

Possíveis mobilizações de significados, demandas e linguagens probabilísticas em perspectiva inclusiva por meio de uma sequência de jogos

The mobilization of meanings, demands, and languages of Probability through a sequence of games

Henrique Alexandre da Silva¹

Rita de Cássia Silva Pascoal²

Jaqueline Aparecida Foratto Lixandrão Santos³

Resumo: O estudo da probabilidade é indicado da Educação Infantil ao Ensino Médio, dessa forma ele precisa ser oferecido para todos os estudantes, inclusive para os estudantes atípicos. Este trabalho analisa as possíveis contribuições de uma sequência de jogos desenvolvida em perspectiva inclusiva na formação de significados, demandas e linguagem de probabilidade para estudantes dos anos finais do Ensino Fundamental. As análises indicaram que os jogos favorecem a exploração das demandas cognitivas de probabilidade, são recursos para estimular os participantes a definirem e discutirem eventos aleatórios, construir espaço amostral, quantificar e comparar probabilidades nas jogadas. A linguagem probabilística, bem como os significados de probabilidade também podem ser explorados. O caráter inclusivo dos jogos se apresenta por meio da representação dos números, expressões e pontuações do alfabeto manual e de sinais em Libras.

Palavras-chave: Probabilidade. Ensino Fundamental. Pensamento Probabilístico. Jogos. Educação Estatística.

Abstract: The study of probability is recommended from preschool to high school, and therefore it needs to be offered to all students, including atypical students. This paper analyzes the possible contributions of a sequence of games developed from an inclusive perspective in the formation of meanings, demands and language of probability for students in the final years of elementary school. The analyses indicated that the games favor the exploration of the cognitive demands of probability, are resources to stimulate participants to define and discuss random events, build sample space, quantify and compare probabilities in the plays. Probability language, as well as the meanings of probability, can also be explored. The inclusive character of the games is presented through the representation of numbers, expressions and punctuation of the manual alphabet and signs in Libras.

Keywords: Probability. Fundamental School. Probability Concepts. Games. Statistical Education.

1 Introdução

Neste artigo apresenta-se uma pesquisa que envolve uma sequência de jogos desenvolvidos em perspectiva inclusiva com foco na formação de conceitos sobre probabilidade que foram desenvolvidos pelo Grupo de Estudos e Pesquisas em Matemática Inclusiva de Pernambuco – (GEPeMI-PE).

¹ Universidade Federal de Pernambuco • Recife, PE – Brasil • henrique.alexandres@ufpe.br • ORCID <https://orcid.org/0009-0007-7997-9547>

² Universidade Federal de Pernambuco • Recife, PE – Brasil • rita.pascoal@ufpe.br • ORCID <https://orcid.org/0000-0001-9271-6708>

³ Universidade Federal de Pernambuco • Recife, PE – Brasil • jaqueline.lixandrao@ufpe.br • ORCID <https://orcid.org/0000-0003-0375-5081>

O ensino de Matemática na perspectiva inclusiva tem sido debatido por diversos pesquisadores em eventos científicos, como no Encontro Nacional de Matemática Inclusiva (ENEMI), no entanto, poucos estudos apresentados envolvem o ensino de probabilidade. Em uma revisão sistemática no Catálogo de Teses e Dissertações da CAPES e nos anais do ENEMI, Correia e Cazorla (2021) encontraram apenas três trabalhos relacionados ao ensino de probabilidade em perspectiva inclusiva, sendo eles de autoria de Monteiro (2016); Santos e Borba (2019); e Santos, Braz e Borba, (2019).

Segundo a Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional (LDB), lei 9.394/96 (Brasil, 1996), os estudantes com deficiência devem preferencialmente estudar em classes comuns de ensino regular. Desse modo, faz-se necessário pensar no ensino de todas as áreas indicadas na Base Nacional Comum Curricular - BNCC (BRASIL, 2018) em perspectiva inclusiva, uma vez que as classes de ensino regular contêm uma pluralidade de alunos.

A probabilidade está inserida nos currículos da Educação Básica e seu ensino é indicado da Educação Infantil ao Ensino Médio. Na BNCC o estudo da probabilidade é sugerido desde os anos iniciais do ensino fundamental até o Ensino Médio. A orientação é que as propostas de trabalho envolvam, entre outras coisas, a noção de aleatoriedade, a exploração de linguagem probabilística, experimentos aleatórios e comparações entre a probabilidade frequentista e teórica, a identificação de situações da vida cotidiana que abordem termos/conceitos probabilísticos, bem como a resolução e a elaboração de problemas que abrangem o cálculo da probabilidade.

Quanto ao ensino na perspectiva inclusiva, a BNCC não apresenta orientações específicas sobre a questão, no entanto, a pesquisadora Kranz (2015) defende o uso de jogos pautados em elementos do Desenho Universal Pedagógico (DUP), pois “seus elementos levam os alunos a conhecerem e a refletirem sobre possibilidades concretas de inclusão das pessoas com deficiência em diferentes situações cotidianas e escolares” (Kranz, 2015, p. 204-205).

Posto isso, consideramos que o uso de jogos envolvendo a probabilidade pode contribuir com o ensino na perspectiva inclusiva e, também, com a formação de conceitos probabilísticos importantes para todos os estudantes. Desse modo, surgiu o seguinte problema de pesquisa: “Quais conceitos relacionados à Probabilidade - significados, demandas e linguagens da Probabilidade em perspectiva inclusiva - podem ser mobilizados por uma sequência de jogos desenvolvidos em perspectiva inclusiva?”. Dessa forma, temos como objetivo analisar as possíveis contribuições de uma sequência de jogos desenvolvida em perspectiva inclusiva na formação de significados, demandas e linguagens probabilísticas para estudantes dos anos finais do Ensino Fundamental.

Para o desenvolvimento dos jogos foram considerados estudos de Grandó (2000) sobre o uso de jogos na sala de aula, os quais enfatizam a importância do uso de jogos e materiais manipuláveis como meio de atividades criadoras no ensino de matemática; e para o ensino na perspectiva inclusiva, os elementos do DUP, indicados por Kranz (2015).

Quanto à exploração de conceitos probabilísticos, nos pautamos nos estudos de Bryant e Nunes (2012) e de Vasquez et al (2019). Os estudos de Bryant e Nunes (2012) envolvem as demandas cognitivas de probabilidade – aleatoriedade, espaço amostral, quantificação e comparação, e correlação. Segundo os autores, a compreensão das referidas demandas são essenciais para o desenvolvimento de noções probabilísticas, bem como da sua compreensão. Vásquez e Alsina (2019) consideram a linguagem probabilística como elemento-chave para discutir contextos probabilísticos e ainda defendem que a linguagem associada ao acaso é importante para a compreensão adequada da Probabilidade.

A sequência desenvolvida possui quatro jogos, sendo eles: Jogo da Linha; Dominó da Probabilidade; Giro da Probabilidade; e Probabilicard. A proposta inicial era desenvolver jogos para serem aplicados presencialmente em classes de ensino comum regular dos anos finais do Ensino Fundamental que possuíam alunos público alvo da Educação Especial, no entanto, em função do contexto pandêmico, três deles foram desenvolvidos para o ambiente virtual - Jogo da Linha; Dominó da Probabilidade; Giro da Probabilidade – e o Probabilicard para ser jogado presencialmente.

Dois dos quatro jogos citados foram frutos de trabalhos de conclusão de curso desenvolvidos por dois licenciandos do curso de Matemática, participantes do GEPEMI-PE. Em seu trabalho, Silva (2023) desenvolveu o jogo Dominó da Probabilidade com três alunos típicos do 9º ano do ensino fundamental de uma escola da rede pública municipal do município de Caruaru-PE. Dentre os resultados obtidos, o autor destaca o jogo como “fator motivador, criador de um ambiente propício para exposição, análise e reflexão de argumentos, permitindo aos estudantes (re)construir suas noções qualitativas e quantitativas de termos comumente utilizados no ensino de probabilidade” (SILVA, 2023, p. 8). O jogo Probabilicard foi desenvolvido por Silva (2022) com dois estudantes, um do 8º e outro do 9º ano, ambos surdos. Os resultados obtidos pela pesquisadora indicam o jogo como um recurso importante para o ensino de probabilidade para estudantes surdos, uma vez que “percebeu-se que ao longo das jogadas os alunos compreenderam a probabilidade envolvida no jogo” (SILVA, 2022, p. 58), pois estabeleceram critérios para refletirem sobre as situações para tomarem decisões. A autora destaca a importância do uso da Língua Brasileira de Sinais (Libras) no material do jogo, pois indica a valorização da língua, bem como a possibilidade de aprendizagem e comunicação entre estudantes surdos e ouvintes.

A opção por uma sequência, e não apenas um jogo, partiu da indicação de explorar conceitos probabilísticos em diferentes contextos. Mesmo se tratando de jogos, consideramos que a exploração de diferentes propostas pode envolver diferentes contextos. Além disso, desejávamos observar se à medida que os alunos típicos e atípicos fossem se envolvendo nos jogos, os conceitos e hipóteses seriam apresentados de forma mais elaborada. No entanto, para este trabalho, focamos na análise dos jogos, de modo que a observação da formação de conceitos por uma turma de alunos de ensino regular com alunos típicos e atípicos será realizada em pesquisa futura.

2 Significados, Demandas e Linguagens da Probabilidade

O entendimento da probabilidade e de seus conceitos são fundamentais para a compreensão e interpretação de eventos incertos em diversas áreas do conhecimento, inclusive uma das justificativas para o ensino de probabilidade nas escolas vem do fato de que fenômenos relacionados ao acaso fazem parte do nosso cotidiano (Gal, 2005). Essa perspectiva aborda a importância de compreender a natureza aleatória dos fenômenos e a capacidade de quantificá-los.

O conceito clássico de probabilidade, em que se relaciona o total de casos favoráveis dentre o total de casos possíveis, dá a entender que a compreensão deste conceito pode ser simples, no entanto, ao examinar os diferentes significados de probabilidade, observamos que sua compreensão é complexa. Quanto aos significados, temos: (1) Significado Intuitivo: concepção ligada a situações de incertezas presentes no cotidiano; (2) Significado Clássico ou laplaciano: concepção que traz os estudos feitos por Laplace sobre a probabilidade de ocorrência de um evento e suas possíveis chances de sucesso ou falhas ao examinar uma fração, além disso, aborda situações nas quais eventos possíveis são limitados e equiprováveis. Vale destacar que este é um dos principais significados trabalhados em sala de aula; (3) Significado

Frequencial: concepção ligada a dados estatísticos, como taxa de mortalidade e tabelas de seguro, usados para estimar os dados coletados ao longo do tempo; (4) Significado Subjetivo: concepção que baseia-se nas informações experienciadas pelo indivíduo, tornando difícil expressar numericamente a chance do evento ocorrer, pois, em sua vivência, a subjetividade de um mesmo evento pode ser representada de forma diferente para cada pessoa; (5) Significado axiomático: concepção que busca quantificar a incerteza de resultados em experimentos aleatório e abstratos.

Batanero (2005) explica a importância do professor compreender os diferentes significados da probabilidade, para, assim, “compreender os obstáculos que os alunos podem enfrentar durante a construção e aprendizagem dos conceitos vinculados a este bloco de conteúdo, uma vez que encontrarão os mesmos paradoxos e situações contraintuitivas que surgiram no desenvolvimento histórico do cálculo de probabilidades” (Batanero, 2005, p. 28, tradução nossa) ¹.

Bryant e Nunes (2012) têm defendido a importância de explorar um conjunto de noções para desenvolver a compreensão de conceitos probabilísticos e enfatizado a importância de abordagens educacionais que promovam uma compreensão mais ampla e contextualizada da probabilidade, incorporando situações do cotidiano, atividades práticas e reflexão crítica. Além disso, consideram o conceito de Probabilidade como complexo e elencam quatro demandas cognitivas básicas para o desenvolvimento de sua compreensão, apontando que, apesar de cada uma dessas demandas ser diferente uma da outra, elas se inter-relacionam. São elas: (1) Aleatoriedade: compreensão da natureza de experimentos e fenômenos aleatórios; características dos diferentes tipos de eventos aleatórios e a linguagem para representar os referidos eventos; (2) Espaço Amostral: formar e classificar espaços amostrais, considerando todos os possíveis eventos e sequências de eventos que podem acontecer; (3) Quantificação de Probabilidades: quantificar e comparar probabilidades; (4) Risco Probabilístico: compreender a noção de risco probabilístico para tomada de decisões envolvendo a relação entre variáveis.

Ortiz e Alsina (2017) explicam que a linguagem probabilística é a forma específica de linguagem utilizada para abordar o conceito de incerteza e é delineada por cinco principais áreas. Estas áreas compreendem: (1) Linguagem Verbal: engloba a diversidade de termos e expressões verbais, dividindo-se em três categorias: expressões verbais específicas da matemática, que são termos técnicos da matemática ausentes na linguagem comum; expressões verbais relacionadas à matemática, presentes tanto no contexto social quanto no matemático, porém com significados não necessariamente idênticos; e expressões verbais comuns, que têm significados semelhantes tanto no dia a dia quanto na matemática; (2) Linguagem Numérica: compreende a utilização de símbolos para mensurar a probabilidade de acontecimentos de um evento específico e para a comparação entre diferentes probabilidades; (3) Linguagem Tabular: envolve o emprego de tabelas para organizar e examinar dados. É comumente empregada na exposição de frequências relativas e na estimativa de probabilidades; (4) Linguagem Gráfica: similar à abordagem mencionada anteriormente, a expressão gráfica também é empregada para estimar probabilidades. No entanto, sua gama de ferramentas é mais diversificada, incluindo pictogramas, gráficos de barras e diagramas de árvores; e (5) Linguagem Simbólica: consiste na representação dos símbolos utilizados para transmitir a probabilidade de ocorrência de um evento.

O estudo da probabilidade vai além de um mero cálculo matemático, ele representa uma ferramenta fundamental para compreender e quantificar a incerteza que permeia diversos aspectos da vida. Ao explorar os diferentes conceitos de probabilidade, somos capazes de perceber a complexidade subjacente a situações incertas. A abordagem educacional proposta por Bryant e Nunes (2012) enfatiza não apenas a importância de entender esses conceitos

teóricos, mas também de aplicá-los em contextos práticos do dia a dia. Isso inclui desde a interpretação de dados estatísticos até a tomada de decisões informadas baseadas em riscos probabilísticos. Além disso, a diversidade de linguagens probabilísticas, descritas por Ortiz e Alsina (2017), ilustra como a probabilidade é uma disciplina rica em formas de expressão que permitem uma representação compreensível da incerteza.

Como mencionado anteriormente, poucos são os estudos que abordam a probabilidade em perspectiva inclusiva. Dentre eles, os que possuem relação com nossa pesquisa em âmbito nacional é o de Santos e Borba (2019), realizada com um estudante cego do 9º ano do Ensino Fundamental que apresentou noções de aleatoriedade, espaço amostral, quantificação e comparação de probabilidades a partir do uso de materiais manipuláveis; e internacional, de López-Mojica (2018), desenvolvida com três estudantes dos anos finais do ensino fundamental com deficiência intelectual, cujos resultados indicaram o uso da memória de trabalho, de esquemas visuais e atenção para a apresentação de ideias probabilísticas - espaço amostral, medida e comparação de probabilidades – pelos estudantes.

As pesquisas indicam que estudantes atípicos apresentam conceitos probabilísticos, no entanto, como desenvolver tais noções em classes de ensino regular, com estudantes típicos e atípicos, passou a ser nosso foco de trabalho. Assim, consideramos que os jogos se mostram como um recurso importante no ensino na perspectiva inclusiva, uma vez que suas características, dentre as quais estão o envolvimento de diversas pessoas na mesma atividade, facilidade de compreensão das regras e envolvimento dos jogadores, se fazem presentes. Além disso, mesmo os estudantes que possuem dificuldades com a disciplina se sentem motivados a participar da atividade, pois não associam a “derrota” e a “vitória” no jogo com um possível “fracasso” ou “sucesso” escolar, enxergando-as apenas como uma característica comum dos jogos.

Para o desenvolvimento dos jogos consideramos estudos de Grando (2000), que considera que a matemática existe no pensamento humano e, por isso, depende de situações e imaginação para definir suas regularidades e conceitos. A autora destaca a necessidade de se ampliar a experiência com estudantes, a fim de proporcionar-lhes momentos de atividade criadora, dessa forma, consideram que o jogo pode ser uma possibilidade para os estudantes vivenciarem a Matemática na sala de aula. Também consideramos os estudos de Kranz (2015) que propõe o uso dos jogos no processo de ensino inclusivo de Matemática e destaca que estes precisam ter elementos do DUP, que são: recursos pedagógicos acessíveis a todos, participação de todos na mesma atividade, colaboração e interação envolvendo todos, problematização e desafios com o intuito de desenvolver a criatividade e a aprendizagem, linguagem oral e escrita como mediadores fundamentais, além da participação e da intervenção do professor.

3 Metodologia

O presente estudo quanto à abordagem e ao objetivo, respectivamente, trata-se de uma pesquisa qualitativa e descritiva desenvolvida por integrantes do GEPeMI-PE. O grupo possui professores pesquisadores, professores da Educação Básica, egressos e licenciandos do curso de licenciatura em Matemática.

A pesquisa envolveu quatro etapas: 1. Estudos de referências sobre probabilidade e ensino de matemática em perspectiva inclusiva; 2. Levantamento das referências que seriam utilizadas para elaboração dos jogos, quantidade de jogos e elementos que iriam estar presentes em cada jogo a serem desenvolvidos com estudantes dos anos finais do ensino fundamental; 3. Construção dos jogos por grupos de trabalhos; e 4. Desenvolvimento dos jogos com participantes do grupo e ajustes necessários.

Em relação à coleta de dados, esta foi realizada a partir da análise de registros de áudio e diário de campo dos pesquisadores durante o desenvolvimento de todas as etapas, que teve início em 2021 e se estendeu até 2023.

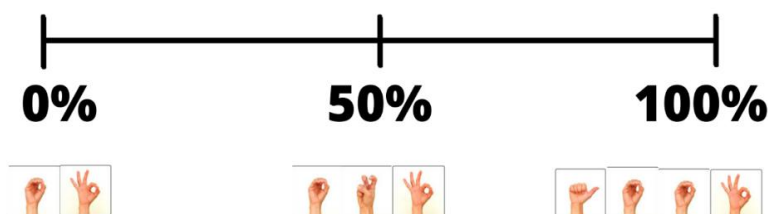
4 A sequência de jogos: desenvolvimento e características

Após a conclusão das duas primeiras etapas dos jogos ficou decidido pelos participantes do GEPeMI-PE que os jogos deveriam envolver os significados, demandas e linguagens da Probabilidade. Além disso, iniciariam com a relação entre termos e porcentagens, depois com a inclusão de exemplos pelos participantes a partir de tais relações e por fim, por avaliações de probabilidades. Na terceira etapa os participantes do grupo foram divididos em quatro grupos de trabalhos e cada um ficou responsável pela elaboração de um jogo. Cada grupo tinha entre três ou quatro participantes. Na última etapa, os jogos foram desenvolvidos com o grupo todo e os participantes analisaram tempo de jogadas, número de participantes, desafios e entretenimentos proporcionados pelos jogos, entre outros.

Como o período da pesquisa envolveu o contexto pandêmico, os três primeiros jogos foram elaborados para ser realizado remotamente e o seu desenvolvimento junto ao grupo de pesquisa ocorreu por meio da plataforma Google Meet. Já Probabilicard foi realizado com os participantes após o retorno das atividades presencialmente, assim foi desenvolvido de forma impressa.

O Jogo da Linha foi o primeiro da sequência desenvolvida, sendo composto por um segmento de reta (Figura 1), no qual nas extremidades esquerda e direita, respectivamente, estão 0% e 100%, e em seu ponto médio encontra-se 50%. Fazem parte do jogo, também, oito setas (Figura 2), de cores distintas, cada uma com um dos seguintes termos probabilísticos: pouco provável, quase impossível, incerto, impossível, certo, quase certo, possível e provável.

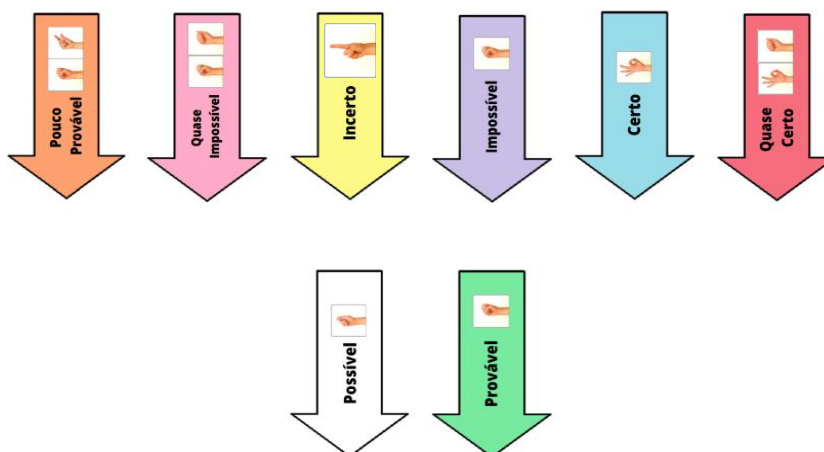
Figura 1: Segmento de reta utilizado no jogo



Fonte: Dados da pesquisa.

O jogo consiste em determinar em qual parte do segmento cada seta pode ser colocada. Por exemplo, a seta que contém o termo “impossível” poderia ser colocada na extremidade esquerda, que representa 0%. Cabe citar que o jogo foi desenvolvido em uma perspectiva inclusiva, visto que tanto as porcentagens quanto os termos também foram representados por meio da utilização de sinais da Libras.

Figura 2: Setas com termos probabilísticos

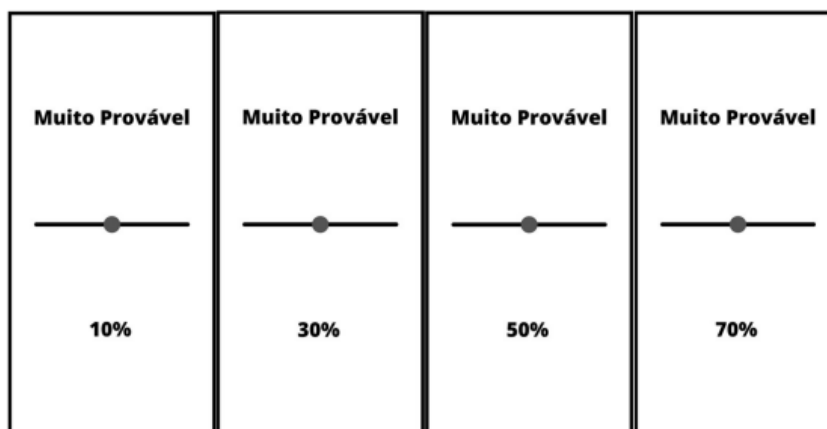


Fonte: Dados da pesquisa.

Em função do número reduzido de setas, e com base em discussões realizadas no GEPEMI-PE, sugere-se a participação de dois jogadores, embora não tenha sido estabelecida uma quantidade específica. O lançamento de um dado, numerado de 1 a 6, determinará quem iniciará o jogo, de modo que o jogador que obtiver a maior numeração dará início a partida. E quanto ao desenvolvimento do jogo, cada participante deverá associar, em sua vez de jogar, uma seta ao ponto do segmento cuja porcentagem corresponde ao termo probabilístico presente nela. Cabe destacar que os jogadores precisam justificar as associações feitas, de modo a convencer o outro jogador. Este, por sua vez, pode concordar ou não com a argumentação. Para garantir que os argumentos válidos sejam considerados, se faz necessária a mediação do professor. O vencedor é aquele que colocar o maior número de setas em suas porcentagens correspondentes.

O segundo jogo da sequência chama-se Dominó da Probabilidade, cujo propósito é promover o desenvolvimento da linguagem probabilística. Ele é composto por 35 peças retangulares (Figura 3), divididas ao meio (de forma semelhante ao dominó tradicional), de modo que em uma das partes há um termo probabilístico e, em outra, uma porcentagem. Os termos e as porcentagens são, respectivamente: impossível, pouco provável, igual probabilidade, muito provável, certo, 0%, 10%, 30%, 50%, 70%, 90% e 100%.

Figura 3: Exemplos de peças do jogo



Fonte: Silva (2023).

No que se refere à distribuição dos termos e das porcentagens, há sete peças com cada

um dos termos, ficando cada uma com uma das sete porcentagens apresentadas. Sendo assim, temos, por exemplo, sete peças com o termo “impossível”, mas cada uma delas com uma porcentagem. E, diferente do dominó tradicional, não se deve combinar termo com termo e porcentagem com porcentagem, mas sim termo com porcentagem correspondente, como é o caso de “certo” e 100%.

É válido dizer que há termos com mais de uma porcentagem equivalente, como acontece com “pouco provável”, que pode ser combinado tanto com 10% quanto com 30%. Além disso: “[...] as equivalências termo-percentual corretas, do ponto de vista matemático, não são pré-definidas. Com isso, os jogadores iniciam o jogo com suas próprias convicções e as equivalências são discutidas durante o jogo, conforme as combinações vão ocorrendo” (Silva, 2023, p. 37).

Caso todos concordem com a combinação, ela é mantida. Se houver discordância os jogadores precisam argumentar para defenderem seus pontos de vista, de modo que, para uma combinação ser considerada aceitável, a maioria precisa estar de acordo. Nas situações em que ocorrer empate, cabe ao mediador desempatar. E, se uma combinação não for aceita, o responsável por ela pode utilizar outra de suas peças, caso tenha uma que possa ser encaixada. Na ausência de peças equivalentes com as que estão no tabuleiro, o jogador deve passar a vez. As combinações definidas anteriormente podem ser modificadas, desde que os jogadores percebam que a modificação é realmente necessária.

Quanto à quantidade de jogadores e peças em jogo, indica-se que haja de 2 a 4 jogadores em cada partida, de forma que se há dois ou três jogadores, cada um fique com 10 peças, e se há quatro jogadores, cada um fique com 8 peças. O jogo inicia com o embaralhamento das peças e distribuição delas entre os jogadores. Vence o jogo quem combinar todas as suas peças primeiro. No entanto, se não houver mais combinações disponíveis e os jogadores ainda estiverem com peças, vencerá o que possuir menos e, caso dois ou mais jogadores estiverem com as mesmas quantidades de peças, então ganhará aquele cuja soma dos percentuais de suas peças for maior.

O Giro da Probabilidade é o terceiro jogo da sequência. A partir deste jogo é possível identificar situações probabilísticas presentes no cotidiano dos estudantes, investigar o domínio de termos probabilísticos por parte dos alunos e verificar os argumentos utilizados para justificar as respostas/situações apresentadas.

Figura 4: Roleta das probabilidades



Fonte: Dados da pesquisa.

Os materiais utilizados no jogo são 3 dados (enumerados de 1 a 6), a serem usados tanto para o sorteio da ordem dos grupos quanto para a definição das pontuações dos jogadores em cada rodada, e uma roleta virtual (Figura 4), na qual constam os seguintes termos probabilísticos: provável; improvável; possível; impossível; certo; incerto; pode ser; frequência; possibilidade; e probabilidade.

Elaborado por meio do site Flippity, o Giro da Probabilidade possui duas etapas compostas por duas rodadas cada, e pode ser jogado em duplas ou trios, a depender da quantidade de alunos por equipe. Cada equipe escolherá um representante para lançar um dos dados, de modo que os valores obtidos com o lançamento definirão a ordem dos grupos de forma decrescente.

Após definida a sequência das equipes, bem como o integrante de cada um deles que irá girar a roleta na primeira rodada, inicia-se o jogo. Uma vez sorteado um termo probabilístico, a equipe precisará elaborar uma frase que apresente uma situação cotidiana na qual o termo sorteado esteja presente. Cada equipe terá cinco minutos para realizar essa elaboração.

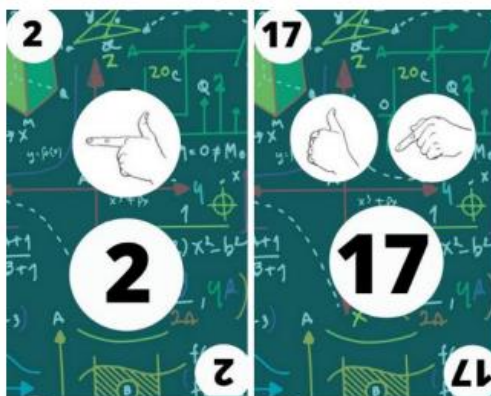
No entanto, enquanto na primeira etapa as equipes deverão apresentar situações alinhadas aos termos sorteados na roleta, na segunda precisarão expor situações nas quais o termo não se encaixe. Por exemplo, se o termo sorteado na primeira etapa fosse “Impossível”, uma frase que se encaixaria seria “É impossível obtermos soma 13 ao lançarmos dois dados numerados de 1 a 6”, enquanto que se o termo sorteado na segunda etapa fosse “Certo”, uma frase que não se encaixaria seria “É certo que ao lançarmos três dados numerados de 1 a 6 obteremos um somatório maior ou igual a 4”. Caso uma equipe não consiga concluir uma rodada, além de não pontuar, passará a vez para a próxima, que terá que criar a frase ainda envolvendo o termo sorteado pela equipe anterior. Se um mesmo termo for sorteado duas vezes seguidas, a equipe da vez deverá girar a roleta novamente, até que seja obtido um diferente.

Ademais, as situações apresentadas ao longo das jogadas não podem ser repetidas, de modo que, caso uma equipe apresente uma situação repetida, além de não pontuar, passará a vez para o próximo, que precisará apresentar uma situação alinhada ao termo já sorteado. Vale ressaltar que uma equipe só pontua se todos concordarem que a situação apresentada por ela está de acordo com o termo sorteado e com o que é solicitado na rodada atual.

A pontuação das equipes que apresentarem situações corretas será o somatório dos pontos obtidos com o lançamento simultâneo de dois dados, que deve ser feito pelo(a) representante de cada equipe da rodada em questão. Após todas as equipes exporem as situações, é iniciada a segunda rodada (sugere-se que haja uma rotatividade nas equipes, para que a maioria dos integrantes tenha a oportunidade de girar a roleta), que segue a mesma estrutura da anterior. As duas equipes que obtiverem as melhores pontuações na primeira e na segunda etapa competirão entre si em uma rodada final, vencendo aquela que fizer uma pontuação mais alta.

O quarto jogo, intitulado Probabilicard trata de um jogo de cartas, cujo objetivo, além de promover a inclusão de estudantes surdos, é estimular o desenvolvimento do pensamento probabilístico dos estudantes. É composto de um tabuleiro para organizar as cartas, dividido por 3 linhas e 8 colunas; por 24 cartas numeradas de 1 a 24, nomeadas de “numéricas” (Figura 5), e cinco cartas, chamadas de “cartas de avaliação probabilística” (Figura 6), nas quais estão escritos: “par”, “ímpar”, “maior que 16”, “menor que 9” e “número exato”. Destas cinco, as quatro primeiras valem 3 pontos e a última vale 10. Além dessas cartas, pode-se usar cartas com números correspondentes às pontuações ou lápis e papel para anotar a pontuação dos jogadores.

Figura 5: Exemplos de cartas numéricas do jogo



Fonte: Silva (2022).

Figura 6: Exemplos de cartas de avaliação probabilística do jogo.



Fonte: Elaboração dos autores.

Durante o jogo as cartas numéricas ficam viradas para baixo, de modo que os jogadores não vejam suas respectivas numerações, as de avaliação probabilística ficam visíveis para todos. Após definida a ordem de jogada dos participantes, o primeiro escolhe uma carta de avaliação probabilística e, posteriormente, retira uma carta numérica, se ocorrer de a carta numérica corresponder à de avaliação, então o jogador pontua. Por exemplo, se a de avaliação escolhida for “ímpar” e a numérica conter o número 3, o jogador marcará 3 pontos. No entanto, caso não sejam correspondentes, então não se pontua. Independente de pontuar ou não, as cartas numéricas retiradas devem ficar voltadas no tabuleiro para análise das próximas jogadas.

O jogo chegará ao fim quando todas as cartas numéricas forem retiradas, vencendo, portanto, o jogador que obtiver maior pontuação total. Cabe destacar que “não há uma instrução prévia sobre o conteúdo matemático envolvido no jogo, pois se espera que os alunos percebam e reflitam sobre o jogo e busquem a melhor escolha com relação às cartas de avaliação probabilística” (Silva, 2022, p. 47). Ou seja, espera-se que, no decorrer do jogo, os estudantes se deem conta de que há cartas de avaliação mais vantajosas e, a partir dessa compreensão, possam estar desenvolvendo o pensamento probabilístico.

Como mencionado anteriormente, para a construção dos jogos em perspectiva inclusiva foram considerados os estudos de Kranz (2015) a partir de elementos do DUP. O caráter inclusivo dos jogos apresentados na sequência desenvolvida se dá por meio da representação dos números, expressões e pontuações por meio do alfabeto manual e de sinais em Libras presentes nas cartas. Caso tenha estudantes com deficiência visual, podem ser colocadas etiquetas com a transcrição em braile. Neste contexto os recursos pedagógicos, bem como a linguagem oral e escrita como mediadores fundamentais, devem ser acessíveis a todos. A organização dos grupos precisa envolver alunos típicos e atípicos para que estes participem das mesmas atividades, além disso, intervenções e problematizações devem ser realizadas pelo professor com o intuito de desenvolver a criatividade e a aprendizagem dos estudantes.

5 Significados, Demandas e Linguagem da Probabilidade

O foco dessa pesquisa era desenvolver jogos na perspectiva inclusiva, bem como propiciar a formação de conceitos probabilísticos. Desse modo, também analisamos os significados, as demandas e a linguagem probabilística que podem ser explorados em cada jogo e na sequência como um todo. Na tabela abaixo constam as informações utilizadas em nossas análises.

Quadro 1: Significados, Demandas e Linguagem da Probabilidade

Significados da Probabilidade	Demandas Cognitivas	Linguagem Probabilística
Significado Intuitivo: Concepção ligada a situações de incerteza presentes no cotidiano.	Aleatoriedade: Compreensão da natureza de experimentos e fenômenos aleatórios, características dos eventos aleatórios e a linguagem para representá-los.	Linguagem Verbal: Uso de termos e expressões verbais divididas em: (1) específicas da matemática; (2) relacionadas à matemática; e (3) comuns no dia a dia.
Significado Clássico ou Laplaciano: Relaciona o total de casos favoráveis ao total de casos possíveis, abordando situações com eventos limitados e equiprováveis.	Espaço Amostral: Formação e classificação de espaços amostrais, considerando todos os possíveis eventos e sequências de eventos que podem acontecer.	Linguagem Numérica: Utilização de símbolos para mensurar a probabilidade de eventos e comparar diferentes probabilidades.
Significado Frequencial: Ligado a dados estatísticos como taxa de mortalidade e tabelas de seguro, estimando dados coletados ao longo do tempo.	Quantificação e comparação de Probabilidades: Capacidade de calcular e quantificar probabilidade e também, de comparar as quantidades.	Linguagem Tabular: Uso de tabelas para organizar e examinar dados, comumente para expor frequências relativas e estimar probabilidades.
Significado Subjetivo: Baseado nas experiências individuais, dificultando a expressão numérica das chances de um evento ocorrer, devido à subjetividade.	Risco Probabilístico: Compreensão da noção de risco probabilístico para tomada de decisões envolvendo a relação entre variáveis.	Linguagem Gráfica: Expressão de probabilidades através de pictogramas, gráficos de barras e diagramas de árvores.
Significado Axiomático: Quantifica a incerteza de resultados em experimentos aleatórios e abstratos.		Linguagem Simbólica: Representação de símbolos utilizados para transmitir a probabilidade de ocorrência de um evento.

Fonte: Dados da pesquisa.

O **Jogo da Linha** permite que os alunos associem diferentes porcentagens a termos comuns da probabilidade, utilizando da Linguagem Verbal para definir os eventos que consideram “impossível,” “certo,” “quase certo” e “provável” de acontecer. Ao posicionar as setas no segmento de reta, os alunos exercitam sua capacidade de interpretar e representar verbalmente a probabilidade de diferentes eventos, mobilizando o Significado Subjetivo, no momento que determinam a chance de ocorrer baseado em suas convicções. Isso promove uma conexão prática e visual com o conceito de probabilidade, tornando-o mais tangível e menos abstrato. Esta abordagem facilita a compreensão inicial da natureza aleatória dos eventos, uma vez que os alunos podem relacionar esses termos com situações cotidianas.

O jogo trabalha, também, o Significado Intuitivo, quando os alunos julgam uma situação

e sua chance de acontecer. Esta representação linear proposta pelo Jogo da Linha aplica o Significado Clássico aos alunos, pois auxilia no entendimento de eventos equiprováveis, daqueles que são impossíveis de ocorrer. A inclusão de termos probabilísticos claros e a correspondência destes com pontos específicos no segmento de reta reforçam a ideia de que a probabilidade pode ser medida e comparada de maneira objetiva.

O **Dominó da Probabilidade** é um jogo projetado para desenvolver a linguagem probabilística dos alunos através de uma abordagem prática e interativa. O jogo aborda diretamente vários conceitos importantes de probabilidade. Primeiro, ele trabalha o Significado Intuitivo da probabilidade e a Linguagem Verbal ao permitir que os alunos discutam e decidam quais porcentagens correspondem a termos como "impossível" ou "muito provável". Esse processo de discussão e consenso ajuda a internalizar a noção de incerteza e a variabilidade dos eventos aleatórios, estimulando o Significado Subjetivo no momento que os alunos ligam conceitos probabilísticos a experiências e percepções cotidianas dos alunos, uma vez que, permite que os jogadores iniciem com suas próprias convicções e discutam as equivalências durante o jogo. Esta dinâmica de argumentação e consenso reflete como diferentes indivíduos podem ter percepções diferentes sobre a probabilidade de eventos e como essas percepções podem ser harmonizadas através da discussão e do debate.

Além disso, o jogo também trabalha com o Significado Clássico, Linguagem Numérica e Simbólica e Quantificação, ao introduzir porcentagens como representações quantitativas da chance de ocorrência dos eventos. A utilização de termos claros e suas combinações com porcentagens facilitam a transição dos alunos da compreensão linguística para a quantitativa da probabilidade.

O **Giro da Probabilidade** utiliza uma abordagem lúdica para explorar situações probabilísticas do cotidiano, incentivando os estudantes a aplicar termos probabilísticos como "provável", "improvável", "possível", "impossível", "certo", "incerto", entre outros. Ao solicitar que os alunos elaborem frases com esses termos, o jogo promove o Significado Intuitivo e o Significado Subjetivo, em que suas convicções do que é possível e impossível são fatores determinantes para a elaboração das frases. Através dessas atividades, os alunos podem perceber a probabilidade como uma maneira de descrever incertezas presentes em situações cotidianas. O jogo também mobiliza o conceito Clássico, pois, quando lançam dados e utilizam uma roleta para determinar termos probabilísticos, os alunos estão lidando com eventos aleatórios e equiprováveis.

Os termos probabilísticos apresentados na roleta englobam a Linguagem Verbal, na qual expressões específicas da matemática e do uso cotidiano são trabalhadas. Quando os alunos devem justificar suas respostas e elaborar frases, eles exercitam a habilidade de expressar conceitos probabilísticos tanto em contextos sociais quanto matemáticos. Isso reflete a importância da diversidade de formas de expressão que permitem uma representação compreensível da incerteza. A estrutura do jogo, com suas etapas e rodadas, também proporciona a prática do Significado Frequencial da probabilidade. Ao lançar os dados e calcular pontos, os alunos têm a oportunidade de mobilizar a Linguagem Gráfica e Tabular. Na análise de dados, a partir dos resultados obtidos ao longo das jogadas, eles começam a perceber como as frequências dos eventos se acumulam e como isso pode ser usado para estimar probabilidades em situações repetidas.

O **Probabilicard** explora primeiramente o Significado Intuitivo da probabilidade. Os jogadores, ao escolherem cartas de avaliação probabilística (como "par", "ímpar", "maior que", "menor que" e "número exato"), estão lidando com conceitos probabilísticos e matemáticos de forma intuitiva e prática. Além disso, ao associarem cartas numéricas a critérios probabilísticos,

os alunos desenvolvem uma compreensão inicial de eventos probabilísticos e fazem uso da Linguagem Verbal.

O jogo incorpora o Significado Clássico de probabilidade ao utilizar cartas numeradas de 1 a 24 e critérios de avaliação probabilística específicos. A mecânica do jogo, onde se pontua ao coincidir as cartas de avaliação com as numéricas, exemplifica a aplicação direta do cálculo clássico de probabilidades, em que se analisa a chance de um evento específico ocorrer dentro de um conjunto finito de possibilidades. Esta prática ajuda os alunos a entenderem a probabilidade em termos de casos favoráveis versus casos possíveis, na qual pode ser abordado o conceito de Espaço Amostral e Quantificação da Probabilidade .

A representação dos números e expressões, juntamente com os termos probabilísticos, abrange a Linguagem Verbal e Simbólica, o que permite que os alunos se familiarizem com a terminologia probabilística em um contexto visual. A estrutura do jogo também promove a reflexão sobre o Significado Frequencial e a probabilidade de eventos, uma vez que os alunos aprendem a estimar probabilidades com base em dados observados ao longo do jogo. Ademais, conforme retiram cartas numéricas e comparam com as cartas de avaliação probabilística, os estudantes começam a perceber padrões e a entender as chances associadas a diferentes combinações de cartas, o que evidencia a abordagem da Quantificação da Probabilidade e do Risco Probabilístico presente em cada jogada.

A partir do exposto, organizamos, no quadro que segue, os conceitos probabilísticos que podem ser mobilizados através dos jogos da sequência proposta.

Quadro 2: Conceitos Probabilísticos.

Conceito Probabilístico	Descrição	Jogo Associado
Significado Intuitivo	Concepção de probabilidade associada à incerteza; os jogadores fazem escolhas com base na probabilidade de correspondência entre cartas de avaliação e numéricas.	Probabilicard
Significado Clássico	Determinação da probabilidade de eventos com base na análise de frações; os jogadores combinam termos probabilísticos com porcentagens correspondentes.	Dominó da Probabilidade
Significado Frequencial	Probabilidade estimada com base em dados estatísticos; os jogadores identificam situações cotidianas que correspondam aos termos probabilísticos sorteados.	Giro da Probabilidade
Significado Subjetivo	Baseado nas informações e crenças individuais, os jogadores fazem escolhas e argumentam decisões com base em suas próprias interpretações dos termos probabilísticos.	Todos os jogos da sequência
Significado Axiomático	Quantificação da incerteza em experimentos aleatórios; os jogadores aplicam conceitos probabilísticos abstratos em contextos práticos de jogo.	Todos os jogos da sequência
Aleatoriedade	Compreensão da natureza dos fenômenos aleatórios; os jogadores lidam com sorteios e combinações de elementos do jogo, representando a aleatoriedade em termos probabilísticos.	Todos os jogos da sequência

Espaço Amostral	Consideração de todos os possíveis eventos em um experimento probabilístico; os jogadores combinam termos probabilísticos com porcentagens apresentadas nas peças de dominó.	Dominó da Probabilidade
Quantificação e comparação de Probabilidades	Comparação e mensuração de probabilidades de diferentes eventos; os jogadores associam termos probabilísticos a situações cotidianas.	Giro da Probabilidade
Risco Probabilístico	Compreensão do risco associado a diferentes escolhas; os jogadores avaliam o risco de cada escolha de carta de avaliação probabilística em relação às consequências.	Probabilicard

Fonte: Elaboração Própria.

Entendemos que outros conceitos probabilísticos podem emergir a partir da interação entre os participantes e mediação do professor.

6 Considerações finais

Os jogos apresentados nesta pesquisa se mostram como recursos propícios para a exploração das demandas cognitivas de probabilidade com estudantes dos anos finais do ensino fundamental, pois podem estimular os participantes, a partir de suas convicções, a definirem e discutirem eventos aleatórios, definirem espaço amostral, quantificarem e compararem probabilidades no decorrer das jogadas. Assim como, o uso das Linguagens Numérica e Simbólica na mensuração e transmissão das ideias de probabilidade de um evento.

Os significados de probabilidade – Intuitivo, Clássico ou laplaciano, Frequencial, Subjetivo e axiomático - podem emergir e se mobilizarem no desenvolvimento da sequência de jogos quando os jogadores fazem escolhas com base na probabilidade de correspondência entre cartas de avaliação e numéricas, quando combinam termos probabilísticos com porcentagens correspondentes, identificam situações cotidianas que correspondam aos termos probabilísticos sorteados, fazem escolhas e argumentam com decisões baseadas em interpretações pessoais de termos probabilísticos.

Os jogos indicam potencial para explorar o Significado Frequencial e as Linguagens Tabular e Gráfica durante e para além da sequência, como uma maneira de organizar e analisar as jogadas e eventos que ocorreram nas partidas. A exploração destas, por meio de gráficos e tabelas, pode favorecer a visualização dos eventos que mais ocorreram e dos que ocorreram com uma frequência menor.

O jogo pelo jogo pode não entregar todos os aspectos da probabilidade, mas favorece o contato inicial, que pode ser fundamentado em sala de aula e ampliado. A perspectiva inclusiva sugerida nos jogos e no seu desenvolvimento pode favorecer o desenvolvimento de conceitos que vão além dos probabilísticos, como o respeito às diferenças.

Pretende-se, como próxima etapa da pesquisa, desenvolver a sequência de jogos em uma turma dos anos finais do ensino fundamental com alunos típicos e atípicos para analisar a formação de conceitos probabilísticos no decorrer da sequência.

Referências

Batanero, C. (2005). Significados de la probabilidad en la educación secundaria. Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa. *RELIME*, 8(3), 247-263.

- Brasil. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Básica. (2018). *Base Nacional Comum Curricular*. Brasília, DF.
- Brasil. *Lei nº 9.394, de 20 de dezembro de 1996*. (1996). Estabelece as diretrizes e bases da educação nacional. Brasília, DF.
- Bryant, P. & Nunes, T. (2012). *Children's Understanding of Probability: a literature review*. Londres: Nuffield Foundation, 2012.
- Correia, G. S. & Cazorla, I. M. (2021). Diálogos entre o Ensino de Probabilidade e Estatística e a Educação Inclusiva nas Pesquisas Brasileiras. *Revista Perspectivas da Educação Matemática*, 14(35), 1-20.
- Grando, R. C. (2000). *O Conhecimento Matemático e o uso de Jogos na sala de aula*. 2020. 224f. Tese (Doutorado em Educação). Universidade Estadual de Campinas. Campinas, SP.
- Gal, I. (2005). Towards “probability literacy” for all citizens: Building blocks and instructional dilemmas. In: G. Jones (Ed.), *Exploring probability in school: Challenges for teaching and learning* (pp. 39-63). New York: Springer.
- Kranz, C. R. (2015). *O Desenho Universal Pedagógico na Educação Matemática Inclusiva*. São Paulo, SP: Livraria da Física.
- Lopez-Mojica, J. M. (2018). Comprensión de la probabilidad de jóvenes con discapacidad intelectual. *Rev. Cient.* 1(33), 306-315.
- Monteiro, M. (2016). *Alunos matematicamente habilitados: uma proposta de atividade para a sala de recursos multifuncionais para altas habilidades/superdotação*. 2016. 155 f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências Naturais e Matemática) - Universidade Estadual do Centro-Oeste. Guarapuava, PR.
- Ortiz, C. V. & Alsina, A. (2017). Lenguaje probabilístico: un camino para el desarrollo de la alfabetización probabilística: Un estudio de caso en el aula de Educación Primaria. *Bolema: Boletim de Educação Matemática*, 31(57), 454-478.
- Silva, A. V. G. (2023). *O jogo dominó da probabilidade como recurso metodológico para o fomento do letramento probabilístico em alunos dos anos finais do ensino fundamental*. 2023. 68f. Trabalho de Conclusão de Curso (Licenciatura em Matemática). Universidade Federal de Pernambuco. Caruaru, PE.
- Silva, T. L. (2022). *O jogo Probabilicard como instrumento de ensino e avaliação da aprendizagem de probabilidade para alunos surdos*. 56f. Trabalho de Conclusão de Curso (Licenciatura em Matemática). Universidade Federal de Pernambuco. Caruaru, PE.
- Santos, J. A. F. L.; Braz, F. M. T. & Borba, R. E.S. R. (2020). Materiais usados em uma perspectiva inclusiva no ensino de combinatória e de probabilidade. *Revista Educação Inclusiva*, 4(01), 39-58.
- Santos, J. L. & Borba, R. E. S. R. (2019). Um cenário de aprendizagem de probabilidade: uma possibilidade para alunos com deficiência visual. In: *Anais do I Encontro Nacional de Educação Matemática Inclusiva*. (pp.). Rio de Janeiro, RJ.
- Vásquez, C. O. & Alsina, A. (2019). Ideas about chance and probability in children from 4 to 6 years old. *Acta Scientiae*. 1(21), 131-154.