Que demandas cognitivas de probabilidade são apresentadas em jogos didáticos produzidos por licenciandos?

What cognitive demands of probability are presented in didactic games produced by undergraduates?

Cristiane de Arimatéa Rocha[1]
Antônio Carlos de Souza[2]

Resumo: O artigo objetiva analisar demandas cognitivas de probabilidade apresentadas na produção de jogos por licenciandos. Foi realizada uma revisão sistemática sobre a operacionalização dessas demandas em pesquisas. Verificou-se sua aplicação em jogos, porém ausência dessa discussão com licenciandos. Essas demandas foram alvo de discussão com licenciandos, que – posteriormente – tiveram como atividade a produção de jogos de probabilidade. Quatro recursos foram analisados utilizando como critério a presença de características que evidenciem: compreensão da aleatoriedade, elaboração do espaço amostral, comparação e quantificação de probabilidades e compreensão da correlação. Como resultado – no geral – algumas características das demandas cognitivas de probabilidade foram observadas nos jogos produzidos, excetuando a compreensão da correlação. Faz-se necessário maiores discussões sobre as demandas cognitivas na formação inicial de professores.

Palavras-chave: Formação inicial de professores. Probabilidade. Produção de jogos. Demandas cognitivas.

Abstract: The article aims to analyse the cognitive demands of probability presented in the production of games by undergraduate students. A systematic review was carried out on the operationalisation of these demands in research. They were found to be applied in games, but there was a lack of discussion with undergraduates. These demands were the subject of a discussion with graduate students, who subsequently had to produce probability games. Four resources were analysed using as a criterion the presence of characteristics that show: understanding of randomness, elaboration of the sample space, comparison and quantification of probabilities and understanding of correlation. As a result - in general - some characteristics of the cognitive demands of probability were observed in the games produced, with the exception of understanding correlation. Further discussion of cognitive demands in initial teacher education is needed.

Keywords: Initial teacher education. Probability. Game production. Cognitive demands.

1 Introdução

A discussão sobre a construção de conceitos probabilísticos deve fazer parte da formação inicial de professores, inclusive com propostas didáticas efetivas durante os processos formativos (Batanero, 2013; Koparan, 2019). Autores como Carlton, e Mortlock (2005), Borba, Batista e Azevedo (2015), Monteiro e Martins (2016), Malaspina e Malaspina (2020), Dayal e Sharma (2020) defendem – em suas investigações – o uso de diferentes recursos didáticos para promover a compreensão da probabilidade; em especial, a utilização de jogos.

Monteiro e Martins (2016, p. 7), em investigação sobre o uso de software no ensino de probabilidade, defendem que professores necessitam saber “lidar com diferentes recursos para

[1] Universidade Federal de Pernambuco • Caruaru, PE — Brasil • ✉ cristiane.arocha@ufpe.br • ORCID https://orcid.org/0000-0002-4598-2074
[2] Universidade Estadual Paulista • Guaratinguetá, SP — Brasil • ✉ ac.souza@unesp.br • ORCID https://orcid.org/0000-0002-8044-0481

CC BY NC SA
ISSN 2764-3158

a aprendizagem de seus alunos" e ressaltam o uso de materiais ligados à resolução de problemas para promover o ensino de probabilidade. De acordo com esses autores, os conhecimentos adquiridos por meio de recursos didáticos "estimulam os alunos a comparar, diferenciar, descrever, concluir dedutivamente, avaliar criticamente os resultados do pensamento próprio e do pensamento dos outros, conduzem ao reconhecimento do essencial e outras generalizações que representam verdadeiros trabalhos de abstração" (Monteiro & Martins, 2016, p.7).

Carlton e Mortlock (2005) desenvolveram uma sequência de atividades com base em um famoso jogo de um programa de televisão, propondo ambientes de simulação e comparação entre probabilidades. Segundo esses autores, a simulação pode auxiliar na quantificação da probabilidade.

Malaspina e Malaspina (2020) realizaram um experimento didático com cinco crianças – de seis a dez anos – e cinco professores da educação primária, para a produção de jogo de cartas sobre probabilidade, para os quais eram solicitadas alterações no jogo inicial. Com o experimento, os autores conseguiram abordar o significado de probabilidade subjetiva. Malaspina e Malaspina (2020, p. 57) constataram que a "atividade de invenção de jogos tem um impacto significante no desenvolvimento do pensamento probabilístico de crianças e professores". Os autores defendem que práticas de invenção de jogos e modificações de jogos iniciais são compreendidas pelos estudantes como a continuação do jogo, promovendo a motivação, além de fortalecer a criatividade e auxiliar a habilidade de elaborar questões.

Dayal e Sharma (2020) discutem como usar o contexto de jogos para discussão de conceitos probabilísticos de maneira colaborativa com professores de ensino médio em formação; em especial, a comparação entre as visões experimentais e clássica da probabilidade. Como resultado, os autores apontam que alguns dos professores em formação voltavam suas discussões para equiprobabilidade. Apesar disso, os autores constataram que os professores podem "modificar seu pensamento quando envolvidos em tarefas ricas de ensino e aprendizagem" (Dayal & Sharma, 2020, p. 92).

De acordo com Dayal e Sharma (2020, p.103), os jogos culturalmente diferenciados podem ser utilizados para o ensino de probabilidade uma vez que "essas atividades não só fornecem um "caso legítimo de mapeamento direto de situações em estruturas probabilísticas"[...], mas também permitem simulações usando artefatos culturais e ferramentas tecnológicas. artefatos culturais e ferramentas tecnológicas".

Esses autores sugerem como ampliação do projeto desenvolvido a criação de jogos de dados justos pelos professores em formação, considerando que essa proposta pode auxiliar no aprofundamento de "conceitos probabilísticos dos alunos e a envolvê-los no pensamento probabilístico, especialmente sobre como abordar esse tipo de problema" (Dayal & Sharma (2020, p. 102).

Borba *et al.* (2015) – em pesquisa realizada com crianças – utilizam jogos de probabilidade como pontos de partida para discussão de noções probabilísticas, com base nas demandas cognitivas de probabilidade de Bryant e Nunes (2012) e afirmam que situações como essas, com uso de jogos, oportunizam crianças a refletir de maneira informal sobre essas noções e no levantamento de espaços amostrais. Segundo as autoras, "os jogos possibilitam momentos de reflexão e de discussão junto a seus colegas sobre chance, evento impossível e pouco provável, independência de eventos, equiprobabilidade, espaço amostral e aleatoriedade" (Borba *et al*. 2015, p. 44).

Essa pesquisa tem como principal objetivo analisar as demandas cognitivas de probabilidade apresentadas na produção de jogos por licenciandos. Para compreender esse

BY NC SA
ISSN 2764-3158

objetivo, adotou-se como referencial a discussão de demandas cognitivas de probabilidade apresentada por Bryant e Nunes (2012), apresentado brevemente na próxima seção. Na sequência, são apresentados os resultados da revisão sistemática sobre o referencial em pesquisas publicizadas em periódicos nacionais na década de 2014 a 2023. Em seguida, são discutidos os procedimentos metodológicos adotados na pesquisa; posteriormente, são exibidas as análises e suas discussões que possibilitam a construção das considerações finais da pesquisa.

2 Demandas Cognitivas de Probabilidade

Bryant e Nunes (2012) ressaltam que a compreensão da aleatoriedade e da incerteza se faz relevante devido à sua inserção na construção do pensamento científico e na formação do pensamento estatístico, além de desempenhar um papel fundamental na garantia da justiça social em nossas vidas. Em um relatório de pesquisa sobre a complexidade do conceito de probabilidade e da construção de um pensamento racional sobre a incerteza, Bryant e Nunes (2012) apresentam quatro demandas cognitivas necessárias para a compreensão de probabilidade.

Lima (2022) afirma que a aleatoriedade envolve a incerteza com relação aos resultados de eventos e garante imparcialidade em situações como jogos e loterias, e geralmente, promove dificuldades de compreensão de sua natureza para alunos e adultos. Bryant e Nunes (2012) indicam que essa dificuldade está vinculada a percepção da independência de eventos sucessivos. Outro elemento necessário para a compreensão da aleatoriedade é a elaboração de espaços amostrais, considerada a segunda demanda cognitiva; no entanto não se restringe ao cálculo de probabilidades, uma vez que o espaço amostral é “um elemento essencial na compreensão da natureza da probabilidade” (Bryant & Nunes, 2012, p. 3).

A terceira demanda que implica a comparação e quantificação de probabilidades necessita a compreensão sobre proporcionalidade; principalmente, em situações de comparação nas quais os espaços amostrais são diferentes, pois podem conduzir a interpretações incorretas.

A quarta demanda aborda a compreensão da correlação, possibilitando o entendimento sobre a existência de uma relação não-aleatória. Em relação às correlações, os autores destacam que é fundamental compreender as três demandas cognitivas anteriores e explicam que:

> Correlações são medidas de força e de direção de associações entre duas variáveis. Um coeficiente de correlação igual a 1 nos diz que duas variáveis estão perfeitamente e positivamente relacionadas e um coeficiente de -1 nos mostra que elas estão perfeitamente, mas negativamente relacionadas. Nenhuma dessas correlações deixa espaço para incerteza, mas essas correlações perfeitas são extremamente raras. Correlações são maiores ou menores que 0, ficando em algum lugar entre 0 e 1 ou entre 0 e -1 (Bryant & Nunes, 2012, p. 66).

De acordo com Bryant e Nunes (2012, p. 4) a compreensão da correlação auxilia na observação das relações “entre evidências de confirmação e refutação e verificar se a frequência de casos positivos pode ter acontecido ao acaso”. No Quadro 1, são discutidas essas demandas e sistematizadas algumas de suas características.

Quadro 1: Características de demandas cognitivas da Probabilidade

Demandas Cognitivas	Características
Compreensão da aleatoriedade	A1. Distinguir eventos ou situações que são determinísticos das que são aleatórias A2. Compreender a independência de eventos sucessivos em uma situação aleatória. A3. Discutir a relação entre aleatoriedade e justiça. A4. Compreender noções de aleatoriedade.

ISSN 2764-3158

Elaboração do espaço amostral	E1. Determinar o espaço amostral de diferentes situações. E2. Diferenciar espaços amostrais equiprováveis e não equiprováveis. E3. Classificar as possibilidades em espaços amostrais, quando solicitado. E4. Listar ou enumerar as possibilidades do espaço amostral, quando solicitado.
Comparação e quantificação de probabilidades	I1. Decidir eventos mais prováveis (ou menos) que outros. I2. Desenvolver o raciocínio proporcional na comparação de probabilidades. I3. Quantificar probabilidades. I4. Determinar representações numéricas para expressar a probabilidade. I5. Compreender e determinar probabilidades condicionais.
Compreensão da correlação	O1. Observar se existe uma relação aleatória ou uma relação regular entre os casos observados, a partir das evidências que confirmam ou as desconfirmam. O2. Verificar se a frequência de casos confirmados poderia ter acontecido por acaso. O3. Discutir as relações do pensamento correlacional com a aleatoriedade, a elaboração do espaço amostral e a comparação e quantificação de probabilidades.

Fonte: Elaborado a partir de Bryant e Nunes (2012).

As características apresentadas no quadro foram elencadas a partir da leitura de Bryant e Nunes (2012) e classificadas com uma vogal e um número para sua utilização nas análises dos jogos a seguir. A compreensão dessas demandas pode auxiliar em proposições de atividades com jogos para o ensino de probabilidade.

3 Demanda Cognitiva de Probabilidade: uma revisão sistemática

Nas discussões iniciais para a realização do presente estudo, decidiu-se pela revisão sistemática; de acordo com Gonzalez e Souza (2021), trata-se de um tipo de revisão de natureza bibliográfica em que o que se pesquisa são trabalhos científicos de maneira sistematizada, com clareza e transparência.

Para Sampaio e Mancini (2007, p. 83), "uma revisão sistemática requer uma pergunta clara, a definição de uma estratégia de busca, o estabelecimento de critérios de inclusão e exclusão dos artigos e – acima de tudo – uma análise criteriosa da qualidade da literatura selecionada". Nessa perspectiva, especifica-se a pergunta diretriz da presente revisão sistemática: Como as demandas cognitivas têm sido operacionalizadas nas pesquisas sobre o ensino de probabilidade em periódicos brasileiros nos últimos dez anos e que níveis de escolarização são focos dessas pesquisas?

As autoras consideram também que – nesse tipo de revisão – seu desenvolvimento requer a caracterização de cada documento selecionado, a avaliação de sua qualidade, a identificação de conceitos considerados importantes, a comparação das análises apresentadas e a indicação de problemas ou questões que necessitam de novos estudos. Sampaio e Mancini (2007) afirmam ainda que a revisão sistemática contribui para evidenciar o que há disponível na literatura.

Diante disso, os trabalhos científicos considerados para serem analisados foram os artigos publicados, de forma *online*, em periódicos nacionais que discutem demandas cognitivas no ensino e na aprendizagem de probabilidade, avaliados no Qualis da Plataforma Sucupira da CAPES (Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior) na área de Ensino e classificados no quadriênio 2017-2020. Para tanto, limitou-se a pesquisa àqueles disponíveis num período de dez anos (de 2014 a 2023).

Em relação aos respectivos estratos de classificação dos periódicos, considerou-se as publicações em periódicos de A1 a B4. O motivo da escolha por periódicos nacionais e pelo período apresentado se deu por se considerar a exequibilidade do estudo e para atender ao problema de pesquisa. Assim como (Gonzalez & Souza, 2021), procurou-se "em sites de busca,

ISSN 2764-3158

sites de instituições de ensino superior, públicas e privadas, além de reunir algumas revistas científicas já conhecidas pelos pesquisadores".

Assim, foram considerados 46 periódicos. Para cada periódico encontrado, em respectivo site, foi feita uma busca utilizando os termos *demanda or cognitiva or probabilidade*. Também foi considerado nas buscas o período supracitado, resultando em 1135 artigos.

Tendo os artigos selecionados pelos critérios de busca, foi realizada a leitura de seus títulos e/ou de seus resumos, desconsiderando aqueles que não tinham conexão clara com o presente estudo.

Para organizar as informações consideradas relevantes em cada leitura, foi elaborada uma planilha contendo cinco colunas. A primeira listou, em ordem alfabética, os nomes dos periódicos nacionais pesquisados, na segunda coluna foram colocados os respectivos estratos, na coluna seguinte a quantidade de artigos encontrados com o uso das palavras-chave, a coluna quatro lista a quantidade de artigos considerados após a leitura de dos títulos e/ou resumos, e na última coluna ficou para as observações, como por exemplo, os casos dos periódicos que disponibilizam, de maneira online, suas publicações somente após 2014, mas que ainda assim estão classificados no quadriênio 2017-2020. Como é possível observar no Quadro 2.

Quadro 2: Artigos selecionados nos periódicos analisados

Periódicos	Qualis (2017-2020)	Artigos	Artigos selecionados	Observação
Acta Scientiae	A2	33	0	
Alexandria	A2	14	0	
Bolema	A1	19	0	
Boletim GEPEM	A4	04	0	
Boletim Online de Educação Matemática	B1	16	0	
Cadernos Cedes	A1	04	0	
Caminhos da Educação Matemática em Revista	A4	107	0	
Ciência e Educação	A1	18	0	
Contexto& Educação	A2	21	0	
Educação em Perspectiva	A2	05	0	
EMR	A2	29	0	
EMR-RS	B2	0	0	
EMP	A1	51	0	
Educação	A2	89	0	
Educação Matemática Sem Fronteiras	B3	0	0	Início em 2019
Educere et Educare	A4	0	0	
Em Teia	B1	41	1	
Ensino em Re-vista	A3	2	0	
HIPÁTIA	B3	3	0	Início em 2016
Jornal Internacional de Estudos em Educação Matemática	A3	26	1	Início em 2015
Paidei@	A4	08	0	
Perspectivas da Educação Matemática – UFMS	A2	18	0	
RBECT - Revista Brasil. de Ens. de Ciên. e Tec.	B4	248	0	
RBEM	B2	16	0	Início em 2020
Rebecem	B2	11	0	Início em 2017
Remat	B1	09	0	

ISSN 2764-3158

REMATEC - Revista de Mat., Ensino e Cultura	A4	09	0	
Rencima	A2	40	0	
Revasf	B1	17	0	
Reveduc	A2	0	0	
Revemat	A3	43	0	
Revisem	A4	76	1	Início em 2016
Revista Brasileira de História da Matemática	A3	03	0	Início em 2020
Revista de Educação PUC-CAMPINAS	A3	13	0	
Revista de produção discente em Educação Matemática	A4	05	0	
Revista Educação Matemática em Foco	B1	08	0	Início em 2021
Revista Metáfora Educacional	B2	04	0	Período disponível: 2014 a 2016. Qualis 2013-2016
Revista Reamec	A4	27	0	
RIDEMA	B2	0	0	Início em 2017
Revista THEMA	A2	7	0	
RIPEM	A1	5	0	
RPEM - Revista Paranaense de Educação Matemática	A3	18	1	Início em 2020
Tangram – Revista de Educação Matemática	A4	21	0	Início em 2018
Vidya	A2	24	1	
Vivências	A4	6	0	Início em 2019
Zetetiké	A2	17	1	

Fonte: Dados da Pesquisa.

Após a leitura dos títulos e/ou resumos, foi feita uma nova classificação, da qual foram considerados seis artigos. Com leitura na íntegra dos artigos selecionados, selecionou-se para a análise quatro artigos, apresentados no Quadro 3 a seguir:

Quadro 3: Artigos selecionados por aderência a temática

Título	Autoria	Ano	Periódico
Conhecimentos de Professores sobre a Probabilidade	Pinheiro, Silva e Pietropaolo	2018	Jornal Internacional de Estudos em Educação Matemática
Probabilidade na educação básica: uma proposta de jogo como recurso didático	Herzog, Ballejo, Ody, Braga e Viali	2019	Revista Em Teia
Análise das demandas cognitivas nas tarefas de probabilidade propostas em livros didáticos dos primeiros anos de escolarização	Santana, Fernandes e Borba	2020	Revista Paranaense de Educação Matemática
Quem inicia a partida de futebol? Um estudo sobre a Probabilidade no 6º ano do ensino fundamental	Ballejo, Braga e Viali	2021	Revisem

Fonte: Dados da Pesquisa

Pinheiro, Silva e Pietropaolo (2018) apresentam parte de um estudo em um contexto de formação continuada, com o objetivo de discutir ideias e conceitos que embasam o ensino de probabilidade para alunos dos anos iniciais do Ensino Fundamental e analisar as respostas e as

ISSN 2764-3158

reflexões de um grupo de professores, pedagogos e licenciados em Matemática. Para isso, os autores se apoiaram em um programa de ensino desenvolvido por Bryant, Nunes, Evans, Gottardis e Terlektsi, que aborda o conceito de probabilidade. O referido programa tem como proposta o ensino que proporciona a compreensão de quatro demandas cognitivas (Bryant & Nunes, 2012). Os resultados apontam que, de maneira geral, os professores apresentavam um conhecimento intuitivo sobre probabilidade e certa instabilidade em relação ao domínio de conhecimentos de noções ligadas a esse conceito.

Já Herzog, Ballejo, Ody, Braga e Viali (2019) aplicaram uma atividade, que consistia em um jogo didático intitulado *7 da sorte*, a um grupo de 12 estudantes do 7º ano do Ensino Fundamental de uma escola da rede particular da cidade de Porto Alegre-RS, com o objetivo investigar a ideia intuitiva de probabilidade tendo como recurso o jogo. A investigação foi fundamentada nas demandas cognitivas necessárias para o entendimento da probabilidade, descritas por Bryant e Nunes (2012). Os autores observaram que prática realizada proporcionou um ambiente propício para a compreensão da ideia intuitiva de probabilidade e consideraram que o jogo "7 da sorte" se mostra como alternativa didática para a introdução ao tema Probabilidade nos anos finais do ensino fundamental.

Outro artigo considerando no presente estudo foi o de Santana, Fernandes e Borba (2020) em que os autores buscaram compreender como é explorado o conceito de probabilidade em livros didáticos dos anos iniciais do Ensino Fundamental. Assim como: identificar as tarefas de probabilidade presentes nos livros; verificar quais demandas cognitivas estão presentes nas tarefas; identificar o tipo de experiência aleatória implicada nas tarefas e o tipo de contexto em que as tarefas foram formuladas.

Para tanto, analisaram quatro coleções de livros didáticos, aprovadas no Plano Nacional do Livro Didático 2016. No processo de análise da pesquisa realizada, os autores identificaram 69 tarefas de probabilidade presentes nos livros do 1º ao 5º ano. Evidenciaram que os livros didáticos orientam para a aprendizagem da probabilidade partindo das noções de aleatoriedade, perpassando pelo levantamento dos resultados de experimentos aleatórios e pela avaliação de probabilidades. Também evidenciaram que nas tarefas identificadas, não se contempla o estudo da associação entre variáveis. Os autores verificaram ainda a predominância de tarefas envolvendo experiências simples e formuladas no contexto de jogos de sorte e azar.

No artigo intitulado *Quem inicia a partida de futebol? Um estudo sobre a Probabilidade no 6º ano do ensino fundamental*, Ballejo *et al.* (2021) analisaram as respostas dadas por 31 estudantes do 6º ano do Ensino Fundamental para 11 questões elaboradas sob a perspectiva das demandas cognitivas (aleatoriedade, espaço amostral, quantificação e comparação de probabilidades) de Bryant e Nunes (2012). Os alunos participantes da pesquisa que não tiveram estudo formal sobre probabilidade e estavam matriculados em uma escola privada da cidade de Porto Alegre-RS. Como a atividade foi realizada durante o período da pandemia do Covid-19, as questões foram apresentadas de forma síncrona durante uma aula remota de Matemática. Segundo os autores, a análises sugerem que os estudantes participantes apresentam raciocínio intuitivo sobre aleatoriedade sem a utilização deste vocábulo, o espaço amostral foi identificado com facilidade pela maioria da turma. Quanto à quantificação e comparação de probabilidades, os autores verificaram que a maioria dos alunos quantifica, porém os alunos esperam que valor quantificado seja obtido nos experimentos aleatórios, o que, o segundo os autores, caracteriza o pensamento, ainda determinístico.

As pesquisas discutem a presença de conhecimentos sobre probabilidade em diferentes níveis de ensino e na formação continuada de professores. Os trabalhos de Herzog *et al.* (2019) e Santana *et al*. (2020) evidenciam o papel de jogos na discussão das demandas cognitivas.

BY NC SA
ISSN 2764-3158

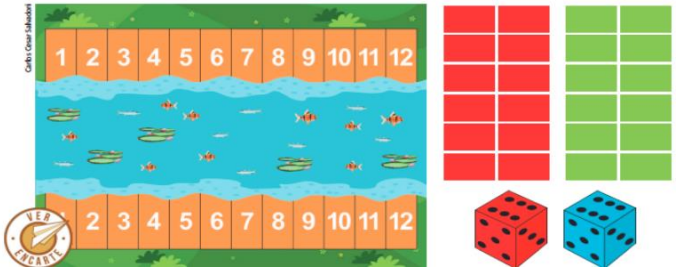
Verifica-se nessa revisão sistemática a lacuna na discussão das demandas cognitivas de probabilidade em licenciandos em Matemática.

4 Metodologia

O estudo foi realizado com quatro grupos de licenciandos de uma instituição de ensino superior, matriculados no 5º período do curso de Matemática-Licenciatura. A pesquisa é qualitativa uma vez que discute as demandas cognitivas apresentadas na produção de jogos para o ensino de probabilidade por licenciandos (Bogdan & Biklen, 1994). A presente investigação segue a Resolução nº 510/2016 artigo 1º, inciso VII do Comitê de ética de Ciências Humanas e Sociais (Brasil, 2016). A coleta de dados foi realizada no ano de 2023, na disciplina obrigatória intitulada Metodologia de Ensino de Matemática 1, com carga horária de 105 horas (60 horas teóricas e 45 horas práticas) que tem como ementa o estudo das dimensões epistemológica, didática e cognitiva do processo de ensino e aprendizagem dos números e operações e de estatística, probabilidade e combinatória no ensino fundamental e médio.

A fim de subsidiar a proposição das demandas cognitivas nos jogos pelos licenciandos foi apresentado um exemplo, o jogo Travessia do Rio, com questionamentos produzidos para a discussão dessas demandas utilizando como referência a pesquisa produzida por Batista e Borba (2016).

Figura 1: Tabuleiro do Jogo Travessia do Rio



Fonte: Jogos na Alfabetização Matemática do Pacto pela Alfabetização na Idade Certa (Brasil, 2014, p. 40).

O jogo foi proposto e após algumas jogadas, foram inseridos momentos de debate sobre aleatoriedade, compreensão do espaço amostral, comparação de probabilidades e correlação (Batista & Borba, 2016), como apresentado no Quadro 4.

Quadro 4: Jogo Travessia do Rio e demandas cognitivas de probabilidade discutidas com licenciandos

Descrição do jogo: As regras desse jogo iniciam com a escolha de cada jogador de casas dispostas as margens do rio. Posteriormente cada jogador lança dois dados e calcula a soma obtida, caso a soma corresponder a uma de suas fichas ela atravessa o rio. O vencedor é quem conseguir atravessar todas as fichas primeiro.	
Demandas Cognitivas	*Exemplificação das características*
Compreensão da aleatoriedade	A1: É possível obter 'dois' na soma de dois dados? E obter 1? A2: Ao lançar dois dados a soma obtida foi dez, se lançarmos mais uma vez a soma pode ser dez novamente? Por quê? A3: O jogo é um jogo justo? A4: Qual dos números é mais fácil de sair se eu jogar um dado? Por quê?
Elaboração do espaço amostral	E1. Quais os números dos dados que podem sair para que a soma seja nove? E2. Discutir sobre o espaço amostral do lançamento de um dado, e sobre o lançamento de dois dados. E3. Classificar as possibilidades de somas no lançamento de dois dados E4. Enumerar as possibilidades do espaço amostral de soma no lançamento de dois dados
Comparação e quantificação de probabilidades	I1. É mais provável tirar soma sete ou soma dez no lançamento de dois dados? I2. Desenvolver o raciocínio proporcional na comparação de probabilidades. I3. Calcular a probabilidade de tirar soma sete no lançamento de dois dados?

ISSN 2764-3158

	I4. Expressar a probabilidade de soma sete na forma de fração ou percentual? I5. Se o primeiro dado for cinco, qual a probabilidade de obter soma sete?
Compreensão da correlação	O1. Em dez partidas, Antônio venceu oito e Cris apenas duas. Da próxima vez que eles jogarem é mais provável que Antônio ganhe? Justifique. Identificar se uma associação é aleatória ou a uma relação regular com exceções.

Fonte: Acervo da Pesquisa.

Essa atividade foi utilizada como exemplo para a discussão entre as diferentes demandas cognitivas com os licenciandos. O texto foi socializado e em seguida foi proposto a elaboração em grupos de jogos para a discussão de probabilidades com explicitação das demandas cognitivas.

Cada grupo produziu um jogo voltado para o ensino de Probabilidade nos anos finais do Ensino Fundamental ou no Ensino Médio. Dentre as orientações para a confecção do trabalho foram solicitados: a descrição do jogo (regras, tabuleiros, referências, peças, discussão de jogadas), a proposição de atividades de probabilidade que abordassem as demandas cognitivas (Bryant & Nunes, 2012).

Os licenciandos elaboraram quatro jogos como recurso didático para o ensino de probabilidade, que foram identificados como G1 a G4. Escolheram-se, como critérios para as análises dos materiais, as características das demandas cognitivas de Bryant e Nunes (2012) apresentadas no Quadro 1 (Compreensão da aleatoriedade, Elaboração do espaço amostral, Comparação e quantificação de probabilidades, Compreensão da correlação). Nesse caso, os jogos produzidos foram analisados a partir de suas descrições e das propostas de atividades articuladas a eles. Os jogos propostos foram codificados como G1- Batalha Probabilística (RPG); G2 –Labirinto da Incerteza (RPG); G3–ProbabiliCards (Jogos de Cartas) e G4 – Caminho da probabilidade (jogo de tabuleiro).

Esses jogos foram criados a partir de referências a outros já conhecidos pelos licenciandos, mas evidenciam a criatividade na elaboração de contextos e das atividades pretendidas. Também se observou o uso de situações probabilísticas retiradas de livros e/ou sites para algumas atividades produzidas.

5 Quais as demandas cognitivas de probabilidade são apresentadas em jogos criados por licenciandos?

As análises foram realizadas pela leitura crítica dos documentos de elaboração dos jogos propostos pelos grupos de licenciandos, suas regras e atividades sugeridas, para identificar o uso de diferentes demandas cognitivas (Bryant & Nunes, 2012). De início, foram elaborados quadros das características das demandas cognitivas de probabilidade evidenciadas em cada jogo, representados por questionamentos a serem abordados ao longo do jogo, além de uma breve descrição do jogo.

No Quadro 5, foram sistematizadas as características das demandas cognitivas da probabilidade apresentadas pelos licenciandos no jogo *Batalha probabilística* (G1).

Quadro 5: Características das demandas cognitivas no Jogo Batalha Probabilística discutidas por G1

Descrição do jogo: O jogo descreve uma batalha entre dois reinos (Ionia e Noxus) para conquistar Demacia. Cada reino começa com dez vidas (100 soldados) e seu objetivo é conquistar com maior número de soldados. É um jogo colaborativo, pois equipes fazem parte da disputa. As jogadas podem ser ataque e contra-ataque ou defesa, em cada jogada eles apostam dez soldados.	
Demandas Cognitivas	*Características evidenciadas*
Compreensão da aleatoriedade	A2: Ao lançar dois dados, a soma obtida foi par; no próximo lançamento, a soma será par? Justifique

ISSN 2764-3158

	A3: De acordo com as regras de ataque e contra-ataque estabelecidas, pode-se dizer que o jogo é justo? Justifique
Elaboração do espaço amostral	E1. Determine o espaço amostral para que a defesa tenha sucesso? E2. Verifique o espaço amostral do ataque é equiprovável? E o espaço amostral da defesa é equiprovável? E4. Enumere em tabela ou listagem o espaço amostral do ataque e da defesa.
Comparação e quantificação de probabilidades	I1. É mais provável ter sucesso ou fracasso na defesa? Justifique I2. Compare a probabilidade de sucesso e fracasso na defesa. I3. Quantifique a probabilidade de sucesso na defesa e no ataque. I4. Preencha na ficha registro os resultados obtidos na defesa, ataque e contra-ataque, ao final da partida verifique se teve mais sucesso ou fracasso na defesa? I5. Qual a probabilidade de obter sucesso no ataque, se cinco foi o número obtido no lançamento do primeiro dado?

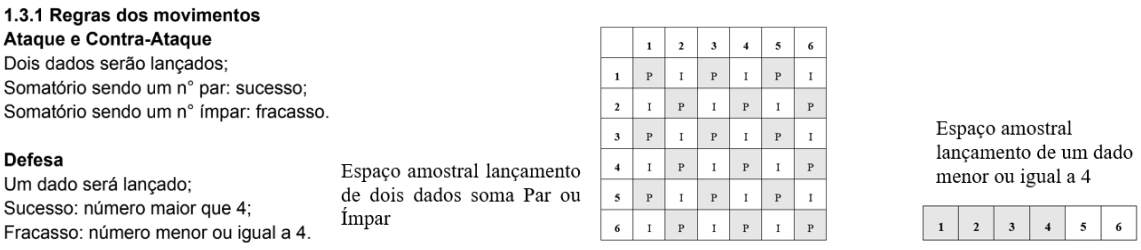
Fonte: Acervo da Pesquisa.

Como se pode observar, foram discutidas três demandas cognitivas com o jogo. A discussão sobre a aleatoriedade prevista pode permitir o debate sobre a imprevisibilidade do resultado no lançamento de dois dados, o que representa a aleatoriedade a partir da incapacidade de inferir antecipadamente uma sequência de valores obtidos nesses lançamentos. Cañizares, Batanero, Serrano e Ortiz (2003) afirmam que o contexto de jogos é relevante para o trabalho com a aleatoriedade, auxiliando na compreensão sobre a incerteza e sobre a necessidade de fazer estimativas probabilísticas.

Outro aspecto observado foi a discussão da justiça no jogo; nesse caso, centrou-se na análise da jogada, na definição do espaço amostral e da probabilidade. Cañizares *et al.* (2003) discutem a justiça nos jogos com base em dois princípios: o de probabilidades iguais e o de equilíbrio das expectativas. No primeiro, é garantida a mesma oportunidade de ganhar; no segundo, mesmo com probabilidades diferentes, a recompensa pode ser ajustada para que as expectativas de ganho sejam justas.

Na elaboração de espaços amostrais, a discussão das possibilidades de sucesso no ataque ou defesa podem ser evidenciadas, como na Figura 2. O jogo propôs que, na defesa, um dado será lançado e o sucesso é obtido caso o número for maior que quatro (5,6) e fracasso se número for menor ou igual a quatro (1,2,3,4), o que garante maior chance de fracassar na defesa (E1). No ataque e contra-ataque, são lançados dois dados se a soma for um número par é sucesso (1/2) e se a soma for um número ímpar é fracasso (1/2).

Figura 2: Regras do jogo *Batalha Probabilística* e espaços amostrais do Ataque/ Contra-ataque e a Defesa



Fonte: Acervo da Pesquisa

Nota-se que no ataque e contra-ataque é uma probabilidade equiprovável, mas na defesa a probabilidade de ter um fracasso é maior que de ter sucesso, ou seja, não é equiprovável, o que possibilita discussão sobre espaços amostrais equiprováveis ou não equiprováveis a partir das jogadas de ataque e defesa (E2).

Nas discussões entre as jogadas de ataque e defesa é possível discutir sobre eventos mais ou menos prováveis (I1), comparar as probabilidades de sucesso (1/3) ou fracasso (2/3) na

ISSN 2764-3158

defesa (I2) e quantificá-las (I3). No jogo *Batalha probabilística* foi adicionada uma ficha de registro, o que proporciona a discussão sobre representações numéricas da probabilidade (I4) para cada um dos reinos, como pode ser observada na figura 3.

Figura 3: Ficha de registro das jogadas de Batalha Probabilística

Fonte: Acervo da Pesquisa

A cada três jogadas a *Batalha probabilística* possui problemas de probabilidade condicionais chamadas de perguntas surpresas, o que permitiu ainda a exploração dessa característica.

A seguir foram organizadas, no Quadro 6, as características das demandas cognitivas da probabilidade apresentadas pelos licenciandos no jogo *Labirinto da incerteza* (G2). A proposta é um jogo de RPG que utiliza a sorte (ou azar) na disputa de jogadas, portanto prevê a compreensão da aleatoriedade e dos espaços amostrais, para que os palpites sejam realizados de modo mais provável. São previstas cinco casas com desafios de moedas, dados, cartas, roleta e em cada uma a probabilidade de acertos vai diminuindo. É proposta ao final do jogo a discussão das probabilidades de acertos e de erros nos palpites.

Quadro 6: Características das demandas cognitivas no Jogo Labirinto da Incerteza discutidas por G2

Descrição do jogo: em cada rodada, os jogadores podem escolher esquerda ou direita para desbravar no labirinto aleatório. Os jogadores são divididos em dois times, tornando-o um desafio colaborativo. Cada jogador lança um dado de seis faces (d6) em cada rodada para caso decida seguir seu caminho baseado na sorte. Cada sala apresenta um tipo de desafio relacionado à probabilidade. Existem cinco tipos de salas onde o jogador enfrentará diferentes situações que envolve o ganho ou perda de moedas, situações negativas, ganho de habilidades, entre outras. O jogador com o maior número de moedas de ouro no final das cinco rodadas é declarado o vencedor.	
Demandas Cognitivas	*Características evidenciadas*
Compreensão da aleatoriedade	A4: Um baralho apresentando apenas um naipe será oferecido para o jogador puxar cartas e ele terá três chances de acertar qual a próxima carta que irá sair, antes do jogador puxar qualquer carta, quatro cartas serão puxadas e mostradas, toda carta puxada não retorna ao monte. Caso o jogador acerte qual a carta será puxada ele ganha cinco moedas.
Elaboração do espaço amostral	E1. Determine o espaço amostral para o sorteio de uma carta em um baralho com as cartas de mesmo naipe?
Comparação e quantificação de probabilidades	I1. É mais provável ter sucesso na primeira tentativa de acerto de carta, ou na terceira tentativa? Justifique I2. Compare a probabilidade de sucesso de acertar a face de uma moeda, ou a face de um dado de seis faces?

Fonte: Acervo da Pesquisa

O Labirinto da incerteza (G2) teve maior destaque na elaboração dos ambientes e nas discussões sobre a aleatoriedade em cada desafio, mas as discussões nos desafios foram semelhantes, apenas com a ampliação do espaço amostral, o que restringiu o trabalho em cada uma das demandas cognitivas. Vale salientar que – em todas as casas – os desafios propostos representam probabilidades equiprováveis.

O Quadro 7 exibe as características do jogo ProbabiliCards (G3). Esse jogo é feito de estratégia e raciocínio, desenvolvido para alunos do Ensino Médio. Se o adversário responder

ISSN 2764-3158

de maneira correta, poderá fazer sua jogada, desafiando o próximo jogador, e a carta irá para uma pilha de descartes. Caso erre, ele ganha a carta para que possa usá-la para desafiar outro jogador, e deverá ficar a próxima jogada.

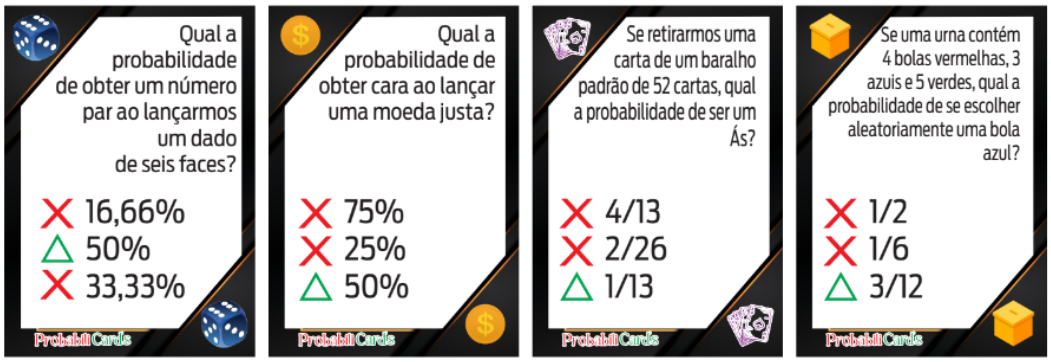
Quadro 7: Características das demandas cognitivas no Jogo Probabilicards discutidas por G3

Descrição do jogo: O jogo se constitui em um baralho de 52 cartas divididas em quatro naipes: dados, moedas, urnas e cartas. Cada naipe apresenta perguntas desafiadoras em três níveis de dificuldades. Cada jogador inicia com um conjunto de cartas e os desafios residem na resolução de problemas de probabilidades. Ganha o jogo aquele que conseguir eliminar primeiro todas as cartas de sua mão.	
Demandas Cognitivas	*Características evidenciadas*
Compreensão da aleatoriedade	A2: Após sortear uma carta com naipe de moedas, é possível sortear uma carta com naipe de urnas? Justifique
Elaboração do espaço amostral	E1. Determine o espaço amostral do lançamento de uma moeda? (Retirado a partir da carta na figura 4) E2. Verifique o espaço amostral das cartas da Figura 4 e indique se são espaços equiprováveis ou não? E4. Se você lançar dois dados de seis faces, quantos e quais elementos haverá no espaço amostral?
Comparação e quantificação de probabilidades	I3. Resolver fichas de problemas de quantificação de probabilidades: Qual a probabilidade de obter um número par o lançarmos um dado de seis faces? I4. Representar as probabilidades das cartas em fração ou porcentagem.

Fonte: Acervo da Pesquisa

O trabalho com a aleatoriedade ocorre a partir da distribuição de cartas e se estende a cada decisão estratégica tomada ao longo do jogo.

Figura 4: Cartas de desafios do ProbabiliCards



Fonte: Acervo da Pesquisa

Dentre as 52 cartas, existem situações probabilísticas que permitem a discussão de diferentes espaços amostrais além da quantificação de probabilidades (representações percentuais e de fração). É possível propor discussões com as cartas para localizar probabilidades equiprováveis ou não. Os naipes enfatizam os objetos utilizados em cada situação, modificando os espaços amostrais envolvidos. Apesar de ser problemas com múltiplas escolhas, os jogadores precisam fazer seleções estratégicas, para descartar as cartas em sua mão.

O Caminho das Probabilidades (G4) é um jogo de tabuleiro inspirado em dois jogos de tabuleiro: Ludo e Monopoly. As características das demandas cognitivas foram registradas no Quadro 8.

Quadro 8: Características das demandas cognitivas no Jogo Caminho de probabilidade discutidas por G4

Descrição do jogo: O jogo possui um tabuleiro, quatro pinos, 36 cartas de perguntas relacionadas a probabilidade divididas em dois envelopes, nomeados de "cara" e "coroa", um dado e uma moeda, além de possuir uma ficha com o gabarito e dicas de todas as questões. O objetivo do jogo é chegar ao final do percurso primeiro respondendo os desafios que serão encontrados no caminho.

ISSN 2764-3158

Demandas Cognitivas	*Características evidenciadas*
Compreensão da aleatoriedade	A2: Ao lançar um dado, Carlos tirou cinco; se ele lançar o dado novamente, existe a possibilidade de tirar seis? Justifique.
Elaboração do espaço amostral	E1. São propostas diferentes situações para identificar o espaço amostral: Em uma urna com cinco bolas numeradas de um a cinco, qual é o espaço amostral para a bola escolhida aleatoriamente? E2. Seja S o espaço amostral de lançar dois dados de seis faces. Qual evento possui maior probabilidade: obter uma soma de sete ou uma soma de 11e? E4. Realize a listagem de todas as possibilidades de obter soma 11 no lançamento de dois dados.
Comparação e quantificação de probabilidades	I2. Compare a probabilidade de obter soma no lançamento de dois dados com a probabilidade de obter a soma 11. I3. Resolver fichas de problemas de quantificação de probabilidades: Ao lançar um dado não viciado, qual a probabilidade de sair um número maior que 4? I4. Represente a probabilidade acima em forma de fração ou porcentagem

Fonte: Acervo da Pesquisa

Com essas atividades, os jogadores de Caminho das Probabilidades (G4) são incentivados a desenvolver habilidades analíticas e estratégias baseadas em diferentes demandas cognitivas de probabilidade, utilizando o conhecimento probabilístico para resolver os desafios e progredir no jogo.

As informações sobre as características das demandas cognitivas apresentadas nos jogos de cada jogo foram registradas no Quadro 9.

Quadro 9: Demandas cognitivas apresentadas nos jogos probabilísticos.

	Demandas cognitivas			
Jogo	**Compreensão da aleatoriedade**	**Elaboração do espaço amostral**	**Comparação e quantificação de probabilidades,**	**Compreensão da correlação**
G1- Batalha probabilística	A2, A3	E1, E2, E4	I1, I2, I3, I4, I5	-
G2 -Labirinto da incerteza	A4	E1	I1, I2	-
G3 -ProbabiliCards	A2	E1, E2, E4	I3, I4	-
G4 -Caminho da probabilidade	A2	E1, E2, E4	I2, I3, I4	-

Fonte: Acervo da Pesquisa

As demandas cognitivas de probabilidade apresentadas nos jogos criados pelos licenciandos revelaram uma ênfase na comparação e quantificação de probabilidades, seguida pela elaboração do espaço amostral. Apesar de a dinâmica dos jogos trazer aspectos inerentes da aleatoriedade, essa demanda não foi tão presente, excetuando a característica que envolvia a compreensão da independência de eventos sucessivos em uma situação aleatória que apareceu em todos os jogos. A compreensão da correlação não foi evidenciada nas atividades propostas nos jogos. Bryant e Nunes (2012) afirmam que essa compreensão depende – sobremaneira – da compreensão das outras demandas cognitivas, o que pode justificar a dificuldade dos licenciandos nessa adequação para uma atividade de discussão por meio dos jogos.

6 Considerações

A atividade de planejamento, criação e implementação de recursos é uma prática comum aos professores, mas geralmente é realizada sem o apoio da discussão teórica. No entanto, a discussão sobre as demandas cognitivas precisa ser um ponto de discussão na formação de professores que ensinam matemática.

ISSN 2764-3158

Apesar da presença das demandas de compreensão da aleatoriedade, elaboração do espaço amostral, comparação e quantificação de probabilidades apresentadas nos jogos, constatou-se a necessidade da discussão sobre a compreensão da correlação devido à ausência de todas as características nas propostas de jogos dos licenciandos.

Em se tratando das características para as demandas cognitivas, também se observaram algumas ausências, como a distinção de eventos que são determinísticos das que são aleatórias pode ser acrescentada em alguns jogos para a discussão da aleatoriedade. Com relação ao espaço amostral, podem ser discutidas situações de classificação das possibilidades em espaços amostrais ou ainda situações para enumerar possibilidades do espaço amostral, uma vez que – muitas vezes, nos jogos – o número é mais restrito. Também se verificou que não houve situações que discutissem o raciocínio proporcional na comparação de probabilidades.

Essas sugestões e outras podem ser utilizadas para a discussão dos jogos, bem como a alteração de situações para implementar essas discussões. Indicamos que esse trabalho associado à discussão teórica das demandas cognitivas pode ser implementado em novas pesquisas.

Referências

Ballejo, C. C.; Braga, E. R. & Viali, L. (2021). Quem inicia a partida de futebol? Um estudo sobre a Probabilidade no 6º ano do ensino fundamental. *ReviSeM*, *1*, 296 – 316.

Batanero, C. (2013). Teaching and learning probability. In: S. Lerman (Ed.). *Encyclopedia of mathematics education*, 491–496. Heidelberg: Springer.

Batista, R. & Borba, R. E. S. R. (2016). No jogo é a moeda que diz, não é a gente que quer não: o que dizem crianças sobre a probabilidade. *Vidya*, *36*(2), 237 – 255.

Bogdan, R. & Biklen, S. (1994). *Investigação qualitativa em educação: uma introdução à teoria e aos métodos*. Lisboa: Porto.

Borba, R. Batista, R. & Azevedo, J. (2015). Levantando Possibilidades para o Desenvolvimento dos Raciocínios Probabilístico e Combinatório de Crianças em Anos Iniciais de Escolarização. In: R. Borba & G. Guimarães (Orgs.). *Pesquisa e Atividades para o aprendizado matemático na Educação Infantil e nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental*. Brasília: SBEM.

Brasil. Ministério da Saúde, Conselho Nacional da Saúde. (2016). *Resolução nº 510/2016.* Normas aplicáveis a pesquisas em Ciências Humanas e Sociais. Brasília, DF.

Brasil. Ministério da Educação. Diretoria de Apoio. Secretaria de Educação Básica. (2014) Pacto Nacional pela Alfabetização na Idade Certa: *Jogos na Alfabetização Matemática.* à Gestão Educacional. Brasília: MEC, SEB.

Bryant, P. & Nunes, T. (2012). *Children's understanding of probability*: A literature review. London: Nuffield Foundation.

Cañizares, M. J.; Batanero, C.; Serrano, L. & Ortiz, J. J. (2003). Children's understanding of fair games. In: *Anais do 3º Conference of European Research in Mathematics Education* (pp.1-9), Bellaria, Itália.

Carlton, M. A., & Mortlock. M. A. (2005). Teaching probability and statistics through game shows. *Mathematics Teacher*, *98*(8), 564–570.

Dayal, H. C. & Sharma, S. (2020). Investigating Probability Concepts of Secondary Pre-service Teachers in a Game Context. *Australian Journal of Teacher Education*, *45*(5).

ISSN 2764-3158

Gonzalez, H. & Souza, A. C. (2021). Um estudo sobre trabalhos publicados em periódicos brasileiros que abordam o ensino de probabilidade na Educação Básica. *Educação Matemática em Revista*, Brasília, *26*(72), 125-140.

Herzog, R. C. B.; Ballejo, C. C.; Ody, M. C.; Braga, E. R. & Viali, L. (2019). Probabilidade na educação básica: uma proposta de jogo como recurso didático. *EM TEIA – Revista de Educação Matemática e Tecnológica Iberoamericana*, Recife, *10*(2), 1-14.

Koparan, T. (2019). Teaching game and simulation based probability. *International Journal of Assessment Tools in Education*, *6*(2), 235–258.

Lima, E. T. (2022). *Combinatória, Probabilidade e suas articulações no currículo dos anos finais do Ensino Fundamental*: *o que é prescrito, o que é apresentado e o que se pode fazer?* 2022. 186f. Tese (Doutorado em Educação Matemática e Tecnológica). Universidade Federal de Pernambuco. Recife, PE.

Malaspina, M. & Malaspina, U. (2020). Game Invention as means to stimulate probabilistic thinking. *Statistic Education Research Journal*, *19*(1), 57-92.

Monteiro, C. E. & Martins, M. N. P. (2016). Possibilidades de Recursos para o ensino de Probabilidade nos anos iniciais. *EM TEIA Revista de Educação Matemática e Tecnológica Iberoamericana*, Recife, *7*(1), 1-20.

Pinheiro, M. G. C.; Silva, A. F. G. & Pietropaolo, R. C. (2018). Conhecimentos de Professores sobre a Probabilidade. *Jornal Internacional de Estudos em Educação Matemática, 11*(3), 236-244.

Sampaio, R. F. & Mancini, M. C. (2007). Estudos de Revisão Sistemática: um guia para síntese criteriosa da evidência científica. *Revista Brasileira de Fisioterapia*, *11*(1), 83-89.

ISSN 2764-3158