

Possibilidades para desenvolver a *matemacia* a partir da Geometria presente em livros didáticos de Matemática

Opportunities to develop mathemacy from the Geometry present in Mathematics textbooks

Douglas Ribeiro Guimarães¹
Rúbia Barcelos Amaral²

Resumo: Como a *matemacia* pode ser desenvolvida a partir da Geometria presente em livros didáticos de Matemática? Essa é a pergunta que orientou a pesquisa que se põe a compartilhar no presente texto, cuja base teórica advém do conceito de *matemacia*, evidenciado no âmbito da Educação Matemática Crítica. Por meio de uma pesquisa qualitativa, de cunho documental, foram analisadas duas coleções do Ensino Médio e identificadas possibilidades para o desenvolvimento de um olhar crítico em relação ao conhecimento geométrico e suas aplicações. No entanto, a dimensão reflexiva sobre esse conhecimento não foi observada nos materiais curriculares perquiridos, fazendo com que o debate em torno da abordagem da Geometria em livros didáticos seja uma preocupação presente no campo da Educação Matemática, em particular, no que se refere ao currículo.

Palavras-chave: Livro didático. Matemacia. Análise documental. Materiais curriculares.

Abstract: How can mathemacy be developed based on the Geometry found in Mathematics textbooks? This is the question that guided the research that is shared in this text, whose theoretical basis comes from the concept of mathemacy, evidenced in the context of Critical Mathematics Education. Through qualitative, documentary research, two High School collections were analyzed and possibilities for developing a critical view of geometric knowledge and its applications were identified. However, the reflective dimension of this knowledge was not observed in the curricular materials surveyed, making the debate around the approach to Geometry in textbooks a concern in the field of Mathematics Education, particularly with regard to the curriculum.

Keywords: Textbook. Mathemacy. Documental analysis. Curriculum materials.

1 Introdução

Este artigo é um recorte de uma pesquisa mais ampla que objetivou compreender como a Educação Matemática Crítica (EMC) permeia duas coleções de livros didáticos do Ensino Médio, no horizonte da Geometria (Guimarães, 2022). Para atender esse objetivo, foram estabelecidas discussões da EMC em relação à democracia e o papel sociopolítico da Educação Matemática, à ideologia da certeza, à *matemacia* e aos ambientes de aprendizagem, sob a perspectiva de Ole Skovsmose. Nesse sentido, o presente texto tem como foco de interesse apresentar discussões relacionadas com a *matemacia* (Skovsmose, 1994, 2001, 2007, 2008, 2014), a partir de um olhar sobre a Geometria em livros didáticos. Portanto, nossa pergunta de pesquisa é: como a *matemacia* pode ser desenvolvida a partir da Geometria presente em livros didáticos de Matemática?

Dentre os recursos disponíveis para o professor planejar e desenvolver suas aulas, um que vem sendo discutido e investigado no campo da Educação é o livro didático. Não apenas

¹ Universidade Estadual Paulista (UNESP) • Rio Claro, SP — Brasil • ✉ douglas.guimaraes@unesp.br • ORCID <https://orcid.org/0000-0003-0024-2096>

² Universidade Estadual Paulista (UNESP) • Rio Claro, SP — Brasil • ✉ rubia.amaral@unesp.br • ORCID <https://orcid.org/0000-0003-0024-2096>

pelo seu papel enquanto ferramenta que impacta a aprendizagem dos alunos, mas também enquanto meio de disseminação de valores e comportamentos (Choppin, 2004; Lajolo, 1996). Além disso, ultrapassando esse entendimento do livro didático como um dos recursos para planejamento e desenvolvimento das aulas, na área da Educação Matemática ganha força a discussão dos materiais curriculares, que além de incluir os livros didáticos, contam com apostilas, materiais produzidos por organizações não governamentais, cadernos de apoio desenvolvidos por secretarias de educação ou editoras, sequências didáticas, cadernos de atividades, entre outros impressos ou digitais (Januario, 2017; Lima, 2017).

Sendo assim, neste texto escolhemos tratar da análise de livros didáticos de Matemática e incluímos sua submissão ao Grupo de Trabalho 03 – Currículo e Educação Matemática pela compreensão de que esses recursos são um exemplo de materiais curriculares, tal como defendem Januario (2017) e Lima (2017) e, dessa forma, promovem impactos no campo educacional, em particular, no ensino e na aprendizagem de Matemática. Por conseguinte, compreendemos que realizar a análise dos livros didáticos não visa apenas apresentar os modos pelos quais autores ou editores abordam seus conteúdos, mas também trazer para os professores possibilidades de reflexões diante dos materiais que rotineiramente utilizam em sala de aula (Gonçalves, 2022).

Também destacamos a relevância de escolher os livros didáticos como foco de investigação devido à sua importância no contexto educacional brasileiro. Quando direcionados aos professores e alunos das escolas públicas, esses materiais passam por um rigoroso processo de seleção, avaliação e distribuição, sob a égide do Programa Nacional do Livro e do Material Didático (PNLD). Anualmente, o PNLD é responsável por fornecer novos materiais e substituir os antigos nas escolas públicas cadastradas (Mazzi, 2018).

Nesse contexto, ao compreender o PNLD como um componente vital das políticas públicas de educação no Brasil, focar a qualidade dos materiais distribuídos por ele emerge como uma área de estudo crucial. Afinal, os livros didáticos são recursos fundamentais presentes nas salas de aula (Lajolo, 1996; Gonçalves, 2022) e operam enquanto um currículo potencialmente realizado (Litoldo, 2021), estando na imbricação das práticas pedagógicas dos professores e as determinações oriundas dos documentos curriculares.

2 Educação Matemática Crítica e *Matemacia*

A EMC já é uma perspectiva da Educação Matemática amplamente divulgada e pesquisada. Um de seus principais pesquisadores é Ole Skovsmose, que tem produzido diversos estudos desde a década de 1970, influenciado pelos movimentos da Educação Crítica, em virtude das insatisfações contra a Guerra do Vietnã, os protestos contrários ao uso da energia atômica, os movimentos feministas e antirracistas, entre outras agendas, além do reconhecimento de Paulo Freire em nível internacional. O livro *Pedagogia do Oprimido*, por exemplo, e esses movimentos que estavam ocorrendo deram início à EMC, em 1975 (Ceolim & Hermann, 2012).

Pelas leituras das obras de Skovsmose (1994, 2001, 2007, 2008, 2014) podemos perceber que a EMC oferece uma gama de oportunidades para pesquisas, práticas e intervenções no campo da Educação Matemática, bem como reflexões sobre essas abordagens, dependendo das questões levantadas e dos conceitos utilizados para fundamentá-las. Neste estudo, a concebemos como uma perspectiva adotada para explorar aspectos relacionados ao ensino e à aprendizagem da Matemática, com um foco em compreender o porquê e para que esses aspectos estão sendo abordados, além de apontar caminhos e alternativas possíveis para as descobertas. De forma particular, assumimos essa perspectiva

em relação ao conhecimento geométrico que é divulgado e abordado pelos livros didáticos de Matemática e utilizamos de forma específica o conceito de *matemacia* para sustentar nossa visão teórica em relação às questões que são levantadas a partir dos dados analisados.

A *matemacia* está presente nas obras de Skovsmose, e é discutida a partir de diferentes expressões, termos e noções, oferecendo um arcabouço teórico rico e diversificado. Em resumo, ela é uma competência a ser desenvolvida pelos estudantes, visando responder ao questionamento: como desenvolver uma competência crítica que possa lidar com o desenvolvimento social e tecnológico atual? Para compreender o contexto dessa pergunta, é necessário observar que para Skovsmose (1994, 2001) a sociedade possui uma base que depende fundamentalmente da tecnologia, o que envolve a tomada de decisões políticas a partir de modelos matemáticos gerenciais, tais como a distribuição de recursos e o acesso às informações. Assim, desenvolver essa competência exige grandes conhecimentos em torno das formas com que uma sociedade opera, bem como das possibilidades de atuação e participação nessa mesma sociedade. Cabe destacar que esses conhecimentos são contextuais e situacionais, ou seja, serão utilizados e mobilizados a partir de ações específicas que os estudantes encontram em suas realidades.

Como forma de tornar claro esses grandes conhecimentos, Skovsmose (1994, 2001) apresenta teorizações que tomam por base três pilares: conhecimento matemático, conhecimento tecnológico e conhecimento reflexivo. O conhecimento matemático abrange uma variedade de competências relacionadas às habilidades matemáticas. Além de oportunizar aos estudantes as formas de pensamento, o uso de teoremas e suas demonstrações, também lhes permite executar e dominar algoritmos para cálculos, utilizar procedimentos e técnicas, e até mesmo descobrir e inventar novas áreas da Matemática.

Por outro lado, o conhecimento tecnológico vai além, referindo-se ao conhecimento matemático *aplicado*, no qual métodos formais são empregados para alcançar objetivos tecnológicos específicos. Esses métodos, conforme explicado por Skovsmose (2001), são discutidos dentro do contexto de sociedades altamente tecnológicas, e incluem uma análise das suas características formais. Além disso, o conhecimento tecnológico também se destaca pela sua capacidade de construir modelos para representar fenômenos do mundo real.

Finalmente, o conhecimento reflexivo representa uma síntese dos dois tipos anteriores de conhecimento, além de oferecer uma análise mais profunda da reflexão inicial. Ele avalia e discute não apenas os objetivos tecnológicos, mas também fornece uma visão aprofundada das suas implicações éticas e sociais (Skovsmose, 1994, 2001).

Diante desse contexto, a inclusão do conhecimento reflexivo à *matemacia* proporcionará uma dimensão crítica, conforme aponta Skovsmose (2001). O autor sugere que, ao invés de apenas receberem informações e instruções passivamente, as pessoas devem ser capazes de criticar, avaliar e compreender, fornecendo assim uma contribuição significativa para as instituições democráticas. Para Skovsmose (2001), essa capacidade implica um entendimento dos princípios básicos que estruturam a sociedade.

Contudo, cabe enfatizar que como a *matemacia* apresenta uma gama de compreensões, essa forma estruturada não deve servir como uma padronização para a formação dos estudantes, mas ressignificada.

[...] Como uma noção idealizada, a *matemacia* também deve incluir reflexões sobre conhecimento (matemático) em ação. Para mim essa concepção é essencial para a educação matemática crítica. Contudo, *não no sentido em que a matemacia se refira a qualquer competência bem definida. Matemacia* inclui a esperança da educação

matemática crítica que faz sentido para tentar encaminhar o paradoxo da razão e para tentar desenvolver um cidadão crítico [...]. (Skovsmose, 2007, p. 243, grifos nossos)

Apenas para exemplificar essa gama de compreensões, trazemos sucintamente as outras formas com que a *matemacia* pode ser discutida. Em Skovsmose (2008) ela aparece enquanto uma competência associada com as noções de confiabilidade e responsabilidade, que visam proporcionar aos estudantes e também ao professor o levantamento de críticas e reflexões sobre a matemática colocada em ação. Já em Skovsmose (2014) a discussão contextual da *matemacia* fica em maior evidência, na qual o autor a posiciona em relação às práticas matemáticas utilizadas em algumas profissões específicas e à aplicação dos conhecimentos matemáticos no dia a dia das pessoas. Em síntese, a *matemacia* não pode ser simplificada em uma única definição, mas deve ser compreendida como uma competência em constante elaboração, influenciada pelo contexto social, político, cultural, ambiental etc., dos indivíduos afetados pela Educação Matemática.

Portanto, ao considerar a *matemacia* nesta pesquisa, estamos contextualizando a possibilidade de ela adquirir diferentes significados. Os termos *conhecimento matemático*, *conhecimento tecnológico* e *conhecimento reflexivo* são considerados relevantes e adequados para a análise dos livros didáticos. Não pretendemos excluir outras interpretações, mas sim oferecer uma abordagem analítica e interpretativa dessa competência nos materiais examinados. É importante destacar que a *matemacia* é uma competência a ser desenvolvida pelos estudantes, estando diretamente ligada ao ambiente da sala de aula, mas também podendo ser aplicada no cotidiano. Por isso, optamos por utilizá-la como uma lente para articular esses conhecimentos, percebendo que eles contribuem para a compreensão das discussões abordadas em obras subsequentes de Skovsmose (2007, 2008, 2014).

3 Metodologia e procedimentos

Partimos dos fundamentos da pesquisa qualitativa (Creswell, 2010), adotando o método de análise documental conforme proposto por Cellard (2012). Segundo este autor, o processo compreende dois momentos distintos: uma análise preliminar dos documentos, que visa entender seus autores, contexto de produção, estilos de escrita, conceitos-chave subjacentes, entre outros aspectos; e a análise propriamente dita dos documentos, que busca interpretações relevantes à luz dos objetivos e das bases teóricas da pesquisa. Como neste texto estamos focando em uma parte do trabalho de Guimarães (2022), optamos por não abordar a fase preliminar de análise, que pode ser consultada na referida pesquisa.

Os materiais analisados são duas coleções de livros didáticos de Matemática para o Ensino Médio, a saber, *Matemática: Ciência e Aplicações* de Iezzi, Dolce, Degenszajn, Périco e Almeida (2016a, 2016b, 2016c) e *Matemática: interação e tecnologia*, de Balestri (2016a, 2016b, 2016c), aprovadas no edital 2018 do PNLD. Esses livros foram escolhidos por serem representativos dos mais distribuídos em 2018 (primeira coleção), e por serem os primeiros em que a autoria participou de algum edital do Ensino Médio (segunda coleção).

Para perquirir esses materiais, concentramo-nos especificamente nos capítulos de Geometria, uma vez que este tema é de grande interesse para o nosso grupo de pesquisa, denominado teorEMa – Interloquções entre Geometria e Educação Matemática (Litoldo & Amaral-Schio, 2021). Além disso, conforme a revisão de literatura conduzida por Guimarães (2022), não foram identificados estudos com características semelhantes até o momento.

Resumidamente, após definir o escopo de análise nos capítulos de Geometria das

coleções de livros didáticos, procedemos com a avaliação dos materiais, examinando-os integralmente. Isso envolveu uma investigação das seções sobre o conteúdo geométrico destinado aos estudantes, bem como das orientações pedagógicas voltadas aos professores. Essa abordagem foi essencial, pois a análise dos livros didáticos nos permite identificar possíveis discrepâncias entre as expectativas dos estudantes e dos professores ao utilizar esses materiais, na visão dos autores ou editores que os elaboraram (Carreta, 2017). Por fim, realizamos as discussões dos dados à luz da *matemacia*, visando responder nossa pergunta de pesquisa e trazer elementos que possam elucidar como essa competência pode ou não ser desenvolvida a partir da Geometria presente em livros didáticos de Matemática.

4 Análise dos dados

A análise dos livros didáticos revelou pontos de discussão importantes, tais como a presença massiva de tarefas resolvidas e tarefas propostas aos estudantes que visavam apenas uma aplicação direta dos conteúdos abordados em seções imediatamente anteriores; a inclusão de contextos da realidade apenas nas introduções dos capítulos de Geometria, sendo pouca a relação entre eles e a apresentação de conceitos, exemplos e tarefas dentro dos capítulos; o direcionamento de comandos de execução das tarefas para os estudantes e, pontualmente, para os professores, a partir do que se propunha nas orientações didáticas; e a baixa presença de situações que oportunizavam explorações, investigações e reflexões a partir dos conhecimentos geométricos e suas aplicações. Todos esses pontos foram discutidos em Guimarães (2022), mas o foco dado neste texto será para o último deles, que guarda estreita relação com a *matemacia*, em particular, seu desenvolvimento a partir dos conhecimentos matemático, tecnológico e reflexivo (Skovsmose, 1994, 2001).

É importante destacar que a presença do desenvolvimento da *matemacia* não foi encontrada de forma expressiva, contudo, ela permeou seções específicas dos livros didáticos, o que por si só corresponde a uma característica considerada por nós positiva, pois evidencia que ela está ali, e pode ser abordada com maior ênfase em sala de aula. Uma dessas seções é nomeada por Iezzi *et al.* (2016a, p. 298) como *Troque ideias*, e está presente em alguns capítulos da coleção e traz “[...] atividades em grupo que favorecem as interações aluno-aluno e aluno-professor. [...] buscam despertar a curiosidade e levar o estudante a construir novos conceitos, ou a aprofundar conteúdos já apresentados, além de favorecer a autonomia e instigar a busca pelo conhecimento”. Como exemplo, a Figura 1 abaixo é um tipo de atividade caracterizada como *Troque ideias*.

Figura 1: A Matemática e as chuvas presente em uma das seções Troque ideias

TROQUE IDEIAS

A Matemática e as chuvas

O agravamento da crise hídrica na região Sudeste nos últimos anos, as secas “permanentes” em algumas regiões do Nordeste e os eventos climáticos extremos decorrentes do aquecimento global fizeram com que assuntos como *índice pluviométrico*, nível dos mananciais que abastecem a população, desperdício e consumo consciente de água ganhassem cada vez mais espaço no cotidiano do brasileiro.

Conhecer o índice pluviométrico de uma região é importante para que se reúnam informações úteis para a economia local (agricultura, pecuária etc.), além de auxiliar no planejamento urbano, prevendo usos mais adequados para áreas onde possam ocorrer desabamentos, deslizamentos de terra ou inundações, por exemplo.

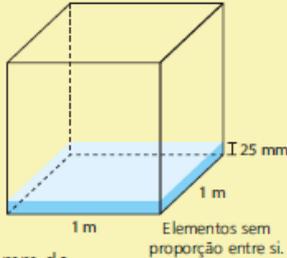
E você? Quando ouve notícias com dados do índice pluviométrico, como “Neste mês, as chuvas em Curitiba superaram o índice de 100 mm”, sabe o que significa? Nesta atividade vamos construir o significado desse conceito.

O índice pluviométrico indica a **quantidade de chuva por metro quadrado** registrada em certo local, em um determinado período de tempo.

Consulte as respostas nas Orientações Didáticas.

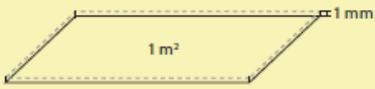
a) Quando dizemos que o índice pluviométrico em certa região foi de 25 mm na semana, significa que, se tivéssemos um reservatório aberto de 1 m² da área de base, o nível de água atingiria a altura de 25 mm (veja a figura ao lado).

Qual é o volume total de água da chuva recolhida no reservatório ao lado? Expresse a resposta em m³ e, em seguida, transforme em litros.



Elementos sem proporção entre si.

b) No índice pluviométrico, em certo período de tempo, cada 1 mm de precipitação corresponde a quantos litros de chuva por metro quadrado?



c) É claro que os pluviômetros, instrumentos usados para medir a quantidade de chuva, não precisam ter, como base, um quadrado de área 1 m².

Imagine que se pretenda medir a quantidade de chuva em uma região por meio de um cilindro reto graduado, ao qual se acopla um funil, como mostra a imagem ao lado.

Considere que a abertura maior do funil, por onde a chuva será coletada, tenha diâmetro com medida 10 cm e que, em certo dia, o volume de água da chuva coletado tenha sido de 300 mL (ou 0,3 L).

Qual foi, em mm, a precipitação nesse dia? Use $\pi \approx 3,14$.

Consulte as respostas nas Orientações Didáticas.

Por fim, vale a pena destacar que, em uma cidade grande, há várias estações de medição da intensidade da chuva. A média das intensidades de precipitação medidas nesses pontos, em certo período (mês, por exemplo), fornece o **índice pluviométrico** da região, no período considerado.



Fontes de pesquisa: SAEMA. Disponível em: <saema.com.br/porta/home/indice-pluviometrico>. Acesso em: 10 mar. 2016.; INPE. Disponível em: <www.inpe.br/acessoainformacao/node/402>. Acesso em: 10 mar. 2016.; AgriTempo. Disponível em: <www.agritempo.gov.br/agritempo/fsp/Estadisticas/index.jsp>. Acesso em: 10 mar. 2016.

Fonte: Iezzi *et al.* (2016b, p. 197)

Nesta seção, que está próxima do início do capítulo *Corpos Redondos*, são apresentadas aos alunos breves informações sobre a situação hídrica no Brasil, abrangendo diferentes regiões do país. Em seguida, Iezzi *et al.* (2016b) introduzem o conceito de índice pluviométrico e propõem três questões para os estudantes responderem. Ao professor, existem apenas algumas mensagens, destacadas em uma cor diferente do texto, para que observem as orientações didáticas do livro didático, que contém respostas às questões propostas.

Da maneira como é apresentada para o professor, a discussão conduzida pelos autores sobre o conceito de índice pluviométrico e os itens propostos têm apenas a finalidade de fornecer informações e aplicar conceitos relacionados à área e volume de figuras geométricas. Nada além dos destaques em cor-de-rosa sugere novas reflexões ou observações que possam influenciar o desenvolvimento de outras análises. No entanto, nas orientações didáticas, na seção *Orientações específicas para a seção Troque ideias*, algumas indicações são deixadas ao professor:

Essa proposta de trabalho, além de levar o estudante a compreender a medição e a determinação do índice pluviométrico (medida cada vez mais difundida nos meios de comunicação) e conhecer uma interessante aplicação da Geometria, tem por objetivo fazê-lo refletir e debater sobre temas vitais da sociedade, como o uso responsável e consciente da água, as secas em algumas regiões do Brasil e seus efeitos; as consequências da industrialização e do desmatamento no clima terrestre, de forma a proporcionar oportunidade para um trabalho interdisciplinar (Iezzi *et al.*, 2016b, p. 329).

Logo, podemos observar uma intenção de proporcionar ao professor uma perspectiva que não se limite apenas às aplicações de conceitos e à determinação de índices, ou seja, um uso restrito da Matemática aos procedimentos de cálculo. Pelo contrário, os autores valorizam que os alunos desenvolvam uma compreensão sobre o papel do conhecimento matemático como relevante diante de situações observadas na sociedade e na natureza. Nesse sentido, deixam para o professor indícios para ele desenvolver atividades ou explorar outros caminhos de utilização dos conhecimentos estudados na seção *Troque ideias*.

Porém, considerando o objetivo mencionado na citação anterior, é interessante refletir sobre a conscientização acerca das consequências da industrialização e do desmatamento, bem como sobre o potencial de um trabalho interdisciplinar, tudo isso baseado apenas em textos curtos (Figura 1) e em um possível experimento realizado em sala de aula (proposta presente nas orientações didáticas, na qual os alunos e o professor produzem um pluviômetro artesanal para medir o índice pluviométrico da escola em que estão). Em outras palavras, os autores buscam abordar o desenvolvimento de competências previstas para o Ensino Médio como um todo, mas não oferecem recursos suficientes para que os professores consigam efetivamente colocar em prática esse desenvolvimento, ou pelo menos oferecer mais possibilidades de abordagens teórico-metodológicas que atendam aos objetivos propostos.

Nessa discussão, podemos considerar a *matemacia* como uma oportunidade para integrar a articulação dos conhecimentos matemático, tecnológico e reflexivo, visando promover uma intencionalidade na prática do professor que venha a utilizar essa coleção. Diante do uso e da explicação dos métodos para determinar o índice pluviométrico (um conhecimento matemático presente no cálculo do volume de um cilindro reto), observamos que as aplicações dessa determinação, como a produção de um pluviômetro no formato de um cilindro reto (um conhecimento tecnológico), têm impactos significativos no uso dessa ferramenta. Esses impactos se refletem tanto na manipulação dos dados quanto nas inferências feitas com base nos valores obtidos e, conseqüentemente, nas atitudes, reflexões e conclusões geradas (um conhecimento reflexivo).

Assim, como observado nas intenções dos autores, há uma perspectiva para destacar o papel da Geometria na formação dos alunos como um meio para reflexões de situações do mundo. Entretanto, o fato de poucos recursos serem evidenciados ao professor faz com que essa possibilidade de reflexões não seja tão evidente, considerando o posicionamento amplo trazido por Iezzi *et al.* (2016b). Portanto, não seria suficiente apenas incentivar os alunos a

refletir e debater sobre temas da sociedade, mas sim mostrar maneiras concretas de realizar essa reflexão e esse debate, a fim de subsidiar a prática pedagógica do professor que se deparar com uma situação como essa ou similar.

Desse modo, consideramos que nesse caso o livro didático pode atuar enquanto uma possibilidade inicial de desenvolver a *matemacia* e, a partir de recursos que o professor possa acessar, os alunos tenham em mãos um ferramental que vá além dos conhecimentos matemático e tecnológico abordados, mas que inclua uma dimensão reflexiva capaz de contribuir para com o desenvolvimento de uma competência crítica (Skovsmose, 1994, 2001).

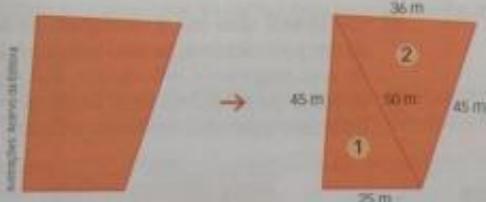
Outro dado encontrado nos materiais refere-se ao processo de confecção de modelos matemáticos para discutir situações da realidade, ou seja, em como certa situação pode ser modelada a partir de conceitos geométricos (por exemplo: pontos, segmentos e figuras geométricas). Na Figura 2 trazemos um modelo construído por Balestri (2016c) cujo objetivo é encontrar a área de um terreno por meio de sua divisão em triângulos.

Figura 2: Modelo geométrico para o cálculo de área

Calculo da área de um triângulo dadas as medidas de seus lados

Podemos calcular a área de um triângulo cujos lados medem a , b e c por meio da fórmula ao lado, conhecida como fórmula de Herão. Ela pode ser utilizada no cálculo da área de um terreno poligonal. Para isso, subdividimos o terreno em triângulos, calculamos a área de cada triângulo separadamente e então as adicionamos, obtendo a área total do terreno.

Vamos calcular, por exemplo, a área do terreno a seguir, que foi subdividido em dois triângulos.



$$A_T = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}$$

Nessa fórmula:

- A_T é a área do triângulo.
- a , b e c são as medidas dos lados dos triângulos.
- $p = \frac{a+b+c}{2}$ é o semiperímetro do triângulo.

De acordo com as medidas apresentadas não podemos determinar a área de cada um desses triângulos utilizando diretamente a fórmula $A = \frac{b \cdot h}{2}$, pois não temos a medida de suas alturas.

Como conhecemos as medidas dos lados desses triângulos, temos:

- Triângulo 1: $a = 45\text{ m}$, $b = 50\text{ m}$ e $c = 25\text{ m}$
- Triângulo 2: $a = 36\text{ m}$, $b = 50\text{ m}$ e $c = 45\text{ m}$

$$p = \frac{45+50+25}{2} \Rightarrow p = 60$$

$$A_1 = \sqrt{60 \cdot (60-45) \cdot (60-50) \cdot (60-25)} = 516,2\text{ m}^2$$

$$p = \frac{36+50+45}{2} \Rightarrow p = 65,5$$

$$A_2 = \sqrt{65,5 \cdot (65,5-36) \cdot (65,5-50) \cdot (65,5-45)} = 783,6\text{ m}^2$$

Adicionando as áreas desses triângulos, temos: $516,2 + 783,6 = 1299,8$

Portanto, a área do terreno é aproximadamente $1299,8\text{ m}^2$.

Agora, calcule a área do terreno representado a seguir, que foi subdividido em três triângulos.

aproximadamente $3171,7\text{ m}^2$



*Professor(a): Diga aos alunos que Herão de Alexandria foi um importante matemático do século I d. C.; ele se destacou por seus trabalhos geométricos e mecânicos, sendo A Métrica sua principal obra em geometria. Composta por três livros, no Livro I encontra-se a dedução da fórmula da área de um triângulo, dada a medida de seus lados.

Fonte: Balestri (2016c, p. 51)

Outra discussão relevante trata das abstrações realizadas e abstrações pensadas (Skovsmose, 1994, 2001), pois isso nos dará subsídios para concluir o papel da *matemacia* em

torno da modelagem exemplificada acima. As abstrações pensadas referem-se ao tipo de pensamento usado para facilitar o raciocínio, como os conceitos e modelos matemáticos. Em vez de promover experimentos concretos, é possível explorar situações hipotéticas, de modo que as abstrações realizadas favoreçam experimentos mentais. Por outro lado, as abstrações realizadas têm um estatuto ontológico diferente das abstrações pensadas, pois podem ser vislumbradas como estruturas reais que são *imagens* dessas últimas. Skovsmose (2001) aborda a questão do Produto Interno Bruto, por exemplo, que transcende de um simples cálculo matemático baseado em valores específicos de parâmetros para influenciar e participar ativamente das discussões políticas e econômicas, transformando-se em um objeto independente e real.

Para Skovsmose (1994), é desafiador reconhecer as abstrações realizadas como parte integrante da realidade, posto que já estão inseridas no mundo real. Isso significa que convivemos com essas abstrações sem perceber que foram originadas através de abstrações pensadas. Em outras palavras, muitas vezes agimos e aceitamos certas situações cotidianas sem reconhecer que têm sua origem em pensamentos matemáticos estruturados. É nesse ponto que, ao examinarmos os livros didáticos, podemos identificar nuances ocultas que não são categorizadas como boas ou ruins, mas sim como críticas (no sentido de risco).

A formalização é o processo que conecta as abstrações pensadas e as abstrações realizadas, conforme elucidada Skovsmose (1994, 2001). Na Geometria, esse processo se destaca pelo arcabouço teórico que envolve o estudo dos conceitos primitivos, dos axiomas e das relações derivadas desses elementos, como proposições, teoremas, lemas e corolários. Ao abarcar essas relações em situações em que podem ser observadas, ocorre uma transposição entre as abstrações do mundo ideal e as abstrações do mundo físico, resultando na interpretação dos fenômenos reais como sendo *compatível* com a teoria em questão.

“[...] A aplicação de uma linguagem formal para a descrição de fenômenos torna mais fácil ‘ver’ as estruturas formais e, ao fazê-lo, dá-se um primeiro passo para a adaptação da realidade à nossa imagem dela [...]” (Skovsmose, 2001, p. 83). No que tange esse aspecto há um questionamento pelo fato de que, ao modelar situações de acordo com uma determinada teoria, pode levar a seguir alguns passos enquanto se ignoram outros. Por exemplo, representar um terreno plano em um planeta quase esférico não corresponde à realidade.

Observamos na Figura 2 uma transição das abstrações pensadas para as abstrações realizadas através da formalização de uma teoria, em que a modelagem do contexto permite que conceitos puramente euclidianos sejam transpostos de maneira pertinente ao cálculo de áreas. Balestri (2016c) demonstra aos alunos e aos professores que é simples usar conceitos e aplicá-los em diferentes contextos. Nesse ponto compreendemos que os conhecimentos matemático e tecnológico funcionam bem como maneiras de exemplificar características da *matemacia* (Skovsmose, 2001), sendo o primeiro relacionado às abstrações pensadas e o segundo às abstrações realizadas. No entanto, surge uma questão central: onde está o conhecimento reflexivo?

Cabe ressaltar que o conhecimento reflexivo é crucial ao educar matematicamente os estudantes na perspectiva da *matemacia*, pois representa uma defesa assumida ao empregar a Educação Matemática Crítica (EMC) como um referencial teórico. Esse tipo de conhecimento é construído sobre o próprio conhecimento matemático e suas aplicações (conhecimento tecnológico), promovendo reflexões sobre ambos como também em si mesmo (Skovsmose, 2001).

Desse modo, ao propor modelos geométricos aos alunos, é importante questionar se há perda na oportunidade de compreensão de aspectos efetivamente presentes na realidade.

Assim, percebemos uma formatação da Matemática (Skovsmose, 1994, 2001) presente nos livros didáticos, em que se identificam elementos que fomentam a transição das abstrações pensadas para as abstrações realizadas através da formalização de uma linguagem geométrica embasada em uma teoria sólida, apresentada aos estudantes sem proporcionar reflexões além do próprio conteúdo e de suas aplicações.

5 Considerações finais

Neste texto nos orientamos pela pergunta de pesquisa “como a *matemacia* pode ser desenvolvida a partir da Geometria presente em livros didáticos de Matemática?”, e podemos observar que, nas duas coleções do Ensino Médio analisadas, há possibilidades desse desenvolvimento, no sentido de oportunizar aos estudantes e ao professor elementos que discorrem sobre um olhar crítico em relação ao conhecimento geométrico e suas aplicações. Entretanto, tais possibilidades podem passar despercebidas, visto que foram encontradas pontualmente ao longo de seções específicas desses materiais curriculares.

Outro resultado importante refere-se à falta de uma dimensão reflexiva sobre o conhecimento geométrico apresentado pelos autores dos livros didáticos. Tal dimensão é indispensável, como traz Skovsmose (1994, 2001), para tornar claro e relevante o papel da *matemacia* enquanto competência crítica a ser desenvolvida pelos estudantes. Nesse sentido, defendemos que deve ocorrer um debate em torno da abordagem da Geometria em livros didáticos no campo da Educação Matemática, em particular, no que se refere ao currículo, para tornar claro o papel desse olhar crítico na formação matemática dos estudantes.

Por fim, entendemos que há ainda possibilidades de pesquisas futuras, que possam intencionalizar a busca por respostas para perguntas como: de que forma as abordagens de aspectos democráticos e sociais são interpretadas pelos alunos, quando encontradas/identificadas nos livros didáticos de Matemática? Como isso pode colaborar para amparar as perspectivas futuras dos estudantes e desenvolver a *matemacia*? Até que ponto a formação de professores discute, no âmbito das diferentes componentes curriculares, elementos críticos sobre os livros didáticos que os futuros docentes irão utilizar? Conscientes de que os livros didáticos são impactados diretamente pelas orientações da BNCC – Base Nacional Comum Curricular, que aspectos da *matemacia* são valorizados nesse documento?

Agradecimentos

O presente trabalho foi realizado com apoio da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior – Código de Financiamento 001 e do Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico.

Referências

- Balestri, R. (2016a). *Matemática: interação e tecnologia*. (v. 1, 2. ed.). São Paulo, SP: Leya.
- Balestri, R. (2016b). *Matemática: interação e tecnologia*. (v. 2, 2. ed.). São Paulo, SP: Leya.
- Balestri, R. (2016c). *Matemática: interação e tecnologia*. (v. 3, 2. ed.). São Paulo, SP: Leya.
- Carreta, C. L. A. (2017). *O programa nacional do livro didático. Do conceito de função à função logarítmica: um olhar sociocrítico*. 2017. 54 f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Matemática). Universidade Cruzeiro do Sul. São Paulo, SP.
- Cellard, A. (2012). A análise documental. In: J. Poupart, J. P. Deslauries, L. H. Groulx, A. Laperrière, R. Mayer & A. P. Pires (Org.). *A pesquisa qualitativa: enfoques epistemológicos e metodológicos*. Tradução de A. C. A. Nasser. (3. ed., pp. 295-316).

Petrópolis, RJ: Vozes.

- Ceolim, A. J. & Hermann, W. (2012). Ole Skovsmose e sua educação matemática crítica. *Revista Paranaense de Educação Matemática*, 1(1), 9-20.
- Choppin, A. (2004). História dos livros e das edições didáticas: sobre o estado da arte. *Educação e Pesquisa*, 30(3), 549-566.
- Creswell, J. W. (2010). *Projeto de pesquisa: métodos qualitativo, quantitativo e misto*. (3. ed.). Porto Alegre, RS: Artmed.
- Gonçalves, F. R. (2022). *Um estudo sobre a presença e a influência das crenças de professores de matemática ao utilizar o livro didático*. 2022. 212 f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática). Universidade Estadual Paulista, Rio Claro, SP.
- Guimarães, D. R. (2022). *Educação matemática crítica permeando capítulos de geometria em livros didáticos: entre direcionamentos, contextos e enunciados*. 2022. 267 p. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática). Universidade Estadual Paulista, Rio Claro, SP.
- Iezzi, G., Dolce, E., Degenszajn, D., Périgo, R. & Almeida, N. (2016a). *Matemática: ciência e aplicações*. (v. 1, 9. ed.). São Paulo, SP: Saraiva.
- Iezzi, G., Dolce, E., Degenszajn, D., Périgo, R. & Almeida, N. (2016b). *Matemática: ciência e aplicações*. (v. 2, 9. ed.). São Paulo, SP: Saraiva.
- Iezzi, G., Dolce, E., Degenszajn, D., Périgo, R. & Almeida, N. (2016c). *Matemática: ciência e aplicações*. (v. 3, 9. ed.). São Paulo, SP: Saraiva.
- Januario, G. (2017). *Marco conceitual para estudar a relação entre materiais curriculares e professores de Matemática*. 2017. 194 f. Tese (Doutorado em Educação Matemática). Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, SP.
- Lajolo, M. (1996). Livro didático: um (quase) manual de usuário. *Em aberto*, 16(69), 3-9.
- Lima, K. (2017). *Relação professor-materiais curriculares em Educação Matemática: uma análise a partir de elementos dos recursos do currículo e dos recursos dos professores*. 2017. 163f. Tese (Doutorado em Educação Matemática). Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, SP.
- Litoldo, B. F. (2021). *A contextualização e os níveis de demanda cognitiva de tarefas de geometria presentes em livros didáticos de matemática sob a perspectiva do opportunity-to-learn*. 2021. 222 f. Tese (Doutorado em Ensino de Ciências e Matemática). Universidade Estadual de Campinas, Campinas, SP.
- Litoldo, B. F. & Amaral-Schio, R. B. (2021) Mathematics textbooks as subject of study: producing knowledge on the presence of geometry. *The Mathematics Enthusiast*, (18)3, 502-534.
- Mazzi, L. C. (2018). *As demonstrações matemáticas presentificadas nos livros didáticos do ensino médio: um foco nos capítulos de geometria*. 2018. 160 f. Tese (Doutorado em Ensino de Ciências e Matemática). Universidade Estadual de Campinas, Campinas, SP.
- Skovsmose, O. (1994). *Towards a philosophy of critical mathematics education*. Dordrecht: Kluwer Academic Publishers.
- Skovsmose, O. (2001). *Educação matemática crítica: a questão da democracia*. Tradução de A. Lins & J. L. Araújo. Campinas, SP: Papyrus.
- Skovsmose, O. (2007). *Educação crítica: incerteza, matemática, responsabilidade*. Tradução



de M. A. V. Bicudo. São Paulo, SP: Cortez.

Skovsmose, O. (2008). *Desafios da reflexão em educação matemática crítica*. Tradução de O. A. Figueiredo & J. C. Barbosa. Campinas, SP: Papirus.

Skovsmose, O. (2014). *Um convite à educação matemática crítica*. Tradução de O. A. Figueiredo. Campinas, SP: Papirus.