

Os Aspectos da Matemática em Ação no Ensino Superior

Aspects of Mathematics in Action in Higher Education

Débora Vieira de Souza-Carneiro¹

Resumo: Este artigo traz reflexões sobre como diferentes aspectos relacionados à operacionalização da matemática na realidade podem emergir no Ensino Superior. As discussões propostas são respaldadas em aportes teóricos relacionados aos interesses da Educação Matemática Crítica, particularmente sobre o conceito denominado matemática em ação. O contexto da pesquisa envolveu aulas de Cálculo Diferencial e Integral e a participação de estudantes dos cursos de Engenharia Civil e de Ecologia, de duas instituições de Ensino Superior públicas, do Estado de São Paulo. Os resultados revelam a importância de mobilizar discussões sobre os modos de compreender a presença da matemática em situações variadas, analisando suas possíveis implicações na sociedade.

Palavras-chave: Matemática em ação. Ensino Superior. Cálculo Diferencial e Integral. Engenharia Civil. Ecologia.

Abstract: This paper brings reflections on how different aspects related to the operationalization of mathematics can actually emerge in Higher Education. The proposed discussions are supported by theoretical contributions related to the interests of Critical Mathematics Education, particularly on the concept called mathematics in action. The research context involved Differential and Integral Calculus classes and the participation of students from Civil Engineering and Ecology courses at two public Higher Education institutions in the State of São Paulo. The results reveal the importance of mobilizing discussions about ways of understanding the presence of mathematics in different situations, analyzing its possible implications for society.

Keywords: Mathematics in action. Higher Education. Differential and integral calculus. Civil Engineering. Ecology.

1 Introdução

Inúmeros estudos se dedicam a compreender como os processos de ensino e aprendizagem da matemática se constituem em diferentes cursos do Ensino Superior do país. Há trabalhos que visam: investigar as dificuldades dos estudantes mediante a abordagem de determinados conceitos (Rezende, 2003); encontrar respostas para as principais dificuldades enfrentadas por alunos e professores da disciplina de Cálculo Diferencial e Integral (Macêdo e Gregor, 2020); analisar a utilização de metodologias ativas nas aulas de Cálculo Diferencial e Integral (Fontes, 2021; Lopes & Reis, 2019).

Embora não haja uma panaceia para as diversas problemáticas e inquietações presentes nas aulas de matemática das universidades brasileiras, as discussões sobre o assunto são indispensáveis, visto a necessidade de se pensar em ações que favoreçam a aprendizagem dos estudantes e os coloquem para refletir sobre inúmeras situações presentes no dia a dia.

Dessa forma, é importante incentivar a abertura de espaços nas aulas do Ensino Superior, que estimulem o desenvolvimento do pensamento crítico e reflexivo. Uma dessas possibilidades é construir ambientes de aprendizagem com potencial investigativo, que agreguem discussões sobre as especificidades de um determinado curso universitário, suas

¹ Analista Técnico Educacional da Gerência de Ensino Superior do SESI-SP – Faculdade SESI-SP de Educação. Carapicuíba, SP – Brasil. mat_debora@yahoo.com.br. <https://orcid.org/0000-0002-5137-0883>.

relações com outros campos de conhecimento e as possíveis aplicações desses conhecimentos no cotidiano.

Este artigo é fruto de uma pesquisa de doutorado, a qual teve como objetivo compreender de que formas os aspectos da matemática em ação poderiam emergir no Ensino Superior, sob perspectivas do Problem-Based Learning (PBL). Tal pesquisa propôs reflexões sobre como alguns conceitos matemáticos estudados no contexto universitário poderiam ser percebidos em determinadas situações da realidade, ou seja, como a matemática poderia ser colocada em ação em contextos variados (Souza-Carneiro, 2021).

Assim, as considerações trazidas no presente trabalho priorizam as discussões relacionadas aos cinco aspectos da matemática em ação. No que segue, são apresentados os caminhos metodológicos e as inspirações teóricas que conduziram o desenvolvimento da pesquisa. As considerações tecidas são baseadas em recortes dos encontros presenciais realizados com os participantes, no intuito de evidenciar as formas como os aspectos da matemática em ação emergiram durante as discussões.

2 O contexto da pesquisa e os percursos metodológicos

A produção de dados da pesquisa foi realizada em duas instituições de Ensino Superior públicas do Estado de São Paulo: uma instituição de ensino federal, localizada na cidade de São Paulo, e uma universidade estadual, situada no interior de São Paulo, as quais foram nomeadas de *instituição A* e *instituição B*, respectivamente. As especificidades de cada instituição e de cada curso definiram os direcionamentos para o desenvolvimento da pesquisa.

No caso da instituição A, a proposta se pautou na constituição de um grupo de estudos com estudantes do primeiro ano do curso de Engenharia Civil, em horários extracurriculares. No total, participaram da produção de dados, 4 estudantes, sendo realizados quatro encontros presenciais, além da realização de entrevistas semiestruturadas. As discussões foram mobilizadas e conduzidas pela própria pesquisadora, que atuou como facilitadora da aprendizagem.

Já na instituição B, a produção de dados envolveu uma turma do segundo ano de Ecologia, onde cerca de 30 estudantes participavam das atividades propostas durante as aulas da disciplina de Cálculo Diferencial e Integral II. Neste contexto, as discussões foram mobilizadas pela pesquisadora e por outros dois professores, responsáveis pelas aulas de Cálculo daquela turma, totalizando quatro encontros, incluindo momentos dedicados à apresentação de trabalhos desenvolvidos pelos grupos formados no início dos encontros.

Em ambas as instituições, as atividades propostas foram construídas a partir de um problema real e, para melhor compreendê-la, os estudantes analisaram uma situação fictícia, relacionada à contaminação de uma baía causada por um poluente químico. No material compartilhado com as turmas, chamado de Estudo de apoio, havia a apresentação de uma ação popular contra a empresa que causou o acidente. O motivo da ação era para ressarcir os prejuízos sofridos pelos pescadores que dependiam da baía, além de ser uma forma de reparar os danos causados ao meio ambiente. Com isso, vários dados matemáticos e uma série de argumentos foram usados por diferentes representantes da sociedade envolvidos nesse caso: ambientalistas, advogados de defesa da empresa, o promotor da ação, um assistente da promotoria e um juiz.

Mediante as análises realizadas, os estudantes tiveram a oportunidade de levantar hipóteses, realizar pesquisas, fazer previsões, analisar e avaliar formas de recuperação dos impactos causados, ampliando, assim, as possibilidades de refletir criticamente sobre a

operacionalização da matemática em determinadas situações.

Os encaminhamentos dados na instituição A foram diferentes da instituição B. Isso porque além da diferença no número de participantes e do contexto de cada curso, as decisões em relação ao trabalho com o estudo de apoio também foram distintas. Na primeira instituição, os estudantes se debruçaram sobre o estudo de apoio. Já na segunda, a linha de pensamento foi buscar por linhas de investigação que estivessem conectadas aos assuntos contemplados no material fornecido.

O registro de todos os dados produzidos ocorreu por meio de gravações em áudio e anotações em diário de campo. O processo de análise dos dados englobou reflexões contínuas a respeito dos materiais obtidos e exigiu a releitura das informações compiladas, no intuito de identificar possíveis categorias de análise, conforme sugestões indicadas por Creswell (2007).

Com isso, houve a organização de elementos relevantes aos interesses da pesquisa e foi possível chegar à construção de quatro temas centrais, à luz de embasamentos teóricos sobre os cinco aspectos da matemática em ação e do PBL. O foco deste artigo é apresentar reflexões referentes ao conceito de matemática em ação. Para tanto, a seguir, são trazidas explicações sobre os aportes teóricos que embasam a concepção deste estudo.

3 Matemática em ação nas aulas de matemática

A matemática está associada a inúmeras situações e práticas presentes em nossa realidade e existem várias possibilidades de refletirmos a respeito das performances que o conhecimento matemático pode possuir, afinal, as projeções da matemática são observadas de diferentes formas na sociedade, inclusive em práticas profissionais e acadêmicas.

O conceito de matemática em ação apresentado por Skovsmose (2004, 2014a, 2014b) diz respeito às formas de olhar para a operacionalização da matemática na realidade. Entende-se que diversas decisões e ações são respaldadas no conhecimento matemático, inclusive muitas delas se utilizam de modelos matemáticos para validar suas considerações. Para o autor, transações financeiras, serviços de produção e automação, inovação tecnológica, gerenciamento e tomada de decisão, estimativas de riscos etc., são práticas que são construídas ou desenvolvidas com base na matemática e precisam, portanto, ser analisadas do ponto de vista crítico.

Para tanto, pode-se identificar diferentes formas de ações baseadas em matemática, entretanto, na referida pesquisa e na construção deste texto são apresentados cinco modos, que se referem à descrição de cinco aspectos da matemática em ação: imaginação tecnológica, raciocínio hipotético, legitimação ou justificação, realização e dissolução da responsabilidade.

Imaginação Tecnológica

Está associada às possibilidades de explorar a construção e o desenvolvimento de situações hipotéticas na forma de alternativas (tecnológicas), que são baseadas na imaginação. Nesse contexto, cabe mencionar que o termo tecnologia, engloba tanto aspectos relativos à maquinaria, como também se refere à organização, ao saber-fazer e aos inúmeros procedimentos associados à projeção de empreendimentos e à tomada de decisões.

Raciocínio Hipotético

Diz respeito à análise e avaliação das consequências de um cenário imaginário. Em outras palavras, esse aspecto contribui para que diferentes contextos sejam analisados antes que uma decisão seja tomada, pois envolve o levantamento de hipóteses e a realização de investigações sobre os prováveis resultados de algo ainda não concretizado. Nesse processo,

pode ser notada a utilização de modelos matemáticos, do mais simples aos mais sofisticados e, se o raciocínio hipotético for construído em um certo espaço lógico, a avaliação das reais consequências de um determinado projeto pode ser comprometida.

Legitimação ou Justificação

Considera que diferentes embasamentos matemáticos podem ajudar na construção de justificativas ou de legitimações para a tomada de decisões e a execução de determinadas ações.

Realização

Este aspecto faz referência aos fenômenos em que a matemática em si passa a ser parte de diversas práticas e situações. Isso pode ser percebido por meio da utilização de modelos matemáticos, o que retrata a presença da matemática na realidade.

Dissolução da Responsabilidade

A isenção de responsabilidade é um aspecto que pode ser identificado em diferentes ações baseadas em matemática. Muitas práticas e decisões parecem ser conduzidas em um vácuo ético. Geralmente, qualquer ação é associada a um sujeito agente, no entanto, na matemática em ação, esse sujeito parece não existir. Ao utilizar um modelo matemático para validar alguma ação, faz-se necessário investigar o quanto as técnicas ou variáveis adotadas estão atualizadas ou em que medida são viáveis de serem aplicadas em determinada situação. É preciso considerar, por exemplo, a operacionalização do modelo e os responsáveis que estão conduzindo tal operação, entretanto, em muitos casos, essa responsabilidade parece ser disseminada.

Neste sentido, a abertura de espaços que viabilizem processos de investigação e discussão sobre os diversos impactos da matemática em questões sociais, econômicas, políticas ou tecnológicas são pertinentes para as aulas de matemática do Ensino Superior e podem contribuir também para que sejam mais interessantes e significativas. Assim, neste artigo, são apresentados alguns recortes dos encontros realizados com os participantes, a fim de ilustrar como os encaminhamentos da pesquisa contribuíram com a identificação dos aspectos da matemática em ação.

4 A mobilização das discussões e o processo de análise dos dados

Como mencionado anteriormente, a proposta da pesquisa envolveu a utilização de princípios do PBL. O objetivo era construir um ambiente de aprendizagem propício à investigação, que fomentasse a realização de pesquisas e de discussões associadas a um problema disparador, mobilizando também a interação entre todos os participantes.

No que segue, são apresentados momentos da pesquisa que se reportam aos cinco aspectos da matemática em ação.

Percebendo a imaginação tecnológica e o raciocínio hipotético

Os participantes da pesquisa analisaram esse material e diferentes reflexões eram construídas ao longo dos encontros. Na sequência são apresentadas considerações referentes a dois aspectos: a imaginação tecnológica e o raciocínio hipotético.

Mediante a análise do estudo de apoio, os participantes Rogério e Renata, do curso de Engenharia, da instituição A, teciam comentários a respeito de suas percepções iniciais:

Rogério: [...] poderíamos trabalhar com alguns modelos matemáticos pensando na influência que isso teria no trânsito daquela região. Eles poderiam estar ligados a algum projeto que foi feito ou que a gente quer fazer. Você pode verificar o quanto isso vai influenciar na fauna, você

vai ter que fazer uma movimentação dos animais que estão em volta e tem que ter toda essa parte de planejamento do quanto isso iria mudar no entorno. Por exemplo, dados estatísticos ... Acho que seria interessante incluí-los na análise para quantificar o quanto que iria mudar e tomar as respectivas providências para amenizar os impactos, o máximo possível.

Esse apontamento realizado pelo estudante Rogério, apresentou indícios de conexão com a imaginação tecnológica. Por exemplo, ao refletir sobre a utilização de determinados modelos matemáticos em uma situação como a que foi apresentada, ele observou que seria necessário considerar diferentes cenários, como observar os impactos no trânsito da região afetada, além de imaginar o que aconteceria com a fauna. Em nossa compreensão, essas considerações estavam associadas às possibilidades de explorar a construção e o desenvolvimento de situações hipotéticas, à organização ou saber-fazer de um empreendimento.

Em suas colocações, o estudante mencionou que as diferentes análises, aliadas à fundamentação matemática a ser utilizada, também auxiliaria nos processos de planejamento e execução do projeto imaginado, favorecendo a tomada de decisão. Neste sentido, também houve indícios de conexão com o desenvolvimento do raciocínio hipotético, visto que o cenário imaginado daria condições de evidenciar os possíveis impactos.

A estudante Renata, que também participava das discussões, apresentou sua contribuição. Para ela, as colocações de Rogério poderiam ser associadas ao que já acontecia em atividades das aulas de Economia. A turma estava realizando um trabalho sobre a temática reciclagem e, naquela situação, trabalharam aliando dados matemáticos e questões envolvendo sustentabilidade, conforme apresentado no excerto a seguir:

Renata: Estou cursando [a disciplina de] Economia e nós estamos fazendo um trabalho sobre reciclagem. A gente aborda tudo isso, inclusive os impactos no ambiente. Eu não sei se tem a ver, tem muita contabilidade, essas coisas ... envolve sustentabilidade e outros dados numéricos que precisam ser analisados.

Renata apresentou o desenvolvimento do raciocínio hipotético, no sentido de compreender que naquele contexto envolvendo o trabalho com reciclagem e questões ambientais, avaliar as consequências do cenário imaginado era algo fundamental. Assim como Rogério apontou, seria importante levantar hipóteses acerca dos reais impactos de um determinado projeto, a fim de averiguar sua viabilidade naquela situação. Ou seja, essas observações influenciariam na tomada de decisão dos responsáveis pelos projetos elaborados, por isso foram tomadas como exemplificações da relação entre a imaginação tecnológica e o raciocínio hipotético.

Em continuação a essas discussões, duas estudantes, Renata e Luara, levantaram algumas hipóteses sobre o termo autodepurar, que estava associado aos níveis de concentração do agente oleoso na baía ao longo do tempo. Suas ideias estavam relacionadas ao trecho a seguir:

Após uma cuidadosa análise da situação, cientistas ambientalistas, garantiram que a baía tem uma capacidade de se autodepurar a uma taxa de 20% ao ano.

Luara: Não sei o que é autodepurar, mas deve ter relação sobre algo que acabou.

Renata: Eu acho que deve ser a taxa que ela leva para diminuir, por exemplo, em um ano, ela volta a ser 20% o que era antes.

Luara: Então ela sempre vai diminuir 20% e 20%; vai tirar cada vez mais óleo e sempre vai sobrar um pouquinho nela.

O levantamento dessas hipóteses era associado a seguinte consideração:

Baseando-se nesta hipótese, estabeleceram, então, o seguinte modelo matemático para a concentração do Agente Oleoso ao longo do tempo:

$$f(1) = 10$$

$$f(x+1) = 0,8 \cdot f(x)$$

Após apresentarem considerações sobre as relações matemáticas anteriores, as duas estudantes analisaram a fórmula $f(x) = 0$, que também foi associada à limpeza natural da baía. Suas colocações se remetiam à ideia de limite de uma função. Luara, em sua primeira percepção, deduziu:

Luara: Eu acho que tem um limite do tanto que o lugar [ambiente contaminado] consegue se livrar do poluente. [...] Parece que nunca vai chegar a zero. Sabemos que isso vai diminuindo...

Conforme a apropriação do material avançava, as estudantes complementavam suas reflexões:

Luara: Isso não faz sentido! Isso porque, na expressão dada, x tende ao infinito! Então, só vai voltar ao natural, no infinito ... só que a gente nunca vai chegar no infinito, porque é infinito.

Renata: Pode ficar uma quantidade muito pequena, mas, ainda assim, vai estar lá.

Conforme os argumentos usados eram analisados pelas estudantes, elas levantavam várias hipóteses sobre o que poderia acontecer na região e quais seriam os impactos para todos os que foram diretamente afetados. Pode-se afirmar que Luara e Renata exploraram o raciocínio hipotético, ou seja, avaliaram as possíveis consequências de vários cenários construídos a partir de embasamentos matemáticos. A apresentação de previsões da concentração de poluentes estabelecidas pelos ambientalistas e pelo advogado de defesa apareciam ao longo do estudo de apoio, sendo respaldadas por tabelas, gráficos e fórmulas matemáticas.

Essas percepções estão em consonância com afirmações de Skovsmose (2014b, p. 96) quando diz que "pode-se refletir sobre a natureza da imaginação tecnológica amparada em matemática tendo em vista questões específicas [...]. Essa imaginação pode gerar novas diretrizes [...]. Ela pode viabilizar ações que, de outra forma, não seriam possíveis". Os participantes da pesquisa desconheciam o conceito da matemática em ação e os aspectos atrelados a esse termo, entretanto, perceberam de que forma diferentes conhecimentos matemáticos poderiam impactar nas ações e decisões de uma situação particular. A discussão sobre os processos de autodepuração os levou a pensar sobre a apropriação da água para liberação da pesca, modos de ressarcir os prejuízos causados etc.

Na instituição B, com a turma de Ecologia, os estudantes estudaram o material de apoio e cada grupo selecionou os tópicos que pretendiam pesquisar. Um dos grupos apresentou investigações relativas ao processo de autodepuração. Um dos professores da turma, Miguel, fez vários apontamentos, convidando a classe a pensar mais sobre um dos slides que os colegas apresentaram.

Miguel: É interessante, você olhar aquele gráfico ali das algas, aquilo tudo... Por exemplo, quando você [estudante] fala assim: "vai ficando mais devagar" é porque a gente pode entender que a taxa de variação instantânea é mais baixa. Então, se ela está num movimento de autodepuração, em que está ficando mais limpo, então, a taxa de variação é o quê, em termos numéricos?

Esse questionamento gerou alguns murmúrios pela sala. Alguns estudantes levantaram hipóteses, e o professor fez algumas complementações. Importante mencionar que o grupo em questão não trabalhou diretamente com a apresentação de conceitos ou fórmulas matemáticas, todavia, ao perceber que alguns conhecimentos relativos às aulas de Cálculo estavam atrelados com as etapas de autodepuração, o professor aproveitou o ensejo para lançar questionamentos aos estudantes. Com isso, nos momentos destinados às plenárias, novas reflexões emergiram:

Miguel: E, pensando nesse tipo de contaminação ou em um processo de descontaminação, vocês conseguem ver onde que essas ferramentas que trabalhamos aqui poderiam ajudar em algum momento? [...]

Aline: Não sei se é isso que estou pensando, mas, quando falamos da faixa de variação, isso é derivada, e dava para estimar o quanto isso iria continuar denso [...]

Miguel: Então, Aline, se a gente está num processo de descontaminação, o que tem que acontecer com a taxa de variação instantânea, para gente entender que a gente está num processo, que ele está nos levando para um processo de descontaminação?

Aline: Tem que estar diminuindo.

Miguel: E como isso aparece na função derivada? Se a gente tem um modelo da população ou da contaminação, se a gente deriva, temos a variação instantânea e, se estamos num processo de descontaminação, como deve estar a forma dessa função derivada, em algum momento do tempo?

Fernanda: Ela tem que chegar a zero? É isso?

Miguel: Será que tem que chegar a zero? Se ela estiver chegando a zero, vamos entender o que acontece? A derivada sendo zero, isso num processo de descontaminação, seria bom? Sim ou não? Por quê?

Aline: Porque mesmo quando for zero vai ter alguma coisa, né? Porque ela não tá crescendo.

Miguel: E também não tá diminuindo, ou seja, não está variando, né? E isso no processo de descontaminação é ruim. [...]. Então, nesse sentido, pode aparecer um modelo com isso daí, pois vazamentos de óleo, por exemplo, acontecem em diversos lugares aqui no litoral [...].

O interesse do grupo em pesquisar sobre o processo de autodepuração contribuiu com percepções sobre o conceito de derivada. Vários enfoques foram dados pelo professor para ajudar os estudantes a pensarem nas aplicações do estudo de taxa de variação instantânea, aplicados a processos de descontaminação de ambientes aquáticos. Essa atitude forneceu instrumentos para que eles pensassem a aplicação de um conceito em um caso específico, visto que "por meio da matemática parecemos aptos a investigar detalhes particulares de um projeto ainda não realizado. Assim, a matemática constitui um instrumento importante para levar adiante o experimento mental detalhado" (Skovsmose, 2007, p.124). Em outras palavras, pode-se compreender que os cenários constituídos apresentaram conexão com a imaginação tecnológica e com o raciocínio hipotético.

Percebendo a legitimação e a justificação por meio da matemática

Tendo em vista que a matemática pode legitimar ou justificar determinados assuntos, ações ou decisões, entende-se que, como tal, ela pode auxiliar na elaboração de diferentes discursos e argumentações.

Nesse sentido, são retomadas informações complementares relativas à discussão sobre o uso da fórmula do limite, que ocorreu na instituição A. Os estudantes de Engenharia continuavam suas análises envolvendo o estudo de apoio, focando na compreensão da seguinte situação:

Suponha que de posse destes dados, os advogados da Petroquímica, em defesa do seu cliente, alegaram junto ao tribunal que não houve um dano real ao meio ambiente provocado pelo derramamento do Agente Oleoso na baía, porque ao final de algum tempo o nível de poluição da baía retornaria ao seu padrão inicial. Para fundamentar esta linha de argumentação, usaram a fórmula $f(x)=0$, explicando que esta fórmula traduzia $\frac{\sqrt{6}+2}{2}$ em termos matemáticos precisos o que aconteceria com a concentração do Agente Oleoso ao longo do tempo. Além disso, explicaram também que a fórmula acima significa, matematicamente, que após um certo tempo a concentração do Agente Oleoso ficará muito próxima de zero.

Os estudantes refletiram sobre essa argumentação e, manifestaram suas percepções:

Renata: Bom ... [a fórmula] não convenceu.

Rogério: Pelo que eu entendi, o dano que foi causado naquele ambiente, com o tempo, iria sendo gradativamente curado, digamos assim. Quanto mais o tempo fosse passando, mais iria melhorando, até chegar ao ponto em que ele seria completamente curado, por isso ele [o advogado] aproximou isso para um tempo igual a infinito. A ideia é mais ou menos essa. Então com base nisso ele deu uma resposta natural, como se não como se não houvesse um dano real para natureza porque com o tempo ela mesma consegue arrumar as coisas.

Nessa situação, pode-se entender que para Renata, o modo como a relação matemática foi colocada em ação, não convenceu, ou seja, não poderia servir como forma para justificar ou legitimar a argumentação de que a concentração retornaria ao seu padrão inicial. Rogério, por sua vez, procurou detalhar os fatores que poderiam ter levado os advogados a se respaldarem na referida fórmula. Sua explanação envolveu questões ambientais, destacando que a própria natureza se encarregaria de diminuir os níveis de concentração de poluentes. Para esse estudante, os advogados teriam entendido que o fato de a relação matemática ser igual a zero, levaria à interpretação de que tudo iria melhorar com o passar dos anos, atingindo uma limpeza natural do ambiente.

As observações desses dois estudantes ilustram como a matemática foi usada para afirmar que tão logo a baía seria descontaminada, e isso aconteceria de modo natural. Nesse caso, a matemática serviu como base fundamental para a elaboração dos argumentos e, sem ela, possivelmente, isso não se constituiria. Compreende-se que o modelo fez parte da discussão e, portanto, a matemática cumpriu seu papel; ela serviu para justificar ou legitimar um determinado ponto de vista (Skovsmose, 2014b).

Importante considerar que o modelo matemático usado pelos advogados apoiou uma determinada perspectiva. Ela poderia ser interpretada como um recurso (ou uma ferramenta) suficiente para explicar o que ocorreria a longo prazo, porém não foram considerados outros fatores relacionados à contaminação do ambiente, à fauna e à flora existentes e aos prejuízos que a população local poderia sofrer enquanto iria esperar esse processo de despoluição natural. O que foi argumentado pelos advogados poderia não acontecer de fato, resultando em consequências que não estavam previstas no modelo matemático. Por isso, é relevante considerar as reflexões feitas pelos estudantes de Engenharia no sentido de levá-los a investigar o caso de forma mais aprofundada, analisando a viabilidade de aplicar aquele modelo naquele contexto, dando condições para aceitarem ou refutarem certas afirmações ou decisões.

Ao longo das discussões sobre o assunto, novas relações matemáticas apareciam no estudo de apoio:

Ainda em relação ao julgamento, os advogados da Petroquímica apelaram da sentença alegando que a baía já apresentava um nível de poluição antes do derramamento do Agente Oleoso. Supondo que a concentração de agentes poluidores na baía é normalmente de 0,1 ppm, os ambientalistas obtiveram o seguinte modelo matemático para prever a concentração de poluentes ao longo do tempo:

$$f(1)=10$$

$$f(x + 1)= 0,1 + 0,8(f(x) - 0,1)$$

Com isso, outras reflexões surgiram:

Mateus: Eu reforço que não tem como você tirar muitas conclusões, se não for deixado claro quais foram os critérios que eles usaram, por exemplo, detalhar sobre o nível de radiação, sobre qual a relação entre a fauna que foi afetada, o quanto afetou a cadeia alimentar, algo assim. Isso tudo tem que ficar muito explícito. Não adianta o cara chegar com o valor e dizer é isso e pronto! Não dá para confiar! Se não tiver esse tipo de coisa, nenhum argumento se sustenta! É preciso desse contexto, de algo maior [...] Independente da área em que isso está sendo aplicado, a gente precisa de mais informações. Em um caso como esse, os dados matemáticos,

por si, não são suficientes [...] na verdade, eu não sei o que está por trás.

O estudante Mateus afirmou que seria preciso averiguar os critérios adotados na definição dos modelos matemáticos usados pelas pessoas envolvidas no caso, enfatizando a necessidade de compreender quais interesses estavam por trás de todos os argumentos produzidos. O modelo matemático apareceu de forma explícita e, o estudante compreendeu que sua função naquela situação era respaldar os argumentos ligados à visão dos ambientalistas, isto é, independente da responsabilidade da empresa todos os dados usados deveriam apresentar de forma clara e coerente as formas como os dados foram levantados.

Na instituição B, surgiram vários elementos referentes à percepção da legitimação ou justificação. Muitos deles estavam relacionados a utilização de modelos matemáticos diversos, inclusive ao estabelecimento de padronizações feitas por órgãos nacionais para avaliar a qualidade de diferentes recursos naturais. Esses contextos são apresentados mais adiante.

Percebendo o aspecto da realização

É possível notar o aspecto da realização quando há a aplicação de um modelo matemático em situações cotidianas, isto é, ele é percebido quando um modelo matemático é colocado em execução. Em vários momentos dos encontros, a matemática fez ou poderia fazer parte de alguma realidade descrita pelos participantes. Para ilustrar, segue uma fala de uma estudante de ecologia acerca da toxicidade de certos compostos, ao apresentar a pesquisa de seu grupo sobre processos de descontaminação de ambientes aquáticos:

Gabriel: [...] encontramos o Método de Modelagem por Linhas de Transmissão (TLM), que é um modelo matemático que serve para especiação e diferenciação entre metais, ou seja, é a predição dos efeitos dos metais. Por essa predição dos efeitos dos metais e pela quantia que se tem de cada coisa, você consegue saber os efeitos dele, se são agudos ou crônicos. É possível também limitar o tempo de exposição do organismo àquele metal, não só de um metal, mas também para qualquer tipo de contaminantes.

Segundo esse grupo, a partir da quantidade de toxinas na água era possível avaliar os impactos diretos e indiretos aos animais que viviam nesses ambientes e o método citado contribuiria na efetivação de uma análise sólida e consistente.

Outro grupo apresentou estudos referentes aos impactos do incêndio causado no litoral, já mencionado anteriormente. Os integrantes trouxeram algumas análises usando embasamentos estatísticos para avaliar os impactos causados.

Henrique: Por fim, nós tentamos relacionar tudo isso com algum contexto matemático e pensamos em um método estatístico, chamado de PCA, que significa componentes principais de covariantes. Essa PCA permite que se encontre uma forma de classificar os pontos e detectar reações entre eles, permitindo que a partir de um determinado conjunto de dados, seja possível a criação de novas variáveis utilizando as variáveis originais, caracterizando o máximo possível a variação de um conjunto de dados multivariados, onde eles não estão correlacionados. Aqui temos um exemplo [...].

Katia: E nós trouxemos isso para o caso do incêndio causado no litoral. Se fossem aplicadas diversas análises ecológicas de medição de parâmetros da água, poderíamos usar uma PCA para ver qual foi a influência na mortalidade de peixes, ou em outros parâmetros, como na sociedade ou na poluição do ar.

Carlos: Onde entra toda uma discussão nas conclusões, não é? Das variáveis que realmente estão relacionadas. Matéria orgânica correlacionada, por exemplo, com os sujeitos.

Esses fragmentos demonstraram a presença da matemática em situações diversas. Os métodos citados, como o TLM ou o PCA, são construídos a partir de embasamentos

matemáticos, ou seja, indicam que o modelo passou a fazer parte da realidade e, no contexto da pesquisa, possui conexão com o aspecto da realização.

Ainda na instituição A, um outro grupo trouxe considerações relativas ao uso de diferentes equações matemáticas para avaliar a qualidade de recursos naturais. Os integrantes do grupo apresentaram diversas equações. Nesse momento surgiram várias evidências do quanto elas eram fundamentais para analisar as situações que tratavam:

Mary: Aparecem várias equações, vários jeitos de como medir a densidade, ver como estava o ambiente antes e como está agora, depois dessa contaminação, verificando tudo o que precisa para poder chegar nesses resultados [...]. E tem uma parte que é para poder saber qual é o custo dos danos também ...

Fernanda: Sim, há uma formulazinha para saber o custo, ou seja, o que seria o mais custoso ou não.

As colocações de Mary e Fernanda, bem como outras equações apresentadas pelos demais integrantes do grupo, fazem referência ao aspecto da realização e também estão diretamente relacionadas com as categorias e os discursos produzidos a partir dos modelos matemáticos adotados. Essas exemplificações ressaltam a importância de refletir a respeito dos modos como a operacionalização da matemática ocorre na realidade, mostrando também a conexão entre todos os aspectos da matemática em ação.

Percebendo o aspecto da dissolução da responsabilidade

Ao pensar nas responsabilidades de um indivíduo é possível considerar, por exemplo, as formas como determinadas ações foram por ele executadas, além de questionar as diferentes consequências dessas ações e de refletir sobre quais questões éticas estavam envolvidas. A execução de uma ação ou a tomada de uma decisão estão associadas à atribuição de uma responsabilidade. Isso pode ser notado em inúmeras ocasiões, todavia, quando a matemática é colocada em ação, essas relações não parecem ser tão claras. Para Skovsmose (2020a), a dissolução da responsabilidade pode existir em ações baseadas em matemática, pois podem ser conduzidas em um vácuo ético.

No contexto da pesquisa, tanto na instituição A quanto na instituição B surgiram discussões conectadas com a compreensão desse aspecto. Em alguns momentos, os participantes fizeram referência a termos como responsabilidade, ética e valoração sem usar a matemática propriamente dita e, em outras situações, estabeleceram relações a partir de alguma discussão associada à matemática.

Para ilustrar, seguem os apontamentos de Rogério e Renata, da instituição A, sobre a observação de divergências no caso do ressarcimento de danos ambientais causados pelo agente oleoso. Os estudantes analisaram algumas relações matemáticas e os gráficos que as acompanhavam, buscando compreender o que estava por trás dos valores para multas estipulados.

Rogério: Aqui temos quase o triplo do tempo...

Renata: Por isso eles divergem e isso interfere nos valores das multas, não é? [...]. Primeiramente ele [o advogado] só pensava na parte econômica. Não é em pagar uma certa multa que esse valor irá compensar, porque há outros tipos de impactos.

Rogério: Impactos que às vezes cobram até algo invertido ...

Renata: Sim ... como ninguém se preocupa com a natureza ...

Rogério: Então tá, não é!?

Quando Renata disse que os principais interesses do advogado estavam voltados à parte econômica e, ao fazer complementações sobre os reais impactos dos danos que poderiam ter

sido causados, isso contribuiu que reflexões éticas viesse à tona. Inúmeras situações poderiam ser problematizadas a partir disso, como por exemplo, questionar quais seriam os limites do poder concedidos ao advogado e até que ponto a sua posição influenciaria na elaboração de argumentações baseadas em matemática, ou ainda, pensar em que medida o estabelecimento de uma multa iria reverter os danos para a natureza ou averiguar se a multa não foi calculada de forma equivocada. Na situação descrita, as decisões amparadas em considerações associadas com a matemática podem servir para ocultar e camuflar certas informações. Por isso, Skovsmose (2020b) afirma que as ações baseadas em matemática sejam executadas a partir de profundas reflexões éticas.

Nesse sentido, a estudante Renata fez considerações sobre a matemática e a atuação dos sujeitos envolvidos naquele contexto:

Renata: Sim, [...] porque tinha um cálculo da multa e cada especialista falava uma coisa, e eu não sei qual estava certo, mas sabemos que dependendo da quantidade [de poluentes] que havia, seria calculado um tempo e com isso a multa seria definida. Eu acho que a empresa poderia tentar diminuir esse tempo para pagar menos multa, mesmo que isso ainda não fosse permitido, ou seja, mesmo que o rio, a natureza, não estivessem prontos ainda. Ela poderia fingir que está tudo bem, que não está afetando as pessoas e os animais e, assim, pagar uma multa menor [...].

A fala de Renata trouxe importantes elementos relacionados a proposição de valores para as multas. Sobre isso seria possível pensar a respeito do papel que cada especialista teve para definir os critérios para o cálculo da multa, como: “Quais aspectos foram predominantes?”; “Todas as informações necessárias para se chegar a essa definição se respaldam em dados confiáveis?”, “Qual o posicionamento da empresa frente a apresentação dos especialistas?”. Dependendo do ponto de vista, se apenas a matemática fosse utilizada para avaliar uma ação como essa, ela poderia beneficiar uns em detrimento de outros. Por exemplo, nesse contexto, a empresa, que teria a obrigatoriedade de responder juridicamente pelos danos causados, poderia, de algum modo, ser beneficiada. Porém, a população e o ambiente atingido poderiam ser prejudicados.

Analisar os limites das projeções da matemática na realidade e levantar questões acerca da responsabilidade, inerentes a elaboração e execução de ações embasadas em resultados numéricos são mais que imprescindíveis para a realização de qualquer projeto ou empreendimento (Skovsmose, 2004).

Na instituição B, algumas discussões se aproximaram de assuntos trazidos pelos estudantes da instituição A. Na apresentação das pesquisas de um dos grupos formados, um deles trouxe à tona questões envolvendo a tragédia que ocorreu no município de Mariana, em Minas Gerais, no Brasil. No ano de 2015 houve o rompimento de uma barragem de uma mineradora. Esse rompimento causou uma enxurrada de lama, levando vários rejeitos de mineração, para a região do distrito de Bento Gonçalves. Inúmeras pessoas ficaram desabrigadas, 19 perderam suas vidas e os impactos ambientais causados eram incalculáveis e até irreversíveis, segundo alguns especialistas. Esse caso foi caracterizado como um dos maiores desastres ambientais do país, até aquele ano. Diferentes análises ecológicas foram feitas no local para averiguar os impactos causados e, também, para embasar os cálculos referentes ao pagamento de indenizações. Neste sentido, quando os grupos da instituição A discutiram sobre o uso de modelos para estimar previsões, Gabriel considerou:

Gabriel: [...]. Por exemplo, no caso de Mariana fizeram as análises e a empresa alegou que parte do que estava sendo achado já era de antes do acidente, como o mercúrio [...].

Esse trecho apresentou aproximações com a fala de Mateus, da instituição A, ao afirmar a necessidade de considerar também o que já tinha de poluentes antes do acidente apresentado no estudo de apoio, no sentido de o responsável pelo empreendimento não ter que pagar por algo que não era de sua responsabilidade.

Cabe destacar uma aproximação de uma das falas de Renata, do curso de Engenharia, com esse caso de Mariana: “Não é em pagar uma certa multa que esse valor irá compensar, porque há outros tipos de impactos”. Apesar de ter analisado somente o que foi apresentado no estudo de apoio, a estudante se preocupou com as formas como essas estimativas e previsões eram feitas, além de refletir sobre outros impactos que não seriam compensados com o pagamento de uma indenização, ou seja, o posicionamento da estudante trouxe inúmeras preocupações semelhantes ao que aconteceu em outros desastres ambientais, inclusive como esse que ocorreu em Mariana.

Na instituição B, os desdobramentos das discussões aconteceram de várias formas, incluindo a apresentação de outros grupos que trouxeram contextos associados a outras tragédias brasileiras. Um deles, comentou sobre um incêndio que afetou a região do litoral de São Paulo. Um dos estudantes, Sergio, apresentou um vídeo, fez uma pausa e teceu comentários a respeito da aplicação de uma multa para os responsáveis pelo incêndio, o que possibilitou que os professores da turma, os facilitadores da aprendizagem, lançassem várias provocações para a classe:

Sergio destacou que o valor foi repassado, mas os caiaçaras não haviam recebido nada, nem ao menos uma cesta básica de alimentos ou qualquer tipo de ressarcimento.

Miguel: E é uma questão de sobrevivência, não é? Não era só uma questão de indenização, era a possibilidade de sobreviver mesmo, pois se eles não tinham os peixes, e dependiam daquilo, como seria?

Diego: Outra coisa interessante de se pensar também é como que a partir desse modelo é possível chegar em um valor de indenização. Aquela empresa pagou tal valor, mas como relacionamos o dinheiro com os prejuízos causados?

Miguel: Como se quantifica esse estrago?

Diego: Quanto valem aquelas vidas? O trabalho daqueles pescadores, das pessoas entorno, do meio ambiente como um todo?

Miguel: É ... isso é bem interessante! Eu não tinha pensado assim.

Sergio: Eu também não. Como é empregado isso?

Miguel: [...] aqui não estamos falando de mil, de um milhão, estamos falando de bilhões de reais. Olha o quanto isso envolve. Envolve pessoas que conhecem muito de direito e muito de lei. [...], mas esses processos não são rápidos. Eles se resolvem em anos, em décadas [...] e, algo importante, para além dessa questão de quanto tempo irá demorar, é como se quantifica a vida, como se quantifica um desastre?

Essas reflexões acerca das responsabilidades, valoração, abordagem de questões éticas, pagamento de indenizações, aspectos envolvendo diferentes interesses e prioridades perpassam as discussões relacionadas à dissolução da responsabilidade. Deste modo, ao refletir sobre as diversas aplicações da matemática na realidade, seja de forma explícita ou implícita, é preciso acompanhar tais análises com dúvidas e incertezas, visto que os modelos matemáticos legitimam ou justificam diversas ações e decisões.

5 Considerações finais

As diferentes experiências e análises compartilhadas na seção 3 tiveram o intuito de apresentar uma variedade de contextos que se aproximaram dos aspectos da matemática em ação, propostos por Skovsmose (2014a, 2014b).

A partir do trabalho com um problema inicial diferentes desdobramentos aconteceram, ora amparados no material que havia sido fornecido pela pesquisadora ora pelo desenvolvimento de pesquisas por campos de interesse. Tanto com os estudantes de Engenharia quanto com a turma de Ecologia, surgiram discussões a respeito da aplicação de modelos matemáticos na realidade, geradas por meio de vários processos investigativos.

Importante ressaltar que em todas as situações apresentadas, os participantes procuraram avaliar de uma forma global, todos os contextos com que se deparavam, buscando verificar de que modos a matemática foi ou poderia ser utilizada. Embora desconhecessem o conceito da matemática em ação, em suas falas, destacaram a importância de compreender os cenários imaginados, de refletir sobre as consequências de projetos e empreendimentos amparados no conhecimento matemático. Além disso, procuraram entender o que as fórmulas, as equações, os índices matemáticos representavam em cada situação analisada. Diferentes questionamentos e reflexões surgiram a partir de cada compartilhamento, nos pequenos grupos ou com a classe em geral, como ocorria durante a realização das plenárias na instituição B.

Uma observação interessante se refere aos modos como os cinco aspectos da matemática em ação apareceram nas descrições feitas anteriormente. Os estudantes perceberam que não poderiam estar focados apenas no respaldo matemático que era apresentado. Em todas as situações associaram a matemática com outros elementos, compreendidos como fundamentais para entender o que acontecia ou poderia acontecer. Os aspectos apontados deixaram claro que a matemática não é uma ciência neutra, isolada de outros campos de conhecimento, e as evidências que surgiram em meio ao processo de análise dos dados, ressaltaram a relevância de explorar diferentes problematizações em aulas que envolvem a matemática do Ensino Superior, inclusive quando se desenvolve estudos na disciplina de Cálculo Diferencial e Integral.

As análises relativas à imaginação tecnológica, ao raciocínio hipotético e à realização buscaram evidenciar como a matemática opera em espaços suscetíveis a ações. Incentivar reflexões nesse sentido é necessário, pois a matemática desempenha um papel relevante na construção desses espaços, além de contribuir com processos de investigação e escolhas de alternativas, que resultam de cenários imaginados e de situações hipotéticas previamente elaboradas (Skovsmose, 2004).

Essas considerações se estendem à legitimação ou justificação e à dissolução da responsabilidade. Em diferentes situações perceberam a relação entre as ideias atreladas a esses dois aspectos, percebendo as formas como a execução de certas ações ou a tomada de decisão poderiam estar ou não associadas à responsabilidade de determinadas pessoas ou instituições.

Portanto, as investigações desenvolvidas a partir de uma problemática inicial mobilizaram inúmeras reflexões críticas, que ajudaram os estudantes a compreender as diferentes formas de operacionalização da matemática, além de favorecer a percepção de vários conteúdos abordados nas aulas de matemática. Essa abertura também contribuiu para a discussão de questões cruciais relacionadas ao desenvolvimento pessoal e profissional dos participantes, e esteve conectada com várias situações comumente encontradas na sociedade.

Agradecimentos

Este artigo foi elaborado a partir de uma pesquisa de doutorado que recebeu o apoio da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior – Brasil (CAPES) – Código de Financiamento 001.

Referências



- Creswell, J. W. (2007). *Projeto de pesquisa: métodos qualitativo, quantitativo e misto*. Tradução de L. O. Rocha. (2. ed.). Porto Alegre, RS: Artmed.
- Fontes, L. S. (2021). *As metodologias ativas de aprendizagem e sua contribuição para o ensino de Cálculo Diferencial e Integral*. 2021. Xf. Tese (Doutorado em Educação). Universidade de Brasília. Brasília, DF.
- Lopes, A. P. C. & Reis, F. S. (2019). Vamos viajar? – uma abordagem da Aprendizagem baseada em Problemas no Cálculo Diferencial e Integral com alunos de Engenharia. *Revista de Educação Matemática*, 16(23), 449-469.
- Macêdo, J. A. & Gregor, I. C. S. (2020). Dificuldades nos processos de ensino e de aprendizagem de Cálculo Diferencial e Integral. *Educação Matemática Debate*, 4(10), 1-24.
- Rezende, W. M. (2003). *O ensino de cálculo: dificuldades de natureza epistemológica*. 2003. 486f. Tese (Doutorado em Educação). Universidade de São Paulo. São Paulo, SP.
- Skovsmose, O. (2004). Mathematics in action: a challenge for social theorizing. In: *Philosophy of Mathematics Education Journal*, (18).
- Skovsmose, O. (2007). *Educação Crítica*. Tradução de M. A. V. Bicudo. São Paulo, SP: Cortez.
- Skovsmose, O. (2014a). Mathematics as discourse. In: O. Skovsmose (Org.). *Critique as Uncertainty*. (pp. 199-214). Charlotte, USA: Information Age Publishing.
- Skovsmose, O. (2014b). *Um convite à Educação Matemática Crítica* (1. ed.). Campinas, SP: Papirus.
- Skovsmose, O. (2020a). Banality of Mathematical Expertise. *ZDM - Mathematics Education*, 52(6), 1187-1197.
- Skovsmose, O. (2020b). Mathematics and ethics. *Qualitative Research Journal*, 8(18), 478-502.
- Souza-Carneiro, D. V. (2021). *A matemática em ação no ensino superior: possibilidades por meio do problem-based learning*. 2021. 300f. Tese (Doutorado em Educação Matemática). Universidade Estadual Paulista (Unesp). Rio Claro, SP.