

Cesta básica e salário mínimo: uma discussão com estudantes do Ensino Médio com calculadoras

Basic-needs grocery and minimum wage: a discussion with High School students using calculators

Franciele Santos Teixeira¹
Maria Teresa Zampieri²
Sueli Liberatti Javaroni³

Resumo: Neste artigo, cujo tema é a Educação Matemática com tecnologias, trazemos recortes de uma pesquisa de mestrado abordando as interações ocorridas entre estudantes do Ensino Médio ao investigarem os custos da cesta básica e o salário mínimo. Isso ocorreu durante o desenvolvimento de atividades investigativas com calculadoras ofertadas em uma disciplina eletiva para estudantes do Ensino Médio de uma escola do Programa de Ensino Integral, em São Carlos, interior paulista. Houve registros em vídeos e áudios, relatos de aulas das professoras, registros escritos dos estudantes e os arquivos das calculadoras gráficas. A partir dos dados produzidos, destacamos a importância da integração das tecnologias na escola e de configurarmos um ambiente investigativo em que diferentes estratégias de resoluções sejam valorizadas.

Palavras-chave: Aprendizagem de Matemática. Tecnologias Digitais. Calculadora. Educação Básica. Educação Matemática.

Abstract: In this article, which focuses on Mathematics Education with technology, we present excerpts from a master's research study that examines the interactions between high school students as they investigated the costs of the basic-needs grocery and the minimum wage. This occurred during the development of investigative activities using calculators offered in an elective course for High School students at a school in the Integral Education Program in São Carlos, São Paulo. Video and audio recordings, teacher lesson reports, students' written records, and graphic calculator files were collected. From the data produced, we highlight the importance of integrating technology in schools and creating an investigative environment where different problem-solving strategies are valued.

Keywords: Learning Mathematics. Digital Technologies. Calculator. Basic Education. Mathematic Education.

1 Introdução

A partir do decreto 57.571 de 2 de dezembro de 2011, as escolas pertencentes ao Programa Ensino Integral (PEI) foram estruturadas seguindo o novo modelo de escola da rede pública de ensino paulista (São Paulo, 2014). Influenciadas pelo Ginásio Pernambucano, esse modelo escolar foca na jornada integral dos estudantes de modo a privilegiar os quatro pilares da educação adotados pela Organização das Nações Unidas para Educação, a Ciência e a Cultura (UNESCO), sendo eles: aprender a conhecer, aprender a fazer, aprender a conviver e aprender a ser (São Paulo, 2014).

¹ Universidade Estadual Paulista “Júlio de Mesquita Filho” • Rio Claro, SP — Brasil • ✉ fs.teixeira@unesp.br • ORCID <https://orcid.org/0000-0002-7244-5506>;

² Universidade Estadual Paulista “Júlio de Mesquita Filho” • São José do Rio Preto, SP — Brasil • ✉ mt.zampieri@unesp.br • ORCID <https://orcid.org/0000-0002-6656-2538>

³ Universidade Estadual Paulista “Júlio de Mesquita Filho” • Bauru, SP — Brasil • ✉ sueli.javaroni@unesp.br • ORCID <https://orcid.org/0000-0002-1948-4346>

Segundo o documento norteador do PEI, nesse modelo escolar há o propósito de visar a educação para todos de modo que haja o desenvolvimento educacional do estudante de forma interdimensional e que se tenha a formação de sujeitos autônomos e solidários, considerando as dimensões pessoais, sociais e profissionais (São Paulo, 2014). Para que tais propósitos sejam cumpridos, o documento destaca o ambiente da disciplina eletiva como um dos possíveis cenários de desenvolvimento do educando. As disciplinas eletivas fazem parte da grade curricular de estudantes que estão em escolas pertencentes ao PEI. Essas disciplinas são caracterizadas por serem oferecidas por dois ou mais professores, serem semestrais e pelos estudantes poderem escolher qual disciplina cursar (São Paulo, 2014).

Um recorte dos dados, apresentado e discutido neste texto, são provenientes de uma disciplina eletiva desenvolvida no segundo semestre de 2022 na Escola Estadual Professor Sebastião de Oliveira Rocha na cidade de São Carlos/SP. Intitulada como “Calculática - Explorando questões matemáticas do cotidiano com calculadoras” e tendo como objetivo trabalhar as demandas tanto da direção escolar quanto dos estudantes sobre temáticas, discutimos ao longo do semestre o impacto da cesta básica no salário mínimo e noções de proporção e porcentagem com as calculadoras científica e gráfica.

Dessa forma, para delimitar as discussões e as abordagens ao longo da disciplina houve uma parceria colaborativa (Foerste, 2004; D’Ambrosio & Lopes, 2015) com a professora da escola, a Profa. Mirella⁴. Além disso, as propostas feitas aos estudantes foram baseadas na experimentação com tecnologias (Borba; Scucuglia & Gadanidis, 2020) e nos ambientes de aprendizagem (Skovsmose, 2000), ou seja, procuramos fazer um convite à investigação para os estudantes e instigar que integrassem as calculadoras para além de uma abordagem mecanicista (Borba & Villarreal, 2005).

A partir dos pressupostos teóricos e da maneira que optamos por conduzir a disciplina Calculática⁵, buscamos compreender as interações com estudantes do Ensino Médio sobre assuntos envolvendo Educação Financeira, utilizando calculadoras, em uma disciplina eletiva. Isto posto, o trabalho discutido neste artigo é referente a uma pesquisa de mestrado finalizada e que esteve vinculada ao projeto “Ensino e aprendizagem de matemática: possibilidades para a prática do professor”⁶, que é uma parceria entre membros do Grupo de Pesquisa em Informática, outras Mídias e Educação Matemática (GPIMEM) e a Casio Comercio Ltda.

2 Referencial Teórico

Borba *et. al* (2020) destacam a relação entre Tecnologias Digitais (TD) e as pesquisas em Educação Matemática em quatro fases, sendo que: na primeira fase, esses referidos autores mencionam o software LOGO e que no início dos anos de 1980 as calculadoras simples e científicas já faziam parte de discussões na área da Educação Matemática; a segunda fase é marcada pelo uso de softwares de representação de funções, como o *Winplot*, geometria dinâmica, como o *Cabri Géomètre*, de computação algébrica, como o *Maple*, e nas calculadoras gráficas. Nessa fase, Borba *et. al* (2020) destacam a manipulação, combinação, visualização, entre outros aspectos, de objetos matemáticos a partir das mídias que marcaram essa fase; já na terceira, há a ascensão da internet, principalmente, sendo considerada como fonte de informações e comunicação entre professores e estudantes; a quarta fase, segundo os autores, é caracterizada pela internet rápida, ressaltando a qualidade da conexão e tipos de recursos que

⁴ Essa pesquisa foi submetida ao Comitê de Ética em Pesquisa (CEP) e aprovada, nº parecer 5.660.848. Destacamos tanto a professora quanto a escola permitiram que utilizássemos o seu nome verdadeiro. Entretanto, o dos estudantes manteremos o anonimato considerando apenas as iniciais de seus nomes.

⁵ Para dar maior fluidez ao texto, fizemos essa abreviação no nome da disciplina.

⁶ O projeto foi aprovado no processo número 3221/2021 – CCP – FUNDUNESP.

foram aprimorados, o que culminou na transformação da comunicação online (Borba *et. al*, 2020). Ressaltamos que uma quinta fase está sendo discutida e que considera o movimento do vírus da Covid-19 na dinâmica das TD em diversos contextos (Borba, Souto & Canedo Jr., 2022) e que ainda há debates envolvendo a Inteligência Artificial e se ela caracteriza ou não a quinta fase ou se pertence a uma nova.

De um ponto de vista técnico, nos respaldamos em Cunha (2018), ao compreender que as TD são caracterizadas por um conjunto de tecnologias⁷ que possibilita a transformação da linguagem binárias em uma outra linguagem conhecida por nós, como por exemplo a imagem, e essa transformação é apresentada na tela de um dispositivo digital. Ribeiro (2000) já apontava que o uso de calculadoras, muitas vezes, é apenas associado ao instrumento de cálculo e que isso influencia diretamente na forma que os estudantes enxergam essa tecnologia. Além disso, autoras como Selva e Borba (2010) apontam que o professor pode ser relutante a integração da calculadora no contexto da sala de aula, pois associa que o fato de a utilizar faria com que o estudante desaprendesse algoritmos ou até mesmo atrapalhasse seu raciocínio lógico. Dessa maneira, entendemos ser de suma importância apresentar a nossa visão sobre TD no âmbito educacional.

Interpretamos que as TD são artefatos que articulados a abordagens pedagógicas que explorem seus recursos, de modo que haja a possibilidade de experimentação, realização de inúmeros testes, criação de conjecturas, entre outros, culmina em um apertar de teclas não aleatório e possibilita utilizar o *feedback* da tecnologia para produzir conhecimento (Borba & Villarreal, 2005). Logo, consideramos a calculadora uma TD, já que “a exploração conceitual com uso da calculadora tem sido cada vez mais recomendada, pois permite que os alunos se concentrem nas regularidades, na análise dos resultados e não apenas no algoritmo” (Selva & Borba, 2010, p. 55).

Ao nos referirmos à exploração matemática com tecnologias, destacamos atividades que possuem como objetivo didático central “[...] a exploração de diferentes estratégias de resolução [e] a elaboração de conjecturas a respeito de diversas partes que compõem o problema [...]” (Borba *et. al*, 2020, p. 55), isto é, possibilitam o estudo de conceitos matemáticos, recorram a visualizações que podem ser retornadas no *display* de determinada mídia, entre outras possibilidades proporcionadas pela TD.

Além do conceito de experimentação com tecnologias, dialogamos com a abordagem investigativa por entendermos que há uma sinergia entre elas, pois conforme aponta Ponte (2010, p. 3) “investigar, em Matemática, inclui a formulação de questões, que frequentemente evoluem à medida que o trabalho avança. Investigar envolve, também, a produção, a análise e o refinamento de conjecturas sobre essas mesmas questões”. Pontuamos ainda que uma maneira de propor o trabalho com abordagem investigativa com tecnologias poderia ser por meio de cenários para investigação, propostos por Skovsmose (2000).

Skovsmose (2000, p. 7, grifo do autor) caracteriza os cenários para investigação como um ambiente que propicie o investigar no contexto escolar e para isso o autor ressalta a questão das “[...] ‘referências’ que visam levar os estudantes a produzirem significados para conceitos e atividades matemáticas” e ainda que “[...] as referências incluem os motivos das ações, em outras palavras, incluem o contexto para localizar o objectivo de uma acção (realizada pelo aluno na sala de aula de Matemática)”. Desta forma, o autor ressalta que há diferentes tipos de referências quando discorre sobre os diversos ambientes investigativos, os quais representamos no Quadro 1 a seguir:

⁷ Entendemos Tecnologias Digitais e tecnologias como sinônimos.

Quadro 1. Ambientes de aprendizagem

	Exercícios	Ambiente investigativo
Referência à matemática pura	(1)	(2)
Referência à semirrealidade	(3)	(4)
Referência à realidade	(5)	(6)

Fonte: Elaborado a partir de Skovsmose (2000)

Como podemos notar no Quadro 1, esses ambientes são classificados entre pares e ímpares e possuem diferentes tipos de referências. Skovsmose (2000, 2014) ressalta que para que haja um ambiente investigativo é necessário ter um aceite ao convite, feito muitas vezes em forma de questionamentos do tipo “O que acontece se...”, e esse convite pode ser realizado tanto pelo professor em sala de aula quanto pelos educandos. Além do mais, esses ambientes de aprendizagem, segundo esse autor, não são vistos de forma excludente, ou seja, em uma mesma aula é possível ter diferentes tipos de ambientes.

Dessa forma, ao entrelaçar a abordagem investigativa e o convite aos cenários para investigação, entendemos que essa é uma possível maneira de estabelecer diálogo e propiciar que o convite possa partir tanto do professor quanto do estudante. Por compreendermos que no processo de aprendizagem há processos de interação, logo compreendemos que o aprendizado se faz de maneira coletiva, ou seja, “[...] qualquer interpretação de ‘aprender’, ‘conhecer’, e ‘conhecimento’, deve referir-se a processos de interação. A aprendizagem não pode ser pensada como um esforço individual, mas como um esforço coletivo” (Borba & Villarreal, 2005, p. 212, tradução nossa, grifo dos autores). Ademais, entendemos que para haver interação, na perspectiva que apresentamos, o diálogo se faz necessário.

Corroboramos Alro e Skovsmose (2010) ao apontarem que o diálogo em sala de aula se estabelece e depende da proposta feita, e, além disso, envolve a interação entre os sujeitos daquele contexto. Ambos se respaldam na noção de que, a depender da maneira que são conduzidos, a interação entre os estudantes muda e conseqüentemente os diálogos estabelecidos.

Para além do que já foi apontado, ao longo da disciplina eletiva foi preciso lidar com a questão do “erro” com os estudantes, de modo que eles foram identificados a partir do *feedback* das calculadoras. Destacamos, de acordo com Alro e Skovsmose (2010, p. 22), que

Podemos distinguir vários tipos de erro encontrados na Educação Matemática. No que se segue, usaremos o termo “erro” no sentido mais amplo possível para incluir tanto os erros “de verdade” quanto outros tipos de engano e também formas alternativas de conceituação. Um erro pode se referir ao resultado de um algoritmo (“A conta não está certa!”); ao algoritmo empregado (“Você não tem que somar, e sim subtrair!”); à sequência com que as ações foram feitas (“Para desenhar o gráfico, calcule primeiro alguns pontos da função!”); à interpretação do texto (“Não, quando o exercício é escrito desse jeito, você tem que primeiro encontrar o valor de x!”); à programação dos alunos (“Não, não, esses exercícios são para amanhã!”).

E ainda, “embora esses erros sejam diferentes entre si, no momento da correção eles são reduzidos a uma única categoria absoluta: a de erro. E só há uma única coisa a fazer: corrigi-los” (Alro & Skovsmose, 2010, p. 22-23). Dessa maneira, salientamos que é importante observar os erros e não os interpretar de maneira imediata como errados, mas entender que é importante explorá-los e fomentar discussões a partir deles.

Em suma, entendemos as calculadoras, científica e gráfica, como uma Tecnologia

Digital de modo que, dependendo da abordagem didática proposta, ela possa ser inserida para discutir o conceitual e explorar interpretações sobre os resultados obtidos. No nosso caso, focamos em uma abordagem investigativa amparada nos cenários para investigação e buscamos interagir com os estudantes estabelecendo diálogos que explorassem a perspectiva apresentada por eles e a potencialidade da calculadora nas discussões que emergiram, conforme discutiremos mais adiante.

3 Procedimentos Metodológicos

O estudo desenvolvido foi de cunho qualitativo em que buscamos compreender as interações dos estudantes do Ensino Médio ao realizarem as atividades com calculadoras, em uma disciplina eletiva. Para atingir tal objetivo, foi desenvolvida uma pesquisa no contexto de uma disciplina eletiva desenvolvida no segundo semestre de 2022 em uma escola pertencente ao Programa Ensino Integral, na cidade de São Carlos/SP. Assim como ressalta Kilpatrick (2008, p. 7, tradução nossa)

[...] educadores matemáticos não veem a matemática como simplesmente um corpo de conhecimento ou uma disciplina acadêmica, mas também como um campo de prática. Porque eles estão preocupados em como a matemática é aprendida, entendida e usada bem como o que ela é, eles tomam uma visão abrangente.

A partir dessa preocupação, nos dispusemos a abordar o impacto do custo da cesta básica no valor do salário mínimo com estudantes do Ensino Médio, de modo que as calculadoras, científica e gráfica, fossem integralizadas no contexto da sala de aula em que atuamos para além de um apertar de teclas (Borba & Villarreal, 2005) e que pudessem focar nas interpretações dos resultados obtidos. Na disciplina eletiva foi cursada por 22 estudantes das três séries do Ensino Médio.

Para o delineamento dessas aulas, houve uma parceria colaborativa (Foerste, 2004; D'Ambrosio & Lopes, 2015) com a professora da escola, de modo que aspectos como demandas e necessidades fossem consideradas para o planejamento das aulas. Para isso, nos debruçamos no movimento de esboçar planos de aula, depois discuti-los com a professora da escola e reelaborá-los conforme o que era apontado nesse processo⁸. Nessa dinâmica, salientamos ainda que as dificuldades dos estudantes, identificadas por nós, também compuseram a maneira de organizar a disciplina.

É importante pontuar que o contexto da produção dos dados possibilitou que tal movimento fosse feito, já que ele se deu em uma disciplina eletiva e foi possível contar com uma certa flexibilidade em relação ao conteúdo já que não possui um currículo que delinhe o que deve ser desenvolvido em seu contexto. Ou seja, as disciplinas eletivas, no contexto das escolas pertencentes ao PEI, ocorrem de acordo com o perfil traçado dos seus estudantes (São Paulo, 2014).

Como já mencionado, o cenário de investigação, que foi constituído no oferecimento da disciplina Calculática, se deu ao longo do segundo semestre de 2022. Os assuntos discutidos com os estudantes foram: valor da cesta básica de 2012 e 2021; leitura e levantamento de dados a partir dos excertos do Departamento Intersindical de Estatística e Estudos Socioeconômicos (DIEESE); orçamento familiar e gráfico de setores; programação e culminância⁹ (Teixeira, 2024). Resumindo, tivemos um total de dez encontros e a culminância, conforme podemos

⁸ Mais detalhes de como foi esse delineamento podem ser vistos em Teixeira (2024).

⁹ A culminância é caracterizada pela apresentação do que foi feito ao longo do semestre na disciplina eletiva e é organizada pelo corpo docente e estudantes a fim de mostrar para a comunidade externa o que foi desenvolvido (São Paulo, 2014).

observar no Quadro 2 a seguir:

Quadro 2: Aulas ocorridas ao longo do semestre

Aula	Data	Discussão
Aula 1	12 de agosto de 2022	Preenchimento do formulário e primeiro contato dos estudantes com a calculadora científica
Aula 2	26 de agosto de 2022	Pesquisa sobre os itens da cesta básica referente ao ano de 2012 e 2021, o que os estudantes entendem por orçamento familiar e uso da calculadora científica.
Aula 3	02 de setembro de 2022	Discussão sobre os valores encontrados e excertos do DIEESE.
Aula 4	09 de setembro de 2022	Discussão das respostas dadas, discussão inflação e vídeo.
Aula 5	16 de setembro de 2022	Primeira abordagem com a calculadora gráfica e discussão sobre gráfico de setores.
Aula 6	23 de setembro de 2022	Continuação da discussão sobre gráfico de setores e distribuição proporcional de valores.
Aula 7	21 de outubro de 2022	Discussão sobre taxa de juros (poupança e cartão de crédito).
Aula 8	11 de novembro de 2022	Início da discussão sobre a culminância e programação.
Aula 9	18 de novembro de 2022	Programação na calculadora gráfica.
Aula 10	25 de novembro de 2022	Programação na calculadora gráfica.
	09 de dezembro de 2022	Culminância.

Fonte: Dados da Pesquisa

Conforme podemos observar no Quadro 2, das aulas ministradas quatro delas foram baseadas nos excertos do DIEESE, duas em gráfico de setores, mais especificamente orçamento familiar, uma sobre juros simples e compostos e as demais envolviam linguagem de programação. Neste texto focamos nas discussões envolvendo a cesta básica e orçamento familiar e nas interpretações dos estudantes com a tecnologia, bem como nas dificuldades que surgiram e nos diálogos tidos ao longo do semestre.

Os estudantes foram divididos em grupos de duas ou três pessoas e convidados a fazer pesquisas envolvendo os valores dos itens que compunham uma cesta básica para uma família de quatro pessoas. Como os discentes apresentaram dificuldades em realizar a pesquisa proposta, adaptamo-la para que esses mesmos dados fossem interpretados a partir dos excertos do DIEESE. Os estudantes responderam às seguintes perguntas:

Qual a diferença dos valores dos itens que compõem a cesta básica no ano de 2012 e de 2021?

Pensando no valor de R\$1500,00, qual porcentagem do salário é acometida, baseado em uma cesta básica para uma família de quatro pessoas para o ano de 2012?

E para 2021?

Se pensarmos no valor do salário mínimo do ano de 2012 e o valor da cesta básica

desse ano, qual a porcentagem do salário é acometida?
E se pensarmos no valor do salário mínimo do ano de 2021 e o valor da cesta básica desse ano, qual a porcentagem do salário é acometida? (Dados da Pesquisa, 2022).

Outras indagações foram abordadas com os educandos, pois a partir desses questionamentos e da observação das respostas dadas por eles, identificamos tanto a dificuldade dos discentes em realizar a pesquisa quanto nos cálculos referentes a porcentagem pedida.

Iniciamos a dinâmica convidando os estudantes a realizar uma pesquisa sobre os itens da cesta básica, sendo eles: carne, leite, feijão, arroz, farinha, batata, tomate, pão, café, banana, açúcar, óleo e manteiga; e responder as questões elencadas anteriormente. Ao realizar esse movimento, tínhamos por objetivo de relacionar algo que era abordado recorrentemente nos jornais à época, de modo que os estudantes pudessem refletir sobre o impacto dos alimentos no salário mínimo. Dessa forma, entendemos que tal temática condizia com a realidade dos estudantes, pois a alimentação e o salário impactam diretamente em seus contextos, logo fizemos o convite a eles por meio de uma pesquisa relacionando suas realidades, ou seja, buscamos adentrar no ambiente de aprendizagem evidenciado no Quadro 1.

Observando a dificuldade em encontrar os dados da pesquisa da cesta básica, em conversa com a Profa. Mirella, continuamos a discussão das mesmas perguntas envolvendo agora os excertos do DIEESE. Neste momento, ao discutir com os estudantes as perguntas, notamos as dificuldades em interpretá-las, das relações de proporção e porcentagem e, conseqüentemente, em como efetuar esses cálculos com a calculadora. A partir disso, optamos por abordar uma discussão envolvendo orçamento familiar, pois dessa maneira continuaríamos envolvendo a questão do impacto no salário, com o gráfico de setores.

Para registrar os dados de pesquisa oriundos desse movimento, consideramos o diário de campo da pesquisadora, os relatos da Profa. Mirella e da colaboradora do projeto, Profa. Dra. Maria Teresa (Maitê), folha de atividade respondida pelos estudantes, transcrições das gravações em áudio e em vídeo das aulas e os arquivos salvos na calculadora gráfica dos estudantes. Visto isso, julgamos importante destacar que consideramos apenas os arquivos da calculadora gráfica, pois as calculadoras científicas não possibilitam o armazenamento de documentos.

Na seção a seguir apresentamos e analisamos um recorte dos dados produzidos ao longo da pesquisa, destacando aspectos emergentes no contexto da disciplina eletiva a partir dos apontamentos dos estudantes e com a tecnologia utilizada ao longo do semestre, em relação às questões sobre orçamento familiar, mencionadas anteriormente.

4 Apresentação e Análise dos Dados

Ao longo do segundo semestre de 2022, nas aulas da disciplina eletiva, a discussão foi em torno de aspectos relacionados ao impacto do salário mínimo conforme evidenciamos na seção anterior. A proposta inicial envolvia uma pesquisa sobre os itens considerados pelo DIEESE para o levantamento do valor da cesta básica, de modo que fizessem uma estimativa do valor para uma família de quatro pessoas utilizando o recurso “Planilha” da calculadora científica:

Profa. Mirella: Eu falei, foi legal no grupinho aqui, eles estavam em três [Re, Ju e Gu], então tinha três calculadoras, então a Re tava anotando na planilha, a Ju pesquisando os preços e aí a Re falou assim “Gu, pega a sua calculadora mas ao invés da planilha, abre ela na normal [no modo calculadora] pra gente já ir fazendo a multiplicação” (Transcrição do relato da Profa. Mirella, 26 de agosto de 2022).

A fala da Profa. Mirella remete a uma das estratégias feita pelos estudantes ao buscar se organizar a partir do recurso proposto, pois a “Planilha” do modelo da calculadora científica possibilita que sejam preenchidas cinco colunas e 49 linhas. Ainda nessa mesma fala, notamos a busca dos discentes pelo “normal” dela, ou seja, sua funcionalidade de operações básicas. Notamos esse movimento também no excerto a seguir:

Maitê: Você quer usar o celular né, Ka?

Ka: Mais fácil.

Maitê: Pode usar...

Ka: Só pra pôr as porcentagens, porque depois tem mais perguntas também, não vai dar tempo (Transcrição de áudio, diálogo em sala de aula, 26 de agosto de 2022).

Conforme podemos notar pela fala da Maitê, não impedimos que os educandos usassem outros meios para além da calculadora para pensar nos questionamentos feitos, buscamos deixá-los à vontade para que pudessem explorar e se sentir confortáveis para utilizar o recurso. Compreendemos que esse é um movimento importante para que os discentes possam explorar os recursos e criar conjecturas. Neste caminho, notamos estudantes recorrendo ao lápis e papel para o desenvolvimento do cálculo da porcentagem:

Re: Quantos por cento do salário dele que vai para a cesta básica?

Ju: Quanto é o salário?

Re: Em 2021, é 1100. Dá mais do que a metade, dá o salário inteiro.

Ju: Ah, eu não sei, o que que eu tenho que fazer aqui?

Re: Eu tenho que pensar, porcentagem. Oh, na minha cabeça eu tenho a fórmula pronta. Faz mil e...

Ju: Eu faria usando gambiarra.

Re: Eu faria usando o papel.

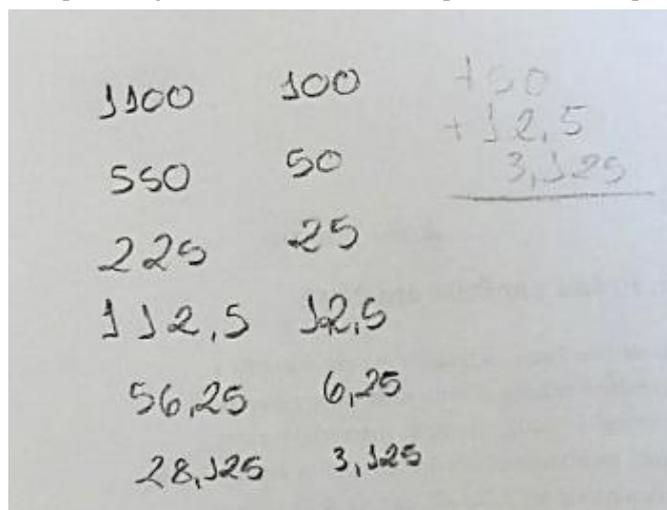
Ju: Pega o papel então, eu vou pegar papel também.

[Elas começaram a fazer anotações no papel]

Re: Quantos? 690... Vish! Como a gente está falando de porcentagem, eu vou ter que dividir por 100 (Transcrição do áudio, diálogo na aula de 02 de setembro de 2022).

Ao mesmo tempo, a *Ju* propôs fazer o que nomeou de “gambiarra” que consistiu em realizar o movimento de fazer divisões sucessivas, conforme representado na Figura 1:

Figura 1: Representação escrita da estudante Ju para o cálculo da porcentagem



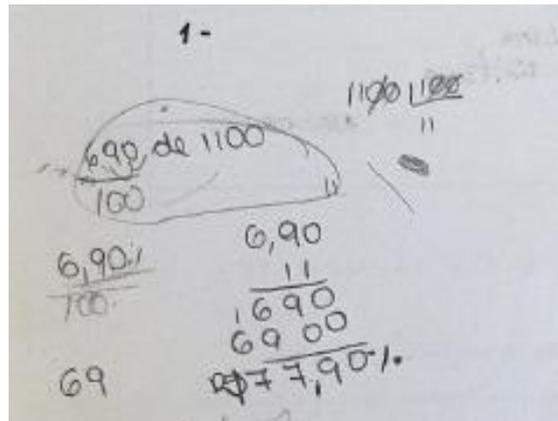
Fonte: Dados da Pesquisa

Podemos observar que a educanda associou o valor de R\$ 1.100,00 (valor do salário mínimo em 2021) em seguida dividiu esse valor por dois, obtendo R\$ 550,00 e o que seria o equivalente a 50 por cento de 1100 e essas divisões por dois foram feitas até o valor de 28,125

- o que equivaleria a 3,125%. Para descobrir o valor aproximado da porcentagem da cesta básica sobre o salário mínimo, a educanda somaria os valores e suas respectivas porcentagens.

Notamos associações diferentes feitas pelas estudantes, no primeiro caso *Re* remeteu porcentagem a necessariamente dividir por 100, enquanto *Ju* associou a divisões sucessivas relacionando as partes que comporiam o valor total, chegando a uma aproximação. Ao observar o que a discente *Re* fez, notamos que a construção do seu raciocínio no papel reflete a estrutura da frase “x% de y” que normalmente é vista nas aulas de matemática, conforme pode ser visto na Figura 2:

Figura 2: Representação escrita da estudante *Re* para o cálculo da porcentagem



Fonte: Dados da Pesquisa

É possível notar que *Re* confunde grandezas, pois trocou o que era referente a porcentagem com o que era referente ao valor calculado. No excerto a seguir apresentamos uma discussão feita com a estudante *Re*, de modo a evidenciar uma maneira de discutir o raciocínio feito por ela e se condizia com o valor procurado:

Franciele: Você tem que 690 é a cesta básica e 1100 é o salário mínimo. Se a gente for comparar, a gente tem 1100, né? Vai de 0 a 1100. Se a gente for pensar na metade, o meio é 550.

Ju: Você tá fazendo que nem eu, para...

Franciele: Se a gente for pensar 690, tá pra cá ou pra cá?

Re: Pra lá.

Franciele: Tá pra lá. Então a gente sabe que esse valor aqui...

Re: É mais da metade.

Franciele: Então é mais que 50 por cento. Então, esse valor aqui ainda está fazendo sentido, né? [Referindo-me ao 77 por cento de antes]

Re: Tá.

Franciele: Então, agora a gente vai dividir em quatro partes, por que? Porque o total é 100 por cento, se eu dividir em quatro partes eu vou ficar com zero, 25 por cento, 50 por cento, 75 e 100. O 100 continua sendo 1100. Aí, o que a gente vai fazer? A gente vai pegar esse 1100 e dividir em quatro partes. Então, aqui é 275 e aqui somei, 275 mais 275?

Re: É... seiscentos e... 550.

Franciele: Beleza! Então aqui a dividiu em quatro partes, então aqui é 0 por cento, 25 por cento, 50 por cento... e por aí vai. 77 por cento tem que tá aqui, não tem?

Re: Tem, tem (Transcrição do áudio, diálogo na aula de 02 de setembro de 2022).

Nessa direção, podemos destacar as diferentes estratégias adotadas pelos educandos para responder ao mesmo questionamento, bem como a maneira que lidamos com os erros dos discentes buscando explorá-los e discuti-los. Podemos ainda ressaltar a conclusão da estudante após a discussão feita anteriormente:

Re: Geralmente eu fazia assim: eu divido pelo debaixo e depois eu multiplico pelo de

cima. Eu faria isso. Mas aí eu percebi, só o que acontece, eu faria isso realmente se eu já tivesse com a porcentagem pronta, entendeu? Aí como eu não tenho, porque eu quero justamente achar a porcentagem disso, aí eu falei que seria melhor uma regra de três. Porque eu sei que 1100 é 100 por cento e aí eu preciso só fazer uma regrinha de três, mas eu faria desse jeito se eu já tivesse a porcentagem pronta (Transcrição da fala da estudante, 02 de setembro de 2022).

Entendemos que esse movimento também caracteriza um aceite ao convite para investigação e conforme Alro e Skovsmose (2010) ressaltam que diferentes maneiras de lidar com um determinado problema podem ocorrer e que isso pode ser explorado pelo professor, inclusive a questão do erro.

Outras situações envolvendo dúvidas em relação ao conceito ou relações da parte e todo na porcentagem aconteceram ao longo da disciplina, com isso optamos por tentar pensar numa integralização da calculadora gráfica possibilitando discutir o conceitual, pois isso, para nós, não estava acontecendo naquele contexto:

E, a calculadora, assim, o que ajudou foi a estimativa, foram os pensamentos que a gente levou eles a ter, que você levou ali aquele raciocínio de intervalo, com Ry, que foi muito legal, o meu raciocínio de estimativa, com o Ka, com a Ca. Mas, como eu disse, é uma inquietação que eu tenho de querer trazer a calculadora para ajudar a pensar no conceitual e, pelo menos nesse conceito de cálculo, do que um número representa no total, a calculadora não ajudou nesse raciocínio, o que ajudou mesmo regra de três, grosseiramente falando, foi papel, foi estimativa, foi isso (Relato Maitê, 09 de setembro de 2022).

Para que os estudantes interpretassem e entendessem o que estava sendo questionado nas atividades, essa relação parte todo era importante, já que a variação de preços dos produtos com o do salário mínimo era totalmente diferente - o que poderia recair na interpretação e discussões sobre inflação, por exemplo. Entretanto, ressaltamos que os educandos refletiram e associaram as situações postas ao que observavam no mercado, salientando que o valor dos itens havia variado muito. Conforme apontam Borba e Villarreal (2005) o conhecimento é constituído de forma coletiva, tanto na relação aluno-aluno quanto professor-aluno, e que essas percepções são importantes para que o processo de ensino e aprendizagem se constitua.

Ademais, destacamos que os testes feitos pelos estudantes por meio do uso das calculadoras (Borba *et. al.*, 2020), articuladas ao lápis e papel e apresentados neste artigo, demonstram o que Selva e Borba (2010) apontam sobre ser uma maneira de pensar na integração da calculadora no contexto da sala de aula, de modo que o argumento de que os estudantes não saberiam mais fazer o algoritmo não se sustenta. Além disso, para que os educandos relacionem, interpretem e reflitam sobre os resultados encontrados é importante que o conceito faça sentido, já que para serem críticos, em relação à matemática, é preciso compreender sua racionalidade (Skovsmose, 2008; 2014).

Com isso, propusemos dois movimentos com os estudantes: o primeiro foi o de distribuir uma renda fictícia no valor de R\$ 2.000,00, pensando nos comportamentos de suas famílias e o segundo a distribuição de um bônus recebido no valor de R\$ 500,00, em que precisaram manter o gráfico de setores feito anteriormente.

Em um primeiro momento, convidamos os estudantes a apresentarem os itens e o valor destinado em uma tabela, sem fazer a relação com a porcentagem ainda e em seguida representar os valores em um gráfico de setores feito com lápis e papel e sobre isso:

Profa. Mirella: É. Porque vamos supor que eles peguem esse dinheiro e resolvam distribuir na mesma proporção, então vai mexer nos valores mas o gráfico vai se manter porque a porcentagem não mudou. Então para a gente fazer essa análise, que é bem legal.

Maitê: Aí sim que vai ser uma simulação com a calculadora.

Profa. Mirella: É, porque aí eles vão entender que a porcentagem tem a ver com o todo e não com o valor. Então, eu posso mexer no valor e manter [...]

Maitê: A gente ficou preocupada com (inaudível) da porcentagem, a gente estava assim, preocupada, né?

Profa. Mirella: É, mas acho que talvez pensando na questão de mexer nos valores, vai dar essa ideia, né? Eu acho que a gente pode, até, “empurrar” pra isso, dar uns 500 reais e pedir para eles dividirem na proporção que eles fizeram a primeira divisão (Transcrição do áudio de 16 de setembro de 2022).

Dessa forma, trouxemos a calculadora gráfica para que os estudantes vissem o que fizeram no papel e o que aparecia no visor da calculadora e pensassem o porquê da diferença ao compararem a distribuição em porcentagem no gráfico feito à mão com o feito na calculadora gráfica fazia sentido, além de serem convidados a distribuir o “bônus” comentado anteriormente. Os estudantes adotaram diversas estratégias para fazer a distribuição:

Me: Tipo, aqui é 1000 e coloco mais 50 aqui, é isso?

Franciele: Se você colocar 50 aqui vai manter o gráfico?

Mat: Amiga, divide. Você ganhou 500, você pega e divide...

Me: Eu não entendi.

Mat: Minha querida, não pode ficar diferente, você quer manter igual...

Franciele: Mas você quer que o desenho mantenha igual, não os valores.

Me: Então vamos supor, se eu colocar os 500 aqui, vai aumentar o gráfico inteiro?

Franciele: É, vai aumentar a comida. Mas aí você não vai manter...

Me: Eu posso colocar esse dinheiro no banco?

Mat: Nossa, caramba...

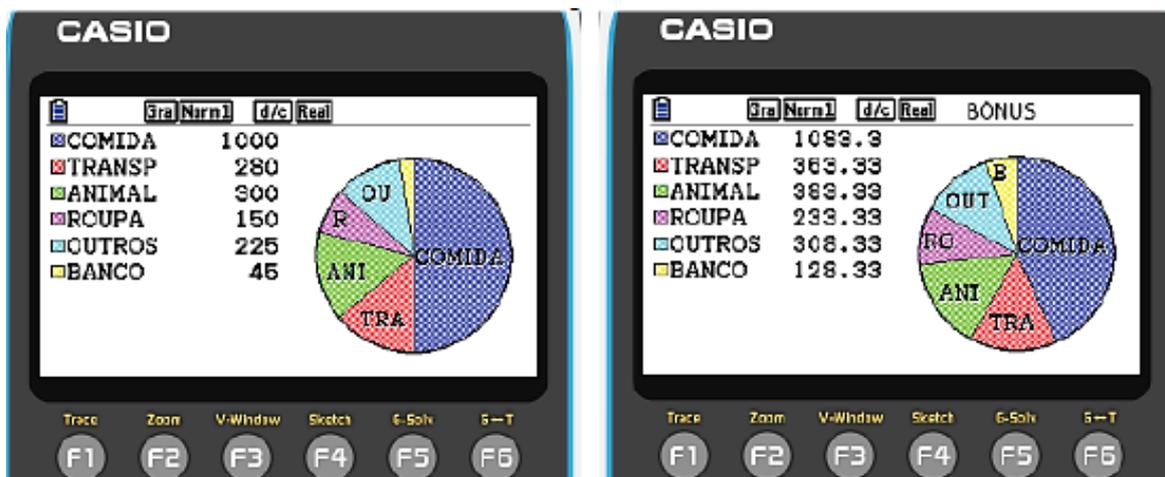
Franciele: Então vamos pôr tudo no banco, faz assim ó. Vocês estão com mais de uma calculadora, não estão?

[Começamos a tentar usar as duas para poder fazer o comparativo]

Mat: Não... miga, uma, duas, três, quatro... vai dar 85 para cada um, aí vai manter entendeu... 83,30 ó (Transcrição do áudio, diálogo na aula de 23 de setembro de 2022).

Na Figura 3 exibimos o raciocínio das estudantes, em que elas puderam observar que o gráfico de setores não se manteve conforme o que havíamos pedido:

Figura 3: Representação da distribuição proposta pela estudante Mat



Fonte: Dados da Pesquisa

Notamos que nas partes do gráfico de setores, nas partes menores, houve um aumento em relação ao que estava anteriormente, enquanto o item maior (“COMIDA”) diminuiu o seu

tamanho. Salientamos que para essa fase os estudantes ainda não haviam configurado a calculadora gráfica para que aparecesse a porcentagem, então os educandos estavam se baseando apenas no visual.

Ao mesmo tempo, levamos em consideração a estratégia apresentada por *Me*, que sugeriu que o “bônus” fosse acrescentado integralmente ao item “BANCO”. Com isso, buscamos explorar o *feedback* da tecnologia, de modo que a partir do que era retornado no visor da calculadora os estudantes puderam investigar e conjecturar o porquê de a resposta dada condizer com o que era solicitado (Borba *et. al.*, 2020; Borba & Villarreal, 2005). Uma outra estratégia adotada por outro grupo pode ser observada no excerto a seguir:

Is: A gente tinha o bônus que era 500 reais.

Profa. Mirella: Colocou no denominador?

Is: Isso! Aí, a gente pegou o primeiro valor que era 800 da alimentação e colocou em cima dos 2000, que era uma parte, e a gente colocou o “x” em cima do 500 para saber quanto a gente ia pegar. Aí a partir disso, deu 200 reais, aí a gente pensou “então 400 vai ser a metade que é 100”, então 200 vai ser a metade de 100 que é 50, aí fazendo isso, aí deu. Então ficou, 800 mais 200, 400 mais 100 e no total deu 2500 certinho e o gráfico ficou igual (Transcrição do áudio, diálogo na aula de 23 de setembro de 2022).

A partir dessa explicação questionamos o grupo do porquê de a estratégia adotada dar certo ou não e como elas explicariam isso para nós. Podemos notar algumas das hipóteses levantadas no excerto a seguir:

Is: Ah, eu não sei... a gente fez aqui.

Is: E aí Gi, o que você acha?

Gi: Ah, será que tem a ver com os resultados?

Is: Não sei. A porcentagem realmente dá igual?

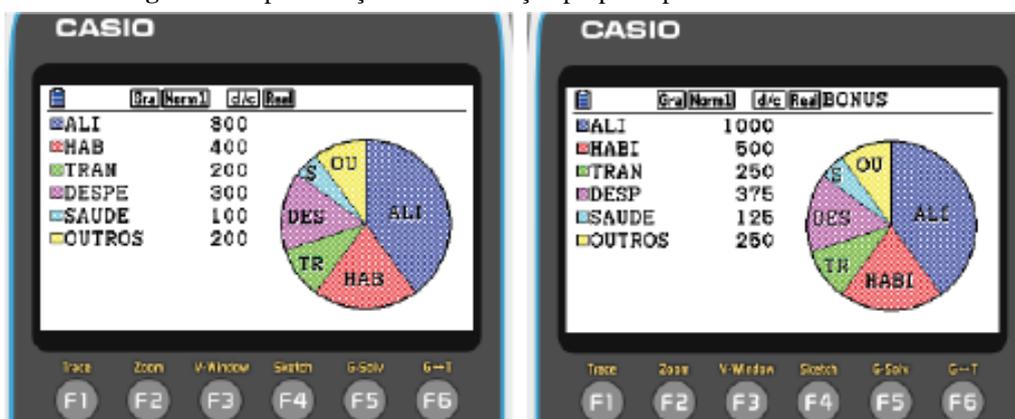
Gi: Será que a gente faz a porcentagem também?

Is: Mas aí a gente teria que fazer todas as porcentagens...

Gi: E se a gente... falando que nem a gente estava fazendo aqui, mas teria que fazer um por um para confirmar que realmente é igual...

Ao serem questionadas, observamos que as estudantes não associaram o raciocínio que tiveram a proporção dos resultados que encontraram e isso ressalta o que Selva e Borba (2010) apontam sobre a calculadora não raciocinar sozinha e que isso depende do seu manuseio. Outro ponto que ressaltamos é a função do professor nesse tipo de abordagem, já que o grupo indicou o raciocínio proporcional anteriormente, entretanto não relacionou o que haviam feito com a resposta que aparecia no visor da calculadora. Podemos observar a distribuição feita pelo grupo na Figura 4 a seguir:

Figura 4: Representação da distribuição proposta pelas estudantes *Is* e *Gi*



Fonte: Dados da Pesquisa

À vista do que foi discutido ao longo deste texto, notamos diversas estratégias dos estudantes para responder sobre o que foram questionados. Os ambientes de aprendizagem perpassaram tanto a realidade quanto situações voltadas a uma semirrealidade ou até mesmo ao ambiente da matemática pura. Isso, pois, ao considerarmos que deveria se manter a distribuição de um valor igual para os itens, não foi levado em conta se tal contexto ocorreria em um cotidiano real. Além disso, entendemos que a partir do movimento feito ao longo das discussões os estudantes se colocaram em um movimento de investigação e aceitaram o convite independente do ambiente (Skovsmose, 2000) proposto tanto com a calculadora científica quanto com a gráfica, de modo que ao experimentarem as conjecturas e raciocínios que tinham, adentraram um cenário para investigação (Skovsmose, 2000).

Em suma, ressaltamos que os educandos puderam pensar em uma matemática que vai além de algoritmos e a calculadora sendo integrada para além de um apertar de teclas, em que nota-se a importância do processo de realização de diferentes experimentos possibilitado pela tecnologia (Borba *et. al*, 2020). Outro ponto a ser destacado é a questão dos erros ou dificuldades dos estudantes, pois a partir deles buscamos estabelecer um diálogo de modo que os discentes pudessem expor sua perspectiva e seus pensamentos. Ou seja, não interpretamos diferentes raciocínios como errados, mas sim buscamos explorá-los e entendê-los para fomentar as discussões, de modo que isso possa ser considerado no planejamento das aulas.

5 Considerações Finais

Nesse artigo discutimos recortes de uma dissertação de mestrado finalizada (Teixeira, 2024), destacando diálogos entre estudantes e entre professora, pesquisadoras e estudantes, sobre questões envolvendo orçamento familiar, com calculadoras científica e gráfica.

O trabalho de campo ocorreu no segundo semestre de 2022 na cidade de São Carlos em uma escola pertencente ao Programa Ensino Integral, em que foi ofertada e desenvolvida uma disciplina eletiva “Calculática - Explorando questões matemáticas do cotidiano com calculadoras”, com estudantes das três séries do Ensino Médio. As atividades seguiram uma abordagem baseada nos cenários para investigação e na experimentação com tecnologia, a partir da perspectiva do diálogo de Alro e Skovsmose (2010).

O recorte trazido mostra a discussão, a partir de propostas que envolviam temáticas que adentram discussões sobre Educação Financeira, em que buscamos discutir com os estudantes o impacto do valor da cesta básica no salário mínimo e ainda nos aprofundar nos conceitos de proporção e porcentagem a partir do *feedback* da tecnologia.

Destacamos que ao longo deste texto focamos nas reflexões feitas pelos estudantes sobre conceitos matemáticos. Nessa abordagem, em consonância com o ambiente investigativo configurado, foi possível que os estudantes manifestassem as diferentes estratégias realizadas para responder as questões, entrelaçando o uso de diferentes mídias como calculadora do celular, lápis e papel e a calculadora científica. Após a integração da calculadora gráfica, percebemos que os estudantes tiveram a oportunidade de realizar algumas simulações, principalmente quando foram convidados a dividir o bônus de modo a manter a proporção em relação ao gráfico anterior. Em algumas situações, percebemos que os estudantes conseguiram compreender a proporcionalidade tratada na questão, mas em outros tivemos que fazer algumas intervenções mais pontuais, para que eles de fato se apropriassem dos conceitos.

Em síntese, a partir dos excertos aqui discutidos, destacamos a importância de configurarmos um ambiente investigativo em que as diferentes estratégias sejam valorizadas, e que o erro não seja visto como algo ruim a ser eliminado rapidamente, mas que possibilite uma problematização, que por meio do diálogo, da experimentação e da mediação docente,



oportunize uma compreensão conceitual que faça sentido para os estudantes.

Nessa direção, esperamos contribuir com o debate acerca da importância da investigação e da experimentação com TD em sala de aula, de modo a valorizar as estratégias dos discentes e seus diferentes modos de argumentar, além de formas de lidar com os erros na aula de matemática. Com essa visão, vislumbramos possibilidades para considerar a interação no contexto escolar, bem como a integração das tecnologias que focalize na reflexão crítica dos estudantes. Para isso, é importante que essa temática seja abarcada na formação de professores (inicial e continuada), e que as demandas emergentes nesse processo sejam acolhidas, para que formas de insubordinação possam ser pensadas com a finalidade de que propostas diferenciadas aconteçam em diferentes cenários.

Agradecimentos

À Casio Produtos e Comércio Ltda pelo apoio financeiro e à Fundação para o Desenvolvimento da Unesp (FUNDUNESP) pelo gerenciamento administrativo.

Referências

- Alro, H. & Skovsmose, O. (2010). *Diálogo e Aprendizagem em Educação Matemática* (v.1, 2. ed). Belo Horizonte, MG: Autêntica.
- Borba, M. de C.; Scucuglia, R. R. da S. & Gadanidis, G. (2020). *Fases das tecnologias digitais em Educação Matemática: Sala de aula e internet em movimento* (v.1, 3. ed). Belo Horizonte, MG: Autêntica.
- Borba, M. de C.; Souto, D. L. P. S.; & Junior, N. da R. C. (2022). *Vídeos na educação matemática: Paulo Freire e a quinta fase das tecnologias digitais*. Autêntica.
- Borba, M. C; Villarreal, M. E. (2005). Humans-with-Media and the Reorganization of Mathematical Thinking. *Journal for Research in Mathematics Education*. New York: Springer.
- Cunha, M. F. (2018). *Tecnologias digitais em cursos de licenciatura em Matemática de uma universidade pública paulista*. 250 f. Educação Matemática (Doutorado). Universidade Estadual Paulista “Júlio de Mesquita Filho”. Rio Claro, SP.
- D’Ambrosio, B. S. & Lopes, C. E. (2015). Insubordinação Criativa: Um convite à reinvenção do educador matemático. *Bolema: Boletim de Educação Matemática*, 29(51), 1–17. <https://doi.org/10.1590/1980-4415v29n51a01>.
- Foerste, E. (2004). Parceria na formação de professores. *Revista Iberoamericana de Educación*, 34(3), 1–12. <https://doi.org/10.35362/rie36133547>.
- Kilpatrick, J. (2008). The development of mathematics education as an academic field. *IMU, 1900, 1920*.
- Ribeiro, F. L. S. (2000). O uso da calculadora nas séries iniciais. In: *Anais do 1º Simpósio Internacional de Pesquisa em Educação Matemática* (pp. 192-198). Serra Negra, SP.
- São Paulo (Estado). (2014) *Diretrizes do Programa de Ensino Integral*. São Paulo. [s. n.]. Disponível em: <<http://www.educacao.sp.gov.br/a2sitebox/arquivos/documentos/342.pdf>>. Acesso em: 15 mai. 2024.
- Selva, A. C. V. & Borba, R. E. S. R. (2010). *O uso da calculadora nos anos iniciais do ensino fundamental*. Belo Horizonte, MG: Autêntica.
- Skovsmose, O. (2000). *Cenários para investigação*. *Bolema: Boletim de Educação*



Matemática, 13(14), 66–91.

Skovsmose, O. (2008). *Educação Matemática Crítica: a questão da democracia* (v.1, 4. ed). Campinas, SP: Papirus.

Skovsmose, O. (2014). *Um convite à Educação Matemática Crítica*. Campinas, SP: Papirus.

Teixeira, F. S. (2024). *Uma disciplina eletiva com calculadoras: um espaço para a Educação Financeira de estudantes do Ensino Médio*. 193 f. Educação Matemática (Mestrado). Universidade Estadual Paulista “Júlio de Mesquita Filho”. Rio Claro, SP.