

Letramento Probabilístico de Licenciandos em Matemática: proposta de exploração de situações-problema com dados reais

Probability Literacy of Mathematics Education Undergraduates: proposal for exploring problem-solving situations with real data

Kaiomarcos Luciano Santos Ferreira¹

Robson da Silva Eugenio²

Resumo: Este trabalho apresenta duas situações-problema com dados reais que foram elaboradas para discutir sobre o Letramento Probabilístico de licenciandos em Matemática. Apresentamos também estudos de pesquisadores da Educação Estatística que discutem sobre lacunas na formação de professores para o ensino de Probabilidade. A proposta de pesquisa é um recorte de um Mestrado em andamento e é de natureza qualitativa, cujo pretendemos desenvolver Encontros Cooperativos com um grupo de oito licenciandos em Matemática de uma instituição pública de ensino superior do Sertão de Pernambuco para discutir conceitos de Probabilidade com os elementos disposicionais do Letramento Probabilístico. Espera-se que essas discussões possam potencializar o entendimento de Probabilidade desses futuros professores, além de incentivar novas pesquisas na área da Educação Estatística e Probabilística.

Palavras-chave: Letramento probabilístico. Situações-problema com dados reais. Formação inicial de professores. Encontros cooperativos.

Abstract: The current research presents two problem-solving situations using real data, designed to discuss the Probability Literacy of Mathematics Education Undergraduates. We also present studies by researchers in Statistical Education that address gaps in teacher education for teaching Probability. The research proposal is part of an ongoing master research study and is qualitative in nature. We aim to develop Cooperative Meetings with a group of eight Mathematics Education Undergraduates from a public higher education institution in the Sertão of Pernambuco to discuss Probability concepts with the dispositional elements of Probability Literacy. It is expected that these discussions will enhance the understanding of Probability for these future teachers, in addition to encouraging further research in the field of Statistical and Probability Education.

Keywords: Probability literacy. Problem-solving situations with real data. Initial teacher Education. Cooperative meetings.

1 Introdução

Em algumas ocasiões que vivenciamos no cotidiano, elementos da Probabilidade se fazem presentes. Na maioria das vezes, esperamos ter uma compreensão fiel dos acontecimentos, porém, a Probabilidade, pela sua natureza não determinística, apresenta em seus conceitos características contraintuitivas, na qual não conseguimos identificar com exatidão o real comportamento dos eventos (Matthews, 2017). Para um melhor entendimento dessas características, é necessário mobilizar discussões que aproximem os estudantes de situações com dados reais e que não se concentre apenas em uma postura estruturada de ensino por meio de exercícios procedimentais em sala de aula (Gal, 2005).

¹ Universidade Federal de Pernambuco • Recife, PE — Brasil • ✉ kaiomarcos.luciano@ufpe.br • ORCID <https://orcid.org/0000-0002-0342-7224>

² Universidade de Pernambuco • Petrolina, PE — Brasil • ✉ robson.eugenio@upe.br • ORCID <https://orcid.org/0000-0001-5340-7953>

O modelo de Letramento Probabilístico desenvolvido por Gal (2005) apresenta em sua estrutura elementos essenciais que favorecem um melhor entendimento da Probabilidade. Esse modelo foi estruturado com os elementos do conhecimento (grandes ideias, cálculo de probabilidades, linguagem, contexto e questões críticas) e os elementos disposicionais (postura crítica, crenças e atitudes e os sentimentos pessoais em relação à incerteza e ao risco). No modelo proposto, o autor apresenta dez diferentes *áreas-chave*, Figura 1, que auxiliam nas discussões desses elementos para uma melhor compreensão dos conceitos probabilísticos em diferentes contextos.

Figura 1: Representação das dez *áreas-chave* apresentadas no modelo de Letramento Probabilístico



Fonte: Elaborado pelo autor com base no modelo proposto por Gal (2005)

Essas diferentes *áreas-chave* procuram proporcionar uma compreensão crítica de conceitos probabilísticos, como aleatoriedade, acaso, variação, independência, riscos e entre outros conceitos, ao demonstrar a ocorrência e relevância deles em diferentes contextos do nosso cotidiano. Alguns exemplos podem ser observados nas previsões climáticas que ocorrem em diferentes regiões do país, os riscos de contágio de uma doença, sorteios da loteria, as decisões de investimento daqueles que analisam o mercado financeiro e muitos outros que podem ser explorados nessas diferentes áreas (Gal, 2005).

Um estudo desenvolvido por Eugenio (2019) explorou algumas dessas *áreas-chave* em situações probabilísticas noticiadas na internet, com um grupo de professores de Matemática dos anos finais do Ensino Fundamental. Nessas situações, o autor visou explorar as *questões críticas* dos elementos do conhecimento (Gal, 2005). Os resultados do estudo evidenciaram a eficácia do trabalho utilizando dados reais para discussão de probabilidade, o que possibilitou uma interação crítica dos professores com as situações probabilísticas e a compreensão dos conceitos abordados. Os professores participantes do estudo aprovaram as discussões com os dados reais, considerando ser uma metodologia de ensino em que os estudantes poderão atribuir sentido aos conceitos ensinados em sala de aula.

Conhecer o modelo de Letramento Probabilístico (Gal, 2005) e suas contribuições para o ensino e aprendizagem de Probabilidade, como explorado no trabalho de Eugenio (2019), contribuiu para elaboração de um projeto de pesquisa de mestrado em andamento, que tem como problema direcionador compreender como a utilização de situações-problema com dados reais pode potencializar o entendimento crítico de Probabilidade e fortalecer o Letramento Probabilístico de licenciandos em formação inicial. Acreditamos que a proposta do trabalho é relevante por entendermos que esses futuros professores de Matemática estarão, posteriormente, compartilhando esses conhecimentos com seus estudantes na Educação Básica. Além disso, pesquisas recentes como as de Batanero e Álvarez-Arroyo (2023), reforçam a necessidade de estudos que explorem o conhecimento de Probabilidade com professores.

O objetivo deste trabalho, portanto, é apresentar duas situações-problema com dados reais elaboradas para discutir conceitos de Probabilidade com um grupo de licenciandos em Matemática de uma instituição pública de ensino superior do Sertão pernambucano. Essas situações contemplam algumas das *áreas-chave* do Letramento Probabilístico e fazem parte do planejamento metodológico da pesquisa em andamento. Buscamos, por meio deste estudo, apresentar contribuições na literatura sobre o Letramento Probabilístico, bem como dar continuidade a outros trabalhos desenvolvidos ou orientados por membros do Grupo de Trabalho 12 em Educação Estatística (GT12) da Sociedade Brasileira de Educação Matemática (SBEM).

A escolha pela utilização de situações-problema (Macedo, 2005) ocorreu pelo fato de ser um tipo de abordagem que incentiva o desenvolvimento de habilidades reflexivas e permite uma interação direta do estudante com os conteúdos propostos, atualmente intitulados pela Base Nacional Comum Curricular (BNCC) (Brasil, 2018) como objetos de conhecimento. Os dados reais que utilizamos nas situações-problema foram obtidos a partir de informações disponíveis na mídia e em banco de dados de livre acesso na internet. Na elaboração dessas situações, visamos relacionar a discussão de conceitos de Probabilidade com os elementos disposicionais do Letramento Probabilístico (Gal, 2005) envolvendo crenças, atitudes e a postura crítica dos licenciandos na interpretação dessas situações. Acreditamos que essa abordagem poderá potencializar a compreensão de conceitos de Probabilidade.

Nas seções seguintes, consequentemente, apresentamos brevemente alguns estudos de pesquisadores na área de Educação Estatística e Probabilística que discutem sobre lacunas na formação de professores de Matemática para o ensino de Probabilidade em países como Brasil, Chile e México. Em seguida, abordamos algumas das ações metodológicas que desenvolvemos na pesquisa, incluindo as duas situações-problema elaboradas. Na última seção, por fim, são apresentadas as considerações finais do trabalho.

2 A formação de professores de Matemática para o ensino de Probabilidade

O conhecimento de futuros professores de Matemática para o ensino de Probabilidade tem sido tema de investigação em estudos publicados em países como Brasil, Chile, México e entre outros. Os estudos mencionam lacunas na formação inicial, atestando que muitos futuros professores não conseguem alcançar uma compreensão satisfatória de Probabilidade para ensinar em sala de aula (Carvalho & Macedo, 2015; Montaner, Martínez & Pérez, 2017; López-Mojica & Aké, 2019).

No Brasil, a Base Nacional Comum Curricular (BNCC) (Brasil, 2018) passou por recentes atualizações nas diversas áreas de ensino, incluindo a Matemática. Com as novas mudanças, surge a necessidade de refletir sobre como essas orientações são vivenciadas pelos futuros professores durante a formação inicial. Carvalho e Macedo (2015) destacam que em

muitos casos, o foco de discussão das disciplinas relacionadas à *Estatística e Probabilidade* nos cursos de formação inicial direciona suas abordagens exclusivamente para fórmulas matemáticas e problemas descontextualizados.

Os autores realizaram um estudo utilizando uma sequência de atividades explorando conceitos probabilísticos com licenciandos de Matemática matriculados na disciplina de *Estatística e Probabilidade*. Os resultados demonstraram que esses licenciandos apresentavam uma forte confiabilidade na compreensão clássica de Probabilidade, considerando-a como a mais coerente para resolução de problemas probabilísticos. Esses resultados evidenciam uma preocupação em relação ao conhecimento comum de conteúdo desses futuros professores de Matemática, sendo necessário promover discussões com um olhar específico para o conhecimento conceitual de Probabilidade, que não seja em uma perspectiva procedimental e manipulativa, mas sim de como ensinar esses conceitos em sala de aula (Carvalho & Macedo, 2015).

No Chile, um estudo desenvolvido por Montaner, Martínez & Pérez (2017) observou que um grupo de professores de Matemática enfrentava dificuldades na interpretação de situações probabilísticas contextualizadas com dados reais. Os autores utilizaram um questionário com algumas situações. Em uma delas, questionava-se sobre a Probabilidade de selecionar um bebê do sexo masculino em uma cidade chilena, como resultado, os professores limitaram-se também ao conhecimento clássico usualmente explorado no ensino de Probabilidade, atribuindo a Probabilidade teórica de 50% e desconsiderando os dados oficiais do país, que indicavam que naquela cidade específica havia um número de nascimentos de meninos superior ao de meninas, ou seja, esses professores não apresentavam uma boa familiaridade na interpretação crítica da Probabilidade em situações reais, chegando a desconsiderar informações oficiais do contexto em que a situação estava sendo apresentada.

Essa tendência determinística de considerar como única e verdadeira a Probabilidade teórica dos eventos foi discutida no estudo de López-Mojica & Aké (2019) com um grupo de licenciandos do México. Os autores apresentaram em suas discussões lacunas semelhantes as que foram mencionadas anteriormente, em que geralmente a Probabilidade é vista como mais um objeto de conhecimento matemático formado por um conjunto de regras a ser ensinado. Além disso, os autores sugerem que os futuros professores necessitam vivenciar, durante sua formação, momentos de discussão conceitual que vão além dos cenários manipulativos, acreditando ser um caminho que permitirá melhores planejamentos de ensino em sala de aula.

Diante desse cenário, considera-se relevante repensar novas propostas de discussão sobre os conceitos de Probabilidade na formação inicial de professores de Matemática, de modo que eles estejam envolvidos na construção do conhecimento (Cavalcante, Andrade & Régner, 2016). Conforme as discussões apresentadas, Rodriguez-Alveal, Diaz-Levicoy & Vasquez-Ortiz (2018) destacam a necessidade de abordar os elementos do conhecimento e disposicionais do Letramento Probabilístico (Gal, 2005) na formação de professores, valorizando as discussões conceituais e não apenas o processual.

Na próxima seção, apresentamos algumas das ações metodológicas da pesquisa de mestrado em andamento e a proposta das situações-problema elaboradas para discutir alguns conceitos de Probabilidade, como aleatoriedade, variação, independência e a natureza não determinística da Probabilidade.

3 Metodologia e situações-problema com dados reais para o Letramento Probabilístico

Este trabalho apresenta elementos de um projeto de pesquisa de mestrado em andamento que adota uma abordagem de investigação qualitativa (Flick, 2009), sendo os dados analisados

de informações não numéricas, valorizando as compreensões dos participantes envolvidos no estudo em relação ao tema investigado. A pesquisa será desenvolvida com um grupo de oito licenciandos de um curso de licenciatura em Matemática de uma instituição pública de ensino superior localizada no Sertão pernambucano.

Entre as ações metodológicas que planejamos desenvolver está a realização de quatro Encontros Cooperativos. O termo cooperar é definido no dicionário brasileiro de língua portuguesa como “agir ou trabalhar junto com outro, ou outros para um fim comum” (Michaelis, 2015, *online*). Nessa mesma perspectiva, Wagner (1997) conceitua a pesquisa educacional cooperativa como uma organização na qual os participantes se envolvem nas discussões propostas pelo pesquisador e trabalham em conjunto em busca de um objetivo comum. Por esse motivo, denominamos de Encontros Cooperativos e por meio desses encontros visaremos compreender as contribuições das discussões utilizando as situações-problema para o entendimento crítico de conceitos probabilísticos e dos elementos que compõem o modelo de Letramento Probabilístico.

As situações-problema com dados reais buscam articular a discussão de alguns conceitos de Probabilidade com elementos disposicionais do Letramento Probabilístico (Gal, 2005). Entre as discussões, abordaremos a natureza não determinística da Probabilidade e conceitos como aleatoriedade, variação e independência de eventos probabilísticos, sendo alguns dos conceitos que frequentemente se manifestam em situações do cotidiano. As duas situações-problema que apresentamos neste trabalho foram elaboradas por meio de informações disponíveis na mídia, assim como em banco de dados digitais de livre acesso e contemplam duas das *áreas-chave* apresentadas na Figura 1, sendo a área de pesquisas e estatísticas e a de jogos de azar e apostas.

Articular as discussões conceituais com os elementos disposicionais justifica-se pelo interesse de compreender o papel das crenças e atitudes na interpretação de situações probabilísticas presentes no nosso cotidiano. Neste contexto, identificaremos se a utilização das situações-problema contribui para o desenvolvimento de habilidades críticas nos licenciandos e na aprendizagem efetiva dos conceitos probabilísticos. Espera-se que essas discussões possam somar com a formação desses futuros professores e o conhecimento proporcionado seja compartilhado com seus estudantes para que o modelo de Letramento Probabilístico esteja cada vez mais presente no ensino de Probabilidade nas escolas.

A primeira situação-problema foi elaborada a partir de uma notícia publicada por Schwambach (2023) no portal de notícias CNN Brasil e está inserida na *área-chave* de pesquisas e estatística. A notícia publicada em novembro de 2023 apresenta as Probabilidades de título e rebaixamento dos times participantes do Campeonato Brasileiro 2023. Com as informações apresentadas na notícia, elaboramos alguns questionamentos com o objetivo discutir sobre a natureza não determinística da Probabilidade com os licenciandos. No Quadro 1, apresentamos o título da notícia, assim como as Probabilidades de título e rebaixamento indicadas para alguns dos times participantes da competição.

Quadro 1: Situação-problema sobre as probabilidades de título e rebaixamento dos times brasileiros em 2023

Área-chave: Pesquisas e estatística.

Brasileirão: veja as Probabilidades de título e rebaixamento após a 34ª rodada

- Probabilidades de título no Campeonato Brasileiro:

Palmeiras (45,4%); Botafogo (28%); Red Bull Bragantino (15,9%); Grêmio (6,4%);
 Flamengo (3,5%).

- Probabilidades de rebaixamento no Campeonato Brasileiro:

América-MG (100%) - (matematicamente rebaixado); Coritiba (99,97%); Goiás (92%); Bahia (56,4%); Cruzeiro (34,2%); Vasco (10,8%); Santos (3,3%); Internacional (2,1%).

Fonte: Schwambach (2023)

Com as informações apresentadas, planeja-se iniciar as discussões abordando alguns questionamentos relacionados aos elementos disposicionais do Letramento Probabilístico. Por exemplo, perguntar se eles recordam qual time cotado como favorito ao título durante o ano de 2023, se eles recordam qual foi o time campeão ao final do campeonato e quais conclusões podem ser tiradas com base nas compreensões prévias deles em relação aos dados apresentados na notícia. Esta discussão tem em vista identificar crenças e atitudes dos licenciandos diante das informações probabilísticas apresentadas.

Na sequência, será apresentada aos licenciandos uma tabela com os resultados finais do Campeonato Brasileiro 2023, incluindo o time campeão e os times rebaixados. Com as informações dessa tabela, estimularemos uma reflexão nos licenciandos sobre as Probabilidades apresentadas na notícia e o resultado final do campeonato. Ao apresentar esses resultados, serão levantados novos questionamentos para os licenciandos sobre suas opiniões em relação às Probabilidades apresentadas na notícia e os resultados finais de cada time. Destacamos alguns casos específicos, como a Probabilidade de rebaixamento dos times Bahia e Santos.

No Quadro 1, é possível observar que o Bahia tinha uma Probabilidade de rebaixamento de mais de 50%, enquanto o Santos apresentava uma Probabilidade de apenas 3,3%. Nesses dois casos específicos será possível discutir com os licenciandos a natureza não determinística da Probabilidade, pois mesmo com essas Probabilidades indicadas, o Bahia conseguiu manter sua classificação no campeonato para o ano seguinte, porém, o Santos, mesmo com uma baixa Probabilidade, acabou não mantendo sua classificação. Nessa situação específica é possível observar o papel do acaso na classificação dos eventos conforme é mencionado pela BNCC quanto às classificações de eventos que “acontecerá com certeza”, “talvez aconteça” e “é impossível de acontecer” (Brasil, 2018). No caso da notícia, muitas pessoas poderiam ter a crença de que a Probabilidade do Santos ser rebaixado seria um evento impossível de acontecer, assim como considerar que o Bahia não teria chances de manter a classificação para o ano seguinte. Porém, a Probabilidade não apresenta uma certeza, ela é apenas “uma medida quantitativa da possibilidade de determinado acontecimento” (Aczel, 2007, p. 13).

Outro caso específico que será explorado nas discussões é o aspecto de certeza indicado no caso do América-MG, que já estava matematicamente rebaixado quando a notícia foi divulgada, ou seja, envolvia a certeza de que mesmo o time participando do restante dos jogos programados no campeonato, o mesmo não poderia mais somar pontos suficientes para conseguir manter a classificação para o ano seguinte. Essas discussões buscam mostrar que apesar da Probabilidade estar inserida numa disciplina em que geralmente busca-se uma prova determinística, a compreensão de seus conceitos nos mostra uma realidade contraintuitiva e não determinística.

A segunda situação-problema que apresentamos, consequentemente, foi elaborada buscando contemplar a *área-chave* de jogos de azar e apostas. A proposta visa explorar os conceitos de aleatoriedade, variação e independência de eventos probabilísticos. Decidimos utilizar como referência para as discussões o jogo da Quina que pertence às Loterias Caixa (Caixa Econômica Federal, 2024). Inicialmente, a proposta é contemplar, mais uma vez, os elementos disposicionais do Letramento Probabilísticos buscando compreender a postura crítica, crenças e atitudes dos licenciandos com relação aos jogos dessa natureza. No Quadro 2,

apresentamos uma proposta inicial que contemplará esses pontos mencionados.

Quadro 2: Situação-problema para discutir as crenças e atitudes dos licenciandos referente ao jogo da Quina

Área-chave: Jogos de azar e apostas.

Loterias Caixa

As Loterias Caixa são administradas pela Caixa Econômica Federal e incluem uma variedade de jogos nos quais os participantes compram bilhetes na esperança de serem contemplados com prêmios em dinheiro. Entre esses jogos está a Quina, que realiza sorteios de segunda a sábado. Para participar do sorteio, é necessário escolher cinco números de um conjunto de 80, conforme demonstrado no bilhete. Se você fosse participar do próximo sorteio, por favor, preencha no seu bilhete cinco números que você escolheria:

SORTEIO									
[01]	[02]	[03]	[04]	[05]	[06]	[07]	[08]	[09]	[10]
[11]	[12]	[13]	[14]	[15]	[16]	[17]	[18]	[19]	[20]
[21]	[22]	[23]	[24]	[25]	[26]	[27]	[28]	[29]	[30]
[31]	[32]	[33]	[34]	[35]	[36]	[37]	[38]	[39]	[40]
[41]	[42]	[43]	[44]	[45]	[46]	[47]	[48]	[49]	[50]
[51]	[52]	[53]	[54]	[55]	[56]	[57]	[58]	[59]	[60]
[61]	[62]	[63]	[64]	[65]	[66]	[67]	[68]	[69]	[70]
[71]	[72]	[73]	[74]	[75]	[76]	[77]	[78]	[79]	[80]

- Você já comprou algum bilhete de jogos da loteria?
- Você costuma participar de sorteios semelhantes com frequência? Se sim, por quê?
- O que você faria se ganhasse o prêmio?
- Você tem alguma crença pessoal sobre como escolher os números para criar o jogo?
- Considere que o seu bilhete foi premiado. Você concorda que o resultado seria aleatório ou já seria algo destinado para você ganhar?

Fonte: Acervo da Pesquisa.

Inicialmente, será entregue aos licenciandos um bilhete confeccionado pelo pesquisador semelhante ao que é utilizado nos sorteios oficiais da Quina. Eles deverão preencher nesse bilhete cinco números dentre os oitenta disponíveis. Após o preenchimento, daremos continuidade com os questionamentos propostos no Quadro 2, buscando envolver os licenciandos no contexto de discussão. Os questionamentos procuram explorar a familiaridade dos licenciandos com a situação proposta e observar o efeito de fantasia por trás do prêmio oferecido nesses sorteios, que na maioria dos casos motiva a participação dessas pessoas.

Além disso, identificaremos as crenças e atitudes dos licenciandos que influenciam na escolha dos números para participar do sorteio, como, por exemplo, tratar certos números como sendo o “número da sorte”, ou a atribuição de datas comemorativas e dentre outras crenças envolvidas. Ao final, observaremos se eles consideram o evento de serem contemplados nesses sorteios como algo aleatório ou sendo uma situação predestinada, ou seja, uma ocorrência que estaria destinada para acontecer, conforme suas crenças pessoais.

No segundo momento, temos a intenção de apresentar quatro resultados oficiais de

sorteios da Quina ocorridos durante o ano de 2023, Quadro 3, que foram escolhidos intencionalmente pelo primeiro autor deste trabalho, no banco de dados das Loterias Caixa (Caixa Econômica Federal, 2024), ao observar que esses resultados poderiam possibilitar uma discussão dinâmica dos conceitos de aleatoriedade, variação e independência de eventos probabilísticos.

Quadro 3: Resultados oficiais de sorteios da Quina ocorridos em 2023

Área-chave: Jogos de azar e apostas.

Loterias Caixa

No ano de 2023, os resultados da Quina dos concursos (6247, 6248, 6279, 6280), foram:

6247 = (8, 12, 17, 24, 43) – 21/09/2023

6248 = (8, 12, 16, 20, 64) – 22/09/2023

6279 = (6, 22, 62, 64, 69) – 30/10/2023

6280 = (6, 22, 58, 64, 77) – 31/10/2023

Fonte: Caixa Econômica Federal (2024)

- Você considera que os resultados desses sorteios são aleatórios?
- Por que será que houve coincidências de alguns números do primeiro e segundo dia nos dois primeiros e dois últimos concursos?
- Você acha que os resultados obtidos em ambos os concursos consecutivos são independentes?
- Você acha que esses resultados de ambos os concursos são igualmente prováveis? Se sim, por quê?

Fonte: Acervo da Pesquisa

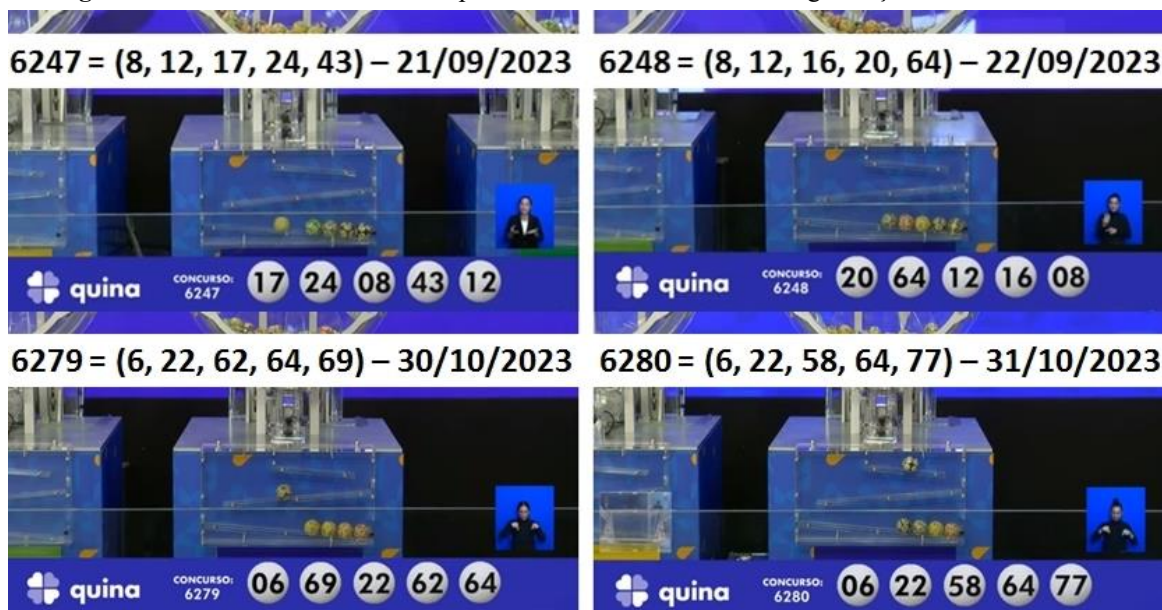
Consequentemente, será apresentado aos licenciandos apenas os resultados dos sorteios, sem a identificação do concurso e data, na mesma ordem indicada no Quadro 3. Em seguida, os licenciandos serão questionados sobre suas crenças em relação aos números apresentados. Acreditamos que ao apresentar apenas os resultados, eles poderão indicar algumas crenças relacionadas com a sequência de números apresentados. Por exemplo, podem notar uma sequência que aumenta a cada quatro números, como o concurso 6248, bem como outras possíveis observações. Após essas discussões, será revelado para os licenciandos que as sequências de números apresentadas se tratam de sorteios oficiais da Quina, e que as duas primeiras sequências, bem como as duas últimas, correspondem a sorteios realizados em dias consecutivos ocorridos nos meses de setembro e outubro de 2023.

Com a revelação de que os resultados são oficiais, o pesquisador abordará os questionamentos apresentados no Quadro 3. A primeira discussão envolve o conceito de aleatoriedade, que se refere a eventos que ocorrem sem alguma causa previsível (Gal, 2005). No contexto do sorteio da Quina, utiliza-se um total de oitenta bolas misturadas em um globo, onde cada bola tem a mesma Probabilidade de ser sorteada. A aleatoriedade presente nesse sorteio é justificada pelas mesmas chances que cada bola possui de ser selecionada. Além disso, o próprio resultado do sorteio, que contempla os cinco números, é considerado um resultado aleatório, pois não conseguimos prever a sequência exata de números que irá ser sorteado.

Outro questionamento apresentado é com relação às coincidências de números observadas nos sorteios em dias consecutivos. A utilização do termo “coincidência” busca explorar a crença dos licenciandos sobre esses resultados, que, na verdade, é o papel da aleatoriedade que influencia e não uma tendência de considerar que existe uma sequência lógica

para que esses números apareçam com frequência nesse tipo de sorteio. A variação é observada exatamente na frequência com que os números são sorteados, cujo nesses dias específicos, conforme apresentado no Quadro 3, houve a repetição de alguns deles, de acordo, por exemplo, com o observado nos números 8 e 12 dos concursos 6247 e 6248, assim como os números 6, 22 e 64 que se repetiram no concurso 6279 e 6280. Outra discussão relevante sobre esses sorteios é com relação à ordem dos números sorteados, pois apesar dos mesmos estarem organizados em ordem crescente (Quadro 3), como realmente é organizado no banco de dados da Caixa, não quer dizer que essa ordem foi exatamente respeitada no momento do sorteio, conforme apresentado na Figura 2.

Figura 2: Números sorteados em tempo real durante o sorteio e sua organização no banco de dados



Fonte: Adaptado Caixa Econômica Federal (2024)

O terceiro e último conceito que será discutido se refere à independência dos eventos probabilísticos. Os eventos independentes são eventos que não podem ser previstos em decorrência de outro que já aconteceu (Gal, 2005). No caso da Quina, tratam-se de resultados independentes e que qualquer bilhete de cinco números tem a mesma Probabilidade de ser contemplado, assim como qualquer outro. Com essa discussão, o pesquisador ressaltará que a Probabilidade dos licenciandos terem seus números contemplados é a mesma daqueles números que já foram sorteados, por serem sorteios independentes, destacando que por mais que haja crenças na escolha dos números para participar do sorteio, os números escolhidos já fazem parte de um conjunto de todas as possíveis combinações de cinco números e cada bilhete terá a mesma Probabilidade de ganhar o prêmio, inclusive as sequências de cinco números não escolhidas por algum jogador, que nesses casos faz acumular o prêmio para a rodada seguinte.

4 Considerações finais

Neste trabalho apresentamos elementos de um projeto de pesquisa de mestrado em andamento que investigará como a utilização de situações-problema com dados reais pode potencializar o entendimento crítico de Probabilidade e fortalecer o Letramento Probabilístico de licenciandos em formação inicial. Foram apresentadas duas das situações-problema elaboradas com dados reais que serão utilizadas nas discussões dos Encontros Cooperativos.

Os dados que serão produzidos na pesquisa serão gravados digitalmente com auxílio de um aparelho celular. Posteriormente, realizaremos a transcrição desses áudios e será conduzida

uma *Análise de Conteúdo* proposta por Gomes (2009). Por se tratar de uma pesquisa qualitativa, analisaremos com mais riqueza de detalhes as informações obtidas nas discussões. Os procedimentos para análise serão organizados em quatro etapas: categorização, inferência, descrição e interpretação (Gomes, 2009).

Com essas discussões, esperamos contribuir para uma compreensão efetiva de alguns conceitos probabilísticos e fortalecer habilidades do Letramento Probabilístico nos licenciandos de Matemática. Esperamos que o trabalho com dados reais potencialize o entendimento desses conceitos e permita que esses futuros professores atribuam em suas práticas pedagógicas a apresentação de conceitos de forma contextualizada, aproximando essas discussões com a realidade dos seus estudantes e que seja possível mobilizar elementos do Letramento Probabilístico para a formação de cidadãos críticos e capazes de tomar decisões em situações de incerteza.

Agradecimentos

Agradecemos à Fundação de Amparo à Ciência e Tecnologia do Estado de Pernambuco (Facepe), pelo financiamento que está permitindo o andamento da pesquisa.

Referências

- Acel, A. D. (2007). *Quais são suas chances? um guia para a melhor aposta no amor, na bolsa de valores, no jogo e no que você quiser*. Rio de Janeiro, RJ: Bestseller.
- Batanero, C. & Álvarez-Arroyo, R. (2023). Teaching and learning of probability. *ZDM—Mathematics Education*, 56(1), 5-17.
- Brasil. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Básica. (2018). *Base Nacional Comum Curricular*. Brasília, DF.
- Caixa Econômica Federal (Brasil). (2024). Quina. In: Caixa Econômica Federal (Brasil). *Loterias online da caixa*. Brasília, DF. <https://loterias.caixa.gov.br/Paginas/Quina.aspx>.
- Carvalho, J. I. F. & Macedo, R. C. (2015). Conhecimentos necessários para o ensino de probabilidade: discussão de uma sequência didática desenvolvida com estudantes de Matemática-Licenciatura. In: *Anais do 6º Simpósio Internacional de Pesquisa em Educação Matemática* (pp. 1-13). Pirenópolis, GO.
- Cavalcante, J. L.; Andrade, V. L. V. X. & Régnier, J. (2016). O conceito de probabilidade na formação docente: uma reflexão apoiada pela análise estatística implicativa. *Vidya*, 36(2), 441-455.
- Eugenio, R. S. (2019). *Letramento probabilístico nos anos finais do ensino fundamental: um processo de formação dialógica com professores de matemática*. 233 f. Tese (Doutorado em Educação Matemática e Tecnológica). Universidade Federal de Pernambuco. Recife, PE.
- Flick, U. (2009). *Desenho da pesquisa qualitativa*. Porto Alegre, RS: Artmed.
- Gal, I. (2005). Towards 'probability literacy' for all citizens. In: Jones, G. A. (Ed.). *Exploring probability in school: Challenges for teaching and learning* (pp. 43-71). Netherlands: Kluwer
- Gomes, R. (2009). Análise e interpretação de dados de pesquisa qualitativa. In: Minayo, M. C. S., Deslandes, S. F., & Gomes, R. (Org.). *Pesquisa social: teoria, método e criatividade*. (28. ed., pp. 79-108). Petrópolis, RJ: Vozes.



- López-Mojica, J. M. & Aké, L. P. (2019). Argumentos intuitivos de futuros professores: una experiencia con probabilidad. *Revista Eletrônica de Educação Matemática*, 14 (Edição Especial Educação Estatística), 1-18.
- Macedo, L. (2005). Propostas para pensar sobre situações-problema. In: Brasil. Ministério da Educação. *Exame Nacional do Ensino Médio (ENEM): fundamentação teórico-metodológica*. (p. 29-39). Brasília, DF: Inep.
- Matthews, R. (2017). *As leis do acaso: como a probabilidade pode nos ajudar a compreender a incerteza*. Tradução de G. Schlesinger [S. l.]: Zahar.
- Michaelis. (2015). Cooperar. In: *Dicionário brasileiro de língua portuguesa*. [S. l.]: Melhoramentos. <https://michaelis.uol.com.br/>.
- Montaner, H. B.; Martínez, H. A. & Pérez, L. R. (2017). Explorando el significado intuitivo de la probabilidad em profesores de matemática. In: *Actas del Segundo Congreso Internacional Virtual sobre el Enfoque Ontosemiótico del Conocimiento y la Instrucción Matemáticos* (pp. 1-10). Granada, Espanha.
- Rodriguez-Alveal, F.; Diaz-Levicoy, D. & Vasquez-Ortiz, C. (2018). Evaluación de la alfabetización probabilística del profesorado en formación y en activo. *Estudios pedagógicos*, 44(1), 135-156.
- Schwambach, A. C. (2023). Brasileirão: veja as probabilidades de título e rebaixamento após a 34ª rodada. *CNN Brasil*, <https://www.cnnbrasil.com.br/esportes/brasileirao-veja-as-probabilidades-de-titulo-e-rebaixamento-apos-a-34a-rodada/>.
- Wagner, J. (1997). The Unavoidable Intervention of Educational Research: A Framework for Reconsidering Researcher-Practitioner Cooperation. *Educational Researcher*, 26(7), 13-22.