Tarefas de trilhas matemáticas mediadas pelo MathcityMap: percepções sobre a autenticidade da tarefa

MathcityMap-mediated math trails tasks: insights into task authenticity

Élida Maiara Velozo de Castro[1]
Edinéia Zarpelon[2]
Janecler Aparecida Amorin Colombo[3]

Resumo: Neste trabalho buscamos responder a seguinte questão norteadora "Em que medida a autenticidade pode ser percebida em tarefas de trilhas matemáticas mediadas pelo MCM?". A produção dos dados se deu por meio da elaboração de tarefas por alunos de um curso de Licenciatura em Matemática e a análise foi realizada à luz de atributos de autenticidade adaptados da literatura. Os resultados revelam que os estudantes passam a vivenciar de forma tangível a relevância e a aplicabilidade prática dos conceitos matemáticos em situações do mundo real, ao ar livre, o que contribui para a emergência de diferentes atributos de autenticidade. Concluímos, ainda, que o MCM é um recurso tecnológico que enriquece a experiência de aprendizagem, permitindo que tarefas autênticas sejam elaboradas.

Palavras-chave: Trilhas matemáticas. Autenticidade. MathCityMap.

Abstract: In this study, we seek to answer the following guiding question: "To what extent can authenticity be perceived in mathematical path tasks mediated by the MCM?". Data were produced through the development of tasks by students in a Mathematics undergraduate course, and the analysis was carried out in light of authenticity attributes adapted from the literature. The results reveal that students begin to experience in a more tangible way the relevance and practical applicability of mathematical concepts in real-world situations, outdoors, which contributes to the emergence of different authenticity attributes. We also conclude that the MCM is a technological resource that enriches the learning experience, allowing authentic tasks to be developed.

Keywords: Math trails. Authenticity. MathCityMap.

1 Introdução

As trilhas matemáticas[4], no contexto educacional, representam um recurso valioso para a promoção da aprendizagem ativa e contextualizada, permitindo aos alunos explorar conceitos matemáticos em ambientes do mundo real. Por sua vez, o sistema MathCityMap (MCM) emerge como uma plataforma inovadora que facilita a criação e a execução de trilhas matemáticas, integrando tecnologia e aprendizagem experiencial de forma harmoniosa (Zarpelon, Souto & Colombo, 2021).

Pesquisas e estudos que tratam da autenticidade na área da Educação Matemática ainda são incipientes. Entretanto, o tema vem ganhando relevância na área, alicerçado em produções nacionais e internacionais recentes e de alta qualidade. Diversos autores que discutem a

[1] Universidade Tecnológica Federal do Paraná • Pato Branco, Paraná — Brasil • ✉ elidacastro@utfpr.edu.br • ORCID https://orcid.org/0000-0002-2310-1774
[2] Universidade Tecnológica Federal do Paraná • Pato Branco, Paraná — Brasil • ✉ ezarpelon@utfpr.edu.br • ORCID https://orcid.org/0000-0002-4715-1450
[3] Universidade Tecnológica Federal do Paraná • Pato Branco, Paraná — Brasil • ✉ janecler@utfpr.edu.br • ORCID https://orcid.org/0000-0002-7729-9501
[4] Definimos como "trilha matemática" um conjunto ordenado de tarefas que estão localizadas a uma curta distância, formuladas ao ar livre e com base em objetos reais.

BY NC SA
ISSN 2764-3158

autenticidade em tarefas de matemática defendem que este é um conceito relacionado à capacidade das atividades propostas refletirem situações reais e significativas do mundo ao nosso redor (Buchholtz & Mesrogli, 2013; Weiss, Herbst & Chen, 2009, Almeida & Omodei, 2022). Ainda, autores como Su e Stolterman (2016) e Snape e Fox-Turnbull (2013), complementam essa compreensão, defendendo que autenticidade pode ser potencializada quando estiver articulada com a tecnologia e, tal articulação, pode contribuir significativamente para melhores práticas para o ensino, contribuindo também para uma aprendizagem mais engajada e duradoura para os alunos. Quando uma tarefa é autêntica, ou seja, quando promove a aplicação de conhecimentos em situações de reais e significativas do mundo, ela proporciona aos alunos a oportunidade de aplicar conceitos matemáticos em contextos reais, promovendo uma compreensão mais profunda e uma conexão mais sólida com o conteúdo estudado.

Considerando esse contexto, reconhecemos que as tarefas matemáticas das trilhas mediadas pela tecnologia do MCM se alinham ao conceito de tarefas autênticas. Compreender esse alinhamento pode, além de ampliar discussões na área da Educação Matemática, apoiar alunos e (futuros) professores a empreenderem práticas nas quais podem entender, apreciar e se envolver com o mundo em que vivem ao passo que utilizam, ensinam ou aprendem matemática. Diante disso, surge a questão central que norteia nossa pesquisa: "Em que medida a autenticidade pode ser percebida em tarefas de trilhas matemáticas mediadas pelo MCM?".

Assim, no presente trabalho, propomos uma análise dos indicativos de autenticidade presentes na elaboração de tarefas de trilhas matemáticas, com foco na mediação proporcionada pelo sistema MathCityMap. A centralidade dessa investigação reside na compreensão da genuinidade das atividades propostas pelos estudantes, que desempenham um importante papel no estímulo ao pensamento crítico e na promoção do engajamento com a matemática. A produção dos dados subjacentes a esta pesquisa foi realizada por meio da elaboração de tarefas por alunos matriculados em um curso de Licenciatura em Matemática de uma universidade pública do estado do Paraná no contexto da disciplina de Tendências em Educação Matemática. Esse contexto de pesquisa nos permitiu acessar perspectivas fundamentais dos futuros educadores matemáticos, ao mesmo tempo em que nos ofereceu uma ampla gama de tarefas para análise e avaliação.

2 Sobre trilhas matemáticas ao ar livre construídas por meio do MathCityMap

O MathCityMap (MCM) é um sistema concebido com o propósito de criar trilhas matemáticas ao ar livre de forma dinâmica e acessível, proporcionando uma experiência mais envolvente tanto para alunos quanto para professores, permitindo que explorem a matemática fora do ambiente tradicional da sala de aula.

A primeira versão do projeto MCM foi apresentada em 2012 na Universidade de Goethe (Alemanha) e desde então esta iniciativa, que conta com uma equipe de colaboradores europeus, tem crescido continuamente principalmente na França, Itália, Portugal, Espanha, Estônia e Eslováquia. O sistema MCM abarca dois componentes: o portal web e um aplicativo para dispositivos móveis (Ludwig & Jablonski, 2021; Zarpelon *et al.,* 2021). O portal web é destinado à criação, edição e compartilhamento de tarefas e trilhas matemáticas. Ele oferece a possibilidade de baixar as trilhas existentes em arquivos de formato pdf e utilizar tarefas já elaboradas por outros usuários, integrando-as em trilhas próprias.

Por sua vez, o aplicativo móvel permite que qualquer indivíduo explore o ambiente ao seu redor e experimente a matemática de uma nova perspectiva. Ele serve como guia haja vista que, por meio do sistema de posicionamento global (ou seja, via GPS) e de uma imagem ilustrativa para cada tarefa, os usuários são direcionados com exatidão para os ambientes físicos

ISSN 2764-3158

onde elas foram elaboradas. Ao chegar nos locais indicados é possível examinar o objeto, coletar informações, formular e testar hipóteses a fim de resolver a atividade.

O aplicativo também oferece a possibilidade de executar as atividades mesmo sem acesso à internet e apresenta outras funcionalidades, como a oferta de dicas caso o usuário encontre dificuldades imediatas na resolução de uma tarefa, feedback imediato e um exemplo de solução, fornecido após a inserção da resposta pelo usuário (Ludwig & Jablonski, 2021).

Considerando o uso das trilhas como um recurso para explorar a matemática no âmbito acadêmico, isto é, com fins educacionais, também é possível criar uma sala de aula digital na qual os docentes podem acompanhar em tempo real o progresso de seus alunos no desenvolvimento de cada tarefa da trilha. Esse recurso permite a interação instantânea entre estudantes e docente por meio de um chat (Zarpelon, Colombo & Souto, 2022).

Para a criação das trilhas, o MCM oferece modelos de tarefas com características relacionadas às diferentes formas de solução. Atualmente, o sistema conta com dez modalidades de tarefas, as quais são detalhadas no Quadro 1:

Quadro 1 - Tipos de tarefas previstas no MCM e suas respectivas descrições

Tipo de tarefa	Descrição
Múltipla escolha	Modalidade em que são fornecidas pelos menos duas opções de resposta para a tarefa, das quais pelo menos uma seja correta.
Intervalo	Recomendada para tarefas que envolvem medições, tais como para o cálculo de comprimentos, áreas e volumes. Neste caso, a resposta inserida será considerada totalmente correta se estiver entre um intervalo previamente delimitado.
Vetor: intervalo	Indicada para tarefas em que são formuladas mais do que uma pergunta envolvendo medições.
Valor exato	Modalidade recomendada para tarefas que envolvem contagem ou problemas de análise combinatória, cujas respostas são números naturais.
Vetor: valor exato	Indicada para tarefas em que são formuladas mais do que uma pergunta envolvendo contagem ou problemas de análise combinatória.
Conjunto	Indicada se a resposta de uma tarefa exigir várias entradas numéricas, cuja ordem não seja importante.
Preenche espaços em branco	Neste formato, podem ser inseridas palavras ou textos para, por exemplo, analisar objetos ao ar livre em linguagem técnica, lidar com dados apresentados em painéis de informação ou para formular questões sobre dados históricos. Esta modalidade também permite que seja introduzido um número no espaço em branco, porém, nesse caso, o autor da tarefa deverá utilizar o modo "rigoroso", disponível no sistema.
Fração	Formato indicado para tarefas que exigem uma resposta no formato de fração.
Tarefa GPS	Tipo de tarefa que permite aos utilizadores formulem tarefas nas quais os alunos devem encontrar uma posição predefinida (por exemplo, o centro de um conjunto de pontos de referência) ou posicionar-se numa figura predefinida.
Estação da informação	Formato de tarefa sem campo de entrada para a inserção de resposta. É uma modalidade recomendada para apresentar fatos importantes referentes aos objetos que estão na trilha matemática como, por exemplo, edifícios históricos, pessoas ou contextos.

Fonte: elaborado pelas autoras a partir de explorações realizada no portal do MCM (2024)

Adicionalmente à essas modalidades, é possível utilizar o recurso das subtarefas, ou seja, tarefas com maior grau de complexidade podem ser subdivididas e abordadas por meio da reunião de tarefas mais simples (Zarpelon *et al.*, 2022).

3 Sobre os problemas autênticos e a questão da autenticidade

ISSN 2764-3158

Discussões acerca da autenticidade no âmbito da Educação Matemática têm sido o foco de estudo de pesquisadores e de professores na área já há alguns anos (Lesh & Lamon, 2013; Palm, 2007, 2009; Kaiser & Schwarz, 2010; Galbraith, 2015; Vos, 2011, 2015, 2018; Omodei, 2021; Kramarski *et al.*, 2002; Buchholtz & Armbrust, 2018; Hartmann & Schukajlow, 2021).

O termo autenticidade, derivado do latim *authenticus*, que significa autoritário, confiável; válido; verdadeiro e fiel, refere-se a uma qualidade intrínseca de algo que é genuíno e real. Segundo o Michaelis Dicionário Brasileiro da Língua Portuguesa, autenticidade é a "natureza, propriedade ou condição do que é autêntico", emanando diretamente da própria raiz da palavra autêntico.

De modo geral, as definições de autenticidade fornecidas pelos dicionários sugerem que o termo está relacionado a algo verdadeiro, em oposição a ser uma cópia. Para Weiss *et al.* (2009) a "matemática autêntica" é frequentemente usada para significar matemática que está enraizada em contextos do mundo real.

De posse dessas informações, a questão posta por Lesh e Lamon (1992) sobre "o que são atividades matemáticas autênticas?", nos provocam importantes reflexões. Num panorama geral, essas atividades envolvem: "(i) matemática da realidade, (ii) situações reais, (iii) questões ou problemas que podem realmente ocorrer em uma situação da vida real e (iv) ferramentas e recursos reais" (Lesh & Lamon, 1992, p. 27). Ainda nesse sentido, Buchholtz e Mesrogli (2013, p. 308) afirmam que atividades matemáticas autênticas "[...] devem explicar a relevância da Matemática no cotidiano, no meio ambiente e nas ciências e transmitir competências para a aplicação da Matemática".

Palm (2009) trata da teoria das situações autênticas e enuncia oito critérios para considerar a autenticidade de uma tarefa, os quais seguem enunciados e descritos no quadro 2.

Quadro 2 – Critérios de autenticidade de uma tarefa

Critério	Descrição
1. Evento	A situação descrita na tarefa escolar já deve ter ocorrido ou deve ter boas chances de ocorrência em algum cenário do mundo real.
2. Pergunta	A questão enunciada na tarefa escolar deve ser coerente ao evento do mundo real descrito.
3. Informações	Os dados ou informações da tarefa incluem valores, modelos e satisfazem algumas condições tais como a existência, o realismo e a especificidade.
4. Apresentação	Relacionado à forma, ao modo como a tarefa é transmitida aos alunos e ao uso da linguagem.
5. Estratégias de solução	Considera o papel e o propósito do sujeito ao resolver a tarefa, as possibilidades de serem resolvidas em uma situação real e a experiência já vivenciada e considerada plausível na resolução de tarefas.
6. Circunstâncias	Diz respeito às circunstâncias sob as quais a tarefa será resolvida e sua relação com fatores do contexto social, sua disponibilidade de ferramentas externas, a orientação recebida ou a consulta e colaboração com outro.
7. Requisitos da solução	Refere-se à comunicação, mais especificamente, ao tempo e às possibilidades de os alunos perguntarem e discutirem o significado e a compreensão da tarefa.
8. Finalidade no contexto figurativo	Refere-se à adequação da resposta a uma tarefa considerando-se o objetivo com o qual foi proposto.

Fonte: elaborado pelas autoras com base na obra de Palm (2009)

Estudos como de Almeida e Omodei (2022) versam sobre autenticidade em contextos específicos de ensino, neste caso em atividades de modelagem matemática. Para as autoras, a

ISSN 2764-3158

resolução de problemas dessa natureza requer que os alunos construam um modelo da situação no mundo real. Em seguida, eles devem traduzir esse modelo em um modelo matemático, ou seja, passam do mundo real para o mundo matemático. Depois disso, os cálculos podem ser feitos no mundo matemático, e os resultados matemáticos devem ser interpretados e validados em relação à realidade. Considerando essa configuração, os problemas do mundo real são geralmente complexos, abertos e autênticos (Maass, 2006).

Para evidenciar a autenticidade em atividades de modelagem matemática Almeida e Omodei (2022) estruturam seis atributos: 1) A matemática usada na atividade de modelagem matemática emerge das necessidades da abordagem matemática da situação da realidade; 2) Os estudantes que desenvolvem a atividade experimentam diferentes estratégias e ferramentas (matemáticas, tecnológicas e empíricas), analisam os resultados parciais e os incrementam quando necessário; 3) As simplificações que conduzem a uma situação idealizada não descaracterizam a situação da realidade; 4) No desenvolvimento da atividade de modelagem, as escolhas pedagógicas não se sobressaem frente às necessidades da abordagem matemática da situação da realidade; 5) Há um equilíbrio entre a orientação do professor e a autonomia do estudante de modo que prevalece a segunda; 6) Os resultados obtidos pela modelagem matemática da situação alcançam interesses e geram discussões que extrapolam a sala de aula.

Ainda, Almeida e Omodei (2022) caracterizam para cada atributo três níveis de intensidade valorados por zero, um ou dois, considerando evidências, características ou indícios de sua ocorrência nos procedimentos dos estudantes ao desenvolverem atividades de modelagem Matemática. Por fim, as autoras inferem que "investir no desenvolvimento de atividades de modelagem que atendam a atributos de autenticidade [...] pode ser uma possibilidade de incluir problemas autênticos e resolvê-los de forma criativa e pertinente em cada nível de escolaridade" (Almeida & Omodei, 2022, p. 141).

O fato de que problemas do mundo real exigem processos de transferência entre a realidade e a matemática, é um dos principais indicativos desencadeadores de autenticidade em atividades de modelagem. Ou seja, tanto o contexto quanto o ambiente de aprendizagem podem determinar a autenticidade de um problema, no caso das trilhas, assim como na Modelagem, a referência no mundo real é determinante.

Ao assumirmos que as trilhas matemáticas se constituem de atividades fora da sala de aula, em que os alunos podem criar e/ou resolver problemas do mundo real, por meio da matemática, à medida que seguem uma rota planejada, reconhecemos que este ambiente de aprendizagem oferece uma experiência autêntica com o assunto (Buchholtz & Armbrust, 2018; Hartmann & Schukajlow, 2021).

Uma possível explicação poderia ser que o ambiente de aprendizagem externo oferece uma experiência autêntica com objetos nos ambientes dos alunos ou com o assunto da sua vida cotidiana como uma atividade significativa com significado pessoal e, portanto, esta atividade pode melhorar o interesse situacional dos alunos (Hartmann & Schukajlow, 2021).

Além disso, compactuamos com as asserções defendidas por Silva, Barone e Basso (2016), ao defenderem as potencialidades do uso da Modelagem Matemática aliada às Tecnologias Digitais. Segundo os autores, o sujeito envolvido com atividades de modelagem está diante de um cenário promissor para desenvolver e aprimorar o seu pensamento hipotético e abstrato (caracterizado pela criação, validação ou refutação e reformulação de hipóteses); enquanto as tecnologias despontam como "uma possibilidade de o sujeito agir sobre o objeto do conhecimento, tornando possível o estabelecimento de relações que permitam a construção e apropriação de conceitos matemáticos" (Silva; Barone & Basso, 2016, p. 422).

ISSN 2764-3158

Desta forma, o presente estudo centra-se em analisar a autenticidade de tarefas de trilhas matemáticas, desenvolvidas por meio da ferramenta tecnológica MCM, a partir da adaptação dos atributos de autenticidade propostos por Almeida e Omodei (2022), pois, assim como na Modelagem Matemática, acreditamos que ambientes de trilhas podem fomentar a autenticidade e, com isso, fortalecer a relação de um problema com o mundo real e a matemática. A metodologia assumida para orientar este estudo segue descrita na seção a seguir.

4 Encaminhamentos metodológicos

Ao considerarmos, assim como Jablonski, Ludwig e Zender (2018) e Gurjanow e Ludwig (2020), que tarefas autênticas requerem objetos, questões, problemas realistas, que podem, por exemplo, ser realizadas através da matemática ao ar livre, nos propomos a investigar "em que medida a autenticidade pode ser percebida em tarefas de trilhas matemáticas mediadas pelo MCM?".

Buscando responder à questão posta, realizamos um estudo fundamentado na abordagem qualitativa de pesquisa que, de acordo com Bogdan e Biklen (2006), busca compreender os fenômenos sociais e educacionais a partir de uma perspectiva holística e contextualizada, onde a estratégia adotada deve promover um contexto de descoberta e exploração.

Quanto aos procedimentos de produção e coleta de dados, esta pesquisa caracteriza-se como documental, uma vez que considera como o objeto da investigação as tarefas de trilhas matemáticas elaboradas por alunos de um curso de Licenciatura em Matemática, no contexto da disciplina de Tendências em Educação Matemática. Segundo Gil (2008), uma pesquisa documental é aquela que se vale de materiais que ainda não foram submetidos a análise ou que podem ser reinterpretados de acordo com os objetivos da pesquisa. Este é o caso das tarefas desenvolvidas pelos alunos.

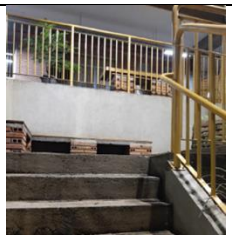
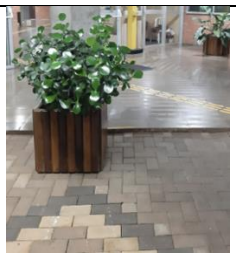
Para análise dos dados, inicialmente foi realizada a leitura de todo o material produzido pelos nove grupos proponentes das tarefas. Em seguida, selecionamos dois deles, aos quais nominamos Grupo 1 (G1) e Grupo 2 (G2), sendo que esta escolha teve como critérios para seleção: (a) os grupos que contemplaram uma maior diversidade de tipos de tarefas e (b) grupos cujas tarefas abrangiam diferentes conceitos matemáticos. Entendemos que ao considerar estes critérios as discussões sobre autenticidade poderiam se tornar mais consistentes.

As tarefas de cada grupo foram numeradas e detalhadas de acordo com o tipo, o título e a definição, conforme apresentado no Quadro 3. À título de esclarecimento, a notação T2-G1, por exemplo, se refere à tarefa 2 do Grupo 1.

Quadro 3 – Recorte das tarefas elaboradas pelos estudantes

TAREFA 1 – Grupo 1 (T1-G1)	
Tipo de tarefa: Estação da Informação **Título da tarefa:** Você sabia? **Definição da tarefa:** O monumento indicado na imagem foi inaugurado em 11 de julho de 2022, pela prefeitura Municipal de Pato Branco. [....]	
TAREFA 2 – Grupo 1 (T2-G1)	

BY NC SA
ISSN 2764-3158

Tipo de tarefa: Intervalo **Título da tarefa:** Arborização **Definição da tarefa:** Ao chegar no Largo da Liberdade, à esquerda da entrada principal, encontramos um espaço com árvores. Determine, aproximadamente, qual foi a área, em m^2, do recuo utilizada para plantar as árvores.	
TAREFA 3 – Grupo 1 (T3-G1)	
Tipo de tarefa: Vetor (intervalo) **Título da tarefa:** Caixa de energia **Definição da tarefa:** Logo após a entrada principal do Largo da Liberdade, à esquerda, há blocos que são utilizados para as caixas de energia. Qual é a altura e a largura deste bloco em metros?	
TAREFA 4 – Grupo 1 (T4-G1)	
Tipo de tarefa: Valor exato **Título da tarefa:** Azulejos faltantes **Definição da tarefa:** No segundo bloco de energia, à esquerda da entrada principal, temos uma caixa de energia que está faltando azulejos. Quantos azulejos são necessários para completar a parede?	
TAREFA 5 – Grupo 1 (T5-G1)	
Tipo de tarefa: Múltipla escolha **Título da tarefa:** Circunferência de um tronco **Definição da tarefa:** Próximo ao parque infantil central, do Largo da Liberdade, há diversas árvores. Determine qual é o comprimento aproximado da circunferência do tronco da última árvore, próximo ao barracão do Centro de Convivência.	
TAREFA 1 – Grupo 2 (T1-G2)	
Tipo de tarefa: Intervalo **Título da tarefa:** Unidade das folhagens **Definição da tarefa:** Próximo ao bloco J, há alguns canteiros com folhagens, conforme a figura acima. Determine o volume (V) em dm^3 do primeiro canteiro vindo do bloco J.	
TAREFA 2 – Grupo 2 (T2-G2)	
Tipo de tarefa: Preenche espaços em branco **Título da tarefa:** Espaço de descanso **Definição da tarefa:** Esse espaço possuí bancos para descanso dos alunos que formam um ângulo _____, além disso, possuem na estrutura de sustentação tijolos que formam um _____ . Nesse espaço há também um canteiro de flores no formato de um _____, com a área da base com _____ cm².	
TAREFA 3 – Grupo 2 (T3-G2)	
Tipo de tarefa: Valor exato **Título da tarefa:** Construindo através de uma sequência colorida **Definição da tarefa:** O pátio que fica na entrada do saguão é feito de pedras retangulares (pavers). Além disso, podemos observar que foram utilizadas pedras coloridas para fazer alguns desenhos, os quais são construídos com uma sequência de pedras. Identifique essa sequência e indique quantas pedras são necessárias para a construção de 18 carreiras contando e incluindo na quantidade total a pedra do centro.	
TAREFA 4 – Grupo 2 (T4-G2)	

ISSN 2764-3158

Tipo de tarefa: Múltipla escolha **Título da tarefa:** Escada de pizza **Definição da tarefa:** A escada que dá acesso ao bloco D, tem os seus degraus em formato de fatias de pizza. Qual é a medida do ângulo do segundo degrau e qual é a medida do seu raio?	
TAREFA 5 – Grupo 2 (T5-G2)	
Tipo de tarefa: Estação da Informação **Título da tarefa:** Além do tempo **Definição da tarefa:** No ano de 2023, foi construída a cápsula do tempo em comemoração aos 30 anos da UTFPR. Na cápsula foram armazenadas memórias de ex-alunos, professores, estudantes e pessoas que passaram pela instituição. Ela será aberta no Jubileu de Ouro, no ano de 2043.	
TAREFA 6 – Grupo 2 (T6-G2)	
Tipo de tarefa: Vetor (valor exato) **Título da tarefa:** Inauguração de blocos **Definição da tarefa:** Na escada localizada no corredor que faz o acesso entre os blocos M e N, podemos observar uma placa de inauguração das obras que foram realizadas na ampliação dos Blocos L, M e N. Nela encontramos a data da inauguração, o nome do projeto e os fundadores responsáveis pela obra. Resolva as subtarefas a), b) e c), nos seus respectivos campos de resolução. a) Observe o nome do programa desenvolvido e a data de inauguração das obras realizadas. Diga qual o resultado da divisão da soma da data de inauguração pelo número de letras do nome abreviado do programa. b) Identifique quem foi o Reitor e a Diretora Geral da UTFPR responsável na época do programa e faça o produto entre a quantidade de letras dos nomes completos das duas pessoas encontradas. c) No canto inferior da placa, contém uma palavra dentro de um retângulo azul. Diga quantos anagramas podemos realizar com essa palavra.	

Fonte: elaborado pelas autoras (2024)

Para o tratamento e análise dos dados assumimos os atributos apresentados por Almeida e Omodei (2022), com algumas adaptações, como categorias de análise e buscamos indicativos no contexto dos registros escritos dos alunos que, de alguma forma, sugiram a manifestação de tais atributos. Por exemplo, a palavra “aproximado” no contexto em que foi utilizado mostra uma simplificação assumida pelos alunos, logo indica o atributo 3; quando os alunos listam materiais que devem ser utilizados para responder ao problema (régua, lápis, transferidor, etc) parecem experimentar o uso de diferentes estratégias e ferramentas e isto relaciona-se a proposta do atributo 2, definida pelas autoras supracitadas. Assim, a partir das categorias, buscamos compreender e identificar nas tarefas listadas no quadro 3, indicativos de cada um dos atributos, os quais encontram-se descritos na seção a seguir.

5 Trilhas ao ar livre: uma análise da autenticidade de tarefas elaboradas por professores em formação inicial

Ao considerar os seis atributos propostos por Almeida e Omodei (2022), buscamos compreender em que medida a autenticidade pode ser revelada nestas tarefas. Entretanto, diferente do proposto pelas autoras, não quantificamos os níveis, ou seja, nosso foco é buscar indícios qualitativos desses atributos nas tarefas propostas.

ISSN 2764-3158

1. *O atributo a matemática usada na tarefa da trilha emerge das necessidades da abordagem matemática da situação da realidade.*

Na proposta das tarefas de trilhas matemáticas a referência à realidade é inerente, posto que, essa configuração de tarefa exige que sejam elaboradas e resolvidas no local, ao ar livre enquanto o indivíduo percorre a trilha (Zarpelon *et al.,* 2021).

Nas tarefas propostas pelos Grupos 1 e 2, é possível perceber que essa realidade se constitui sob diferentes contexturas e, neste sentido, a realidade que se revela traz consigo algumas particularidades. Por exemplo, independente do tipo de tarefa disponível no MCM (exceto para o tipo estação da informação) é possível problematizar uma situação real mais pontual, no sentido de promover o reconhecimento, identificação e/ou coleta de informações matemáticas na realidade. Isso se mostra em T3-G1, quando, a partir do contexto real, pretende-se responder "Qual é a altura e a largura deste bloco em metros?", por meio de uma tarefa do tipo vetor: intervalo.

Contudo, percebemos que as tarefas de intervalo, em geral, parecem ter caráter mais aberto e requerem, para além de reconhecimento ou coleta de informações, um processo de resolução. Essa tarefa evidencia a necessidade de que, durante a resolução do problema, conceitos, técnicas e conhecimentos matemáticos sejam mobilizados ou construídos para que se possa chegar a uma resposta para a situação real. Em T3-G2, por exemplo, "indique quantas pedras são necessárias para a construção de 18 carreiras contando a partir da pedra central e incluindo na quantidade total a pedra do centro" e em T2-G1 "Determine, aproximadamente, qual foi a área, em m^2, do recuo utilizada para plantar as árvores" observamos essas características, em que, respectivamente, conhecimentos sobre progressão aritmética e área de figuras planas regulares podem ser desenvolvidos.

Já as tarefas de estação da informação, de caráter informativo/cultural e sem campo de entrada para inserção de resposta, apresentam potencial para o desenvolvimento de um trabalho transversal com outras disciplinas. A título de exemplo, em T1-G1, percebemos uma possibilidade de trabalho interdisciplinar com as áreas de Biologia, História, Geografia, Artes e Sociologia, haja vista que a continuidade da descrição da referida tarefa apresenta elementos relacionados aos traços fisionômicos (Biologia), referências a personagens históricos (História), relação com diferentes etnias e grupos culturais (Geografia e Sociologia) e aos elementos relacionados com a criação do objeto em si (Artes).

Assim, as tarefas disponibilizadas no MCM podem contemplar de formas distintas o atributo de conexão entre matemática e realidade. Todavia, considerando as tarefas dos dois grupos analisados, nos parece que enquanto as tarefas de valor exato enfatizam uma conexão direta e específica, as de intervalo incentivam uma compreensão mais profunda e abrangente dos problemas reais por meio da aplicação dos princípios matemáticos.

Por sua vez, as tarefas do tipo estação da informação revelam um amplo potencial para além da matemática em si. Essa variedade de abordagens reflete a riqueza e a complexidade da relação entre matemática e realidade que pode advir desse tipo de atividade.

2. *Os estudantes que desenvolvem as trilhas experimentam diferentes estratégias e ferramentas (matemáticas, tecnológicas e empíricas), analisam os resultados parciais e os incrementam quando necessário.*

O sistema MathCityMap é um indicativo essencial ao falarmos de ferramentas tecnológicas utilizadas na proposta e desenvolvimento de tarefas de trilhas. Ou seja, esse atributo é intrínseco às tarefas de trilhas mediadas pelo MCM, seja para percorrer as trilhas e resolver as tarefas tendo como recurso o aplicativo, seja para a elaboração das tarefas por meio

ISSN 2764-3158

da plataforma que é sob o qual direcionamos nosso olhar neste estudo. Neste último caso, a proposição da tarefa requer que, para além do enunciado, sejam criadas dicas para a resolução e feedbacks em relação a análise parcial dos resultados ou a resposta final para o problema, conforme ilustrado por meio da Figura 1.

Figura 1 – Recorte de alguns campos de preenchimento do sistema MCM

Fonte: portal do MCM (2024)

No sistema MCM, ainda é possível elencar os materiais necessários à resolução da tarefa. Logo, quem projeta uma tarefa de trilhas matemáticas usando o MCM deve sugerir materiais auxiliares, ou seja, para além de ferramentas tecnológicas tarefas dessa natureza permitem explorar ferramentas empíricas, realizando medições, contagens, cálculos no local (ao ar livre). Como no caso de T5-G1, para determinar a medida da circunferência do tronco da árvore, sugere-se que os alunos tenham disponíveis, por exemplo, barbante e régua. Também em T4-G2 "Qual é a medida do ângulo do segundo degrau e qual é a medida do seu raio?" os alunos precisam contar com materiais tais como trena, fita métrica e/ou transferidor. Além disso, papel e caneta são ferramentas indicadas, independente da tarefa proposta.

As ferramentas matemáticas, inerentes nesse tipo de tarefa, em algumas delas são os únicos recursos que os alunos dispõem e necessitam, como por exemplo, quando a tarefa requer contagem (T4-G1), quando a tarefa requer a identificação de padrões e sequências lógicas (T3-G2), quando a tarefa requer a realização de operações simples (T6-G2) ou ainda quando requer em seu enunciado o preenchimento de lacunas que são completadas corretamente com a inserção no aplicativo MCM de um termo matemático adequado (parte da T2-G2).

Logo, essa diversidade de possíveis estratégias e ferramentas (matemáticas, tecnológicas ou empíricas) sugere que esse atributo se mostra como basilar na elaboração de tarefas de trilhas, principalmente pelo uso do MCM. A integração desses diferentes recursos não apenas enriquece a experiência de aprendizagem dos alunos, mas também fortalece a conexão entre a matemática e a realidade, possibilitando uma abordagem mais holística e contextualizada no processo de ensino e aprendizagem. Ainda, ao encontro do que afirma Cruz e Quartieri (2018), a tecnologia permite aprender como organizar e resolver problemas compreender uma situação nova, definir metas e regular sua própria aprendizagem.

3. *As simplificações que conduzem a uma situação idealizada não descaracterizam a situação da realidade.*

Em tarefas de trilhas matemáticas mediadas pelo MCM, a simplificação é requerida pois, quando lidamos com problemas associados ao mundo real, as informações são indiscriminadas e "o mundo real obriga os alunos a fazer simplificações apropriadas, escolher entre todos os dados possíveis e fazer as medições reais" (Ludwig & Jablonski, 2021, p. 262). De modo geral, a simplificação, consiste em identificar e selecionar as informações ou dados,

ISSN 2764-3158

acerca da situação real, que serão importantes e úteis (Cahyono *et al.*, 2020, Ludwig & Jablonski, 2021) e, assim, trabalhar com melhor precisão na resolução do problema, mas também na proposição da tarefa. Isso porque é necessário que a elaboração da tarefa inclua definições claras e delimitações precisas, garantindo que os alunos compreendam completamente o objetivo da atividade e os parâmetros dentro dos quais devem operar.

Por exemplo, em T2-G1, fica explícito a simplificação ao propor na tarefa do tipo intervalo "Determine, **aproximadamente**, qual foi a área, em m^2, do recuo utilizada para plantar as árvores." Outra simplificação pode ser observada em T5-G1 quando, no enunciado da tarefa de múltipla escolha, se evidencia "Determine qual é o comprimento **aproximado** da circunferência do tronco da última árvore". Esses exemplos podem indicar que, por se tratar de tarefas de caráter aberto, pode haver pequenas diferenças nos resultados obtidos, em função do material utilizado para realizar a medida, do método utilizado para medir, das aproximações adotadas ou da interpretação que se dá ao problema. Ainda, elaborar tarefas de trilhas matemáticas em objetos/situações reais exige, de forma natural, a estruturação e simplificação já no próprio enunciado da tarefa e vai ao encontro do que sugerem Oliveira e Ferreira (2021) que o "aprendizado pode ser aprimorado no momento em que os alunos compreendem a necessidade dos pré-requisitos, quais as competências e quais habilidades a serem adquiridas" (p. 1233).

Destarte, em relação a esse atributo, percebemos que na medida que se considera as possíveis abordagens para o problema proposto nas trilhas, se manifesta a necessidade de realizar simplificações que conduzam à uma situação idealizada da realidade e que também permita ser possível e viável a resolução do problema que dela emerge.

4. *No desenvolvimento das tarefas da trilha, as escolhas pedagógicas não se sobressaem frente às necessidades da abordagem matemática da situação da realidade.*

A forma como o enunciado das tarefas se apresenta nos permite considerar que, durante a elaboração dos problemas, se sobressaiu o contexto, a situação real, ou seja, é a situação que conduz ao conteúdo e não o contrário. Isso pode ser verificado ao observarmos que, num mesmo grupo, foram propostas tarefas que abordam diferentes conteúdos matemáticos, embora se sobressaia os de caráter geométrico. Por exemplo, nas tarefas de G1 potencializam-se questões envolvendo noções de circunferência, medida de área, unidades de medida e quantidades, enquanto nas tarefas do Grupo 2 são abordados conteúdos de volume de sólido geométrico, área de figura plana, ângulo, sequência numérica e conceito de raio de circunferência.

Nesse sentido, ainda, um mesmo problema pode contemplar diferentes conteúdos, muitas vezes não lineares curricularmente, que numa aula convencional, muitas vezes, não seria possível. Por exemplo, na tarefa T2-G2, do tipo preenche espaços em branco, propõe-se a mobilização ou uso de conceito de ângulo, formas geométricas espaciais e medida de área de figura plana.

Além disso, o fato de considerar a margem de erro, nas tarefas do tipo intervalo ou vetor: intervalo, revela que ao elaborar um problema dessa natureza é preciso ter em conta que a interpretação que cada pessoa tem sobre a situação, os encaminhamentos e simplificações que assume e, até mesmo, o uso que faz dos recursos que dispõe é particular. Isso ocorre, principalmente, nas tarefas dos tipos intervalo, como já citado anteriormente.

Assim, esse atributo (as escolhas pedagógicas não se sobressaem frente às necessidades da abordagem matemática da situação da realidade) revela-se em tarefas de trilhas uma vez que, a intencionalidade com as tarefas está no fato de conseguir, de certa forma, matematizar situações reais, ao ar livre, possibilitada pelo MCM.

CC BY NC SA
ISSN 2764-3158

5. *Há um equilíbrio entre a orientação do professor e a autonomia do estudante de modo que prevalece a segunda.*

Embora algumas afirmações acerca desse atributo só possam ser feitas a partir do desenvolvimento das tarefas, na resolução dos problemas, a elaboração da tarefa pode apresentar alguns potenciais indicativos de que tal atributo se revela em trilhas matemáticas. Por exemplo, quando a tarefa é proposta pelo professor, este deve tornar possível que o aluno trace caminhos para resolução de forma autônoma, até porque, a trilha, após ter suas tarefas ratificadas por avaliadores europeus, é publicada e poderá ser acessada por qualquer pessoa que tenha o aplicativo do MCM. Esta pessoa, por sua vez, deverá ter condições de resolver a trilha sem auxílio do professor e/ou do proponente da trilha.

Além disso, a elaboração da tarefa privilegia a autonomia na medida em que, além das orientações iniciais, o aluno tem acesso às dicas de resolução e *feedbacks* de cada tarefa. Sobre isso, Oliveira e Ferreira (2021, p. 1234) apontam que tecnologias "podem possibilitar que os alunos se sintam mais autônomos e ativos, sobretudo com a disponibilidade de feedbacks imediatos". A título de exemplificação, em T1-G2, as duas dicas fornecidas envolviam a transformação das unidades de medidas: "transforme de metros para decímetro. 1m=10 dm" e "$1m^3$=1000 dm^3". Já em T4-G1, uma das dicas fornecida foi "utilize as linhas e colunas que possuem todos os azulejos" sugerindo a possibilidade de a tarefa ser solucionada por meio do completamento das demais linhas/colunas com a quantidade faltante; e a segunda dica foi "decomponha em figuras geométricas conhecidas", indicando a possibilidade de desmembrar a área total e regiões menores e conhecidas, que permitiriam obter a solução sem necessidade da contagem um a um, mas pelo cálculo das áreas. Logo, esse recurso apresentado pelo MCM pode ser visto como um *feedback* automático que, como indicam Oliveira e Ferreira (2021), tem potencial para oportunizar aos alunos refazer a questão com novos valores tornando-se "uma boa opção, não apenas como processo contínuo de avaliação, mas também como processo de ensino e aprendizagem" (p. 1234).

Assim, embora esse atributo tenha potencial para ser percebido mais facilmente no decurso das trilhas, ele também pode manifestar-se, mesmo que de maneira sutil, durante o planejamento e elaboração da tarefa. Isso ocorre porque ao elaborar a tarefa, a autonomia emerge como um fator substancial que deve ser considerado pelo elaborador das tarefas, influenciando diretamente na forma como os alunos interagem com o conteúdo matemático e com a realidade.

6. *Os resultados obtidos pelas tarefas de trilhas matemáticas alcançam interesses e geram discussões que extrapolam a sala de aula.*

Em tarefas de trilhas matemáticas, o resultado matemático não tem um fim em si mesmo, mas deve ser interpretado dentro de um contexto real. Essa interpretação tem potencial para desencadear discussões promissoras tanto no campo da Matemática quanto acerca de temas extra matemáticos evidenciados nas situações reais problematizadas, promovendo assim um ambiente investigativo mais dinâmico (Cruz & Quartieri, 2018). A elaboração das tarefas, de modo particular, deve ser pensada de forma a permitir e incentivar que tais discussões venham à tona e, mesmo, a elaboração em si é fruto de discussões até chegar a sua versão final.

Por exemplo, em T5-G1 "Determine qual é o comprimento aproximado da circunferência do tronco da última árvore, próximo ao barracão do Centro de Convivência" pode ter como desdobramento discussões referentes ao papel social do Centro de Convivência, enquanto em T4-G1 "No segundo bloco de energia, à esquerda da entrada principal, temos uma caixa de energia que está faltando azulejos. Quantos azulejos são necessários para completar a

ISSN 2764-3158

parede?" as discussões que se desdobram podem ser no sentido da necessidade de manutenção e/ou revitalização de espaços públicos e a prevenção ao vandalismo.

Em T1-G1 encontramos a seguinte descrição: "O monumento indicado na imagem foi inaugurado em 11 de julho de 2022, pela prefeitura Municipal de Pato Branco [...]". Esta descrição tem o potencial de instigar discussões não apenas de cunho matemático, mas também histórico, político e social. Questões como "por que este monumento e não outro?" ou "o que representa para Pato Branco tal monumento?" podem emergir, promovendo uma reflexão mais ampla sobre o contexto e os significados associados ao monumento em questão. Tarefas desse tipo, conhecidas como "estação de informação", naturalmente direcionam as discussões para além da matemática, abrindo espaço para a exploração de temas variados relacionados ao ambiente onde a trilha está sendo desenvolvida. Isso proporciona aos estudantes uma compreensão mais holística das situações vivenciadas pelas pessoas naquele ambiente, além de enfatizar que, além dos problemas matemáticos gerados pelo ambiente, há temas de interesse que se conectam diretamente com as experiências gerais da vida cotidiana.

6 Considerações Finais

Relembrando nossa questão de pesquisa que busca responder "Em que medida a autenticidade pode ser percebida em tarefas de trilhas matemáticas mediadas pelo MCM?", tecemos algumas considerações a partir das análises empreendidas. Para subsidiar nossas análises, utilizamos atributos de autenticidade adaptados de Almeida e Omodei (2022), tais sejam: *1) o atributo a matemática usada na tarefa da trilha emerge das necessidades da abordagem matemática da situação da realidade; 2) os estudantes que desenvolvem as trilhas experimentam diferentes estratégias e ferramentas (matemáticas, tecnológicas e empíricas), analisam os resultados parciais e os incrementam quando necessário; 3) as simplificações que conduzem a uma situação idealizada não descaracterizam a situação da realidade; 4) no desenvolvimento das tarefas da trilha, as escolhas pedagógicas não se sobressaem frente às necessidades da abordagem matemática da situação da realidade; 5) há um equilíbrio entre a orientação do professor e a autonomia do estudante de modo que prevalece a segunda; 6) os resultados obtidos pelas tarefas de trilhas matemáticas alcançam interesses e geram discussões que extrapolam a sala de aula.*

Os atributos 1, 2 e 3, que num primeiro momento podem parecer intrínsecos a tarefas dessa natureza, tendo em vista que as trilhas envolvem, necessariamente, a abordagem matemática em uma situação real (1), nas quais são requeridas simplificações adequadas (2) e demandam o uso da ferramenta tecnológica MCM e ferramentas matemáticas e materiais para resolver os problemas (3). Entretanto, cada atributo é contemplado a partir de diferentes perspectivas de acordo com o tipo de tarefa. Por exemplo, o atributo 1 pode ser percebido de forma mais pontual em tarefas do tipo valor exato, cujo foco é o reconhecimento ou identificação de conhecimentos e, de maneira mais aberta, em tarefas do tipo intervalo, que além da identificação, requerem a resolução por valores aproximados ou simplificados.

Já os atributos 4, 5 e 6 que se referem, principalmente, à interação entre professor, aluno e resultado, neste momento de elaboração das tarefas, aparecem de forma mais sutil, trazendo indicativos do potencial que as diferentes tarefas de trilhas matemáticas têm para desencadear aspectos de autenticidade.

A identificação dos atributos de autenticidade nas tarefas de trilhas, elaboradas pelos alunos e analisadas nesse estudo, nos leva a considerar a importância de oportunizar aos alunos vivenciar a aplicação de conceitos matemáticos em situações do mundo real, ao ar livre. Além disso, a elaboração das tarefas de trilhas matemáticas, mediadas pelo MCM, pode promover e

ISSN 2764-3158

requerer não apenas uma compreensão mais profunda dos conceitos matemáticos, mas também de estabelecer uma conexão mais sólida com e entre os conteúdos estudados.

Ao encontro do que sugerem Almeida e Omodei (2022), identificar os atributos de autenticidade em tarefas de caráter aberto e associado ao mundo real pode contribuir para que professores possam planejar suas aulas com atividades matemáticas autênticas e, por conseguinte, elaborar e incluir problemas autênticos e com possibilidade para resolvê-los de forma criativa e adequado a cada nível de escolaridade.

Para além, ainda que uma mesma tarefa não sugira a eminência de determinado atributo, é no conjunto de tarefas que a autenticidade se mostra, já que todos os atributos são evidenciados na tessitura das trilhas analisadas em cada grupo, considerando-se suas particularidades. Isso porque, a análise revela uma percepção de autenticidade relativa às tarefas propostas pelos dois grupos avaliados, outros grupos podem elaborar tarefas que conduzam a resultados distintos dos descritos neste estudo.

Ademais, destaca-se que os estudantes de licenciatura envolvidos na elaboração de tarefas para trilhas matemáticas mediadas pelo MCM estiveram imersos em um processo de aprendizado multifacetado. Ao desenvolverem essas atividades, não apenas estão aplicando conceitos matemáticos em contextos do mundo real ao ar livre, mas também estão adquirindo habilidades essenciais para lidar com tecnologias emergentes, conforme indicam Fonseca e Santos (2021). Este processo prepara os futuros professores para uma atuação mais dinâmica, onde a incorporação ativa e interventiva de novas ferramentas é essencial. Dessa forma, a experiência de elaborar tarefas de trilhas matemáticas fortalece a compreensão dos conceitos matemáticos, bem como promove a apropriação e a aplicação efetiva desses conhecimentos para as futuras práticas profissionais dos licenciandos.

Diante desse cenário, o MCM é um recurso tecnológico que, por contemplar diferentes tipos de tarefa, enriquece a experiência de aprendizagem, permitindo efetivamente que tarefas autênticas sejam elaboradas. A tecnologia, neste caso representada pelo MCM, facilitou a criação, coleta e manipulação de dados ao ar livre e, assim, lidar com problemas do mundo real, possibilitando conexões entre matemáticas e realidade, bem como testar a validade de resoluções e/ou respostas a partir de dicas e feedbacks (Ang, 2006; Ferrucci & Carter, 2003).

Assim, torna-se evidente a relevância de investigar a autenticidade das tarefas de trilhas matemáticas mediadas pelo MathCityMap, considerando não apenas o potencial impacto no processo de ensino e aprendizagem da matemática, mas também na formação de futuros educadores matemáticos e na promoção de uma educação matemática mais significativa e contextualizada.

Estudos futuros podem investigar atitudes dos alunos e professores que se envolvem em tarefas de trilhas com caráter autêntico e sua aprendizagem, bem como investigar a resolução de tarefas de trilhas e a autenticidade emergente nesse contexto.

Referências

Almeida, L. M. W., & Omodei, L. B. C. (2022). Autenticidade em Atividades de Modelagem Matemática: em busca de um design. *Educação Matemática Pesquisa Revista do Programa de Estudos Pós-Graduados em Educação Matemática*, *24*(3), 108-144.

Ang, K. C. (2006). Mathematical modelling, technology and H3 mathematics. *The Mathematics Educator, 9*(2), 33–47.

Bogdan, R., & Biklen, S. (2006). *Investigação qualitativa em educação*: uma introdução à teoria e aos métodos. Porto editora.

ISSN 2764-3158

Buchholtz, N., & Armbrust, A. (2018). Ein mathematischer Stadtspaziergang zum Satz des Pythagoras als außerschulische Lernumgebung im Mathematikunterricht. *Evaluierte Lernumgebungen zum Modellieren*, 143-163.

Buchholtz, N., & Mesrogli, S. (2013). A whole week of modelling–examples and experiences of modelling for students in mathematics education. In *Teaching mathematical modelling: connecting to research and practice* (pp. 307-316). Dordrecht: Springer Netherlands.

Cahyono, A. N., Sukestiyarno, Y. L., Asikin, M., Ahsan, M. G. K., & Ludwig, M. (2020). Learning Mathematical Modelling with Augmented Reality Mobile Math Trails Program: How Can It Work?. *Journal on Mathematics Education*, *11*(2), 181-192.

Cruz, R. P. & Quartieri, M. T. (2018). Concepções de alunos do ensino superior sobre o uso de softwares como auxiliares pedagógicos na matemática. In *Anais do VII Seminário Internacional de Pesquisa em Educação Matemática.* Foz do Iguaçu, Paraná.

Ferrucci, B.J., & Carter, J. A. (2003). Technology-active mathematical modelling. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology, 34*(5), 663–670.

Fonseca, K. H. L. & Santos, S. C. Formação Continuada de Professoras dos Anos Iniciais do Ensino Fundamental e a Presença das Tecnologias Digitais. In *Anais do VII Seminário Internacional de Pesquisa em Educação Matemática.* (pp. 1262 – 1276)

Galbraith, P. (2015). Modelling, education, and the epistemic fallacy. In *Mathematical modelling in education research and practice: Cultural, social and cognitive influences* (pp. 339-349). Cham: Springer International Publishing.

Gil, Antonio Carlos Métodos e técnicas de pesquisa social / Antonio Carlos Gil. - 6. ed. - São Paulo: Atlas, 2008.

Gurjanow, I., & Ludwig, M. (2020). Mathematics trails and learning barriers. *Mathematical modelling education and sense-making*, 265-275.

Hartmann, L. M., & Schukajlow, S. (2021). Interest and emotions while solving real-world problems inside and outside the classroom. In *Mathematical modelling education in east and west* (pp. 153-163). Cham: Springer International Publishing.

Jablonski, S., Ludwig, M., & Zender, J. (2018). Task quality vs. task quantity. A dialog-based review system to ensure a certain quality of tasks the MathCityMap web community. In *Proceedings of the fifth ERME topic conference (ETC 5) on mathematics education in the digital Age (MEDA)* (pp. 115-122). Copenhagen, Denmark: University of Copenhagen.

Kaiser, G., & Schwarz, B. (2010). Authentic modelling problems in mathematics education—examples and experiences. *Journal für Mathematik-Didaktik*, *31*(1), 51-76.

Kramarski, B., Mevarech, Z. R., & Arami, M. (2002). The effects of metacognitive instruction on solving mathematical authentic tasks. *Educational studies in mathematics*, *49*, 225-250.

Lesh, R. A., & Lamon, S. J. (Eds.). (2013). *Assessment of authentic performance in school mathematics*. Routledge.

Lesh, R. A., & Lamon, S. J. (1992). *Assessing authentic mathematical performance*. In: Lesh, R. A., & Lamon, S. J. (Org.). *Assessment of authentic performance in school mathematics.* (1 ed., pp. 17-62). Washington, DC: Routledge.

Ludwig, M., & Jablonski, S. (2021). Step by step: Simplifying and mathematizing the real world with MathCityMap. *Quadrante*, *30*(2), 242-268.

Maass, H. (2006). *Siegel's modular forms and Dirichlet series: course given at the University of Maryland, 1969-1970* (Vol. 216). Springer.

Oliveira, L. P. & Ferreira, D. H. R. 2021. Atividades Didáticas Individuais com Feedback Automático no Moodle Usando o Pacote “exams” do R. In *Anais do VII Seminário Internacional de Pesquisa em Educação Matemática.* (pp. 1231 – 1244)

Omodei, L. B. C. (2021) *Autenticidade em Atividades de Modelagem Matemática*: da Aprendizagem para o Ensino em um Curso de Formação de Professores. 2021. 189 f. Tese

ISSN 2764-3158

de Doutorado (Pós-graduação em Ensino de Ciências e Educação Matemática) – Universidade Estadual de Londrina, Londrina.

Palm, T. (2007). Features and impact of the authenticity of applied mathematical school tasks. In: *Modelling and applications in mathematics education: The 14th ICMI study* (pp. 201-208). Boston, MA: Springer US.

Palm, T. (2009). Theory of authentic task situations. In *Words and worlds* (pp. 1-19). Brill.

Silva, R. S.; Barone, D. A. C. & Basso, M. V. A. (2016). Modelagem matemática e tecnologias digitais: uma aprendizagem baseada na ação. *Educação Matemática Pesquisa,* 18(1), 421-446.

Snape, P., & Fox-Turnbull, W. (2013). Perspectives of authenticity: Implementation in technology education. *International Journal of Technology and Design Education*, 23, 51-68.

Su, N. M., & Stolterman, E. (2016, June). A design approach for authenticity and technology. In Proceedings of the 2016 *ACM Conference on Designing Interactive Systems* (pp. 643-655).

Vos, P. (2011). What is 'authentic' in the teaching and learning of mathematical modelling? *Trends in Teaching and Learning of Mathematical Modelling*, 713-722.

Vos, P. (2015). Authenticity in extra-curricular mathematics activities: Researching authenticity as a social construct. In *Mathematical modelling in education research and practice: Cultural, social and cognitive influences* (pp. 105-113). Cham: Springer.

Vos, P. (2018). "How real people really need mathematics in the real world"—Authenticity in mathematics education. *Education Sciences*, 8(4), 195.

Weiss, M., Herbst, P., & Chen, C. (2009). Teachers' perspectives on "authentic mathematics" and the two-column proof form. *Educational Studies in Mathematics*, *70*(3), 275-293.

Zarpelon, E.; Souto, G. & Colombo, J. (2021) Trilhas Matemáticas por meio do MathCityMap: apontamentos iniciais acerca da proposta piloto em Pato Branco. In: *Anais do 8° Seminário Internacional de Pesquisa em Educação Matemática* (pp. 1321-1333).

Zarpelon, E.; Colombo, J. & Souto, G. (2022) Trilhas Matemáticas e Metodologias Colaborativas: possíveis conexões. *Boletim GEPEM*, 80, 61–81.

BY NC SA
ISSN 2764-3158