudo realizado, assumiu-se que as situações de aprendizagem (SA) incluíam exemplos e atividades destinadas à construção dos conceitos abordados, bem como situações problemas que tinham como objetivo a aplicação dos conceitos desenvolvidos para resolver problemas específicos. As atividades propostas (AP) visavam verificar a aprendizagem, também incorporando situações problemas. Todas as atividades foram concebidas para serem trabalhadas em um ambiente de aprendizagem que envolvesse a realidade ou a semirrealidade, conforme a abordagem de Skovsmose (2010). Ressalta-se que, nesse artigo, foram utilizadas uma SA e duas AP.

Nesse contexto, a análise dos dados seguiu uma abordagem interpretativa, evidenciando as interpretações e compreensões dos estudantes sobre o assunto explorado. Buscou-se fundamentar os dados coletados a partir dos referenciais teóricos sobre a Educação Matemática Crítica (EMC) e os Registros de Representação Semiótica (RRS).

Na próxima seção, apresentamos a análise de três atividades selecionadas para este artigo, as quais exemplificam como o tema ideia de função foi desenvolvido com os estudantes do Ensino Médio.

5 Análise e resultados

Segundo Skovsmose (2010), é preciso refletir sobre o ensino de Matemática, de forma a promover situações de aprendizagem que oportunizem o trabalho com diferentes ambientes de aprendizagem. Nesse sentido, é preciso pensar em um currículo de Matemática que contemple, além dos conteúdos formais, temas que sejam do interesse dos estudantes e que proporcionem uma aprendizagem que traga significado para eles no contexto em que vivem e permita um desenvolvimento pessoal que possibilite serem cidadãos críticos e atuantes em contexto político, econômico e social. No trabalho com os conteúdos formais no currículo de Matemática, é preciso trabalhar com os RRS, possibilitando que os estudantes transitem entre os diferentes registros de um mesmo objeto matemático, de forma a reconhecer o conceito desse objeto e conseguir fazer as operações (conversões e tratamentos) necessárias para a compreensão do mesmo (Duval, 2016).

As atividades selecionadas para esse artigo envolvem a ideia de função e apresentam situações que remetem a temas do cotidiano dos estudantes com o objetivo de utilizar os pressupostos da EMC por meio dos RRS (Quadro 1).

Quadro 1: Atividades sobre ideia de função

Atividade	Tema	Objetivos
SA 1	Consumo	Explorar uma situação de consumo para introduzir a ideia de função por meio dos RRS: língua natural; registro figural; registro algébrico; registro numérico; e registro gráfico; trabalhar os conceitos da EMC: conhecimento reflexivo; ambientes de aprendizagem 4 e 6; e desenvolvimento da <i>matemacia</i> .
AP 3	Consumo	Analisar uma situação de consumo de energia elétrica de alguns aparelhos utilizados em residências; explorar a relação de dependência entre o número de horas utilizadas com o aparelho e o consumo mensal com os RRS: língua natural; registro figural; registro algébrico; e registro numérico; trabalhar os conceitos da EMC: Conhecimento reflexivo; desenvolvimento da <i>matemacia</i> ; e ambientes de aprendizagem 5 e 6.
AP 5	Educação financeira	Explorar uma situação, no ambiente de aprendizagem 3, com o tema educação financeira envolvendo o valor guardado por uma funcionária que recebe comissão por suas vendas; trabalhar a relação de dependência envolvendo o valor depositado e a comissão ganha por meio dos registros algébrico, numérico e na língua natural.

Fonte: a pesquisa.

A primeira atividade, descrita no Quadro 2, apresenta uma situação de aprendizagem que aborda um tema de grande interesse para muitos estudantes do Ensino Médio,

especialmente na cidade onde a pesquisa foi realizada, uma vez que essa cidade possui muitas motocicletas circulando no trânsito local.

Quadro 2: Situação inicial proposta para o desenvolvimento da sequência didática (SA 1)

A Matemática pode e deve ser aplicada para tomada de decisões diárias. O conteúdo de função é muito utilizado para as práticas do cotidiano. Pode-se analisar uma situação que envolve função, para se compreender sua aplicabilidade.

Parte 1 – Perguntas para os alunos:

- ✓ Alguém vem de motocicleta para a escola?
- ✓ Qual o consumo (quantidade de km com um litro de combustível) de uma moto específica (escolhida por eles)?
- ✓ Qual o preço do combustível?

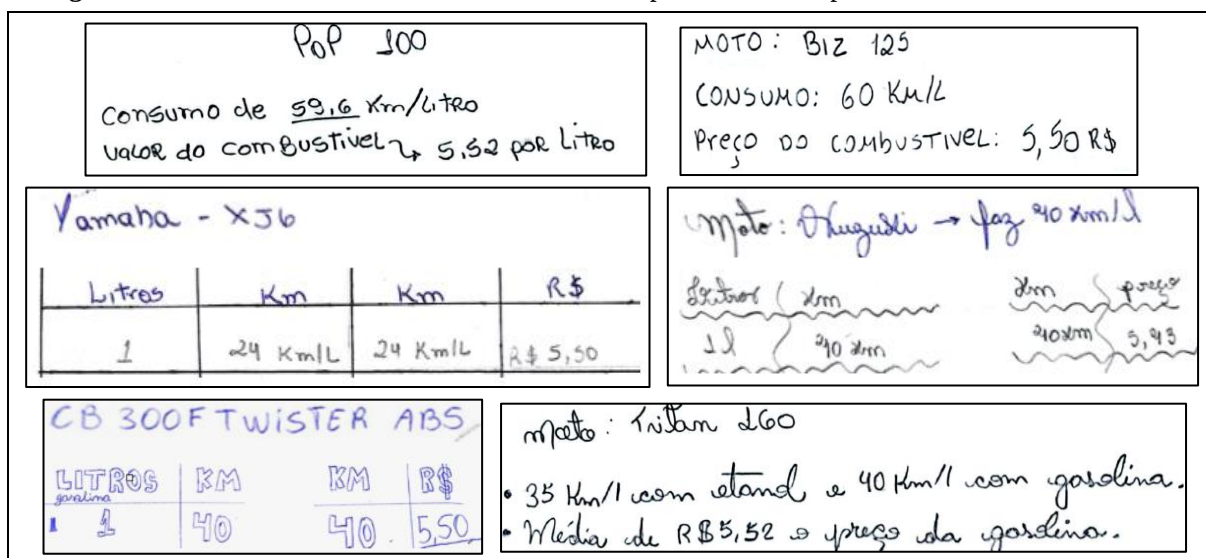
A partir dos dados fornecidos por eles, construir uma tabela relacionando a quantidade de quilômetros percorridos com a quantidade de litros. Pode-se fazer uma segunda tabela relacionando a quilometragem e o preço do combustível.

Parte 2 – Alcindo mora no Bairro Conjunto São José e trabalha em um comércio no centro da cidade de Rondonópolis. Ele vai e volta de ônibus para o trabalho, gastando R\$ 8,20 (preço da passagem de ônibus urbano em Rondonópolis). Ele trabalha 6 dias por semana. Alcindo está analisando a possibilidade de comprar uma moto para ir para o trabalho. Considerando que o percurso até o trabalho é de 6 km, ele vai percorrer 12 km por dia, caso ele tenha o dinheiro para comprar a moto, será viável financeiramente essa alternativa (ele vai gastar mais ou vai gastar menos do que com as passagens de ônibus, considerando somente o custo do combustível)?

Fonte: a pesquisa.

Essa atividade exemplificou um ambiente tipo 6 (Skovsmose, 2010), pois para resolver a situação proposta os estudantes precisavam buscar informações sobre o consumo de combustível do tipo de motocicleta escolhido por eles (Figura 1). Observa-se que foram escolhidas motocicletas bem variadas, com consumo entre 24 km/l e 60 km/l, ou seja, bem econômicas, comparando com o consumo médio de um automóvel que é por volta 10 km/l, além do preço de aquisição que também é variável, motocicletas de baixo custo como a *POP 100* e outras de alto custo como a *CB 300*.

Figura 1: Marcas e modelos de motocicletas escolhidas pelos estudantes para o desenvolvimento da SA 1

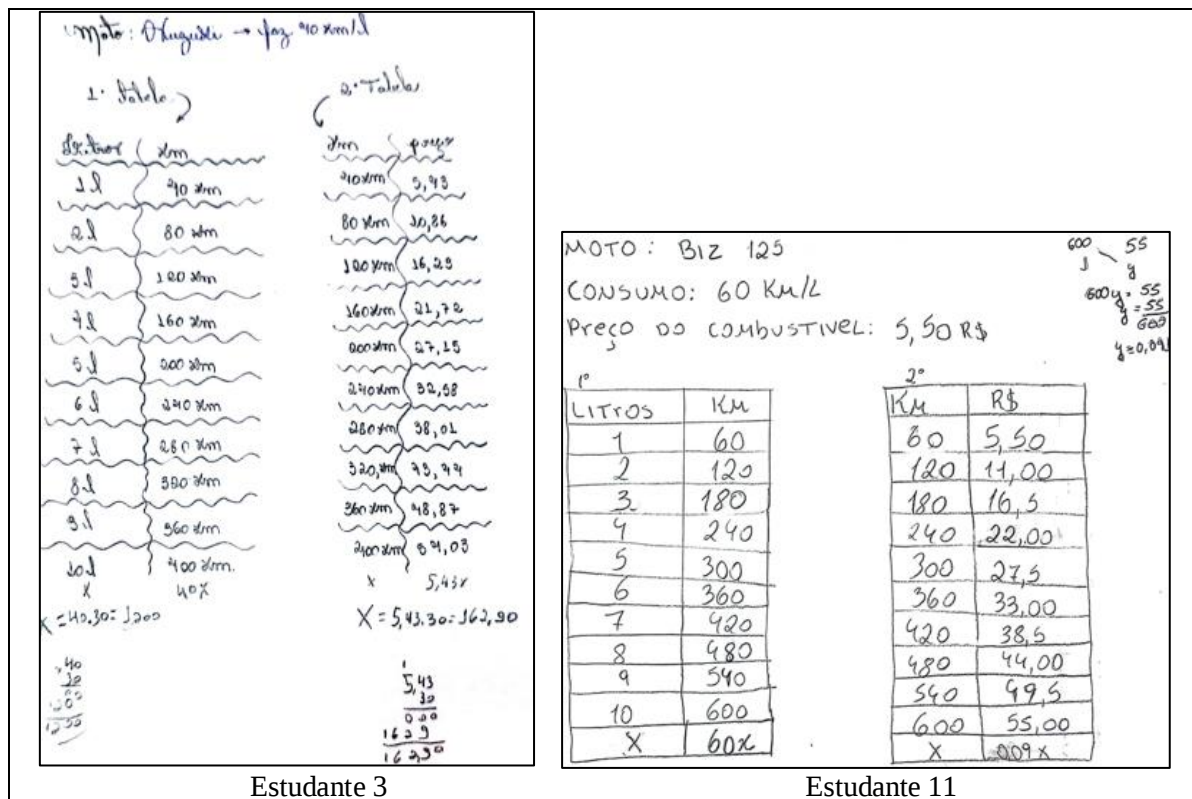


Fonte: produção dos participantes da pesquisa.

Na parte 1 da atividade, os estudantes fizeram as pesquisas e montaram as tabelas

solicitações. Eles não encontraram dificuldades para preencher a tabela, porém, quando a professora pesquisadora solicitou a generalização da situação observada, ou seja, uma expressão para o cálculo de qualquer quantidade x na segunda tabela, eles só conseguiram após um exemplo usando a regra de três, como pode ser observado nas resoluções apresentadas na Figura 2.

Figura 2: Resolução dos Estudantes 3 e 11 para a primeira parte da SA 1



Fonte: produção dos participantes da pesquisa.

Observa-se que na segunda tabela do Estudante 3, há um erro para a quantidade 400 litros de combustível, o total em reais deveria ser 54,30 e não 54,03, o que provavelmente foi uma distração. No entanto, esse estudante não conseguiu encontrar a expressão para x na segunda tabela. Por outro lado, o Estudante 11 não apresentou erros nas tabelas e conseguiu generalizar para x , utilizando a regra de três. Assim, por meio da criação da tabela e da generalização para um valor x , começou-se a trabalhar a ideia de função com os estudantes da turma, utilizando diferentes RRS (Duval, 2009), incluindo a língua natural, o registro figural, o registro numérico, o registro algébrico e o registro gráfico. A partir da representação feita pelos estudantes, a professora pesquisadora construiu com os estudantes a representação gráfica, considerando os valores apresentados por eles como pares ordenados.

Para a segunda parte da SA 1, os estudantes realizaram *reflexões com* a Matemática que, para Skovsmose (2015), são reflexões que envolvem situações que demandam a tomada de decisões baseadas em dados matemáticos. Para orientar os alunos nessa etapa, a professora pesquisadora propôs que eles realizassem as seguintes atividades: *a)* calcular o gasto semanal com passagens de ônibus e combustível para a motocicleta escolhida; *b)* calcular o gasto mensal com passagens de ônibus e combustível; *c)* identificar outros possíveis custos associados ao uso da motocicleta; *d)* analisar as vantagens e desvantagens financeiras na utilização do transporte público; *e)* analisar as vantagens e desvantagens não financeiras na utilização da motocicleta. As resoluções de dois estudantes para essas atividades estão apresentadas na Figura 3.

Figura 3: Resolução dos Estudantes 7 e 15 para a segunda parte da SA 1

2º) a) $8,20 \times 6 = 49,20$ → passagem
b) $49,20 \times 4,5 = 221,40$ → passagem
c) $5,25 \times 6 = 31,5$ → passagem
d) $31,5 \times 4,5 = 141,75$ → passagem

c) Sim, óleo da moto e pneu furado.
d) Ele corre menor risco de acidente.
e) Ele pode sair no final da semana com a moto.

Estudante 7

a) $8,20 \times 6 = 49,20$
b) $49,20 \times 4,5 = 221,40$
c) $5,50 \times 6 = 33$
d) $33 \times 4,5 = 148,5$
e) $221,40 + 148,5 = 369,90$

c) sim, como troca de óleo e lubrificação.
d) As vantagens são para o meio ambiente ou seja menos problemas ambientais causados pela liberação de combustível queimado.
e) chegar mais rápido e sair quando quiser.

Estudante 15

Fonte: produção dos participantes da pesquisa.

Essa atividade oportunizou uma reflexão por parte dos estudantes sobre os impactos que as suas decisões podem causar no meio ambiente, por exemplo, quando tomam uma decisão referente ao tipo de transporte utilizar, como evidencia a resposta do Estudante 15: *as vantagens são para o meio ambiente ou seja menos problemas ambientais causados pela liberação de combustível queimado*. Essa reflexão foi possível devido à análise dos cálculos matemáticos realizados pelos estudantes, alinhando-se aos conceitos de desenvolvimento da *matemacia* propostos por Skovsmose (2015).

A segunda atividade (AP 3), apresentada no Quadro 3, envolve uma situação de consumo de energia elétrica de aparelhos que podem fazer parte dos utensílios utilizados nas residências dos estudantes participantes.

Quadro 3: Atividade proposta no tópico ideia de função (AP 3)

Pode-se calcular o consumo de energia elétrica de um equipamento por meio de uma função. Observe o exemplo ao lado.

A potência do ferro em watt (W) foi dividida por 1 000 para obter a potência do ferro em quilowatts (kW) e, consequentemente, o consumo de energia elétrica em quilowatt-hora (kWh). Responda:

- A expressão que representa o consumo de energia elétrica pode ser simplificada e expressa de outras maneiras? Registre algumas delas.
- Determine o consumo de energia elétrica de um ferro de passar roupa desse modelo, considerando que tenha sido utilizado por 8 h em um mês.
- Quantas horas um ferro de passar roupa desse modelo pode ser usado para que sejam consumidos, no máximo, 7,2 kWh?
- Agora, indique quais aparelhos há na sua residência (dentre os aparelhos indicados na tabela ao lado) e escreva uma função que relacione o consumo c de energia elétrica (kWh) e o tempo t de uso de cada equipamento (h). Depois, estabeleça o tempo de uso mensal desse equipamento em sua residência e calcule o consumo de energia elétrica correspondente.
- Apresente um plano de economia de energia (considere quais aparelhos podem ter uma redução de tempo de uso), calculando o total economizado de acordo com a redução do consumo.

» Ferro de passar roupa de 1200W de potência.



Potência do ferro de passar roupa (kW).

$$c = \frac{1200}{1000} \cdot t$$

Tempo de uso (h).

Consumo de energia elétrica de um ferro de passar roupa (kWh) em função do tempo de uso (h).

Equipamento	Potência (W)
Televisor	90
Computador	300
Aspirador de pó	600
Condicionador de ar	1400
Micro-ondas	2000

Fonte: adaptado de Souza (2020).

Essa atividade (AP 3) foi realizada por 19 dos 20 participantes e a maioria deles não apresentou dificuldades na resolução. Para a resolução dessa atividade foi necessário, inicialmente, fazer a conversão do registro da língua natural para o registro algébrico, como no item *a* (Figura 4), o que pode ser visto nas resoluções dos estudantes 1, 7, 10 e 17. Observa-se que a resolução do Estudante 17 não apresenta o registro algébrico, além desse, outro estudante fez da mesma forma. Destaca-se que mais 9 participantes responderam como o Estudante 1, transformando a fração em número decimal. Outros 5 participantes fizeram como o Estudante 10, que somente simplificou o resultado, mantendo a fração sem transformá-la em número decimal. Já o Estudante 7 não utilizou o exemplo dado no exercício do consumo do ferro de passar e se equivocou com os símbolos. Dessa forma, observou-se que 3 estudantes não realizaram a conversão adequada da língua natural para o registro algébrico, o que era exigido nesse primeiro item da AP 3.

Figura 4: Resolução de alguns estudantes no item *a* da AP 3

$$a-1) C = \frac{1200}{1000} \cdot t = 1,2t$$

$$a) C = \frac{KW}{W} \cdot t \quad C = t \cdot \frac{KW}{W}$$

Estudante 1 Estudante 7

$$a) C = \frac{1.200}{1000} \cdot t$$

$$C = \frac{1200 : 50}{1000 : 50} \cdot t$$

$$C = \frac{24}{20} \cdot t$$

Estudante 10

A) consumo de energia C [Wh] = potência [W] : tempo de uso [h]

Estudante 17

Fonte: produção dos participantes da pesquisa.

Para a resolução dos itens *b*, *c* e *d* da atividade, foi necessário fazer a conversão para o registro numérico por meio da substituição do valor informado na tabela, além do tratamento dentro desse mesmo registro para chegar ao resultado desejado, como o proposto por Duval (2016). Em relação ao item *b* da AP 3, ressalta-se que, para a resposta, os estudantes tinham que encontrar a imagem da função, fazendo a conversão do registro algébrico para o numérico, pode-se observar pelas resoluções dos estudantes (Figura 5) que eles não apresentaram dificuldades nessa conversão.

Figura 5: Resoluções dos Estudantes 7 e 16 na atividade AP 3

a) $C = 1,2 \cdot t$

b) $C = 12 \cdot 8$
 $C = 96$

c) $72 = 1,2 \cdot t$
 $t = 72 \div 1,2$
 $t = 6$

d) TV $C = 0,09 \cdot 5$
 $C = 0,45$
mensal $\rightarrow 0,45 \cdot 30 = 13,5$

e) Usar a TV
2hs a menos
por dia na
minima

$C = 0,09 \cdot 3$
 $C = 0,27 \rightarrow$ Diária

$C = 0,27 \cdot 30$
 $C = 8,1 \rightarrow$ mensal

a) $C = \frac{KW}{W} \cdot t \quad C = t \cdot \frac{KW}{W}$

b) $\frac{3200}{1000} \cdot 8 = 3,2 \cdot 8 = 9,6 \text{ kWh}$

c) $\frac{7,2}{3,2} = 6 \text{ horas}$

d) Computador $C = \frac{300}{1000} \cdot 2 \quad 0,3 \cdot 2 = 0,6$
hor. $C = \frac{1400}{1000} \cdot 24 \quad 1,4 \cdot 24 = 33,6$

e) Computador $C = \frac{300}{1000} \cdot 1 = 0,3 \quad 1 \text{ hora reduzida}$
hor. $C = \frac{1400}{1000} \cdot 8 = 11,2 \quad 16 \text{ horas reduzida}$

Estudante 7 Estudante 16

Fonte: produção dos participantes da pesquisa.

No item *c* da atividade, os participantes precisaram utilizar a imagem para encontrar o valor correspondente por meio da equação resultante e 3 estudantes apresentaram dificuldades nesse item, mas com o auxílio dos colegas e da professora pesquisadora durante a realização do exercício, conseguiram chegar ao resultado correto. Destaca-se que o Estudante 15 fez essa resolução por meio de tentativas verificando valores para o tempo *t*, buscando chegar na imagem 7,2, como pode ser observado na Figura 6.

Figura 6: Resolução do item c da AP 3 do Estudante 15

$c_1: C = 1, 2 \cdot 6 = 7, 2 \text{ Kuhh}$
 $C = 1, 2 \cdot 5 = 6 \text{ Kuhh}$
 $\hookrightarrow$ au seja com 5
 a conta não batia

Fonte: produção dos participantes da pesquisa.

O item *e* exigia reflexão por se tratar de um ambiente do tipo 6 (Skovsmose, 2010), pois além de investigar quais aparelhos elétricos consomem mais energia elétrica, os estudantes tiveram que tomar a decisão do quanto deveriam diminuir em horas utilizadas dos aparelhos escolhidos para reduzir o consumo mensal. Ressalta-se que 15 estudantes utilizaram os dados obtidos no item *d* para concluir o item *e*, como, por exemplo, a resolução do Estudante 12 (Figura 7).

Figura 7: Resposta do Estudante 12 na AP 3

a) $C = 12.T$
 b) $12.8 = 9,6$
 c) $C = 3,2.T$
 $7,2 = 3,2.T$
 $T = \frac{7,2}{3,2} = 0,16$
 d) $C = \frac{90}{1000} . T$ $C = \frac{300}{1000} . T$
 $C = 0,09T$ $C = 0,3T$
 20 horas por mês 30 horas por mês
 $C = 0,09 \cdot 20$ $C = 0,3 \cdot 30$
 $C = 1,8$ $C = 9$
 10 horas por mês 15 horas por mês
 e) $C = 0,09 \cdot 10$ $C = 0,3 \cdot 15$
 $C = 0,9$ $C = 4,5$
 f) Será economizado 0,9 por mês de televisores.
 Será economizado 3,5 por mês de computadores.

Fonte: produção dos participantes da pesquisa.

O estudante calculou o consumo dos aparelhos escolhidos por ele para o plano de economia e fez a conversão para o registro na língua natural para apresentar o seu resultado de forma mais clara. Essa conversão entre os registros é importante para o desenvolvimento cognitivo da aprendizagem em Matemática, segundo Duval (2016).

A atividade proposta 3 (AP 3) envolvia um exemplo de aplicação do conteúdo função em uma situação do cotidiano, mostrando que é possível utilizar a Matemática para tomada de decisões por meio da *reflexão sobre* a Matemática como sugere Skovsmose (2001). Essa atividade proporcionou uma reflexão com o propósito de que os estudantes percebam que a ação humana pode influenciar de forma positiva nos impactos ao meio ambiente, como por exemplo, com a redução do consumo de energia elétrica. A reflexão utilizando a Matemática na resolução dessa atividade, propicia o desenvolvimento da *matemacia* que Skovsmose (2015) destaca ser necessária na formação do estudante, como cidadão, no seu preparo para agir em sociedade, seja em situação de consumo, economia ou em outras que possam vir a surgir em suas futuras profissões.

A próxima atividade (AP 5) apresenta uma situação desenvolvida em um ambiente de aprendizagem do tipo 3, retratando um exercício que envolve uma semirrealidade (Quadro 1).

Quadro 4: Atividade proposta no tópico ideia de função (AP 5)

Joana trabalha em um centro comercial na cidade de Rondonópolis. Todos os meses, Joana deposita, em sua conta bancária, uma quantia D , em reais. A quantia D é calculada utilizando a fórmula $D = 0,75x + 50$, em que x representa a comissão de vendas mensal recebida por ela.

- Identifique a variável dependente e a variável independente na fórmula descrita?
- Determine a quantia depositada por Joana em março, sabendo que nesse mês ela recebeu uma comissão de R\$ 1 200,00.
- Qual deve ser a comissão de Joana para ela depositar R\$ 1 250,00?

Fonte: adaptado de Teixeira (2020).

O texto dessa atividade foi apresentado no registro da língua natural, mas contém também uma expressão no linguagem algébrica, devendo ser utilizado também o registro numérico para a resolução. Essa atividade foi desenvolvida por 19 estudantes participantes da pesquisa e será feita a análise de cada um dos itens solicitados.

No item *a* da AP 5, foi solicitado a identificação das variáveis da fórmula fornecida, sendo necessária a conversão do registro algébrico para a língua natural. As respostas de 5 estudantes estão no Quadro 5.

Quadro 5: Respostas de 5 estudantes para o item *a* da AP 5

Estudante 1: <i>variável dependente, comissão de vendas mensal; quantia de depósito.</i>
Estudante 2: <i>variável dependente é o D e a variável independente é o x.</i>
Estudante 4: <i>a variável dependente é a comissão e a independente são o 50.</i>
Estudante 5: <i>variável diferente é D e a independente é o x.</i>
Estudante 20: <i>é variável a comissão.</i>

Fonte: produção dos participantes da pesquisa.

Observou-se nas respostas que mais 5 estudantes responderam corretamente como o Estudante 2. O Estudante 20, e mais um estudante que respondeu como ele, identificou somente uma variável sem classificá-la. O Estudante 5 e outros 3 identificaram as variáveis, cometendo um equívoco ao nomear a variável dependente. Já outros 8 estudantes não conseguiram formular a resposta adequadamente, como os Estudantes 1 e 4. Como o número de acertos nesse item foi pequeno, seria necessário aprofundar o trabalho com a classificação das variáveis em uma relação de dependência que remete a ideia de função.

Em relação ao item *b* da AP 5, a resolução necessitou da conversão da língua natural e do registro algébrico para o registro numérico, devendo ser efetuados os tratamentos nesse último, cujo resultado seria a imagem solicitada para o valor dado na função. Nesse item, 17 estudantes resolveram corretamente e somente 2 deixaram sem resolver. Para o último item da atividade, o tratamento necessário é a resolução da equação obtida após a conversão entre os registros (Figura 8).

Figura 8: Resolução de 3 estudantes no item *c* da AP 5

$c) 0,75 \cdot 1250 + 50$ $D = 937,5 + 50$ $D = 987,5$	$1250 = 0,75 \cdot x + 50$ $x = 0,75 + 50 - 1250$ $x = -1.199,25$	$c) 1250 = 0,75x + 50 =$ $0,75x = 1250 - 50 = 1200$ $x = \frac{1200}{0,75} = 1600$
Estudante 3	Estudante 11	Estudante 16

Fonte: produção dos participantes da pesquisa.

O Estudante 16 resolveu corretamente esse item *c*, assim como ele, outros 9 também

acertaram. O Estudante 11 e outros 2 erraram os tratamentos no registro numérico. Já o Estudante 3, e outros 5, erraram na conversão do registro algébrico para o numérico, pois substituíram de forma equivocada o valor que seria da imagem no lugar de x . Essa atividade proporcionou que os estudantes praticassem, por meio do ambiente de aprendizagem 4, as conversões e tratamentos necessários para a compreensão do objeto função utilizando as *reflexões por meio* da Matemática, como sugere Skovsmose (2010). Além disso, foi importante o conhecimento das dificuldades dos estudantes, a partir dos erros apresentados, para a continuidade do desenvolvimento da sequência didática.

Analisando as atividades SA 1, AP 3 e AP 5, que exploraram os conceitos matemáticos relativos à ideia de funções de forma contextualizada, pode-se observar que os participantes da pesquisa conseguiram aprofundar e ampliar seus conhecimentos sobre esse tópico.

6 Considerações finais

As atividades analisadas indicam possibilidades didáticas para trabalhar o ensino de funções no currículo de Matemática de forma contextualizada, explorando os RRS e uma EMC. Nesse sentido, destaca-se a primeira atividade, que oportunizou desenvolver o assunto consumo de combustíveis. Essa atividade proporcionou uma reflexão sobre como a escolha do tipo de transporte pode influenciar nos impactos ambientais. Além disso, a reflexão *com, sobre e por meio da* Matemática nos ambientes de aprendizagem das três atividades apresentadas nesse artigo, oportunizaram o desenvolvimento da *matemacia*, o que pode proporcionar que os estudantes sejam participantes mais ativos na sociedade em que vivem.

O trabalho com os RRS permitiu que os estudantes visualizassem o objeto matemático em mais de uma forma de representação, conseguindo fazer a conversão entre os registros e desenvolvendo os tratamentos necessários para a resolução da situação proposta. Considerando o objeto ideia de função, a importância da utilização dos registros se deve ao fato que, ao utilizar apenas a língua natural, os estudantes não conseguem visualizar plenamente esse conceito. À medida que realizam as conversões, com o registro figural (nas tabelas), com os registros numéricos (encontrando a imagem da função) vão construindo e compreendendo a ideia de função, ficando mais claro o significado desse conceito. Ressalta-se que os estudantes apresentaram dificuldades na conversão do registro numérico para o algébrico e também da língua natural para o algébrico, evidenciando que é necessário intensificar o trabalho com essas conversões.

Diante disso, o currículo de Matemática precisa contemplar uma Educação Matemática Crítica por meio de tarefas contextualizadas que possibilitem a utilização dos diferentes tipos de representações semióticas, visando a compreensão dos estudantes para os objetos do conhecimento matemático. Nesse sentido, é importante que pesquisas futuras também explorem aspectos relacionados ao currículo de Matemática e à formação inicial e continuada de professores, investigando se e como os RRS e a EMC são abordados e aplicados no desenvolvimento de conhecimentos matemáticos de forma integrada a outros temas.

Referências

- Creswell, J. W. (2010). *Projeto de pesquisa: métodos qualitativo, quantitativo e misto*. (3. ed.) Porto Alegre, RS: Artmed.
- Duval, R. (2009). *Semiósis e pensamento humano: registro semiótico e aprendizagens intelectuais*. Tradução de L. F. Levy e M. R. A. Silveira. São Paulo, SP: Livraria da Física.
- Duval, R. (2011). *Ver e ensinar a Matemática de outra forma: entrar no mundo matemático de*



pensar: os Registros de Representação Semiótica. (1.ed.). São Paulo, SP: PROEM.

Duval, R. (2012). Registros de Representação Semiótica e funcionamento cognitivo do pensamento. Tradução de M. T. Moretti. *Revista Eletrônica de Matemática*, 7(2), 266-297.

Duval, R. (2016). Registros de Representação Semiótica e funcionamento cognitivo da compreensão em Matemática. In: S. D. A. Machado (org.). *Aprendizagem em Matemática: Registros de Representação Semiótica*. Campinas, SP: Papirus.

Gomes, R. (2016). Análise e interpretação de dados na pesquisa qualitativa. In: M. C. S. Minayo. *Pesquisa social: teoria, método e criatividade*. (1. ed.). Petrópolis, RJ: Vozes.

Lopes, A. C. & Macedo, E. (2011). *Teorias de currículo*. (1. ed.). (3. reimp.). São Paulo, SP: Cortez.

Skovsmose, O. (2001). *Educação Matemática Crítica: a questão da democracia*. Campinas, SP: Papirus.

Skovsmose, O. (2010). *Desafios da reflexão em Educação Matemática Crítica*. (2. ed.) Campinas, SP: Papirus.

Skovsmose, O. (2015). *Um convite à Educação Matemática Crítica*. Campinas, SP: Papirus, 2015.

Souza, J. R. (2020). *Multiversos Matemática: conjuntos e função afim. Manual do professor*. São Paulo, SP: Editora FTD.

Teixeira, L. A. (2020). (Org.). *Diálogo: Matemática e suas tecnologias: funções e progressões. Manual do professor*. (1. ed.). São Paulo, SP: Moderna.