

# Modelagem matemática com experimentação didático-investigativa: uma análise à luz do desenvolvimento de competências científicas e em modelagem

## Mathematical modelling with didactic-investigative experimentation: an analysis in light of the development of scientific and modelling competencies

Paulo Henrique Hideki Araki<sup>1</sup>  
Lilian Akemi Kato<sup>2</sup>

**Resumo:** Este artigo investiga a mobilização de competências – científicas e em Modelagem Matemática – por alunos dos anos finais do ensino fundamental, durante o desenvolvimento de uma experimentação didático-investigativa, explorando os pontos de convergência e divergência entre essas competências. Fundamentados no aporte teórico da Modelagem na Educação Matemática e da experimentação na Educação Científica, analisamos uma atividade desenvolvida com alunos do 9º ano do ensino fundamental acerca do tema “propagação de ondas mecânicas”. O percurso analítico, inspirado na metodologia Design Science Research, revela que, apesar da natureza distinta das competências, os alunos as empregam de forma integrada ao longo da atividade. Essa integração é impulsionada por diferentes motivações, demonstrando o potencial da Modelagem e da experimentação para promover o desenvolvimento holístico dos alunos.

**Palavras-chave:** Educação Matemática. Educação Científica. Anos finais do ensino fundamental. Design Science Research.

**Abstract:** This article investigates the mobilization scientific and modelling competencies by upper elementary school students, during the development of a didactic-investigative experiment, exploring the points of convergence and divergence between these competencies. Based on the theoretical contribution of Mathematical Modelling in mathematics education and experimentation in science education, we analyze an activity developed with 9<sup>th</sup> grade students on the theme of “propagation of mechanical waves”. The analytical path, inspired by the Design Science Research methodology, reveals that, despite the distinct nature of the competencies, students employ them in an integrated way throughout the activity. This integration is driven by different motivational factors, demonstrating the potential of Mathematical Modelling and experimentation to promote students’ holistic development.

**Keywords:** Mathematics Education. Scientific Education. Upper elementary school. Design Science Research.

## 1 Introdução

Dentre os desafios inerentes do campo da Educação Matemática destacamos, neste estudo, o desenvolvimento de competências para a problematização de situações do contexto da realidade, mediante a mobilização de conceitos e ferramentas matemáticas. Particularmente, nos anos finais do ensino fundamental, foco desta pesquisa, esse desafio mostra-se acentuado pela forma, mecânica e sem conexão com a realidade, como os conceitos matemáticos geralmente são apresentados nas aulas. Uma das consequências imediatas disso se manifesta, por exemplo, na incapacidade em resolver problemas simples do cotidiano que exigem a

<sup>1</sup> Universidade Estadual de Maringá • Maringá, Paraná — Brasil • ✉ phh.araki@gmail.com • ORCID <https://orcid.org/0000-0003-1076-7670>

<sup>2</sup> Universidade Estadual de Maringá • Maringá, Paraná — Brasil • ✉ lakato@uem.br • ORCID <https://orcid.org/0000-0001-8770-3873>

aplicação de conceitos matemáticos básicos (Zatti, Agranionih & Enricone, 2010; Masola & Alevato, 2019).

Nesse viés, a Modelagem Matemática apresenta-se como uma metodologia promissora que privilegia o uso da matemática para resolver e/ou interpretar situações reais que são do cotidiano dos alunos do ensino fundamental, despertando seus interesses e curiosidades. Por meio da construção de modelos matemáticos que representam situações da vida real, os alunos são provocados a fazerem uso de conceitos matemáticos, já conhecidos ou que estão aptos a aprender, de forma a atribuírem significados que os possibilitem argumentar sobre o fenômeno estudado. Com isso, desenvolvem competências essenciais para a vida em sociedade, como pensamento crítico, resolução de problemas, comunicação e colaboração (Ortega, Puig & Albarracín, 2019). Além disso, pesquisas indicam que a Modelagem<sup>3</sup> pode estar inserida em diferentes contextos, atuando como agente promotor da compreensão em uma ampla gama de conceitos, tanto matemáticos quanto científicos (Batista & Fusinato, 2015; Braz, Oliveira & Kato, 2018; Levy, 2018).

No campo das Ciências da Natureza, a Modelagem se destaca como um pilar fundamental, complementando e fortalecendo áreas basilares do ensino, como a análise teórica e o trabalho experimental (Quarteroni, 2009). Essa interlocução transforma a Modelagem em um instrumento primordial para a construção de conceitos, competências e valores nos alunos, especialmente no contexto de atividades práticas experimentais, aqui denominadas, doravante, por experimentação. Cachapuz, Praia e Jorge (2000) afirmam que a experimentação constitui um agente dinamizador, rentabilizador e reconstrutor do conhecimento científico, combatendo as dificuldades de aprendizagem comuns no ensino tradicional. Logo, a sua associação com a Modelagem oportuniza a capacidade de construção de interpretações consistentes e contextualizadas.

Para além da promoção de um ensino significativo e contextualizado, as atividades de Modelagem Matemática associadas à experimentação se configuram como ferramentas valiosas para o desenvolvimento de competências essenciais tanto para os alunos quanto para os professores. Essa interconexão vai além da mera soma de habilidades, pois as competências em Modelagem se entrelaçam com as de outras áreas do conhecimento (Swan, Turner, Yoon & Muller, 2007), promovendo uma aprendizagem holística.

Apesar do comprovado potencial da Modelagem atrelada à experimentação no ensino médio e superior (English, 2009), sua aplicação no ensino fundamental ainda é subaproveitada, frequentemente relegada a outros métodos devido à crença de que os alunos dessa faixa etária não possuem maturidade cognitiva para lidar com situações complexas (Albarracín, Segura, Ferrando & Gorgorió, 2022). Essa suposição favorece a criação de “gaiolas epistemológicas”, um aprisionamento curricular em métodos, teorias e problemas específicos, limitando a compreensão do mundo real (D’Ambrosio, 2016).

Com base no breve exposto, este estudo se propõe a investigar sobre a mobilização de competências - em Modelagem e científica – por alunos dos anos finais do ensino fundamental, durante o desenvolvimento de uma experimentação didático-investigativa, explorando os pontos de convergência e divergência entre essas competências.

De posse deste objetivo, inicialmente, trazemos os referenciais teóricos que nortearam nossos estudos acerca das competências mobilizadas e/ou requeridas pelos alunos no desenvolvimento de uma atividade de Modelagem Matemática com experimentação. Em seguida, à luz desses referenciais, analisamos o desenvolvimento de uma atividade de

<sup>3</sup> Empregamos o termo “Modelagem” com o mesmo intuito que “Modelagem Matemática na Educação Matemática”.

Modelagem com experimentação, explorando as competências que emergiram e os conhecimentos – matemáticos e científicos – mobilizados, trazendo compreensões acerca dos aspectos favorecedores de competências no âmbito da atividade. Por fim, tecemos algumas considerações acerca da investigação conduzida.

Deste modo, a seguir, descrevemos o quadro teórico no qual o nosso estudo se fundamenta, oferecendo uma visão abrangente de dois pilares essenciais para a nossa investigação: a Modelagem Matemática na Educação Matemática, a experimentação na Educação Científica e suas respectivas competências.

## 2 Modelagem Matemática na Educação Matemática e suas competências

O conceito de “Modelagem”, enquanto ferramenta para formalizar e compreender fenômenos reais, apresenta-se como um campo bastante diverso, conforme defendido por Freudenthal (1983). No âmbito das Ciências Experimentais, a Modelagem pode ser concebida como uma metodologia para organizar e interpretar fenômenos físicos, levando em consideração as magnitudes físicas envolvidas, com o objetivo de moldar o conhecimento e as práticas científicas (Duschl; Grandy, 2013). Já do ponto de vista matemático, a Modelagem Matemática se concentra no conteúdo e nos processos matemáticos que permitem organizar e compreender um determinado fenômeno (Cambi & Caldeira, 2023). Sob essa ótica, a Modelagem exige “traduções” entre a “realidade” e a linguagem matemática, na qual a “realidade” pode ser entendida como todo o universo além do domínio da Matemática em si.

No âmbito da Educação Matemática, a Modelagem se destaca, também, como uma estratégia de ensino poderosa para compreender e transformar a realidade. Por meio da tradução de situações/problemas do cotidiano ou de outras áreas do conhecimento para a linguagem matemática simbólica (Bassanezi, 2002, 2015), essa metodologia permite a construção de modelos matemáticos que representam, organizam e fazem previsões sobre a realidade.

Dada a sua natureza, a Modelagem possui uma forte interconexão com as Ciências, uma vez que os modelos matemáticos se portam enquanto elementos constituintes de teorias e modelos científicos de diversas áreas (Barbosa, 2009). Deste modo,

As vantagens do emprego da modelagem em termos de pesquisa podem ser constatadas nos avanços obtidos em vários campos como a Física, a Química, a Biologia e a Astrofísica entre outros. A modelagem pressupõe multidisciplinaridade. E, nesse sentido, vai ao encontro das novas tendências que apontam para a remoção de fronteiras entre as diversas áreas de pesquisa (Bassanezi, 2015, p. 16).

O processo de Modelagem na Matemática Aplicada parte de situações/problemas não essencialmente matemáticos (Bassanezi, 2002), imersos no mundo real e apresentados em sua linguagem usual. É nesse momento que o modelador busca compreender a essência do problema. De modo geral, a Modelagem se configura como uma jornada composta por etapas distintas que guiam o investigador na construção de modelos que representam e elucidam a realidade: (1) a *experimentação*, muitas vezes conduzida em ambiente laboratorial, com base na adoção de métodos experimentais ditados pela natureza da investigação; (2) a *abstração*, por meio da seleção de variáveis, da problematização, da formulação de hipóteses e da simplificação da situação/problema original, com vistas à formulação de um modelo matemático; (3) a *resolução*, com a emergência de um modelo matemático, após a substituição da linguagem natural por uma linguagem matemática coerente; (4) a *validação*, momento crucial para determinar se o modelo matemático é capaz de representar a realidade de forma

fidedigna, por meio da avaliação do seu grau de aproximação com a realidade e (5) a *modificação*, inerente ao processo de Modelagem, uma vez que a complexidade e a simplificação da situação/problema podem não conduzir à previsões corretas e definitivas.

O sucesso no processo de Modelagem está, até certo ponto, atrelado às competências dos alunos nessa área. Essas competências, compostas por um conjunto de habilidades e disposições essenciais (Galbraith & Clatworthy, 1990; Almeida & Zanin, 2016), são requeridas em cada etapa do processo e desempenham um papel crucial na qualidade dos resultados obtidos.

Em um estudo empírico, Maaß (2006) adota uma visão abrangente das competências em Modelagem Matemática, definindo-as como um conjunto de habilidades e capacidades que permitem ao modelador conduzir o processo de modelagem de maneira adequada e orientada para objetivos. De maneira geral, o desenvolvimento de competências pode ocorrer em cinco categorias principais, conforme esquematizadas no Quadro 1.

**Quadro 1:** Competências de alunos em Modelagem Matemática

Competências	Descrição
<i>Subcompetências para etapas individuais</i>	Habilidades necessárias para cada etapa do processo de modelagem, desde a compreensão da situação/problema real e a construção de um modelo baseado na realidade até a interpretação dos resultados matemáticos e a validação.
<i>Metacognição da Modelagem</i>	Pensar, refletir e controlar o processo de pensamento por meio das etapas de Modelagem Matemática; avaliar criticamente suas ações; identificar erros e buscar soluções alternativas.
<i>Estruturação de problemas do mundo real</i>	Estruturar problemas do mundo real de forma eficaz e trabalhar com um senso de direção para a solução; identificar os elementos essenciais do problema; definir as variáveis relevantes e estabelecer um plano de ação para a solução.
<i>Argumentação em relação ao processo de Modelagem</i>	Discutir acerca do processo de Modelagem; justificar as escolhas, as hipóteses levantadas e os resultados obtidos.
<i>Reconhecimento das possibilidades da Matemática</i>	Conscientização e atitude positiva em relação à matemática como ferramenta para solução de problemas do mundo real.

**Fonte:** Adaptado de Maaß (2006).

Ainda que a integração dessas competências possa constituir um desafio a ser superado no cotidiano escolar (Maaß, 2006), o processo de desenvolvimento dessas, por si só, oferecem potencialidades aos alunos, como “o desenvolvimento do *fazer* modelagem e também para que ele possa superar possíveis dificuldades com as atividades, com os conteúdos matemáticos, com o trabalho em grupo” (Almeida & Zanin, 2016, p. 780). Logo, o desenvolvimento de competências pode capacitar os alunos a enfrentarem desafios do mundo real, contribuindo para o avanço do conhecimento científico.

Ao realizarmos uma atividade de Modelagem por meio de uma experimentação didático-investigativa, essas competências podem ser estimuladas ou incrementadas pelas competências que são inerentes da prática experimental no âmbito da Educação Científica, dada a ocorrência de uma integração de conhecimentos (Silva, Araki & Borssoi, 2022).

### 3 Experimentação na Educação Científica e suas competências

O papel crucial desempenhado pelos modelos na teoria científica e na investigação vem ganhando crescente reconhecimento. Nas Ciências, os modelos se configuram como ferramentas essenciais para a compreensão, investigação, controle e organização de sistemas e fenômenos físicos (Schultz & Bonotto, 2023). Através da construção e análise de modelos, os cientistas são capazes de formular teorias científicas de forma coerente e corroborá-las de maneira eficiente, impulsionando o avanço do conhecimento em diversas áreas, como a Física, a Química e a Biologia (Halloun, 2007).

A construção de modelos nas Ciências, como ferramenta fundamental para a investigação e compreensão do mundo natural, encontra na abordagem empírica e experimental uma aliada poderosa. Por meio da experimentação, entendida como um conjunto de processos sistemáticos, o sujeito busca alcançar um objetivo específico: responder a questionamentos. Esses questionamentos, por sua vez, são geralmente formulados a partir de hipóteses, que servem de base para a investigação e buscam validar ou refutar um determinado conhecimento ou teoria (Silva, 2019).

Nesse contexto, Selles (2008) argumentam que a experimentação vai além da mera manipulação de objetos em um laboratório, exigindo um conhecimento da natureza dos conceitos científicos a serem investigados. Essa compreensão se constrói por meio da observação guiada por teorias existentes e com o objetivo de desenvolver e aprimorar o conhecimento científico.

No âmbito da Educação Científica, a experimentação pode adquirir um caráter didático e investigativo, emergindo como uma proposta que desafia os educadores a refletir sobre as inter-relações entre a cultura científica e a cultura escolar (Agostini & Delizoicov, 2009). Essa reflexão se torna ainda mais relevante ao se considerar a historicidade da disciplina, que revela as diferenças entre o contexto didático e o científico. A experimentação didático-investigativa se configura como uma recontextualização da experimentação científica no ambiente escolar (Selles, 2008; Coelho & Malheiro, 2019). Isso se traduz na adaptação de métodos e procedimentos científicos para fins pedagógicos, visando promover a aprendizagem dos alunos.

No contexto da experimentação didático-investigativa, na qual os alunos assumem um papel ativo na construção do conhecimento, suas concepções prévias acerca dos fenômenos em estudo ganham relevância fundamental. De acordo com Sartori (2012), é crucial oportunizar a expressão dessas concepções, tanto de forma direta (por meio da experimentação) quanto indireta (por meio de registros). Com isso, os alunos podem expor suas ideias acerca do mundo natural, testá-las e confrontá-las com os resultados empíricos obtidos.

A experimentação didático-investigativa também pode se configurar como uma ferramenta pedagógica para o desenvolvimento de competências nos alunos. No decorrer de seus procedimentos, a experimentação proporciona uma experiência de aprendizagem, de modo que os alunos mobilizam e contrastam diversos conhecimentos e habilidades essenciais para o fazer científico (Arnold; Boone; Kremer & Mayer, 2018). O desenvolvimento dessas competências pode ocorrer em torno de cinco categorias, como apresentadas no Quadro 2.

**Quadro 2:** Competências científicas de alunos em experimentação didático-investigativa

Competências	Descrição
Problematização do fenômeno	Problematizar o mundo que os cerca, explorando características como a curiosidade, a indagação e a criatividade; questionar crenças preconcebidas e desafiar o senso comum.

Identificação de hipóteses	Desenvolver a capacidade de formular hipóteses e possíveis explicações para os fenômenos e analisar informações de forma lógica.
Planejamento e condução de experimentos	Projetar experimentos; selecionar materiais adequados; manipular os materiais com precisão; coletar dados relevantes e organizar informações de forma sistemática.
Análise e interpretação de dados empíricos	Analisar os resultados; interpretar as informações de forma crítica; extrair conclusões válidas e reconhecer erros e inconsistências.
Organização de conclusões	Tecer conclusões; formular explicações coerentes; comunicar suas descobertas de forma clara e concisa; defender suas ideias com argumentos sólidos e reconhecer os limites do conhecimento.

Fonte: Adaptado de Batzli, Harris, Lee e Horn (2022).

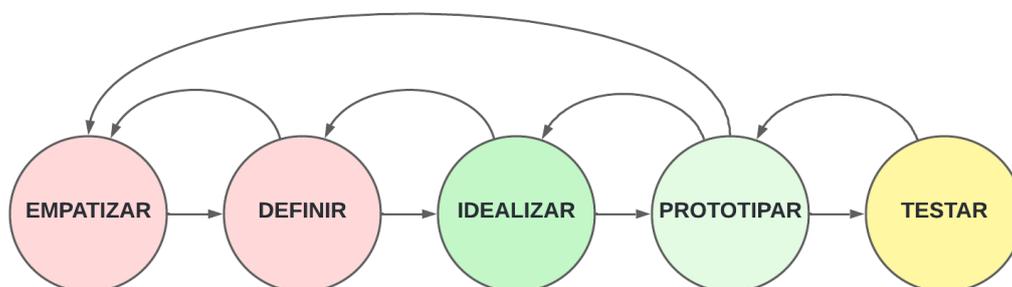
Com base nas reflexões acerca da Modelagem Matemática, da experimentação didático-investigativa e suas respectivas competências, apresentamos na próxima seção os aspectos metodológicos que nortearam a nossa investigação.

#### 4 Aspectos metodológicos

Para atender ao objetivo apresentado anteriormente, adotamos uma abordagem qualitativa de cunho interpretativo. Esse tipo de pesquisa possibilita a compreensão de nuances do fenômeno em estudo, e, ao procedermos dessa forma, oportuniza “possibilidades de compreensões possíveis quando a interrogação do fenômeno é dirigida a contextos diferentes daquele em que a investigação foi efetuada” (Bicudo, 2012, p. 19).

Para o processo analítico inspiramo-nos na *Design Science Research* (DSR) enquanto abordagem epistemológico-metodológica. Segundo Pimentel, Filippo e Santos (2020) essa abordagem tem por objetivo o desenvolvimento de um artefato para a resolução de um problema prático num contexto específico, possibilitando a produção de conhecimentos científicos e práticos e o teste de ideias e hipóteses em contextos reais. O método de pesquisa envolvendo a DSR pode estar orientado conforme o esquema apresentado na Figura 1.

Figura 1: Etapas de uma pesquisa em DSR



Fonte: Adaptado de Pimentel, Filippo & Santos (2020).

Ao todo, são cinco etapas: (1) *empatizar* acerca das eventuais necessidades, desejos e frustrações acerca do tema e localizar, por meio de métodos de observação, um problema a ser investigado e seu contexto; (2) *definir* os objetivos da investigação e os critérios de aceitação acerca da utilização de um artefato para a solução do problema definido; (3) *idealizar* a construção de um artefato, tomando como base os objetivos da investigação, conjecturas

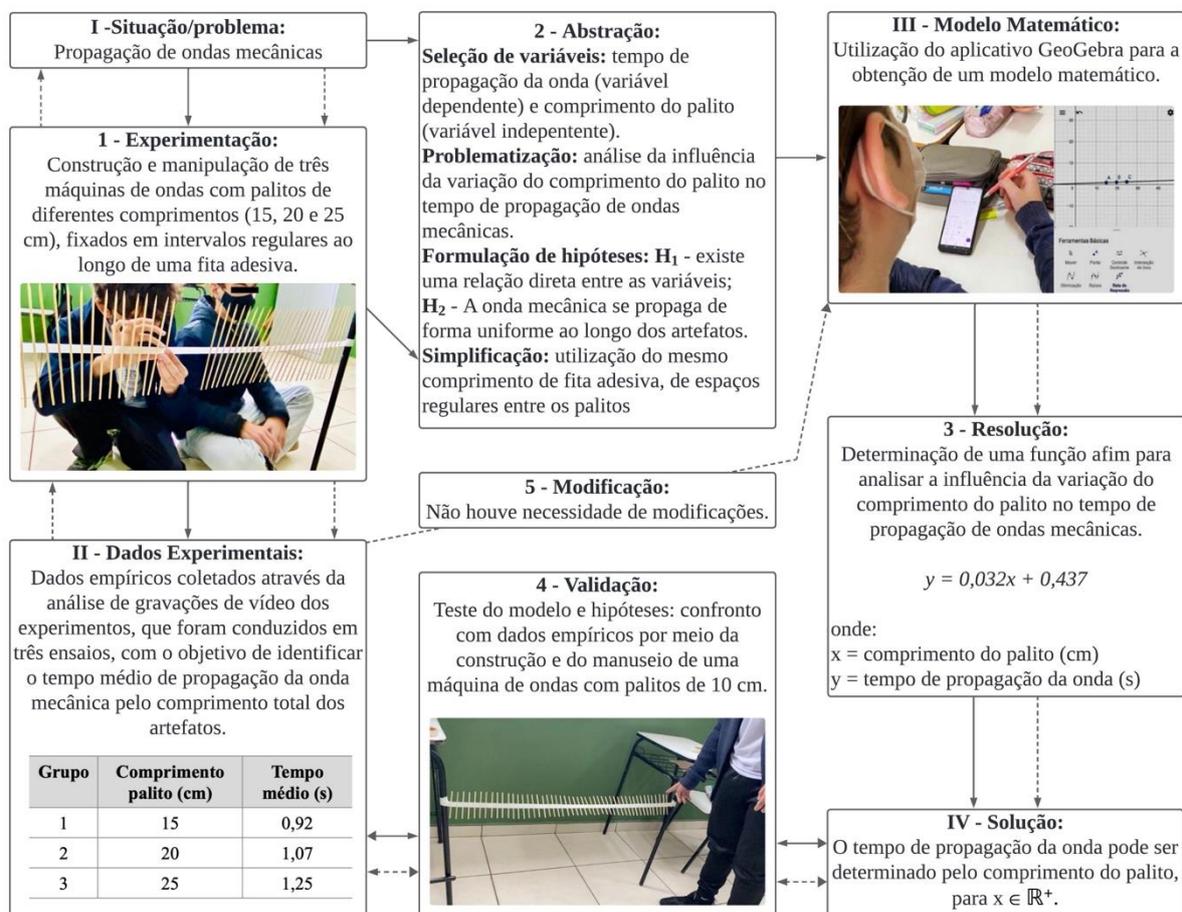
comportamentais e revisão da literatura subjacente; (4) *prototipar* o artefato idealizado, visando o teste e a validação de ideias; e (5) *testar*, ou avaliar empiricamente o artefato, recorrendo aos sujeitos de pesquisa (Pimentel, Filippo & Santos, 2020).

Diante disso, propomos a construção e utilização de uma “máquina de ondas” como artefato para analisar as competências mobilizadas por alunos. Para testar este artefato, adotamos o estudo de caso (Yin, 2014), metodologia que permite analisar um evento ou situação em profundidade, desvendando suas nuances e inter-relações com o contexto. Nesse sentido, escolhemos como objeto de análise o desenvolvimento de uma atividade de Modelagem Matemática com experimentação didático-investigativa por alunos dos anos finais do ensino fundamental.

A atividade didática intitulada “Onda Viajante” foi desenvolvida com 14 alunos do 9º ano do ensino fundamental, divididos em três grupos, em uma instituição de ensino localizada na mesorregião Norte Pioneiro do Paraná. O primeiro autor da pesquisa atua como docente na área de matemática na referida instituição.

Fundamentada nos objetos de conhecimento da área de ciências e nas diretrizes expressas pela Base Nacional Comum Curricular (BNCC) para o 9º ano do ensino fundamental (Brasil, 2018), a proposta proporcionou aos alunos uma experiência investigativa sobre os princípios físicos da ondulatória, conteúdo em desenvolvimento na disciplina de ciências. A Figura 2 apresenta um esquema das ações empreendidas pelos alunos, alinhadas às etapas do processo de Modelagem Matemática propostas por Bassanezi (2002).

**Figura 2:** Etapas da atividade “Onda Viajante”



Fonte: Dados da pesquisa.

## 5 Análise e discussão

Para identificar as competências (científicas e em Modelagem) mobilizadas e/ou requeridas pelos alunos no desenvolvimento de uma atividade de Modelagem Matemática com experimentação, recorreremos à análise individualizada de suas etapas.

Na etapa de *experimentação* da atividade, no que se refere às competências em Modelagem Matemática, observamos a presença de *subcompetências da experimentação*, quando os alunos utilizaram “métodos experimentais [...] ditados pela própria natureza do experimento” (Bassanezi, 2002, p. 26), ou seja, experimentos que possibilitaram a coleta de dados quantitativos. Outra subcompetência evidenciada foi a adoção de técnicas e métodos estatísticos, característicos da pesquisa experimental (Bassanezi, 2015). A escolha por realizar a coleta de dados de cada artefato em três ensaios para obter um tempo médio de propagação de onda visou dar maior confiabilidade aos dados obtidos empiricamente.

No que tange às competências científicas dessa etapa, identificamos a mobilização de *planejamento e condução de experimentos* por parte dos alunos. Evidências dessa mobilização podem ser observadas na manipulação dos materiais utilizados na confecção dos artefatos, na coleta de dados decorrentes de sua manipulação e na organização sistemática das informações.

É importante ressaltar que, devido às características dos participantes (alunos dos anos finais do ensino fundamental) e do ambiente em que a experimentação foi conduzida (sala de aula), nem todos os aspectos da Física Experimental puderam ser elucidados. Isso se deve ao fato de que, no contexto do ensino, nem sempre é possível replicar todos os procedimentos utilizados pelos cientistas em seu trabalho experimental, “não apenas porque lhe falta suporte material específico, mas porque as forças seletivas, ao operarem no interior de uma cultura distinta, acabam por reconfigurar o objeto a ser estudado” (Selles, 2008, p. 611).

Em termos de mobilização de competências, a etapa de *abstração* da atividade culminou no maior número de mobilizações por parte dos alunos, sendo três referentes à Modelagem Matemática e três referentes às competências científicas atreladas à experimentação.

Outra competência de Modelagem Matemática observada nessa etapa foi o *reconhecimento da potencialidade da matemática* como ferramenta para a análise e interpretação de dados. Essa mobilização se manifestou em momentos de discussão entre o professor e os alunos, especialmente na análise dos dados obtidos experimentalmente. Um episódio particularmente ilustrativo dessa competência ocorreu com um dos grupos participantes, conforme detalhado nas transcrições apresentadas no Quadro 3.

**Quadro 3:** Episódio de mobilização da competência de reconhecimento de potencialidade da matemática

Sujeito	Diálogo
Professor	O que vocês podem me dizer sobre esses dados?
Aluno 1	Parece que eles estão <i>diminuindo sempre a mesma quantidade</i> .
Aluno 2	O tempo <i>depende</i> do [comprimento do] palito.
Aluno 1	A gente já viu isso [nas aulas de matemática]. É uma <i>função</i> .

**Fonte:** Dados da pesquisa.

Com base nos conhecimentos prévios construídos na disciplina de matemática, os alunos desse grupo demonstraram a capacidade de associar o fenômeno investigado a uma função afim, com o objetivo de deduzir um modelo matemático. Essa observação corrobora os estudos de Melo e Kato (2023, p. 11467), que afirmam que “o aluno recorre ao que ele tem de conhecimento prévio para abordar o problema proposto” no desenvolvimento de uma atividade

de Modelagem Matemática sem um conteúdo (matemático) pré-definido.

Embora não tivessem contato prévio com o modelo matemático clássico da Física<sup>4</sup>, os alunos demonstraram a capacidade de identificar a potencialidade da matemática para o estudo de situações originadas em outras áreas, ainda que de maneira inicial. Isso se justifica pelo fato de que um problema “raramente pode ser representado, de maneira completa e abrangente em toda sua complexidade, por uma equação matemática” (Bassanezi, 2002, p. 29).

Ainda, ao analisarmos as competências em Modelagem Matemática presentes nesta etapa, observamos a intersecção entre a *subcompetência de abstração* e a competência de *estruturar problemas do mundo real*. De forma geral, a definição de variáveis e suas relações, o estabelecimento de hipóteses – fenomenológicas ( $H_1$ ) e representacionais ( $H_2$ ) – e a simplificação do fenômeno convergem para a estruturação de um problema real e para a dedução de um modelo matemático adequado. Essa associação corrobora a natureza abrangente e multifacetada da Modelagem, conforme definido por Maaß (2006), que exige a mobilização de diversas habilidades e capacidades por parte dos alunos.

Para além de uma convergência de “intracompetências”, de uma área em comum, podemos destacar a presença de um diálogo de “intercompetências”, ou seja, entre competências da Modelagem Matemática e competências científicas. É o que ocorre com as três capacidades científicas mobilizadas nessa etapa – *problematização do fenômeno*, *identificação de hipóteses* e *análise e interpretação de dados empíricos* – que, até certa extensão, se alinham às mesmas competências em Modelagem supracitadas. Com base nessa interconexão, podemos inferir que as habilidades e capacidades apresentadas nessa etapa da atividade pressupõem uma visão global da investigação, na busca por um propósito em comum: a produção de conhecimento acerca da situação/problema em questão.

Na etapa de *resolução* da atividade, observamos a manifestação de duas competências em Modelagem Matemática: a *subcompetência de resolução*, evidenciada no trabalho matemático realizado pelos alunos utilizando o aplicativo GeoGebra; e a competência de *argumentação em relação ao processo de Modelagem*, expressa em momentos de discussão após a dedução do modelo matemático, nos quais os alunos utilizaram uma perspectiva matemática para argumentar sobre a situação/problema, conforme apresentado no Quadro 4.

**Quadro 4:** Episódio de mobilização da competência de argumentação em relação ao processo de Modelagem

Sujeito	Diálogo
Professor	Vocês acham que essa equação será sempre verdadeira?
Aluno 5	Eu acho que não.
Professor	E por que não?
Aluno 5	Porque o palito não pode ter comprimento zero. E nem [ter um comprimento] negativo.

**Fonte:** Dados da pesquisa.

Ao refletir sobre o processo de Modelagem, o aluno 5 identificou uma hipótese crucial que não havia sido considerada anteriormente:  $H_3$  – o comprimento do palito precisa ter um valor real positivo. Essa percepção complementou a resolução da situação/problema e ocorreu após a dedução do modelo matemático. Essa mudança de perspectiva evidencia, segundo Bassanezi (2002), o dinamismo inerente às atividades de Modelagem Matemática, exigindo dos

<sup>4</sup> A velocidade de propagação de uma onda pode ser determinada pela equação fundamental da ondulatória  $v = \lambda/t$ , na qual:  $v$  equivale à velocidade da onda (em m/s),  $\lambda$  equivale ao comprimento da onda (em m) e  $t$  corresponde ao tempo (em s).

alunos flexibilidade e capacidade de adaptação durante o processo.

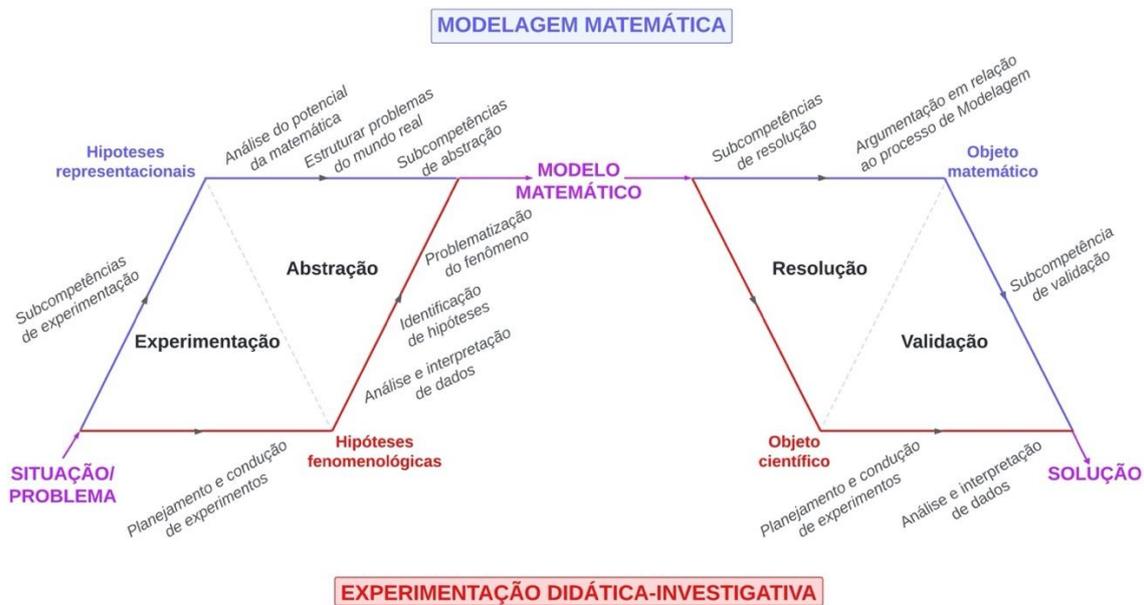
Vale salientar que, durante essa etapa, não observamos a mobilização ou o requerimento de competências científicas relacionadas à experimentação. Essa particularidade pode ser explicada pela natureza intrinsecamente matemática da etapa de *resolução*, na qual a linguagem natural das hipóteses é substituída pela linguagem matemática (Bassanezi, 2015).

Por fim, na etapa de *validação* podemos observar uma associação de “intercompetências”. Um exemplo dessa convergência é a relação entre a *subcompetência de validação* (da Modelagem) e as competências de *planejamento e condução de experimentos* e de *análise e interpretação de dados* (da experimentação). Essa interação se manifesta no confronto entre as previsões geradas pelo modelo matemático e os dados empíricos obtidos da realização de um experimento de validação (Batista & Fusinato, 2015). Tal processo acarreta uma avaliação abrangente, considerando aspectos inerentes à Modelagem e à experimentação.

Nessa etapa da atividade, outra convergência de “intercompetências” se manifesta na articulação entre a competência de *metacognição da Modelagem* e a competência de *organização de conclusões*. De forma abrangente, ambas as competências se voltam para o a investigação como um todo, promovendo a reflexão crítica sobre o processo de Modelagem em prol da resolução de uma situação/problema identificada a partir da experimentação. Dessa forma, conclusões e potenciais aspectos de aprimoramento são tecidos. Na atividade em questão, como o resultado obtido foi satisfatório, os alunos optaram por finalizar a atividade.

Podemos realizar uma análise abrangente das competências mobilizadas e/ou requeridas por alunos dos anos finais do ensino fundamental. A distribuição dessas competências nas etapas da atividade, a identificação de momentos de convergência e divergência entre as competências e suas motivações podem ser sintetizadas no esquema apresentado na Figura 3.

Figura 3: Esquema global de mobilização de competências



Fonte: Dados da pesquisa.

De maneira geral, nesse tipo de atividade, uma situação ou problema surge a partir da experimentação, geralmente motivada por fenômenos oriundos das Ciências da Natureza. A definição de uma situação ou problema é motivada tanto pela experimentação didático-

investigativa quanto pela Modelagem, que se entrelaçam para impulsionar a investigação.

Na etapa de *experimentação*, surge o primeiro ponto de divergência entre as competências. As competências em Modelagem Matemática se concentram em hipóteses representacionais definidas a partir da estrutura matemática proveniente de dados quantitativos. Já as competências científicas derivadas da experimentação podem estar relacionadas a aspectos qualitativos, motivadas por hipóteses fenomenológicas que capturam a essência do fenômeno em questão na natureza do problema, ou seja, no contexto científico.

Com base nos dados quantitativos e qualitativos coletados, na etapa de *abstração*, podemos destacar a presença de “intercompetências”, motivadas pela ação de deduzir um modelo matemático. Deste modo, as hipóteses representacionais e fenomenológicas, mediadas pelas competências específicas da Modelagem Matemática e da experimentação, convergem para fornecer uma visão abrangente da situação/problema.

Após a dedução do modelo matemático, na etapa de *resolução*, novamente surge uma divergência entre as competências mobilizadas pelos alunos. Nesse momento, o foco se direciona a objetos de aprendizagem distintos: no âmbito da Modelagem Matemática, a dedução e utilização do modelo matemático exigem mobilização de objetos de conhecimentos específicos da matemática; no âmbito da experimentação didático-investigativa, o modelo matemático é deduzido para embasar os objetos de conhecimento das ciências da natureza.

Ao culminar na etapa de *validação*, presenciamos mais uma vez a convergência de “intercompetências”. Essa convergência é impulsionada pela busca por uma solução para o problema proposto na atividade.

De maneira a sintetizar nossas discussões, apresentamos, no Quadro 5, um recorte dos principais pontos de convergências e divergências evidenciadas entre as competências mobilizadas pelos alunos no decorrer de uma atividade de Modelagem com experimentação.

**Quadro 5:** Convergências e divergências de competências

Etapas da MM	Competências em Modelagem	Competências científicas	Convergências	Divergências
Experimentação	Subcompetências da experimentação	Planejamento e condução de experimentos	As duas competências mostraram-se presentes pela necessidade de compreensão do problema para coleta de dados	A realização do experimento, por si só, não possibilita argumentos que permitam compreender o problema; faz-se necessário hipóteses representacionais
Abstração	Subcompetências de abstração	Problematização do fenômeno	Ocorrência de “intracompetências” e “intercompetências” entre as competências da Modelagem Matemática e da experimentação	As competências da experimentação mostraram-se presentes no processo de reconhecimento do fenômeno que foi visto experimentalmente, mas somente na análise dos dados obtidos é que a Matemática favoreceu discussões (ver Quadro 3) que permitiram abstrair o fenômeno
	Estruturar problemas do mundo real	Identificação de hipóteses		
	Reconhecimento da potencialidade da matemática	Análise de dados empíricos		

Resolução	Subcompetências de resolução	Não identificado	O uso de um recurso didático (GeoGebra) possibilitou a organização de argumentos que extrapolam a definição do conceito estudado quando vai de encontro com o fenômeno investigado	A não mobilização de competências científicas justifica-se pela natureza intrinsecamente matemática desta etapa, que possibilitou que o aluno olhasse para o fenômeno por meio da Matemática
	Argumentação em relação ao processo de Modelagem			
Validação	Subcompetências de validação	Planejamento e condução de experimentos	Ocorrência de “intercompetências” entre as competências em Modelagem Matemática e científicas	O aluno percebe a necessidade de retomar o experimento, agora de posse do modelo matemático, o que lhe permite outras interpretações para os dados
	Metacognição da Modelagem	Análise e interpretação de dados		
		Organização de conclusões		

Fonte: Dados da pesquisa.

## 6 Considerações finais

Neste artigo, propomos investigar sobre a mobilização de competências – científicas e em Modelagem Matemática – por alunos dos anos finais do ensino fundamental, durante o desenvolvimento de uma experimentação didático-investigativa, explorando os pontos de convergência e divergência entre elas. A pesquisa se baseia na construção e manipulação de um artefato (máquina de ondas), com o objetivo de possibilitar a investigação de um fenômeno que se origina a partir de um contexto extramatemático.

Diante de uma situação/problema contextualizada no estudo da ondulatória, na disciplina de ciências, os alunos mobilizaram conhecimentos matemáticos e científicos prévios para analisar a influência da variação do comprimento do palito no tempo de propagação de ondas mecânicas geradas pelo artefato. Essa atividade, embora simplificada para atender ao nível de conhecimento dos alunos nessa etapa de ensino, proporcionou uma investigação inicial de um fenômeno complexo, cujo estudo aprofundado exige conhecimentos mais avançados.

Ao longo das etapas do processo de Modelagem Matemática, propostas por Bassanezi (2002), identificamos que os alunos mobilizaram diversas competências. Tais competências se manifestam na forma de habilidades e capacidades expressas pelos alunos no desenvolvimento de uma atividade de Modelagem Matemática com experimentação didático-investigativa.

Dentre as competências em Modelagem Matemática, destacamos a ocorrência de subcompetências para etapas individuais da Modelagem (experimentação, abstração, resolução e validação), da metacognição da Modelagem, da estruturação de problemas do mundo real, da argumentação em relação ao processo de Modelagem e do reconhecimento das possibilidades da matemática. No que se referem às competências científicas associadas à experimentação, os alunos mobilizaram a problematização do fenômeno, a identificação de hipóteses, o planejamento e condução de experimentos, a análise e interpretação de dados empíricos e a organização de conclusões.

Em momentos específicos da atividade, observamos que as competências se manifestaram de forma inter-relacionada, dando origem às “intracompetências”, oriundas da mesma área de conhecimento, e às “intercompetências”, a partir da convergência de

competências de naturezas distintas. Com relação às “intercompetências”, percebemos que a sua ocorrência se deu, em maior expressão, nas etapas de *abstração* e de *validação* da atividade, destacando o potencial dessa abordagem para o desenvolvimento holístico das competências dos alunos.

Observamos que a mobilização de competências em atividades de Modelagem Matemática com experimentação pode ser motivada por diversos fatores, tais como: a tessitura de hipóteses que orientam a investigação; a dedução do modelo matemático a partir dos dados e informações obtidas empiricamente; a mobilização de objetos de conhecimento da matemática e das ciências da natureza; e a resolução da situação/problema.

Essas motivações, por sua vez, podem levar à convergência ou divergência das competências. A convergência ocorre quando as competências se complementam e se reforçam mutuamente, contribuindo para as etapas da atividade de Modelagem. Já as divergências podem surgir quando as competências apontam para necessidades distintas dentro da atividade. Essa dinâmica complexa entre as motivações e os resultados da mobilização de competências revela o potencial de atividades dessa natureza para o desenvolvimento do pensamento crítico e da capacidade de resolução de problemas dos alunos.

De modo geral, essa metodologia é eficaz na promoção do senso de agência nos alunos, que passam a perceber a matemática como ferramenta crítica para analisar questões relevantes em suas vidas, comunidades e na sociedade em geral. Essa percepção empodera os alunos, levando-os a reconhecer a matemática como algo útil e aplicável à realidade, além de despertar o interesse pela resolução de problemas reais. Todavia, é válido destacar que, embora a Modelagem Matemática com experimentação apresente um grande potencial, sua implementação em larga escala ainda enfrenta alguns obstáculos, como: a falta de formação adequada dos docentes, o paradigma tradicional de avaliação e a resistência à mudança da cultura escolar.

A Modelagem Matemática, por sua natureza interdisciplinar, transcende os limites da matemática e das ciências naturais. Áreas como geografia, sociologia e artes podem contribuir para a construção de modelos matemáticos utilizados para investigar diversos sistemas do mundo real. Nesse sentido, uma possibilidade de estudo futuro reside na investigação das competências mobilizadas e/ou requeridas em atividades de Modelagem Matemática com experimentação de conceitos e fenômenos oriundos dessas áreas, inclusive com alunos de outras etapas de ensino.

Uma abordagem mais unificadora, baseada em modelos, pode ser a chave para superar as limitações dos currículos tradicionais, que muitas vezes não exploram adequadamente essa riqueza interdisciplinar. Assim, essa abordagem possibilita uma ruptura de eventuais “gaiolas epistemológicas”, descritas por D’Ambrosio (2016), contribuindo para a promoção de uma aprendizagem mais significativa e contextualizada.

## Referências

- Agostini, V. M. & Delizoicov, N. C. (2009). A experimentação didática no ensino fundamental: impasses e desafios. In: *Anais do 7º Encontro Nacional de Pesquisadores em Educação em Ciências* (pp. 1-12). Florianópolis, SC.
- Albarracín, L.; Segura, C.; Ferrando, I. & Gorgorió, N. (2022). Supporting mathematical modelling by upscaling real context in a sequence of tasks. *Teaching Mathematics and its Applications*, 41(3), 183-197.
- Almeida, L. M. W. & Zanin, A. P. L. (2016). Competências dos alunos em atividades de

- modelagem matemática. *Educação Matemática Pesquisa*, 18(2), 759-782.
- Arnold, J. C.; Boone, W. J.; Kremer, K. & Mayer, J. (2018). Assessment of competencies in scientific inquiry through the application of Rasch measurement techniques. *Education Sciences*, 8(4), 184-204.
- Barbosa, J. C. (2009) Modelagem e modelos matemáticos na educação científica. *Alexandria*, 2(2), 69-85.
- Bassanezi, R. C. (2002). *Ensino-aprendizagem com modelagem matemática: uma nova estratégia*. São Paulo: Contexto.
- \_\_\_\_\_. (2015). *Modelagem matemática: teoria e prática*. São Paulo: Contexto.
- Batista, M. C. & Fusinato, P. A. (2015). A utilização da modelagem matemática como encaminhamento metodológico no ensino de física. *Revista de Ensino de Ciências e Matemática*, 6(2), 86-96.
- Batzli, J. M.; Harris, M. A.; Lee, D. & Horn, H. A. (2022). Feedback and discourse as a critical skill for the development of experimentation competencies. In: N. J. Pelaez; S. M. Gardner & T. R. Anderson (Eds.). *Trends in teaching experimentation in the life sciences: putting research into practice to drive institutional change* (pp. 243-262). Cham: Springer.
- Bicudo, M. A. V. (2012). A pesquisa em educação matemática: a prevalência da abordagem qualitativa. *Revista Brasileira de Ensino de Ciência e Tecnologia*, 5(2), 15-26.
- Brasil. Ministério da Educação. (2018). *Base Nacional Comum Curricular*. Brasília: MEC.
- Braz, B. C.; Oliveira, W. P. & Kato, L. A. (2018). Práticas de ensino com modelagem matemática: influências de momentos vivenciados na formação inicial. In: *Anais do 8º Simpósio Internacional de Pesquisa em Educação Matemática* (pp. 1-13). Foz do Iguaçu, PR.
- Cachapuz, A.; Praia, J. & Jorge, M. (2000). Reflexão em torno do ensino das ciências: contributos para uma nova orientação curricular. Ensino por pesquisa. *Revista de Educação*, 9(1), 69-79.
- Cambi, B. & Caldeira, A. D. (2023). Modelagem matemática, professor mediador-orientador e construtivismo: entrelaçamentos discursivos na constituição da figura docente. *Revista Brasileira de Educação*, 28(1), 1-21.
- Coelho, A. E. F. & Malheiro, J. M. S. (2019). O ensino de ciências para os anos iniciais do ensino fundamental: a experimentação como possibilidade didática. *Research, Society and Development*, 8(6), 1-18.
- D'Ambrosio, U. (2016) A metáfora das gaiolas epistemológicas e uma proposta educacional. *Perspectivas da Educação Matemática*, 9(20), 222-234.
- Duschl, R. A. & Grandy, R. (2013). Two views about explicitly teaching nature of science. *Science & Education*, 22(1), 2109-2139.
- English, L. D. (2009). Promoting interdisciplinarity through mathematical modelling. *Zentralblatt für Didaktik der Mathematik*. 41(1), 161-181.
- Freudenthal, H. (1983). *Didactical phenomenology of mathematical structures*. Dordrecht: Springer.
- Galbraith, P. & Clatworthy, N. J. (1990). Beyond standard models – meeting the challenge of modelling. *Educational Studies in Mathematics*, 21(2), 137-163.



- Halloun, I. (2007). Mediated modeling in science education. *Science & Education*, 16(7), 653-697.
- Levy, L. F. (2018). O cotidiano, o científico e a modelagem matemática: relações complexas. *Jornal Internacional de Estudos em Educação Matemática*, 11(2), 172-177.
- Maaß, K. (2006). What are modelling competencies? *Zentralblatt für Didaktik der Mathematik*, 38(2), 113-142.
- Masola, W. & Allevato, N. S. G. (2019). Dificuldades de aprendizagem matemática: algumas reflexões. *Educação Matemática Debate*, 3(7), 52-67.
- Melo, P. A. P. & Kato, L. A. (2023). Aprendizagem significativa e modelagem matemática: uma atividade sobre a temática depressão. *Contribuciones a Las Ciencias Sociales*, 16(8), 11455-11469.
- Ortega, M.; Puig, L. & Albarracín, L. (2019). The influence of technology on the mathematical modelling of physical phenomena. In: G. A. Stillman; J. P. Brown (Eds.). *Lines of inquiry in mathematical modelling research in education* (pp. 161-177). Cham: Springer.
- Pimentel, M.; Filippo, D.; Santos, T. M. (2020). Design science research: pesquisa científica atrelada ao design de artefatos. *Revista de Educação a Distância e Elearning*, 3(1), 37-61.
- Quarteroni, A. (2009). Mathematical models in science and engineering. *Notices of the AMS*, 56(1), 10-19.
- Sartori, P. H. S. (2012). *O processo de experimentação promovendo aprendizagens e competências científicas*. 2012. 227f. Tese (Doutorado em Educação em Ciências: Química da Vida e Saúde). Universidade Federal de Santa Maria. Santa Maria, RS.
- Schultz, A. K. & Bonotto, D. L. (2023). Alfabetização científica e modelagem nas ciências nos anos iniciais: entrelaçamentos a partir da formação continuada. *Revista de Ensino de Ciências e Matemática*, 14(2), 1-25.
- Selles, S. E. (2008). Lugares e culturas na disciplina escolar biologia: examinando as práticas experimentais nos processos de ensinar e aprender. In: *Anais do 14º Encontro Nacional de Didática e Prática de Ensino*. (pp. 592-617). Porto Alegre, RS.
- Silva, K. A. P.; Araki, P. H. H. & Borssoi, A. H. (2022). Integração STEM na educação básica veiculada por atividades de modelagem matemática com experimentação. *Educação Matemática Pesquisa*, 24(3), 323-354.
- Silva, T. S. (2019). *Experimentação no ensino de química e avaliação da aprendizagem: o enredo da prática docente em foco*. 2019. 113f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Matemática). Universidade Federal do Maranhão. São Luís, MA.
- Swan, M.; Turner, R.; Yoon, C. & Muller, E. (2007). The roles of modelling in learning mathematics. In: W. Blum; P. L. Galbraith; W. H. Henn & M. Niss (Eds.). *Modelling and applications in mathematics education. The 14th ICMI Study*. (pp. 275-284). Nova Iorque: Springer.
- Yin, R. K. (2014). *Estudo de caso: planejamento e métodos* (5. ed.). Porto Alegre: Bookman.
- Zatti, F.; Agranionih, N. & Enricone, J. R. (2010). Aprendizagem matemática: desvendando dificuldades de cálculo dos alunos. *Perspectiva*, 34(128), 115-132.