Análise de uma abordagem problematizada sobre potenciação e radiciação

Analysis of a problematized approach to exponentiation and root extraction

Fábio Vinicius Gouvêa Moura[1]
Fábio Menezes da Silva[2]
Priscila Cardoso Petito[3]

Resumo: Este trabalho buscou observar como uma abordagem alternativa ao dito ensino tradicional afeta a noção conceitual sobre as operações de potenciação e radiciação. Procuramos analisar a apropriação de diferentes propriedades aritméticas que envolvem o senso numérico por parte dos alunos do 6º ano do Ensino Fundamental, produzindo dados a partir de tarefas inspiradas nas ideias de Ponte sobre encontrar a mistura ideal entre exercícios, problemas, exploração e investigação matemática. Para a aplicação das tarefas e posterior análise qualitativa dos dados, adotamos uma postura baseada nas ideias da matemática problematizada. Consideramos que tal abordagem constrói conceitos de maneiras diversas e ajuda a refletir sobre as concepções de matemática, influenciando os sentidos atribuídos às diversas formas de participação no mundo.

Palavras-chave: Matemática problematizada. Senso numérico. Potenciação. Radiciação. Ensino fundamental.

Abstract: This study aimed to observe how an alternative approach to traditional teaching affects the conceptual understanding of exponentiation and root operations. We sought to analyze the appropriation of different arithmetic properties involving numerical sense by 6th-grade students, producing data from tasks inspired by Ponte's ideas on finding the ideal mix of exercises, problems, exploration, and mathematical investigation. For the implementation of the tasks and subsequent qualitative analysis of the data, we adopted a stance based on the ideas of problematized mathematics. We believe that such an approach constructs concepts in diverse ways and helps to reflect on mathematical conceptions, influencing the meanings attributed to various forms of participation in the world.

Keywords: Problematized mathematics. Number sense. Exponentiation. Radiciation. Elementary education.

1 Introdução

Uma das inquietações que nos impulsionaram a esta investigação vem de nossa experiência docente ouvindo colegas, professores de matemática que atuam nos anos finais do ensino fundamental, apontarem que seus alunos apresentam lacunas conceituais sobre os conhecimentos matemáticos básicos, como a aritmética. Talvez porque, institucionalmente, currículos e métodos pedagógicos contribuam para uma concepção matemática voltada mais para os procedimentos do que para os entendimentos conceituais, gerando uma compreensão

[1] Universidade do Estado do Rio de Janeiro • Rio de Janeiro, Rio de Janeiro — Brasil • ✉ gouvea.fabio@posgraduacao.uerj.br • ORCID https://orcid.org/0000-0003-3050-4544
[2] Universidade do Estado do Rio de Janeiro • Rio de Janeiro, Rio de Janeiro — Brasil • ✉ fabio.menezes.silva@uerj.br • ORCID https://orcid.org/0000-0003-3721-8014
[3] Universidade do Estado do Rio de Janeiro • Rio de Janeiro, Rio de Janeiro — Brasil • ✉ ppetito@uerj.br • ORCID https://orcid.org/0000-0001-5866-8431

limitada. Aparentemente, o que é oferecido é um contato com a matemática pautado e restrito a exemplos e exercícios (Humphreys & Parker, 2019), o que entendemos reforçar a crença de que o sucesso nessa disciplina depende apenas da memorização e da repetição de aplicação de métodos, em detrimento da compreensão e atribuição de significado às situações e, principalmente, das operações matemáticas (Boaler, 2018).

No sentido oposto a essa crença, nos propusemos a observar as possibilidades de apropriação de conceitos matemáticos a partir dos entendimentos para chegar aos procedimentos, e não ao contrário. Neste trabalho, investigamos a construção de conhecimento acerca de diferentes propriedades aritméticas e do próprio senso numérico por alunos do 6º ano do Ensino Fundamental, através de atividades envolvendo potenciação e radiciação. Queremos saber: "Como uma abordagem diferente da tríade tradicional, com a ordem definição (teoremas)-exemplo-exercício, que busca atrelar significados aos procedimentos aritméticos, afeta a noção conceitual sobre as operações de potenciação e radiciação?"

As atividades escolhidas se sustentam em uma abordagem de ensino-aprendizagem, que se insere no escopo de uma abordagem problematizada (Menezes & Quintaneiro, 2023), que se propõe a questionar estruturas matemáticas pré-definidas, aliada ao que Ponte (2003) define como explorações, um tipo de tarefa dentro de atividades de ensino-aprendizagem matemática. Para analisar a produção de dados advindos dessas atividades, no que tange à resposta para nossa questão de pesquisa, construímos uma lente analítica que faz dialogar a noção de *matemática problematizada* (Menezes & Quintaneiro, 2023) – abordando a (não) relação, no ensino de matemática, entre a matemática hoje estabelecida e seus processos de produção, destacando seus efeitos – com noções sobre mentalidades matemáticas de crescimento de Boaler (2018) e outros autores que se alinham à construção de significados matemáticos como sendo essenciais para a experiência estudantil.

A realização desta pesquisa ocorreu em uma escola pública do município de Cachoeiras de Macacu. Dados os assuntos que são objetos de pesquisa, ela foi desenvolvida em uma turma de 6º ano que conta com 14 alunos, sendo 11 deles com idade considerada regular e cursando o 6º ano pela primeira vez. Essa escolha se deve também ao fato de que o pesquisador e primeiro autor deste texto é o professor de matemática desta turma.

Destacamos que este texto resulta de uma ação de investigação da prática docente, servindo como uma aplicação piloto das atividades planejadas para a pesquisa de mestrado no PROFMAT[4] do primeiro autor – ainda em desenvolvimento –, orientado pelos segundo e terceiro autores. Isso porque entendemos que transformar um *lócus* de trabalho docente em ambiente investigativo, como preconizam as pesquisas de Cochran-Smith e Lytle (1999a, 1999b), permite que docentes possam teorizar enquanto constroem suas práticas no trabalho, considerando questões socioculturais e institucionais, desenvolvendo o que é caracterizado por essas pesquisadoras como *investigação enquanto postura* (Cochran-Smith & Lytle, 2009) docente. Damos prosseguimento a esta comunicação de pesquisa apresentando a discussão teórica que nos serviu de referencial analítico; depois, descrevemos as atividades com as respostas que apoiaram nossas análises e, por fim, tecemos nossas considerações.

2 Referencial Teórico

Boaler (2018) defende a ideia de que, com a abordagem pedagógica adequada e a comunicação de mensagens encorajadoras e positivas, todos os alunos têm a capacidade de obter sucesso em matemática. Segundo ela, o potencial para alcançar níveis elevados de

[4] Programa de Mestrado Profissional em Matemática do Ministério da Educação do Brasil.

desempenho acadêmico não é limitado por fatores inatos, mas pode ser desenvolvido por meio de estratégias de ensino inclusivas e motivadoras. Coisas que o método tradicional de ensino, pautado apenas na transmissão de conteúdos e na passividade discente, tem se mostrado contrário.

Para a autora citada no parágrafo anterior, muitos dos traumas que as pessoas enfrentam com a matemática estão enraizados em uma abordagem procedimental tradicional, que enfatiza a memorização de regras e a aplicação mecânica de métodos. Ela ressalta que uma abordagem rígida e focada em respostas corretas ou erradas pode gerar ansiedade e frustração, pois os alunos não são incentivados a entender profundamente os conceitos nem a explorar diferentes estratégias de resolução.

Diante disso, o que se propõe em seu trabalho (Boaler, 2018) é que a matemática transcende a mera memorização de fatos e métodos, sendo, na verdade, um campo conceitual. Ela destaca que o desenvolvimento de uma mentalidade matemática implica uma abordagem dinâmica, na qual os alunos são protagonistas ativos na busca por compreensão e significado dentro do conhecimento matemático. Tal abordagem também implica uma concepção de produção matemática como algo que envolve exploração, investigação, criatividade, exercício de conjecturar e justificar, em vez de apenas encontrar um resultado correto.

O papel da abordagem de ensino é, assim, essencial para que haja mudança de uma mentalidade fixa para uma mentalidade de crescimento. Isso porque

> [...] todas as pessoas têm uma mentalidade, uma crença essencial sobre seu modo de aprender (Dweck, 2006b). As pessoas com mentalidade de crescimento são aquelas que acreditam que a inteligência aumenta com trabalho árduo, ao passo que aquelas com mentalidade fixa acreditam que você pode aprender coisas, mas não pode mudar seu nível básico de inteligência. As mentalidades têm importância crítica porque pesquisas demonstram que elas levam a comportamentos de aprendizagem diferentes, os quais por sua vez, criam diferentes resultados de aprendizagens para os alunos (Boaler, 2018, p. 12).

Para desenvolver uma mentalidade de crescimento, as pesquisas da autora supracitada recomendam utilizar problemas abertos, que permitam diferentes métodos, abordagens e representações; incorporar oportunidades de exploração e investigação; formular o problema antes de ensinar o método; introduzir elementos visuais e questionar os alunos sobre suas perspectivas em relação à matemática. Outros autores, como Humphreys e Parker (2019), também corroboram essa recomendação, entendendo que ela transforma os papéis dos alunos nas aulas de matemática. Espera-se que os alunos testem novas ideias, entendendo os erros como uma parte natural do processo; suas respostas erradas são vistas como oportunidades de aprendizado e não como falhas que afetem sua autoestima matemática. Assim, a resposta final deixa de ser o aspecto mais importante, dando lugar ao valor do processo de pensamento e descoberta.

Compreendemos que a aprendizagem ocorre pela natureza das atividades realizadas e pela reflexão sobre elas. Dessa forma, entendemos que a busca pelos significados matemáticos, em oposição à aceitação passiva dos procedimentos algorítmicos, influencia a percepção de mundo que os alunos constroem. Por exemplo, pode-se entender que não questionar é o comportamento esperado, ou, ao contrário, que é necessário questionar e problematizar as coisas em prol do conhecimento e da ciência.

Exatamente nessa última perspectiva, nos deparamos com a *matemática problematizada* (Menezes & Quintaneiro, 2023). Trata-se de um olhar sobre a matemática e seu ensino que a considera desde seus processos de produção, passando pelas abordagens de ensino e seus possíveis efeitos sociais. Esse olhar desnaturaliza ideias matemáticas prontas e pré-definidas, que são abordadas numa *perspectiva da ordem da estrutura*, propondo tensionar essa estrutura matemática hegemônica numa *perspectiva da ordem da invenção*. Resumidamente, essas *ordens* são assim entendidas:

> No que concerne uma discussão epistêmica sobre a própria matemática, a *perspectiva da ordem de invenção* se opõe à *perspectiva da ordem da estrutura*. A segunda vertente em como pano de fundo a ideia de matemática como corpo de conhecimento sistematizado, tendo sua relevância nas ideias já organizadas, na estrutura. Assim, na perspectiva da ordem da estrutura, a matemática é um corpo de conhecimento organizado a partir de axiomas, definições e teoremas. Na perspectiva da ordem da invenção, a matemática reside no inacabamento, não começa nos axiomas e se encerra nos teoremas, mas reside nos seus processos de produção (Menezes & Quintaneiro, 2023, pp. 65-66).

Nessa ordem da invenção contida na matemática problematizada, a palavra *problema* deve ser encarada não conforme os sentidos negativos que normalmente atribuímos ao termo, mas como algo que fomenta a investigação e a exploração.

> [...] o problema existe em si, prescindindo de uma solução para ganhar materialidade como problema. Isto é, um problema não é uma falta que virá a ser superada pelo conhecimento da solução preexistente, mas sim uma invenção, uma novidade, um vir-a-ser que cria algo que nunca existiu. Deleuze se apoia na obra de Henri Bergson para considerar o campo dos problemas como autônomo em relação ao campo das soluções. Ou seja, um problema pode ter uma carga de verdade em si mesmo, independentemente de receber uma solução e de ela ser correta. Uma consequência importante dessa autonomia dos problemas é o surgimento de uma perspectiva segundo a qual o fato de um problema permanecer sem solução não desqualifica sua existência como problema. [...] é o problema que engendra suas possíveis soluções (Giraldo & Roque, 2021, pp. 12-13).

De fato, a ideia de matemática problematizada que Menezes e Quintaneiro (2023) nos fornecem é uma sistematização das dimensões científica, pedagógica e social da matemática, com a ideia de problema servindo como o motor que impulsiona a produção de conhecimento matemático. A dimensão científica se refere ao aspecto epistemológico da produção matemática, enraizada nos processos históricos da própria matemática; a dimensão pedagógica destaca o conteúdo voltado para o ensino, mobilizado nas práticas ou nas discussões sobre a prática; e a dimensão social questiona quais afetos, sentimentos ou percepções de mundo podem estar sendo produzidos. Neste estudo, nos interessamos mais particularmente pela dimensão pedagógica, embora reconheçamos a impossibilidade de estabelecer fronteiras claras entre as dimensões, conforme os próprios autores destacam em seu trabalho.

Em termos de ensino, busca-se problematizar (questionar) porque, por exemplo, uma definição é de determinada maneira e não de outra ou porque um procedimento se faz daquele jeito e não de outro. Ou ainda, que significados estão atrelados a eles. É, assim, um olhar que considera as abordagens de ensino como fundamentais para a construção de sentidos de mundo e, por entendermos que essa ideia dialoga com o desenvolvimento de uma mentalidade de crescimento, decidimos incorporá-la à nossa lente analítica. Veja a noção sobre os erros, por exemplo,

> [...] no campo da Educação Matemática, nas décadas recentes, têm-se verificado contribuições importantes de perspectivas teóricas que deslocam o papel do "erro" no ensino como sinal de deficiência em direção a um aspecto inerente e constituinte dos processos de aprendizagem (e.g. Cury, 2007). Consideramos que um olhar da perspectiva de matemática problematizada pode contribuir com outras visões sobre esses debates no campo da Educação Matemática (Giraldo & Roque, 2021, p. 16).

Isto é, mesmo erros ou lacunas de entendimentos são vistos como aspectos da aprendizagem, como no caso de Boaler (2018) e Humphreys e Parker (2019) sobre a mentalidade de crescimento. A matemática problematizada também converge com as ideias desses autores ao destacar, em sua dimensão social, os potenciais efeitos das abordagens de ensino, que influenciam tanto os alunos quanto os professores. Com base nesse diálogo teórico, desenvolvemos nossa atividade-piloto, objeto de pesquisa, que será apresentada na próxima seção, juntamente com nossas análises. Buscamos um método que não contradissesse essa discussão teórica e que, ao mesmo tempo, fosse viável para aplicação em uma sala de aula regular, considerando as restrições institucionais existentes.

3 Produção e análise de dados

Fica clara para nós a importância da autoestima de alunos – e professores – no processo de aprendizagem e que uma abordagem flexível da matemática – dando conta das exigências institucionais e teóricas – é capaz de desenvolver um conhecimento matemático sólido, bem como uma base para aprendizagens futuras. Nesse sentido, escolhemos olhar para as definições de tarefas (Ponte, 2003) como opção metodológica de produção de dados, sabendo que:

> Certas tarefas são indicadas para algumas turmas, outras tarefas poderão servir para outras turmas. Certas tarefas poderão ser mais indicadas para certos momentos, outras para outros. Normalmente, o professor não deverá propor sempre o mesmo tipo de tarefa nem deve proceder sempre da mesma maneira na sala de aula. Pelo contrário, deve escolher as tarefas e agir em função dos acontecimentos e da resposta dos alunos. Uma boa estratégia envolve usualmente diferentes tipos de tarefas e, por isso, um dos problemas do professor é encontrar a "mistura ideal" de tarefas adequadas aos seus alunos (p. 1).

O autor do asserto acima define, ainda naquele trabalho, quatro tipos de tarefas nas quais devemos estar atentos quanto às suas intencionalidades: Exercícios, Problemas, Investigações e Explorações. Para ele, essas definições são situadas da seguinte forma:

- Exercício é uma tarefa fácil com resposta única, uma tarefa fechada;

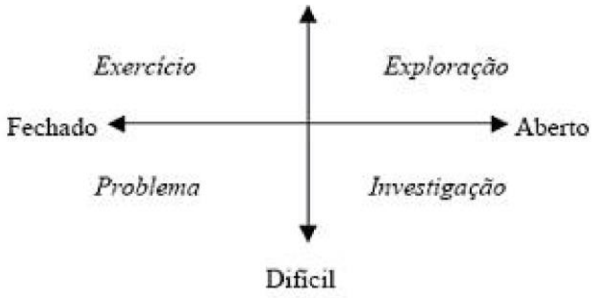
- Problema (que não é no sentido da matemática problematizada) é uma tarefa também fechada, mas que requer algum esforço cognitivo maior. Ou seja, apresenta uma elevada dificuldade;

- Investigação já é uma tarefa aberta, que não pressupõe uma resposta única ou, até mesmo, pode pressupor a inexistência de uma resposta e requer um grande esforço cognitivo;

- Exploração difere da investigação no grau de dificuldade. Se os alunos puderem acessar a tarefa aberta sem muito esforço, podemos chamá-la de exploração.

A figura abaixo ajuda a posicionar essas interpretações:

Figura 1: Relação entre as tarefas



Fonte: Ponte (2003, p. 4)

Propusemos uma atividade em busca do que Ponte (2003, p. 1) chama de uma "mistura ideal" de tarefas, adequadas aos sujeitos de pesquisa escolhidos – uma turma de 6º ano. Assim, nosso plano de intervenção, utilizando conceitos de potenciação e radiciação, consistiu em uma sucessão de tarefas desenvolvidas ao longo de dois encontros pelo professor-pesquisador – primeiro autor deste artigo –, cada um com três aulas de cinquenta minutos.

Olharemos de forma qualitativa (Bogdan & Biklen, 2007) para os dados produzidos, devido à nossa convicção de que, em pesquisas em educação matemática a metodologia utilizada deve estar alinhada com as visões de educação e conhecimento mantidas pelo pesquisador, incluindo suas concepções sobre Matemática e Educação Matemática (Araújo & Borba, 2020). Consideramos mais coerente buscar nossas respostas dessa forma do que por meio da aplicação de testes quantitativos, que tendem a revelar lacunas no conhecimento. Além disso, reconhecemos que, em pesquisas qualitativas, a verdade resultante é socialmente construída e não pode ser dissociada do contexto em que está inserida.

Nesse sentido, no primeiro dia, foi apresentado aos alunos o conceito de potenciação, com um convite do professor para que construíssem, juntos, algumas potências de números elevados a 2. A intenção neste momento era utilizar uma abordagem dentro de uma estrutura tradicional, para então estabelecer gradativamente uma mudança de abordagem cuidadosa que não causasse estranheza aos educandos, pois problematizar e fazer questionamentos não era uma prática comum nas aulas de matemática, sendo necessário um processo de familiarização. Dando continuidade, ao revelar que tal potência se lia "elevado ao quadrado", o professor questionou se alguém desconfiava do porquê dessa leitura. Rapidamente, muitos conseguiram relacionar a construção de um quadrado com o resultado. Vimos aqui que a tarefa se apresentou como um exercício (Ponte, 2003) e se desenvolveu com a problematização do significado (Menezes & Quintaneiro, 2023) atrelado à palavra "quadrado" quando há uma potência de 2.

Continuando a atividade, foram construídas as potências 0^2 até 10^2, em formato de coluna, depois outras colunas com as potências de 10^2 até 20^2 e de 20^2 até 30^2, com o professor aguardando um tempo para que os alunos observassem os resultados (Tabela 1). Após a confecção da tabela, foi concedido um tempo adicional para que os alunos analisassem os resultados. Foi solicitado que registrassem em seus cadernos qualquer padrão intrigante, curioso ou de alguma forma interessante que tivesse chamado a atenção na tabela.

Tabela 1: Potências

$0^2 = 0 * 0 = 0$	$10^2 = 10 * 10 = 100$	$20^2 = 20 * 20 = 400$
$1^2 = 1 * 1 = 1$	$11^2 = 11 * 11 = 121$	$21^2 = 21 * 21 = 441$
$2^2 = 2 * 2 = 4$	$12^2 = 12 * 12 = 144$	$22^2 = 22 * 22 = 484$
$3^2 = 3 * 3 = 9$	$13^2 = 13 * 13 = 169$	$23^2 = 23 * 23 = 529$
$4^2 = 4 * 4 = 16$	$14^2 = 14 * 14 = 196$	$24^2 = 24 * 24 = 576$
$5^2 = 5 * 5 = 25$	$15^2 = 15 * 15 = 125$	$25^2 = 25 * 25 = 625$
$6^2 = 6 * 6 = 36$	$16^2 = 16 * 16 = 256$	$26^2 = 26 * 26 = 676$
$7^2 = 7 * 7 = 49$	$17^2 = 17 * 17 = 289$	$27^2 = 27 * 27 = 729$
$8^2 = 8 * 8 = 64$	$18^2 = 18 * 18 = 324$	$28^2 = 28 * 28 = 784$
$9^2 = 9 * 9 = 81$	$19^2 = 19 * 19 = 361$	$29^2 = 29 * 29 = 841$
$10^2 = 10 * 10 = 100$	$20^2 = 20 * 20 = 400$	$30^2 = 30 * 30 = 900$

Fonte: Elaborado pelo autor, 2024.

Neste ponto, a tarefa ganhou um caráter exploratório (Ponte, 2003) e as respostas dos alunos indicaram como a diversidade de olhares produz e colabora para a produção matemática, fornecendo a noção de uma construção social sobre as estruturas matemáticas (Menezes & Quintaneiro, 2023). Nomeamos os alunos aqui também como estudantes – já que estão, ativamente, estudando e produzindo práticas matemáticas –, identificando-os como E1, E2, ... E14, e transcrevemos algumas falas que consideramos importantes para nossas análises, em cada momento da atividade. Veja as respostas sobre as curiosidades que visualizaram na tabela:

> **E1:** *Os últimos números se repetem. E não mudam os últimos números, mesmo sendo números diferentes a conta dá o mesmo.*
>
> **E2:** *Alguns números da tabela se repetem. O 2 (expoente) está em todas as contas?*
>
> **E4:** *O que me chamou atenção foi que os números estão se repetindo. É o mesmo número em todas as tabelas na última casa.*
>
> **E6:** *O que me chamou atenção é que o número não muda a ordem.*
>
> **E9:** *Todos os números terminam em 0, 1, 4, 5, 6 e 9.*
>
> **E11:** *Que continuam na mesma ordem. Que os números pares terminam em número par. Que os números ímpares terminam em número ímpar. E, olha! Depois do 10 os números são acima de 100. Que os números estão terminando sempre em 1, 4, 5, 6 e 9.*

De acordo com as transcrições, os alunos fizeram observações que se complementavam na busca por padrões possíveis. Alguns concentraram-se nos últimos algarismos das potências, enquanto outros consideraram o padrão de ordenamento. Um estudante em particular, identificado como E11, aproveitou a discussão em sala para aprofundar suas observações sobre a paridade. Ele expressou certa surpresa ao perceber que as potências rapidamente ultrapassavam a ordem das centenas. Este aspecto chamou nossa atenção, pois a maioria dos alunos estava focada em encontrar uma única resposta, refletindo a noção comum de que existe apenas uma resposta correta em matemática. Nesse contexto, entendemos que uma mentalidade de crescimento começou a ser revelada (Boaler, 2018; Humphreys & Parker, 2019), visto que enfrentaram um inicial medo de errar e começaram a relatar suas percepções e conjecturas.

Além disso, durante a exposição e discussão das contribuições feitas pelos estudantes, houve a oportunidade de refletir e valorizar cada uma delas. Note que o estudante E2, por exemplo, fez uma observação que expressava uma conjectura sobre a escrita da potência de grau dois. Essa conjectura já parecia ser entendida pelo professor e pelos colegas, mas foi necessário esse relato explícito para consolidar o entendimento da própria escrita da potenciação. Esta contribuição também nos levou a problematizar o ato docente, repensamos que tipo de falas não foram entendidas durante a atividade e levaram à necessidade daquela afirmação. Observamos ainda que o estudante E2, assim como alguns outros que não transcrevemos as falas aqui, ao conseguir reforçar a associação do expoente natural com o número de vezes que a base deve "aparecer" multiplicando, se sentiu compelido a continuar a participar, mesmo com falas que possam nos parecer óbvias.

Esta situação configurou a percepção sobre os padrões da potência de grau 2 como um problema que permitiu a discussão e a produção matemática em torno do conceito estudado, e não apenas como algo a ser resolvido, que ao final deixa de ter importância para a continuidade dos estudos matemáticos (Giraldo & Roque, 2021). Além disso, indica que uma abordagem que inclui a reflexão sobre a docência nos revela a dimensão social da matemática problematizada (Menezes & Quintaneiro, 2023), evidenciando o sentimento de que os estudantes são capazes de produzir matemática.

Neste momento da pesquisa em campo, queríamos problematizar o surgimento de definições e estruturas matemáticas como resultado de discussões como a apresentada. É importante destacar que esta foi a primeira experiência desta turma com uma atividade de matemática que promoveu exploração e problematização de forma intencional para fins de pesquisa. O professor-pesquisador decidiu, portanto, não pressionar os alunos a aprofundarem suas contribuições, uma vez que todos — incluindo o professor — estavam há muito tempo imersos em uma cultura de abordagem tradicional do ensino. Além disso, os alunos pareciam satisfeitos com a apresentação de suas observações sobre a atividade proposta. Essa decisão de não continuar questionando os alunos foi uma reflexão sobre os estudos de Boaler (2018), entendendo que, naquele momento, instigar os educandos a ampliarem suas respostas poderia gerar irritação e desinteresse pela nova abordagem.

Neste sentido, a decisão do professor-pesquisador de aceitar as observações individuais da maioria dos alunos está alinhada com as ideias de Boaler (2018) e Humphreys e Parker (2019), que enfatizam a importância da autoestima dos alunos e da manutenção de comunicações encorajadoras e positivas por parte dos professores no processo de aprendizagem, auxiliando na promoção de uma mentalidade matemática de crescimento. No entanto, todos os aspectos matemáticos destacados pelos alunos foram discutidos e problematizados em sala durante o mesmo encontro, já visando a atividade que relaciona potência e raiz. Foi crucial que os alunos percebessem a repetição dos últimos algarismos das potências e a existência de uma ordem. Caso esses padrões não fossem observados, a alternativa seria que o professor-pesquisador encontrasse maneiras de questionar os alunos para conduzi-los a tais observações, uma vez que esses fatos são essenciais para o estudo das raízes quadradas.

No segundo encontro desta atividade voltada à pesquisa, os estudantes exploraram o conceito de radiciação, com foco nas raízes quadradas. Questionados pelo professor-pesquisador sobre o motivo pelo qual esse conceito tem esse nome e como poderíamos formular uma definição, os alunos novamente relacionaram isso à formação de um quadrado e à ideia de que raiz remete à origem das coisas. Logo em seguida, surgiu em sala a ideia de realizar o processo inverso de elevar ao quadrado, o que foi importante para revisitar a tabela construída no encontro anterior. Nesse momento, foi oportuno enfatizar para a turma que uma raiz quadrada é considerada exata quando resulta em um número inteiro; caso contrário, é chamada de não exata, embora ainda seja um número[5].

Dentro desse contexto, apresentamos nossos questionamentos de forma escalonada, isto é, a próxima pergunta era feita somente após a resposta à questão anterior. Assim, debatemos alternativas para descobrir quais seriam as raízes quadradas de alguns números com a seguinte tarefa:

1- O que é a raiz quadrada de um número para você? Explique com suas palavras.

2- $\sqrt{5329}$

a) *Será que essa raiz pode ter um número inteiro como resposta? Isto é, pode ser exata? Explique a análise que você fez para chegar a essa conclusão.*

b) *Quais números naturais são candidatos a serem a raiz quadrada de 5329? Explique como chegou a esses números.*

c) *Dentre as opções que você determinou para uma possível raiz de 5329, foi preciso conferir todas? Explique o que fez e por que fez.*

d) *Escreva um pequeno texto contendo todas as informações expostas nas letras A, B e C, e também informando qual é a raiz quadrada de 5329. A ideia é que esse texto seja uma explicação completa do que você fez para chegar ao resultado.*

Na segunda etapa de observação, notou-se que o receio de participar e responder aos questionamentos diminuiu em comparação ao primeiro encontro. As respostas tornaram-se mais espontâneas e demonstraram um maior interesse em participar ativamente. Compreendemos que, conforme defendem Boaler (2018) e Humphreys e Parker (2019), o primeiro contato teve um impacto positivo na autoestima dos estudantes, o que refletiu na diminuição da inibição e no aumento de contribuições. A seguir, apresentamos as argumentações dos estudantes referentes à segunda atividade. Para o primeiro questionamento, destacamos as seguintes respostas:

> **E1:** *É um número multiplicado por ele mesmo.*
>
> **E2:** *A raiz quadrada de um número é um número que, quando multiplicado por si mesmo, resulta no número original.*
>
> **E4:** *É um tipo de operação matemática, assim como a adição, multiplicação, entre outras. Ela é a operação inversa da potência de dois.*

---

[5] Particularmente, preferimos nos referir às respostas de raízes quadradas como sendo inteiras ou não-inteiras, mas estamos respeitando o material institucional da escola nesta atividade e chamando de exata e não-exata.

> **E5:** *É um número que multiplicado por ele mesmo dá um número.*
>
> **E12:** *A raiz quadrada de um número é o número que multiplicado por ele mesmo dá aquele primeiro número.*

Ao apresentarem suas concepções, os educandos são levados à reflexão e à exploração de ideias que auxiliam na compreensão e na aquisição de significado dentro da matemática (Boaler, 2018). Reparamos que uma ideia procedimental ainda permanece bem forte em relação aos conceitos matemáticos e de forma similar nas respostas. Cada um contribuiu da melhor forma possível, alguns com mais detalhes operacionais, outros omitindo certos aspectos. Na verdade, em nossa análise, seria preciso verificar em prática o que cada explicação dessa teria gerado de compreensão. Por exemplo, E4 parece ter percebido a relação entre potência e raiz com o expoente e o índice, respectivamente, o que provavelmente facilitará sua compreensão de conceitos como raízes cúbicas, quartas e assim por diante. Em seguida, foi sugerido que respondessem às questões relacionadas ao número $\sqrt{5329}$ e expandissem seus pensamentos para generalizar sobre raízes quadradas.

Como Boaler (2018) sugere, na busca de desenvolver uma mentalidade de crescimento, tentamos transformar os exercícios procedimentais em problemas abertos, proporcionando aos alunos a oportunidade de praticar a percepção, o raciocínio e a criatividade nessa fase da proposta, tornando-a uma tarefa de exploração (Ponte, 2003). Nossos questionamentos visaram não apenas observar como usavam seus procedimentos, mas também direcioná-los a um registro ao final da atividade para que pudéssemos promover problematizações. Sendo assim, para os questionamentos *a)* até *d)* obtivemos algumas respostas que podem ser resumidas nas que apresentamos a seguir:

> **E5:** *Sim, porque o 9 tem raiz. 3 ou 7, porque eles terminam em 9. Eu fiz 73×73 e deu certo.*
>
> **E7:** *Acho que não, pois é um número ímpar que consegui encontrar. Os números 71, 72, 73, 74, 75, 76, 77, 78 e 79 são candidatos, pois a raiz quadrada de 5329 está entre os valores de* $70^2 = 4900$ *e* $80^2 = 6400$. *Não foi necessário conferir todos os números elevados ao quadrado, fiz* $71^2 = 5041, 72^2 = 5184, 73^2 = 5329$, *portanto a raiz quadrada de 5329 é 73.*
>
> **E9:** *Sim, porque o número tem raiz, que é 73×73=5329. 7 e 3, 7×7=49 e 3×3=9, então números terminados em 9. Não foi necessário fazer todos os números elevados ao quadrado:* $71^2 = 5041, 72^2 = 5184, 73^2 = 5329$. *Então a raiz é 73.*
>
> **E11:** *Primeiro, pode ter raiz pois o número termina com 9. Depois fui investigar a tabela de potências e achei os números 77 e 73 como sendo um dos dois a raiz exata de 5329. A raiz exata é 73 e não precisei fazer as duas, eu analisei qual estava mais perto.*
>
> **E12:** *sim, porque ela termina com 9. É o número 3. Não foi necessário conferir todos, primeiro conferi 75×75 e deu depois, aí conferi 73×73 e deu 5329.*

Repare que há uma convergência sobre a possibilidade de 5329 ter raiz quadrada exata pelo fato de terminar em 9. A exceção foi o estudante E7, que associou o problema à paridade, o que novamente abriu a possibilidade de considerar o erro como algo produtivo para a construção matemática (Giraldo & Roque, 2021), com o professor questionando se o fato de o número ser par ou ímpar influencia a existência da raiz quadrada inteira. Observe que o mesmo estudante demonstrou um senso numérico, em termos de ordem de grandeza, ao destacar que o número deveria estar entre 70 e 80 e isso foi importante para a discussão coletiva. Outro aluno, E11, também colaborou com as discussões matemáticas em busca de um padrão possível, ao fazer uma estimativa e escolher uma resposta que estava mais próxima, mesmo sem confirmar se seria realmente correta. Em nossas análises tivemos o cuidado de considerar as condições de argumentação que um aluno tem desenvolvido em um 6º ano de escolaridade, buscando entender o significado por trás de suas respostas lacônicas.

Outro aspecto relevante foi que, a partir da busca por padrões de números com raízes quadradas inteiras, os alunos adotaram diferentes estratégias para descobrir informações sobre o número em questão. Veja que E5, E9, E11 e E12 recorreram às multiplicações de números iguais nas quais o algarismo da unidade seria 9, mesmo que respondidos implicitamente como nos casos de E5, E11 e E12. O que nos ficou evidente no desenvolvimento da atividade é que as estratégias utilizadas pelos alunos para resolver o problema foram mais interessantes do que a própria resposta, conforme alertado por Ponte, Brocardo e Oliveira (2020). Ao longo das tarefas os alunos exploraram e utilizaram propriedades da multiplicação, da ordenação, da potenciação e da radiciação. Além disso, percebemos a possibilidade de desenvolver noções de intervalos, visto que, de forma natural, eles estimaram um valor entre dois outros, sem que tivessem sido apresentados formalmente ao conceito. Situações assim são desejáveis dentro de uma abordagem problematizada.

Essa abordagem convidativa à participação, ao questionamento – pressupostos da matemática problematizada (Menezes & Quintaneiro, 2023) – e à exploração (Ponte, 2003) parece ter incentivado maior engajamento na construção do conhecimento matemático e corroborar com o desenvolvimento de uma mentalidade de crescimento (Boaler, 2018). Com base nessa fase inicial da pesquisa, ainda em andamento, apresentaremos nossas considerações na próxima seção.

3 Considerações

Lembramos que neste trabalho, nosso objetivo foi observar a construção e a apropriação de diferentes propriedades aritméticas e de senso numérico por alunos do 6º ano do Ensino Fundamental, por meio de atividades focadas em potenciação e radiciação, mas com uma abordagem que fugisse do tradicional. Evitamos a tríade tradicional de exposição de conteúdos que considera a ordem definição-exemplo-exercício, onde o professor transmite conhecimento apenas de forma unidirecional professor-aluno. Em vez disso, adotamos uma postura problematizadora inspirada nas ideias da matemática problematizada, desenvolvendo tarefas que compuseram a atividade objeto desta investigação.

Inicialmente, notamos que os alunos demonstraram algum receio durante o primeiro encontro com a atividade. No entanto, ao compararmos a participação deles na primeira e na segunda atividade, observamos uma transformação significativa, com contribuições mais elaboradas, além de uma coragem maior para se colocarem vulneráveis aos possíveis erros e, ainda assim, continuarem a participar. Parece que compreenderam que, nesse tipo de tarefa, não basta apenas apresentar uma resposta para um problema; o mais importante é tentar descrever o processo de pensamento que os leva às respostas, ou seja, o processo de produção matemática. Isso inclui análises, suposições, hipóteses, refutações e resultados. Para nós, essa mudança claramente os envolveu de forma ativa no processo de construção do conhecimento durante as aulas.

Durante a busca pela raiz quadrada de determinados números, os estudantes utilizaram propriedades da multiplicação, como a monotonicidade, percebendo a manutenção do ordenamento. Além disso, percebemos o desenvolvimento da noção de intervalo, pois, sem dispor de um método procedimental direto para calcular a raiz quadrada desejada, os estudantes se aproximaram da resposta de maneira lógica, reduzindo gradualmente o intervalo. Eles também começaram a compreender as relações íntimas entre os conceitos de potenciação e radiciação, como evidenciado em alguns trechos ao longo deste estudo. Houve ainda observações sobre as propriedades aritméticas de paridade, um assunto que abre possibilidades para uma generalização de números pares, ímpares e múltiplos, os quais poderiam ser explorados em investigações futuras.

Ademais, acreditamos que esta pesquisa indica que uma abordagem problematizada abre possibilidades de produção matemática que não podemos prever inicialmente, mas que são bastante significativas dentro do conhecimento matemático. Por exemplo, a condução da atividade poderia ser ampliada para introduzir o conceito de função, se incluíssemos questões como: “E se o expoente aumentar (ou diminuir) e a base diminuir (ou aumentar), o que acontece com o resultado?”, deixando as respostas guiarem o entendimento das relações entre valores variáveis. Na verdade, essa aparente imprevisibilidade deve fazer parte do planejamento docente, pois percebemos que essa abordagem promoveu uma valorização da contribuição do aluno, com efeitos notórios na autoestima durante a aprendizagem, encorajando-o à participação e contribuindo para o desenvolvimento de uma mentalidade de crescimento. Por isso, convidamos colegas professores e pesquisadores a experimentá-la, a fim de trazer mais dados sobre os efeitos sociais de sua adoção intencional

Motivados por todo o desenvolvimento da atividade, podemos afirmar, conforme Menezes e Quintaneiro (2023), que envolver os alunos em uma prática de matemática problematizada é altamente benéfico. Nesse tipo de atividade, os alunos têm a oportunidade de observar e descobrir propriedades, construir significados e contribuir para a compreensão de um conceito matemático. Esses aspectos permitem inferir importantes efeitos sociais, como novas formas de participação em sala de aula e a possibilidade de produzir novos sentidos de mundo a partir da prática da problematização. Trata-se de uma oportunidade para uma experiência matemática orientada pela ordem da invenção, na qual a estrutura e as definições são a última coisa a ser efetivamente consolidadas.

Em suma, experimentamos na prática uma abordagem de matemática problematizada, observando que o protagonismo no processo de ensino-aprendizagem flutua entre professores e estudantes. A mediação intencional do professor dentro dessa proposta permitiu que os estudantes fizessem suas próprias observações, escolhessem caminhos e questionassem aspectos que consideraram relevantes para a resolução do problema. Diante disso, estamos cada vez mais convencidos de que uma abordagem problematizada de ensino não apenas constrói conceitos de maneiras diversas, mas também nos convida a refletir sobre as concepções de matemática e suas definições estruturais, influenciando a importância e os sentidos atribuídos às diversas formas de participação no mundo.

Referências

Araújo, J. & Borba, M. (2020). Construindo pesquisas coletivamente em Educação Matemática. In: M. Borba & J. Araújo (Orgs.). *Pesquisa qualitativa em Educação Matemática*. (6. ed., pp.31-52). Belo Horizonte, MG: Autêntica.

Boaler, J. (2018). *Mentalidades matemáticas*: *estimulando o potencial dos estudantes por meio da matemática criativa, das mensagens inspiradoras e do ensino inovador.* Porto Alegre, RS: Penso.

Bogdan, R.C. and Biklen, S.K. (2007) *Qualitative Research for Education: An Introduction to Theory and Methods.* (5. ed.). Allyn & Bacon, Boston.

Cochran-Smith, M. & Lytle, S. (1999a). The teacher research movement: A decade later.

Educational Researcher, 28 (7), 15-25.

Cochran-Smith, M. & Lytle, S. (1999b). Relationships of knowledge and practice: teacher learning in communities. *Review of Research in Education*, 24, 249-305.

Cochran-Smith, M. & Lytle, S. (2009). Inquiry as stance: Practitioner research for the next generation. Tradução de M. Nader; M. Claus. (5). New York, EUA *Teachers College Press.*

Giraldo, V. & Roque, T. (2021). Por uma Matemática Problematizada: as Ordens de (Re)Invenção. *Perspectivas da Educação Matemática*, 14(35), 1-21.

Humphreys, C. & Parker, R. (2019). *Conversas numéricas*: *estratégias de cálculo mental para uma compreensão profunda da matemática.* Porto Alegre, RS: Penso.

Menezes, F. & Quintaneiro, W. (2023). Problematizando saberes de conteúdo matemático do ensino numa perspectiva política. *Ensino da Matemática em Debate.* 10(2), 58-86.

Ponte, J. P. (2003). À procura da mistura perfeita. In: *LeiriMat 10 textos de conferências e comunicações.* Macieira, Portugal.

Ponte, J. P.; Brocardo, J. & Oliveira, H. (2020). *Investigações matemáticas na sala de aula*. (4. ed.). Belo Horizonte, MG: Autêntica.