



## **Emergência do pensamento algébrico na generalização de sequências em uma atividade formativa com professoras dos anos iniciais**

### **Emergence of algebraic thinking in the generalization of sequences in a formative activity with first years teachers**

Jadilson Ramos de Almeida<sup>1</sup>

**Resumo:** Objetivamos identificar elementos do pensamento algébrico que emergem em uma atividade com professoras ao analisarem problemas de generalização de padrões em um encontro formativo proposto a partir dos pressupostos da Teoria da Objetivação. Para a produção dos dados foi utilizada a gravação de um encontro formativo com duas professoras e um formador realizado remotamente. Os resultados apresentados são um recorte de uma pesquisa realizada a partir de uma formação continuada para professores dos anos iniciais inspirada na ideia de labor conjunto remoto. A partir de uma análise multissemiótica foi possível verificar que, coletivamente, as professoras conseguiram pensar formas gerais de encontrar termos e posições quaisquer de uma sequência recursiva, emergindo a analiticidade, elemento que diferencia o pensamento algébrico do aritmético.

**Palavras-chave:** Formação continuada. Pensamento algébrico. Teoria da Objetivação. Sequência recursiva.

**Abstract:** We aimed to identify elements of algebraic thinking that emerge in an activity with teachers when they analyze problems of generalization of patterns in a formative meeting proposed based on the assumptions of Objectivation Theory. A recording of a training meeting with two teachers and a trainer, conducted remotely, was used to produce the data. The results presented here are an excerpt from a study carried out on continuing education for teachers in the early years, which was inspired by the idea of remote joint work. Based on a multisemiotic analysis, it was possible to verify that, collectively, the teachers were able to think of general ways of finding any terms and positions in a recursive sequence, with the emergence of analyticity, an element that differentiates algebraic from arithmetic thinking.

**Keywords:** Continuing education. Algebraic thinking. Objectification theory. Recursive sequence.

## **1 Introdução**

O ensino da álgebra ganha destaque e assume uma das unidades temáticas, junto com números, geometria, grandezas e medidas e probabilidade e estatística (BNCC, 2017).

De acordo com a BNCC (2017), o ensino de álgebra tem como objetivo o "desenvolvimento de um tipo especial de pensamento – pensamento algébrico – que é essencial para utilizar modelos matemáticos na compreensão, representação e análise de relações quantitativas de grandezas e, também, de situações e estruturas matemáticas, fazendo uso de letras e outros símbolos" (BNCC, 2017, p. 270).

Essa orientação para o ensino de álgebra nos anos iniciais se coaduna com resultados de pesquisas que apontam para a possibilidade e a necessidade de se ensinar álgebra, com foco no desenvolvimento do pensamento algébrico, desde os primeiros anos escolares, em que o foco deixa de ser o transformismo algébrico - caracterizado pela manipulação de símbolos no papel - e passa a ser a produção de significado para os objetos algébricos (Radford, 2021b;

<sup>1</sup> Universidade Federal Rural de Pernambuco • Recife, Pernambuco — Brasil • ✉ e-mail: [jadilson.almeida@ufrpe.br](mailto:jadilson.almeida@ufrpe.br) •  
ORCID: <https://orcid.org/0000-0003-3707-4807>



Rojas & Vergel, 2018; Gomes, 2020; Kieran, 1992, 2007; Canavarro, 2007; Oliveira & Câmara, 2011; Silva & Savioli, 2012).

Com essa novidade que a BNCC apresenta, muitos professores dos anos iniciais foram surpreendidos, e se sentiram inseguros para trabalhar com essa temática, pois, em suas formações, o ensino de álgebra foi precário ou inexistente. A formação de professores dos anos iniciais em relação à álgebra ainda tem um grande caminho pela frente (Ferreira; Ribeiro & Ribeiro, 2018). Diversas pesquisas apontam para a importância de propostas de formação continuada que minimizem as dificuldades dos professores dos anos iniciais em relação ao ensino da álgebra (Santos & Moretti, 2022; Ferreira *et al.*, 2017; Oliveira, 2022; Romeiro & Moretti, 2021; Silva, 2024)

Atentando-se para isso, a presente pesquisa se centra na formação continuada com professores dos anos iniciais do Ensino Fundamental e tem como objetivo identificar elementos do pensamento algébrico que emergem em uma atividade com professoras ao analisarem problemas de generalização de padrões em um encontro formativo proposto a partir dos pressupostos da Teoria da Objetivação (TO).

A BNCC ressalta a importância dos problemas sobre sequência, indicando que para os alunos desenvolverem o pensamento algébrico, é necessário que eles

[...] identifiquem regularidades e padrões de sequências numéricas e não numéricas, estabeleçam leis matemáticas que expressem a relação de interdependência entre grandezas em diferentes contextos, bem como criar, interpretar e transitar entre as diversas representações gráficas e simbólicas, para resolver problemas por meio de equações e inequações, com compreensão dos procedimentos utilizados (BNCC, 2017, p. 270).

Além disso, defendemos que o desenvolvimento do pensamento algébrico de estudantes dos anos iniciais deva ser um ato intencional do professor, e, por conta disso, o professor precisar ter minimamente a consciência do que é pensar algebricamente e ter essa forma de pensamento desenvolvida, para conseguir pensar em ações e tarefas que possibilitem o desenvolvimento do pensamento algébrico de seus estudantes.

A formação continuada lócus deste estudo aconteceu de forma remota e englobou professores dos anos iniciais que ensinam em escolas pernambucanas. Foram realizadas reuniões nas quais utilizou-se a TO, mais especificamente a ideia de labor conjunto, para planejar e vivenciar as atividades de ensino-aprendizagem, as noções de análise multissemiótica para discutir os dados, e a definição de pensamento algébrico proposta a partir da TO.

A escolha pela TO se deu pelo fato de assumir uma proposta emancipatória, que se preocupa com a produção de sujeitos livres, críticos e criativos, e que está ganhando destaque com pesquisas na área de formação de professores que ensinam matemática (Romeiro & Moretti, 2021; Santos & Moretti, 2022; Oliveira, 2022; Oliveira, Almeida & Martins, 2023; Almeida, Lima, Almeida & Martins, 2022; Almeida & Martins, 2022; Silva, 2024; Almeida, Almeida, Martins, Silva & Silva, 2024; Bezerra, 2024).

A formação foi pensada e desenvolvida pelo Grupo de Pesquisa Al Jabr em História, Epistemologia e Didática da Álgebra, vinculado à Universidade Federal Rural de Pernambuco (UFRPE).

A seguir apresentamos alguns elementos que caracterizam a Teoria da Objetivação, focando na ideia de labor conjunto, seguidos pela definição de pensamento algébrico assumida na pesquisa. Posteriormente apresentamos os passos metodológicos da pesquisa, as análises dos



dados e nossas considerações sobre os resultados encontrados.

## 2 Teoria da Objetivação e a ideia de labor conjunto

A Teoria da Objetivação vem sendo desenvolvida por Luis Radford (Laurentian University/ Canadá) desde os anos de 1990, e se inspira no materialismo dialético de Hegel e Marx, no projeto de educação de Paulo Freire e nas teorias de Vygotsky, Leontiev, entre outros. De acordo com Radford (2021a), as teorias existentes na área de educação matemática são, ora individualistas, ora transmissivas. Diante disso, surgiu a necessidade de propor uma teoria que fosse um contraponto às teorias vigentes, tendo uma maior preocupação com a dimensão humana, com a produção de sujeitos éticos, que englobasse a história, a cultura e tratasse a sala de aula como um espaço de transformação social (Radford, 2021a).

Por isso, Radford (2021a) argumenta que em relação à educação matemática a TO se comporta como

[...] um esforço político, social, histórico e cultural voltado para a criação dialética de sujeitos reflexivos e éticos que se posicionem criticamente em práticas matemáticas histórica e culturalmente constituídas, e que ponderem sobre novas possibilidades de ação e pensamento. (Radford, 2021a, p. 36).

Para a TO, o ensino e a aprendizagem constituem um único processo e, neste, estão relacionados tanto o *saber* quanto o *ser*. A fim de entendermos como estão imbricados esses dois pontos na TO, precisamos abordar o que a teoria entende por *saber* e *conhecimento*.

O saber é definido como pura potencialidade, sendo ele visto como “um sistema codificado de processos corporais, sensíveis e materiais de ação e reflexão, constituídos histórico e culturalmente” (Radford, 2017, p. 101). Esse saber se materializa por meio de uma atividade e essa materialização do saber é o que Radford (2017, 2020, 2021a) concebe por conhecimento. Um exemplo é quando os alunos pensam algebricamente. Para eles mobilizarem algumas formas desse pensamento, eles devem ser colocados em determinada atividade. A atividade é tida como a principal categoria da Teoria da Objetivação, assumindo um significado bem específico, pois se trata de uma postura diante da vida, que caracteriza a energia gasta pelos indivíduos, trabalhando em conjunto, ombro a ombro, para resolver problemas cotidianos, sempre em busca da produção de uma obra comum.

Quando a atividade é vivenciada em um ambiente escolar, denominada na TO como atividade de ensino-aprendizagem (AEA), Radford (2020, 2021a) a chama de labor conjunto. Nele é possível que diversas ideias sejam postas em evidência, ou seja, cada estudante e professor(a), ou grupo, contará da sua própria experiência com a tarefa proposta, tornando assim a dimensão social como parte da aprendizagem. As diversas interações sempre devem estar pautadas na responsabilidade, compromisso e cuidado com o outro. Esses pontos são denominados por Radford (2020, 2021a) como *ética comunitária* e devem surgir no decorrer da prática.

O labor conjunto possui dois eixos organizadores da AEA, sendo eles: o eixo das formas de produção de saberes e o eixo das formas de colaboração humana (Radford, 2020, 2021a). O primeiro entende que para o saber ser materializado, ou seja, tornar-se conhecimento, ele precisa ser posto em movimento. Para isso, é necessário identificar como os problemas em sala serão abordados, como serão realizadas as argumentações, entre outros pontos. O segundo eixo, referente às formas de colaboração humanas, apoiado na ética comunitária, tem relação com a



organização de um espaço de colaboração e interação entre os sujeitos, com formação de pequenos grupos durante a AEA.

Ao considerar o saber como uma capacidade geradora ou potencialidade cultural, a TO defende que ele, o saber, não pode ser algo que conseguimos possuir ou nos apropriar. Para Radford o saber é algo que já existe na nossa cultura quando nascemos, e que iremos nos encontrar, ou não, com ele durante nossa vida. Esses encontros com sistemas de pensamento histórico-culturais (por exemplo, da álgebra e seu ensino) são denominados de processos de objetivação. No caso da proposta de pesquisa-formação aqui apresentada, defendemos que os processos de objetivação irão ocorrer quando formadores e professores, por meio do labor conjunto, irão materializar o saber visado no nosso projeto didático, no caso, a álgebra e seu ensino, ou seja, o transformando em algo suscetível de ser um objeto de nossa consciência (Radford, 2017, 2020, 2021a).

O segundo eixo toma como base a natureza da interação (Radford, 2020, 2021a). Essa deve ocorrer entre professor-estudante, assim como entre estudante-estudante, sempre visando a criação de sujeitos críticos e reflexivos, que se posicionem mediante discursos e práticas matemáticas. Esses processos são denominados por Radford de processos de subjetivação, e “são definidos como aqueles processos em que co-produzimos a si próprios no contexto da cultura e da história, professores e alunos vêm a ser presença no mundo” (Radford, 2020, p. 22).

### 3 Pensamento algébrico

Radford (2021b), a partir dos pressupostos da TO, apresenta uma caracterização de pensamento algébrico e que iremos adotar em nossa pesquisa. Radford argumenta que para desenvolver o pensamento algébrico o estudante deve procurar as respostas para problemas que surgem de atividades socioculturais e do seu meio. Essa proposta requer o conceito de atividade como uma dimensão social que engloba o labor conjunto. É importante ressaltar que para Radford (2021b), para pensar algebricamente não necessariamente deve existir algum símbolo alfanumérico. “Na perspectiva da Teoria da Objetivação, a característica do pensamento algébrico não se encontra apenas na natureza da grandeza (ou seja, na natureza do objeto sobre o qual se raciocina) mas, também, no tipo de raciocínio que é feito com grandezas” (Radford, 2021b, p. 173). Esse teórico elenca três condições que caracterizam o pensamento algébrico:

- (1) Indeterminação de grandezas: o problema sobre o qual se raciocina implica grandezas não conhecidas ou não determinadas. Estes podem ser incógnitas, variáveis, parâmetros etc.
- (2) Denotação: as grandezas indeterminadas envolvidas no problema têm de ser nomeadas ou simbolizadas. Agora, esta simbolização pode ser realizada de várias maneiras. Signos alfanuméricos podem ser usados, mas não necessariamente. A denotação de quantidades indeterminadas também pode ser simbolizada por meio de linguagem natural, gestos, signos não convencionais, ou mesmo uma mistura deles.
- (3) Analiticidade: o raciocínio
  - ( $\alpha$ ) inclui as grandezas determinadas e indeterminadas
  - ( $\beta$ ) opera dedutivamente

(Radford, 2021b, p. 173).

A indeterminação de grandezas se caracteriza por aquilo que se quer encontrar. É esse senso de indeterminação, que é próprio dos objetos algébricos, em oposição a determinação numérica, que possibilita a substituição de uma incógnita por outra sob determinadas condições



(Almeida & Câmara, 2017). Já a denotação é a forma de se referir ao indeterminado. É o modo particularmente simbólico de representar o desconhecido. Porém, na perspectiva que assumimos, a forma de representar o desconhecido vai além do simbolismo alfanumérico, apesar deste ser considerado o sistema semiótico da álgebra. O desconhecido pode ser representado pela fala, pelos gestos, por movimentos, etc. Por fim, a analiticidade tem a finalidade de operar com o desconhecido por meio de deduções, em oposição ao pensamento intuitivo ou por estratégia de tentativas e erros. Aqui, a incógnita é tratada como dado, possibilitando a realização de operações como se estivesse tratando com valores conhecidos (Almeida & Câmara, 2017).

Mas, como desenvolver essa forma de pensar matematicamente? Alguns autores, como Filloy e Rojano (1989), Vale e Pimentel (2011); Radford (2021b), dentre outros, apontam que uma das possibilidades de desenvolver o pensamento algébrico é por meio de tarefas de generalização de padrões em sequências. Por isso, nossa pesquisa foca em uma tarefa cujo objetivo é generalizar uma sequência recursiva.

#### 4 Percurso metodológico

Os resultados aqui apresentados fazem parte de uma pesquisa desenvolvida pelo grupo de pesquisa Al Jabr em História, Epistemologia e Didática da Álgebra, tendo como base uma formação continuada de professores dos anos iniciais atuantes em escolas de Pernambuco na perspectiva da álgebra inicial à luz da Teoria da Objetivação. O projeto contou com financiamento da Fundação de Amparo à Ciência e Tecnologia do Estado de Pernambuco (FACEPE), por meio do Edital APQ 16/2021.

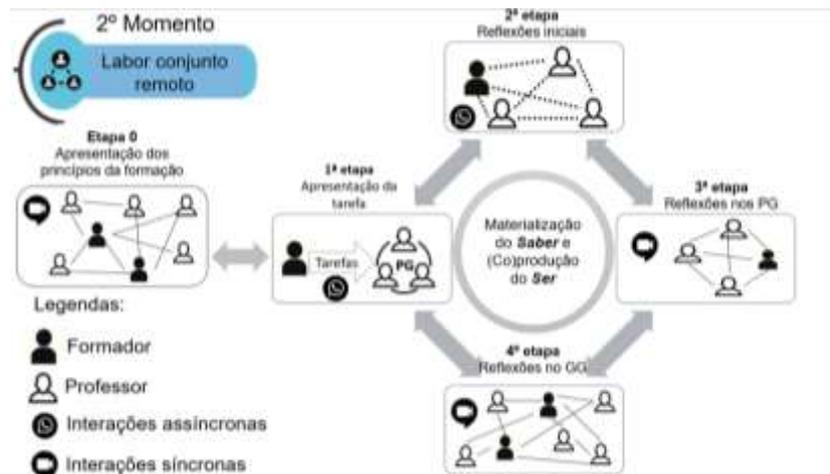
O formato da formação foi inspirado na ideia de labor conjunto remoto (Almeida & Martins, 2022), acontecendo em dois momentos. O primeiro momento aconteceu exclusivamente com os formadores, objetivando o planejamento dos encontros formativos. Nessas reuniões foram organizadas oito AEA composta por três seções: Orientações para leitura, Texto para leitura e Tarefas.

O primeiro encontro ocorreu no *Google Meet* com a participação dos formadores e os professores cursistas, denominado de grande grupo (GG), com o objetivo de apresentar o formato da formação, e a ideia de trabalho coletivo esperada. Do segundo ao nono encontro foram vivenciadas as oitos AEA. No décimo encontro foi realizado um encontro avaliativo da formação.

A primeira AEA teve por objetivo refletir sobre a proposta do ensino de álgebra nos anos iniciais do ensino fundamental, proposta na BNCC (2017). A segunda AEA teve por objetivo o estudo sobre a definição de pensamento algébrico na perspectiva da TO (Gomes & Noronha, 2020). A terceira AEA teve por objetivo o estudo dos tipos de sequências (Vale & Pimentel, 2011). A quarta AEA objetivou a análise de tarefas sobre sequências propostas para os 1º, 2º e 3º anos do ensino fundamental. Na quinta, o objetivo foi analisar tarefas sobre sequências propostas para os 4º e 5º anos do ensino fundamental. A sexta AEA teve por objetivo elaborar tarefas sobre sequências para os anos iniciais do ensino fundamental. A sétima AEA objetivou refletir sobre o ensino-aprendizagem na perspectiva da TO. E a oitava AEA contou com o objetivo de elaborar uma AEA sobre sequências, objetivando o desenvolvimento do pensamento algébrico na perspectiva da TO.

A vivências das AEA ocorreram a partir do modelo apresentado na figura 3 a seguir:

**Figura 3** - Estrutura do 2º momento da formação



**Fonte:** Almeida & Martins (2022, p. 119)

Nos encontros formativos, a partir do segundo, aconteciam as quatro etapas propostas no modelo (1ª à 4ª etapas). De início, ocorria a apresentação da tarefa (1ª etapa) ao pequeno grupo (PG), formado por três ou quatro professores e um formador. O formador responsável pelo seu PG enviava a atividade para uma leitura individual. Na 2ª etapa eram propostas as reflexões iniciais, na qual o formador e professores já compartilhavam, de forma assíncrona, seus pensamentos e “nesse momento de reflexões iniciais e compartilhamento de ideias de forma assíncrona surgiu uma primeira versão da obra comum produzida pelo pequeno grupo, que foi finalizada na etapa seguinte” (Almeida & Martins, 2022, p. 120).

Na etapa 3 ocorriam as reuniões síncronas dos PG. Nelas, o formador direcionava a reunião de acordo com o objetivo da AEA, tendo uma troca incessante de ideias e opiniões sobre o objetivo proposto. Cabia ao formador guiar, direcionar as indagações e possíveis dúvidas dos formandos. Durante a seção “Tarefa” os professores compartilhavam suas produções, debatiam e chegavam a uma obra comum a ser apresentada na 4ª etapa. Os encontros dos PG ocorriam sempre dias antes do encontro do GG, e correspondiam a duas horas de duração.

A 4ª etapa era quando todos os PG se juntavam, e sob a orientação do formador do GG, compartilhavam suas tarefas e pensamentos, havendo uma colaboração entre os PG, sempre com diálogos e experiências pessoais. Os encontros com o GG ocorriam aos sábados, e tinham duração de duas horas. Todos os encontros síncronos foram realizados no *Google Meet*, possibilitando sua gravação para posterior transcrição.

Para esse texto, a análise feita foi a partir de uma das tarefas da quarta AEA (apresentada a seguir nos resultados), referente ao quinto encontro síncrono de um PG, ou seja, à 3ª etapa do labor conjunto remoto. O PG analisado era formado por três professoras e um formador. No dia do encontro que iremos analisar, uma das professoras não compareceu, nesse caso nossas análises se deram com a interação de duas professoras, Ana e Maria (nomes fictícios) e o formador.

Utilizou-se como metodologia de análise a multissemiótica, que centra a atenção nas relações, na dialética e na dinâmica entre o enunciado, os gestos, o ritmo, a atividade perceptual, a postura corporal, o uso de signos e de artefatos (Radford & Sabena, 2015).

Nesse sentido, após a transcrição dos vídeos, foram identificados os episódios relevantes e os meios semióticos de objetivação dos sujeitos, a partir da perspectiva analítica de Piccinini



e Martins (2004), que consideram três modos semióticos: o modo verbal - fala e textos escritos; o modo gestual/ação - constituído por movimentos do corpo, mímicas ou gestos, manipulação de artefatos, etc.; o modo visual - formado por imagens impressas, estáticas ou em movimentos.

## 5 Resultados

Os resultados deste estudo advêm das análises realizadas nas interações das professoras e do formador, ao refletirem sobre uma tarefa de generalização de padrões planejada para estudantes do 4º ano dos anos iniciais do ensino fundamental, durante o quinto encontro de um pequeno grupo.

A tarefa proposta busca identificar as regularidades e padrões em uma sequência numérica composta por múltiplos de um número natural. Na tarefa é solicitado termos seguintes, termos distantes e uma maneira de encontrar qualquer termo da sequência (fórmula geral). A apresentação da sequência foi no formato figural representada por bolinhas vermelhas. A figura a seguir representa a tarefa que as professoras em formação receberam no material de apoio.

**Figura 4** - Tarefa para estudantes do 4º ano

**TAREFA 1:** Observe a sequência de bolinhas a seguir:



1ª                      2ª                      3ª

1. Observando a quantidade de bolinhas em cada posição responda:

a) Quantas bolinhas terá na 5ª posição? \_\_\_\_\_

b) Quantas bolinhas terá na 6ª posição? \_\_\_\_\_

c) Quantas bolinhas terá na 20ª posição? \_\_\_\_\_

d) Quantas bolinhas terá na 55ª posição? \_\_\_\_\_

e) Escreva uma mensagem para um colega explicando como encontrar o número de bolinhas da posição 200.

f) Como fazer para encontrar o número de bolinhas de qualquer posição?

**Fonte:** acervo da formação

Nas primeiras falas das professoras, ao tentarem responder a letra “a” da Tarefa 1, Ana indica que a quantidade de bolinhas da quinta posição seria dez. Questionada pelo formador porque seriam dez bolinhas, ela explica que é a posição vezes dois, como podemos observar no extrato a seguir.

### Encontro 5

**Momento: 46:28 Ana:** Seriam dez na quinta posição.

**Momento: 46:32 Formador:** É, na quinta posição seriam dez, porque?

**Momento: 46:36 Ana:** Porque no caso sempre mais dois mais dois ou então esse aqui



(apontando para a 5ª posição) vezes 2, ou o início vezes dois, não, vezes 5, seria a quinta posição, 2 vezes 5. Eu estou enrolando as coisas aqui? Olha aí. Eu tô... Tá certo? Eu tô enrolando as coisas aqui?

**Momento 47:25 Formador:** Não, não tá enrolando, não, tá certo. Você conseguiu perceber a razão. E outra: no início, você tava tipo adicionando de dois em dois. Agora você já conseguiu generalizar (...) Você tinha apresentado dessa forma aqui, você tinha... deixa eu... era bom montar a tabela.

Para chegar às suas conclusões e explicá-las ao grupo, a professora Ana se vale de alguns meios semióticos, como a fala e o gesto de apontar para a 5ª posição. Nesse momento, a professora Ana buscou os meios semióticos diversos para pensar sobre como encontrar a quantidade de bolinhas para a 5ª posição e, no extrato de fala, é possível perceber que ela não encontra a resposta se valendo da estratégia de somar duas bolinhas ao termo anterior; ela já indica a possibilidade, ou uma maneira de encontrar a quantidade de bolinhas de qualquer posição, ou seja, a "posição vezes dois", quando ela fala "esse aqui (apontando para a 5ª posição) vezes 2" ou "seria a quinta posição, 2 vezes 5". Apesar de estar pensando com quantidades conhecidas, particulares, a forma de pensar já indica uma certa generalização, o que corrobora com resultados de pesquisas anteriores, como as de Radford (2021b), Rojas e Vergel (2018), que indicam que é possível iniciar uma generalização mesmo se trabalhando com números particulares.

O fato da discussão no pequeno grupo já iniciar a partir da relação estabelecida pela professora Ana entre a posição e o número de bolinhas, mesmo para encontrar o próximo termo, pode ter acontecido por influência dos encontros anteriores da formação. Isso porque, dentre as reflexões realizadas anteriormente na formação, um encontro se dedicou a discutir a definição de pensamento algébrico e outro encontro teve por tema as classificações e definições de sequências recursivas e repetitivas. Nesses momentos, uma das considerações realizadas foi a importância de levar os estudantes a estabelecer, em uma sequência recursiva, a relação entre posição e quantidade. Além disso, no encontro anterior ao que estamos analisando aqui, as professoras se dedicaram a estudar algumas sequências, porém dedicadas a estudantes do 1º ao 3º ano dos anos iniciais do ensino fundamental. Portanto, consideramos que a formação proposta contribuiu, de certa forma, para um olhar diferenciado das professoras em relação ao objeto matemático sequência. E isso é esperado em qualquer formação continuada de professores: possibilitar um olhar mais refinado sobre os saberes matemáticos (Santos & Moretti, 2022; Oliveira, 2022; Oliveira *et al.*, 2023; Almeida & Martins, 2022; Romeiro & Moretti, 2021; Silva, 2024).

Outro fato que nos chama a atenção é a participação do formador na discussão. Nas falas, podemos perceber que ele assume um papel de destaque, trabalhando junto com as professoras, para que elas possam perceber as características da sequência. Essa forma de trabalhar se aproxima ao que é proposto na Teoria da Objetivação, em que professores e estudantes, no caso da formação, formador e professoras, laboram juntos, em busca da produção de uma obra comum (Radford, 2021a; Almeida & Martins, 2022).

Na busca por uma fórmula geral para encontrar a quantidade de bolinhas em qualquer posição, o formador retoma a discussão perguntando como deveria ser a multiplicação, como podemos observar no extrato a seguir.

#### Encontro 5

**Momento 50:25 Formador:** E o 1 que você está multiplicando você está tomando de onde? O 5, você está tomando de onde? Qual a referência?



**Momento 50:55 Professora Ana:** (risos) Não, eu tô olhando o resultado. Assim... veio na mente, aí eu...

**Momento 51:40 Formador:** Não, mas aqui, olhando para a figura, vamos voltar para a figura. Para tentar chegar. Você, por exemplo, na quinta posição.

**Momento 52:20 Professora Ana:** É a posição? Seria a posição?

**Momento 52:45 Formador:** Isso, a posição. O 2 é a razão e aqui você levou em consideração o quê? A posição.

**Momento 53:00 Professora Ana:** Tem que fazer bem a leitura do problema e compreender a palavra ali.

**Momento 53:31 Formador:** Isso. E por exemplo, se a gente tem, quer descobrir qualquer... A figura, tipo, a quantidade de bolinhas em qualquer posição, numa posição N, eu preciso fazer o quê? Neste aqui, você falou o seguinte, eu multiplico duas vezes o quê?

**Momento 54:20 Professora Ana:** Duas vezes a posição. No caso, quando eu coloquei lá, logo no início, duas vezes cinquenta e cinco. A posição cinquenta e cinco, então seria cento e dez.

**Momento 55:00 Formador:** Ah, é isso. Teria cento e dez bolinhas na posição cinquenta e cinco. Duas vezes cinquenta e cinco.

No diálogo entre o formador e a professora Ana, é possível perceber que o trabalho coletivo possibilitou à professora se encontrar com uma forma de pensar sobre o termo geral da sequência. Ao final da discussão, ela indica, de certa forma, que para encontrar a quantidade de bolinhas em qualquer posição bastava fazer "duas vezes a posição". E exemplifica essa maneira de calcular com a quantidade de bolinhas da 55ª posição, quando relata "duas vezes cinquenta e cinco, a posição cinquenta e cinco, então seria cento e dez". Nesse momento da discussão emerge, de forma dedutiva, a fórmula geral para encontrar qualquer termo da sequência, caracterizando o elemento primordial do pensamento algébrico, a analiticidade (Radford, 2021b; Gomes & Noronha, 2020).

Apesar de ser uma fala individual da professora Ana, defendemos, a partir da perspectiva de formação que adotamos, que a sua conclusão se deu não de forma individual, como um mérito pessoal, mas fruto de um esforço coletivo. A professora Maria, mesmo estando, em muitos momentos, silenciosa, sem expressar verbalmente suas ideias, está pensando junto, indicando a concordância com o movimento da cabeça. Outras vezes, assumindo o protagonismo da fala. Além da participação das professoras, as indagações do formador são fundamentais para emergir à forma de pensar sobre sequência. Sem sua participação, dificilmente as conclusões das professoras seriam iguais às que apareceram na atividade. Essa forma de trabalho, em que o pensar sobre a sequência emerge, é um trabalho coletivo, compartilhado, em que os sujeitos gastam energia juntos, na busca de uma solução para os problemas (Radford, 2017; 2020; 2021a; Almeida & Martins, 2022).

As reflexões das professoras vão além do que é solicitado na tarefa proposta, revelando que a formação possibilitou aos participantes pensar de forma crítica, criativa e ativa (Santos & Moretti, 2022; Oliveira, 2022; Oliveira *et al.*, 2023). A professora Maria questiona ao formador sobre o que fazer se o problema indicasse a quantidade de bolinhas de uma certa posição e perguntasse qual seria essa posição, como podemos observar no extrato a seguir.

#### Encontro 5

**Momento: 55:22 Maria:** Formador PG, e se a pergunta fosse ao inverso. E se em vez de saber a quantidade de bolinhas, procurasse saber a posição, qual era a posição? Se fosse 140 bolinhas, estaria em que posição? A gente usaria a divisão? Seria uma forma de trabalhar operações inversas. Era uma pergunta que eu não tinha muita certeza,



queria saber de você.

**Momento: 55:50 Formador PG:** É exatamente isso. E dividiria por quanto? A gente tá fazendo a operação inversa, se a razão é dois?

**Momento: 55:55 Maria::** Pela posição, eita! Pela razão.

Percebemos, no diálogo travado entre a professora Maria e o formador, uma curiosidade em relação a outras situações envolvendo a sequência, que seria a busca pela posição ao ser dada a quantidade de bolinhas. Essa forma de refletir sobre a sequência possibilita uma compreensão maior de suas características, fato fundamental para emergir as características do pensamento algébrico (Radford, 2021b).

A partir da reflexão da professora Maria, identificamos a preocupação dela não apenas em responder a tarefa, mas também em como ensinar esse tipo de situação para os estudantes. Para ela, é fundamental trazer indagações para a sala de aula antes de introduzir a questão do que ela chama de "operação inversa", ou seja, usar a divisão da quantidade de bolinhas pelo que ela e o formador chama de "razão" para encontrar a posição. Podemos observar essa preocupação no extrato de fala a seguir.

#### Encontro 5

**Momento: 56:43 Maria:** Iria fazer, antes de fazer uma inversão dessa, eu, como professora, eu iria fazer várias perguntas como essa daí do primeiro para eles entenderem bem, entenderem bem, entendeu? Para depois fazer o contrário. Porque é muito complicado para as crianças entender que essa é a operação inversa. Que a multiplicação é inversa da divisão, é muito complicado.

A fala da professora Maria nesse momento revela uma preocupação com os estudantes. Parece-nos um sentimento de empatia, de se colocar no lugar do outro. Apesar de não ser o foco nesse texto, durante a formação que gerou esse artigo foi verificadas dificuldades das professoras e professores participantes em relação à generalização da fórmula geral de uma sequência, como podemos observar nos trabalhos de Oliveira (2022) e Oliveira *et al.* (2023), que buscaram identificar a emergência do pensamento algébrico durante a vivência da AEA sobre sequências relacionadas aos 1º, 2º e 3º anos do ensino fundamental. Nesses trabalhos, foi verificado que as professoras participantes do PG analisado demandaram um esforço grande para pensar sobre termos distantes das sequências propostas.

Apesar de a professora Maria relatar, de forma mais ou menos tranquila, uma fórmula geral de identificar a posição quando se sabe a quantidade de bolinhas (quantidade de bolinhas dividido pela "razão"), ela reconhece que isso não é uma conclusão simples. Ela sabe que não se chega a essa conclusão de forma imediata; demanda muito esforço. Para que ela chegasse a essa conclusão foi demandado um esforço que não se restringiu exclusivamente ao trabalho realizado no encontro do PG analisado nesse texto. O PG vem refletindo sobre formas de pensar sobre sequências desde o segundo encontro da formação. Isso corrobora com as proposições da TO (Radford, 2017, 2021a) - que indicam que a aprendizagem é um esforço coletivo, um processo que demanda tempo e gasto de energia, e sobre as pesquisas sobre pensamento algébrico (Radford, 2021b; Gomes & Noronha; 2020; Oliveira, 2022; Oliveira *et al.* 2023) - que indicam que pensar uma fórmula geral sobre sequência não é uma tarefa simples.

Para concluir, percebemos em nossas análises duas fórmulas gerais de pensar sobre a sequência. Enquanto nos diálogos da professora Ana com o formador emergiu a fórmula geral para encontrar a quantidade de bolinhas em qualquer termo da sequência, quando ela indica que é "dois vezes a posição", ou seja,  $2N$ , em que  $N$  representa a posição e  $2N$  a quantidade de bolinhas dessa posição, nos diálogos da professora Maria emergiu a fórmula geral para encontrar a posição, ou o termo, quando se dá a quantidade de bolinhas. Isso é possível perceber



quando a professora Maria indica, depois de ser questionada pelo formador, que "dividiria pela 'razão'".

Para chegar a essas conclusões, as professoras Ana e Maria não se valem de tentativas, mas do que Radford (2021b) nomeia de "ideias verdadeiramente algébricas: operar dedutivamente sobre a incógnita. Para operar sobre a incógnita, ou sobre grandezas indeterminadas em geral (por exemplo, variáveis ou parâmetros), é preciso pensar analiticamente" (Radford, 2021b, p. 176). E, pensar de forma analítica é, segundo Radford (2021b), o que diferencia o pensamento aritmético do pensamento algébrico. Nesse sentido, nossos resultados indicam que a partir do trabalho coletivo, do esforço das professoras Ana e Maria e do formador, na busca de solucionar os problemas propostos na AEA, emergiram formas de pensar algebricamente sobre a sequência de bolinhas proposta.

## 6 Considerações

Nesse artigo buscamos identificar elementos do pensamento algébrico que emergem em uma atividade com professoras ao analisarem problemas de generalização de padrões em um encontro formativo proposto a partir dos pressupostos da Teoria da Objetivação.

Durante o trabalho coletivo, as professoras Ana e Maria, junto com o formador, refletiram sobre formas de encontrar os termos de uma sequência, assim como a fórmula geral para encontrar qualquer termo dessa sequência. Esse esforço coletivo possibilitou emergir a principal característica do pensamento algébrico, a analiticidade (Radford, 2021b).

Porém, isso só aconteceu por conta do esforço das professoras e do formador. Eles trabalharam a partir de uma perspectiva coletiva, na busca de uma solução, de uma produção da obra comum, ideia que é defendida na Teoria da Objetivação e que foi fundamental à formação aqui apresentada.

Nesse sentido, defendemos que a proposta de formação locus dessa pesquisa, inspirada na ideia de labor conjunto remoto (Almeida & Martins, 2022), fundamentado na Teoria da Objetivação (Radford, 2017; 2020; 2021a), possibilitou a sensibilização das professoras para trabalharem de forma coletiva. Essa forma de trabalho tem por objetivo formar sujeitos, no caso professoras, éticos, para que se tornem presença no mundo, em uma produção não alienante. "A produção não alienante baseia - se, como vemos, em um processo de trabalho que não é apenas um gasto de energia, mas, ao mesmo tempo, *uma relação profunda com o outro*: o eu e o outro se *afirmam* duplamente em sua produção" (Radford, 2021a, p. 281. Itálico no original).

Por fim, destacamos que pesquisas e/ou propostas de formação continuadas de professores que ensinam matemática inspiradas nos pressupostos da Teoria da Objetivação eram, até pouco tempo, inexistentes (Moretti & Radford, 2021). Porém, resultados de pesquisas desenvolvidas no grupo Al Jabr em História, Epistemologia e Didática da Álgebra, apontam para a potencialidade dos pressupostos teóricos e metodológicos da TO para a pesquisa em (e a) formação continuada de professores que ensinam matemática tendo como foco o ensino de álgebra nos anos iniciais do ensino fundamental (Oliveira, 2022; Oliveira *et al.* 2023; Almeida *et al.* 2022; Almeida & Martins, 2022; Silva, 2024; Almeida *et al.* 2024; Bezerra, 2024). E, apesar de o grupo Al Jabr focar, atualmente, em pesquisas sobre a formação de professores e o ensino de álgebra, defendemos que a TO tem potencialidades para contribuir com as pesquisas em (e a) formação de professores que ensinam matemática de forma geral.

**Agradecimentos:** À Fundação de Amparo à Ciência e Tecnologia do Estado de Pernambuco (FACEPE), por meio do Edital APQ 16/2021



## Referências

- Almeida, J. R. & Câmara, M. (2017). Pensamento algébrico: em busca de uma definição. *Revista Paranaense de Educação Matemática*. Campo Morão-PR. v. 6, n. 10. p. 34-60.
- Almeida, J. R. & Martins, J. (2022). Labor Conjunto Remoto: uma proposta metodológica para formação continuada de professores que ensinam matemática. *Revista Internacional de Pesquisa em Educação Matemática*, São Paulo-SP. v. 12, p. 106-124.
- Almeida, M. S.; Lima, A. C.; Almeida, J. R. & Martins, J. (2022). Pensamento algébrico em tarefas com generalização de padrões: uma análise das compreensões de professores em formação continuada on-line. *Educação Matemática Em Revista*, v. 27 n. 75, p. 31-44.
- Almeida, M. S.; Almeida, J. R.; Martins, J.; Silva, R. L. & Silva, S. F. (2024). Ética comunitária no processo formativo de professores que ensinam matemática: um movimento contínuo e inacabado. *Amazônia: Revista de Educação em Ciências e Matemática*. v. 20. n. 44, p. 170-190.
- Bezerra, F. B. (2024). *Pensamento Algébrico e tarefas com generalização de padrões: um olhar para os recursos multimodais em um encontro formativo remoto com professores dos anos iniciais à luz da Teoria da Objetivação*. Dissertação de Mestrado em Ensino de Ciências. Universidade Federal Rural de Pernambuco. Recife. PE.
- Brasil. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Básica. (1997). *Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática 1º e 2º ciclos do Ensino Fundamental*. Brasília, DF
- Brasil. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Básica. (2017). *Base Nacional Comum Curricular: Educação Infantil e Ensino Fundamental*. Brasília, DF.
- Canavarro, A. P. (2007). O pensamento algébrico na aprendizagem da Matemática nos primeiros anos. *Quadrante*, v. XVI, n. 2. Portugal.
- Ferreira, M. C. N.; Ribeiro, A. J. & Ribeiro, C. M. (2018). Álgebra nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental: investigando a compreensão de professores acerca do Pensamento Algébrico. *Perspectivas Da Educação Matemática*, v. 11, p. 53-73.
- Filloy, E. & Rojano, T. (1989). Solving equations: The transition from arithmetic to algebra. For the Learning of Mathematics, Montreal, v. 9, n. 2, p. 19-25,
- Gomes, L. P. S. (2020). *Introdução à álgebra nos anos iniciais do Ensino Fundamental: uma análise a partir da Teoria da Objetivação*. 180f. Tese de Doutorado em Educação - Centro de Educação, Universidade Federal do Rio Grande do Norte, Natal, RN.
- Gomes, L. P. S. & Noronha, C. A. (2020). Caracterização do pensamento algébrico na perspectiva da Teoria da Objetivação. In: Gobara, S. T. & Radford, L. (Org.). *Teoria da Objetivação: fundamentos e aplicações para o ensino e aprendizagem de Ciências e Matemática*. 1ª ed. São Paulo: Editora Livraria da Física, 2020, v. 1, p. 135-151.
- Kieran, C. (1992). The Learning and Teaching of School Algebra. In. D. Grouws (ed) *Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning*, Nueva York, MacMillan, pp390-419.
- Kieran, C. (2007). Developing algebraic reasoning: The role of sequenced tasks and teacher questions from the primary to the early secondary school levels. *Quadrante*. Vol. XVI, nº 1, Portugal.
- Moretti, V. D. & Radford, L. (2021). Contribuições da Teoria da Objetivação para a análise multimodal de vídeos na pesquisa sobre formação de professores que ensinam matemática.



*In: seminário internacional de pesquisa em educação matemática. Uberlândia(MG).*

- Oliveira, Z. H. R. (2022). *Formação continuada de professores dos anos iniciais do ensino fundamental no contexto remoto: um olhar para processos de objetivação em tarefas de generalização de padrões*. Dissertação de Mestrado em Ensino de Ciências. Universidade Federal Rural de Pernambuco. Recife. PE.
- Oliveira, Z. H. R.; Almeida, J. R. & Martins, J. (2023). Formação Continuada de Professores dos Anos Iniciais do Ensino Fundamental no Contexto Remoto: um olhar para os processos de objetivação em tarefas de generalização de padrões. *Perspectivas da Educação Matemática*. v. 16. n. 44. p. 1-17.
- Oliveira, I. & Câmara, M. (2011). Problemas de estrutura algébrica: uma análise comparativa entre as estratégias utilizadas no Brasil e no Québec. In: *Anais da XIII Conferência Iberoamericana de Educação Matemática*, Recife.
- Piccinini, C. & Martins, I. (2004). Comunicação multimodal na sala de aula de ciências: construindo sentidos com palavras e gestos. *Ensaio Pesquisa em Educação em Ciências*. Belo Horizonte, 6 (1). p. 24-37.
- Radford, L. (2017). Saber y conocimiento desde la perspectiva de la Teoría de la Objetivación. In: B. D'Amore & L. Radford. *Enseñanza y aprendizaje de las matemáticas: problemas semióticos, epistemológicos y prácticos*. (p. 97 - 114) Bogotá, Colômbia: Cooperativa Editorial Magisterio
- Radford, L. (2020). Un recorrido a través de la Teoría de la Objetivación. In: S. T. Gobara & L. Radford (Org.), *Teoria da objetivação: fundamentos e aplicações para o ensino e aprendizagem de ciências e matemática*. São Paulo, Livraria da Física. p. 15-42.
- Radford, L. (2021a). Teoria da Objetivação: uma perspectiva vygotskiana sobre conhecer e vir a ser no ensino e aprendizagem da matemática . Trad. B. M. Morey & S. T. Gobara. Livraria da Física.
- Radford, L. (2021b). O Ensino-Aprendizagem da Álgebra na Teoria da Objetivação. In: Moretti, V. D. & Radford, L. (Eds.) *Pensamento algébrico nos anos iniciais: Diálogos e complementaridades entre a Teoria da Objetivação e a teoria histórico-cultural*. São Paulo: Livraria da Física. p. 171-195.
- Radford, L. & Sabena, C. (2015). The Question of Method in a Vygotskian Semiotic Approach. In Bikner-Ahsbals, A., Knipping, C., & Presmeg, N. (Eds.), *Approaches to Qualitative Research in Mathematics Education*. New York: Springer. p. 157-182.
- Rojas, P. J. & Vergel, R. (2018). *Álgebra escolar y pensamiento algebraico: aportes para el trabajo en el aula*. 1. ed. Bogotá: Editorial UD. Colômbia.
- Romeiro, I. O. & Moretti, V. D. (2021). Desenvolvimento do Pensamento Algébrico na Formação de Professores dos Anos Iniciais: Contribuições da Teoria da Objetivação. In: *Pensamento algébrico nos anos iniciais: Diálogos e complementaridades entre a Teoria da Objetivação e a teoria histórico-cultural*. São Paulo: Livraria da Física. p. 105-129.
- Santos, F. C. F. & Moretti, V. D. (2022). Prácticas de formación para profesores desde los primeros años convertidas al desarrollo del pensamiento algebraico. *Paradigma*, v. 43, n. 1, p. 92-116.
- Silva, S. F. (2024). *Pensamento algébrico, relações de igualdade e simplificação de equações em um processo formativo com professoras dos anos iniciais à luz da Teoria da*



*Objetivação.* Dissertação de Mestrado em Ensino de Ciências. Universidade Federal Rural de Pernambuco. Recife. PE.

Silva, D. P. & Savioli, A. M. P. D. (2012). Caracterizações do pensamento algébrico em tarefas realizadas por estudantes do Ensino Fundamental I. *Revista Eletrônica de Educação*. São Carlos, SP. UFSCar, v. 6, n° 1.

Vale, I. & Pimentel, T. (2011). Padrões em Matemática: uma proposta didática no âmbito do novo programa para o ensino básico. Textos Editores, Lisboa, Portugal.