

Pensando com Teoria: Explorando Metáforas para Descrever a Matemática na Educação Profissional

Thinking with Theory: Exploring metaphors to describe mathematics in vocational education

Ana Lúcia Braz Dias¹

Resumo: Este estudo explora as metáforas ferramenta, objeto, prática social e rotina para descrever a matemática no contexto da Educação Técnica e Profissional (CTE), especificamente em um curso de mecatrônica. O objetivo é caracterizar o papel da matemática em diferentes momentos e contextos, investigando como essas metáforas influenciam o ensino e a aprendizagem. A metodologia incluiu observações de aulas, entrevistas com professores e análise de planos de aula, utilizando o modelo pedagógico *Math-in-CTE*. A fundamentação teórica baseia-se na dialética entre as metáforas de ferramenta e objeto, conforme Douady. Os resultados indicam que todas as metáforas são essenciais e complementares, e a aprendizagem matemática emerge justamente na dialética entre essas diferentes abordagens.

Palavras-chave: Educação Profissional. Currículos de matemática. Metáforas.

Abstract: This study explores the metaphors of tool, object, social practice, and routine to describe mathematics in the context of Career and Technical Education (CTE), specifically in a mechatronics course. The objective is to characterize the role of mathematics in different moments and contexts, investigating how these metaphors influence teaching and learning. The methodology included classroom observations, interviews with teachers, and analysis of lesson plans, using the *Math-in-CTE* pedagogical model. The theoretical foundation is based on Douady's dialectic between the metaphors of tool and object. The results indicate that all metaphors are essential and complementary, and that mathematical learning emerges precisely from the dialectic between these different approaches.

Keywords: Career and Technica Education. Mathematics Curricula. Metaphors.

1 Introdução

Durante as conversas e discussões que tivemos na análise de dados de um estudo interinstitucional prévio (Dias et al., 2015; Gonçalves et al., 2018, 2019), percebi que discordávamos quanto às caracterizações da matemática e ao papel que lhe atribuíamos no currículo que defendíamos. Fizemos uso abundante de metáforas durante nossas discussões – matemática como ferramenta, matemática como prática social, matemática como objeto. A Dra. Peralta defendia que a matemática era uma prática social e que, nas aulas que observamos, ela era ensinada apenas como ferramenta. Eu, por outro lado, argumentava que o papel da matemática como ferramenta era muito importante e que nem essa adjetivação deveria ser usada de forma pejorativa, nem a prática de utilizar a matemática como ferramenta deveria ser considerada inferior a outras.

Em decorrência daquelas discussões, decidi elaborar um artigo para explorar se a utilização da matemática como ferramenta na educação profissional pode contribuir para a aprendizagem dessa disciplina. Esse estudo busca também investigar a relação entre o uso da

¹ Central Michigan University • Mount Pleasant, Michigan — Estados Unidos da América • ✉ dias1al@cmich.edu •
ORCID <https://orcid.org/0000-0003-0674-0758>.

matemática como ferramenta e a concepção da matemática como objeto, além de questionar se, no contexto da educação profissional, a matemática é igualmente ensinada como objeto. Ao abordar esses aspectos, pretendo verificar como diferentes abordagens no ensino da matemática, particularmente no contexto profissionalizante, influenciam a forma como os estudantes compreendem e aplicam conceitos matemáticos em suas práticas.

2 Revisão da Literatura

A questão da matemática como ferramenta e como objeto no ensino tem sido amplamente discutida nas últimas décadas, especialmente no contexto do ensino de matemática avançada. Na década de 1990, o Grupo de Trabalho sobre Pensamento Matemático Avançado, associado ao Grupo Internacional para a Psicologia da Educação Matemática, trouxe à tona discussões sobre a relação entre *processo* e *objeto* no aprendizado da matemática. Essas discussões, lideradas por teóricos como Anna Sfard, Ed Dubinsky e David Tall, focaram na transformação de processos de pensamento em estruturas cognitivas referidas como *objetos*. A teoria de Dubinsky, baseada na Teoria APOS (Ação, Processo, Objeto e Esquema), descreve como conceitos matemáticos se desenvolvem a partir de ações mentais que evoluem para processos e, eventualmente, se consolidam como objetos manipuláveis (Dubinsky & McDonald, 2001).

No entanto, essa visão foi criticada por autoras como Confrey e Costa (1996), que argumentaram que a centralidade da metáfora do *objeto* nas teorias de reiteração, como a Teoria APOS, reforça uma visão excludente da matemática. Segundo elas, o foco na aquisição de objetos matemáticos como meta última do pensamento matemático avançado negligencia o papel do contexto sociocultural e limita o acesso à matemática para uma parcela da população, perpetuando uma perspectiva elitista. Confrey e Costa destacam que essa abordagem tem raízes em uma visão platônica da matemática, na qual os objetos matemáticos são tratados como entidades imutáveis, o que obscurece a natureza prática e contextualizada do conhecimento matemático.

Por outro lado, a metáfora da matemática como ferramenta tem sido historicamente associada ao desenvolvimento do pensamento matemático. Autores como Hadden (1994) e Swetz (1987) exploraram o papel de ferramentas matemáticas no progresso da matemática aplicada, destacando como, no contexto europeu da Renascença e do mercantilismo, a matemática foi usada para resolver problemas práticos, como o comércio e a navegação. Esses autores mostram que a matemática como ferramenta desempenhou um papel fundamental na transição da matemática antiga para a moderna, particularmente no desenvolvimento de conceitos matemáticos aplicados às necessidades do capitalismo emergente.

Dentro da educação matemática, Douady (1991) explora a dialética entre ferramenta e objeto, argumentando que os conceitos matemáticos podem ser vistos alternadamente como ferramentas práticas para resolver problemas e como objetos abstratos que estruturam o conhecimento

Durante sua evolução e vida adulta os fenômenos matemáticos recebem vários status. Dois desses status, denotados “ferramenta” e “objeto”, são envolvidos em uma forte e diferenciada maneira na análise epistemológica de uma noção matemática, e também no estudo da relação entre ensino e aprendizagem. (Douady, 1991, p. 112. Tradução da autora.)

A dialética ferramenta-objeto sugere que a matemática desempenha papéis diferentes dependendo do contexto em que é utilizada, e que a tensão entre esses papéis pode ser

produtiva no processo de ensino e aprendizagem. Douady argumenta que os fenômenos matemáticos ganham diferentes status ao longo do tempo, ora sendo utilizados como ferramentas para resolver problemas, ora sendo concebidos como objetos de estudo autônomos.

Essa abordagem dialética, no entanto, também pode ser vista em termos críticos no contexto da educação profissional. Como apontam Fitzsimons (2014) e Bakker (2014), a educação matemática voltada ao trabalho e às práticas profissionais é frequentemente negligenciada ou tratada de maneira utilitária. O uso da matemática como ferramenta no ensino profissional pode ser visto por alguns como uma simplificação ou uma abordagem acrítica, mas autores como Fitzsimons argumentam que a matemática aplicada ao trabalho é confrontada com restrições e desafios práticos que exigem uma compreensão contextualizada e crítica. Essa visão desafia a suposição de uma transferência direta e simples da matemática escolar para o ambiente de trabalho, sugerindo que há um conhecimento tácito e situacional envolvido nas práticas profissionais que não pode ser capturado por uma abordagem puramente formalista da matemática.

Por fim, um pequeno grupo de pesquisadores tem explorado a riqueza da matemática quando utilizada como ferramenta consciente e crítica em diferentes contextos profissionais. Pesquisadores como Håstad (1968), Pozzi et al. (1998), e Bessot (2002) investigam como a matemática, tanto tácita quanto explícita, é utilizada em diversas profissões, demonstrando que o uso da matemática como ferramenta não apenas resolve problemas práticos, mas também contribui para a construção de um conhecimento matemático mais significativo e conectado à realidade.

Durante a elaboração deste trabalho, busquei entender melhor o conceito de *práticas sociais* em relação à matemática, especialmente após discussões com minha colega pesquisadora, Dra. Peralta, que mencionou esse termo como parte de nossas análises. Encontrei o trabalho da Denise Vilela, que me parece ter sido a autora que mais contribui para a proposição de um entendimento da matemática como uma prática social (Vilela, 2009; 2012; 2013). Apoiando-se na filosofia de Wittgenstein e no pragmatismo de Richard Rorty, Vilela afirma que a matemática, assim como outras formas de conhecimento, é constituída pelos diferentes jogos de linguagem nos quais está inserida. Esses jogos envolvem a mobilização da matemática em contextos acadêmicos, cotidianos ou profissionais, moldados por fatores históricos, culturais e sociais. Dessa forma, a matemática como prática social não se restringe a conceitos abstratos, mas reflete seu uso em situações reais e concretas, destacando a importância de se considerar os contextos em que os conceitos matemáticos são aplicados.

A discussão sobre a matemática como ferramenta e como objeto tem implicações profundas para a elaboração de currículos na educação profissional. Por um lado, o debate teórico sobre a transformação de processos em objetos matemáticos privilegia uma visão mais abstrata e conceitual da matemática, enquanto, por outro, a metáfora da matemática como ferramenta, frequentemente subestimada, desempenha um papel crucial tanto no desenvolvimento histórico da matemática quanto em suas aplicações práticas no mundo do trabalho. Essas tensões sugerem que os currículos da educação profissional devem equilibrar as dimensões conceituais da matemática com suas aplicações práticas, especialmente à luz da crescente ênfase na agenda *College and Career Readiness*, que busca introduzir rigor acadêmico nas aulas técnicas. Essa agenda propõe que as aulas de educação profissional não apenas preparem os alunos para o trabalho, mas também os capacitem academicamente, fortalecendo a integração entre os saberes técnicos e a matemática formal.

A agenda de *College and Career Readiness* (Prontidão Acadêmica e Profissional) reflete uma mudança importante na educação, ao expandir o foco da preparação acadêmica exclusivamente para a faculdade para incluir também a preparação para o mercado de trabalho. Essa transição foi impulsionada pela crescente necessidade de alinhar a educação às demandas do mundo profissional, especialmente em um cenário globalizado onde a formação de uma força de trabalho qualificada tornou-se prioridade. Iniciativas como o *American Diploma Project* (ADP) e o trabalho de organizações como a *American College Testing* (ACT) identificaram que as habilidades centrais necessárias tanto para o sucesso no ensino superior quanto para o ingresso no mercado de trabalho são similares, principalmente nas áreas de leitura, escrita e matemática (Conley, 2012, 2015).

Esse movimento levou à criação dos Parâmetros Curriculares Comuns (*Common Core State Standards* - CCSS), que visam fornecer uma base acadêmica sólida para todos os estudantes, independentemente do caminho que escolham seguir após o ensino médio. A inclusão do termo “pronto para a faculdade e a carreira” (*college and career ready*) nos CCSS (National Governors Association Center for Best Practices & Council of Chief State School Officers, 2010) reforça a necessidade de desenvolver nos alunos habilidades essenciais para ambos os contextos, integrando o rigor acadêmico às exigências práticas do mundo do trabalho.

Nesse contexto, a legislação dos Atos Perkins IV e V desempenhou um papel fundamental ao exigir a integração entre educação acadêmica e técnica nos programas de Educação Técnica e Profissional (CTE). O objetivo dessa integração é assegurar que os cursos de CTE não apenas forneçam formação técnica, mas também preparem os alunos academicamente, alinhando os currículos de CTE aos padrões acadêmicos, como os CCSS de Matemática (CCSSM). Essa exigência de alinhamento visa garantir que os estudantes adquiram uma base matemática forte, essencial para enfrentar os desafios técnicos em suas futuras carreiras.

O conceito de alinhamento das competências de CTE com os Parâmetros Curriculares Comuns de Matemática (CCSSM) surgiu como uma tentativa de conectar a educação técnica e a acadêmica, assegurando que os alunos estejam preparados tanto para o ensino superior quanto para o mercado de trabalho. Essa abordagem foi promovida por organizações como Advance CTE e Achieve, que guiaram estados e distritos na implementação de estratégias de alinhamento, destacando a importância de conectar as competências técnicas às habilidades matemáticas. (Meeder & Suddreth, 2012).

Na prática, o alinhamento entre CTE e CCSSM é visto como uma forma de tornar o ensino de matemática mais relevante para os estudantes que seguem caminhos profissionais, como a mecânica, por exemplo. A ideia é que, ao integrar os conceitos matemáticos com tarefas técnicas, os estudantes possam aplicar os conhecimentos acadêmicos em desafios reais, valorizando tanto o saber técnico quanto o acadêmico. No estado de Michigan, por exemplo, os programas de CTE são obrigados a cumprir as diretrizes dos CCSS e do *Michigan Merit Curriculum* (MMC), garantindo que os estudantes em áreas técnicas também recebam uma formação acadêmica rigorosa.

Entretanto, esse processo de alinhamento não está isento de críticas. Como apontado no Plano Estadual da Califórnia para a Educação Técnica e Profissional (2008-2012), alinhar competências técnicas com padrões acadêmicos pode ser uma tarefa complexa, especialmente em áreas que estão em constante evolução, como a tecnologia e a engenharia. A necessidade de manter os currículos atualizados com as mudanças no mercado de trabalho coloca um peso adicional sobre os professores de CTE, que precisam adaptar continuamente suas práticas

pedagógicas para atender tanto às demandas técnicas quanto às acadêmicas (California Department of Education & California Community Colleges, 2008).

Apesar dos desafios, o alinhamento entre CTE e CCSSM continua a ser promovido como uma estratégia para aumentar o rigor acadêmico nas aulas técnicas, tornando os programas de CTE mais atrativos e relevantes para os estudantes. A implementação dessa integração, no entanto, ainda enfrenta obstáculos, como a necessidade de colaboração entre professores de diferentes áreas, o tempo necessário para desenvolver novos currículos e a formação contínua dos educadores. Além disso, há preocupações sobre a real eficácia desse alinhamento, já que muitos professores têm optado por *rebrand* suas aulas, destacando as habilidades de STEM já existentes, em vez de fazer mudanças substanciais nos currículos (Ellner, 2015).

Em suma, a agenda de *College and Career Readiness*, juntamente com os Atos Perkins, impulsionou uma reformulação significativa dos currículos de CTE, promovendo o alinhamento com padrões acadêmicos como os CCSS. No entanto, a implementação prática desse alinhamento e sua capacidade de equilibrar rigor acadêmico com relevância técnica ainda requerem uma investigação de como esse processo tem ocorrido na prática, particularmente no contexto da educação técnica e profissional, e de que forma ele contribui para a aprendizagem e preparação dos estudantes, tanto para a carreira quanto para o ensino superior.

3 Objetivo

Este trabalho tem como objetivo elaborar uma caracterização da matemática no contexto do alinhamento entre as competências dos programas de Educação Técnica e Profissional (CTE) e os Parâmetros Curriculares Comuns de Matemática (CCSSM). Para isso, serão utilizadas metáforas, como a de ferramenta, objeto, prática social, ou outras que se mostrem mais adequadas ao longo da análise. A partir dessa abordagem, o estudo buscará identificar como a matemática é mobilizada em diferentes momentos e contextos dentro de um curso específico de mecatrônica, considerando suas múltiplas dimensões e aplicações no ensino técnico.

4 Metodologia

Este estudo foi realizado em uma escola técnica no estado de Michigan, destinada à formação técnica e profissionalizante de estudantes do ensino médio e adultos. No entanto, as vagas para alunos do ensino médio são priorizadas, e aqueles que já completaram seus estudos formais têm dificuldade em encontrar espaço nos cursos. A instituição oferece uma ampla gama de programas em diferentes áreas do conhecimento, que vão desde ciências agrícolas, *design* gráfico, cibersegurança até mecatrônica e pequenos motores. Os cursos combinam componentes teóricos e práticos, conforme previsto nos currículos técnicos e profissionais, com o objetivo de alinhar a formação dos estudantes às demandas do mercado de trabalho, mas ao mesmo tempo preparando-os para o ingresso e sucesso em instituições de ensino superior.

A coleta de dados foi realizada por meio de uma combinação de visitas à escola, observação de aulas e entrevistas informais com professores e coordenadores. Durante as visitas, foi possível observar diretamente a infraestrutura e os recursos pedagógicos utilizados pela instituição, com destaque para os laboratórios e ferramentas tecnológicas empregadas nos cursos de Educação Técnica e Profissional (CTE). Essas observações permitiram uma imersão no ambiente de ensino técnico, fornecendo uma visão abrangente das condições e práticas

pedagógicas adotadas.

A observação de aulas foi realizada em diferentes programas oferecidos pela instituição, dependendo da disponibilidade dos professores e do uso da matemática em suas disciplinas. Foram observadas aulas que integram conceitos matemáticos ao conteúdo técnico, em cursos variados.

Além das observações, conversas informais e entrevistas semiestruturadas com professores e coordenadores ajudaram a aprofundar a compreensão das estratégias pedagógicas adotadas para integrar a matemática ao currículo técnico.

Quanto à análise, o estudo se baseia na utilização de metáforas para caracterizar a matemática dentro do currículo de CTE. As metáforas de *ferramenta*, *objeto* e *prática social* serão utilizadas como códigos analíticos para identificar em quais momentos e contextos a matemática é tratada de uma maneira ou outra. A análise buscará examinar como essas metáforas emergem ao longo do curso de mecatrônica e como elas influenciam a maneira como os planos de aula dos professores são planejados.

Neste estudo, escolhi focar em quatro competências do curso de mecatrônica dentre as que tiveram seus alinhamentos e o planejamento de aulas compartilhados comigo. As competências selecionadas foram: as agrupadas como D.7-12 - Realizar experimentos em aparelhos mecatrônicos. Incluem: compreender questões de *troubleshooting*, manutenção e segurança (Competência 7); verbalizar instruções e comunicar problemas (Competência 10); transferir conhecimentos de um sistema para outro (Competência 11); e criar um sistema integrado de várias tecnologias (Competência 12).

5 Parâmetros Acadêmicos de Matemática

Os Parâmetros Estaduais Comuns (*Common Core State Standards* - CCSS) estadunidenses foram desenvolvidos por meio de um esforço colaborativo liderado pelo Centro da Associação Nacional de Governadores para Melhores Práticas (*National Governors Association Center for Best Practices*) e pelo Conselho de Chefes de Departamentos Estaduais de Educação (*Council of Chief State School Officers* - CCSSO). A *Common Core State Standards Initiative* tinha como objetivo estabelecer um conjunto unificado de expectativas para o conhecimento e as habilidades dos alunos do Ensino Fundamental e Médio (K-12). Em 2024, 41 estados, o Distrito de Colúmbia, quatro territórios dos EUA e o órgão Atividade Educacional do Departamento de Defesa (DoDEA) adotam os CCSS. Outros estados revogaram ou modificaram significativamente a implementação desses padrões; renomearam o documento (publicaram o que chamam de seu próprio documento, mas que tem basicamente o mesmo conteúdo dos CCSS); ou publicaram seus próprios parâmetros, mas que ainda se alinham com os princípios originais dos CCSS.

Cada parâmetro pertence a um ano de escolarização (*grade*), um domínio (*domain*) e um agrupamento (*cluster*). Além disso, um parâmetro pode ou não ter subparâmetros. Por exemplo, o parâmetro 6.EE.A.2: Escrever, ler e avaliar expressões nas quais letras representam números, é do sexto ano, domínio Sexto Ano - Expressões e Equações e agrupamento 6.EE.A. Aplicar e estender compreensões prévias da aritmética a expressões algébricas. Ele inclui subparâmetros, que são:

- 6.EE.A.2.a. Escrever expressões que registrem operações com números e com letras que representam números. Por exemplo, expressar o cálculo "Subtrair y de 5" como $5-y$.
- 6.EE.A.2.b. Identificar partes de uma expressão usando termos matemáticos (soma,

termo, produto, fator, quociente, coeficiente); ver uma ou mais partes de uma expressão como uma entidade única. Por exemplo, descrever a expressão $2(8+7)$ como um produto de dois fatores; ver $(8+7)$ como uma única entidade e também como a soma de dois termos.

6.EE.A.2.c. Avaliar expressões para valores específicos de suas variáveis. Incluir expressões que surgem de fórmulas usadas em problemas do mundo real. Realizar operações aritméticas, incluindo aquelas envolvendo expoentes de números inteiros, na ordem convencional quando não há parênteses para especificar uma ordem particular (Ordem das Operações). Por exemplo, usar as fórmulas $V = s^3$ e $A = 6s^2$ para encontrar o volume e a área da superfície de um cubo com lados de comprimento $s = 1/2$. (National Governors Association Center for Best Practices & Council of Chief State School Officers, 2010).

6 Resultados e Análise

Tanto o alinhamento utilizado quanto o método de garantir o rigor acadêmico e a integração da matemática observados no programa têm origem na iniciativa *Math-in-CTE* (*Mathematics-in-Career and Technical Education*).

A abordagem *Math-in-CTE* foi desenvolvida pelo National Research Center for Career and Technical Education (NRCCTE) com o objetivo de integrar conceitos matemáticos no contexto das disciplinas de Educação Técnica e Profissional (CTE). Essa iniciativa reconhece a necessidade de ensinar matemática de forma contextualizada, conectando-a diretamente às tarefas e desafios enfrentados nas ocupações técnicas (Stone III et al., 2008).

O programa teve início quando James Stone III e colaboradores formularam a hipótese de que seria possível melhorar tanto a compreensão conceitual de matemática pelos alunos de CTE quanto sua capacidade de transferir essas habilidades matemáticas, sem comprometer o desenvolvimento de suas habilidades técnicas. O estudo começou como um teste piloto de um semestre em seis SLMPs (*Student Learning Mastery Programs*) e em mais de 200 salas de aula. Diante dos resultados promissores, a agência de financiamento decidiu realizar um estudo completo de um ano com a mesma intervenção, com pequenas modificações, em cinco SLMPs. A pesquisa envolveu professores voluntários de CTE, que foram aleatoriamente designados para o grupo experimental ($n = 59$) ou o grupo de controle ($n = 78$). Os professores do grupo experimental colaboraram com professores de matemática para desenvolver atividades que integrassem mais matemática no currículo ocupacional. Após um ano de aulas de CTE com reforço matemático, os estudantes do grupo experimental demonstraram desempenho equivalente nas habilidades técnicas e significativamente melhor em dois testes padronizados de habilidade matemática do que os alunos do grupo de controle. (Stone III et al., 2008).

Os pesquisadores identificaram cinco princípios fundamentais para a intervenção: (a) desenvolver e manter uma comunidade de prática entre os professores, (b) partir do currículo de CTE, e não do currículo de matemática, (c) reconhecer a matemática como uma habilidade essencial no ambiente de trabalho, (d) maximizar a matemática no currículo de CTE, e (e) entender que os professores de CTE são instrutores do modelo *Math-in-CTE*, e não professores de matemática (Stone III et al., 2008).

O modelo pedagógico *Math-in-CTE* é composto por sete elementos fundamentais:

- I. *Introdução Conceitual*: Apresentar o conceito matemático de forma contextualizada, preparando os alunos para o conteúdo a ser trabalhado.
- II. *Conexão Explícita com a Matemática*: Relacionar diretamente o conceito ao conteúdo matemático, destacando a importância da matemática no contexto

- técnico.
- III. *Experiências com Ferramentas Matemáticas*: Proporcionar aos alunos a oportunidade de utilizar ferramentas matemáticas em contextos ocupacionais.
 - IV. *Análise de Problemas Reais*: Aplicar a matemática na resolução de problemas do mundo real, enfatizando sua relevância na prática profissional.
 - V. *Resolução Guiada de Problemas*: Orientar os alunos na resolução de problemas, utilizando a matemática como ferramenta essencial.
 - VI. *Discussão em Grupo*: Estimular a interação entre os alunos, incentivando a troca de diferentes abordagens e soluções.
 - VII. *Aplicação Independente*: Incentivar os alunos a aplicar os conceitos matemáticos de forma independente, reforçando a aprendizagem.

Esse modelo visa conectar a matemática aos cenários ocupacionais, para que os estudantes compreendam como ela se aplica às suas futuras profissões, sem comprometer o desenvolvimento de suas habilidades técnicas. A hipótese central é que, ao aprender matemática dessa forma, os alunos terão uma compreensão mais profunda do conteúdo do que se o estudassem em cursos acadêmicos desconectados de problemas reais.

Os parâmetros CCSSM que foram alinhados com as competências 7, 10, 11 e 12 do programa de mecatrônica foram os seguintes: 6.RP.1, 6.RP.2, 6.RP.3, 7.RP.1, 7.RP.2, 7.RP.3, 6.EE.6, 6.EE.7, 6.EE.8, 6.EE.9, 7.EE.1, 7.EE.2, 7.EE.3, 7.EE.4, 8.EE.7, 8.EE.8, 8.F.4, 6.NS.2, 6.NS.3, 6.NS.1, 6.EE.2, 7.NS.1, 7.NS.2, 7.NS.3, 6.NS.2, 6.NS.3, 6.NS.5, G.MG.3, A.CED.1, A.CED.2, A.CED.3, A.CED.4, A.REI.3, A.REI.4, A.REI.10, F.LE.1, F.LE.2, F.LE.5, F.IF.5, A.SSE.1, F.BF.1, S.ID.6, A.APR.1, A.APR.7, N.RN.3, N.Q.1.

Foi possível observar que os agrupamentos não foram listados, assim como não foram incluídos subparâmetros. A análise sobre se os parâmetros apresentam uma visão da matemática como ferramenta, objeto ou prática social muda consideravelmente caso os agrupamentos e subparâmetros sejam considerados. Por exemplo, o parâmetro apresentado como A.APR.1 é, na verdade, o parâmetro A-APR.A.1 (Compreender que polinômios formam um sistema análogo aos inteiros, ou seja, são fechados sob as operações de adição, subtração e multiplicação; somar, subtrair e multiplicar polinômios). Este é um parâmetro que, em minha compreensão, implica no estudo da matemática como objeto (O). Será que este parâmetro será realmente atingido em uma aula técnica dentro das competências do grupo D.7-12 - Realizar experimentos em aparelhos mecatrônicos? Se tivéssemos analisado apenas o agrupamento desse parâmetro, que é o A-APR.A (Realizar operações aritméticas com polinômios), já não seria tão evidente a necessidade de uma compreensão profunda dos polinômios como objetos matemáticos.

Durante a análise, observei que este agrupamento, assim como outros parâmetros, não pareciam envolver o uso da matemática como ferramenta, nem seu estudo como objeto, nem como prática social. Parâmetros como 6.NS.B.2 (Dividir números de vários dígitos com fluência usando o algoritmo padrão) e 6.NS.B.3 (Somar, subtrair, multiplicar e dividir números decimais de vários dígitos com fluência, utilizando o algoritmo padrão para cada operação) exemplificam essa situação. Diante disso, elaborei um outro código para essa caracterização da matemática, introduzindo uma nova metáfora: Rotina (R).

Para evitar ambiguidades, optei por codificar apenas as descrições dos parâmetros em si, desconsiderando as descrições de seus agrupamentos e eventuais subparâmetros.

Como parte da análise, classifiquei os 44 parâmetros dos CCSSM como implicando o estudo da matemática como objeto (O), sua utilização como ferramenta (F), prática social (P) ou aprendizagem de rotinas ou habilidades algorítmicas (R). Em alguns casos, mais de uma

dessas metáforas foi atribuída a um mesmo parâmetro. Por limitação de espaço, a seguir reproduzo apenas os parâmetros que codifiquei como necessariamente levando ao estudo da matemática como *objeto*. Outros também receberam o código O (Objeto), mas juntamente com outros códigos:

A-APR.A.1. Compreender que polinômios formam um sistema análogo aos inteiros, ou seja, são fechados sob as operações de adição, subtração e multiplicação; somar, subtrair e multiplicar polinômios

A-APR.D.7: Compreender que expressões racionais formam um sistema análogo aos números racionais, fechado sob adição, subtração, multiplicação e divisão por uma expressão racional não nula; somar, subtrair, multiplicar e dividir expressões racionais.

A-REI.D.10: Compreender que o gráfico de uma equação em duas variáveis é o conjunto de todas as suas soluções representadas no plano cartesiano, geralmente formando uma curva (que pode ser uma reta).

F-LE.B.5: Interpretar os parâmetros de uma função linear ou exponencial em termos de um contexto.

F-IF.B.5: Relacionar o domínio de uma função ao seu gráfico e, quando aplicável, à relação quantitativa que ela descreve. Por exemplo, se a função $h(n)$ fornece o número de horas de trabalho necessárias para montar n motores em uma fábrica, os inteiros positivos seriam um domínio apropriado para a função.

N-RN.B.3: Explicar por que a soma ou o produto de dois números racionais é racional; que a soma de um número racional e um número irracional é irracional; e que o produto de um número racional não nulo e um número irracional é irracional. (National Governors Association Center for Best Practices & Council of Chief State School Officers, 2010)

Em seguida, apliquei os mesmos códigos aos sete elementos da pedagogia *Math-in-CTE*. A seguir exponho minha codificação e o porquê de cada uma.

- I. Introdução Conceitual: F (Ferramenta). Aqui, a matemática é introduzida inserida em um contexto, como uma ferramenta para entender e aplicar conhecimentos técnicos, sendo utilizada de forma prática.
- II. Conexão Explícita com a Matemática: O (Objeto). Essa etapa envolve a compreensão dos conceitos matemáticos em si, o que se alinha à metáfora da matemática como um objeto de estudo, buscando uma compreensão mais profunda.
- III. Experiências com Ferramentas Matemáticas: F (Ferramenta). A matemática é aplicada como uma ferramenta prática e útil para resolver problemas específicos em contextos técnicos.
- IV. Análise de Problemas Reais: P (Prática Social). Esta etapa envolve o uso da matemática em contextos do mundo real, enfatizando sua aplicação na vida prática e ocupacional, o que se aproxima da visão de prática social.
- V. Resolução Guiada de Problemas: F (Ferramenta). Aqui, a matemática é utilizada como uma ferramenta essencial para solucionar problemas de forma guiada e prática.
- VI. Discussão em Grupo: P (Prática Social). Esta etapa envolve a colaboração e o uso da matemática em um contexto social e de troca de conhecimentos, o que se alinha à ideia de prática social.
- VII. Aplicação Independente: R (Rotina). Ao aplicar conceitos matemáticos de forma independente, muitas vezes, os alunos estarão realizando procedimentos e operações rotineiras e algoritmizadas.



Essa classificação tenta capturar a forma como a matemática é apresentada e aplicada em cada etapa do processo de ensino. Ela sugere que diferentes momentos da aula enfatizam distintos aspectos da matemática, como sua compreensão profunda (objeto), sua aplicação prática (ferramenta), seu uso em contextos sociais (prática social) e sua execução como processos estabelecidos (rotina).

O plano de uma sequência de aulas relacionada à competência D.7-12 (Realizar experimentos em aparelhos mecatrônicos) foi analisado. O plano da primeira aula, relacionada à etapa I (introdução conceitual) é mostrado na Figura 1.

Figura 1: Plano da primeira aula

Estudo da Deformação usando um Extensômetro

"Imaginemos uma ponte ou uma estrutura metálica de um equipamento industrial. Essas estruturas são constantemente submetidas a cargas de diferentes intensidades. Para garantir a segurança e o bom funcionamento dessas estruturas, engenheiros utilizam dispositivos chamados extensômetros, que medem a deformação dos materiais ao longo do tempo e sob diferentes condições. O extensômetro nos ajuda a saber quanto o material está 'esticando' ou 'deformando' quando uma força é aplicada sobre ele."

"A consequência do estresse é o que se chama de deformação. A deformação é a medida de quanta distorção ocorreu no corpo em comparação com sua forma inicial devido à ação da força. Ela é denotada por ϵ "

"Conecte o módulo de sensor no local correspondente. Ligue a fonte de alimentação. Conecte as saídas de tensão +ve e -ve aos terminais do voltímetro. A fonte de tensão constante é fornecida como 5V. Dê algum tempo para estabilizar a leitura do instrumento. Ajuste a leitura do voltímetro para zero. Agora aplique peso na viga. Anote as leituras do mostrador de tensão correspondente à deformação no dispositivo de treinamento. Se necessário, ajuste a configuração de alcance para mudar a leitura do voltímetro. Tabule as leituras e plote o gráfico para a carga aplicada e a tensão de saída."

A seguir, o conceito de deformação será introduzido matematicamente. Explicaremos que a deformação é a relação entre a mudança de comprimento de um material e seu comprimento original, sendo representada pela fórmula:

$$\epsilon = \frac{6PL}{bt^2 \times 2 \times 10^6}$$

Aqui, explicaremos cada uma das variáveis envolvidas na fórmula:

- P: Carga aplicada (em Kg),
- L: Comprimento da viga (em cm),
- b: Largura da viga (em cm),
- t: Espessura da viga (em cm).

Em seguida os estudantes calcularão a percentagem de erro de suas medições:

$$\% \text{ de erro} = \frac{\epsilon_{\text{Experimental}} - \epsilon_{\text{teórico}}}{\epsilon_{\text{teórico}}} \times 100$$

Relação com a Matemática: Nesse momento, é importante destacar que a deformação é calculada usando variáveis que podem mudar dependendo da situação. Além disso, será feita uma introdução à ideia de unidades, ressaltando como a matemática permite representar e calcular fenômenos físicos através de fórmulas e equações. A equação será apresentada como uma ferramenta (F), pois ela nos permite calcular a deformação com base em variáveis que podem ser medidas no laboratório.

Conexão com o Mundo Real: Serão mostrados exemplos de onde o cálculo da deformação é essencial no mundo real, como na avaliação de segurança de pontes, em máquinas industriais e em aeronaves. Essas conexões ajudam a contextualizar a importância de aprender a manipular essas fórmulas e variáveis no contexto técnico.

Atividade de Preparação: Os alunos serão convidados a pensar em outros exemplos de estruturas ou sistemas que possam sofrer deformação quando uma carga é aplicada, como materiais utilizados em construções civis, peças de automóveis ou componentes eletrônicos. Dessa forma, eles começam a perceber que a matemática, no contexto técnico, é uma ferramenta fundamental para o sucesso em diversas profissões.

Fonte: Dados de Pesquisa.

A Introdução Conceitual é o primeiro passo para preparar os alunos tanto conceitualmente quanto matematicamente para a atividade prática que virá a seguir, fornecendo um fundamento sólido de como a matemática se conecta com as atividades do dia a dia na mecatrônica.

A próxima aula corresponde à etapa II (Conexão Explícita com a Matemática). Como mencionado anteriormente, esta foi a única etapa dos sete elementos que considerei como

uma oportunidade para estudar a matemática como um objeto. Neste momento, o planejamento do professor contempla o trabalho com os parâmetros F-LE.B.5 e F-IF.B.5. A fórmula da deformação será discutida sob a perspectiva de uma função, e os parâmetros serão analisados em termos de variáveis e constantes. Além disso, o domínio da função será objeto de debate.

Na terceira fase da unidade, correspondente à etapa III (Experiências com Ferramentas Matemáticas) os alunos terão a oportunidade de experimentar o uso de ferramentas matemáticas no contexto dos aparatos mecatrônicos, utilizando expressões racionais para resolver problemas práticos que surgem no trabalho com sistemas técnicos. Por limitação de espaço não vamos descrever toda a aula, mas os problemas propostos envolvem: velocidade angular em motores elétricos, cálculo de força em um sistema pneumático e potência elétrica, dentre outros.

Na quarta aula é apresentado um problema real (etapa IV, análise de problemas reais) intitulado Cálculo da Deformação (*strain*) em uma Ponte de Manutenção com Sensores de *Strain Gauge*. As tarefas que os alunos vão realizar envolvem cálculo da deformação, interpretação dos resultados, projeção e relatório técnico. O problema reforça o conceito de expressões racionais (usadas na equação da deformação) e a aplicação de conceitos matemáticos no contexto de segurança em sistemas mecatrônicos. Além disso, os alunos terão a oportunidade de ver como a matemática pode ser usada para prever o comportamento de materiais e garantir a segurança em situações do mundo real, consolidando o uso da matemática como ferramenta prática, bem como realizando uma prática social, já que vão trabalhar em grupos com medições. Ao não fornecer diretamente todos os dados e equações, essa abordagem encoraja os alunos a trabalharem ativamente na modelagem do problema, explorando como vão encontrar problemas no mundo real.

Na etapa V (resolução guiada de problemas) o plano inclui três problemas: Problema 1: *Cálculo de Deformação com Diferentes Materiais*; Problema 2: *Prevenção da Deformação para Diferentes Cargas*; e Problema 3: *Análise de Erros na Medição de Deformação*. Esses problemas envolvem cálculos e comparações, incentivando os alunos a usar a matemática como uma ferramenta essencial para resolver questões práticas no contexto mecatrônico.

A próxima fase é VI - Discussão em Grupo. Esta etapa envolve a colaboração e o uso da matemática em um contexto social e de troca de conhecimentos, o que se alinha à ideia de prática social. A atividade que o professor planejou utilizar foi: *Análise Colaborativa dos Resultados e Aplicações em Diferentes Cenários de Engenharia*. Nesta atividade, os alunos serão divididos em pequenos grupos para discutir os resultados dos experimentos realizados e as soluções dos problemas propostos nas fases anteriores. A atividade será organizada como mostra a Figura 2.

Figura 2: Plano da atividade de discussão em grupo.

Revisão dos Resultados: Cada grupo deve revisar as deformações calculadas e as equações usadas, comparando os resultados obtidos entre os diferentes materiais ou cargas aplicadas (dependendo do problema trabalhado). A ideia é que os grupos compartilhem suas interpretações sobre as diferenças encontradas e as razões por trás dessas variações.

Contextualização: Os alunos serão incentivados a relacionar seus resultados com aplicações reais na engenharia mecânica. Por exemplo, em que situações práticas é necessário escolher materiais com maior ou menor resistência à deformação? Como a escolha do material afeta o desempenho de um sistema mecânico?

Discussão de Cenários Reais: Cada grupo deve pensar em um cenário específico da área de mecânica onde o uso de *strain gauges* seria essencial. Exemplos podem incluir:

Monitoramento de tensões em estruturas mecânicas durante a operação de robôs industriais.

Testes de resistência em componentes de automóveis ou aeronaves.

Verificação da segurança de pontes ou estruturas civis em situações de carga variável.

Tópicos de Discussão em Grupo:

Quais foram os desafios ao aplicar a matemática para resolver os problemas do mundo real?

De que forma a colaboração no grupo ajudou na compreensão e na resolução dos problemas?

Como a matemática pode ser usada em contextos colaborativos para encontrar soluções mais eficazes e aplicáveis no campo da engenharia mecânica?

Quais são as limitações dos modelos matemáticos utilizados, e como esses modelos poderiam ser refinados para maior precisão?

Fonte: Dados de Pesquisa.

O professor que me forneceu este plano compartilhou que o principal objetivo dessa atividade de discussão em grupo é promover a troca de ideias e reflexões entre os alunos, estimulando o uso da matemática em um contexto social e colaborativo. Ao discutir suas diferentes abordagens e interpretações, os alunos poderão ver a matemática como uma prática social, onde o conhecimento é construído coletivamente e aplicado para resolver problemas técnicos do mundo real. Para o professor, essa troca de conhecimentos entre os alunos também ajuda a consolidar a compreensão dos conceitos matemáticos e sua aplicação prática, reforçando a importância da colaboração no ambiente de trabalho técnico-profissional, algo essencial no campo da mecânica.

Finalmente, na última etapa os alunos devem aplicar de forma independente os conceitos matemáticos e os procedimentos aprendidos ao longo da unidade. A ideia é que eles pratiquem as operações matemáticas de maneira rotineira, realizando cálculos e operações relacionadas aos experimentos realizados e às situações práticas discutidas, consolidando suas habilidades. As atividades contidas no plano incluem um conjunto de problemas envolvendo deformações e uso de *strain gauges*, onde deverão calcular deformações, forças aplicadas e outras variáveis em diferentes contextos. Esses problemas estarão alinhados com o que foi trabalhado anteriormente, mas exigirão que o aluno resolva de forma independente. Os cálculos podem ser feitos de forma rotineira, já que as fórmulas e equações são as mesmas utilizadas antes. Portanto, classifico essa fase como uma visão da matemática como Rotina (R). Para o professor, o objetivo desta etapa é permitir que os alunos pratiquem as operações matemáticas de forma fluente, automatizando processos e consolidando suas habilidades rotineiras.

Aqui, eles aplicam algoritmos, como divisão e multiplicação de expressões racionais, sem precisar de intervenção constante do professor, refletindo uma rotina que será essencial no ambiente técnico-profissional. Além disso, ao resolver problemas de forma independente, os alunos exercitam o domínio de operações e cálculos, desenvolvendo mais autonomia no uso da matemática como uma

habilidade prática. (Tradução livre da fala do professor.)

7 Conclusão

Este trabalho buscou explorar como a matemática é caracterizada no contexto da educação técnica e profissional, utilizando-se de metáforas como ferramenta, objeto, prática social e rotina. A análise do alinhamento entre as competências dos programas de Educação Técnica e Profissional (CTE) e os Parâmetros Curriculares Comuns de Matemática (CCSSM) mostrou que a matemática é mobilizada de diferentes maneiras ao longo do processo educativo, desempenhando papéis diversos conforme o contexto e as necessidades pedagógicas.

Observamos que o modelo pedagógico *Math-in-CTE*, com seus sete elementos, corrobora a teoria de Douady sobre a dialética entre a matemática como ferramenta e objeto. Ao integrar conceitos matemáticos a situações técnicas e ao promover a resolução de problemas do mundo real, o modelo permite que a matemática se revele tanto como um objeto de estudo, que precisa ser compreendido conceitualmente, quanto como uma ferramenta prática, essencial para o desempenho de atividades profissionais. Essa abordagem dialética se alinha com a proposta de Douady, na qual a matemática alterna entre o status de ferramenta e de objeto, dependendo do contexto educacional.

No entanto, preocupa-me que ainda existam muitos outros parâmetros do CCSSM que foram alinhados com as competências D7 a D12 e que exigem o estudo de conceitos matemáticos como objetos. Não sei se haverá oportunidades para alcançar esses parâmetros. Lembremos que as competências em mecatrônica estão agrupadas sob a descrição *realizar experimentos em aparelhos mecatrônicos* e incluem a compreensão de questões de troubleshooting, manutenção e segurança; a verbalização de instruções e a comunicação de problemas; a transferência de conhecimentos de um sistema para outro; e a criação de um sistema integrado de várias tecnologias. É possível que outras aulas consigam incluir todos os parâmetros matemáticos na etapa 2, mas acho difícil fazer isso partindo do currículo de CTE e não do currículo de matemática, como previsto no modelo *Math-in-CTE*.

Por fim, creio que este trabalho ressalta que nenhuma dessas metáforas deve ser considerada inferior em relação às outras ou utilizada de forma pejorativa. Todas são essenciais para o ensino e a aprendizagem da matemática no contexto da educação profissional. A verdadeira compreensão matemática emerge justamente na dialética entre essas diferentes abordagens. A matemática como ferramenta, objeto, prática social e rotina oferece aos alunos diversas oportunidades de aprendizagem, desenvolvendo tanto suas capacidades práticas quanto sua compreensão conceitual. É nesse movimento entre as diferentes metáforas que se constrói uma formação matemática completa e significativa para o estudante técnico-profissional.

Referências

- Bakker, A. (2014). Characterising and developing vocational mathematical knowledge. *Educational Studies in Mathematics*, 86(2), 151-156.
- Bessot, A. (2002). Visibility of mathematical objects present in professional practice. In A. Bessot & J. Ridgway (Eds.), *Education for Mathematics in the Workplace* (pp. 225-238). Dordrecht: Springer Netherlands.
- California Department of Education & California Community Colleges. (2008). *2008-2012 California State Plan for Career Technical Education: A bridge to the future*.

- Confrey, J., & Costa, S. (1996). A critique of the selection of “Mathematical objects” as a central metaphor for advanced mathematical thinking. *International Journal of Computers for Mathematical Learning*, 1(2), 139-168.
- Conley, D. T. (2012). *A complete definition of College and Career Readiness*. <https://files.eric.ed.gov/fulltext/ED537876.pdf>
- Conley, D. T. (2015). The emergence and operationalization of college and career readiness. In: *40th Annual Meeting of the Association for the Study of Higher Education: inequality & higher education* (pp 1-20). Denver, CO, USA.
- Dias, A. L. B., Gonçalves, H. J. L., & Peralta, D. A. The role of mathematics in vocational education curricula: a comparative study. In: *Memorias de la XIV Conferencia Interamericana de Educación Matemática, Volumen 13: nuevos enfoques y relación con otras áreas* (pp. 234-242). Tuxtla Gutiérrez, Chiapas, México.
- Douady, R. (1991). Tool, object, setting, window: elements for analysing and constructing didactical situations in mathematics. In *Mathematical knowledge: Its growth through teaching* (pp. 107-130): Springer.
- Dubinsky, E., & McDonald, M. A. (2001). APOS: A constructivist theory of learning in undergraduate mathematics education research. In *The teaching and learning of mathematics at university level* (pp. 275-282). Dordrecht: Springer Netherlands.
- FitzSimons, G. (2014). Commentary on vocational mathematics education: where mathematics education confronts the realities of people's work. *Educational Studies in Mathematics*, 86(2), 291-305.
- Gonçalves, H. J. L., Dias, A. L. B., & Peralta, D. A. (2018). Estudo comparativo sobre o ensino de matemática em currículos de educação profissional técnica: Brasil e Estados Unidos. *Bolema: Boletim de Educação Matemática*, 32, 31-56.
- Gonçalves, H. J. L., Dias, A. L. B., & Peralta, D. A. (2019). O ensino de matemática na educação profissional técnica: uma análise curricular. *Revista da FAEEBA: Educação e Contemporaneidade*, 28(54), 155-172.
- Hadden, R. W. (1994). *On the shoulders of merchants: Exchange and the mathematical conception of nature in early modern Europe*. New York, NY: SUNY Press.
- Håstad, M. (1968). Mathematics and engineers. *Educational Studies in Mathematics*, 1(1-2), 93-97.
- Meeder, H., & Suddreth, T. (2012). *Common Core State Standards & Career and Technical Education: bridging the divide between college and career readiness*. Achieve, Inc.
- National Governors Association Center for Best Practices & Council of Chief State School Officers. (2010). *Common Core State Standards for Mathematics*. <http://www.corestandards.org>.
- Pozzi, S., Noss, R., & Hoyles, C. (1998). Tools in practice, mathematics in use. *Educational Studies in Mathematics*, 36(2), 105-122.
- Swetz, F. J. (1987). *Capitalism and arithmetic: The new math of the 15th century- including the full text of the Treviso Arithmetic of 1478*. La Salle, IL: Open Court.
- Vilela, D. S. (2009). Práticas matemáticas: contribuições sóciofilosóficas para a Educação Matemática. *Zetetiké*, 17(31), 191-212.



- Vilela, D. S. (2012). Matemática como prática social: discussão pela teoria pragmatista In: *Anais do V Seminário Internacional de Pesquisa em Educação Matemática – SIPEM* (pp. 1-20). Petrópolis, RJ.
- Vilela, D. S. (2013). Aspectos da Filosofia Pragmatista no âmbito das Práticas Matemáticas. *Acta Scientiae: Revista de Ensino de Ciências e Matemática*, 15(3), 507-523.