

Caracterização e classificação para problemas mistos, problemas complexos e situações-problema envolvendo função afim¹

Characterization and classification for mixed problems, complex problems and problem situations involving related functions

Veridiana Rezende ²
Clélia Maria Ignatius Nogueira ³

Resumo: O presente artigo, de cunho qualitativo, tem como objetivo discutir caracterizações e classificações para problemas mistos, problemas complexos e situações-problema relacionadas à função afim. Um estudo fundamentado na teoria dos campos conceituais direciona o desenvolvimento desta investigação. A partir da caracterização de problemas mistos e complexos, mostra-se que as situações-problema relacionadas à função afim podem ser a eles associadas. Com exceção de três classes: função bilinear, proporção múltipla e produto cartesiano, mostra-se que as situações relacionadas à função afim são passíveis de receberem uma classificação a partir das classes aditivas e multiplicativas, estabelecidas por Vergnaud. Para finalizar, apresenta-se situações complexas relacionadas à função afim e seus esquemas sagittais completos envolvendo etapas intermediárias.

Palavras-chave: Didática da Matemática. Campo Conceitual Aditivo. Campo Conceitual Multiplicativo.

Abstract: This article, of a qualitative nature, aims to discuss characterizations and classifications for mixed problems, complex problems and problem situations related to the related function. A study based on conceptual field theory directs the development of this investigation. From the characterization of mixed and complex problems, it is shown that problem situations related to the related function can be associated with them. With the exception of three classes: bilinear function, multiple proportion and Cartesian product, it is shown that situations related to the affine function are capable of receiving a classification based on the additive and multiplicative classes, established by Vergnaud. Finally, complex situations related to the affine function and their complete sagittal schemes involving intermediate steps are presented.

Keywords: Mathematics Didactics. Additive Conceptual Field. Multiplicative Conceptual Field.

1 Introdução

Fundamentadas em Gérard Vergnaud, assumimos que um sujeito aprende e se

¹ Esta pesquisa possui apoio da Universidade Estadual do Paraná - Unespar.

² Universidade Estadual do Paraná • Campo Mourão, PR — Brasil • ✉ rezendeveridiana@gmail.com • ORCID <https://orcid.org/0000-0002-4158-2196>

³ Universidade Estadual do Paraná • Campo Mourão, PR — Brasil • Universidade Estadual do Oeste do Paraná • Cascavel, PR — Brasil ✉ rezendeveridiana@gmail.com • ORCID <https://orcid.org/0000-0003-0200-2061>

desenvolve em qualquer idade e em decorrência das situações vivenciadas. No ambiente escolar são as situações que proporcionam aos estudantes a busca por estratégias de resolução e a elaboração de novos esquemas, conduzindo a novas aprendizagens. Portanto, nos interessamos pelo estudo de situações-problema, considerando particularmente suas estruturas.

Para Vergnaud (1990), as situações têm o sentido de tarefa, e as situações complexas se caracterizam como uma combinação de tarefas. As situações têm um papel central na teoria dos Campos Conceituais, pelo fato de que a entrada de um campo conceitual é um conjunto de situações que dão sentido ao conceito em questão (Vergnaud, 1990), e delas decorrem os invariantes e as representações simbólicas.

Desde 2017 o Grupo de Estudos e Pesquisas em Didática da Matemática - GEPEDiMa, liderado pelas autoras deste artigo, vem desenvolvendo diversas pesquisas de mestrado, doutorado, pós-doutorado e outras institucionais e financiadas por agências de fomento relacionadas ao campo conceitual da função afim. Dentre as pesquisas realizadas relacionadas ao conceito de função afim, cita-se: estudos históricos e epistemológicos, pesquisas com foco nas situações-problema, análises de situações-problema em livros didáticos, análises de situações-problema presentes em avaliações de larga escala (PISA, ENEM, Prova Paraná), análises de conhecimentos manifestados por estudantes (esquemas e invariantes operatórios) etc..

Estabelecemos como objetivo para a pesquisa aqui apresentada: discutir caracterizações e classificações para problemas mistos, problemas complexos e situações-problema relacionadas à função afim. A pesquisa é de cunho qualitativo e foi desenvolvida a partir das pesquisas realizadas pelo GEPEDiMa, que tomam como base para o seu desenvolvimento os fundamentos da teoria dos Campos Conceituais, especialmente no que se refere à necessidade de diferentes estruturas de situações para a compreensão de um conceito; e as classificações dos campos conceituais aditivo e multiplicativo. A TCC também respaldou a caracterização de problemas mistos, problemas complexos e auxiliando em avanços teóricos no que se refere à classificação das situações-problema associadas à função afim e na construção de esquemas relacionais completos com etapas intermediárias para as situações complexas associadas à função afim.

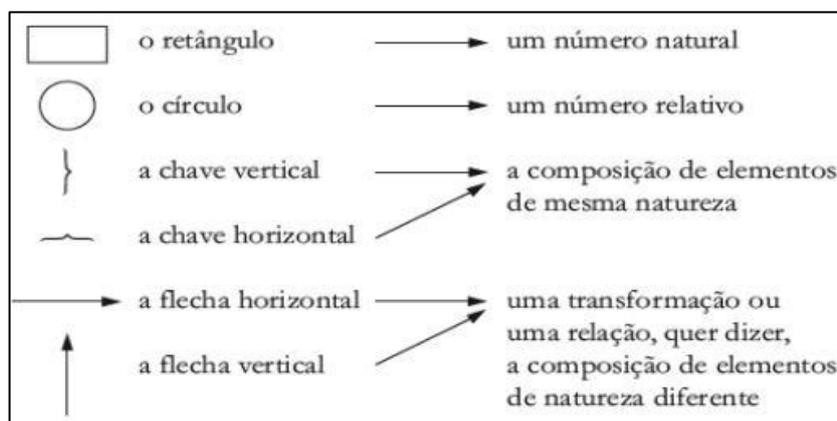
2 Problemas mistos, problemas complexos e situações-problema associadas à função afim

A teoria dos Campos Conceituais assume que a compreensão de um conceito ocorre a partir da resolução de diferentes situações pelos estudantes. Vários aspectos podem ser assumidos para garantir a diferença entre as situações, como exemplo cita-se os diferentes registros de representação semiótica (Duval, 2011), tais como gráfica, simbólica (algébrica, numérica), língua natural, tabular etc., presentes em determinadas situações. Mas, este artigo tem interesse pelas situações-problema que envolvem um contexto externo à Matemática, com foco nas relações presentes nos enunciados. Para tanto, nos respaldamos em Vergnaud (1990; 2009) e assumimos que existem diferenças entre as estruturas das situações, nos permitindo analisar cada uma delas e mostrar diferenças ou não entre as estruturas.

Gérard Vergnaud e seus colaboradores estudaram diversos campos conceituais. No entanto, no âmbito da Didática da Matemática, dois campos conceituais recebem destaque: o campo conceitual aditivo e o campo conceitual multiplicativo. Para as situações presentes nestes campos conceituais, Vergnaud (1990; 2009) apresenta uma análise detalhada e estabelece classes de situações. Para cada classe de situação Vergnaud (1990, 2009) apresenta um esquema relacional, que serve como um raio x das relações presentes na situação-

problema, garantindo a sua especificidade, distinguindo-a das demais classes. Para a constituição dos esquemas relacionais Vergnaud (2009) utiliza códigos específicos, conforme o Quadro 1:

Quadro 1: Códigos para os esquemas sagitais



Fonte: Vergnaud (2009, p. 201)

Para o campo conceitual aditivo, Vergnaud (1990, 2009) determina seis classes de situações: composição de medidas, transformação de medidas, comparação de medidas, composição de transformações, transformação de relações e composição de relações. A Quadro 2 contempla um exemplo de situação-problema aditiva da classe transformação de medidas, seguida de seu esquema relacional.

Quadro 2: Situação-problema do campo conceitual aditivo

Situação-problema	Esquema relacional	Classe/subclasse
Paulo tinha 9 carrinhos. Ele ganhou mais 4 carrinhos na pescaria da festa de São João. Paulo ficou com quantos carrinhos?		Transformação positiva/ estado final desconhecido

Fonte: Elaborado pelas autoras

No caso do campo conceitual multiplicativo são cinco as classes de situações determinadas: proporção simples, comparação multiplicativa, produto cartesiano, função bilinear e proporção múltipla (Vergnaud, 1990; Gitirana *et al.*, 2014). Um exemplo de situação-problema da classe proporção simples, seguido de seu esquema relacional, é apresentado na Quadro 3.

Quadro 3: Situação-problema do campo conceitual multiplicativo

Situação-problema	Esquema relacional	Classe/subclasse
-------------------	--------------------	------------------

<p>Cada estojo tem 5 canetas. Quantas canetas têm em 3 estojos?</p>	<table border="1"> <thead> <tr> <th data-bbox="691 264 834 297">Estojo</th> <th data-bbox="874 264 962 297">Canetas</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td data-bbox="703 320 799 416">1</td> <td data-bbox="874 320 970 416">5</td> </tr> <tr> <td data-bbox="703 456 799 553">3</td> <td data-bbox="874 456 970 553">?</td> </tr> </tbody> </table>	Estojo	Canetas	1	5	3	?	<p>Proporção simples/ multiplicação um para muitos</p>
Estojo	Canetas							
1	5							
3	?							

Fonte: Elaborado pelas autoras

Vergnaud (2009) menciona que as situações aditivas e multiplicativas, conforme mencionadas e exemplificadas neste texto, são insuficientes “[...] para dar uma imagem completa das questões que existem nos problemas de aritmética” (Vergnaud, 2009, p. 269). Segundo o pesquisador, as situações que podem ser vistas como problemas de aritmética elementar não se reduzem, em geral, a apenas uma relação.

Nesse sentido, o pesquisador trata de problemas complexos; menciona a importância de problemas aritméticos complexos no ensino; e recomenda que o trabalho seja realizado em grupos de estudantes em sala de aula e não individualmente, pois estas situações demandam diálogos, novas estratégias de resolução, novos esquemas e proporcionam novas aprendizagens aos estudantes. Segundo Vergnaud (2009), estes problemas servem como um meio e um critério da aquisição das noções presentes nos enunciados.

Um meio porque a análise dos problemas, das soluções e dos erros é pedagogicamente essencial para fazer as crianças compreenderem quais relações são importantes e como elas podem ser tratadas. Um critério porque o fracasso em transformar e em compor relações traduz lacunas ou desconhecimentos (p. 269, grifos do autor).

O pesquisador considera três tipos de problemas aritméticos complexos: i) aqueles que envolvem mais de uma relação aditiva; ii) aqueles que envolvem mais de uma relação multiplicativa; iii) aqueles que contemplam ao menos uma relação aditiva e ao menos uma relação multiplicativa, estes denominados de problemas mistos. Vergnaud (2009) não apresenta uma classificação para estes problema, pois, segundo o pesquisador, o número de possibilidades aumentam exponencialmente em decorrência do número de relações elementares envolvidas.

A classificação de problemas mistos aritméticos

Desde 2017 o GEPeDiMa vem dedicando suas investigações às situações do tipo mistas, ou seja, aquelas denominadas por Vergnaud (2009) de problemas mistos. A primeira investigação do grupo foi publicada em 2019, e refere-se à dissertação de mestrado de Miranda (2019) a qual explicita uma classificação para as situações mistas. Num primeiro momento foram consideradas estritamente as situações que envolvem uma relação aditiva e uma relação multiplicativa, resultando em 30 possibilidades de classificação para estas situações, conforme Quadro 4:

Quadro 4: Classes de problemas mistos resultante da combinação do campo conceitual aditivo com o campo conceitual multiplicativo

Campo Multiplicativo	Campo Aditivo
Proporção simples	Composição de medidas
	Transformação de medidas
	Comparação de medidas
	Composição de transformações
	Transformação de relações
	Composição de relações
Comparação multiplicativa	Composição de medidas
	Transformação de medidas
	Comparação de medidas
	Composição de transformações
	Transformação de relações
	Composição de relações
Produto cartesiano	Composição de medidas
	Transformação de medidas
	Comparação de medidas
	Composição de transformações
	Transformação de relações
	Composição de relações
Função bilinear	Composição de medidas
	Transformação de medidas
	Comparação de medidas
	Composição de transformações
	Transformação de relações
	Composição de relações
Proporção múltipla	Composição de medidas
	Transformação de medidas
	Comparação de medidas
	Composição de transformações
	Transformação de relações
	Composição de relações

Fonte: Miranda (2019, p. 94 – 95)

No caso de situações mistas aritméticas que envolvem uma única relação aditiva e uma única relação multiplicativa, notamos que a classificação destas situações é possível, conforme Tabela 3. Em sua pesquisa de mestrado, Miranda (2019) toma como base as resoluções e esquemas apresentados por Vergnaud (2009) para as situações aditivas e multiplicativas e apresenta esquemas sagittais relacionais que permitem classificar tais situações mistas.

No Quadro 5 apresentamos um exemplo de problema misto, envolvendo um contexto comum em livros didáticos brasileiros - o contexto do táxi, envolvendo a bandeirada e o valor por quilômetro rodado. Geralmente este contexto é contemplado nos livros didáticos do 9º ano ou do Ensino Médio durante do estudo da função afim. Neste texto apresenta-se um problema misto aritmético envolvendo o contexto do táxi resolvido por estudantes do 5º ano dos Anos Iniciais, sujeitos colaboradores da pesquisa de Dezílio (2022).

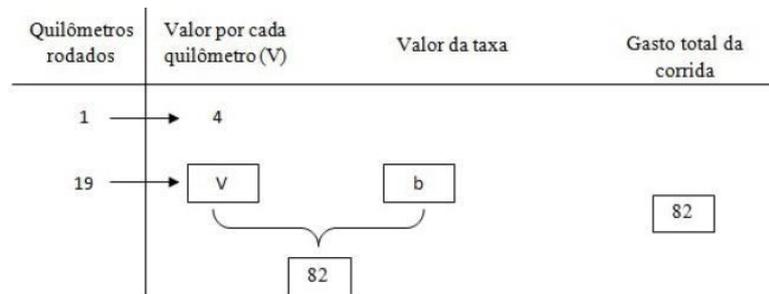
Quadro 5: Problema misto aritmético – contexto táxi

Um motorista de táxi cobra R\$ 4,00 por quilômetro rodado e mais um valor adicional. Alice fez uma viagem de 19 quilômetros e pagou ao motorista R\$ 82,00. Qual foi o valor adicional cobrado pelo motorista?

Fonte: Dezílio (2022, p. 103)

A situação-problema do Quadro 5 contempla uma proporção simples do tipo um para muitos e uma composição de medidas em busca por uma das partes. A Figura 1 apresenta um esquema relacional para a referida situação:

Figura 1: Problema misto – proporção simples (um para muitos) e composição de medidas (com a parte desconhecida)



Fonte: Dezílio (2022, p. 103)

Situações-problema mistas relacionadas à função afim

Considerando que as situações-problema relacionadas à função afim podem ser representadas algebricamente por $f(x) = ax + b$, com a e b números reais, Miranda (2019) identificou que elas também são relacionadas a problemas mistos, pois envolvem necessariamente uma relação aditiva e uma relação multiplicativa. A estas situações denominamos de situações-problema mistas associadas à função afim.

A respeito da classificação de situações mistas associadas à função afim, o GEPeDiMa vem aprofundando suas pesquisas, e tem constatado que devido à natureza do conceito matemático envolvido, nem todas as classes indicadas no Quadro 4 são pertinentes para as situações que envolvem função afim. Nessa direção, Tieppo (2024) mostra em sua tese de doutorado que três classes do campo conceitual multiplicativo - produto cartesiano, função bilinear e proporção múltipla - não são passíveis para classificar situações-problema associada a este conceito.

Ao analisar 1.140 situações-problema associadas à função afim disponibilizadas em 66 dissertações e teses brasileiras, Tieppo (2024) mostra que as classes multiplicativas função bilinear, o produto de medidas e a proporção múltipla “[...] são resultados de operações com

duas ou mais variáveis independentes, o que implica na impossibilidade destas classes estarem associadas ao termo ax da expressão algébrica da função afim” (p. 137).

Como consequência do estudo de Tieppo (2024), resultam 12 possibilidades de classes de situações-problemas relacionadas à função afim, desde que as situações envolvam uma única relação aditiva e uma única relação multiplicativa, conforme Quadro 6.

Quadro 6: Classes de situações-problema envolvendo função afim

Campo Multiplicativo	Campo Aditivo
Proporção simples	Composição de medidas
	Transformação de medidas
	Comparação de medidas
	Composição de transformações
	Transformação de relações
Comparação multiplicativa	Composição de relações
	Composição de medidas
	Transformação de medidas
	Comparação de medidas
	Composição de transformações
	Transformação de relações
	Composição de relações

Fonte: Elaborado pelas autoras baseado em Tieppo (2024)

Especificamente para situações que envolvem função afim, Tieppo (2024) estabelece uma ampliação dos símbolos para os esquemas relacionais propostos por Vergnaud e por Miranda (2019), com vistas a determinar a diferença entre os esquemas relacionais para problemas mistos aritméticos e os esquemas relacionais para situações-problema mistas relacionadas à função afim, afinal estes últimos envolvem variáveis.

Nota-se que as situações-problema relacionadas à função afim possuem o dinamismo marcado pelas variáveis envolvidas, o que não ocorre nos problemas mistos aritméticos. Assim, para determinar os esquemas relacionais de situações-problema que envolvem função afim, Tieppo (2024) propõem o uso de um triângulo inscrito no círculo e um triângulo inscrito no retângulo para representar as variáveis envolvidas na função afim, conforme Figura 2.

Figura 2: Códigos para esquemas relacionais de situações que envolvem funções



Fonte: Elaborado pelas autoras baseado em Tieppo (2024)

No Quadro 7 apresenta-se uma situação-problema relacionada à função afim, seguida de seu esquema relacional.

Quadro 7: Situação problema-relacionada à função afim

Gerônimo possui uma carreta e contratou um motorista para realizar o transporte de cargas. O motorista recebe como pagamento R\$ 2.500,00 mais 6% do faturamento do valor bruto mensal da carreta.

a) Escreva com suas palavras como é feito o cálculo do valor a ser pago ao motorista.
 b) A carreta faturou, em dezembro, o equivalente a R\$ 36.200,00 em valor bruto. Quantos reais o motorista recebeu neste mês?
 c) Sabendo que, em fevereiro, a carreta teve um faturamento de R\$54.000,00 em valor bruto, quanto foi pago ao motorista?
 d) Escreva uma expressão que permita calcular, para qualquer mês, o pagamento (p) do motorista em função do valor bruto (v) faturado.

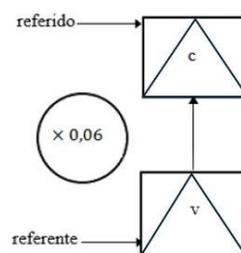
Fonte: Siqueira (2023, p. 96)

Siqueira (2023) faz uma análise da estrutura da situação do Quadro 7. A pesquisadora mostra que se trata de uma situação que envolve uma transformação positiva com busca pelo estado final. Contudo, a transformação presente no enunciado “[...] é resultado de uma comparação multiplicativa, com a porcentagem sendo a razão que compara duas medidas de mesma natureza, nesse caso, o referido e o referente” (p. 79).

Chamamos a atenção para o fato que os itens b e c da situação-problema correspondem a problemas mistos aritméticos e o item d envolve variáveis – o pagamento do motorista depende do valor bruto faturado mensalmente pela carreta -, ou seja, o item d refere-se a uma situação associada a uma função afim. Logo no esquema relacional deve conter símbolo(s) da Figura 2.

Siqueira (2023) considera como referente ao valor (v) que corresponde ao valor bruto faturado mensalmente pela carreta; o referido é a comissão e a relação é dada por 6%, ou seja, 0,06. Considerando que o valor bruto mensal da carreta e a comissão paga ao motorista (referido c) são variáveis, o esquema relacional é apresentado do seguinte modo:

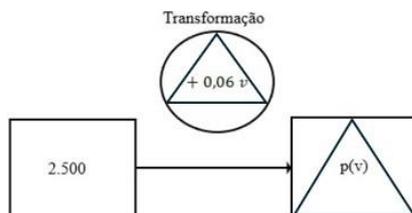
Figura 3: Esquema relacional de comparação multiplicativa



Fonte: adaptado de Siqueira (2023) com base em Tieppo (2024)

Assim, a comissão é dada por $c = 0,06 \times v$; e o pagamento do motorista consiste em um valor fixo de R\$ 2.500,00 (estado inicial) para um valor acrescido pela comissão de $0,06 \times v$ (transformação positiva), o que resulta em um valor final (estado final) p a ser pago (Siqueira, 2023). Portanto, o valor total que o motorista recebe pode ser representado por uma transformação de medidas, conforme o esquema:

Figura 4: Esquema relacional de transformação



Fonte: adaptado de Siqueira (2023)

O pagamento (p) do motorista pode ser representado por meio da expressão algébrica: $p(v) = 0,06v + 2.527$, que representa uma função afim. Nessa situação não se sabe quanto vale $0,06v$ (o referido), nem o valor a ser pago ao motorista, logo a classe é comparação multiplicativa (referido desconhecido) e transformação de medidas (transformação positiva com estado final desconhecido). O Quadro 8 apresenta o esquema relacional para a referida situação-problema.

Quadro 8: Esquema relacional - comparação multiplicativa e transformação

Esquema Sagital	Função
	$c = 0,06v$ Portanto, $p(v) = 2.527 + 0,06v$, ou $p(v) = 0,06v + 2.527$.

Fonte: Adaptado de Siqueira (2023, p. 80)

Situações-problema complexas relacionadas à função afim

Diversos problemas mistos, incluindo as situações que envolvem função afim, consistem em mais de uma relação do campo conceitual aditivo e/ou mais de uma relação do campo multiplicativo. Às situações-problema que envolvem mais de uma operação aditiva ou mais de uma operação multiplicativa, Vergnaud (2009) denomina de situações complexas.

A respeito desta complexidade, ao estudar a complexidade de situações-problema mistas relativas a juros simples, Fuzzo (2022) explicitou a existência de etapas intermediárias necessárias para a resolução de tais situações. O pesquisador mostra que as etapas intermediárias também podem ser classificadas segundo as classes do campo conceitual aditivo e/ou do campo conceitual multiplicativo.

Fuzzo (2022) propõe um esquema para as situações mistas complexas, contemplando as etapas intermediárias e o esquema relacional principal. O “[...] esquema principal é uma associação entre os diagramas das etapas intermediárias necessárias para atingir a questão principal do enunciado” (Fuzzo, 2022, p. 121).

Para indicar as etapas intermediárias nos esquemas sagitais de situações-problema complexas, Fuzzo (2022) apresenta códigos pontilhados adaptados de Vergnaud (2009).

Quadro 9: Códigos adaptados para esquema relacional das etapas intermediárias

Código	Descrição
	Retângulo pontilhado (tracejado) - um número para representar medidas em etapa intermediária
	Círculo pontilhado (tracejado) - número relativo para representar transformações em etapa intermediária
	Flechas pontilhadas (tracejadas) – uma transformação, relação de comparação, ou uma relação
	Chave pontilhada (tracejadas) – Composição de elementos de mesma natureza

Fonte: Fuzzo (2022, p. 85)

Diversas situações-problema associadas à função afim se referem a situações complexas – elas são situações mistas pois envolvem pelo menos uma operação aditiva e pelo menos uma operação multiplicativa; mas, se conter mais de uma relação aditiva e/ou mais de uma relação multiplicativa, as denominamos de *situações-problemas complexas associadas à função afim*.

Na Figura 5 apresentamos uma situação-problema complexa associada à função afim.

Figura 5: Situação-problema complexa associada à função afim



A gerência da sorveteria Latte Dulce quer melhorar o controle financeiro sobre suas vendas, para isso, organizou a análise do custo de produção de 12 litros de sorvete.

Para essa produção gasta-se: R\$ 30,00 em leite; R\$ 10,00 em açúcar; e R\$ 25,00 em outros insumos. Há ainda um custo de R\$ 0,50 por sorvete vendido, referente à casquinha em que cada sorvete é servido. Além disso, a sorveteria possui custos fixos mensais que totalizam R\$ 12.110,00.

Com relação às vendas, sabemos que a sorveteria vende cada unidade de sorvete por R\$ 8,00, e que cada um possui em média 300 ml de sorvete.

Considerando o potencial de lucro ou prejuízo dessa sorveteria, represente-o matematicamente. E apresente como ele pode ser representado visualmente de forma a facilitar a compreensão das informações pela gerência da sorveteria.

Fonte: Zanatta (2024, p. 58)

Tomando como base a proposta de Fuzzo (2022) e de Tieppo (2024), Zanatta (2024) constrói um esquema relacional completo para a situação-problema da Figura 5, apresentando as etapas intermediárias e o esquema relacional principal, conforme a Figura 6:

Figura 6: Esquema relacional completo para a situação da sorveteria Latte

Etapa	Expressão numérica (resultado)	Esquema relacional	Categoria
INTERMEDIÁRIA	$30 + 10 + 25 = 65$ custo do lote (CL)		Composição de medidas
	$\frac{300}{1000} = 0,3$ volume de sorvete comercializado (Li)		Proporção simples um para muitos - cota
	$\frac{65}{12} * 0,3 = 1,625$ custo do sorvete comercializado (C ₁)		Proporção simples muitos para muitos
	$1,625 + 0,50 = 2,125$ custo total por sorvete comercializado (C ₂)		Composição de medidas
	$8 - 2,125 = 5,875$ lucro unitário (LU)		Transformação negativa
	$5,875 * q$ lucro total da sorveteria (L)		Proporção simples um para muitos - multiplicação
	$f(q) = 5,875 * q - 12110$ função que expressa o potencial de lucro ou prejuízo (f(q))		Transformação negativa
ESQUEMA RELACIONAL PRINCIPAL (1)			Proporção simples e Transformação
			negativa
ESQUEMA RELACIONAL PRINCIPAL (2)			Proporção simples e Transformação de medidas

Fonte: Zanatta (2024, p. 63-64)

A situação-problema da Sorveteria Latte e outras duas situações-problema complexas associadas à função afim fizeram parte do instrumento de pesquisa de Zanatta (2024), e foram resolvidas por grupos de estudantes do 4º ano de Licenciatura em Matemática, com o propósito analisar esquemas, invariantes operatórios e as formas predicativa e operatória do conhecimento manifestadas pelos estudantes. O direcionamento do pesquisador vai ao encontro de Vergnaud (2009), ao mencionar que as situações complexas são importantes de serem propostas durante o ensino e com o propósito delas serem desenvolvidas pelos estudantes em grupos, para que eles possam dialogar, levantar hipóteses, discutir sobre as possíveis estratégias de resolução e apresentar uma solução adequada ou não para a situação proposta.

Considerações: nem sempre finais

As situações mistas e complexas estudadas por Vergnaud são do tipo aritmético (Vergnaud, 2009). O GEPeDiMa avança teoricamente: ao apresentar uma classificação para problemas mistos aritméticos seguidos de seus esquemas sagitais; ao considerar situações-problema associadas à função afim, mostrando a possibilidade de classificação seguida de esquemas relacionais; e avança no que se refere às situações-problema complexas relacionadas à função afim, mostrando a existências de etapas intermediárias, possíveis de serem classificadas segundo as relações dos campos conceituais aditivo e multiplicativo.

A relevância de se compreender as diferentes estruturas envolvidas nas situações-problema complexas associadas à função afim deve-se principalmente a dois aspectos: i) a importância da diversidade de situações-problema a serem propostas aos estudantes para a compreensão do conceito em questão; ii) diversas situações presentes nos livros didáticos de Matemática e principalmente as situações-problema associadas à função afim presentes em provas do PISA e do Exame Nacional do Ensino Médio – ENEM envolvem mais de uma relação aditiva e/ou mais de uma relação multiplicativa, conforme mostram as pesquisas realizadas por Miranda (2019), Tieppo *et al.* (2023) e Tieppo, Nogueira e Zanella (2023). Portanto, com base em Vergnaud (2009, 1990), defendemos a importância de o professor ter a ciência da existência destas diferentes estruturas de situações-problema mistas e diferenciar, sempre que possível, as situações propostas a seus estudantes.

Diversas pesquisas de mestrado, doutorado, pós-doutorado e institucionais estão sendo realizadas por membros do GEPeDiMa. O grupo tem como propósito o estabelecimento do campo conceitual da função afim, tomando como base as classes de situações de estruturas aditivas e de estruturas multiplicativas, conforme estabelecidas por Vergnaud (2009) e considerando a natureza do campo das funções, envolvendo variáveis. Para tanto, o estudo das situações e de suas estruturas se faz necessário, conforme uma primeira sistematização dos resultados de pesquisas do GEPeDiMa apresentada neste artigo.

Agradecimentos

Agradecemos ao Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico (CNPq) pelo apoio ao financiamento do projeto GEPeDiMa, liderado pela primeira autora deste artigo, com a participação da segunda autora. Agradecemos à Fundação Araucária de Apoio ao Desenvolvimento Científico e Tecnológico do Estado do Paraná (FA) pela bolsa sênior concedida à segunda autora desta pesquisa. Agradecemos à Universidade Estadual do Paraná pelo recurso disponibilizado para a participação no IX SIPEM.

Referências

- Dezilio, K. (2022). Ideias de função e problemas mistos: Um estudo com alunos do 5º ano do ensino fundamental (Dissertação de mestrado, Universidade Estadual do Paraná – UNESPAR). UNESPAR
- Duval, R. (2011). Ver e ensinar a matemática de outra forma: Entrar no modo matemático de pensar: Os registros de representações semióticas (T. M. M. Campos, Org.; M. A. Dias, Trad.). PROEM
- Fuzzo, R. A. (2022). Uma tipologia de situações de juro simples com base na teoria dos campos conceituais (Dissertação de mestrado, Universidade Estadual do Oeste do Paraná). Universidade Estadual do Oeste do Paraná
- Gitirana, V., et al. (2014). Repensando a multiplicação e a divisão: Contribuições da teoria dos campos conceituais. PROEM
- Miranda, C. (2019). Dissertação de mestrado em Educação em Ciências e Educação Matemática (Universidade Estadual do Oeste do Paraná). Universidade Estadual do Oeste do Paraná
- Merli, R. F. (2022). Do pensamento funcional ao campo conceitual de função: O desenvolvimento de um conceito (Tese de doutorado, Universidade Estadual do Oeste do Paraná). Universidade Estadual do Oeste do Paraná
- Siqueira, F. K. S. (2023). Complexidade de situações mistas associadas à função afim: Uma investigação com estudantes do ensino médio (Dissertação de mestrado, Universidade Estadual do Paraná – UNESPAR). UNESPAR
- Tieppo, S. M. (2024). Panorama das situações relacionadas à função afim em teses e dissertações brasileiras (Tese de doutorado, Universidade Estadual do Oeste do Paraná). Universidade Estadual do Oeste do Paraná
- Tieppo, S. M., Cappelin, A., Zanatta, L. F., Nogueira, C. M. I., & Rezende, V. (2023). Um panorama de situações do tipo misto em provas do Exame Nacional do Ensino Médio. *Ciência & Educação*, 29, e23009, 1-17
- Tieppo, S. M., Nogueira, C. M. I., & Zanella, M. S. S. (2023). Questões do PISA envolvendo função afim: Uma análise na perspectiva da teoria dos campos conceituais. *Revista Brasileira de Educação em Ciências e Educação Matemática*, 7(3), 455-478
- Vergnaud, G. (2009). A criança, a matemática e a realidade: Problemas do ensino da matemática na escola elementar. UFPR
- Vergnaud, G. (1990). La théorie des champs conceptuels. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 10(23), 133-170
- Vergnaud, G. (1983). Multiplicative structures. In R. Lesh & M. Landau (Eds.), *Acquisition of math concepts and processes* (pp. 127-174). Academic Press
- Zanatta, L. (2024). Formas operatória e predicativa relativas à função afim manifestadas por estudantes de licenciatura em matemática (Dissertação de mestrado, Universidade Estadual do Paraná – UNESPAR). UNESPAR