



GrafEq na construção de prédios históricos e a aprendizagem de equações e inequações

GrafEq in the Construction of Historical Buildings and the Learning of Equations and Inequalities

Rodrigo Miliszewski Mette¹
Leandra Anversa Fioreze²

Resumo: Este trabalho tem como objetivo analisar o processo de compreensão de equações e inequações baseando-se nos Registros de Representação Semiótica de Duval, em atividades no *software* GrafEq, com estudantes de uma turma do 9º ano do Ensino Fundamental. A pesquisa, de cunho qualitativo, baseou-se nas produções e nos diálogos dos estudantes na construção de representações de prédios e monumentos históricos no *software* GrafEq. Verificou-se que a conversão do registro gráfico para o algébrico e do registro discursivo para o algébrico foi realizada com êxito pela maioria dos estudantes, evidenciando um processo de compreensão de equações e inequações. Concluiu-se que o *software* GrafEq foi fundamental nesse processo, ao possibilitar a visualização de representações gráficas e algébricas simultaneamente em uma mesma tela do computador.

Palavras-chave: GrafEq. Registros de Representação Semiótica. Equações e Inequações.

Abstract: This work aims to analyze the process of understanding equations and inequations based on Duval's Registers of Semiotic Representation, in activities in the GrafEq software, with students from a 9th-grade class. The qualitative research was based on students' productions and dialogues in the construction of representations of historical buildings and monuments in the GrafEq. It was found that the conversion from the graphical register to the algebraic and from the discursive register to the algebraic were successfully performed by the majority of the students, evincing a process of understanding equations and inequations. It is concluded that the GrafEq software was fundamental in this process, as it allowed for the visualization of graphical and algebraic representations simultaneously on the same computer screen.

Keywords: GrafEq. Registers of Semiotic Representation. Equations and Inequalities.

1 Introdução

A presente pesquisa foi desenvolvida com foco na análise da compreensão de equações e inequações por estudantes de uma turma do 9º ano do Ensino Fundamental, tendo como aporte teórico os Registros de Representação Semiótica de Duval (1998, 2005, 2006, 2009, 2013). Utilizando o *software* GrafEq, que possibilita trabalhar conteúdos de inequações, funções e relações, foi desenvolvida uma sequência de atividades que culminou na construção de prédios históricos a partir de uma visita virtual no *Google Earth* durante o Ensino Remoto Emergencial. Os estudantes eram convidados a escolher um prédio histórico, conhecer sua história e representá-lo no GrafEq.

Um dos prédios históricos construídos com o GrafEq foi o Engenho Santo Antônio (ESA) que passou por reformas e foi inaugurado no ano de 2020, sendo um espaço de lazer e

¹ Universidade Federal do Rio Grande do Sul • Porto Alegre, RS — Brasil • ✉ rodrigomette@hotmail.com • ORCID <https://orcid.org/0009-0006-9015-0070>

² Universidade Federal do Rio Grande do Sul • Porto Alegre, RS — Brasil • ✉ leandra.fioreze@gmail.com • ORCID <https://orcid.org/0000-0002-6750-1497>

convivência (Figura 1). Situado à margem do Lago Guaíba, em seu píer recebe viagens de catamarã às cidades de Guaíba e Porto Alegre.

Figura 1: Imagem real do ESA e a representação feita pelo A7



Fonte: Dados da pesquisa

Na construção/reprodução no GrafEq da imagem do ESA, os estudantes podem aprender sobre representações algébricas e geométricas da equação da reta, movimento de retas, retas paralelas e perpendiculares, retas simétricas em relação ao eixo y e pontos de intersecção entre retas.

O *software* GrafEq foi desenvolvido por *Pedagoguery Software Inc.* com os direitos registrados pelo autor Greg Kochaniak, sendo disponibilizado para *download* em <http://www.peda.com/GrafEq/>. Com o GrafEq, a partir de uma imagem escolhida é possível mostrá-la utilizando representações semióticas no registro geométrico e algébrico.

Diferente de outras áreas do conhecimento – como Física, Química, Biologia, Astronomia –, a Matemática não apresenta recursos acessíveis pela percepção ou pelo uso de instrumentos como microscópios, telescópios, aparelhos de medição. A única maneira de ter acesso a ela “é usar sinais e representações semióticas” (Duval, 2009, p. 107). Ao modificar algum aspecto algébrico, a representação geométrica associada é alterada de forma simultânea no GrafEq, ou seja, o estudante pode controlar os efeitos do desenho, de modo que as expressões algébrica relacionadas ficam carregadas de significado geométrico (Gravina & Basso, 2010).

A proposta pedagógica tem o intuito de mobilizar os estudantes no que se refere à sua aprendizagem, pois verifica-se que há altas taxas de reprovação em Matemática, gerando até mesmo evasão escolar. Salgueiro e Savioli (2014, p. 50) identificaram que uma dificuldade comum dos estudantes é não reconhecer “o mesmo objeto a partir de dois registros de representação semiótica diferentes”. Uma das causas desse problema refere-se ao fato de que as conversões são pouco exploradas nos materiais didáticos.

Na sequência, será apresentada a Teoria dos Registros de Representação Semiótica de Duval, utilizada para a análise das atividades desenvolvidas pelos estudantes com o GrafEq. Ademais, neste artigo, destaca-se a metodologia de pesquisa, a descrição analítica dos achados, com ênfase nas produções e nos diálogos dos estudantes e, por fim, as considerações finais.

2 Teoria dos Registros de Representação Semiótica

A Teoria dos Registros de Representação Semiótica de Duval (1998) propõe uma análise da influência que as representações dos objetos matemáticos possuem no aprendizado da Matemática. O autor define que os registros de representações semióticos são modos de



representar um objeto matemático, e o sistema no qual podemos representar um objeto é denominado registro ou sistema semiótico.

Segundo Duval (1998, p. 140), os termos *objeto* e *representação* não devem ser confundidos, pois “as relações existentes entre os dois termos são as noções centrais para toda a análise do conhecimento”. Quando um professor deseja que seus alunos entendam um conteúdo considerado de difícil aprendizagem, ele muitas vezes utiliza a representação de um objeto e a converte em outra para auxiliar na compreensão. Assim, o professor que almeja que seus alunos aprendam Matemática sob diferentes olhares não pode simplesmente ensiná-la sem explorar o papel dos diferentes registros que os objetos matemáticos possibilitam. Entre eles, temos:

[...] o **registro algébrico** com suas regras de funcionamento que, por exemplo, levam à resolução de uma equação; o **registro geométrico** com regras de tratamento que levam à identificação dos elementos pertinentes de uma figura, e dentro deste registro inclui-se o de natureza gráfica dado por sistema de coordenadas cartesianas e curvas que nele são desenhadas; o **registro discursivo** em linguagem natural, e também com símbolos, com suas regras convencionais de comunicação (Gravina & Notare, 2013, p. 3, grifos nossos).

Os três registros descritos por Gravina e Notare (2013) possuem características de um sistema semiótico, pois representam conceitos e ideias e têm regras de funcionamento. Com a realização de processos matemáticos, esses registros conduzem a novos conceitos e ideias.

A teoria de Duval (2009) também nos apresenta a ideia de mudanças de representação semiótica, as quais são chamadas de transformações, sendo classificadas em dois tipos: *transformação de tratamento* e *transformação de conversão*. Ao tratar dessas transformações, Duval (2005) as define da seguinte forma:

Os **tratamentos** são transformações de representações dentro de um mesmo registro, por exemplo: efetuar um cálculo ficando estritamente no mesmo sistema de escrita ou de representação.

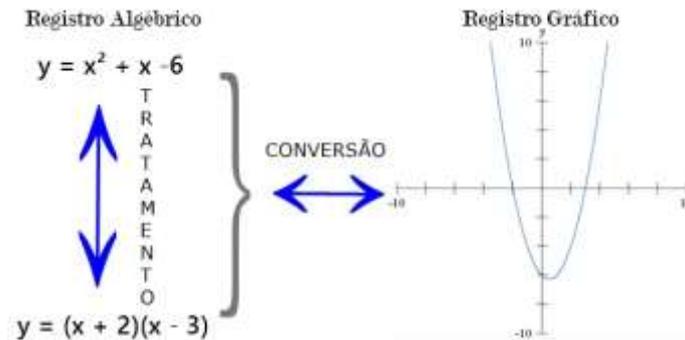
As **conversões** são transformações de representação que consistem em mudança de registro conservando os mesmos objetos denotados: por exemplo, reconhecer a escrita algébrica de uma equação em sua representação gráfica (Duval, 2005, p. 16, grifos nossos).

Como exemplo de transformação de tratamento, reescrevemos uma equação do segundo grau de sua forma reduzida em sua forma fatorada: $y = x^2 + x - 6$, resultando em: $y = (x + 2)(x - 3)$, na qual vale notar que, após a transformação, o objeto permaneceu dentro do registro algébrico.

Por outro lado, para que ocorra a transformação de conversão, é necessário haver uma mudança do registro utilizado. Isto é, a representação de um objeto em um registro é convertida para a representação do mesmo objeto em outro registro. Com o objetivo de destacar a diferença entre as transformações de representações semióticas, apresenta-se, na Figura 2, um esquema com um exemplo de tratamento associado a um exemplo de conversão.



Figura 2: Exemplo de tratamento e conversão



Fonte: Dados da pesquisa

A passagem de um registro para outro não significa apenas modificar o modo de tratamento de determinado objeto matemático, mas sim explicar diferentes propriedades ou aspectos de um mesmo objeto (Salgueiro & Savioli, 2014). É por isso que Duval (2006, p. 128) considera que “[...] alterar o registro de representação é o limiar da compreensão matemática para os estudantes em cada etapa do currículo”. Tomar consciência das propriedades de um mesmo objeto existente em diferentes registros de representação e estabelecer relações entre elas significa apropriar-se do objeto estudado, uma vez que nunca teremos total conhecimento de um objeto ao estudá-lo em uma única representação.

No exemplo da Figura 2, podemos explorar algumas propriedades presentes no registro algébrico da equação $y = x^2 + x - 6$ ou $y = (x + 2)(x - 3)$. Por exemplo, em sua forma reduzida, percebemos facilmente que possui coeficiente associado ao x^2 positivo e termo independente de valor -6. Já em sua forma fatorada, facilmente que as raízes são -2 e 3. Essas características, entre outras, são vistas sob outra ótica quando observamos a representação gráfica dessa mesma equação. Exemplo disso é a concavidade do gráfico voltada para cima e a parábola interceptando o eixo x nos pontos $(-2, 0)$ e $(3, 0)$ e o eixo y em $(0, -6)$, sendo estas as propriedades específicas do registro gráfico.

Esses registros, identificados nas representações semióticas, também podem preencher determinadas funções: comunicação; tratamento; objetivação; e identificação (Duval, 1999). A primeira, a função de comunicação, é responsável pela transmissão de uma mensagem ou de uma informação entre determinados indivíduos e, assim, requer a utilização de códigos comuns a esses indivíduos. A segunda, a função de tratamento, é capaz de transformar uma representação em outra, usando unicamente as possibilidades de funcionamento do sistema de representação mobilizado. A terceira função identificada é a de objetivação, a qual permite que um sujeito tome consciência de algo que até então era desconhecido, por meio de um trabalho de exteriorização. É importante ressaltar que essa função pode ser confundida com a função de comunicação, pois ambas têm como consequência uma exteriorização, de modo vocal ou gráfico, de uma produção feita pelo indivíduo (Duval, 1999).

As três primeiras funções apresentadas até aqui são, para Duval (1999), fundamentais para o funcionamento cognitivo. A última, denominada função de identificação, representa a capacidade de encontrar – ou reencontrar – determinado dado ou informação entre muitas outras. A função de identificação também é considerada um trabalho cognitivo, pois permite a mobilização da memória, ou seja, reflete a organização das informações no cérebro.

Baseado nos Registros de Representação Semiótica de Duval, analisou-se as atividades desenvolvidas pelos estudantes do 9º ano do Ensino Fundamental durante o Ensino Remoto, no



processo de compreensão de equações e inequações. Na sequência, apresenta-se os encaminhamentos metodológicos.

3 Metodologia da pesquisa

Esta é uma pesquisa qualitativa, pois baseia-se em uma forma de investigação que não utiliza métodos estatísticos. O resultado final e o simples recolhimento de dados não são os objetivos primordiais da investigação, mas sim a análise do processo e o seu significado (Silva & Menezes, 2001).

Foram analisados os diálogos e as produções de nove estudantes de uma escola particular situada no município de Barra do Ribeiro/RS, utilizando o *software* GrafEq. Para manter o anonimato, os participantes da pesquisa foram nomeados como aluno A1, aluno A2, ..., aluno A9. O planejamento didático foi estruturado em quatro encontros, que exploram construções de figuras geométricas e representações algébricas e gráficas no GrafEq.

Cada encontro apresenta objetivos específicos de aprendizagem, com a dificuldade sendo aumentada de forma progressiva. Primeiramente, os estudantes construíram regiões retangulares no plano, com lados paralelos aos eixos, sem exigir a utilização da equação da reta. Na sequência, construíram regiões dadas por paralelogramos que não têm, especificamente, lados paralelos aos eixos, sendo necessário a utilização da equação da reta. Posteriormente, construíram regiões triangulares e, por fim, os prédios históricos, o que exige a mobilização dos conhecimentos trabalhados nos encontros anteriores.

Considerando o Ensino Remoto Emergencial, a comunicação com os estudantes ocorreu por meio de videoconferências na plataforma *Zoom*, além do uso do *Google* Formulários para envio das respostas e do *WhatsApp* para interagir e mandar imagens das resoluções dos estudantes. O Quadro 1 mostra a distribuição dos encontros e seus objetivos:

Quadro 1: Organização dos encontros

Encontro	Objetivo	Duração
1	Apresentação do GrafEq e estudo de inequações com a construção de regiões retangulares.	2h15min
2	Estudo de equações e inequações do 1º grau, com a construção de paralelogramos.	1h30min
3	Estudo de equações e inequações do 1º grau, com a construção de regiões triangulares.	2h15min
4	Representação de um prédio histórico no <i>software</i> .	2h15min

Fonte: Dados da pesquisa

As temáticas dos encontros descritos no Quadro 1 foram planejadas para que os estudantes aprendessem a passar de uma representação para outra, considerando que este é um objetivo difícil de se alcançar e representa um problema crucial no processo de aprendizagem matemática (Font, Godino & D'Amore, 2005). O intuito é reconhecer um mesmo objeto matemático em diferentes representações, explorando diversos aspectos desse mesmo objeto.

As atividades preveem a descrição do processo de construção da resolução pelo aluno, com uma dupla função: fazer com que ele reflita sobre seu processo de resolução (aprendizagem) e entender como ele constrói suas soluções (pesquisa).

Por exemplo, na *primeira atividade do primeiro encontro* (Figura 3), é solicitado que os estudantes insiram as desigualdades no *software* e observem as respectivas representações



gráficas, fazendo a descrição de cada uma. Essa atividade introdutória trabalha a passagem do registro de representação algébrica para o gráfico e tem como objetivo fazer com que os estudantes compreendam que o sistema de inequações inserido representa um conjunto de pontos que respeita as restrições impostas nas coordenadas x e y , gerando uma determinada região retangular no plano cartesiano.

Figura 3: Atividade 1 do primeiro encontro

Primeiro Encontro: Construindo retângulos.

*Obrigatório

Atividade 1: Digite as desigualdades abaixo no software GrafEq e descreva as regiões construídas:

a) $2 \leq x \leq 6$
 $4 \leq y \leq 6$

Sua resposta

b) $0 \leq x \leq 9$
 $-8 \leq y \leq -2$

Sua resposta

c) $-10 \leq x \leq -6$
 $1 \leq y \leq 8$

Sua resposta

d) $-5 \leq x \leq -1$
 $-5 \leq y \leq -1$

Sua resposta

Fonte: Dados da pesquisa

Já na segunda atividade do primeiro encontro (Figura 4), é apresentada a descrição de uma determinada região retangular, as dimensões e localização nos quadrantes, utilizando o registro discursivo em língua natural. O objetivo é encontrar o sistema de inequações que corresponde a essa descrição. Ou seja, na Atividade 2, em comparação com a Atividade 1, tem-se uma inversão entre o que é dado e o que é pedido.

Figura 4: Atividade 2 do primeiro encontro

Atividade 2: Desenhe as regiões descritas abaixo no GrafEq inserindo desigualdades no software. Descreva o processo de construção:

a) Retângulo no 1º quadrante no plano cartesiano com os lados de tamanho 8 e 5. *

Sua resposta

b) Quadrado no 3º quadrante do plano cartesiano com lado medindo 4 unidades. *

Sua resposta

Fonte: Dados da pesquisa

Diferente da atividade anterior, o estudante não poderá inserir diretamente as desigualdades na janela de relações algébricas do *software* GrafEq. Será necessário identificar as informações fornecidas na atividade e expressar a região por meio de um esboço no papel ou

visualização mental, para então encontrar as desigualdades que devem ser inseridas no *software*. A partir da representação gráfica, o plano cartesiano verifica se as desigualdades estão adequadas ao registro discursivo e, se necessário, faz as devidas modificações.

Na sequência, a *terceira atividade do primeiro encontro* contém quatro regiões retangulares esboçadas no GrafEq. A Atividade 3 objetiva que os estudantes compreendam a passagem do registro de representação gráfica para o algébrico. Para isso, o estudante precisa encontrar o sistema de inequações e verificar se ele gera a mesma representação gráfica fornecida, respeitando a posição (quadrantes) e os tamanhos das medidas dos retângulos. Nesse caso, o que é dado é a representação gráfica (diferentemente das duas outras atividades), e o que é pedido é a representação algébrica (assim como na Atividade 2).

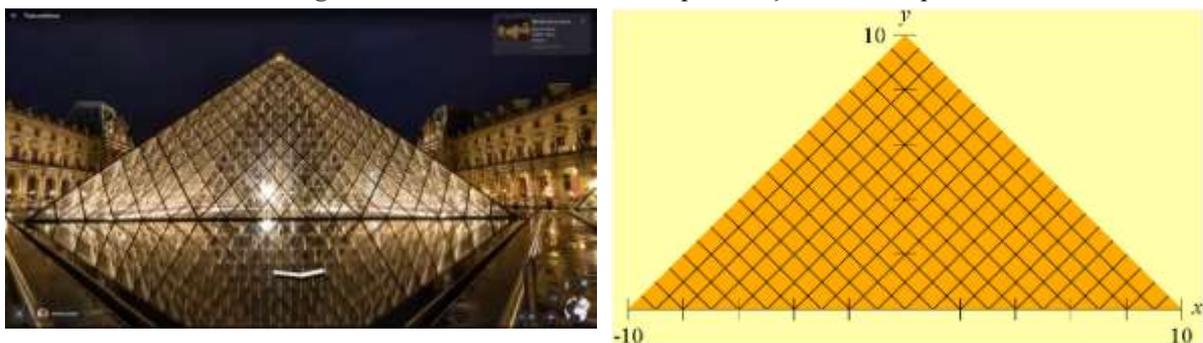
O planejamento das atividades descritas, assim como das demais, possibilita enxergar, de modos distintos, um mesmo objeto matemático em diferentes representações semióticas, evitando o “enclausuramento” do registro, que “impede o aluno de reconhecer o mesmo objeto em duas de suas representações bem diferentes” (Duval, 2005, p. 21). Ou seja, foram privilegiadas as conversões, as quais são pouco exploradas nos livros didáticos.

Neste artigo, devido à limitação de espaço, destaca-se a análise do quarto encontro. Devido ao caráter da atividade proposta, reúne-se os conceitos trabalhados nos demais encontros. O quarto encontro prevê que os estudantes conheçam prédios ou monumentos históricos por meio do *Google Earth* e, a partir de uma visita virtual, escolham prédios que queiram representar, utilizando os conhecimentos adquiridos previamente. Também é apresentado um panorama do desenvolvimento dos alunos no decorrer das atividades.

4 Descrição analítica do quarto encontro e o seu panorama

Como suporte para a análise, apresentamos o quarto encontro, com ênfase nas produções e diálogos de A1 e A3. O aluno A3 escolheu representar a *Pirâmide do Museu do Louvre*, considerada a entrada principal do maior museu de arte do mundo, localizado na França (Figura 5).

Figura 5: Museu de Louvre e sua representação no GrafEq



Fonte: Dados da pesquisa

Para construí-la, o estudante precisou do auxílio do professor pesquisador, conforme retratado no diálogo:

Aluno A3: Sor, desisti de fazer a pirâmide, vou fazer de um prédio que é mais simples.

Professor Pesquisador: Por que, A3? Eu tinha achado genial a ideia de fazer essa pirâmide, pega bem os conceitos estudados nos outros encontros.

Aluno A3: Tá bom sor, eu posso fazer se tu me ajudar, porque sozinho eu vou explodir.



Professor Pesquisador: Certo, mas porque tu acha que não vai conseguir fazer sozinho?

Aluno A3: Vou te mostrar o que já fiz.

A dificuldade do estudante estava na construção dos losangos de vidro que formam a face lateral da pirâmide, cuja representação no plano já havia sido construída. Para auxiliar o estudante na atividade, buscou-se entender a dificuldade em continuar a construção da figura.

Professor Pesquisador: Tá, tu não sabe como fazer as lajotas, isso?

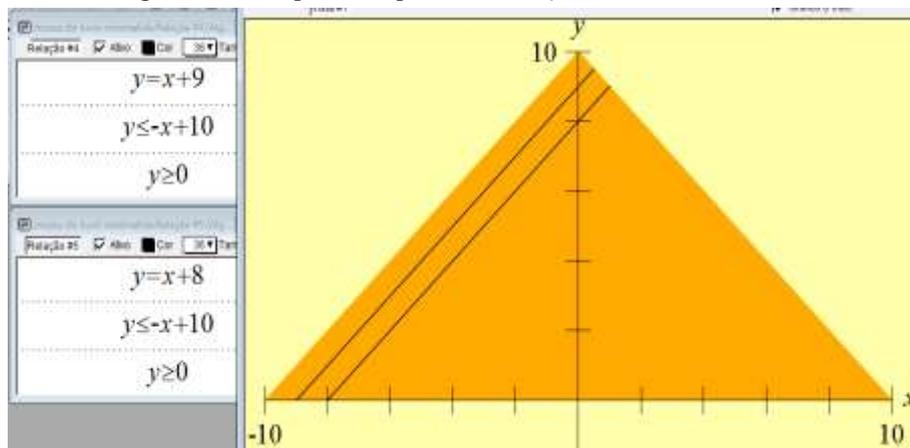
Aluno A3: Isso, o modo que pensei foi em fazer retas se cruzando, só que teriam que ser muitas, daria uma trabalhadeira, por isso desisti.

Professor Pesquisador: Entendi, faz o seguinte, faz duas retas dessas primeiro e me mostra.

Aluno A3: Isso por exemplo, sor?

O exemplo dado pelo estudante está ilustrado na Figura 6:

Figura 6: Retas paralelas para a construção do Museu do Louvre



Fonte: Dados da pesquisa

O diálogo prosseguiu da seguinte maneira:

Professor Pesquisador: Isso aí.

Aluno A3: Tá sor mas são muitas dessas, isso que eu queria te dizer.

Professor Pesquisador: Aí que eu queria chegar. Me diz o que muda, entre essas duas retas, de uma pra outra?

Aluno A3: Uma tá mais pra cima da outra, a que soma 9 tá uma vez mais pra cima.

Professor Pesquisador: Perfeito, mas o que que tá mudando na equação dela?

Aluno A3: O valor que eu somo no x.

Professor Pesquisador: Isso mesmo, e em todas só vai mudar isso, então existe uma forma de generalizar isso e escrever em uma única relação, a gente usa uma letra, que chamamos de parâmetro, que vai se tornar todos esses valores que precisamos.

Aluno A3: Ah sor, aí não né, botar letra só piora.

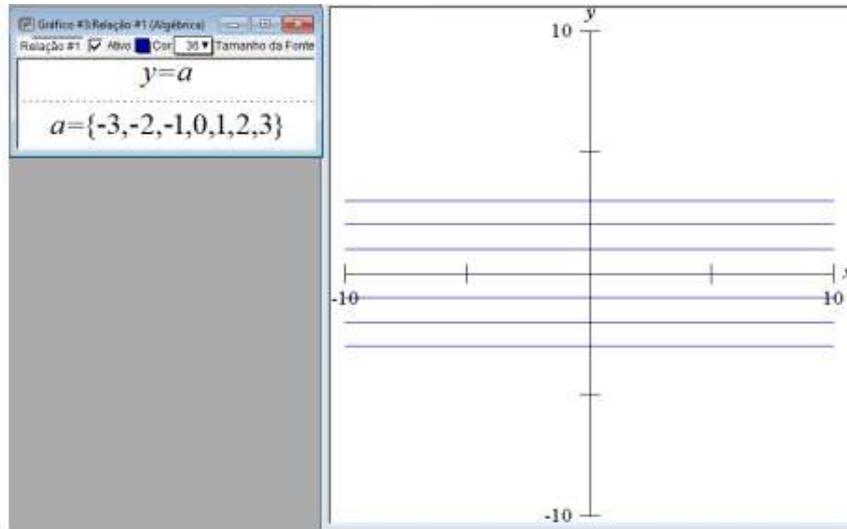
Professor Pesquisador: Calma, vou te mostrar um exemplo [Figura 7] e tu me diz se conseguiu entender.

Aluno A3: Ok.



Conforme o diálogo entre o aluno A3 e o professor pesquisador, segue o exemplo mostrado ao estudante (Figura 7):

Figura 7: Retas paralelas e parâmetros associados



Fonte: Dados da pesquisa

Após observar o exemplo, o aluno A3 construiu uma família de retas crescentes paralelas, com as mesmas restrições, utilizando uma única janela de álgebra. Em outra janela, ele criou uma família de retas decrescentes, concluindo, assim, a representação da Pirâmide do Louvre na forma bidimensional, como mostrado na Figura 5.

O aluno A1 percebeu que a explicação dada ao aluno A3 sobre a utilização de parâmetros na construção das retas poderia ser utilizada na criação da representação gráfica da Catedral Metropolitana de Buenos Aires, conforme ilustra a Figura 8:

Figura 8: Imagem real da Catedral e a representação feita pelo A1



Fonte: Dados da pesquisa

O uso de parâmetros no GrafEq pode proporcionar “situações que levem o aluno ao entendimento global da relação entre as coordenadas dos pontos que pertencem à curva” (Meneghetti, Fioreze & Halberstadt, 2015, p. 6), por meio do tratamento da equação a partir da variedade de transformações. No presente caso, fica evidente a relação entre a equação algébrica e as translações aplicadas com o uso de parâmetros, o que possibilita uma generalização do raciocínio utilizado em padrões que se repetem. Em uma única janela de



álgebra, é possível construir um número razoável de relações, o que fundamenta o raciocínio generalizador utilizado por esses estudantes.

Entende-se que essas construções podem levar os estudantes a compreender e reconhecer o mesmo objeto matemático em diferentes representações semióticas (Duval, 2013). Isso requer pensar de forma espontânea, substituindo uma representação semiótica por outra que seja útil para o tratamento.

Percebeu-se nas construções a necessidade de evidenciar a relação “entre os coeficientes das incógnitas e os termos independentes nas equações das retas e suas representações geométricas” (Abrantes, Morais & Barros, 2018, p. 9), elementos que Duval chama de “face oculta”, correspondente à atividade cognitiva específica da Matemática. Ou seja, não é evidente ou perceptível a relação entre um mesmo objeto matemático expresso em duas representações semióticas diferentes.

Apesar das dificuldades apresentadas pelos estudantes, a maioria conseguiu realizar todas as atividades propostas e demonstrar compreensão dos conteúdos estudados. Essa situação foi evidenciada no último encontro, quando os alunos criaram suas representações de prédios ou monumentos históricos, utilizando os conceitos matemáticos estudados nos encontros anteriores. A pesquisa mostrou-se relevante também para a escola, que decidiu organizar uma exposição com a produção dos estudantes e exibi-la em um mural, conforme ilustra a Figura 9:

Figura 9: Mural da escola com as representações desenvolvidas com os estudantes



Fonte: Dados da pesquisa

A maioria dos estudantes usou mais de uma das figuras geométricas trabalhadas, incluindo quadrados, retângulos e triângulos. Um dos estudantes utilizou figuras que não foram abordadas, como o círculo.

Para complementar as análises, no Quadro 2, há um panorama dos resultados relativos à compreensão dos estudantes na conversão de registros, considerando as atividades descritas neste artigo:



Quadro 2: Sistematização da análise na conversão dos registros

Atividade	Conceito analisado	Estudantes que resolveram corretamente	Estudantes que acertaram parcialmente	Estudantes que resolveram erroneamente	Estudantes que não resolveram
1.1	Entendimento da relação entre o registro algébrico e o registro gráfico na construção de retângulos	A1, A2, A3, A4, A5, A6, A7.	A9.	A8.	
1.2	Conversão do registro discursivo para o registro algébrico na construção de retângulos	A1, A2, A3, A4, A5, A6, A8.	A9.	A7.	
1.3	Conversão do registro gráfico para o registro algébrico na construção de retângulos	A1, A2, A3, A4, A5, A6.	A7, A9.		A8.
4	Conversão do registro gráfico para o registro algébrico, na construção de prédios históricos	A1, A2, A3, A4, A5, A6, A7.			A8.

Fonte: Dados da pesquisa

Percebe-se, pelo Quadro 2, que a conversão do registro gráfico para o registro algébrico, assim como a conversão do registro discursivo para o registro algébrico, foi realizada com êxito pela maioria dos estudantes. Esse fato foi evidenciado no último encontro, quando alguns estudantes conseguiram concluir a atividade que relacionava todos os conteúdos desenvolvidos na sequência, que consistia na construção de prédios históricos no GrafEq.

Com relação à Atividade 1.1, usamos *entendimento da relação* em vez de *conversão*, haja vista que, quando se deseja o registro gráfico como produto final, este é realizado diretamente pelo *software* GrafEq e não pelo estudante. O estudante tem a possibilidade de escolher e alterar a representação algébrica na janela de álgebra do *software*, gerando a representação gráfica associada, e não o inverso. Nesse aspecto, é necessário que o estudante realize um tratamento algébrico quando a representação gráfica associada à representação algébrica não é aquela desejada, aspecto crucial para resolver o problema (Duval, 2013). No entanto, não é possível realizar um tratamento gráfico diretamente no *software*.

Por meio das atividades propostas nesta pesquisa, também foi possível utilizar diferentes funções propostas por Duval (1999): a função de comunicação; a função de tratamento; a função de objetivação; e a função de identificação. A função de comunicação está relacionada à linguagem utilizada com e pelos estudantes; a função de tratamento demonstra como ocorrem as transformações de representação por meio da resolução das atividades. A função de



objetivação foi aplicada ao solicitar que os estudantes explicassem, com suas próprias palavras, as compreensões que tiveram do conteúdo trabalhado em cada atividade, tomando consciência por meio de um trabalho de exteriorização. Por fim, a função de identificação foi requerida durante todas as atividades, pois ela é responsável pela capacidade de identificar determinado dado ou informação entre muitas outras.

5 Considerações finais

Pensar em atividades que contribuam para a compreensão dos conceitos matemáticos abordados não é uma tarefa simples. Além disso, planejar atividades para o Ensino Remoto Emergencial foi um grande desafio. Um dos objetivos de aprendizagem da proposta era envolver os estudantes na resolução das atividades e garantir que entendessem o conteúdo abordado, tendo como suporte a tecnologia utilizada (GrafEq, *Google Earth*, entre outras). Após a descrição e análise das atividades propostas, verificou-se que o objetivo foi alcançado, salientando a compreensão dos estudantes sobre os conteúdos.

Durante o desenvolvimento das atividades no Ensino Remoto Emergencial, foi solicitado aos estudantes que utilizassem diferentes representações semióticas na expressão de suas dúvidas ou resoluções. Eles puderam usar o registro discursivo, de maneira informal, por meio de perguntas e explicações do seu raciocínio; o registro geométrico, de natureza gráfica; e o algébrico, com equações e inequações.

Com base na Teoria dos Registros de Representação Semiótica de Duval (1998), foi possível identificar as dificuldades dos estudantes na conversão do registro gráfico para o algébrico e do registro gráfico para o discursivo, bem como no entendimento da relação entre os registros algébrico, gráfico e discursivo. No processo de análise da compreensão dos estudantes (foco da pesquisa), foi necessário que eles mobilizassem diferentes formas de registro, de modo que a conversão fosse construída para possibilitar a troca de uma dada representação semiótica por outra, útil ao tratamento.

Com relação a esses aspectos, salienta-se que a conversão não se restringe à mudança de registro de representação semiótica. Cada um desses registros, segundo Halberstadt e Fioreze (2014), tem uma característica específica e fundamental para a resolução de equações, bem como na identificação dos elementos de uma figura representada geometricamente e na linguagem e nos símbolos utilizados na comunicação.

Os variados registros do objeto matemático podem demonstrar diferentes propriedades desse mesmo objeto, de modo que as representações semióticas não possuem necessariamente o mesmo conteúdo. Por isso, é fundamental entender que a coordenação possibilita que, pelo menos dois tipos de registros de representações semióticas, bem como os objetos matemáticos não se confundam com suas próprias representações. Desse modo, o *software* GrafEq foi essencial, pois permitiu a visualização das representações gráfica e algébrica de equações e inequações em uma mesma tela, facilitando a compreensão dos conteúdos abordados.

Esta investigação possibilitou evidenciar a relevância da pesquisa ao utilizar, no planejamento das atividades propostas com os estudantes, a Teoria dos Registros de Representação Semiótica, proposta por Duval. Além disso, destacou a necessidade de aprofundar estudos que fazem uso da teoria de Duval sobre a relação entre a conversão e a aprendizagem matemática.



Referências

- Abrantes, W. G.; Morais, T. M. R. & Barros, L. G. X. (2018). Um olhar sobre a face oculta dos registros de representação semiótica envolvendo sistemas lineares. In: *Anais do 7º Seminário Internacional de Pesquisa em Educação Matemática* (pp. 1- 12). Foz do Iguaçu, PR.
- Duval, R. (1998). Signe et objet (I): trois grandes étapes dans la problématique des rapports entre représentation et objet. In: *Annales de Didactiques et de Sciences Cognitives*. (v. 6, pp. 139-163). Strasbourg, França.
- Duval, R. (2005). Registros de representação semiótica e funcionamento cognitivo da compreensão em matemática. In: S. D. A. Machado (Org.). *Aprendizagem em matemática: registros de representação semiótica* (pp. 11-33). Campinas, SP: Papirus.
- Duval, R. (2006). A Cognitive analysis of problems of comprehension in a learning of mathematics. *Educational Studies in Mathematics*, 61, 103-131.
- Duval, R. (2009). *Semiósis e pensamento humano: Registros semióticos e aprendizagens intelectuais*. Tradução de L. F. Levy e M. R. A. Silveira. São Paulo, SP: Livraria da Física.
- Duval, R. (2013). Raymond Duval: depoimento. In: J. L. M. de Freitas & V. Rezende (Entrevistadores). *Revista Paranaense de Educação Matemática*, 2(3).
- Font, V.; Godino, J. D. & D'Amore, B. (2005). Enfoque ontosemiótico de las representaciones en educación matemática. In: *Anais do 9º Simpósio Simposio en Investigación en Educación Matemática* (pp. 1-16). Córdoba, Argentina.
- Gravina, M. A. & Basso, M. V. A. (2010). Mídias digitais na Educação Matemática. In: M. A. Gravina, E. A. Búrigo, M. V. Basso & V. C. V. Garcia (Org.). *Matemática, mídias digitais e didática: tripé para formação de professores de Matemática*. Porto Alegre, RS: UFRGS.
- Gravina, M. A. & Notare, M. R. (2013). A formação continuada de professores de matemática e a inserção das mídias digitais na escola. In: *Anais do 6º Colóquio de História e Tecnologia no Ensino de Matemática* (pp. 1-13). São Carlos, SP.
- Halberstadt, F. & Fioreze, L. A. (2014). O ensino e a aprendizagem da geometria analítica: uma abordagem com o uso do software GrafEq. In: *Anais da 4ª Escola de Inverno de Educação Matemática* (pp. 1-11). Santa Maria, RS.
- Meneghetti, M. N.; Fioreze, L. A. & Halberstadt, F. F. (2015). O software GrafEq e os registros de representação semiótica: uma análise de trabalhos com ilusão de ótica. In: *Anais da Conferência Interamericana de Educación Matemática* (pp. 1-12). Chiapas, México.
- Salgueiro, N. C. G. & Savioli, A. M. P. D. (2014). Registros de representação semiótica de funções: análise de produções escritas de estudantes de ensino médio. *Vidya*, 34(2), 47-60.
- Silva, E. L. & Menezes, E. M. (2001). *Metodologia da pesquisa e elaboração de dissertação* (3. ed.). Florianópolis, SC: Laboratório de Ensino à Distância da Universidade Federal de Santa Catarina.