

# O movimento do corpo próprio na constituição de conhecimento matemático com Realidade Aumentada

## The own body's movement in the constituting of mathematical knowledge with Augmented Reality

Rosa Monteiro Paulo<sup>1</sup> Carolina Cordeiro Batista<sup>2</sup> Anderson Luís Pereira<sup>3</sup>

**Resumo:** Neste texto procura-se expor o sentido do movimento do corpo próprio para constituir conhecimento matemático *com* uma tecnologia de realidade aumentada - o GeoGebra AR. Para tanto, se assume uma postura fenomenológica com a qual procuramos expor o sentido desse movimento para constituir conhecimento. Recorre-se, para tanto, às pesquisas que realizamos visando articular o estudo teórico à vivência, trazendo aspectos do que se mostra significativo à pesquisa em Educação Matemática, particularmente sobre formação de professores, solo das investigações. Evidencia-se que, na vivência da pessoa que explora com realidade aumentada, o corpo em movimento é sujeito da percepção, na qual o sentir se dá na ação intencional desse corpo, no mundo em que sempre a pessoa está lançada.

*Palavras-chave:* Fenomenologia. Espacialidade. Temporalidade. Formação de Professores. GeoGebra AR.

Abstract: This paper aims to expose the meaning of the own-body's movement for constituting mathematical knowledge with an augmented reality technology – GeoGebra AR. For that, we take on a phenomenological stance through which we'll explicitate the meaning of movement in the constitution of knowledge. In doing so, we resort to research we conducted aiming to articulate our theorical studies to the actual lived experience, highlighting aspects of that which shows itself significant for research in Mathematics Education, particularly over teachers' in-service formation, soil of our investigations. It shows that, within the person exploring with augmented reality lived experience, the moving body is the subject of perception, in which the feeling gives itself away in such body's intentional action, in the world to which the person is always thrown in.

*Key-words:* Phenomenology, Spatiality. Temporality. Teachers' in-Service Formation. GeoGebra.

#### 1 Introdução

A proposta neste trabalho é expor como temos compreendido o movimento do corpo próprio ao se estar-com-RA constituindo conhecimento matemático. O explicitado toma como base estudos realizados no grupo de pesquisa Fenomenologia em Educação Matemática (FEM), em projetos desenvolvidos com apoio da FAPESP<sup>4</sup> e do CNPq<sup>5</sup>, bem como em uma

<sup>&</sup>lt;sup>5</sup> Bolsa vinculada ao projeto "Interações e aprendizagens em dispositivos móveis com toques em tela: perspectivas a partir da educação matemática", coordenado pelo Prof. Dr. Marcelo Almeida Bairral, referente ao Edital Pro-Humanidades 2022, Processo CNPq/Universal 433258/2016-0.





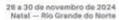


<sup>&</sup>lt;sup>1</sup> Universidade Estadual Paulista • Guaratinguetá, SP — Brasil • ⊠ <u>rosa.paulo@unesp.br</u> • ORCID – <u>https://orcid.org/0000-0001-9494-0359</u>

<sup>&</sup>lt;sup>2</sup> Universidade Estadual Paulista • Guaratinguetá, SP — Brasil • ⊠□ <u>carolina.batista@unesp.br</u> • ORCID <u>https://orcid.org/0000-0002-0923-647X</u>

<sup>&</sup>lt;sup>3</sup> Secretaria Municipal de Educação • Guaratinguetá, SP — Brasil • ⊠ <u>andersonpereira.matematica@gmail.com</u> • ORCID https://orcid.org/0000-0002-2052-8182

<sup>&</sup>lt;sup>4</sup> Processo nº 2019/16779-4. Coordenação Profa. Dra. Rosa Monteiro Paulo.





pesquisa de doutorado (Pereira, 2022), com a qual se dá início a investigação sobre o tema, e outra de pós-doutorado (Batista & Paulo, 2023)<sup>6</sup>. Enfatizamos que o objetivo não é trazer em detalhes tais pesquisas, mas, a partir delas, explicitar o movimento do corpo próprio para a constituição de conhecimento matemático com RA.

Realizamos um caminhar investigativo contínuo no qual, ao nos voltarmos para o já feito, se avança em compreensões destacando-se, com Bicudo (2023, p. 112), que o "compreender é um movimento que busca harmonia e que se dá no corpo que vive" ou corpo próprio, como pretendemos esclarecer. Como pesquisadores somos conduzidos (e vamos nos conduzindo) seguindo a postura fenomenológica, o que indica que não partimos de préjulgamentos ou buscamos respostas definitivas e de caráter genérico. Buscamos o sentido e, para isso, vamos ao encontro do que se mostra, do que se *desvela* para o olhar do pesquisador, daquele que tem um desejo de querer saber e, atento, se volta para o que a ele se mostra.

Ales Bello (2006) nos diz que tudo o que se mostra, mostra-se para nós, pessoas situadas em certo tempo e espaço e a isso que se mostra, na atitude fenomenológica, chamamos de *fenômeno*, denotando o que conseguimos compreender o sentido. No entanto, o sentido não se dá de um só golpe ou por uma única perspectiva e, portanto, compreender requer diversas operações ou atos da *consciência*, entendida como a "dimensão com a qual nós registramos os atos vividos [...] e percebemos tudo aquilo que vivemos" (Ales Bello, 2006, p. 35).

Com isso, já nesta introdução, explicita-se a postura que assumimos na realização de nossas pesquisas, que é a fenomenológica de orientação husserliana. Para este texto, iremos trazer o sentido que para nós faz estar-com um aplicativo de Realidade Aumentada (RA) - o GeoGebra Calculadora 3D com sua função AR ao qual, para a fluência do texto, nos referimos como GeoGebra AR. O estar-com é importante, pois aponta para um modo de ser que, conforme se entende com Heidegger (2020), não é isolado, mas sempre com os outros, no mundo. Assim diz Heidegger (2020, p. 170): "o com é uma determinação da pre-sença", o que significa que o mundo faz sentido porque é compartilhado com o outro.

Desse modo, assumimos que quando se diz estar-com as tecnologias falamos de um modo de ser-com elas que não as considera simples recursos presentes nos atos de ensinar e aprender; ser-com tecnologias digitais implica modificar o ambiente da sala de aula, modificar o modo pelo qual se faz investigação, modificar as formas de comunicação e mesmo o modo de pensar e de entender como o conhecimento se constitui (Rosa & Pinheiro, 2020).

Particularmente com as tecnologias de RA, o corpo próprio é a abertura à compreensão, uma vez que se movendo e se lança em possibilidades para articular o sentido, isto é, "aquilo em que se sustenta a compreensibilidade de alguma coisa [...] aquilo que pode articular-se na abertura da compreensão" (Heidegger, 2020, p. 208). Portanto, ser-com uma tecnologia de RA é mover-se e dar-se conta de estar se movendo, é fazer mover-se para si os objetos, é posicionar-se livremente para localizar a si e os "outros corpos, vivos ou não", dispor-se como "corpo vivo [...] ponto zero de orientação" (Bicudo, 2023, p. 118).

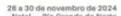
Evidencia-se, então, como assumimos o corpo próprio, como o nomeia Merleau-Ponty, ou corpo vivo e corpo vivente, como a ele se refere Bicudo (2023) seguindo Husserl. O corpo próprio não pode ser reduzido à matéria nem ser tratado apenas segundo uma perspectiva da fisiologia ou da biologia, ele está "além da estrutura orgânica, compreende

<sup>&</sup>lt;sup>6</sup> Pesquisa desenvolvida com apoio financeiro do Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico – CNPq, Brasil (processo nº 151812/2022-5). Foi aprovada pelo Comitê de Ética em Pesquisa da Faculdade de Ciências da UNESP/Campus Bauru (parecer nº 5.619.452).











toda uma complexidade que envolve o sentir, o perceber, o pensar e o agir dos indivíduos, revelando intencionalidade de suas ações, o que caracteriza o homem como um ser repleto de subjetividade" (Santos, 2016, p. 148).

É com essa visão que, neste texto, trazemos a compreensão do movimento originária dos autores lidos e do que tem se desvelado em nossas pesquisas ao nos voltarmos para a constituição do conhecimento matemático quando, com uma tecnologia de RA - o GeoGebra AR - realizamos investigações. No entanto, para dar conta do objetivo declarado, é importante apresentarmos a tecnologia com a qual estamos lidando, expor o sentido que para nós tem a constituição de conhecimento, o movimento do corpo próprio e, então, trazendo aspectos metodológicos e o que se revela nas pesquisas realizadas, dizer do movimento *para a e na* constituição de conhecimento matemático com RA.

#### 2 Realidade Aumentada e o movimento do corpo próprio

Uma das principais características que torna as tecnologias de RA diferentes de outras tecnologias (como a Realidade Virtual - RV) é que ela permite que os objetos virtuais sejam incorporados (em seus modos específicos de se fazer presente) ao ambiente físico do usuário. Com isso, a pessoa que está com RA pode manter as referências (espaciais) em relação a esse ambiente, o físico, enquanto que com a RV essa referência é perdida, ficando-se alheio à realidade mundana (Tori & Hounsell, 2020). Essa característica da RA pode favorecer a espontaneidade nas explorações que se faz com o aplicativo (Schuster & Rosa, 2021), pois os objetos projetados em RA assumem uma materialidade, embora distinta daquela do mundo físico. Essa materialidade se constitui *para o* e *no* corpo próprio, que se move com a tecnologia buscando eleger um *lugar* para ver.

Com tais aspectos vê-se que, com a RA, ambos os contextos se modificam: o real e o virtual, já que os objetos não ficam "presos" nem à tela dos dispositivos móveis e nem ao ambiente físico (Bulla & Rosa, 2017). Ainda, abre-se com a RA possibilidades para explorações distintas daquelas que são feitas com outras tecnologias, já que o "espaço" de investigação em que o corpo se situa para ver os objetos não fica restrito nem à tela do dispositivo e nem ao movimento das mãos que movimenta o mouse ou toca a tela. O "espaço" de exploração é agora definido pelo corpo que se move para vivenciar as sensações do que lhe chega pela RA.

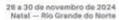
Para Merleau-Ponty, o movimento do corpo é o "meio de percepção do espaço, do tempo e da ação. É pelo corpo fenomenal que há movimento e projeção de significações no mundo" (Santos, 2016, p. 147). As sensações dão abertura para que a pessoa possa perceberse e perceber o mundo, elaborando significados e atribuindo sentido ao vivido. Assim, na possibilidade de investigação que se abre com a RA, ao dar liberdade para que os objetos possam vir ao encontro – sendo circundados – algo se revela de forma distinta do que poderia ser compreendido, por exemplo, em uma representação de duas dimensões (Schuster & Rosa, 2021). A espacialidade do corpo próprio (entendida como modos de ser no espaço) é o que permite à pessoa se relacionar "com outros corpos, dentre os quais está o outro que, como ele, também se move de modo autônomo e livre e cujos modos de se doar se revelam diferentes daqueles dos corpos físicos que não se movem por si" (Bicudo, 2023, p. 122).

A espacialidade, como a entendemos com Merleau-Ponty (1994) é um modo de a pessoa ser no mundo, vivenciar situações diversas no mundo, estar *no* e *com o* mundo. É, portanto, uma abertura que não diz de uma localização ou espacialidade de posição, como se diz de um objeto que está situado em determinado "lugar". A espacialidade do corpo próprio "é de *situação*" o que significa que ao dizermos, por exemplo, estou *aqui*, não nos referimos











apenas a um lugar específico do espaço físico determinado por coordenadas, pois a palavra *aqui* expressa "a situação do corpo em face de suas tarefas [...] e, no que concerne a espacialidade [...] o corpo próprio é o terceiro termo, sempre subentendido, da estrutura figura e fundo, e toda figura se perfila sobre o duplo horizonte do espaço [do mundo físico] e do espaço corporal" (Merleau-Ponty, 1994, p. 147).

Sendo a espacialidade do corpo próprio, o espaço "não é o ambiente (real ou lógico) em que as coisas se dispõem, mas o meio pelo qual a posição das coisas se torna possível" (Merleau-Ponty, 1994, p. 328). Assim, "a espacialidade do esquema corporal é dinâmica, pois se trata das partes do corpo envolvidas em situação" e a pessoa que se envolve, que se coloca em situação, não vê suas ações, seus gestos e seu movimento de forma objetiva, ela os vive. Desse modo não podemos dizer que estamos no espaço ou que estamos no tempo, nós habitamos o espaço e o tempo, pois

a experiência motora de nosso corpo não é um caso particular de conhecimento; ela nos fornece uma maneira de ter acesso ao mundo e ao objeto, [...] que deve ser reconhecida como original e talvez como originária Meu corpo tem seu mundo ou compreende seu mundo sem precisar passar por 'representações', sem subordinar-se a uma "função simbólica" ou "objetivante" (Merleau-Ponty, 1994, p. 195).

É na ação do corpo próprio que se realiza a espacialidade e não podemos dizer que nosso corpo está no espaço, ocupando uma posição fixa. Ele se situa intencionalmente, em um modo próprio de ser (Santos, 2016).

Enquanto tenho um corpo e atuo através dele no mundo, o espaço e o tempo não são para mim uma série de pontos justapostos, menos ainda uma infinidade de relações sobre as quais minha consciência operaria a síntese e onde ela implicaria meu corpo. Eu não estou no espaço e no tempo; não penso o espaço e o tempo. Eu *sou* em relação ao espaço e ao tempo. Meu corpo se aplica a eles e os abraça (Merleau-Ponty, 1994, p. 194, grifo nosso).

O corpo nos situa no mundo por meio do movimento, ele se posiciona "em relação às coisas, permite que as conheçamos por diferentes ângulos e revela que a visão se dá por perspectivas" (Santos, 2016, p. 175). Desse modo, é no movimento que vivenciamos, por exemplo, a profundidade que dentre todas as dimensões é "a mais 'existencial', porque [...] ela não se indica no próprio objeto, evidentemente ela pertence à perspectiva e não às coisas [...] ela anuncia um certo elo indissolúvel entre as coisas e mim, pelo qual estou situado diante delas" (Merleau-Ponty, 1994, p. 345).

Sendo a profundidade uma dimensão vivida, em um contexto de sala de aula ela não pode ser "ensinada" pelo professor a partir do desenho de um cubo que é feito no quadro, por exemplo, ou do cubo visto nas páginas de um livro impresso. Mesmo que se tenha a intenção de representar a tridimensionalidade do objeto, ainda se trata de uma representação plana que requer do aluno "imaginação" para compreendê-la. Ainda, sendo a profundidade uma dimensão vivida, então pode-se dizer que ela não pode ser ensinada de forma alguma, pois é existencial. Merleau-Ponty (1994, p. 332) nos diz que "nas coisas, bastam dois pontos para definir uma direção. Todavia, nós não estamos nas coisas, ainda só temos campos sensoriais que não são aglomerados de sensações postos diante de nós, [...] uma direção só pode existir para um sujeito que a traça, e um espírito constituinte tem eminentemente o poder de traçar todas as direções no espaço".

Desse modo, se com a profundidade queremos "representar" o espaço, primeiro é









preciso que se tenha sido introduzido nele por nosso corpo, uma vez que é na motricidade que se engendra o sentido que torna possível toda significação em um espaço representado (objetivado) (Merleau-Ponty, 1994). Entendemos que a profundidade pode ser vivenciada pelo corpo próprio ao se explorar situações com a RA, pois os objetos virtuais projetados em uma sala de aula entre as cadeiras, lousas, mesas, cadernos, colegas, etc. podem ser vistos de diferentes perspectivas com o movimento livre do corpo próprio. Com isso fica claro que é o corpo próprio que experiencia e vivencia a profundidade por meio de seu modo de *ser* espacial, vivendo no mundo junto às pessoas e às coisas (o que inclui a RA).

Há, como diz Merleau-Ponty (1994), uma espacialidade primordial do corpo próprio que é condição para se compreender o espaço objetivo, sendo essa experiência o que enraíza o espaço na existência. Dizemos, então, que o corpo assume determinado lugar e enfatizamos: para isso é importante entender que "ser corpo [...] é estar atado a certo mundo, e nosso corpo não está primeiramente no espaço, ele é no espaço [...] e a espacialidade do corpo é [...] a maneira pela qual ele se realiza como corpo" (Merleau-Ponty, 1994, p. 205).

Com essas compreensões consideramos em nossas pesquisas a tecnologia de RA para a constituição de conhecimento matemático. Esta - a constituição de conhecimento - já está amplamente tratada em trabalhos como o de Bicudo (2023) ou Rosa e Bicudo (2018) e neste texto traremos breves esclarecimentos apenas para expor o modo pelo qual a entendemos como um movimento da pessoa que se lança nas explorações, que se envolve intencionalmente querendo saber, que dialoga sobre o compreendido e expõe, de modos distintos, o sentido da experiência vivida.

A constituição de conhecimento é, portanto, assumida como um movimento da pessoa que conhece e se origina na percepção, se dá sempre *no* mundo. Bicudo (2023) afirma que o corpo próprio sente as coisas que com ele estão no mundo circundante e sente-as sentindo-se, isto é, ciente de que elas lhe são sensíveis e que lhe dizem algo. O corpo próprio não sente de modo caótico o que lhe vem ao encontro, mas de forma articulada, organizada. O que é sentido desdobra-se em outros atos: de percepção, compreensão, interpretação, reflexão e comunicação (ou expressão), abrindo-se à intersubjetividade. Com isso, "a constituição de conhecimento expõe bem o movimento que ocorre no corpo-vivente e enfatiza a relevância dos sentidos" (Bicudo, 2023, p. 123). Logo, ao falarmos de constituição de conhecimento não tratamos do conhecimento objetivado, mas do processo de a pessoa conhecer, um processo que envolve as sensações.

Destaca-se que compreender o sentido da constituição de conhecimento é relevante para a proposta de ações para a sala de aula, uma vez que considerando a concepção de corpo próprio como corpo vivo que sente, pensa e age de modo próprio, se pode enfatizar a forma de trabalhar "com as sensações, sentidos e intuições que constituem princípios válidos de conhecimento para o sujeito" (Bicudo, 2023, p. 118), aluno ou professor que se abre às explorações.

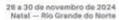
#### 3 Aspectos metodológicos das pesquisas desenvolvidas

Do ponto de vista metodológico, as pesquisas que temos desenvolvido são qualitativas de postura fenomenológica. Assumir tal postura, conforme Ales Bello (2006, p. 18), indica que "mais do que dizer que 'as coisas se mostram', precisamos dizer que 'percebemos, estamos voltados para elas" de modo atento. Assim, conforme já destacamos, o que se mostra, mostra-se de *certo modo* e por *perspectivas* para alguém, para aquele que se volta para *algo* (aquilo que se interroga). Nas pesquisas consideradas para este texto o solo é o da formação de professores (inicial e continuada) e esse *algo* que se deseja











conhecer/compreender é o movimento *na* e *para a* constituição de conhecimento matemático com Realidade Aumentada.

Assumimos a formação de professores como forma-ação, uma expressão trazida por Bicudo (2003) para expor "a compreensão fenomenológica que se sustenta na atitude filosófica de um entrelaçamento da materialidade com a forma, em que a ação, a cada vez, lhe imprime configurações. Assim, tanto matéria quanto forma se constituem movimentadas pela ação, como modo pelo qual a forma se materializa" (Bicudo, Mocrosky & Orlowski, 2022, p. 96). Com isso se entende que a forma de ser professor, e em especial professor de matemática, vai sendo constituída desde as primeiras experiências com a matemática, segue com as ações vivenciadas durante a graduação, na formação inicial, e continua se transformando ao longo da vida, nas vivências que se dão na escola, com alunos e demais colegas, sempre de modo atento, isto é, dando-se conta do feito.

Portanto, atuando na formação de professores, estamos junto a eles vivenciando ações com as quais seja possível olhar o modo (forma) de ser professor, visando à constituição de conhecimento. Em particular, neste texto, trazemos algumas ações da formação de professores de matemática em que se trabalhou com o GeoGebra AR. Os recortes das pesquisas realizadas (doutorado e pós-doutorado), em articulação com projetos<sup>7</sup> que temos desenvolvido, voltam-se para a possibilidade de constituir conhecimento matemático com RA.

Com a pesquisa de Pereira (2022) se deu início à investigação acerca do sentido de constituir conhecimento matemático com Realidade Aumentada. Ela foi realizada com alunos de graduação, especificamente do curso de Licenciatura em Matemática de uma universidade pública paulista. As tarefas com as quais se queria fazer explorações com RA foram elaboradas e desenvolvidas com temas tratados na disciplina de Cálculo Diferencial e Integral. Foi proposto aos alunos um curso livre que ocorreria uma vez por semana no final da tarde. Como eram alunos do período noturno, apenas 6 deles tinham disponibilidade de horário para participarem. O curso foi realizado com esses alunos em 8 encontros presenciais, ocorridos no segundo semestre de 2018 com duração de 2 horas cada. As tarefas propostas abordaram Superfícies Cilíndricas e Quádricas, Limites, Derivadas parciais, Integrais de funções de duas variáveis e Máximos e Mínimos. Os encontros foram registrados por meio de câmera filmadora (captando áudio e vídeo) e também por meio de um aplicativo que gravava a tela do smartphone dos participantes durante as explorações das tarefas.

Para dar continuidade à investigação iniciada por essa pesquisa outras ações foram realizadas, dentre elas uma pesquisa de pós-doutorado que envolveu professores de matemática de uma escola pertencente ao Programa Ensino Integral (PEI) da rede estadual paulista. Ainda com foco na constituição de conhecimento matemático com realidade aumentada, cinco professores de matemática dessa escola se reuniram semanalmente com a pesquisadora de setembro/2022 a novembro/2023. O trabalho com esse grupo seguiu a proposta do estudo de aula (Richit, Ponte & Gómez, 2022) e durante esse período o grupo realizou três ciclos. Em cada um deles os professores elegeram temas de Geometria Espacial para trabalhar com seus alunos; planejaram aulas com tarefas para serem feitas com o GeoGebra AR, escolheram um professor do grupo para realizar a aula com seus alunos e, após a realização dessa aula, retornaram ao grupo para discutir a experiência vivida. As telas dos iPads em que os alunos faziam as explorações eram gravadas e davam subsídios para a pesquisadora elaborar um vídeo breve - contendo ações dos alunos - que seria assistido pelos

Além dos projetos mencionados na introdução, destaca-se neste momento o projeto do grupo Fenomenologia em Educação Matemática (FEM). O grupo é coordenado pela Profa. Dra. Maria A. V. Bicudo e está com um projeto em andamento. Processo nº 403181/2023-2 financiado pelo CNPq – Edital Universal.









professores para a discussão.

Os registros feitos em cada uma das pesquisas realizadas são transcritos e os dados para a análise são os textos originados desta transcrição. A análise foi empreendida seguindo a orientação da pesquisa fenomenológica, iniciando-se com a análise ideográfica em que é feita a leitura atenta das transcrições e o destaque de trechos que sejam significativos à compreensão do interrogado.

A análise ideográfica proporciona a imersão "no mundo da descrição, onde o pesquisador procede em direção à intersubjetividade ou ao momento em que os mundos pesquisador/pesquisado se interpõem em áreas que se tocam e se interpenetram" (Machado, 1994, p. 41). O que se revela significativo nessa análise não se mostra de forma isolada. Há uma articulação de sentidos e significados que vão sendo interpretados e permitem ao pesquisador avançar para a análise nomotética em que faz "uma síntese das proposições consistentes apresentadas nas expressões reveladoras do pensar do sujeito, constituindo agrupamentos por temas, entendidos como categorias abertas" (Machado, 1994, p. 41), com as quais se expõem as regiões de generalidade em relação ao interrogado.

A discussão das categorias abertas permite que o pesquisador fenomenólogo explicite a compreensão do que interroga. No entanto, conforme dissemos, neste texto essas pesquisas dão subsídios à nossa discussão acerca do movimento ao se estar com uma tecnologia de RA explorando tarefas de matemática para a constituição de conhecimento, portanto não são o foco principal. Logo, não iremos nos deter às categorias dessas pesquisas, apenas traremos excertos da vivência com alunos e professores que sejam relevantes para expor o movimento.

### 4 Aspectos do movimento nas pesquisas realizadas

Em Pereira (2022) a análise dos discursos (interlocução entre os participantes) e dos movimentos (registrados por meio das gravações em vídeo e gifs) mostra que os participantes, quando exploram os objetos em RA, percebem que eles se *misturam* e se *confundem* com os objetos do espaço físico que são explorados em seus modos de se tornarem tridimensionais.

Para exemplificar, consideremos um recorte da Cena Significativa 7 (Pereira, 2022, p.101-103) em que os alunos se envolvem na execução de uma tarefa que solicitava a exploração em RA da equação  $mx^2 + ny^2 + oz^2 = p^2$ , variando os coeficientes m, n, o e p. O QrCode da Figura 1 traz o gif de um dos momentos de exploração desta tarefa. A intenção de trazer este gif é permitir que se veja parte dos movimentos e das variações realizados por uma dupla de alunos.

Figura 1: QrCode para acesso ao Gif.



**Fonte:** Pereira (2022, p.99).

Para discutir o que estava sendo feito solicitamos que os alunos registrassem, por meio de prints da tela, quando o gráfico da equação representasse: uma esfera; uma superfície cilíndrica; um elipsóide. Esses prints foram compartilhados com o pesquisador que, posteriormente, projetou essas imagens em Datashow para dar continuidade às discussões, questionando quais objetos eram esses (dos prints).

Na Figura 2 apresentamos um desses prints. Uma dupla move os controles deslizantes





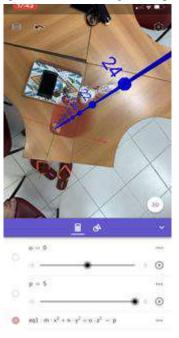




26 a 30 de novembro de 2024 Natal — Río Grande do Norte

até o gráfico registrar uma superfície cilíndrica, posicionando-a sobre a mesa. Eles decidem fazer o print de um ponto específico e, para isso, um deles sobe em uma cadeira para "ver de cima" o objeto e tirar o print do cilindro.

Figura 2: Print da superfície cilíndrica registrado por participantes do curso.



Fonte: Pereira (2022, p.101).

Durante o diálogo, avança-se na argumentação sobre as diferenças entre a análise das imagens estáticas e os objetos em RA. O pesquisador pergunta se o objeto da imagem que os participantes estão vendo é um cilindro.

> Helen: É, a gente viu de cima. Pesquisador: Mas alguém duvida que isso daí seja um cilindro? **Hércules:** É que a gente olhou de cima. **Pesquisador:** Será que se não tivesse a equação ali, os eixos... será que a gente iria falar que é um cilindro? Hércules: Não sei se essa visão seria... se essa visão é mais confusa. Porque essa visão de cima, essa visão meio torta dele, às vezes a gente poderia pensar que era outra coisa. Hélio: Talvez a gente pudesse pensar que isso seria um cone.

> Jennifer: Eu já tinha usado o GeoGebra, mas não na parte de realidade aumentada. Então, dá uma outra visão quando você vê a figura e tudo mais. **Pesquisador**: O que vocês veem de diferente? Porque vocês falam que é bonito, que é legal e que é uma outra forma de ver a figura.

> Hélio: Acho que o que tem de diferente é que você consegue ver uma superfície assim, como se ela estivesse aqui na nossa sala; se você quer ver ela de lado, você só chega e vira assim para ver o lado. Se você quer ver ela de baixo, é só você se deitar e olhar por baixo. É como se fosse essa mesa aqui" (Pereira, 2022, p. 102-103).

Fazendo uma comparação com outras tecnologias com as quais é possível explorar gráficos matemáticos tridimensionais, Jennifer e Hélio argumentam que há diferenças, pois com a RA tem-se uma outra visão desses objetos. Hélio entende que com a RA esses gráficos se mostram no espaço físico em que está e como os objetos desse ambiente: como se ele [o objeto virtual] estivesse aqui na nossa sala e que, para que sejam vistos em diferentes perspectivas ele pode se mover e virar para "ver ela de lado, [...] Se você quer ver ela de











baixo, é só você se deitar [...] É como se fosse essa mesa aqui" (Pereira, 2022, p. 102). Hélio considera que, para ver esses objetos, pode se virar e olhar os lados, se deitar para ver por baixo, suas ações dão materialidade aos objetos que podem ser circundados.

Interpretamos que a unidade do objeto é experimentada em correlação a unidade do corpo próprio, "posso alcançar o objeto [...] porque pela experiência perceptiva me afundo na espessura do mundo" (Merleau-Ponty, 1994, p. 275).

**Hércules**: Porque nas imagens paradas, nos prints, às vezes fica meio confuso. E isso que a gente faz aqui (durante os momentos de exploração das tarefas), as variações, a gente fica olhando para todo lado. E a gente vai olhando de diferentes perspectivas.

**Helen**: Eu achei interessante porque foi a partir de uma equação só. E podemos fazer variações e observar o que ocorre, e nós fizemos tudo (Pereira, 2022, p. 102-103).

Para Hércules, os gráficos tridimensionais representados em prints (como em uma das tarefas do curso) podem causar confusão. No entanto, com a RA o gráfico está ali, diante dele e desvela-se porque ele pode olhar por todos os lados. A colega argumenta que, com a RA, as modificações feitas nas equações são acompanhadas da variação do gráfico tridimensional, pois "a gente vai olhando de diferentes perspectivas" (Pereira, p. 103). Não é preciso a visão objetiva do movimento para reconstruir outra aparência, a possibilidade de ver "já entrou em composição com o movimento vivido e ofereceu-se como aparência" (Merleau-Ponty, 1994, p. 275).

Em outros momentos do curso, ao realizar modificações em equações (variando valores de constantes que acompanham cada variável, por exemplo), os participantes analisam as aparências gráficas levantando hipóteses com base no expresso algebricamente (pelas equações). Essa atitude vai revelando aspectos do conhecimento objetivado, ou seja, os alunos que realizam as explorações com RA (atribuindo significado a vivência) expressam o compreendido, dialogam sobre as possibilidades que se apresentam à exploração, fazem sínteses e articulam o expresso algébrica e geometricamente.

Esse recorte nos mostra que, embora os objetos virtuais em RA sejam materializados pela e na tela do smartphone que é plana, o movimento é do corpo próprio que se move e ocupa uma posição onde tem algo para ver. O movimento do corpo próprio percorre caminhos para ver o que deseja conhecer, permitindo que eu possa virar e ver o entorno dos objetos, articular compreensões e aprender matemática. Há uma intencionalidade nas ações dos alunos que os levam a posicionarem-se, situando-se. Os objetos com materialidade física e os objetos virtuais passam a coexistir. O movimento dos alunos torna-se meio da percepção e da ação e eles significam o que veem.

Os objetos projetados em RA são incorporados ao corpo próprio e ao mundo (Rosa, 2023). Com a RA os objetos virtuais compõem a cena do espaço físico, passam a fazer parte do espaço mundano e se tornam objetos incorporados ao corpo próprio, que os assume em seu horizonte de possibilidades para vir-a-ser-com-eles, ocupar-se deles, voltar-se para eles compreendê-los e compreender-se com eles. O movimento do corpo próprio se dá "não como movimento objetivo e [mero] deslocamento no espaço, mas como projeto de movimento ou 'movimento virtual', é o fundamento da unidade dos sentidos" (Merleau-Ponty, 1994, p. 314). É movimento movido/motivado pela própria intencionalidade do corpo próprio, ou mesmo, é um movimento virtual (enquanto potência de vir-a-ser realizado) que ainda não se atualizou, mas que está no campo de possibilidades de que ocorra (pronto para se atualizar, materializar,









consumar) pelo/no corpo próprio.

Considerando, como apontada, a possibilidade de em sala de aula propor tarefas que considerem a perspectiva do sensível, podemos, como diz Merleau-Ponty (1994), reaprender a sentir nosso próprio corpo para reencontrar,

sob o saber objetivo e distante do corpo, este outro saber que temos dele porque ele está sempre conosco e porque nós somos corpo. Da mesma maneira, será preciso despertar a experiência do mundo tal como ele nos aparece enquanto estamos no mundo por nosso corpo, enquanto percebemos o mundo com nosso corpo. Mas, retomando assim o contato com o corpo e com o mundo, é também a nós mesmos que iremos reencontrar, já que, se percebemos com nosso corpo, o corpo é um eu natural e como que o sujeito da percepção (Merleau-Ponty, 1994, p. 278).

Porém, em um contexto escolar que segue um currículo estabelecido e lida com o saber já constituído, a proposta de uma perspectiva que considere o corpo como sujeito das ações intencionais não é espontâneo (Caminha, 2016). Na pesquisa realizada com os professores, os diálogos revelam que eles entendem que com o movimento do corpo próprio podemos ver os objetos virtuais se materializando com a RA junto às pessoas e demais objetos que compõem a paisagem e, também, elegem perspectivas para explorar as características dos objetos. A professora Luciana diz:

A exploração com Realidade Aumentada para a aprendizagem é um salto, porque no quadro, um ou outro [aluno] até enxerga [...]. Eu falei para eles: olha aqui! Eu coloco o desenho e vocês tem que partir do princípio que tem a parte de baixo, a parte do fundo, a parte daqui, a parte dali que vocês não enxergam. Agora, você olha ali [a construção em RA], vocês entram na figura, vocês exploram de n formas (Luciana, 2023, inserção nossa).

A professora considera que ensinar matemática através da exposição e do desenho no quadro exige dos alunos uma espécie de representação tridimensional de um objeto que está sendo desenhado no plano. Para isso, o aluno deverá recorrer à imaginação, tentando compreender a ideia do que ela está expondo. Com Merleau-Ponty (1994, p. 274) podemos dizer que, neste caso, "a unidade do objeto seria pensada, e não experimentada como o correlativo da unidade de nosso corpo". Porém, desse modo, não se tem a percepção do ser espacial, uma vez que ela só se dá com a nossa vivência de ser encarnado, corpo próprio. Logo, a possibilidade de movimento da pessoa abre à percepção que não se assenta no pensamento simbólico, mas propicia sentir um conteúdo (o objeto tridimensional) que se mostra em um horizonte em que o corpo está situado (Caminha, 2013).

No movimento do corpo próprio *com* a RA o corpo é responsável pelo sentir, ele é o sujeito da percepção. É ele quem fixa determinado objeto no campo perceptivo para poder vêlo, destacando-o do fundo em que ele se mostra para entregar-se "ao espetáculo sensível do mundo, buscando fazer do sentir uma experiência ao seu serviço" (Caminha, 2013, p. 2263). Sendo o corpo próprio o sujeito da experiência de sentir, sempre engajado no mundo, é ele o meio que nos permite ver os objetos em perspectivas.

Na Figura 3, trazemos algumas perspectivas das projeções no GeoGebra AR que um grupo de alunos da professora Luciana elegeu para se abrir à exploração do prisma. A primeira imagem mostra uma vista do prisma "por fora" e as outras duas trazem sua vista "por dentro".

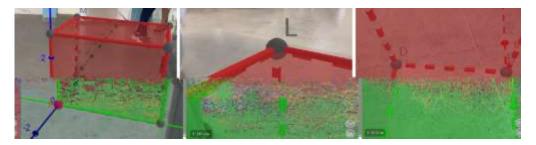








Figura 3: Print de explorações do prisma.



Fonte: Elaborado pelos autores.

Nessas explorações a pessoa que se volta intencionalmente para o prisma, destaca seu vértice, olha suas arestas, busca sentir o que lhe chama a atenção, envolvendo-se em "uma experiência carnal no mundo antes de ser [envolvida em] uma representação" (Caminha, 2013, p. 2335, inserção nossa). A profundidade, como dissemos, é uma experiência original ou "a dimensão segundo a qual as coisas ou os elementos das coisas se envolvem uns aos outros, enquanto a largura e a altura são as dimensões segundo as quais eles se justapõem" (Merleau-Ponty, 1994, p.357). Ela, a profundidade, ao ser considerada como relação entre retas ou planos, é objetivada, destacada da experiência sensível e transformada em "largura". Porém, entendida originariamente, a profundidade não se aplica primeiramente às coisas, já que ela "é a espessura de um *médium* sem coisa. [...] possibilidade de um sujeito engajado" (Merleau-Ponty, 1994, p. 359-360, grifo do autor). Na ação de ver um prisma pode-se dizer que o corpo próprio experiencia a profundidade com o movimento em RA.

A professora Luciana destaca em diversos momentos a preocupação com a visão perspectiva. Ela vê que a profundidade pode ser favorecida pela RA, embora ainda não compreenda a relevância do movimento do corpo próprio para essa vivência ou a entenda como uma dimensão originária.

Eles conseguem explorar [com a RA] muito mais do que você colocando a figura no quadro, porque a figura no quadro, é o que a gente falou, você não explora nada, eles não conseguem enxergar a profundidade, eles não conseguem (Batista, Paulo e Eufrasio, 2023, p. 111).

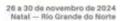
Entende-se a preocupação da professora como uma busca por modos de os alunos verem os objetos tridimensionais. Ela considera que com a RA a construção feita na lousa, portanto bidimensional, "ganha volume" e que com ela o aluno pode, por exemplo, ver a face de um prisma por "fora", "posicionar-se sobre sua "base", distanciar-se para ver o todo. Porém, o que pode a tecnologia de RA é dar abertura ao sujeito do conhecimento: ao corpo próprio. Em suas ações junto aos demais professores e a pesquisadora, Luciana percebe que a visão tridimensional do objeto se anuncia na ação, no movimento de exploração. Pelo movimento é que se dá "um elo do sujeito ao espaço" (Merleau-Ponty, 1994, p. 360) sob o qual a profundidade pode ser compreendida (ou vivenciada), diferentemente da largura e do comprimento.

A vivência da profundidade requer, portanto, a ação do aluno, requer que ele seja corpo engajado e não um observador que analisa o visto. Retomamos a afirmação feita anteriormente de que o corpo próprio não está apenas localizado no espaço, mas o habita, "construindo uma espacialidade própria. [...] Ele busca situar-se intencionalmente na espacialidade que habita" (Caminha, 2016, p. 10). Disso, destaca-se a importância de a escola











ser um espaço em que se considere a vivência singular do aluno na aprendizagem, assumindo que "corpo e consciência não são causalidades distintas, mas unidade expressa pela dinâmica da experiência do corpo" (Santos, 2016, p. 153).

Luciana vivencia sua espacialidade. Movendo-se para ver o cubo, a materialidade dos objetos virtuais se anuncia em sua fala com a colega.

Você viu [essa possibilidade] de entrar na construção? [...] agora eu entrei no cubo [fez um giro de 360° com o corpo, segurando o *iPad*], está vendo? (Luciana, 2023). [...] eu gosto muito da parte que você toca, sabe, que você pega, eu acho isso fantástico também, para ele [o aluno] tocar e ver o que tem [na construção], ir abrindo (Tati, 2023).

Luciana vê que pode entrar no cubo e ilustra para a colega o que diz se posicionando "dentro" do cubo projetado em RA, fazendo um giro de 360° como se quisesse ilustrar a espacialidade vivida. A colega Tati, atenta ao seu movimento, mesmo que não veja Luciana "dentro" do cubo, pois não a olha através da tela do smartphone, tem no seu aparelho o cubo projetado e salienta que é importante a projeção em RA para que o aluno possa tocar a construção, compreender o objeto tal qual ele se apresenta. Embora o ato de "entrar" na construção ou "tocar" suas partes não tenha o mesmo sentido que "entrar" e "tocar" um objeto do mundo físico, a expressão das professoras indica a possibilidade de manipular o objeto virtual que vem ao seu encontro tornando-se visível. Interpretamos que para essas professoras o objeto virtual cubo é percebido e seu sentido aparece como instituído nele, passando a ser inspecionado pelo olhar que é solicitado ou motivado por ele (Merleau-Ponty, 1994).

Disso pode-se destacar que, "sem a exploração de meu olhar ou de minha mão, e antes que meu corpo se sincronize a ele, o sensível é apenas uma solicitação vaga" (Merleau-Ponty, 1994, p. 289). Ou seja, com a RA são feitas explorações com vistas à constituição do conhecimento matemático, porém a materialidade do objeto virtual mostra-se na interação que se tem com ele. Há uma "imersão" (Schuster & Rosa, 2021) no mundo com a RA que dá o sentimento de integração ao ambiente virtual/real. Nessas interações, que vão se abrindo à medida que a pessoa se movimenta e explora o espaço em que as construções estão projetadas pela RA, os objetos vão fazendo sentido, revelando a possibilidade de constituição de conhecimento.

Mostra-se para nós que a tecnologia de RA abre a possibilidade de movimento do corpo próprio e o movimento leva à significação, pois, "Um movimento é aprendido quando o corpo o compreendeu, quer dizer, quando ele o incorporou ao seu 'mundo', e mover seu corpo é visar as coisas através dele, e deixá-lo corresponder à sua solicitação, que se exerce sobre ele sem nenhuma representação" (Merleau-Ponty, 1994, p. 193).

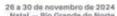
#### 5 Considerações finais e aberturas para além de um encerramento

Quando queremos pensar o movimento, fazer a filosofia do movimento, situamo-nos logo na atitude crítica ou atitude de verificação, perguntamo-nos o que exatamente nos é dado no movimento, preparamo-nos para rejeitar as aparências para atingir a verdade do movimento, e não percebemos que é justamente essa atitude que vai impedir-nos de atingi-lo a ele mesmo porque ela introduz, com a noção de verdade em si, pressupostos capazes de esconder-me o nascimento do movimento para mim (Merleau-Ponty, 1994, p. 361).











A citação que trouxemos para abrir esta seção de considerações e aberturas ilustra o modo pelo qual se corre o risco de proceder ao nos lançarmos em uma investigação: queremos compreender o movimento e nos colocamos a pensar criticamente sobre o que nele nos é dado, na intenção de entender o seu sentido.

Porém, o sentido, não é dado, é vivido. Assim, com essa aparente contradição, nos colocamos a investigar o movimento *para a* e *na* constituição de conhecimento com realidade aumentada. No início de nossos estudos nos deparamos com a estranheza do termo "realidade aumentada". Como entendemos, a realidade não é algo dado em si, independente de um ato da consciência, esta entendida como condição da existência do mundo e doadora de sentido. A realidade, então, não pode ser algo estático, mas é "concreta, dinâmica, infinita, totalizante, criada/construída na qual *somos* fluidamente e na qual tempo, espaço, perspectiva não são objetivamente dados como parte de um mundo físico, mas são, entretanto, experiências vividas pelo corpo-próprio" (Bicudo, 2000, p, 42, grifo da autora). Logo, regressamos à vivência.

Então, o que significa "aumentar a realidade"? Assume-se com Heidegger (2020) que, sendo humanos, podemos apenas falar da realidade que é mundana (Bicudo, 2000), portanto percebida, com sentido. Sendo assim, "aumentar a realidade" não faz sentido a menos que se tome o real (ou a realidade) como a materialidade do mundo físico. Se assim for, a realidade pode ser aumentada, já que com um determinado aplicativo podemos incluir nesse mundo objetos que a ele não pertencem inicialmente: os objetos virtuais, projetados pela câmera de um smartphone, por exemplo.

Obviamente, em uma postura fenomenológica, não assumimos essa concepção de realidade como mencionamos, e o virtual é apenas uma modalidade do real. Os recursos projetados pelo aplicativo de RA no ambiente físico passam a ser "incorporados nesse corpo, com o mundo, [...] revelando aquilo que possivelmente se transforma com os horizontes que se abrem por meio do mundo" (Rosa, 2023, p. 214) cujo sentido é percebido na vivência, pelos atos da consciência.

Dizer que 'incorporamos' esses objetos significa dizer que nos habituamos a eles, como o cego se habitua a sua bengala (Merleau-Ponty, 1994). Esse autor nos diz que para a pessoa cega a bengala é um objeto sensível e não um objeto qualquer, pois ela amplia o seu raio da ação de tocar, tornando-se análoga a um olhar. Adquirir um hábito é, então, apreender uma significação como habituar-se a uma bengala é fazê-la "participar do caráter volumoso do nosso corpo próprio" (Merleau-Ponty, 1994, p. 199). Portanto, os objetos virtuais projetados em RA pela câmera do meu smartphone são incorporados nesse corpo e coexistem com os objetos da realidade mundana.

Compreendido dessa forma, ao nos voltarmos para a constituição de conhecimento matemático com realidade aumentada, especificamente com o aplicativo GeoGebra AR, focamos a vivência da pessoa que está com essa tecnologia em atividade, percebendo e explicitando o percebido, expondo as significações apreendidas nos modos de ser-com o outro, nas possibilidades abertas, no mundo.

Mostra-se relevante à constituição de conhecimento matemático o movimento do corpo próprio; nos movemos na direção do objeto que nos vem ao encontro no *aqui* e *agora*, portanto, no modo pelo qual habitamos o espaço e o tempo. Considerando que meu corpo é um núcleo significativo engajado, é ser-no-mundo, situado espaço-temporalmente, ele vive e significa o tempo, e isso caracteriza sua historicidade ou a temporalidade viva.

Assim como está necessariamente 'aqui', o corpo existe necessariamente 'agora', ele









nunca pode tornar-se 'passado', e se no estado de saúde não podemos conservar a recordação viva da doença, ou na idade adulta a recordação de nosso corpo quando éramos crianças, essas 'lacunas da memória' apenas exprimem a estrutura temporal de nosso corpo (Merleau-Ponty, 1994, p. 194).

Igualmente, a espacialidade constitui o corpo próprio como ser situado, o que indica que "os lugares do espaço não se definem como posições objetivas em relação à posição objetiva de nosso corpo, mas eles inscrevem em torno de nós o alcance variável de nossos objetivos ou de nossos gestos" (Merleau-Ponty, 1994, p. 199).

Sendo espacial e temporal, como corpo próprio me engajo no mundo, sou com o mundo e com os objetos, tendo a possibilidade de compreendê-los de modo originário e compreender-me. Diz Merleau-Ponty (1994) que o espaço e o tempo que habito tem horizontes indeterminados, portanto aberto às perspectivas ou pontos de vista. "A síntese do tempo como do espaço são sempre para recomeçar" (Merleau-Ponty, 1994, p. 195), o que indica que há um horizonte de possibilidades para as significações, sendo o corpo mediador do mundo e a percepção o meio para o sentido.

O corpo em movimento está sempre em situação, pois é intencionalidade; ele visa conhecer, atribui sentido, vive e ocupa diferentes espaços. Então, o que se mostra para a constituição de conhecimento matemático com RA? Mostra-se o movimento do corpo próprio que não ocupa um lugar definido por coordenadas em um espaço objetivo, mas se situa em um lugar definido por sua tarefa, que "está ali, onde tem algo a fazer" (Merleau-Ponty, 1994, p. 336), seja ver um cilindro ou compreender a profundidade de um objeto que é ilustrado em duas dimensões.

#### Agradecimentos

Agradecemos ao CNPq (Processos nº 151812/2022-5, nº 403181/2023-2 e nº 433258/2016-0) e à FAPESP (Processo nº 2019/16779-4) o financiamento dos projetos que possibilitaram as pesquisas desenvolvidas e em desenvolvimento.

#### Referências

- Ales Bello, A. (2006). *Introdução à Fenomenologia*. Trad. Ir. Jacinta Turolo Garcia e Miguel Mahfoud. Bauru, SP: EDUSC.
- Batista, C. C.; Paulo, R. M. (2023). Formação do professor para ensinar matemática com Realidade Aumentada: o que se mostra?. *Boletim Gepem (online)*, Seropédica, 82, 66-82.
- Batista, C. C.; Paulo, R. M.; Eufrasio, N. P. L. (2023). O Ensino de Geometria Espacial com Realidade Aumentada: contribuições de um estudo de aula. *Revista Paranaense de Educação Matemática*, Campo Mourão, 12(29), 100-118.
- Bicudo, M. A. V. (2023). A constituição do conhecimento matemático no corpo vivente. In: M. A. V. Bicudo; J. M. L. Pinheiro (Orgs.). *Corpo-vivente e a constituição de conhecimento matemático*. São Paulo, SP: Livraria da Física.
- Bicudo, M. A. V. (2018). Filosofia da educação matemática: sua importância na formação de professores de matemática. In: R. S. R. da Silva (Org.). *Processos formativos em educação matemática: perspectivas filosóficas e pragmáticas*. Porto Alegre, RS: Fi.
- Bicudo, M. A. V. (2003). A formação do professor: um olhar fenomenológico. In: M. A. V Bicudo (Org). *Formação de professores? Da incerteza à compreensão*. Bauru, SP: EDUSC.









- Bicudo, M. A. V. (2000). Fenomenologia: confrontos e avanços. São Paulo, SP: Cortez.
- Bicudo, M. A. V.; Mocrosky, L. F. & Orlowski, N. (2022). Aprender-Ensinar Matemática numa Perspectiva Formativa. *Rematec*, Belém, 17(41), 92–105.
- Bulla, F. D; Rosa, M. (2017). O design de tarefas-matemáticas-com-realidade-aumentada: uma autorreflexão sobre o processo. *Acta Scientiae*, 19(2), 296-319.
- Caminha, I. de O. (2013) A experiência de sentir e o sujeito da percepção em Merleau-Ponty. In: I. de O. Caminha; M. E. de A. Silva (Orgs.). *Percepção, corpo, subjetividade*. São Paulo, SP: LiberArts.
- Caminha, I. de O. (2016). Prefácio. In: L. A. M. Santos. *O Corpo Próprio como Princípio Educativo: a perspectiva de Merleau-Ponty*. Curitiba, PR: Appris.
- Heidegger, M. (2020). *Ser e Tempo*. Tradução revisada e apresentação de Marcia Sá Cavalcanti e posfácio de Emmanuel Carneiro Leão. (10 ed.) Petrópolis, RJ: Vozes.
- Machado, O. V. de M. (1994). Pesquisa Qualitativa: modalidade fenômeno situado. In: M. A. V. Bicudo; V. H. C. Espósito (Orgs). *Pesquisa Qualitativa em Educação*. Piracicaba, SP: UNIMEP.
- Merleau-Ponty, M. (1994). *Fenomenologia da Percepção*. Trad. Carlos Alberto Ribeiro de Moura (1. ed.). São Paulo, SP: Martins Fontes.
- Pereira, A. L. Realidade aumentada e o ensino de cálculo: possibilidades para a constituição do conhecimento. 2022. 225p. Tese (Doutorado em Educação Matemática) Universidade Estadual Paulista (Unesp), Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Rio Claro, 2022.
- Richit, A.; Ponte, J. P.; Gómez, E. S. (2022). Apresentação: Estudos de aula na formação inicial e continuada de professores. In: A. Richit; J. P. da Ponte; E. S. Gómez (Orgs.). *Estudos de Aula na Formação Inicial e Continuada de Professores*. São Paulo, SP: Livraria da Física.
- Rosa, M. (2023) Corpo-próprio, Tecnologias Digitais e Educação Matemática: percebendo-se cyborg. In: M. A. V. Bicudo; J. M. L. Pinheiro (Orgs.). *Corpo-vivente e a constituição de conhecimento matemático*. São Paulo, SP: Livraria da Física.
- Rosa, M.; Bicudo, M.A. V. (2018). Focando a constituição do conhecimento matemático que se dá no trabalho pedagógico que desenvolve atividades com tecnologias digitais. In: R. M. Paulo; I. C. Firme; C. C. Batista (Org.). *Ser Professor com Tecnologias: sentidos e significados*. São Paulo, SP: Cultura Acadêmica.
- Rosa, M.; Pinheiro, R. P. (2020). Cybereducation with Mathematics Teachers: Working with Virtual Reality in Mathematics Activities. In: M. A. V. Bicudo (Ed.). *Constitution and Production of Mathematics in the Cyberspace*. Springer, Cham.
- Santos, L. A. M. (2016). O Corpo Próprio como Princípio Educativo: a perspectiva de Merleau-Ponty (1 ed.). Curitiba, PR: Appris.
- Schuster, P. E. S; Rosa, M. (2021). Realidade Aumentada e a Cyberformação de uma Professora de Matemática: Pontos Críticos de Funções de Duas Variáveis. *Jornal Internacional de Estudos em Educação Matemática JIEEM*, 14(2), 130-141.
- Tori, R.; Hounsell, M. da S. (Org.). (2020). *Introdução a Realidade Virtual e Aumentada* (3. ed.) Porto Alegre, RS: SBC.





