# A construção do conceito de variável por estudantes do 8º ano do Ensino Fundamental à luz da Teoria dos Campos Conceituais

## The construction of the concept of variable by students in the 8th year of Elementary School in the light of the Conceptual Field Theory

Daiane Ribeiro Siqueira de Jesus[1]
Gabriela dos Santos Barbosa[2]

***Resumo***: Nosso objetivo é analisar as estratégias e os argumentos utilizados por estudantes de 8º ano do Ensino Fundamental quando confrontados com o conceito de variável no estudo da álgebra. Trata-se de um recorte de uma pesquisa mais ampla que visou a construção do pensamento algébrico. Foi realizado um estudo de caso fundamentado na Teoria dos Campos Conceituais. Os resultados mostram que os estudantes apresentam mais dificuldades para lidar com expressões do tipo "mx + n" e que os conceitos de números inteiros e as operações com eles estão associados à construção do conceito de variável. Além disso, a diversificação da letra que representa a variável pode ser um obstáculo quando não é bem negociada com os estudantes.

***Palavras-chave***: Variável. Pensamento algébrico. Teoria dos Campos Conceituais. Ensino Fundamental.

***Abstract***: Our objective is to analyze the strategies and arguments used by 8th grade students when confronted with the concept of variable in the study of algebra. This is an excerpt from a broader research that aimed at the construction of algebraic thinking. A case study was carried out based on the Theory of Conceptual Fields. The results show that students have more difficulties in dealing with expressions of the type "mx + n" and that the concepts of integers and operations with them are associated with the construction of the concept of variable. In addition, the diversification of the letter that represents the variable can be an obstacle when it is not well negotiated with students.

***Keywords***: Variable. Algebraic thinking. Conceptual Field Theory. Elementary School.

### 1 Introdução

Neste texto, temos como objetivo analisar as estratégias e os argumentos utilizados por estudantes do 8º ano do Ensino Fundamental quando confrontados com o conceito de variável no estudo da álgebra. Trata-se de um recorte de uma pesquisa mais ampla, que visou desenvolver e analisar uma intervenção de ensino que contribuísse para a construção do pensamento algébrico por estudantes do 8º ano do Ensino Fundamental de uma escola pública em um contexto de periferia. O referencial teórico adotado foi a Teoria dos Campos Conceituais (TCC), de Gérard Vergnaud (1933-2021).

Ao longo do texto, o termo *pensamento algébrico* será mais utilizado do que *álgebra*. Indo na contramão da prática baseada apenas em algoritmos, Lins e Gimenez (1997) defendem que a atividade algébrica deve dar atenção à produção de significados, que devem ser

[1] Universidade do Estado do Rio de Janeiro • Duque de Caxias, RJ — Brasil • ✉ daianedacruz12@gmail.com • ORCID https://orcid.org/0009-0006-0417-8035
[2] Universidade do Estado do Rio de Janeiro • Rio de Janeiro, RJ — Brasil • ✉ gabrielasb80@hotmail.com • ORCID https://orcid.org/0000-0003-4442-6022

ISSN 2764-3158

investigados e justificados. Ao afirmarem que a álgebra deve ser incluída desde os anos iniciais, os autores buscam introduzir ideias como generalização e padrões por meio da aritmética, o que rompe com a ideia de que álgebra e aritmética são partes distintas da Matemática. Bilhalva (2020) afirma que essa ideia de distinção entre álgebra e aritmética pode trazer noções erradas para os estudantes,

> Por exemplo, quando os alunos encontram uma expressão do tipo x + 2, tendem a somar os elementos, juntando todos, como na aritmética (encontrando 3x), como se fosse possível somar um número com parte literal a outro sem, afinal, para eles o sinal de igualdade implica em um resultado (alguns, chegam a "sumir" com o símbolo x, pois, ele não tem significado para esses alunos) (Bilhalva, 2020, p. 24).

Lins e Gimenez (1997) não se opõem totalmente à ideia de que a álgebra pode ser vista como a generalização da aritmética, mas negam que essa seja a única forma de se trabalhar os conteúdos algébricos. É preciso levar em consideração diferentes aspectos dessas áreas da Matemática, pois a aritmética busca encontrar soluções concretas e a álgebra trata de situações genéricas. Nesse sentido, os autores buscam definir o que é pensar algebricamente, isto é, o pensamento algébrico, a partir de três características fundamentais:

> produzir significados apenas em relação a números e operações aritméticas (chamamos isso aritmeticismo); 2) considerar números e operações apenas segundo suas propriedades, e não "modelando" números em outros objetos, por exemplo, objetos "físicos" ou geométricos (chamamos a isso internalismo); e, 3) operar sobre números não conhecidos (chamamos a isso analiticidade) (Lins; Gimenez, 1997, P. 151)

Os autores afirmam que pensar algebricamente é sempre pensar segundo essas características. Para que seja desenvolvido o pensamento algébrico, é preciso que os alunos saibam investigar regularidades, sistematizar propriedades, resolver e discutir problemas algébricos, modelar situações e determinar padrões entre informações distintas (Lins; Gimenez, 1997).

No que diz respeito à linguagem pela qual o pensamento algébrico pode ser manifestado, pesquisadores como Fiorentini, Miguel e Miorim (1993) afirmam que não existe apenas uma forma de linguagem. É possível expressá-lo mediante a linguagem natural, através da aritmética, da geometria ou de uma linguagem específica, conhecida como linguagem algébrica de maneira simbólica. Os pesquisadores defendem que é necessário repensar a relação entre a educação algébrica e o pensamento algébrico, afirmando que este último é caracterizado pela "percepção de regularidades, percepção de aspectos invariantes em contraste com outros que variam, tentativas de expressar ou explicitar a estrutura de uma situação-problema e a presença do processo de generalização" (Fiorentini; Miorim; Miguel, 1993, p. 87).

Como mencionado anteriormente, o público-alvo desta pesquisa é formado por estudantes dos anos finais do Ensino Fundamental, especificamente os do 8º ano. A BNCC apresenta algumas considerações para essa etapa de aprendizagem, afirmando que as escolas devem fornecer aos alunos um ensino voltado para a apreensão de significados de objetos matemáticos. O documento destaca que "nessa fase, precisa ser destacada a importância da comunicação em linguagem matemática com o uso da linguagem simbólica, da representação e da argumentação" (Brasil, 2017, p. 300). Dessa maneira, a aprendizagem de álgebra se destaca nessa fase e, entre os conceitos algébricos que se sobressaem, temos os conceitos de variável e de incógnita.


ISSN 2764-3158

A construção do conceito de variável é o foco deste trabalho e, para facilitar sua compreensão, na próxima seção fazemos uma revisão das pesquisas que tratam do ensino de álgebra nos anos finais do Ensino Fundamental. Na sequência, apresentamos mais quatro seções que abordam, respectivamente, a TCC (teoria cognitivista que fundamenta nossa análise), a metodologia da pesquisa, a análise dos resultados e nossas considerações finais.

## 2 Estudos que abordam o ensino de álgebra nos anos finais do Ensino Fundamental

A fim de fundamentar nosso estudo, fizemos um levantamento das pesquisas brasileiras realizadas de 2018 a 2023 que abordam o ensino da álgebra nos anos finais do Ensino Fundamental.

Na pesquisa relatada no artigo *Recurso lúdico para apoio ao aprendizado da álgebra de alunos do 7º ano do Ensino Fundamental*, Serpa e Kinast (2021) tiveram como objetivo principal analisar a eficácia da aplicação de uma atividade pedagógica lúdica sobre conteúdos algébricos em uma turma do 7º ano do Ensino Fundamental. Como base teórica, os autores apresentaram ideias referentes ao Ensino da Matemática, ao Ensino da Álgebra e aos Recursos Pedagógicos Lúdicos. Foram apresentados e discutidos aspectos relacionados à Etnomatemática, que defende um ensino de Matemática voltado para a realidade social dos alunos.

A pesquisa foi caracterizada como qualitativa exploratória, sendo realizada em três etapas. Na primeira, foi proposta aos alunos a construção de sequências matemáticas com o uso de cartelas contendo desafios; na segunda, os alunos receberam novas cartelas com equações simples para serem resolvidas; e na terceira, precisaram resolver equações do 1º grau. Em todas as etapas, as cartelas continham recursos lúdicos, como desenhos de frutas ou objetos. Nas considerações finais, Serpa e Kinast (2021) puderam concluir que os recursos lúdicos focados no pensamento algébrico, como enigmas e charadas, contribuíram para uma aprendizagem significativa. Em relação ao papel do professor, os autores afirmaram a importância da contextualização nos conteúdos algébricos, pois os alunos devem aprender além de fórmulas e procedimentos.

A pesquisa que gerou a dissertação *O estudo de álgebra no ensino fundamental II: uma proposta com materiais manipuláveis*, produzida por Souza (2021), buscou apresentar contribuições do uso de materiais manipuláveis para o ensino de álgebra no 8º ano do Ensino Fundamental. A autora apresentou, em sua revisão da literatura, trabalhos que mostraram as potencialidades do uso de materiais manipuláveis como forma de visualização de conceitos abstratos. Os conceitos envolvidos na intervenção de ensino foram: linguagem algébrica, expressão algébrica, valor numérico de uma expressão algébrica e equação do 1º grau. Os materiais produzidos foram o *tabuleiro das expressões* e os *cubos algébricos*. Com o uso dos materiais manipuláveis, foram percebidas evoluções na compreensão de conceitos algébricos, pois, na avaliação subsequente à intervenção, os alunos apresentaram um melhor desempenho.

Publicado por Righi, Dalla Porta e Scremin (2021 ), na Revista Eletrônica de Educação Matemática, com o título *Pensamento algébrico: uma análise de livros didáticos dos anos finais do ensino fundamental*, o artigo apresentou a proposta de investigar se conteúdos de sequências recursivas, que compõem a unidade “Álgebra” na BNCC, estão sendo trabalhados em livros didáticos dos anos finais do Ensino Fundamental. As discussões referentes ao tema mostram o uso de sequências como um caminho para os alunos desenvolverem o pensamento algébrico. Foram analisados os livros do 8º ano das coleções de Edwaldo Bianchini, Matemática - Bianchini: Manual do Professor, e de Gelson Iezzi, Matemática e Realidade, publicadas em 2018 e aprovadas pelo Programa Nacional do Livro Didático - PNLD/2020. Dessa forma, a pesquisa é caracterizada como qualitativa e de cunho documental.


ISSN 2764-3158

Após a análise dos materiais, observou-se que o conteúdo de sequências estava presente nos livros didáticos, mas não necessariamente em um capítulo específico. Foram encontrados conteúdos de sequências ao longo dos capítulos de conteúdos algébricos. Os autores puderam concluir que, de forma geral, os livros didáticos estão seguindo as orientações dos documentos oficiais a respeito do ensino de álgebra, favorecendo o pensamento algébrico.

Produzido por Reis, Silva e Santos (2021) e publicado no *Brazilian Electronic Journal of Mathematics*, o estudo apresentado no artigo *Educação algébrica: o uso de padrões figurativo-numéricos como recurso didático-pedagógico para os anos finais do ensino fundamental* teve como objetivo identificar as contribuições da utilização de padrões figurativos-numéricos nos anos finais do ensino fundamental. Reis, Silva e Santos (2021) traçam um paralelo com a BNCC, que, segundo os autores, tem a preocupação com o desenvolvimento do pensamento algébrico, fundamental para resolver situações-problema da álgebra.

Nesse sentido, defende-se a inserção de atividades com padrões, pois estas comunicam certos tipos de regularidades que, inicialmente, são observadas e, posteriormente, generalizadas. A abordagem é qualitativa e de pesquisa bibliográfica, buscando diferentes possibilidades de intervenção pedagógica em situações didáticas. Concluindo o artigo, os autores defendem que o uso de padrões figurativos potencializa a formação do pensamento algébrico.

Na dissertação *Equações do 1º grau: significando a aprendizagem por intermédio da história da matemática*, Anjos (2021) desenvolveu uma proposta de ensino de equações do 1º grau para uma turma de 7º ano a partir da história da matemática e da teoria da aprendizagem significativa de David Paul Ausubel, psicólogo da educação estadunidense e criador da teoria da aprendizagem significativa. A motivação para o estudo veio dos resultados do PISA e do SAEB, que revelaram uma grande defasagem na aprendizagem de Matemática.

A sequência didática apresentada na dissertação foi estruturada considerando as três etapas do desenvolvimento da álgebra: retórica, sincopada e simbólica. Segundo o autor, dessa forma, os alunos podem "*encontrar na linguagem oral e escrita da álgebra retórica, as explicações para os símbolos algébricos estabelecidos ao longo da história*" (Anjos, 2021).

Além disso, são apresentadas discussões a respeito da formação de professores, que também devem buscar se beneficiar da história da matemática, não apenas para a sala de aula, mas também como forma de compreender melhor a disciplina.

Elaborada por Silva (2023), a pesquisa que originou a dissertação *Sequência didática como estratégia de ensino e aprendizagem para o desenvolvimento do pensamento algébrico nos anos finais do ensino fundamental* teve como objetivo analisar os impactos de atividades organizadas em uma sequência didática. Essas sequências abordaram os conceitos de polinômios e suas operações em uma turma do 9º ano do Ensino Fundamental, na perspectiva da BNCC.

O trabalho apresentou como fundamentação teórica um estudo sobre a inclusão de recursos didáticos nos anos finais do Ensino Fundamental, as perspectivas e dificuldades do uso de materiais concretos no ensino de Matemática nos anos finais, e as concepções do Pensamento algébrico. A metodologia escolhida para o estudo foi de natureza qualitativa, com característica de estudo de caso. As análises dos resultados mostraram que as atividades organizadas em sequências didáticas, aliadas à metodologia de resolução de problemas e ao uso de material didático, despertaram o interesse dos alunos e favoreceram o desenvolvimento de habilidades algébricas.

Intitulado *Ensino de álgebra no ensino fundamental: uma revisão histórica dos PCN à BNCC*, o artigo de Scremin e Rigui (2020) apresenta uma análise histórica das orientações para o ensino de álgebra nos anos finais do Ensino Fundamental. Para tanto, os autores realizaram um estudo documental dos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) e da Base Nacional Comum Curricular (BNCC), referentes ao componente curricular de Matemática.

Como resultados, os autores concluíram que, apesar de os PCNs terem sido formulados há mais de vinte anos, ainda se mostram relevantes nas práticas educacionais. No tocante às diretrizes para o ensino de álgebra, os PCNs orientam a inserção dos conteúdos a partir do 7º ano do Ensino Fundamental, pois consideram os alunos nessa fase prontos para as conexões lógicas e para a abstração. Já a BNCC apresenta orientações para o ensino de álgebra desde os anos iniciais do Ensino Fundamental, que pode ser realizado a partir da observação de regularidades, generalizações de padrões e propriedades de igualdade.

## 3 A Teoria dos Campos Conceituais

A Teoria dos Campos Conceituais tem esse nome porque, segundo ela, um conceito não pode ser aprendido isoladamente. Sua aprendizagem está associada a outros conceitos, compondo um campo conceitual (Vergnaud, 1993).

Entre os principais conceitos pertencentes à TCC estão as situações, os esquemas, os invariantes operatórios implícitos (teoremas-em-ação e conceitos-em-ação) e explícitos, e a noção de conceito. Vergnaud (1993) afirma que, para dominar o conhecimento de um campo conceitual, é preciso tempo, experiência, maturidade e aprendizagem. Portanto, a superação de uma dificuldade conceitual não acontece de um dia para o outro. Vergnaud (1993) defende que um conceito não pode ser reduzido à sua definição e que, dessa maneira, deve ser representado por uma terna (S, I, R):

● Situações (S): Conjunto de situações que dão sentido aos conceitos (combinação de tarefas);

● Invariantes (I): Conjunto dos invariantes que formam as propriedades dos sujeitos (significado);

● Representações (R): Conjunto das representações simbólicas que são usadas para representar as situações e os procedimentos (significante).

Partindo dessa terna, é possível compreender aspectos do processo de aprendizagem, pois é preciso levar em consideração que um conceito não se forma em uma única situação e que uma situação não pode ser analisada apenas com um conceito (Vergnaud, 2009).

Em relação às situações, Vergnaud (1993, p.1) afirma que é *"através das situações e dos problemas a resolver que um conceito adquire sentido para a criança"*. Podem ser divididas em duas classes: a) as classes de situações nas quais os alunos possuem competências necessárias para resolvê-las de imediato; e b) as classes de situações nas quais os alunos não possuem todas as competências necessárias, o que exige um tempo de aprendizagem, podendo haver sucessos e fracassos no percurso.

É importante explicar que, de acordo com essa teoria, o conceito de situação não tem o sentido de situação didática, mas o de tarefa, como afirma Vergnaud (1993). O autor aponta que a dificuldade de uma tarefa *"não é nem a soma nem o produto da dificuldade das diferentes subtarefas. É claro, contudo, que o fracasso em uma subtarefa provoca o fracasso global"* (Vergnaud, 1993, p. 9). Toda situação complexa é interpretada como uma combinação de determinadas tarefas, que possuem uma natureza e dificuldades que devem ser bem conhecidas.

ISSN 2764-3158

Para as duas classes de situações anteriormente apresentadas, faz-se necessário o uso de esquemas, mas seu funcionamento é diferente para cada caso. Os esquemas foram introduzidos por Piaget, como maneira de considerar as formas de organização das habilidades sensório-motoras e intelectuais. Nessa perspectiva, o foco é o sujeito epistêmico, ou seja, na investigação das grandes categorias do pensamento: espaço, tempo, causalidade, etc. (Silva; Frezza, 2011). Vergnaud (1993) utiliza-se do conceito de esquema, mas acredita que o foco deve estar no sujeito em ação. O esquema deve ser composto por regras e pode ser eficaz para muitas situações, gerando diferentes ações (Barbosa, 2008).

> [...] emprestado de Piaget aspectos importantes do seu trabalho: primeiro o conceito de esquema, que possui uma larga interpretação, que o conhecimento é adaptado (acomodação e assimilação), bem como Piaget conceituou globalmente que a ação e representação fazem parte do desenvolvimento. (Vergnaud, 2009, P. 84).

Sobre o uso dos esquemas, em sua teoria, Vergnaud (1993, p. 2) os define como a *"a organização invariante do comportamento para uma classe de situações dada"*. Eles são compostos pelos conhecimentos-em-ação do sujeito, isto é, elementos cognitivos que fazem a ação ser operatória. Um exemplo clássico é esquema da resolução de equações da forma $ax + b = c$. Para esse tipo de equação, quando os valores de $a$, $b$ e $c$ são positivos e $b < c$, o esquema atinge rapidamente um grau elevado de disponibilidade e de confiabilidade nos estudantes iniciantes em álgebra. As resoluções apresentadas pelos estudantes revelam uma organização invariante sobre o que aprenderam com os teoremas, como subtrair "b" dos dois membros para conservar a igualdade ou dividir os dois membros por "a" a fim de também conservá-la.

Vergnaud (1990) afirma que os esquemas são dispositivos do mesmo tipo lógico dos algoritmos, que podem ser suficientes ou não para uma determinada situação. Os esquemas são muitas vezes eficazes, mas nem sempre efetivos. No momento que um esquema se torna ineficaz, a experiência pode conduzir o estudante a buscar um novo esquema para alcançar seu objetivo.

O campo conceitual algébrico pode ser definido como o conjunto de situações, representações e invariantes necessários para a construção de conceitos algébricos (Klopsch, 2010). Reconhecer os esquemas necessários para este campo é fundamental para analisar as dificuldades enfrentadas pelos estudantes em álgebra. Vergnaud (2019) afirma que, tendo como base os conhecimentos aritméticos, a álgebra representa um grande desvio formal e apresenta as características que diferenciam a álgebra e a aritmética (Quadro 1).

**Quadro 1:** Diferenças entre aritmética e álgebra

| Aritmética | Álgebra |
|---|---|
| incógnitas intermediárias | extração de relações pertinentes |
| escolha intuitiva dos dados | expressões formais dos enunciados e das operações |
| operações na boa ordem | algoritmo |
| controladas pelo sentido | controle: regras e modelo adequado |

**Fonte:** Vergnaud, 2019

Segundo o autor, para operar na álgebra é necessário um “roteiro-algoritmo”, como a resolução de uma equação. Quando se resolve uma equação, apesar de estarem presentes operações aritméticas simples, os alunos apresentam muitas dificuldades, pois ainda precisam desenvolver competências novas. Essas competências representam a ruptura com a aritmética. Vergnaud (2019) as apresenta como:

> 1- Saber o que fazer diante de uma equação dada, atingir um certo objetivo, respeitar as regras. 2- Saber colocar um problema em equação extrair as relações pertinentes, controlar sua independência. 3- Identificar os objetos matemáticos novos equação e incógnita, função e variável. 4 - Reconhecer a função da álgebra resolver problemas incômodos ; provar uma relação (Vergnaud, 2019, p. 17)

Essas competências abarcam níveis distintos de conceitualização. As duas primeiras têm base nos esquemas de Piaget, a terceira é baseada em conceituações explícitas e a quarta é metacognitiva (Vergnaud, 2019). Para exemplificar o uso de esquemas, Kikuchi (2019) apresenta um quadro com esquemas que devem ser mobilizados para o conteúdo principal distributiva no campo conceitual das estruturas algébricas. A autora afirma que "esquemas geram uma classe de condutas associadas a uma situação específica, atuando como um organizador do pensamento" (Kikuchi, 2019, p. 68) e, para cada esquema, é possível identificar dúvidas manifestadas pelos estudantes.

## 4 Escolhas metodológicas

Em relação ao tipo de pesquisa, é possível classificar a pesquisa aqui apresentada como uma pesquisa qualitativa, que, de acordo com Minayo (1994),

> […] trabalha um “universo de significados, motivos, aspirações, crenças, valores e atitudes, o que corresponde a um espaço mais profundo das relações, dos processos e dos fenômenos que não podem ser reduzidos à operacionalização de variáveis (Minayo, 1994, p. 21).

A escolha por esse tipo de pesquisa se justifica pelo objetivo principal: investigar, com base na Teoria dos Campos Conceituais, as estratégias e argumentos dos estudantes ao lidarem com situações que envolvem o conceito algébrico de variável. Realizamos uma intervenção de ensino e, sobre esses aspectos, Gil (2002) afirma que

> A análise qualitativa depende de muitos fatores, tais como a natureza dos dados coletados, a extensão da amostra, os instrumentos de pesquisa e os pressupostos teóricos que nortearam a investigação. Pode-se, no entanto, definir esse processo como uma sequência de atividades, que envolve a redução dos dados, a categorização desses dados, sua interpretação e a redação do relatório. (Gil, 2002, p. 133).

A pesquisa foi realizada com os 42 alunos de uma turma de 8º ano de uma escola pública estadual localizada no Município de Duque de Caxias/RJ, no segundo semestre de 2023. A escolha desse ano se deu pelo fato de os estudantes começarem a ter contato com a álgebra desde o 7º ano. Dessa forma, esperávamos que eles soubessem dialogar a respeito desse conteúdo.

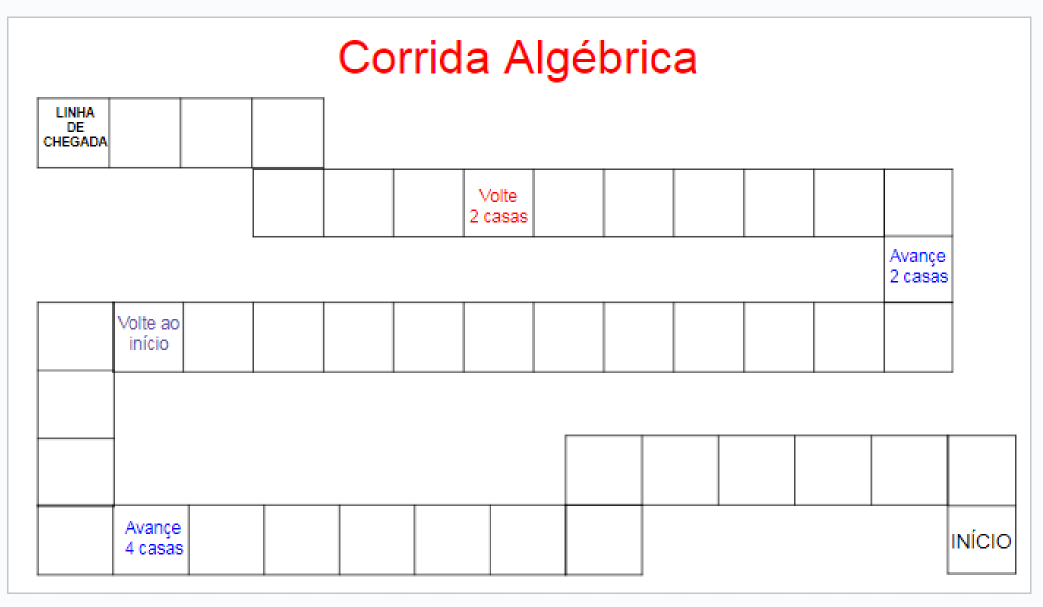
Por se tratar de um estudo realizado em um contexto particular, uma turma específica de 8º ano, a pesquisa também pode ser caracterizada como um estudo de caso (Lüdke; André, 1986). Essa abordagem metodológica considera a complexidade envolvida no contexto da


ISSN 2764-3158

pesquisa, pois cada sujeito é único. Segundo as autoras, o estudo de caso envolve o pesquisador diretamente com a situação para a obtenção de informações, enfatizando mais o processo do que o produto, e considera a perspectiva dos participantes.

A obtenção de informações se deu por meio de uma intervenção de ensino que durou 100 minutos e foi composta pela realização do jogo *corrida algébrica* e pela reflexão coletiva sobre o jogo. Além de dados e moedas para marcação de cada equipe no seu tabuleiro, entre os recursos utilizados estão, nas Figuras 1 e 2, respectivamente, o tabuleiro e os cartões:

**Figura 1:** Tabuleiro do jogo *corrida algébrica*




**Fonte:** As autoras, 2023

**Figura 2:** Cartões do jogo *corrida algébrica*

| | |
|---|---|
| x + 2 | x - 4 |
| 2x + 1 | 5 - x |
| 3 + x | 2x - 3 |

ISSN 2764-3158

| | |
|---|---|
| 2 - x | 2a |
| 1 + 2a | 6 - a |

**Fonte:** As autoras, 2023

A turma foi dividida em duplas ou trios. Cada dupla ou trio recebeu um tabuleiro, dez cartas e uma moeda para identificar a equipe. Em cada carta havia uma expressão algébrica diferente (ex.: x + 1, 2x - 4, 4 - x,...). As cartas ficavam empilhadas e viradas para baixo, e os estudantes pegavam uma de cada vez. A professora regente e a mestranda, que conduziram juntas a intervenção, lançavam um dado que determinava o valor a ser aplicado na expressão algébrica, e esse valor correspondia ao número de casas que o grupo poderia avançar ou regredir. Por exemplo, se o número sorteado fosse 4, o grupo 1, que estava com o cartão (x + 1), deveria avançar 5 casas, e o grupo 2, que estava com o cartão (2 – x), deveria recuar 2 casas. O grupo que chegasse primeiro ao fim da trilha desenhada no tabuleiro ganharia o jogo.

A atividade foi gravada e as falas dos participantes foram transcritas. Os nomes que são mencionados na próxima seção são fictícios a fim de preservar a identidade de todos os envolvidos.

## 5 Análise de dados

O objetivo do jogo que compôs a intervenção de ensino era criar condições para que os estudantes compreendessem o conceito de variável, presente em uma expressão algébrica. Essa variável pode assumir diferentes valores, que, por sua vez, são determinados pela face do dado voltada para cima após o lançamento. O desafio foi escolhido com base nas respostas dos alunos no teste diagnóstico, no qual uma parcela considerável da turma afirmou gostar de jogos e que costuma jogar no tempo livre.

O início da intervenção se deu com a divisão da turma em trios ou duplas. A turma apresentava dificuldade de interação, e muitos colegas não se falavam. Devido a esse fato, foram formados 10 trios e 3 duplas. Durante a etapa da divisão, apesar da agitação da turma, muitos alunos demonstraram curiosidade sobre o que seria feito. Após a divisão, foram distribuídos os materiais para a atividade, o que também gerou curiosidade, pois todos conheciam o jogo de tabuleiro, mas não sabiam o que fariam com as cartas de expressão algébrica. Apesar da orientação para deixarem as cartas empilhadas e viradas para baixo, alguns trios/duplas, devido à curiosidade, olharam as cartas para ver o que estava escrito. De maneira geral, os alunos demonstraram inicialmente interesse pela atividade e, assim que recebiam o material, já foram dividindo as funções, como quem ficaria manipulando o tabuleiro, quem preencheria a tabela e quem ficaria com os cartões.

Terminada a organização da turma e a distribuição do material, a mestranda começou a explicar como seria feito o jogo. Após a explicação, a maioria da turma disse não ter entendido o que era para ser feito, sendo necessária uma segunda explicação. No momento da primeira explicação, a turma ainda estava muito agitada, e muitos sequer conseguiram ouvir as instruções. Foi necessária a intervenção da professora regente da turma para que os alunos se acalmassem e prestassem atenção nas instruções. Após a segunda explicação, de forma geral, a


ISSN 2764-3158

turma compreendeu a proposta, mas a maioria não sabia como fazer os cálculos com a expressão algébrica, sendo necessária a intervenção da mestranda em muitos momentos. A Figura 3 mostra uma dupla durante o desenvolvimento do jogo.

**Figura 3:** Jogando a *corrida algébrica*


**Fonte:** As autoras, 2023

Após a explicação e a maioria da turma ter se concentrado, a mestranda se posicionou em frente à mesa da professora e pediu para os trios/duplas retirarem a primeira carta. Após terem feito isso, lançou o primeiro dado e sorteou o número 3. Como as cartas estavam embaralhadas, cada trio/dupla retirou uma carta diferente entre as 10 disponíveis. Como havia 13 grupos, alguns retiraram cartas repetidas. Muitos estudantes não sabiam o que fazer com o número 3 sorteado, então a mestranda explicou que eles deveriam substituir o número no lugar da letra e realizar a operação.

Os trios/duplas que retiraram inicialmente as cartas “x+2” e “x+3” pedem ajuda à mestranda, como mostra a transcrição a seguir:

**B.:** Professora, então no lugar do “x” devemos colocar o 3?

**M.:** Isso mesmo. Quanto dá essa conta?

Alunos pensam por um momento.

**L.G.:** Tem que somar o 3 com o 2?

**M.:** Isso mesmo. Esse será o número de casas que vocês devem avançar.

**B.**: Vamos andar 5 casas, então, gente

**M.**: Isso, mas vocês também precisam anotar na tabela.

**B.**: Aqui no movimento do jogo, a gente coloca o que?

**M.**: Vocês chegaram no número 5 e como é positivo, vocês podem escrever “avancei 5 casas”.

Os estudantes avançaram as cinco casas e se mostraram entusiasmados com o próximo movimento.

ISSN 2764-3158

Segundo Verganud (1993), a confiabilidade para mobilizar um esquema tem como base o conhecimento que possui, implícito ou explícito, das relações entre o algoritmo e os atributos do problema a ser resolvido. De modo geral, os estudantes que tiraram cartas com expressões do tipo “x + b” não demonstraram muita dificuldade em realizar os cálculos. Uma vez que tiraram suas dúvidas, conseguiram desenvolver o jogo com mais confiança, como pode ser verificado com os estudantes que tiraram as cartas “x + 2” e “x+3”.

Houve dificuldade com mais frequência quando a carta retirada era do tipo “mx + n”. A turma, em sua maioria, não conseguia dar prosseguimento ao jogo quando tirava este tipo de carta. Foi observado que os estudantes não sabiam que estruturas como “2x” e “2a” representam multiplicação entre o número constante e o valor atribuído à variável. Dessa maneira, foi necessária a intervenção da mestranda para auxiliá-los. A conversa transcrita a seguir, estabelecida entre a dupla J e A, que retirou como primeira carta “2x+3”, evidencia este fato:

**J.:** Professora, o que a gente faz com esse “2” na frente do x?

**M.:** Quando temos um número “grudado” em uma letra, existe uma operação entre eles.

**J.:** Então fica 23?

**M.:** Não, quando temos um número na frente de uma letra, existe uma multiplicação entre eles.

As estudantes faziam gestos e expressões de dúvidas. A mestranda, então, se posicionou na frente da turma e pediu a atenção de todos. Foi necessário, nesse momento, uma breve explicação na lousa sobre a estrutura de uma expressão algébrica. A mestranda explicou para a turma que existe a operação de multiplicação entre o número e a letra. Foi dado um exemplo, utilizando a expressão “2x + 1” e usando o valor x = 1. Depois disso, a turma prosseguiu com o jogo e a mestranda retornou para a dupla J e A:

**J.:** Professora, então vamos multiplicar o 2 pelo 3 e depois somamos 1?

**M.:** Isso mesmo. E qual é o resultado final?

As alunas pensam juntas, vocalizando os cálculos que estavam fazendo.

**A.:** 7?

**M.:** Isso mesmo.

De forma similar, outros grupos pediram ajuda para fazer os cálculos com expressões “mx + n”, mas observou-se que os grupos que estavam em rodadas posteriores e retiraram cartas desse tipo já não apresentavam muitas dificuldades.

Partindo das duas classes de situações propostas pela TCC, compreendemos que o uso de esquemas não se restringe somente à primeira classe. Vergnaud (1993) afirma que, quando os estudantes não conseguem resolver um problema ou cometem erros, na verdade, também estão mobilizando esquemas, que devem ser observados pelo professor. A dupla J e A mobilizou o esquema “quando um número estiver junto com uma letra e a letra assumir um valor, substituir a letra pelo valor e colocar ao lado do número”.

A partir desse momento, o jogo foi sendo desenvolvido com mais facilidade e surgiram apenas dúvidas pontuais. Uma grande dificuldade apresentada por alguns estudantes foi trabalhar com valores negativos. Por exemplo, quando foi sorteado o número 3, uma dupla que estava com a carta (x – 4) não soube calcular o resultado corretamente, sendo necessária uma discussão sobre o assunto. Vendo que outros estudantes apresentavam a mesma dúvida, a mestranda se posicionou novamente em frente à turma e pediu para que prestassem atenção. Segue a transcrição da conversa estabelecida:


ISSN 2764-3158

**M.**: Turma, o número 3 foi sorteado e alguns colegas estão com a carta “x - 4”. Alguém sabe o resultado?

**N.**: Não tem como calcular. Não dá para retirar 4 de 3.

**B.**: É -1.

**C.**: É 1.

**M.**: Vamos pensar um pouco. Acho que vocês já aprenderam números inteiros em algum momento, mas leva tempo mesmo pra gente entender bem.

Nesse momento, a professora regente afirmou que números inteiros foram matéria do ano passado e relembrou a turma sobre números negativos. A partir da fala da professora, muitos começaram a se lembrar do que haviam estudado e começaram a responder -1.

**M.**: Isso aí, gente, três menos quatro é igual a -1. Mas voltando para o jogo, o que vai acontecer com o grupo que obteve esse resultado?

**Turma**: Vai ter que voltar uma casa.

Um dos pré-requisitos para o jogo *corrida algébrica* é o conceito de números inteiros, que ainda está sendo construído pelos estudantes. Vergnaud (1993) destaca na TCC que não é possível a construção de conceitos de forma isolada ou linear. Dessa forma, é necessário a utilização de conceitos aritméticos fundamentais para se desenvolver a competência para atuar no campo conceitual algébrico.

Dando prosseguimento ao jogo, o segundo número sorteado foi o número 1. Até então, nenhum grupo havia retirado as cartas “2a”, “6 - a” ou “1 + 2a”, mas, no segundo lançamento, uma dupla retirou a carta “2a”. A mestranda ficou observando qual seria a atitude das alunas, que, após visualizarem uma variável diferente do x, não sabiam como prosseguir. A mestranda se aproxima e inicia a seguinte conversa:

**R.**: Tia, não tem “x” nessa carta e a gente não sabe o que fazer agora

**M.**: O “a” faz o mesmo papel que o “x”

**R.**: Então no lugar do “a” a gente coloca o número 1?

Nesse momento, a outra aluna da dupla pega o papel e escreve a expressão, colocando no lugar “a” o número 1. Realizando a multiplicação chega no valor 2.

As alunas se olham e dizem juntas

**R. e F.**: Vamos avançar duas casas

Analogamente, outros grupos mostraram a mesma dificuldade com as cartas “6 - a” e “1 + 2a”, provavelmente devido aos termos deslocados e à mudança de variável. Para a carta “6 - a” não houve dificuldade na aplicação dos valores sorteados, visto que variaram entre 1 e 6, não resultando em valores negativos.

Tomamos como a base a terna (S, I, R), que, segundo Vergnaud (1993), constituem um conceito, e buscamos analisar, nos esquemas dos estudantes, a manifestação de invariantes operatórios a partir da mudança da variável x para a variável a. Além disso, buscamos perceber a importância de negociar o significado dos símbolos. Afinal, a diversificação da letra, sem uma negociação prévia, causou estranhamento nos estudantes.


ISSN 2764-3158

Apesar das dificuldades iniciais, nossa postura dialógica, utilizando ora os símbolos algébricos, ora a linguagem materna, e até mesmo gestos, favoreceu a condução do jogo e a aprendizagem dos estudantes.

## 6 Considerações finais

Nesta pesquisa tivemos como objetivo identificar a construção do conceito de variável por estudantes do 8º ano do Ensino Fundamental. Para isso, realizamos um jogo em que eles precisavam lidar com a substituição de variáveis por números inteiros em expressões algébricas.

Analisados à luz da Teoria dos Campos Conceituais, os resultados mostram que os estudantes apresentam mais dificuldades para lidar com expressões do tipo “mx + n” do que com expressões do tipo “x + b”. Isto porque o esquema utilizado para lidar com o primeiro tipo é mais complexo do que o usado para lidar com o segundo tipo.

De todo modo, em ambos os esquemas, é possível identificar a mobilização dos conceitos de números inteiros e das operações com eles, sendo esse os conhecimentos-em-ação dos estudantes. Além disso, percebemos também que a diversificação da letra que representa a variável pode ser um obstáculo quando não é bem negociada com os estudantes, o que, dentro da Teoria dos Campos Conceituais, corresponde à negociação do significado das representações.

É evidente que, por se tratar de um estudo de caso, nossos resultados não podem ser generalizados. Entretanto, esperamos, com eles, contribuir para as reflexões acerca da construção do pensamento algébrico.

## Referências

Anjos, L. F. (2021). Equações do 1º grau: significando a aprendizagem por intermédio da história da matemática. 106 f. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional). Universidade Federal de Santa Catarina. Florianópolis, SC.

Bilhalva, A. S. (2020). *Investigando o pensamento algébrico à luz da teoria dos campos conceituais.* 108 f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática). Universidade Federal de Pelotas. Pelotas, RS.

Brasil. (2017). Ministério da Educação. *Base Nacional Comum Curricular*. Brasília, DF.

Fiorentini, D.; Miorim, M. Â. M. Â., & Miguel, A. (1993). Contribuição para um repensar a Educação Algébrica Elementar. *Pro-Posições,* 4(1) 78-90.

Gil, A. C. (2002). *Como elaborar projetos de pesquisa* (4. ed.). São Paulo, SP: Atlas.

Kikuchi, L. M. (2019). *A Teoria dos Campos Conceituais e os invariantes operatórios no conteúdo de Álgebra.* 445 f. Tese (Programa de Pós-Graduação em Educação). Universidade de São Paulo, São Paulo, SP.

Klopsch, C. (2010). *Campo conceitual algébrico: análise das noções a serem aprendidas e dificuldades correlatas encontradas pelos estudantes ao final do ensino fundamental (8ª série 9º ano).* 174 f. Dissertação (Mestrado em Psicologia Cognitiva). Universidade Federal de Pernambuco. Recife, PE.

Lins, R. C.; Gimenez, J. (1997). *Perspectivas em Aritmética e Álgebra para o Século XXI.* Campinas, SP: Papirus.

Lüdke, M.; André, M. E. D. A. (1986). *Pesquisa em educação: abordagens qualitativas.* São Paulo, SP: EPU.

Minayo, M.C.S. (1994). Ciência, Técnica e Arte: O Desafio da Pesquisa Social. In: M.C.S. Minayo (Org.). *Pesquisa social: teoria, método e criatividade*, (v. 18, pp. 31-50). Petrópolis, RJ: Vozes.

Reis, J. P. C., Silva, R. C., & Santos, G. M. T. (2021). Educação algébrica: o uso de padrões figurativo-numéricos como recurso didático-pedagógico para os anos finais do ensino fundamental. Brazilian Electronic Journal of Mathematics, 2(4).

Righi, F. P., Dalla Porta, L., & Scremin, G. (2021). Pensamento algébrico: uma análise de livros didáticos dos anos finais do ensino fundamental. Revista Eletrônica de Educação Matemática, 16, 1-21.

Serpa, D., Kinast E. (2021). Recurso lúdico para apoio ao aprendizado da álgebra de alunos do 7º ano do Ensino Fundamental.

Scremin, G.; Righi, F. P. (2020). Ensino de álgebra no ensino fundamental: uma revisão histórica dos PCN à BNCC. *Ensino em Re-Vista*, 27(2), 409-433.

Silva, F. A. M. (2023). *Sequência didática como estratégia de ensino e aprendizagem para o desenvolvimento do pensamento algébrico nos anos finais do ensino fundamental.* 235 f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Matemática). Universidade Luterana do Brasil. Canoas, RS.

Souza, P. M. (2021). *O estudo de álgebra no ensino fundamental II: uma proposta com materiais manipuláveis.* 89 f. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional). Universidade Tecnológica Federal do Paraná. Cornélio Procópio, PR.

Vergnaud, G. (1990). La Théorie des Champs Conceptuels. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 10 (2.3), 133-170.

Vergnaud, G. (1993). Teoria dos Campos Conceituais. In: *Anais do 1º Seminário Internacional de Educação Matemática do Rio de Janeiro* (pp.1-26). Rio de Janeiro, RJ.

Vergnaud, G. (2009). *A Criança, a Matemática e a Realidade.* Tradução de M. L. F. Moro. Curitiba, PR: Editora UFPR.

Vergnaud, G. (2019) Quais questões a Teoria Dos Campos Conceituais busca responder?. *Caminhos da Educação Matemática em Revista(Online)*, 9(1).

ISSN 2764-3158