



Condicionantes precedentes à construção de modelos matemáticos: uma análise no contexto educacional

Preceding Conditions for the Construction of Mathematical Models: An Analysis in the Educational Context

Luana Henriksen¹
Isabel Koltermann Battisti²
Cátia Maria Nehring³

Resumo: O objetivo deste artigo é realizar uma análise dos condicionantes que precedem à construção do modelo matemático e o seu processo. Para isso, utilizamos dados de uma pesquisa de doutoramento, realizada com licenciandos de Matemática. Os referenciais teóricos utilizam Burak e Aragão (2012) e Biembengut (2016). A análise foi realizada por meio da Análise Textual Discursiva (ATD) de Moraes e Galiuzzi (2016). Identificou-se dois condicionantes precedentes à construção do modelo: a apropriação do contexto do tema e a compreensão dos dados do contexto. A apropriação do contexto é crucial para a formulação correta do problema, enquanto a compreensão dos dados, realizada de forma colaborativa, reflexões contínuas, entendimentos de questões sociais e ajustes no modelo, permite evidenciar a Modelagem Matemática como metodologia de ensino, mobilizando fatores sociais ao aprendizado, tornando-o mais relevante e contextualizado.

Palavras-chave: Modelagem Matemática. Educação Matemática. Licenciatura em Matemática.

Abstract: The objective of this article is to carry out an analysis of the conditions that precede the construction of the mathematical model and its process. To do this, we used data from a doctoral research carried out with Mathematics graduates. The theoretical references use Burak and Aragão (2012) and Biembengut (2016). The analysis was carried out using Discursive Textual Analysis (DTA) by Moraes and Galiuzzi (2016). Two antecedent conditions to the construction of the model were identified: appropriation of the context of the topic and understanding the context data. The appropriation of the context is crucial for the correct formulation of the problem, while the understanding of the data, carried out collaboratively, continuous reflections, understanding of social issues and configurations in the model, makes it possible to highlight Mathematical Modeling as a teaching methodology, mobilizing social factors at the same time. learning, making it more relevant and contextualized.

Keywords: Mathematical Modeling. Mathematics Education. Degree in Mathematics.

1 Considerações iniciais

A Modelagem Matemática, presente no cenário educacional brasileiro há algumas décadas, vem ganhando crescente reconhecimento nos últimos anos. Esse impulso se deve ao avanço de pesquisas na área, que a reconhecem não apenas como um método científico, mas também como uma metodologia ou estratégia de ensino e de aprendizagem.

¹ Universidade Regional do Noroeste do Estado do Rio Grande do Sul • Santa Rosa, RS — Brasil •

✉luanabehnenh@gmail.com • **ORCID** <https://orcid.org/0000-0003-0522-5666>

² Universidade Regional do Noroeste do Estado do Rio Grande do Sul • Ijuí, RS — Brasil • ✉ isabel.battisti@unijui.edu.br • **ORCID** <http://orcid.org/0000-0002-0939-3483>

³ Universidade Regional do Noroeste do Estado do Rio Grande do Sul • Ijuí, RS — Brasil • ✉ catia@unijui.edu.br • **ORCID** <https://orcid.org/0000-0001-5372-4107>



Como método científico, a Modelagem é utilizada por pesquisadores para resolver problemas complexos da realidade, modelando sistemas reais e prevendo comportamentos futuros, o que permite explorar diferentes cenários que levam a possíveis soluções. Esse método tem se expandido para diversas áreas, como Física, Biologia, Economia, Engenharias, Medicina, Agronomia, entre outras, demonstrando sua versatilidade e importância no avanço científico e tecnológico.

Quando utilizada como metodologia ou estratégia de ensino, a Modelagem Matemática proporciona aos alunos uma compreensão contextualizada dos conceitos matemáticos. Ela permite que os alunos tenham a necessidade de mobilizar conceitos matemáticos para resolver problemas, gerando sentido e significado de aprender Matemática.

Embora à primeira vista possam parecer dissociáveis, a educação e a pesquisa na Modelagem Matemática se entrelaçam em um ambiente dinâmico e colaborativo, que leva o aluno não só a aprender conceitos matemáticos, mas também a realizar pesquisas; lidar com dados reais; entender temáticas diversas; estimular o pensamento crítico; e aguçar a criatividade. A Modelagem Matemática na educação fortalece tanto a formação acadêmica dos alunos quanto suas habilidades como pesquisadores.

Logo, é possível constatar a relevância de pesquisas que utilizam a Modelagem na Educação Básica e no Ensino Superior, bem como na Formação Continuada de professores de Matemática, uma vez que ela promove a necessidade de contextualização e, conseqüentemente, a interdisciplinaridade com outras áreas do conhecimento. Além disso, a Modelagem Matemática está prevista e amparada na Base Nacional Comum Curricular (BNCC). A BNCC entende a Modelagem como uma forma privilegiada da atividade matemática, sendo considerada também como “objeto e estratégia para a aprendizagem ao longo de todo o Ensino Fundamental” (Brasil, 2018, p. 266). O documento prevê ainda que, no Ensino Médio, os alunos desenvolvam “habilidades relativas à construção de modelos” (Brasil, 2018, p. 529).

No escopo de pesquisas em Educação Matemática, ancoradas em documentos oficiais, percebe-se uma crescente atenção também às etapas da Modelagem, com discussões relevantes sobre cada uma delas. Entre elas, destacamos uma investigação voltada para as etapas que antecedem a elaboração e criação de modelos matemáticos (Jolandek & Kato, 2021). Nesse contexto, a presente pesquisa busca compreender o processo de Modelagem Matemática como metodologia de ensino e aprendizagem, com acadêmicos de um curso de Licenciatura em Matemática. Para esta produção, optamos por analisar especificamente as condicionantes que precedem à construção do modelo matemático, formulando a seguinte questão: quais são as condicionantes que permeiam as etapas precedentes à construção do modelo e o processo de sua construção?

2 Modelagem Matemática no contexto da Educação Matemática

No que tange à construção do modelo matemático no contexto do ensino e aprendizagem de Matemática, é fundamental compreender que existem fases ou etapas que precedem essa construção. Além disso, observa-se diferentes entendimentos sobre essas fases/etapas entre os pesquisadores da área. A seguir, serão analisados os entendimentos e etapas da Modelagem, conforme apresentados por Burak e Aragão (2012) e Biembengut (2016). Posteriormente, são apresentadas algumas pesquisas atuais decorrentes de seminários e também de periódicos científicos que discutem Modelagem Matemática e as etapas que antecedem a construção de modelos. Ressalta-se que esta análise não tem a intenção de esgotar a discussão nem de desconsiderar outros renomados pesquisadores da área.



Burak e Aragão (2012) compreendem a Modelagem como uma metodologia para o ensino de Matemática, sendo um conjunto de “procedimentos cujo objetivo é construir um paralelo para tentar explicar, matematicamente, os fenômenos presentes no cotidiano do ser humano, ajudando-o a fazer predições e tomar decisões” (Burak & Aragão, 2012, p. 88).

No entendimento desses autores, existem etapas que podem favorecer os encaminhamentos das atividades de Modelagem em sala de aula. Essas etapas são: a escolha de um tema; pesquisa exploratória; levantamento dos problemas; resolução dos problemas e desenvolvimento dos conteúdos no contexto do tema e a análise crítica das soluções. Os autores destacam que essas etapas podem ser articuladas e revistas conforme a necessidade.

Como essa pesquisa tem o intuito de discutir as etapas que precedem à construção do modelo, daremos ênfase a esses precedentes. No caso de Burak e Aragão (2012), as etapas precedentes são: a escolha do tema; a pesquisa exploratória; o levantamento dos problemas e parte da resolução dos problemas e desenvolvimento dos conteúdos no contexto do problema.

Para Burak e Aragão (2012, p. 89), é fundamental que a escolha do tema derive do interesse dos alunos, cabendo ao professor o papel de intermediador nesse processo. Definido o tema, é necessário a realização de uma pesquisa exploratória desse tema, uma vez que ele surge geralmente de uma curiosidade ou até mesmo do desejo desse aluno de se aprofundar.

Posteriormente, é feito o levantamento do problema. Em determinados casos, a pesquisa pode partir de um problema, o que também é aceito. Por isso, as etapas no entendimento desses autores não são necessariamente lineares, o que permite a troca de ordem. Ao elaborar um problema de pesquisa, o aluno que parte do tema e da pesquisa exploratória precisa ter capacidade de articular os dados e formular problemas originados da situação pesquisada. Perguntas que não apresentem respostas imediatas ou prontamente disponíveis na internet.

Elaborado o problema, o aluno deve resolvê-lo por meio do ferramental que a Matemática pode oferecer. Os autores entendem que:

[...] o modelo pode ser entendido como uma representação e, dessa forma, contempla e engloba, além dos modelos matemáticos, outros como: uma lista de supermercado, a planta baixa de uma casa, entre outros. Destacamos, ainda, que na maioria das situações não se constituam em modelos primitivos, contudo, permitem a tomada de decisão. Os modelos são construídos quando deseja-se expressar uma situação que enseja novos elementos ou alguma situação para a qual não se tem ou não se conhece uma expressão matemática. Muitas vezes, nesse nível de ensino, um modelo simples que reproduza as características gerais do fenômeno estudado, mesmo com uma matemática elementar, é suficiente e ainda deve-se levar em consideração o ferramental matemático disponível nesse período de escolarização do Ensino Fundamental e Médio (Burak & Aragão, 2012, p. 97).

Portanto, não se tem uma forma única e padrão para a construção de um modelo na perspectiva de Burak e Aragão, podendo ser esse passível de ser construído e representado de diferentes maneiras, em função das particularidades do contexto e dos objetivos específicos próprios e característicos do problema de pesquisa. Essa flexibilização do modelo permite uma adaptação de todos os pontos que serão elencados, denominados geralmente de *variáveis*, que levam a uma utilização interessante e facilitadora da modelagem.

Para Biembengut (2016), a Modelagem Matemática, por perfazer o caminho da pesquisa e as pessoas se utilizarem de modelos para diversas funções, tem sido defendida no âmbito da Matemática, mais precisamente como método de ensino de Matemática em



qualquer fase da escolaridade. A autora denomina esse método como Modelagem na Educação - Modelação:

A modelação - Modelagem na Educação é um método em que se utiliza a essência do processo de modelagem no ensino e aprendizagem da Educação formal. Orienta-se pelo ensino do conteúdo do programa curricular da disciplina (e não curricular) a partir de um tema/assunto e, paralelamente, pela orientação dos estudantes à pesquisa sobre algo que possa interessar (Biembengut, 2016, p. 176-177).

Para distinguir as fases da modelagem convencional, Biembengut (2016, p. 191) denominou-as como etapas, para modelação, sendo: “percepção e apreensão; compreensão e explicitação; e significação e expressão”. Essa terceira etapa, significação e expressão, não será aprofundada, pois visa avaliar a validade do modelo, etapa essa que não é analisada nesta produção, mas é focada na pesquisa de doutorado.

A primeira etapa consiste na estimulação da percepção e a apreensão dos alunos sobre um tema ou assunto do seu dia a dia que possa lhe interessar. Para que isso seja possível, Biembengut dividiu essa etapa em quatro momentos (subetapas): “explicar sobre o tema/assunto, levantar questões e/ou sugestões, selecionar questões que favoreçam desenvolver o conteúdo curricular e levantar ou apresentar dados sobre o tema/assunto” (Biembengut, 2016, p. 193).

A segunda etapa proposta pela autora, denominada *compreensão e explicitação*, constitui a relação entre percepção e conhecimento. Nessa etapa, o aluno começa a identificar alguns elementos do tema de maneira qualitativa ou quantitativa, permitindo familiarizar-se com aspectos anteriormente desconhecidos, conforme Biembengut (2016). Além disso, busca-se também explicitar os conceitos matemáticos a serem abordados por meio de questionamentos, escrita ou analogias.

Essa segunda etapa apresenta as seguintes subetapas: levantar hipóteses ou pressupostos; expressar os dados; desenvolver o conteúdo; exemplificar e formular a questão; dispor de um modelo. Nesse contexto, entendemos que a apropriação do contexto do tema pelo aluno é fundamental, pois permite um conhecimento mais profundo, atribuindo-lhe sentido e significado. Ao familiarizar-se com aspectos qualitativos e quantitativos, o aluno pode desenvolver uma compreensão mais robusta e contextualizada dos conceitos matemáticos, facilitando a elaboração do problema e conseqüentemente a construção de um modelo matemático eficaz e relevante.

Logo, pode-se perceber que tanto Burak e Aragão quanto Biembengut propõem etapas para utilizar a Modelagem Matemática como metodologia ou método de ensino. A principal diferença entre eles reside nas concepções distintas sobre o que é a Modelagem. Independentemente das concepções, ambos os autores compartilham um objetivo central: promover o ensino e a aprendizagem da Matemática por meio da Modelagem. Essa metodologia possibilita que os alunos explorem, compreendam e aprendam os conceitos matemáticos a partir da realidade que os cerca, facilitando uma conexão mais profunda com o conteúdo e o desenvolvimento de habilidades críticas sobre questões do mundo.

Ao serem analisadas pesquisas científicas que vêm sendo publicadas nos últimos anos em periódicos e em seminários, constata-se uma significativa produção acadêmica voltada para a Modelagem no âmbito da Educação Matemática. Essas pesquisas abrangem diversos enfoques de discussão, incluindo a análise de diferentes públicos-alvo, a exploração de conceitos matemáticos específicos e a discussão de distintas etapas do processo de



Modelagem. A variedade desses estudos destaca a abrangência da Modelagem Matemática e a necessidade contínua de aprofundar o debate sobre suas múltiplas dimensões e aplicações.

A pesquisa de Almeida, Silva e Brito (2022), por exemplo, teve como participantes alunos do Ensino Fundamental e acadêmicos de um curso de Licenciatura em Matemática. O objetivo foi analisar como a Modelagem Matemática e a Semiótica podem ser empregadas na Educação Matemática, promovendo a aprendizagem de conceitos matemáticos por meio da investigação de situações práticas. Os autores apontam para a caracterização de uma interface didático-semiótica entre a Modelagem Matemática e a Semiótica, destacando que a aprendizagem de conceitos matemáticos ocorre por meio da interação com signos e representações diversificadas.

Já Aymerich e Albarracín (2022), envolveram alunos do último ano da educação obrigatória na Espanha, equivalentes ao 3º ano do Ensino Médio no Brasil. O objetivo foi promover a aprendizagem de conhecimentos estatísticos utilizando a Modelagem Matemática para lidar com grandes conjuntos de dados e promover a construção de conceitos estatísticos, especialmente relacionados à variabilidade. Os resultados indicam que certas decisões no desenho do problema, como a inclusão de uma grande quantidade de dados ou a ambiguidade em conceitos sociais, como justiça e equidade nos impostos, são fundamentais para o desenvolvimento de modelos matemáticos. As conclusões desse estudo têm implicações não apenas para o *design* de tarefas estatísticas, mas também para o entendimento do papel da Modelagem Matemática na aprendizagem de conceitos estatísticos.

Na pesquisa de Jolandek e Kato (2021), o trabalho tinha como objetivo investigar como os licenciandos de Matemática percebem o favorecimento do Letramento Matemático e suas competências por meio da Modelagem Matemática. Para tal, foi desenvolvido um curso de formação focado na Modelagem no contexto da Educação Matemática, analisando dois momentos: o primeiro, no qual os estudantes atuaram como alunos em uma atividade previamente orientada, e o segundo, no qual participaram como docentes ao elaborar suas próprias atividades de Modelagem. As autoras concluíram que a percepção dos licenciandos sobre o Letramento Matemático muda conforme a posição que ocupam durante as atividades de Modelagem, o que destaca sua importância na formação inicial destes.

Em Borssoi, Silva e Ferruzzi (2021), as autoras analisaram a implementação da Modelagem Matemática no ensino de Cálculo Diferencial e Integral em um contexto remoto, focando na articulação com a Educação *Science, Technology, Engineering and Mathematics* (STEM). Foi desenvolvida por educadoras e pesquisadoras da Universidade Tecnológica Federal do Paraná, em colaboração com alunos de diferentes cursos de Engenharia. Os principais resultados indicaram que os alunos conseguiram integrar e aplicar conhecimentos das áreas de Ciência, Tecnologia, Engenharia e Matemática ao desenvolver atividades de modelagem, utilizando tecnologias digitais para simulações e comunicação de resultados.

Diante das referências teóricas apresentadas, surgem questionamentos sobre as condicionantes que permeiam entre as etapas precedentes à construção do modelo e o momento efetivo de sua construção. Essas indagações nos conduziram a analisar essas condicionantes, que se apresentaram frente a acadêmicos que se utilizaram da Modelagem Matemática em uma vivência formativa, a qual será explicada e analisada a seguir.

3 Procedimentos metodológicos

Nesta seção, elucidamos os procedimentos metodológicos empregados na elaboração da produção dos dados desta pesquisa, os quais são parte de uma pesquisa de doutorado em andamento da primeira autora deste texto. Esta pesquisa teve projeto previamente aprovado

pelo Comitê de Ética em Pesquisa (CEP) e todos os participantes foram orientados quanto a sua participação, e autorizaram a coleta dos dados por meio do Termo de Consentimento Livre e Esclarecido (TCLE). Quanto à abordagem e tratamento dos dados, ela é classificada como qualitativa, conforme Gil (2002).

Esta pesquisa, a qual faz parte de uma vivência formativa, teve como participantes vinte licenciandos de um curso de Licenciatura em Matemática, em fase de conclusão de curso (8º semestre) de uma instituição federal localizada na região Noroeste do Estado do Rio Grande do Sul. A vivência foi desenvolvida ao longo do 2º semestre de 2022 conjuntamente ao componente curricular de Prática de Ensino de Matemática VIII (PECC VIII). Os dados que subsidiaram nossas análises são oriundos de gravações de áudios capturados nos encontros da vivência que, posteriormente, foram transcritos de forma íntegra, compondo o banco de dados da tese.

Para uma melhor organização e apresentação dos dados, são organizados quadros com diálogos sequenciais dos encontros com os grupos. Os códigos das unidades de significados foram gerados a partir de alguns elementos de organização, por exemplo: US01E4Cat01LKS, US (unidade de sentido), 01 (1ª fala), E4 (encontro 4), Cat 01 (categoria 1), e LKS (a letra L para licenciando, seguido de outras duas letras do nome e sobrenome para distinguir cada licenciando). As interferências da pesquisadora e primeira autora deste trabalho são atribuídas às letras PPLH. As siglas são utilizadas para manter a ética em pesquisa, com sigilo e anonimato das licenciandas e recorrer à fala ocorrida, sem necessidade de repeti-la.

Realizada a transcrição dos áudios, realizou-se a Análise Textual Discursiva (ATD) de Moraes e Galiazzi (2016), a qual é considerada uma metodologia de produção, tratamento e análise de dados que caminha entre análise de conteúdo e análise de discursos, as duas análises mais utilizadas nas pesquisas de cunho qualitativo.

Seguindo os pressupostos metodológicos da ATD, relacionamos ao *corpus* textual as unidades de significado que emergiram dos dados, agrupando em categorias, estas construídas *a priori*, com base no referencial, as quais geraram as proposições. Proposições estas construídas com base no diálogo entre: os dados, o referencial teórico e os entendimentos das autoras, conforme Quadro 1.

Quadro 1: Explicitação do processo de análise

Unidades de Significado	Categorias	Proposições
US01E4Cat01LKS US04E4Cat01LKS US05E4Cat01LTD US06E4Cat01PPLH US09E4Cat01LKS US10E4Cat01LKS US11E4Cat01LTD US13E4Cat01LKS US16E4Cat01LTD US17E4Cat01LKS	Apropriação do contexto	Para a efetiva construção de um modelo matemático se faz condicionante a apropriação do contexto do tema escolhido.
US20E4Cat02LKS US22E4Cat02LKS US26E4Cat02LRS US27E4Cat02LKS US30E4Cat02LTD US31E5Cat02LKS US39E5Cat02LTD	Compreensão dos dados do contexto	Aliados à apropriação do contexto, ocorre o movimento de análise e produção de sentido e significado, considerando os diálogos entre os sujeitos em aprendizagem, os dados coletados de maneira



US40E5Cat02LKS US41E5Cat02LTD US43E5Cat02LTD US44E5Cat02LKS US52E5Cat02LKS US55E5Cat02LTD US56E5Cat02LRS US57E5Cat02LTD		direcionada considerando o problema delimitado.
--	--	---

Fonte: Elaborado pelas autoras (2024).

3.1 Descrição das atividades desenvolvidas

Para compreender os dados e as análises aos quais iremos nos reportar na presente produção, é essencial entender o contexto da vivência. A proposta seguiu as etapas delineadas por Burak e Aragão (2012), visando que os licenciandos vivenciassem todas as fases da Modelagem Matemática. Desenvolvida em conjunto com a PECC VIII, essa vivência exigiu dos licenciandos não apenas a experiência como alunos, mas também a prática em propor essas etapas em sala de aula com estudantes da Educação Básica, posteriormente. Portanto, além de se envolverem na Modelagem como aprendizes, eles precisaram vivenciar o processo como futuros professores. Convém destacar que, no mesmo semestre, esses licenciandos estavam cursando o componente de Modelagem Matemática, focado na produção de conhecimento novo. Assim, eles estavam experienciando a Modelagem sob duas perspectivas: tanto como metodologia de ensino quanto como método científico.

Para dar conta dos objetivos da vivência e da PECC conjuntamente, organizamos a vivência em encontros conforme as etapas propostas por Burak e Aragão (2012): escolha do tema (1º encontro), pesquisa exploratória (2º encontro), levantamento de problemas (3º encontro), resolução de problemas e desenvolvimento do conteúdo no contexto do tema (4º e 5º encontros) e análise crítica das soluções (6º encontro). Último encontro (7º encontro) para que os acadêmicos socializassem suas percepções e experiências a partir da vivência.

Como nesta produção nosso objetivo é discutir a construção do modelo, daremos enfoque aos encontros que priorizaram essa construção (4º e 5º encontros), a resolução de problemas e desenvolvimento do conteúdo no contexto do tema. Em função do espaço para escrita, escolhemos apenas um grupo dentre os sete para análise.

O grupo 4 foi escolhido de forma aleatória. Ele selecionou o tema da rentabilidade de venda de sacas de soja estocados em silos de armazenagem para cerealistas da região e a aplicação do dinheiro da venda em uma caderneta de poupança ou poupança tradicional. O interesse pelo tema partiu de uma das licenciandas que compunha o grupo de três licenciandas, que estava desenvolvendo o Estágio Supervisionado IV em uma escola técnica agrícola, no nível médio, para adentrar mais nesse meio agrícola e compreender a realidade dos seus alunos. Além disso, o grupo optou por vivenciar a atividade da PECC nesta mesma turma em que a acadêmica estava desenvolvendo o estágio.

Em vista desse cenário, as licenciandas buscaram desenvolver um modelo matemático que simulasse a rentabilidade de um produtor ao vender sua soja armazenada em um silo, identificando tanto a melhor cerealista para a venda quanto a melhor forma de investir o dinheiro recebido. Para isso, coletaram dados sobre os preços de venda e as condições de pagamento de três cerealistas da região, e analisaram qual seria a melhor opção de venda e investimento.

4 Resultados e discussão

A seguir, analisaremos os diálogos dos dois encontros referentes à construção e validação do modelo matemático (4º e 5º encontros). A análise inicial evidenciou a preocupação da licencianda LKS em compreender o contexto, já que não possuía familiaridade com ele. Essa compreensão foi crucial para entender a realidade dos alunos em seu estágio e, além disso, essa turma de estágio foi a escolhida pelo grupo para a realização da atividade de Modelagem. As demais componentes do grupo, LTD e LRS, provenientes da zona rural, já possuíam familiaridade com o tema. Nos diálogos do Quadro 2, são descritos os questionamentos de LKS e as explicações fornecidas pela pesquisadora e pelas outras integrantes do grupo, LTD e LRS.

Quadro 2: Diálogo do 4º encontro, entre as licenciandas do Grupo 4 e a pesquisadora

[US01E4Cat01LKS]: *Mas não tem, não tem algo assim. Ah tal dia ele tinha um dinheiro lá e foi e pediu para faturar a soja, porque ele precisava desse dinheiro. Não é assim que funciona? E tipo ele não deixa essa soja lá e vai rendendo esse dinheiro?*

[US02E4Cat01LTD]: *O colono trabalha com soja...*

[US03E4Cat01PPLH]: *Daí você vende no preço do dia.*

[US04E4Cat01LKS]: *Mas esse dinheiro que ele não retira, não fica rendendo lá? Ele não tem a opção de deixar esse dinheiro lá?*

[US05E4Cat01LTD]: *Não, ele deixa a soja. Daí ele pode vender durante o ano e se o preço aumentar, ele tá no lucro...*

[US06E4Cat01PPLH]: *Isso, e pode acontecer dele vender hoje e amanhã subir dois, três reais a saca. E se, por exemplo, ele vender toda a sua produção, é ele que tem que dar jeito de aplicar o dinheiro, a cerealista só paga a produção e passa o dinheiro.*

[US07E4Cat01LRS]: *E depende do valor do dólar e essas coisas né?*

[US08E4Cat01PPLH]: *Isso.*

[US09E4Cat01LKS]: *Então, o que a gente podia pegar, são essas três situações, com três opções de cerealistas...*

Fonte: Dados da Pesquisa (2022).

Observa-se que LKS, ao final desse diálogo, começa a estabelecer associações entre seus conhecimentos prévios e as informações que estão sendo apresentadas. Entende-se que isso capacita a licencianda a desenvolver um raciocínio crítico para buscar dados relevantes que contribuam na formulação da situação-problema, facilitando, assim, a construção de um modelo matemático capaz de respondê-la adequadamente. Um pouco mais adiante, LKS se viu diante de outra dúvida, a qual também é uma condição importante para entender a venda das sacas de soja, conforme Quadro 3:

Quadro 3: Diálogo do 4º encontro, entre as licenciandas do Grupo 4

[US10E4Cat01LKS]: *Tem diferença entre as cerealistas? Gurias, eu não tenho noção.*

[US11E4Cat01LTD]: *Faz e daí tipo assim, por exemplo, se eu chegar na Cerealista A, que tá fazendo mais sucesso agora, eles são uma empresa que vão me pagar no dia, a maioria das vezes,*



porque eles têm para pagar. Mas daí tem um particular, que é a Cerealista B. Ele não vai conseguir me pagar no dia, a quantidade que eu vou querer. Então ele vai jogar, [...] em 30, 60 e 90 dias. Aí as outras eu não sei como funciona.

[US12E4Cat01LRS]: *A cerealista C também. Ela joga para frente.*

[US13E4Cat01LKS]: *Mas o valor é o mesmo?*

[US14E4Cat01LTD]: *Cada uma larga o valor da soja, o valor no Brasil...*

[US15E4Cat01LKS]: *Todo dia larga?*

[US16E4Cat01LTD]: *Isso, só que daí cada cerealista pode aumentar um pouquinho. Posso por um “pilha” para chamar os colonos. Só que se eu colocar esse “pilha”, eu te pago lá na frente também. É bem negociador.*

[US17E4Cat01LKS]: *Entendi.*

Fonte: Dados da Pesquisa (2022)

Os diálogos apresentados no Quadro 3 ressaltam a importância da apropriação do contexto como base para a formulação do problema e, subsequentemente, para a construção de um modelo matemático capaz de solucioná-lo. Neste estudo, a licencianda LKS demonstrou preocupação porque os alunos, com os quais ela realizaria a vivência de Modelagem, já possuíam familiaridade com o contexto, assim como suas colegas de grupo, LTD e LRS, que eram oriundas da zona rural. Dessa forma, era importante que LKS se apropriasse desse âmbito para compreender o contexto, possibilitando participar da vivência e propor a Modelagem Matemática de maneira eficaz.

Burak e Aragão (2012), assim como Biembengut (2016), enfatizam a necessidade de explorar informações e realizar pesquisas sobre o tema escolhido, o que está alinhado com as observações presentes nesses diálogos. Há indícios que é necessário apropriar do contexto, buscar informações, formular conjecturas entre os sujeitos que estão em processo de aprendizagem. A simples coleta de dados, sem a compreensão do que esses dados representam no contexto e considerando o problema delimitado, não é suficiente para garantir um modelo que descreva a situação em estudo.

Em seguida, no Quadro 4, podemos observar o diálogo entre as licenciandas para a organização da coleta de dados. Elas partem das informações trazidas por LKS, de suas atividades de estágio com alunos do ensino médio, da capacidade de armazenagem de soja em um silo.

Quadro 4: Diálogo do 4º encontro entre as licenciandas do Grupo 4

[US18E4Cat02LKS]: *Oh, nós temos 270 toneladas, só que assim eu calculei como 270 kg... não, calma!*

[US19E4Cat02LTD]: *Nós temos que ver quanto dá em sacas... Uma saca tem 60 kg.*

[US20E4Cat02LKS]: *Em um m³ vai 270 kg de soja, foi o que eu achei aqui, mas daí eu tava olhando num livro...*

[US21E4Cat02LRS]: *Quanto tu achou?*



[US22E4Cat02LKS]: *Dá 270 m³, porque num m³ vai 270 kg de soja. Não, deu 351 m³. Que conta que fiz aqui? Eu já nem lembro mais... Ah, aqui oh, aqui diz que 15 m da 287m³ de cereais, daria para usar esses dados. 5 m, 15 m de altura, total, 2 de cilindro e 3 de cone daí.*

[silêncio no grupo]

[US23E4Cat02LKS]: *Uma tonelada são mil quilos né?*

[US24E4Cat02LRS]: *Sim.*

[US25E4Cat02LKS]: *Oh, pera, tem alguma coisa errada...*

[US26E4Cat02LRS]: *O que são esses valores, são reais?*

[US27E4Cat02LKS]: *É que assim, eu vou pedir para eles que eu quero um silo de 15m e que tenha capacidade de armazenar tantas toneladas de soja. Aí eles vão ter que ver como fazer... Fazer uma proporção, dividir em altura do cilindro e a do cone...*

[US28E4Cat02LTD]: *Viu LKS, sexta eu consigo ir ver os preços para ti...*

[US29E4Cat02LKS]: *Tá... pode ser*

[US30E4Cat02LTD]: *Só que a gente tem que ter a quantidade de sacas, sabe, [...] porque eles precisam saber a quantidade para poder falar para nós... porque se é pouco, de repente pagam no dia né...*

Fonte: Dados da Pesquisa (2022).

Esse diálogo é fundamental para a busca dos dados que precisam para o enfrentamento do problema traçado pelo grupo, pois evita a busca excessiva de informações que frequentemente não são utilizadas posteriormente. É importante salientar que esse diálogo e a coleta de dados não estão incluídos na etapa de pesquisa exploratória, mas ocorrem em um momento posterior a essa etapa. Essa interação e organização entre as licenciandas antecede a análise direcionada e exploração dos dados, os quais serão demonstrados a seguir.

No encontro posterior, as licenciandas trouxeram os dados obtidos durante a visita às três cerealistas da região. O Quadro 5 registra a discussão e análise realizadas pelas licenciandas em relação aos dados coletados. E na sequência, elas já buscam rascunhar uma equação, denominando *possibilidade de modelo*.

Quadro 5: Diálogo do 5º encontro entre as licenciandas do Grupo 4

[US31E5Cat02LKS]: *Tá, mas o que vocês acham, vamos pegar as 3 e daí o que vender investe na poupança por seis meses?*

[US32E5Cat02LTD]: *Só que eu tava pensando, olha essa cerealista C, ele tinha que ser cinco meses...*

[US33E5Cat02LKS]: *Ah não, assim oh...*

[US34E5Cat02LTD]: *A partir do dia da venda...*

[US35E5Cat02LKS]: *Isso aí.*



[US36E5Cat02LRS]: *A partir do dia do recebimento...*

[US37E5Cat02LTD]: *Será?*

[US38E5Cat02LKS]: *Mas se ganha um pouquinho menos e um pouco mais no prazo de aplicação...*

[US39E5Cat02LTD]: *Tipo que nem ali, a cerealista A... A aplicação da cerealista C é 5 meses só...*

[US40E5Cat02LKS]: *Esse vai ser aplicado no dia que recebe né ...mas tira o tempo que fica, contando o dia que entregou a soja, daí por exemplo, se ficou 30 dias na Cerealista C, só fica 6... Se pegou o dinheiro no dia, fica 6 meses aplicado...*

[US41E5Cat02LTD]: *Essas 48 horas, nós podíamos colocar a vista. PPLH... olha, isso aqui é a nossa possibilidade de modelo, ele vai ser desenvolvido a partir de uma pergunta do nosso problema né?*

Fonte: Dados da Pesquisa (2022).

No diálogo do Quadro 5, há indícios de um movimento de análise e produção de sentido sobre os dados coletados nas cerealistas. A partir disso, tentam definir qual a melhor escolha de venda das sacas de soja, considerando as possibilidades de pagamento das cerealistas e a aplicação do dinheiro da venda. A análise e o diálogo direcionado dos dados ocorrem por um movimento contínuo e interativo no grupo, que pode ser entendido como uma espiral. Esse processo envolve um constante ir e vir entre os dados coletados e o problema de pesquisa, exigindo tomada de decisão, reflexões aprofundadas e a validação das informações. O grupo revisita os dados frequentemente, ajustando e refinando as compreensões à medida que novas informações são integradas e entendimentos produzidos.

Esse movimento espiralado encontrado no Quadro 5 é fundamental, pois permite que as licenciandas confrontem suas hipóteses iniciais com as evidências empíricas, promovendo um entendimento mais robusto e contextualizado. Ao retornar repetidamente aos dados e ao problema de pesquisa, podem identificar lacunas, inconsistências e novas direções para a investigação, o que é crucial para a construção de um modelo matemático preciso e relevante.

Além disso, essa abordagem colaborativa e interativa facilita o desenvolvimento de habilidades críticas e analíticas, uma vez que os alunos são constantemente desafiados a justificar suas escolhas, reinterpretar dados e considerar múltiplas perspectivas. O diálogo contínuo entre os membros do grupo assegura que todas as vozes sejam ouvidas e que o conhecimento compartilhado contribua para uma solução mais compreensiva e bem fundamentada.

No Quadro 6, evidencia-se o movimento do grupo em relação a uma sistematização, caracterizado por uma dinâmica de ida e volta, como uma espiral. Esse processo permite que o grupo retome o problema previamente elaborado no terceiro encontro, faça os ajustes necessários e, em seguida, construa e valide o modelo matemático.

Quadro 6: Diálogo do 5º encontro entre as licenciandas do Grupo 4 e a pesquisadora

[US42E5Cat02PPLH]: *Qual é a pergunta?*

[US43E5Cat02LTD]: *A pergunta é tipo, eles vão ter um modelo de silos e eles vão ter que vender uma quantia de soja, cada grupo vai ter mais ou menos 4 mil sacas de soja e a soja muda de preço todo dia. Então a nossa primeira variável vai ser a quantia de sacas de soja que nós teremos. A segunda é o preço menos o funrural e daí aqui é o nosso juro composto a partir de que vem a*



pergunta, quanto eles iriam lucrar se eles investissem na poupança em seis meses, tipo, a partir do dia da venda, a partir do dia do recebimento. Daí a gente levantou os dados, a cerealista C paga em 30 dias...

[US44E5Cat02LKS]: *Eu acho que tu falou certo, a partir do dia da venda, é porque assim, por exemplo, o que opta por deixar no lugar que paga em 30 dias, mas paga um pouquinho mais, ele perde o tempo na poupança, ele teria só cinco meses de investimento...*

[US45E5Cat02PPLH]: *É, e essa diferença talvez seja dois meses de poupança...*

[US46E5Cat02LKS]: *Pois é, a nossa intenção é que no final eles vissem qual é a mais viável, a mais lucrativa em seis meses... Assim, o perfil do aluno, são os meus alunos do estágio... e eles têm muita dificuldade...*

[US47E5Cat02PPLH]: *Então assim, toda essa dificuldade, talvez não abram tantas possibilidades... padronizam um pouco, porque senão, é capaz de vocês se frustrarem por eles não se colocarem...*

[US48E5Cat02LKS]: *Pois é profe, por isso da nossa ideia de vender dia 01/01 e tirar dia 01/07, tipo tira da poupança dia 01/07...*

[US49E5Cat02PPLH]: *Mas recebendo imediato daí?*

[US50E5Cat02LTD]: *Tem três possibilidades.*

[US51E5Cat02PPLH]: *É isso que eu to falando, dessas três possibilidades...*

[US52E5Cat02LKS]: *É para eles encontrarem a mais vantajosa... daí por exemplo, na que paga no dia, eles vão investir seis meses na poupança... eles vão calcular o valor final da aplicação. O que paga em 15 dias, eles vão investir na poupança só dia 15/01... e tirar dia 01/07. E o que paga em 30 dias, eles só vão depositar dia 01/02...*

Fonte: Dados da Pesquisa (2022).

Inferimos que, embora o objetivo da vivência fosse proporcionar aos licenciandos a experiência com a Modelagem e suas diferentes etapas, a preocupação principal e o foco da discussão estavam voltados para a futura vivência dessa atividade em sala de aula como futuros professores, e não especificamente para vivenciá-la primeiramente como acadêmicos. Esse direcionamento decorreu do alinhamento da vivência com o componente da PECC. Essa questão está sendo objeto de discussão da tese em construção.

Após a discussão apresentada no Quadro 6, as licenciandas partem efetivamente para a construção do modelo matemático, mobilizando conceitos matemáticos em relação à Matemática Financeira, focando em juros compostos, principalmente. No Quadro 7, são apresentadas ênfases em relação aos conceitos matemáticos necessários ao enfrentamento do problema:

Quadro 7: Diálogo do 5º encontro entre as licenciandas do Grupo 4

[US53E5Cat02LTD]: *Tá, LKS, me lembra como faz o cálculo dos juros compostos...*

[US54E5Cat02LKS]: *Deixa eu pegar os meus exemplos... Oh, é simples*

[US55E5Cat02LTD]: *Mas o meu problema é o tempo... a taxa da poupança é 0,5% ao mês...*

[US56E5Cat02LRS]: *É tudo isso, 0,5?*

[US57E5Cat02LTD]: *Sim... não, pera, isso é muito... só que 0,5 dividido por 100 não dá muito... Ali que tá meu erro eu acho... 05/100, eu tenho que transformar isso, claro! eu não posso largar o %... mais um. Esse valor aqui, nós vamos ter que elevar na 6... e multiplicar por 940.000. Vai dar certo, uhuuuuu! Eu criei um modelo... meu!!!! Vamos colocar que a gente tem uma quantia x de soja, que está sendo vendido ao preço y , já bota as variáveis ali, que daí os alunos já vão conseguir tirar esses dados.*

Fonte: Dados da Pesquisa, (2022).

A identificação e correção do equívoco relacionado à taxa de juros indica a capacidade de LTD de realizar uma análise crítica do modelo matemático em construção. A fase de validação inicial, marcada pela explicitação das necessidades de dados para a elaboração da situação-problema, explicitando uma evolução no processo de trabalho do grupo, um planejamento estratégico e uma busca por soluções precisas. Essa preocupação com a qualidade e a efetividade da atividade a ser proposta aos alunos demonstra a compreensão do grupo sobre a importância da validação na Modelagem Matemática e suas implicações para a aprendizagem dos estudantes.

Conforme sugerem Burak e Aragão (2012) e Biembengut (2016), a compreensão do contexto, seu aprofundamento e a mobilização de conceitos matemáticos são fundamentais para o sucesso do aluno na atividade de Modelagem. Esse processo não apenas gera sentido, mas também estabelece novos significados.

Nos diálogos apresentados, evidencia-se a importância de atribuir esses sentidos e significados não apenas de forma isolada, mas em conjunto com a colaboração do grupo. A troca de informações entre os membros do grupo permitiu que compartilhassem seus conhecimentos e esclarecessem dúvidas, fortalecendo o processo de aprendizagem. Sem essa colaboração, LTD poderia ter se desmotivado e recomeçar o modelo sem identificar seu erro, e LKS não conseguiria mobilizar seus alunos na atividade posterior.

Esta pesquisa também evidencia questões sociais corroborando o que são levantadas em Jolandek e Kato (2021); Borssoi, Silva e Ferruzzi (2021); Almeida, Silva e Brito (2022) e Aymerich e Albarracín (2022), em que o uso da Modelagem Matemática como metodologia de ensino por professores ou futuros professores pode potencializar a integração de fatores sociais na educação, tanto na Educação Básica quanto no Ensino Superior.

Ao contextualizar problemas matemáticos com questões sociais, como desigualdade social, justiça econômica e sustentabilidade, a Modelagem permite que os alunos vejam a Matemática como uma ferramenta prática e relevante para a análise e solução de desafios contemporâneos. Isso não apenas enriquece a aprendizagem ao torná-la mais significativa e aplicável, mas também fomenta o desenvolvimento de uma consciência crítica e ética entre os estudantes. Na Educação Superior, essa abordagem também possibilita a interdisciplinaridade, conectando conhecimentos matemáticos a outras áreas e auxiliando os estudantes a enfrentarem questões complexas em suas futuras carreiras. Assim, a Modelagem Matemática se torna um meio eficaz de desenvolver cidadãos mais conscientes e engajados com as questões sociais que os cercam.

5 Considerações Finais

Neste trabalho, tínhamos o intuito de realizar uma análise específica das condicionantes que precedem à construção do modelo matemático, em que nos questionamos:



quais são as condicionantes que permeiam entre as etapas precedentes à construção do modelo e o processo de sua construção? Evidenciamos por meio dessa vivência formativa, com licenciandos em Matemática, que as principais condicionantes que permeiam e as etapas anteriores à construção são: a apropriação do contexto do tema escolhido e a compreensão dos dados do contexto.

A apropriação do contexto do tema escolhido é fundamental após a seleção do tema e a pesquisa preliminar sobre ele. Isso ocorre porque, ao tentar elaborar o problema de pesquisa, o aluno pode enfrentar dúvidas se não tiver clareza e conhecimento suficiente sobre o tema, o que prejudicará ainda mais a construção do modelo ao não saber identificar as variáveis essenciais. Portanto, a apropriação do contexto proporciona as condições necessárias para que o aluno possa fazer questionamentos pertinentes e buscar respostas por meio do modelo matemático. Além disso, essa apropriação destaca-se pela organização do grupo em direcionar a busca pelos dados, antecedendo a análise direcionada pelos licenciandos.

A compreensão dos dados do contexto ocorre por meio de um movimento espiralado, no qual o grupo revisita continuamente os dados coletados e o problema de pesquisa, promovendo reflexões e ajustes necessários. Essa abordagem colaborativa não apenas facilita a construção de um modelo matemático mais robusto, mas também enriquece o processo de aprendizagem, desenvolvendo habilidades críticas e analíticas entre os alunos.

Além das condicionantes encontradas na pesquisa, evidenciamos que a utilização da Modelagem Matemática como metodologia de ensino pode integrar efetivamente fatores sociais na educação, tornando a aprendizagem mais contextualizada e relevante tanto na Educação Básica quanto no Ensino Superior. Ao conectar a Matemática a questões sociais, como desigualdade e sustentabilidade, essa abordagem não só enriquece o aprendizado, mas também possibilita aos estudantes o debate, a produção de argumentos científicos, desenvolvendo a consciência crítica e ética, condição da complexidade do ser professor.

Nossa intenção não é esgotar as considerações iniciadas neste trabalho, mas sim levantar novos questionamentos que estão sendo abordados na tese da primeira autora deste estudo. Além disso, esperamos que novas pesquisas e discussões possam contribuir significativamente para a qualificação da formação inicial e a possibilidade de ampliação da utilização da Modelagem Matemática como um processo de ensinar e aprender Matemática.

Agradecimentos

A primeira autora deste trabalho, agradece a Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES) pela bolsa de doutorado concedida.

Referências

- Almeida, L. M. W.; Silva, K. A. P. & Brito, D. S. (2022). Interface Didática entre Modelagem Matemática e Semiótica. *Bolema: Boletim de Educação Matemática*, 36(73), 777-800.
- Aymerich, À. & Albarracín, L. (2022). Modelización matemática en actividades estadísticas: Episodios clave para la generación de modelos. *Uniciencia*, 36(1), 1-18.
- Biembengut, M. S. (2016). *Modelagem na Educação Matemática e na Ciência*. (1. ed.). São Paulo, SP: Livraria da Física.
- Borssoi, A. H.; Silva, K. A. P. & Ferruzzi, E. C., C. (2021). Modelagem Matemática e Educação STEM no Ensino Superior. In: *Anais do 8º Simpósio Internacional de Pesquisa em Educação Matemática* (pp. 2090-2102). Uberlândia, MG (Online).



- Brasil. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Básica. (2018). *Base Nacional Comum Curricular: Ensino Fundamental e Ensino Médio*. Brasília, DF.
- Burak, D. & Aragão, R. M. R. de. (2012). *A modelagem matemática e as relações com a aprendizagem significativa*. (1. ed.). Curitiba, PR: CRV Ltda.
- Gil, A. C. (2002). *Como elaborar projetos de pesquisa*. (4. ed.). São Paulo, SP: Atlas S. A.
- Jolandek, E. G. & Kato, L. A. (2021). Favorecimento do Letramento Matemático por meio da Modelagem Matemática: percepções de licenciandos de Matemática. In: *Anais do 8º Simpósio Internacional de Pesquisa em Educação Matemática* (pp. 2059-2074). Uberlândia, MG (Online).
- Moraes, R. & Galiazzi, M. C. (2016). *Análise Textual Discursiva*. (3. ed.). Ijuí, RS: Unijuí.