

# Uma análise do saber triângulo e sua trajetória através da Transposição Didática

## An analysis of triangle knowledge and its trajectory through Didactic Transposition

Hugo Gustavo de Lira Gomes<sup>1</sup>  
Gleicy Kelly de Barros Luz<sup>2</sup>  
Marilene Rosa dos Santos<sup>3</sup>

**Resumo:** Este estudo teve por objetivo analisar a evolução do saber triângulo, do saber sábio ao saber escolar, tendo como suporte a Transposição Didática - TD, bem como o ensino de triângulo em diferentes instituições a partir da academia, documento curricular e livro didático. Nossa metodologia apresenta uma abordagem qualitativa com caráter de análise documental e natureza descritiva. O estudo foi realizado em três etapas de acordo com os três tipos de saberes distinguidos pela TD. Os resultados apontam para a distância do saber triângulo da academia até o contexto escolar sob o olhar do livro didático, as concepções levadas em consideração pela influência da noosfera, principalmente em relação ao saber triângulo, e as transformações em relação ao saber.

**Palavras-chave:** Transposição Didática. Triângulo. Livro Didático. Ensino Fundamental.

**Abstract:** This study aimed to analyze the evolution of triangle knowledge, from scholarly knowledge to school knowledge, supported by Didactic Transposition (DT), as well as the teaching of triangles in different institutions, including academia, curricular documents, and textbooks. Our methodology presents a qualitative approach with documentary analysis and descriptive nature. The study was conducted in three stages according to the three types of knowledge distinguished by DT. The results indicate the gap between triangle knowledge from academia to the school context through the lens of textbooks, the conceptions considered under the influence of the noosphere, particularly regarding triangle knowledge, and the transformations related to this knowledge.

**Keywords:** Didactic Transposition. Triangle. Textbook. Elementary Education.

## 1 Introdução

A geometria é um campo de muitas reflexões para a Matemática, principalmente na educação básica, como propõem as pesquisas voltadas para os processos de ensino e aprendizagem. Reflexões essas que estão interligadas à importância que a geometria detém na sala de aula, mas também à dificuldade do decorrer da vida escolar dos estudantes. Desde Pavanello (1993) e Lorenzato (1995) até pesquisas atuais de Barros e Pavanello (2022), a geometria muitas vezes não é trabalhada pelos professores, não estando presente então na sala de aula, e quando é abordada é apenas explorada por meio de fórmulas e imagens, distanciando os estudantes de compreender os principais conceitos, identificar elementos presentes e fazer diferentes relações.

Apesar dessas dificuldades mencionadas, a geometria se faz presente desde a academia, até o cotidiano, para além do contexto utilizado pela Matemática. E assim, mesmo que exista

<sup>1</sup> Universidade Federal de Pernambuco • Recife, PE — Brasil • ✉ hugo.gomes@ufpe.br • ORCID <https://orcid.org/0000-0003-1733-2987>

<sup>2</sup> Universidade Federal de Pernambuco • Recife, PE — Brasil • ✉ gleicy.luz@ufpe.br • ORCID <https://orcid.org/0009-0009-6018-9347>

<sup>3</sup> Universidade Federal de Pernambuco • Recife, PE — Brasil • ✉ marilene.rosa@ufpe.br • ORCID <https://orcid.org/0000-0003-1409-1364>

uma ausência de diferentes materiais ou dificuldade do estudante de ter acesso a outras fontes, o livro didático ganha importância (Guimarães *et al.*, 2007).

A motivação para esse estudo surgiu a partir de uma disciplina de Tópicos em Didática da Matemática ministrada no Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática e Tecnológica, em que durante o curso foi aprendido sobre algumas teorias da Didática da Matemática, sendo uma delas a Transposição Didática (TD).

Logo, pensando nos desafios da geometria no ensino e aprendizagem, mas também na importância do livro didático para a educação, surge um questionamento: *Como ocorre a evolução do saber triângulo do ensino superior até a educação básica?* Para responder este questionamento, temos como objetivo analisar a evolução do saber triângulo, do saber sábio ao saber escolar, tendo como suporte a TD.

A TD distingue três tipos de saberes, sendo eles o saber sábio ou saber científico, saber a ensinar e saber ensinado. Posteriormente, o saber escolar é proposto por Henry (1991); e para esses saberes a TD defende que possuem naturezas, funcionamentos e linguagens próprias. Dessa maneira, este estudo permite a análise do saber triângulo, conteúdo da geometria, nos três saberes primários, abrangendo a academia, o documento curricular e o livro didático, possibilitando a análise de convergências e divergências nessas vertentes.

Portanto, apresentaremos a seguir um breve estudo sobre a TD, posteriormente, o ensino de triângulo, em seguida, os procedimentos metodológicos e as análises e resultados, para, por fim, trazer as nossas considerações finais e referências.

## 2 Transposição Didática

O termo Transposição Didática surge em 1975 com o sociólogo francês Michel Verret, que em sua tese de doutorado já aborda essa expressão. Porém, anos depois, Yves Chevallard realiza a ampliação do campo por meio de um livro que explora de maneira enfática, a obra “La Transposition Didactique”, com o intuito de estudar as transposições que um saber atravessa a partir do instante que realiza a passagem da academia para o contexto escolar. Com isso, Chevallard define essa teoria da seguinte maneira.

Um conteúdo do conhecimento, designado como saber a ensinar, sofre, então, um conjunto de transformações adaptativas que vão torná-lo apto a ocupar um lugar entre os objetos de ensino. O trabalho que, de um objeto de saber a ensinar, faz um objeto de ensino, é chamado de Transposição Didática. (Chevallard, 1991, p. 39)

Desse modo, Chevallard (1991) aborda a trajetória realizada pelo saber com o intuito de mapear e compreender o percurso que realiza para que seja ensinado e chegue na sala de aula. Por este motivo, tece suas análises em relação ao saber, na inspiração de compreender as causas das aproximações e distâncias do saber sábio em detrimento do saber a ser ensinado.

Na busca do caminho a ser percorrido pelo saber, Chevallard (1991) pontua alguns elementos importantes nesta produção, como a noosfera, que é uma instituição responsável pela seleção dos saberes presentes no âmbito acadêmico e científico que irão estruturar e compor o currículo, ou seja, essa instituição tem caráter pensante. Vale ressaltar que os sujeitos da noosfera, em sua composição, são formados por especialistas, técnicos e representantes que venham a colaborar com os documentos curriculares que direcionam a educação, por exemplo.

Assim, inicialmente, Chevallard (1991) menciona três saberes indispensáveis para o processo de transposição, sendo eles: o saber sábio, o saber a ensinar e o saber ensinado. Em relação ao saber sábio, este é aquele advindo das universidades e institutos de pesquisa, sendo produzido por cientistas e pesquisadores, ou seja, validado cientificamente e monitorado através de dados extraídos de documentos dessas instituições.

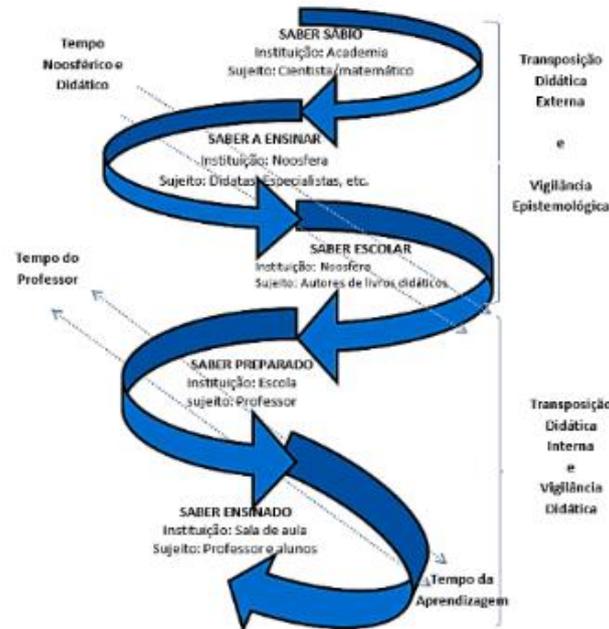
Outro ponto importante, antes de mencionar o saber a ensinar, é o papel da noosfera neste contexto, uma vez que essa instituição tem como característica orientar através de documentos os processos de ensino e aprendizagem pensados durante o processo de transformação dos saberes. Logo, pode-se compreender o saber a ensinar da seguinte maneira:

Da mesma forma que o saber científico segue normas previamente determinadas para ser validado pela comunidade científica, o saber a ensinar também exige regras na sua textualização (texto do saber) para o contexto escolar. Tais exigências configuram um processo de preparação didática [...] o saber a ensinar adquire a forma de conteúdo didático sendo então apresentado em diversos documentos nacionais, estaduais e municipais, segundo uma mostra racional e uma organização progressiva, linear e cumulativa, devendo ser acessíveis aos professores. (Santos, 2015, p. 31-32)

Sendo assim, o saber a ensinar pode ser entendido como um saber que na sua origem está localizado para além do contexto acadêmico, ou seja, passa a ganhar uma nova roupagem do saber que proporcionou a sua produção, neste caso, o saber sábio.

Dando continuidade na trajetória dos saberes, abordaremos agora o saber escolar proposto por Henry (1991). Esse saber é incluído por estar na fronteira entre o saber a ensinar e o saber ensinado, que é aquele que procura transformar os conteúdos vistos como científicos, que estão nas propostas curriculares, e trazê-los para uma linguagem mais acessível que os tornem compreensíveis. Com isso, esse saber pode ser materializado por meio dos livros didáticos, paradidáticos e apostilas, que são fontes de orientação para o professor na preparação das aulas. Essa transformação pode ser notada através do esquema a seguir.

**Figura 1:** Trajetória dos saberes na Transposição Didática



Fonte: Santos (2020, p. 27)

A Figura 1 mostra várias definições que estão associadas à TD, como a vigilância epistemológica e a didática, como pontua também a TD interna e externa. Para Santos (2015), a TD interna é responsável pela transformação do saber sábio ou científico até o saber ensinado, acontecendo fora dos muros da escola, enquanto a TD externa se preocupa com o saber ao adentrar a instituição escolar e como o professor transforma este saber por meio de suas escolhas e situações propostas. Dessa maneira, por se tratar de um trabalho que visa

compreender a relação entre o saber sábio e o seu trajeto até o saber escolar, não adentraremos nestes aspectos, porém, consideramos relevante para estudos que versem sobre esses pontos.

O saber ensinado também é proposto por Chevallard (1991) pelo que acontece dentro da sala de aula, sendo possível trabalhar com os professores e alunos, caracterizando-se, assim como TD interna. Uma vez que esse estudo não trabalha diretamente com professores e alunos, se caracteriza então como uma TD externa. Logo, a partir do instante em que o professor põe em prática o seu planejamento da aula, o saber preparado é transformado em saber ensinado, como menciona Santos (2015). Ou seja, o saber preparado após ser desenvolvido em sala de aula e inserido na realidade do estudante é posto como saber ensinado.

Diante de toda a trajetória dos saberes, o foco nesta pesquisa está principalmente atrelado ao fato de investigar como acontece a passagem do saber sábio para o saber escolar. Portanto, questões como o tempo didático e o tempo noosférico são os que estão envolvidos no processo de transposição dos saberes que estão em análise.

Logo, de acordo com Câmara dos Santos (1997), o tempo didático se preocupa com questões voltadas para as propostas curriculares e programas escolares, e pode ser observado nos livros didáticos; já o tempo noosférico é constituído pela programação escolar e está associado aos objetos de conhecimento que irão ser ensinados. Essa interligação entre esses tempos é discutida também por Santos (2015), quando relata essa aproximação, mencionando que o tempo didático e o tempo noosférico funcionam como reguladores do sistema de ensino e que o agrupamento de ambos resulta no tempo de ensino.

Desse modo, o tempo didático e o tempo noosférico se complementam em relação a transição do saber a ensinar para o saber escolar. Logo, percebe-se que estes se associam com questões que envolvem a noosfera. Além dos tempos mencionados acima, temos o tempo de aprendizagem e o tempo do professor que consideramos importantes e válidos no contexto da TD. Contudo, não iremos nos debruçar nesses aspectos pois nosso olhar está voltado para os saberes discutidos anteriormente. Portanto, estudos recentes como Chevallard (2013), Santos (2015) e Santos (2020) discutem sobre a importância da contribuição da TD em pesquisas voltadas à educação matemática na educação básica no que corresponde a análise de livros didáticos.

### 3 Ensino de triângulos

Triângulos é um conteúdo presente na unidade temática de geometria como orienta a Base Nacional Comum Curricular - BNCC (Brasil, 2018) e perpassa todos os níveis da educação básica. Logo, está presente nas orientações curriculares oficiais, de acordo com os objetivos de cada ano de escolaridade (Brasil, 2018; Pernambuco, 2019). É um conteúdo com fortes características históricas que contribuem para o entendimento da evolução do conteúdo da antiguidade até os dias atuais.

Em relação às definições de triângulo, uma das primeiras foi apresentada no livro de Euclides, “Os Elementos”, da seguinte maneira:

20. E, das figuras trilaterais, por um lado, triângulo equilátero é o que tem os três lados iguais e, por outro lado, isósceles, o que tem só dois lados iguais, enquanto escaleno, o que tem os três lados desiguais. 21. E, ainda das figuras trilaterais, por um lado, triângulo retângulo é o que tem um ângulo reto e, por outro lado, obtusângulo, o que tem um ângulo obtuso, enquanto acutângulo, o que tem os três ângulos agudos. (Euclides, 2009, p. 98)

Assim, ao passar dos anos, as definições de triângulo foram sendo aprimoradas, de modo a serem adotadas em diferentes níveis de ensino e sendo estudadas pelos documentos

curriculares, bem como seu estudo foi e vem sendo trabalhado em diversos contextos nos livros didáticos.

Os triângulos são fundamentais na geometria, uma vez que segundo Barros e Pavanello (2022, p. 13) “o estudo da geometria é de grande importância para o desenvolvimento das capacidades cognitivas do aluno, na dimensão de procedimentos e atitudes essenciais principalmente para o Ensino Fundamental”. Também, os triângulos têm aplicações em diversas áreas, não sendo apenas uma figura geométrica, mas uma ferramenta que se torna essencial em muitos outros campos do conhecimento humano, desempenhando um papel fundamental no desenvolvimento teórico e nas aplicações práticas em várias disciplinas.

Em relação aos documentos curriculares, os Parâmetros Curriculares Nacionais de Matemática – PCN (Brasil, 1997) evidenciam o saber triângulo através do estudo de suas formas, mediante a observação de diferentes figuras triangulares, para a percepção dos ângulos para a condição de triângulos congruentes. E também o ligam ao estudo de semelhanças e diferenças entre triângulos. Bem como o reconhecimento de figuras bidimensionais e a identificação de suas propriedades.

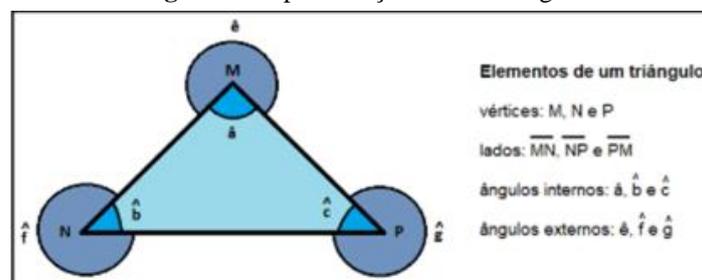
Na BNCC (Brasil, 2018, p. 273), fica claro que nos anos iniciais os estudantes já devem iniciar problemas advindos de situações do cotidiano. Para o saber triângulo, a importância dos problemas que envolvem a grandeza área. E, nos anos finais, o nosso foco de análise, a BNCC (Brasil, 2018) evidencia que os estudantes precisam ser capazes de reconhecer triângulos congruentes ou semelhantes a partir de condições necessárias e suficientes. E, que além de reconhecer, sejam capazes de aplicar esse conhecimento para realizar demonstrações simples que possam contribuir para um tipo de raciocínio que é importante para a Matemática.

No Currículo de Pernambuco, documento em foco neste estudo, os triângulos são enfatizados nas possibilidades de desenvolvimento da percepção espacial que advém de estudos voltados às propriedades dos triângulos e quadriláteros, ressaltando a importância de ir para além da memorização dessas propriedades e da nomenclatura (Pernambuco, 2019). Também é evidenciado no trabalho com as grandezas geométricas, buscando a amplificação da dissociação entre as figuras, as grandezas associadas e o número associado à medição dessas grandezas.

Dessa maneira, apresentamos então um breve estudo dos triângulos e suas classificações. Os triângulos são figuras geométricas que possuem três lados, três ângulos e três vértices. São estudados na geometria e possuem diversas propriedades, por exemplo, quanto aos lados, sendo classificados em equilátero (possui os três lados iguais), isósceles (possui dois lados iguais e um diferente) e escaleno (possui os três lados diferentes); quanto aos ângulos, sendo classificados em retângulo (possui um ângulo reto, de  $90^\circ$ ), obtusângulo (possui um ângulo obtuso, maior que  $90^\circ$ ) e acutângulo (possui três ângulos agudos, menores que  $90^\circ$ ).

Costa e Santos (2018) representam um triângulo a partir da seguinte figura:

**Figura 2:** Representação de um triângulo



**Fonte:** Costa e Santos (2018)

Para a ilustração dessa figura, Costa e Santos (2018) se basearam em Lima e Carvalho (2010) considerando os pontos M, N e P que não pertencem à mesma reta. Em seguida, existem

as ligações entre os segmentos de reta MN, NP e MP. E chama-se de triângulo a união de todos esses segmentos e a porção do plano formada por eles.

Para além das propriedades já mencionadas, existem também segmentos de retas que são associados aos triângulos. Estes, possuem propriedades únicas e são fundamentais para o estudo e análise de triângulos em geometria. A partir desses segmentos é possível calcular áreas, identificar pontos (que serão mencionados posteriormente) e explicar relações trigonométricas e métricas dentro do triângulo. No quadro a seguir temos uma breve explicação dos componentes desses segmentos.

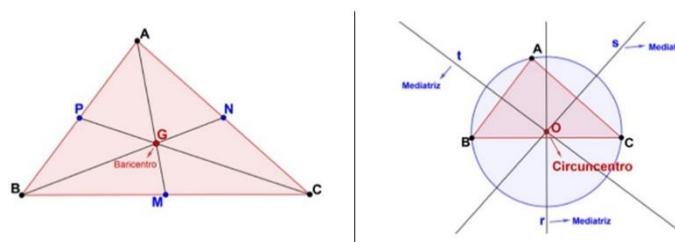
**Quadro 1:** Segmentos notáveis de um triângulo

Segmentos notáveis	Descrição
Bissetriz	Segmento de reta que liga o vértice de um ângulo desse triângulo ao lado oposto a ele, dividindo esse ângulo em dois ângulos de medidas congruentes
Mediana	Segmento de reta que liga um de seus vértices ao ponto médio do lado oposto
Altura	Segmento de reta que liga um vértice do triângulo ao lado oposto ou a seu prolongamento, sendo perpendicular a este
Mediatriz	Segmento de reta que é perpendicular ao segmento que constitui o lado do triângulo cruzando-se em seu ponto médio

**Fonte:** Nasser e Tinoco (2011)

E, por fim, além dos segmentos, os triângulos estão associados também a alguns pontos que possuem grande importância tanto teórica quanto prática em diferentes aplicações em áreas, como física, engenharia, arquitetura e computação gráfica. Eles oferecem uma estrutura geométrica fundamental para compreender e resolver uma variedade de problemas geométricos e matemáticos. Os segmentos de retas que iremos apresentar são: Baricentro, Circuncentro, Ortocentro e Incentro. Para compreensão, apresentamos a seguir as definições por Vilar (2020): Baricentro se caracteriza pelo traçado das três medianas de um triângulo qualquer em que é encontrado um ponto em comum a todas elas, ponto esse o qual é chamado de baricentro G. Já o Circuncentro é denominado à medida que ao traçar as três mediatrizes de um triângulo é encontrado um ponto comum entre elas que é representado por O.

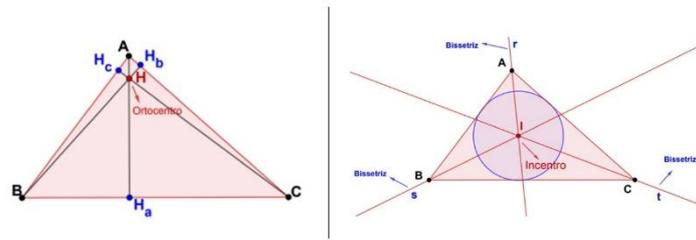
**Figura 3:** Baricentro, suas medianas, o circuncentro e as mediatrizes



**Fonte:** Vilar (2020)

O Ortocentro denotado por H é encontrado a partir de um ponto em comum ao determinar as três alturas de um triângulo, logo, é a interseção das alturas. Em seguida, ao traçar as bissetrizes internas de um triângulo, é encontrado um ponto de interseção chamado de incentro (I).

**Figura 4:** Ortocentro, as alturas, o incentro e as bissetrizes



Fonte: Vilar (2020)

Na busca por pesquisas já realizadas no Seminário Internacional de Pesquisa em Educação Matemática - SIPEM que trataram do objeto triângulo, a de Melo e Zuin (2021), um recorte de uma pesquisa de mestrado, nos revela a abordagem de triângulos em relação às suas cevianas notáveis em livros didáticos de Matemática. De modo a contribuir na ampliação das pesquisas que vem sendo desenvolvidas com esse objeto, nosso foco neste artigo será a análise da trajetória do saber triângulo em um livro didático do 7º ano do Ensino Fundamental.

A escolha desse ano é melhor apresentada nos procedimentos metodológicos, mas adiantamos que de acordo com a BNCC, é no 7º ano que o conteúdo triângulo é trabalhado de maneira mais enfática como objeto de conhecimento, reconhecendo sua propriedade e relações. O porquê do livro escolhido também será melhor detalhado mais adiante, mas ressaltamos que uma vez que analisamos o mais adotado do estado de Pernambuco, realizamos um levantamento dos livros adotados no estado e escolhemos o que apresenta maior número em relação a adoção. Na sessão a seguir apresentamos os procedimentos metodológicos adotados para o nosso estudo e como se deu a escolha para o livro didático.

#### 4 Procedimentos metodológicos

O presente estudo tem uma abordagem qualitativa de procedimentos, que para Creswell (2007, p. 185) “se baseiam em dados de texto e imagem, têm passos únicos na análise de dados e usam estratégias diversas de investigação.” Assim, neste tipo de pesquisa não se foca em dados numéricos, mas, com a compreensão detalhada partindo do contexto estudado.

Além da abordagem qualitativa, o estudo é realizado por meio de uma análise documental, ou seja, a partir de documentos “que não receberam ainda um tratamento analítico, ou que ainda podem ser reelaborados de acordo com os objetivos da pesquisa” (Gil, 2008, p. 51). A análise documental, conforme o pensamento de Cellard (2008, p. 303), é o “momento de reunir todas as partes – elementos da problemática ou do quadro teórico, contexto, autores, interesses, confiabilidade, natureza do texto, conceitos-chave”. O nosso estudo também apresenta uma natureza descritiva. Para Silva e Menezes (2000, p. 21), “a pesquisa descritiva visa descrever as características de determinada população ou fenômeno ou o estabelecimento de relações entre variáveis. Envolve o uso de técnicas padronizadas de coleta de dados: questionário e observação sistemática. Assume, em geral, a forma de levantamento”.

Portanto, neste estudo, optamos por realizar uma análise em um livro didático, material importante no processo de ensino e aprendizagem, e é um dos elementos que compõem o material escolar. Neste material encontramos habilidades e competências a serem desenvolvidas na etapa escolar, contribuindo tanto para os professores como para os estudantes, logo, é um forte aliado na síntese dos conhecimentos. Além das habilidades e competências encontradas, é um material que permite despertar no estudante o senso crítico, argumentativo e de leitura. Munakata (2016, p. 123) diz que:

O livro didático é, em primeiro lugar, o portador dos saberes escolares, um dos componentes explícitos da cultura escolar. De modo geral o livro didático é a

transcrição do que era ensinado, ou que deveria ser ensinado, em cada momento da história da escolarização. (Munakata, 2016, p.123)

Muitas pesquisas vêm sendo desenvolvidas sobre o livro didático. No VIII SIPEM, por exemplo, temos o trabalho de Araújo e Ferreira (2021, p. 2818), que ressalta que “O LD [livro didático] é um instrumento importante nas escolas das redes públicas de ensino brasileiro por ser um dos principais recursos disponíveis aos professores e estudantes.”

No caso do nosso estudo, adotamos um livro didático de Matemática. Para Carvalho e Lima (2010, p. 15), o livro didático de Matemática é “o portador de escolhas sobre o saber a ser ensinado”, os conteúdos são organizados e apresentam métodos que auxiliam na aprendizagem dos estudantes. Logo, é um material importante para o ensino e aprendizagem da Matemática. “Desempenham um papel essencial na definição da Matemática como uma disciplina, moldando as oportunidades de aprendizagem para os estudantes e apoiando o trabalho, aprendizado e desenvolvimento profissional dos professores” (Rezat *et al.*, 2019, p. 3, tradução nossa).

A pesquisa foi realizada nas seguintes etapas: Na primeira, buscamos identificar as coleções de livros didáticos de Matemática dos anos finais que foram aprovadas no Programa Nacional do Livro e do Material Didático - PNLD 2024, para que no próximo passo pudéssemos mapear a mais adotada no estado.

Logo, na segunda etapa, realizamos um levantamento dos livros didáticos de Matemática para os anos finais que foram mais adotados no estado de Pernambuco. Com o intuito de mapear esses dados, realizamos uma consulta no Sistema de Controle de Material Didático (SIMAD). Após a consulta, foi contabilizado o quantitativo do número de Livros do Estudante distribuídos por cada coleção no estado de Pernambuco. Os dados encontrados estão expostos no quadro a seguir:

**Quadro 2:** Quantitativo do número de livros do estudante distribuídos por coleção no estado de Pernambuco

Título	Quantidade de exemplares do livro do estudante
A Conquista da Matemática	110.590
Superação! Matemática	68.209
Matemática e Realidade	58.013
Teláris Essencial: Matemática	51.447
Araribá Conecta – Matemática	19.063
Conexões & Vivências Matemática	8.815
Amplitude Matemática	8.057
Matemática em Cena	3.999
Geração Alpha Matemática	2.564
Matemática Bianchini	2.126
Jornadas: Novos Caminhos – Matemática	442
Matemática nos dias de hoje	430

**Fonte:** Dados da Pesquisa (2024)

A partir dos resultados encontrados, notamos que a coleção A Conquista da Matemática, de autoria de José Ruy Giovanni Júnior e Benedicto Castrucci, da editora FTD, apresenta o maior quantitativo de exemplares distribuídos. Sendo assim, a mais adotada no estado de

Pernambuco. Logo, como a coleção apresenta uma abrangência maior, será através dela que iremos tecer nossas análises. O ano escolhido para esse processo, como informado, é o 7º ano, uma vez que é a partir deste ano que o saber triângulo é trabalhado diretamente como objeto do conhecimento e será melhor justificado a partir da análise do currículo.

Na terceira etapa, são analisados os documentos que perpassam a trajetória do saber na TD. O saber sábio, aqui representado pelos textos acadêmicos, destaca-se historicamente e epistemologicamente na origem do saber. Dessa forma, analisa-se um livro de geometria do ensino superior com o intuito de identificar como o saber triângulo é abordado na academia. O saber a ensinar, aqui é representado pelo Currículo de Pernambuco, uma vez que realizamos a escolha do livro didático de Matemática mais adotado neste estado. E para o saber escolar analisa-se o saber triângulo no livro do 7º ano *A Conquista da Matemática*.

## 5 Análises e resultados

### 5.1 O saber triângulo no saber sábio: livro da instituição acadêmica

Para a análise do saber sábio, escolhemos como representante o livro: “Geometria euclidiana plana e construções geométricas” de Rezende e Queiroz (2008), uma vez que estamos analisando com o olhar para o 7º ano. Logo, tomamos como subsídio as construções geométricas que envolvem o saber triângulo. Diante disso, observamos que a obra apresenta um capítulo voltado às construções geométricas elementares. Neste capítulo, portanto, temos a sessão das construções de triângulos.

Desse modo, mapeamos cinco problemas que envolvem a construção de triângulos, levando em consideração a construção, soma das medidas dos lados e dos ângulos, como podemos observar no quadro a seguir:

**Quadro 3:** Problemas presentes no livro que estão envolvidos na construção de triângulos

Problema	Descrição
Problema 1	Construir um triângulo, sendo conhecidas as medidas de seus três lados
Problema 2	Construir um triângulo, sendo conhecidas as medidas $a$ e $b$ de dois lados e a medida do ângulo $\alpha$ determinado por eles.
Problema 3	Construir um triângulo, sendo conhecidas as medidas de dois de seus ângulos e a medida do lado comum a esses ângulos
Problema 4	Construir um triângulo $ABC$ , sendo conhecidas as medidas de seu lado $a$ , do ângulo $C$ , e do ângulo $A$ , oposto ao lado $a$
Problema 5	Construir um triângulo $ABC$ , sendo conhecidas as medidas de dois de seus lados, $a$ e $b$ , e a medida do ângulo $B$ , oposto ao lado $b$

**Fonte:** Adaptado de Rezende e Queiroz (2008)

Já em relação a condição de existência em Rezende e Queiroz (2008, p. 101) encontramos apenas um lema, sendo: “Se  $a$ ,  $b$  e  $c$  são números positivos, sendo que cada um desses números é menor que a soma dos outros dois, então existe um triângulo cujos lados têm comprimentos  $a$ ,  $b$  e  $c$ , respectivamente.”

Aos observarmos como os problemas de construção, da soma dos lados e dos ângulos, bem como o lema da condição de existência, são abordados, identificamos que para que o saber sábio representado através do livro do ensino superior percorra o caminho até ser transformado em saber escolar, questões como: a maneira que o problema é proposto a partir da linguagem utilizada na descrição dos problemas, o contexto propriamente intra matemático e a maneira na qual é proposta as construções geométricas precisam ser colocadas em prática. Porém, notamos

que não são questões que estão em discussão, uma vez que não é apenas o que vai ser ensinado, mas como os objetivos estão sendo conduzidos neste processo de ensino.

Notamos que na academia está presente a demonstração e generalização, mas à medida que este saber sábio chega ao contexto escolar, em especial no 7º ano, etapa do ensino em foco neste estudo, não são levados em consideração questões puramente do campo da abstração. De acordo com Chevallard (2001), o saber sábio da Matemática frequentemente é trabalhado por processos de demonstração e generalização. Assim, vale destacar que, segundo Mendes (2015), apesar da generalização e da demonstração, quando se trata de o contexto escolar muitas vezes ser visto como inadequado, como reafirma Chevallard (2013), ainda assim é necessário que exista uma preocupação com a aprendizagem do saber a ser ensinado.

## 5.2 O saber triângulo no saber a ensinar: Currículo de Pernambuco – anos finais do ensino fundamental

Para a análise do saber a ensinar analisamos o Currículo de Pernambuco referente aos anos finais do Ensino Fundamental. Como já mencionado, escolhemos este documento curricular uma vez que realizamos o levantamento dos livros de Matemática mais adotados no estado de Pernambuco. Para a elaboração do currículo se faz necessário a participação de gestores, coordenadores, professores e outros profissionais da educação que irão compor a noosfera nas diferentes redes de ensino. O currículo tem como fundamento os conhecimentos definidos pela BNCC, os Parâmetros Curriculares do estado de Pernambuco e documentos legais que orientam a educação nacional (Pernambuco, 2019).

Assim como na BNCC, o conteúdo de triângulos no currículo de Pernambuco se encontra na unidade temática geometria. Para melhor aprofundamento nas nossas análises, fizemos um levantamento do saber triângulo em todos os anos finais do Ensino Fundamental, a fim de evidenciarmos melhor o porquê da nossa escolha para o 7º ano.

Percebemos então, que no 6º ano o saber triângulo ainda é trabalhado no objeto de conhecimento polígonos e isso acontece desde os anos iniciais, por exemplo, no 2º e 3º ano dos anos iniciais quando é trabalhado no objeto de conhecimento figuras geométricas planas. Dessa maneira, é a partir do 7º ano que o saber triângulo é trabalhado diretamente como objeto do conhecimento. Logo, neste ano, é proposto através das habilidades que o estudante associe o saber triângulos da seguinte forma: através da construção de triângulos, reconhecimento da rigidez geométrica e descrever por meio de fluxograma a construção de um triângulo qualquer.

Portanto, essas habilidades estão relacionadas com a proposta das competências específicas de Matemática para o Ensino Fundamental, assim, algumas questões entram em cena como: solucionar problemas científicos e tecnológicos e para alicerçar descobertas e construções, construir e aplicar conhecimentos matemáticos, enfrentar situações-problema em múltiplos contextos, expressar suas respostas e sintetizar conclusões (Pernambuco, 2019). Essas e outras competências são colocadas em pauta nos anos finais, uma vez que o saber em destaque ganha uma nova roupagem para que se possa ensinar.

Por isso, o 7º ano foi escolhido para as nossas análises. Além de, neste ano de ensino, os estudantes poderem aprender o saber para além do conteúdo memorável e por fórmulas, visto que é iniciada a construção de triângulos com materiais de construção, como régua, compasso e/ou softwares. Almouloud (2011, p. 197) diz que:

O saber a ensinar não se limita às propostas curriculares, seu ensino necessita de sua interpretação. O saber a ensinar é o que o professor acha que deve ensinar a partir da leitura de livros didáticos, do livro do professor, ou a partir de práticas tidas anteriormente. O texto do saber a ensinar não está completamente escrito em lugar algum. É indispensável examinar se a distância, a deformação entre o objeto de saber

e o objeto de ensino não é, na pior das hipóteses, uma linguagem pseudocientífica. (Almouloud, 2011, p.197)

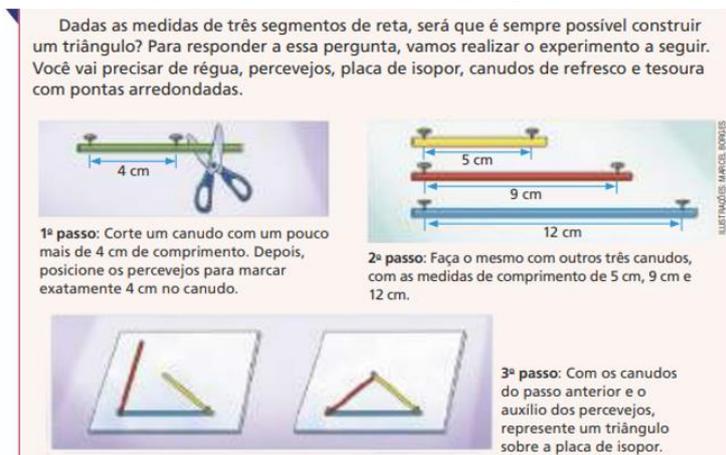
Nesse sentido, a noosfera é responsável não só pelas escolhas dos conteúdos a serem ensinados, como também propõe a determinação de métodos e objetivos que visam conduzir os processos de ensino. Por exemplo, essas questões podem ser identificadas a partir da escolha de diferentes recursos, como o livro didático trabalhado em sala de aula pelo professor, pela política pedagógica adotada na instituição de ensino com diferentes recomendações, uma delas sendo as habilidades presentes no currículo.

### 5.3 O saber triângulo no saber escolar: livro didático de Matemática do 7º ano mais adotado em Pernambuco

Para as análises do livro didático, a coleção mais adotada é a da Conquista da Matemática, uma vez que possui 110.590 exemplares no estado de Pernambuco, de autoria de José Ruy Giovanni Júnior e Benedicto Castrucci, da editora FTD. Neste livro, o saber triângulos é trabalhado na unidade seis, intitulada: “Figuras Geométricas Planas” e os capítulos destinados ao saber e que encontramos as habilidades do 7º ano são o capítulo 3: “Triângulos” e o capítulo 6: “Construções Geométricas”.

No capítulo 3, o saber triângulo é evidenciado através da condição de existência, para isso são utilizados materiais como: régua, percevejos, placa de isopor, canudos de refresco e tesoura com pontas arredondadas para a construção de triângulo dadas as medidas de três segmentos. No primeiro passo, é solicitado que os estudantes cortem um canudo com um pouco a mais de 4 cm. Em seguida, os estudantes farão o mesmo com os outros três canudos com as seguintes medidas: 5cm, 9 cm e 12 cm. Por fim, no terceiro passo, os estudantes com esses canudos representam um triângulo, como podemos observar na imagem a seguir extraída do livro.

**Figura 5:** Condição de existência de um triângulo presente no livro didático



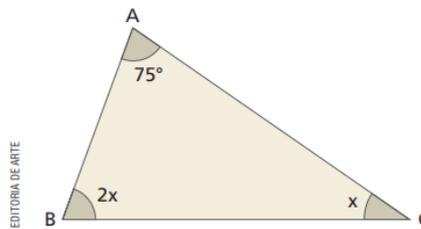
**Fonte:** Giovanni Júnior e Castrucci (2022)

Deste modo, o livro didático quer evidenciar de maneira geral que em qualquer triângulo, a medida de um lado qualquer deve ser sempre menor que a soma dos outros dois lados. Em sequência, é abordado sobre a soma das medidas dos ângulos internos de um triângulo, no qual mais uma vez o livro didático se apropria de materiais manipuláveis, através de uma cartolina e a partir de 3 passos através de uma construção para elucidar a questão dos ângulos internos do triângulo, que sempre tem medida igual a  $180^\circ$ .

Ainda sobre os ângulos internos de um triângulo, apresentamos a tarefa a seguir:

**Figura 6:** Tarefa respondida sobre a medida dos ângulos internos

Calcular a medida  $x$  indicada na figura.



Como  $75^\circ$ ,  $x$  e  $2x$  são as medidas dos ângulos internos do  $\triangle ABC$ , temos:

$$75^\circ + x + 2x = 180^\circ$$

$$3x = 180^\circ - 75^\circ$$

$$3x = 105^\circ$$

$$x = \frac{105^\circ}{3} \Rightarrow x = 35^\circ$$

**Fonte:** Giovanni Júnior e Castrucci (2022)

Nesta figura, o livro didático propõe uma tarefa já respondida como exemplo, em que é possível aplicar essa relação através de uma situação, na qual é necessária a utilização de processos algébricos para encontrar as medidas dos ângulos internos. Logo, dada uma medida e as outras duas sendo uma o dobro da outra, passam a ser representadas pela incógnita  $x$ .

Dando continuidade, o livro didático aborda a rigidez na estrutura dos triângulos e faz uma conexão com o dia a dia, elencando que é possível observar a presença de figuras que lembram triângulo em muitas construções, por exemplo, em estrutura de pontes e telhados, uma vez que o seu uso pode ser explicado porque é uma figura rígida. Nesse momento, o livro didático continua proporcionando aos estudantes a construção com materiais manipuláveis, nesse caso, com 7 palitos de sorvete e 7 percevejos ou tachinhas é possível construir duas figuras, o triângulo e um quadrilátero.

Por fim, no capítulo 6 sobre construções geométricas, o saber triângulo é proposto através da construção de um triângulo, novamente com a ajuda de materiais, nesse caso, régua e compasso. É possível construir triângulos conhecendo as medidas de três segmentos que serão os lados do triângulo, porém, as medidas precisam cumprir com a condição de existência do triângulo.

Logo, algumas questões devem ser pontuadas, como menciona Santos (2020, p. 21): “Dessa forma, a distância entre o saber científico e o saber escolar aumenta consideravelmente por meio das transformações ocorridas, o que poderá acarretar em uma deformação do saber.” Como propõe a própria teoria da TD, há a necessidade de uma vigilância epistemológica para que as deformações e adaptações não descaracterize o saber em discussão.

Para Araújo (2009, p. 20), a TD “é uma ferramenta que permite exercer uma vigilância epistemológica sobre os saberes científicos e os saberes efetivamente ensinados”, ou seja, tem o intuito de analisar a transformação do saber desde sua produção, partindo da comunidade científica até a vivência em sala de aula. Algo contextualizado por Contreras (2013) ao pontuar que a vigilância epistemológica visa evitar as distorções produzidas pela TD e garante a qualidade do ensino.

Portanto, após analisar a trajetória do saber triângulos no livro didático do 7º ano dos anos finais do Ensino Fundamental, por meio da TD, destacamos que a vigilância epistemológica, se constitui como um instrumento que possibilita investigar e constatar as evidências do saber triângulo, sendo uma forma na qual os objetos do saber que serão ensinados não se desconfigurem, deturpem-se ou corrompam-se, mas sejam transformados.

## 6 Considerações finais

A partir da inquietação em investigar como ocorre a evolução do saber triângulo desde o ensino superior até a educação básica, surgiu este artigo. Durante a investigação, tomamos como aporte teórico e metodológico a Transposição Didática.

Levando em consideração a trajetória dos saberes percebemos que é importante ressaltar os resultados encontrados referentes ao saber sábio, que por meio da comunidade científica se apresenta com uma abstração maior e, por isso, se faz necessário sua contextualização diante das questões observadas pela noosfera, para que, após seleção e transformação, se concretize como saber a ensinar.

Em relação ao saber a ensinar, constatamos que os documentos curriculares oficiais, propõe por meio das habilidades que o estudante associe o saber triângulos da seguinte forma: através da construção de triângulos, reconhecimento da rigidez geométrica e descrever por meio de fluxograma a construção de um triângulo qualquer. Assim, estes documentos realizam uma transposição didática a partir do saber sábio.

Quanto ao saber escolar, percebemos que o livro didático está conforme orienta os documentos curriculares oficiais em relação às habilidades que são propostas para o 7º ano do Ensino Fundamental. Outro ponto que vale destacar é a roupagem didática que o saber incorpora para que se institucionalize como saber escolar.

Toda essa trajetória possibilita um olhar e preocupação com o ensino, uma vez que é necessária uma contextualização das definições, propriedades e relações que envolvem o saber triângulo. Para isso, é necessário promover situações que levem o estudante a agir, formular e testar hipóteses, que legitime este saber.

Assim, a TD reforça de maneira enfática a vigilância epistemológica. Dessa maneira, o saber triângulo evolui a partir do momento em que os problemas propostos nos manuais do ensino superior não chegam do mesmo modo na educação básica, por levar em consideração a associação do saber triângulo no cotidiano e suas relações, nos materiais utilizados e na realidade dos estudantes.

Portanto, para o campo da Educação Matemática, a pesquisa pode contribuir por meio da análise dos tipos de tarefa presentes nas aulas dos professores, assim como os autores poderão refletir sobre a abordagem do saber triângulos nos seus livros didáticos. Logo, para possíveis pesquisas futuras, é válido analisar como as tarefas estão sendo propostas em sala de aula. Essa análise pode acontecer pelo olhar da Teoria Antropológica do Didático e/ou Abordagem Documental do Didático em que pode ser analisado também os recursos utilizados pelos professores para o ensino de triângulos.

## Referências

- Almouloud, S. A. (2011). As transformações do saber científico ao saber ensinado: o caso do logaritmo. *Educar em Revista*, (n. especial), 191-210.
- Araújo, A. J. (2009). O ensino de álgebra no Brasil e na França: estudo sobre o ensino de equações do 1º grau à luz da teoria antropológica do didático 2009. 292 f. Tese (Doutorado em Educação). Universidade Federal de Pernambuco, Recife, PE.
- Araújo, J. C. & Ferreira, L. F. D. (2021). Análise da abordagem do conceito de área de paralelogramos em um livro didático de 8º ano do ensino fundamental. In: *Anais do VIII Seminário Internacional de Pesquisa em Educação Matemática*. (pp. 2817-2831). Uberlândia, MG.
- Barros, R. C. D. P. & Pavanello, R. M. (2022). Relações entre figuras geométricas planas e espaciais no ensino fundamental: O que diz a BNCC? *Jornal Internacional de Estudos em*

- Educação Matemática*, 15(1), 11-19.
- Brasil. Ministério da Educação. (2018). *Base Nacional Comum Curricular: Educação é a Base*. Brasília, DF.
- Brasil. Ministério da Educação, Secretaria de Educação. (1997). *Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática*. Brasília, DF.
- Câmara dos Santos, M. (1997). O professor e o tempo. *Tópicos Educacionais*, 15(1-2), 105-116.
- Carvalho, J. B. P. & Lima, P. F. (2010). Escolha e uso do livro didático. *Tópicos Educacionais*, 17(1), 15-30.
- Cellard, A. (2008). A análise documental. In: J. Poupart *et al.* (Orgs.). *A pesquisa qualitativa: Enfoques epistemológicos e metodológicos* (pp. 295-316). Petrópolis, RJ: Vozes.
- Chevallard, Y. (2013). *Éléments de théorie anthropologique du didactique (TAD): une initiation à la didactique fondamentale*. Marseille, FR: Université d'Aix-Marseille - Département des sciences de l'éducation.
- Chevallard, Y. (2001). *Estudar Matemática: O elo perdido entre o ensino e a aprendizagem*. Porto Alegre, RS: Artes Médicas.
- Chevallard, Y. (1991). *La transposition didactique: Du savoir savant au savoir enseigné*. Grenoble: La Pensée Sauvage.
- Contreras, O. F. (2013). Vigilância epistemológica. *Horizonte de la Ciencia*, 3(5), 39-43.
- Costa, A. P. & Santos, M. R. (2018). Uma análise praxeológica do ensino de triângulos no 8º ano do ensino fundamental. *Educação Matemática em Revista – RS*, 19(2), 189-201.
- Creswell, J. W. (2007). *Projeto de pesquisa: Métodos qualitativo, quantitativo e misto*. Porto Alegre, RS: Artmed.
- Euclides. (2009). *Os Elementos* (I. Bicudo, Trad.). São Paulo, SP: UNESP.
- Gil, A. C. (2008). *Métodos e técnicas de pesquisa social*. São Paulo, SP: Atlas.
- Giovanni Júnior, J. R. & Castrucci, B. (2022). *A conquista da matemática: 7º ano - Ensino Fundamental: Anos Finais*. São Paulo, SP: FTD.
- Guimarães, G., *et al.* (2007). Livros didáticos de Matemática nas séries iniciais: Análise das atividades sobre gráficos e tabelas. In: *Anais do IX Encontro Nacional de Educação Matemática* (pp. 1-17). Belo Horizonte, MG.
- Henry, M. (1991). *Didactique des mathématiques: sensibilizations à la didactique emm vue de la formation initiale des enseignants de mathématiques*. Besançon, França: Laboratoire de Mathématiques – IREM
- Lima, P. F. & Carvalho, J. P. F. (2010). Geometria. In: J. P. F. Carvalho (Org.). *Matemática: Ensino Fundamental*. Brasília, DF: MEC/SEB.
- Lorenzato, S. (1995). Porque não ensinar geometria? *A Educação Matemática em Revista*, 3(4), 1-17.
- Melo, J. S. & Zuin, E. S. L. (2021). As cevianas notáveis do triângulo em livros didáticos de matemática. In: *Anais do VIII Seminário Internacional de Pesquisa em Educação Matemáticas* (pp. 3100-3114). Uberlândia, MG.
- Mendes, H. L. (2015). Os números binários: Do saber escolar ao saber científico. 2015. 295 f.



- Dissertação (Mestrado em Educação Matemática e Tecnológica). Universidade Federal de Pernambuco, Recife, PE.
- Munakata, K. (2016). Livro didático como índice da cultura escolar. *Revista História da Educação*, 20(50), 119-138.
- Nasser, L. & Tinoco, L. (2011). *Curso básico de geometria – Enfoque didático. Módulo I – Formação de conceitos geométricos*. Rio de Janeiro, RJ: UFRJ/Instituto de Matemática - Projeto Fundação.
- Pavanello, R. M. (1993). O abandono do ensino da geometria no Brasil: Causas e consequências. *Zetetiké*, 1(1), 7-17.
- Pernambuco. Governo do Estado. Secretaria de Educação. (2019). *Currículo de Pernambuco: Bases para a Educação Infantil e Ensino Fundamental*. Recife, PE: Secretaria de Educação.
- Rezat, S., et al. (Eds.). (2019). *Proceedings of the Third International Conference on Mathematics Textbook Research and Development*. Paderborn, Alemanha: Universitätsbibliothek Paderborn.
- Rezende, E. Q. F. & Queiroz, M. L. B. (2008). *Geometria euclidiana plana e construções geométricas*. Campinas, SP: Editora da Unicamp.
- Santos, M. R. (2020). A teoria antropológica do didático: Elementos estruturadores. In: M. R. Rosa dos Santos (Org.). *A teoria antropológica do didático como um recurso teórico-metodológico para análise de conceitos matemáticos em livros didáticos*. Recife, PE: Ed. UFPE.
- Santos, M. R. (2015). A transposição didática do conceito de área de figuras geométricas planas no 6º ano do ensino fundamental: Um olhar sob a ótica da teoria antropológica do didático. 2015. 282 f. Tese (Doutorado em Ensino das Ciências). Universidade Federal Rural de Pernambuco, Recife, PE.
- Silva, E. L. & Menezes, E. M. (2000). *Metodologia da pesquisa e elaboração de dissertação*. Florianópolis, SC: Ed. UFSC.
- Vilar, I. S. M. M. (2020). Alguns pontos notáveis do triângulo e aplicações. 2020. 48 f. Monografia (Graduação em Licenciatura em Matemática). Universidade Estadual da Paraíba, João Pessoa, PB: