

ACÇÕES DE INVESTIGAÇÃO NA AULA DE MATEMÁTICA

Aline Silva De Bona
Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Rio Grande do Sul (IFRS)
aline.bona@poa.ifrs.edu.br

Resumo:

O trabalho é um estudo de caso, que faz parte do início de uma pesquisa-ação, com professores de matemática da Escola Básica - Ensino Fundamental, sobre suas próprias ações e atividades de investigação que trabalham em aula. Adota-se a conceituação de investigação e de atividade estudada por Ponte, a definição de ação dada por Piaget, e a compreensão da educação matemática de D'Ambrósio. Com o objetivo de refletir sobre os possíveis benefícios das práticas investigativas presentes nas aulas de matemática, analisa-se neste estudo de caso a entrevista de uma professora e dois relatórios dos estudantes sobre uma atividade de investigação. Os resultados parciais deste trabalho mostram a possibilidade de compreensão das representações dos conceitos matemáticos por parte dos estudantes na resolução das atividades de investigação e a verificação testemunhada pela professora da participação ativa dos estudantes nas aulas de matemática, tanto em interação como em realização da atividade escrita.

Palavras-chave: Investigação; Problema; Prática Docente; Conceitos; Aula.

1. Introdução

O trabalho do professor de matemática na Escola Básica, em especial no Ensino Fundamental, está cada vez mais complexo, por inúmeros motivos, mas em especial, segundo Camargo e Bampi (2011) e Bona (2012), pela falta de interesse dos estudantes em aprender matemática, e paralelamente a crescente exigência sobre os professores de que as aulas precisam ser diversificadas, além de contextualizadas.

É consenso que a geração de estudantes inseridos no universo da cultura digital, presentes na Escola Básica atualmente, são dinâmicos e muito interativos. Em função desse dinamismo, os professores além de terem um domínio do conhecimento específico, no caso da matemática, e da gestão pedagógica e didática da sua sala de aula, hoje se faz necessário um novo elemento a prática docente. Este novo elemento precisa ser buscado por cada professor a fim de atender/despertar a participação dos estudantes nas aulas de matemática.

Um elemento que vem sendo estudado e apontado com diferentes denominações é a 'ação' do estudante em sala de aula, conforme os estudos de Piaget (1978), Freire (1996),

D'Ambrósio (1996), Ponte, Brocardo, Oliveira (2006), e Fiorentini e Lorenzato (2007). Este elemento é comprovado e valorizado por muitas pesquisas na área da Educação Matemática, como: Hoffman (2006), Mattos (2010), Bona (2012), Basso (2003).

A prática docente que contempla este elemento - a ação do estudante na sala de aula - exige do professor uma concepção pedagógica baseada no diálogo entre todos os sujeitos envolvidos na aprendizagem (professor e estudantes, estudantes entre si, pais/responsáveis e estudantes, professor e pais/responsáveis), e no desenvolvimento gradual e constante do processo de ensino-aprendizagem. Assim, o estudante assume sua autonomia e responsabilidade pelo seu processo de aprendizagem, conforme Bona (2012).

A matemática é uma disciplina, muitas vezes, entendida como difícil e sem necessidade pelos estudantes, e inclusive pelos seus pais/responsáveis. Esta crença da mistificação do saber da matemática, segundo Freire (1996) e D'Ambrósio (1996), complica ainda mais o trabalho do professor, pois este precisa, permanentemente, justificar a importância, para si próprio e para todos, de se aprender os conceitos de matemática, seja por exemplos de aplicações ou por situações externas a escola como seleções de vestibular.

A matemática é raciocínio, assim os conhecimentos de matemática são necessários a vida, seja ela cotidiana e/ou profissional, segundo os Parâmetros Curriculares Nacionais de Matemática (PCN- Brasil, 1998). A matemática da escola é, na sua maioria, muito específica e direcionada à ciência e tecnologia. Tanto a ciência como a tecnologia são importantes pois a ciência é espantosa, e a tecnologia é sofisticada, mas D'Ambrósio (1996) aponta que há coisas muito menos sofisticadas que requerem ciência, tecnologia e uma matemática menos sofisticada também. Exemplo, um pedreiro "mede 3 por 4 perpendicular e liga com 5 afirmando que fez um ângulo reto", e esta matemática se justifica como e quando escola?

Articular na sala de aula o dinamismo solicitado pelos estudantes e a aplicabilidade da matemática exige que o professor planeje aulas/atividades nas quais a ação do estudante com seus colegas seja permanente. Como esta ação deve ser em torno de um conceito de matemática, as atividades precisam deixar de ser exercícios do tipo 'siga o modelo'. Estas atividades devem ser compostas de questões abertas e/ou de problemas com muitas hipóteses para que os estudantes possam explorar diferentes leituras e raciocínios sobre como solucionar a atividade, seja de forma individual ou em grupo com colegas.

Essa atividade contempla a ação dos estudantes num sentido bem específico, que é o de investigar nas aulas de matemática. Ponte (2003), explica que a ação de investigar na

sala de aula proporciona ao estudante uma participação de fato no seu processo de aprendizagem de matemática, em diferentes momentos.

Assim, suscitar as ações de investigação na aula de matemática proporciona um meio e uma forma de viabilizar a participação dos estudantes nas aulas e uma possibilidade ao professor de cada vez mais conhecer seus estudantes. Ao conhecer seus estudantes, o professor pode compreender as representações que os estudantes tem ou estão desenvolvendo sobre os conceitos de matemática. Neste processo, o professor pode criar/selecionar atividades dinâmicas e aplicadas que proporcionem um desenvolvimento progressivo da aprendizagem de matemática destes estudantes, que responsáveis pelo seu processo de aprendizagem tornam-se cada vez mais autônomos.

A experiência do professor articulada ao conhecimento de matemática e pedagógico estão presentes nas ações de investigação na aula de matemática, e são de suma importância, assim como a perspectiva de que os conhecimentos de matemática são necessários a construção da cidadania de cada estudante. Nesse sentido, Firentini e Lorenzato (2007) destacam que as pesquisas em Educação Matemática devem estar cada vez mais integradas a Escola Básica, ou seja, explorar o que acontece nas salas de aula de matemática e como os professores estão agindo para contribuir para a melhora da área. Estas pesquisas devem contemplar teoria e prática, logo integram parte teórica e empírica.

O artigo apresenta um estudo de caso, que faz parte do início de uma pesquisa-ação, com professores de matemática da Escola Básica, sobre suas próprias ações e atividades de investigação que trabalham em sala de aula. Analisa-se, neste estudo de caso, a entrevista de uma professora e dois relatórios dos estudantes sobre uma atividade de investigação, com o objetivo de refletir sobre os benefícios das práticas investigativas presentes nas aulas de matemática. Este está organizado por seções: 1. Introdução - descreve a motivação, a justificativa, o objetivo e o método do trabalho, assim como sua temática; 2. Ação de Investigação na Aula de Matemática: conceitos; 3. Estudo de Caso: uma ação investigativa; 4. Resultados Parciais da Pesquisa, e as Referências.

2. Ação de Investigação na Aula de Matemática: conceitos

Nesta seção tem-se a ideia de refletir sobre alguns conceitos que são importantes para uma prática docente que contemple ações de investigação nas aulas de matemática. Não é intenção esgotar os conceitos, mas refletir sobre alguns segundo uma lógica de

pensamento docente que visa sempre mobilizar a participação dos estudantes nas aulas, pois é a partir da participação que os estudantes assumem a responsabilidade sobre seu próprio processo de aprendizagem.

O primeiro conceito a ser explorado é o da interação. Conforme os estudos de Piaget (1973), as interações são definidas como sendo as ações se modificando umas as outras, conforme determinadas leis de organização ou de equilíbrio. Para este autor, além dos fatores orgânicos, que condicionam do interior os mecanismos da ação, toda a conduta supõe duas espécies de interações que modificam de fora e são indissociáveis uma da outra. Assim, há a interação entre o sujeito e os objetos e a interação entre o sujeito e outros sujeitos. E, segundo Bona (2012), desse modo que a relação entre o sujeito e o objeto modifica o sujeito e o objeto ao mesmo tempo, porque ocorre assimilação de uma ao outro e a acomodação do sujeito ao objeto. Esse processo acontece em todo trabalho coletivo humano, pois cada relação social constitui uma totalidade nela mesma, capaz de criar novas estruturas de pensamento que transformem o indivíduo.

A partir da interação entre dois indivíduos surge uma totalidade que é constituída pelo conjunto das relações interindividuais de uma mesma sociedade. Esta totalidade não constitui a soma dos indivíduos, nem a soma de uma realidade superposta aos indivíduos, mas a de um sistema de interações modificando os sujeitos em sua própria estrutura.

O conhecimento humano é essencialmente coletivo, e a vida social constitui um dos fatores essenciais da formação e do crescimento dos conhecimentos pré-científicos e científicos. Tais conhecimentos não partem nem do sujeito e nem do objeto, mas da interação indissociável entre eles, para avançar a partir deste ponto na dupla direção de uma exteriorização objetivante e de uma interiorização reflexiva. Nesse processo o papel da cooperação é fundamental para a tomada de consciência de cada interação.

Na evolução cognitiva do sujeito existem patamares sucessivos de estruturação lógica ou de inteligência prática, intuitiva ou operatória. Cada um desses patamares caracterizado por um determinado tipo de cooperação ou de interação social. As interações são constituídas por ações, e a cooperação consiste em um sistema de operações, de tal modo que as atividades do sujeito se exercendo sobre os objetos, e as atividades do sujeito agindo sobre outros sujeitos se reduzem, na realidade, a um único sistema de conjunto, no qual o aspecto social e lógico são indissociáveis, tanto na forma como no conteúdo.

Para Piaget (1973), a cooperação é uma forma de aprender mais complexa do que a colaboração, porque cooperar na ação é operar em comum por correspondência,

reciprocidade ou complementariedade, enquanto que colaborar resume-se a reunião de ações que são realizadas isoladamente por parceiros, mesmo quando o fazem na direção de um objetivo comum. No entanto, Bona (2012), aponta que a colaboração como método de pesquisa é muito importante na área da Educação Matemática. Inclusive a pesquisa apresentada neste artigo tem como metodologia a pesquisa-ação que é uma pesquisa qualitativa e colaborativa. Nesse processo de pesquisa pode surgir aprendizagem cooperativa, para Barbier (2004), quando o trabalho entre, no caso, professor e estudantes está baseado no diálogo, isto é, quando ocorre uma interação entre sujeitos - professor e estudantes, e estudantes entre si - em torno de um processo de aprendizagem coletiva.

Associado a esta conceituação de interação, que articula outros conceitos como o conhecimento coletivo, o método de trabalho baseado no diálogo, a aprendizagem por cooperação e prima-se pela ação dos sujeitos. Surge nesse contexto a necessidade de diferenciar fazer e compreender. Piaget (1978, p.179) define os termos fazer e compreender da seguinte forma: “[...] compreender consiste em isolar a razão das coisas, enquanto fazer e somente utilizá-las com sucesso, o que é, certamente, uma condição preliminar da compreensão, mas que esta ultrapassa, visto que atinge um saber que precede a ação e pode abster-se dela”. A relação entre fazer e compreender é importante pois constitui determinar as analogias entre o sucesso prático, resultado do saber fazer, e o compreender em pensamento, que é característico da conceituação, de forma que a conceituação aconteça após a ação, ou, de forma oposta, ocorra antes e a conduza.

O estudo das relações entre a ação prática e a conceituação permitiu a Piaget (1978) concluir que a ação é uma forma de conhecimento autônomo, que pode se organizar sem tomada de consciência dos meios utilizados. Para Bona (2012), a compreensão da ação não acontece ao mesmo tempo em que o sujeito age, pois a conceituação da ação ocorre através de uma (re)construção, muito trabalhosa, no plano do pensamento, do que foi realizado no plano prático. E quando ocorre a mudança do fazer ao compreender, o fazer não desaparece, mas é (re)construído ao nível da representação, estruturado pela capacidade operatória, pela compreensão do que se fazer.

No processo do fazer e compreender na interação entre estudantes, no caso da escola, se dá a construção da conceituação, que nas aulas de matemática, são conceitos de matemática. Na construção da conceituação o estudante mostra cada ação do seu pensamento com uma representação. Após um conjunto de representações, que são

alteradas pelas interações com o objeto e com os colegas, e com o professor, o estudante vai crescendo de patamar de raciocínio até a formação do conceito.

Para o estudante tomar consciência da construção do conceito de matemática construído ele precisa vivenciar em situações diferenciadas a sua necessidade. Desta forma, a aula de matemática precisa ter uma dinâmica de investigação, além de dialogada, quando todos podem trocar ideias de forma respeitosa e com um objetivo comum de aprender. Esta dinâmica de investigação será determinada pela ação do professor, e esta ação contempla o tipo de atividade que esta aborda em sala de aula e também a forma e meios como conduz a realização da atividade.

O professor que seleciona atividades primando pela ação dos estudantes em sala de aula na busca por aprender a aprender matemática está fazendo uso de uma dinâmica que visa mobilizar a participação dos estudantes nas aulas, e assim estes assumem sua responsabilidade sobre seu processo de aprendizagem. Tais atividades precisam ser muito bem planejadas, desde sua seleção que articula conteúdos, forma (escrita e/ou oral), espaço da aula, tempo e contexto (realidade) dos estudantes, até sua realização e avaliação.

Na realização da atividade fica evidente que cabe ao professor a ação de conduzir os trabalhos em grupo e depois de forma coletiva, para que as interações proporcionem aos estudantes trocas de ideias, pensamentos e representações sobre o(s) conceito(s) que está(ão) sendo explorado(s). Aqui cabe um destaque quanto a quantidade de conceitos em atividades deste tipo que valorizam a ação do estudante com o grupo, pois o professor planeja explorar um conceito novo, no entanto muitos outros conceitos anteriores e necessários a este surgem, e inclusive conceitos sucessores, então é difícil delimitar um único conceito que se pretende trabalhar.

Nesse contexto, surge o conceito da investigação presente na interação. Investigar para Ponte, Brocardo e Oliveira (2006), é procurar conhecer o que não se sabe, é descobrir relações entre objetos matemáticos conhecidos ou desconhecidos de maneira que procurar identificar suas propriedades e o processo de criação.

A resolução de problemas de matemática, de acordo com Pólya (1978), são investigações que proporcionam ao estudante aprender matemática como se fossem descobridores (cientistas) da ciência da matemática, tornando a construção parecer uma ciência experimental e indutiva. É muito comum os professores associarem os problemas com as atividades de investigação, mas estes não são únicos, ou seja, para Ponte (2003),

uma atividade de investigação precisa abordar questões abertas, não afirmativas e nem com caminhos únicos de resolução, em que o estudante possa fazer novas e outras perguntas.

Para Ponte, Brocardo e Oliveira (2006), o primeiro passo para a investigação é identificar o problema/questão/atividade a resolver, a sua exploração preliminar e a formulação de questões. O segundo é o processo de formulação de conjecturas, e o terceiro inclui a realização de testes e a reformulação de conjecturas. Depois desta realização, se faz a argumentação, que significa a demonstração e avaliação do trabalho realizado. Esse passo de argumentação ocorre em grupos e depois com a turma toda geralmente.

Associado ao conceito de investigar está a ação coletiva, ou seja, a atividade que objetiva que os estudantes investiguem sobre um ou mais conceitos de matemática prima por uma discussão de ideias/pensamentos e até de representações dos conceitos que vão surgindo, logicamente pode ser realizada sozinha, mas sem a mesma riqueza de interações.

As atividades de investigação proporcionam ao estudante a autonomia de escolher o caminho, a ferramenta de matemática para resolver, e também a exploração de outros meios, como as tecnologias digitais, para melhor explicar suas ideias/pensamentos, desde uma representação mais clara da conjectura que fez até um teste para esta. Nesse sentido, a atividade investigativa é uma forma de viabilizar a ação do estudante em sala de aula.

O processo da argumentação é fundamental a construção dos conceitos de matemática, pois além das diferentes representações deste conceito que viabiliza com seus colegas, o estudante aos poucos vai agregando mais elementos ao conceito, assim trocando de patamar (como etapas de desenvolvimento) de conhecimento. Quando o estudante argumenta, primeiramente ao seu pequeno grupo e paralelamente para o professor, ele já precisa refletir sobre seu fazer e compreender como seguir, depois quando interage com todos os colegas verificando outras representações sobre o(s) conceito(s), ele reflete novamente, (re)constrói sua ação e pensamento, em processo de tomada de consciência.

A construção e compreensão de um conceito de matemática passa por duas fases, primeiramente o conceito deve ser utilizado como ferramenta em um contexto bem definido, ou seja, deve ser abordado como algo que ajuda a resolver um problema. Depois de ter sido utilizado como ferramenta contextualizada, o conceito precisa ser descontextualizado (trocado de situação), adquirindo status de saber matemática abstrato e independente, como aponta Douady (1990). Paradoxalmente, esta abstração é o que faz com que ele possa ser utilizado em outros contextos, voltando a ser uma ferramenta.

Compete ao professor orientar o estudante nesta passagem do concreto contextualizado para o abstrato descontextualizado, e de maneira gradual de acordo com a compreensão dos estudantes. A capacidade de reconhecer, em situações novas - atividades investigativas diversificadas -, conceitos descontextualizados é a verificação da compreensão de um conceito matemático.

Os PCN destacam que estudante deve ser estimulado a questionar a sua própria resposta, a questionar o problema, a transformar um dado problema numa fonte de novos problemas, a formular problemas a partir de determinadas informações, a analisar problemas abertos que admitem diferentes respostas em função de certas condições. Ainda, estes parâmetros apontam que a matemática tem um valor formativo, que ajuda a estruturar o pensamento e o raciocínio dedutivo, porém também desempenha um papel instrumental, pois é uma ferramenta que serve para a vida cotidiana e para muitas tarefas específicas em que quase todas as atividades humanas.

Porém, às vezes, segundo Bona (2012), os professores têm dificuldade de questionar e possibilitar com que os estudantes construam essa prática de investigação, isto é, uma aula baseada na ação investigativa do estudante. Prática esta que exige do professor, além do seu conhecimento específico de matemática, o pedagógico, o de conhecer bem o grupo de estudantes e valer-se da sua experiência docente, ainda precisa de uma didática em permanente movimento/transformação, de um papel de questionador dos estudantes quanto as suas ideias e de uma abertura para fazer e compreender matemática junto com os estudantes, ou seja, pensar matematicamente em tempo real com os estudantes, pois estes podem tomar caminhos que o professor não previu quando planejou a atividade.

3. Estudo de Caso: uma ação investigativa

Apresenta-se nesta seção um estudo de caso de uma professora de matemática, que julga adotar atividades em sala de aula que contemplam ações investigativas, em momentos diversos, como exemplo para introduzir um conteúdo novo à turma. De acordo com o método e planejamento desta pesquisa-ação pretendem-se analisar as observações de sala de aula, as atividades investigativas propostas pelos professores e as resoluções as atividades propostas pelos estudantes. Estes dados serão analisados de acordo com as conceituações teóricas apontadas anteriormente, e em busca da compreensão do processo

de construção dos conceitos de matemática dos estudantes através da leitura das suas representações matemática à luz da Teoria do Piaget- Fazer e Compreender (1978).

A pesquisa-ação encontra-se numa fase inicial, então se adotou a metodologia do estudo de caso para este artigo, com o objetivo de analisar a ação investigativa na aula de matemática. Primeiramente realiza-se uma entrevista com a professora, que é gravada e depois transcrita. Tem-se termo de consentimento da professora para esta pesquisa.

Alguns dados apresentados pela professora: tem 44 anos, cursou licenciatura curta em ciências, depois de 10 anos, aproximadamente, fez a Plena em Matemática, numa faculdade particular de noite, e é professora há 14 anos na rede estadual do Rio Grande do Sul, numa escola de periferia em Porto Alegre, sendo nesta escola 5 anos. Selecionou-se esta professora de matemática da escola para fazer a entrevista, pelo fato de que ela é a única professora que lecionou para todas as turmas do 9º ano do Ensino Fundamental, em 2012. E, pela fala 4 dos estudantes, dentre as quatro professoras de matemática da escola, esta é a: "*mais diferente de todas porque cria umas aulas bagunçadas e que não tem uma resposta só*", segundo estes 4 estudantes. Outro disse:

"a professora é legal, mas no começo meus pais reclamaram dela pois eles iam me ajudar em casa com os temas, e nunca entendiam a pergunta, já que podia ser um monte de coisa. Hoje eles entenderam que a professora quer que a gente pense no que faz e não decorre ou fique comparando um exercício base para fazer os outros, é difícil as aulas de matemática, mas todos gostam".

A turma selecionada para ser pesquisada é composta de 32 estudantes, com idade média de 14 anos. Esta turma tem uma carga horária de 5 períodos de matemática por semana, sendo cada período de 45 minutos. A professora descrever que o perfil desta turma é: agitada, diversificada, mas bastante participativa quando as atividades são dinâmicas.

Foram feitos questionamentos a professora, assim como observações das aulas e dos relatórios apresentados pelos estudantes, porém devido à restrição do número de páginas deste artigo, apenas aponta-se as questões centrais e algumas análises. A questão feita à professora foi: *O que é uma atividade de investigação nas aulas de matemática?* A seguir partes da resposta transcrita da professora em itens para análise:

"A aula deve ser produtiva aos alunos, eles devem se mexer. Se não faço atividades que eles se ocupem percebo que nada fazem, ou mexem no celular, brigam entre si, fazem coisas de outras matérias".

Observando a fala da professora verifica-se que esta valoriza a ação dos estudantes em sala de aula, e que está preocupada com a participação deles nas atividades.

"Faz uns 3 anos que tenho feito questões iniciais para os conteúdos com problemas abertos. Para ver o que eles sabem do assunto e daí resolvemos juntos no quadro. Venho me aprimorando em pesquisas destes na internet. Os alunos participam e parecem gostar da aula assim mas agitada como sempre pedem."

A professora mostra entender que as aulas onde os estudantes agem, realizam as atividades é agitada, e vale-se de atividades com questões abertas para chamar a atenção dos estudantes para a aula. Além disso, a professora aponta que precisa estudar e que vem pesquisando atividades diferentes para poder atender as novas demandas dos estudantes. Esta ação da professora é importante, pois se vale da sua experiência docente, e também de estudos atuais para que suas aulas têm a dinâmica que os estudantes "gostam".

Os problemas que apresentam questões abertas são entendidos como atividades que proporcionam aos estudantes ações de investigação na aula de matemática, seja na resolução em conjunto com toda a turma e a professora no quadro, ou depois, num momento individual, para refletir sobre o que foi construído/resolvido.

"Difícil das notas para estas atividades pois eles fazem comigo e depois fazem outros todos juntos, daí não consigo apontar numa turma grande quem fez o que. Mas valorizo a participação e a entrega do relatório que é individual no final da aula, não posso deixar levar para casa, pois eles copiam tudo uns dos outros. Tem funcionado bem, mesmo me dando muito trabalho de ler os relatórios. Pensei em não fazer mais estas atividades, mas fiquei sem fazer numa turma por 2 meses e os alunos me pediram para fazer aulas em que todos resolvem juntos. Então hoje faço no início de cada assunto novo - conteúdo".

A solicitação do relatório da aula de cada estudante proporciona a professora planejar a próxima aula e também ter uma avaliação geral da turma. No entanto, a professora demonstra uma insegurança quanto à avaliação somativa de cada estudante devido ao fato deles fazer de forma coletiva. A preocupação da professora com a ação dos estudantes é evidente, e os estudantes lhe retornam de forma participativa e com bons resultados formativos em suas ações, falas e relatórios em sala de aula.

A solicitação do relatório feita pela professora aos estudantes é um momento onde os estudantes precisam argumentar o que pensaram e justificar cada passo da resolução das atividades. Observando as falas que seguem verifica-se que a avaliação formativa e somativa individual poderia ser feita pela professora, mas esta ainda sente-se insegura quanto a forma de avaliar, pois os estudantes resolvem em pequenos grupos as atividades.

"Penso que a aula deve ter espaço para perguntar e também ouvir, ler e fazer, então eu divido a aula deste tipo de atividade, em primeiro explico o problema e começo a pensar com eles no quadro, depois cada dupla termina e eu vou auxiliando cada dupla mas sem dar a resposta."

"Cada 4 relatórios vale dez pontos, a nota de uma prova, e nestes relatórios vejo o caminho da resolução, não dou certo e errado, apenas perde nota se não fez. Os alunos que participam bastante se saem bem nas listas de exercícios depois e na prova".

A dinâmica adotada pela professora na aula é baseada no diálogo, e na valorização da interação entre todos, até a resolução das atividades, e neste contexto a primeira compreensão do conceito de matemática, pois a professora adota estas atividades de investigação como introdutórias ao novo conteúdo, sendo geralmente contextualizadas.

A professora verifica a participação dos estudantes nos relatórios, e nestes também indícios da aprendizagem de cada grupo de trabalho na turma, mas a avaliação, em que verifica a aprendizagem efetiva dos conceitos, é nas provas. A constatação da professora de que os estudantes que participam das atividades da aula depois conseguem fazer os exercícios e assim a prova, é importante, pois mesmo que empírica, é uma evidência de aprendizagem de matemática dos estudantes. Esta aprendizagem está condicionada a responsabilidade dos estudantes de participarem das aulas e da sua autonomia de fazer os exercícios, não sendo a prova o único instrumento de avaliação.

"Então valorizo a troca de ideias entre os alunos e assim investigar seria eles tentarem fazer o problema entre eles com o que sabem e com as trocas entre os colegas. Quando eles chegam num ponto que não resolve mais daí eu ajudo dizendo que precisamos de mais conteúdo de matemática. É quando explico o novo conteúdo. Não sei se expliquei bem o que penso de investigar?"

A fala acima da professora evidencia que esta compreende o conceito de investigar nas aulas de matemática, e tem consciência da importância das suas ações durante a realização da atividade, porque sabe que tem momentos onde sua interferência é fundamental ao bom andamento das ideias dos estudantes.

Em função da resposta na questão anterior, foram feitas outras perguntas a professora: *A senhora usa este tipo de atividade investigativa para começar um conteúdo apenas? Então, julga ser um método de trabalho? Não tem questões deste tipo na lista de exercícios? E as resoluções das duplas são semelhantes? Em nenhum momento ocorre a troca das resoluções entre os colegas?.* A seguir alguns trechos das respostas e análises:

"Não faço nas listas de exercícios pois estes são de fixação, e dou as respostas, não corrijo no quadro, somente faz quem quer para aprender". Pausa da professora pensandode uns 5 minutos.... "Acho que sim, é um método de aula que aprendi depois da faculdade de matemática, pois antes usava o livro didático e apostilas que eu fazia de recortes de livros. E vi que os alunos gostam quando faço estes problemas, então venho juntando de um ano para outro estes problemas para cada conteúdo e está ficando mais fácil para mim, pois no começo foi difícil, e até hoje não sei muito bem criar estas atividades. Vocês professores-pesquisadores¹ poderiam criar livros com atividades assim daí todos professores de escola poderiam usar, o que acham?"

Observa-se na fala acima da professora que está entendendo realmente que a ação de investigação é um método de trabalho de sala de aula, ou seja, é uma forma de trabalho docente, como diferencia e exemplifica formas e meios Bona (2012). Ainda, a professora solicita que as pesquisas feitas nos meios acadêmicos cheguem a escola, sendo este um dos objetos de resultado desta pesquisa: criar um conjunto de atividades investigativas para as aulas de matemática de professores da Escola Básica.

"Ia adorar usar o computador mais nas aulas tipo em planilhas de juros ou gráficos, mas na escola tem apenas um laboratório com 12 máquinas, e vou uma vez por mês com atividades de duplas, e

¹ Estavam na entrevista uma das autoras deste artigo e outra professora que pesquisa sobre discursos.

alguns trios, eles adoram...e fazem tudo muito rápido. Mas estas aulas não sei da nota porque fazem tudo junto".

A professora aponta que gosta do recurso (meio) das tecnologias digitais, assim como os seus estudantes, mas cita a dificuldade do seu uso com mais frequência devido problemas de agenda do laboratório. E novamente destaca sua preocupação com a avaliação dos estudantes, porque é uma pressão grande sobre os professores de matemática quanto aos rendimentos, tanto internamente na escola como em avaliações externas.

"Não dá para colocar estas questões na lista também porque elas são sempre para começar um assunto novo então os alunos resolvem até um ponto e daí tenho de ajudar com novo conteúdo".

A fala acima mostra a importância da ação da professora na sala de aula, e assim sua concepção de prática docente, que esta entende que uma das suas funções como professora é "iniciar" o conteúdo novo.

"Já pensei que os alunos poderiam trocar as ideias de resolução, mas não sei como fazer, vocês tem alguma ideia para me dar? Porque sim as resoluções são muito diferentes as vezes, e algumas erradas ou incompletas se repetem por falta de base anterior de matemática, como erram contas com vírgula e daí a lógica de pensamento ao problema dá errado, e os alunos ficam chateados quando vou explicar estes conteúdos dentro da resolução, pois a curiosidade deles é ver o problema resolvido, mas é necessário eu digo, pois não tem como chegar ao fim se eu não fizer cada parte...."

Um momento fundamental das atividades de investigação é a troca de ideias de forma coletiva, ou seja, os estudantes argumentam suas conjecturas aos demais colegas e pensam junto com a professora inclusive. Pela fala acima da professora, esta não sabe como proporcionar a troca das resoluções feitas pelos colegas em pequenos grupos, mas ela sabe conduzir todos juntos para resolver com ela no quadro. Este é um ponto que precisa ser estudado pelos acadêmicos e que a professora demonstra querer aprender!

A ansiedade dos estudantes para resolver o problema logo é um imediatismo que se vive nos dias de hoje, que a professora mostra conduzir muito bem, porque cada passo da resolução é parte da composição final da atividade; e achar os erros é construir os conceitos corretos e aprender outros.

"Pensando nestas atividades abertas de curiosidade, como chamo, como método tem sentido...e dá para entender que está é minha estratégia de chamar a atenção dos alunos para participarem da aula de matemática?! E assim investigar inclui a ação coletiva de todos resolverem juntos e comigo, daí sou apenas mais uma pessoa para ajudar a entender e resolver no início do problema, depois mostro que sei algo mais que eles, que é o conteúdo novo que quero trabalhar.."

A professora denomina as atividades que faz como "abertas de curiosidade", e este tipo é reconhecido pelos estudantes como atividades diferentes. Pela fala acima, a professora mostra valorizar a ação coletiva e novamente aponta que é função do professor informar o conteúdo novo.

Por fim, perguntou-se a professora: A senhora tem alguma atividade de investigação que gostaria de mostrar para nós?. A professora seleciona uma atividade que

usou em novembro/dezembro de 2012. A atividade é um problema: "Se eu colocar 100 reais na poupança hoje, e não mexer, quanto vou ter depois de 5 meses?". A taxa de juros a professora busca no jornal do Correio do povo que a mesma traz na sala de aula, que é 0,5% ao mês. A professora nada informa sobre o conteúdo de juros, e quando seleciona esta atividade se justifica e explica a dinâmica da aula como segue:

"Esta atividade aberta de curiosidade é para começar juros compostos que é uma exponencial, apenas para a dar a ideia de que não tem o mesmo crescimento da função quadrática, pois neste ano trabalha-se funções polinomiais, mas gosto de mostrar que o mundo não é polinomial apenas. Dai dou noções de exponencial já para preparar para o 1º ano do ensino médio que sou eu a professora também"

"Escrevo no quadro o problema e pergunto como vamos resolver. Este ano um aluno pediu para vir ao quadro e iniciou fazendo $100 \times 0,5\% = 100 \times 0,5/100 = 0,50$, ou seja, 50 centavos de ganho ele disse. Depois outro disse agora soma com os 100 reais para ter o saldo do fim do mês, $100 + 0,50 = 100,50$. O estudante sentou-se e outro colega perguntou: E agora?"

"Eu fiquei quieta para ver se eles iam dizer que é todo mês igual ou se iam reincidir os juros. Mas um aluno disse: agora faz de novo, aplica 0,5% sobre o saldo, e me questionou se estava certo, dai eu disse: Não sei o que teus colegas acham?"

Observando a ação da professora nas falas acima se constata que ela proporciona um espaço de investigação para os estudantes, mesmo que um tanto controlado ou orientado. A própria atividade não é exatamente uma atividade de investigação, em que os estudantes podem propor conjecturas e argumentos diversos, mas já é um exemplo de atividade que interessa os estudantes e que a professora constata a mais de 3 anos que através desta os estudantes discutem e constroem os conceitos de juros simples e compostos. Ainda, a professora afirma que os estudantes revisão os conceitos de como realizar cálculos com números decimais, aproximações decimais, porcentagem, potência, plano cartesiano e os gráficos.

Na sequência da entrevista a professora explica alguns passos que os estudantes desenvolveram este ano, como uma tabela com o cálculo de mês por mês, sempre se valendo do último saldo, e um exemplo de questão-resposta que propõe aos estudantes:

"Porque somam o juro em cada mês e dai aplicam a taxa e eles disseram porque a senhora disse que não mexe, então ninguém tira o juro do mês e ele é usado como dinheiro de novo..."

A professora questiona os estudantes com outros valores diferentes de 100 reais, e deixa os estudantes realizarem em pequenos grupos, neste momento a sala de aula fica bem agitada, e todos os estudantes começam a fazer os cálculos com sucesso. Depois de um tempo, a professora chama atenção da turma para o quadro e começa a resolver com os estudantes a sequência de pensamento, porém sem fazer os cálculos, como exemplifica:

" $100 \times 0,5/100 + 100 = 100 (0,5/100 + 1)$, depois $100 (0,5/100 + 1) \times 0,5/100 + 100 (0,5/100 + 1) = 100 (0,5/100 + 1)(0,5/100 + 1) = \dots$ Fui fazendo até o 3 quando um aluno disse que os meses será o expoente....e generalizamos com C, i, n e M...Dai pedi para eles fazerem aos outros problemas que tinham realizado tabela como seria....foi tranquilo."

A construção e dinâmica apresentada pela professora valoriza a ação inicial de investigação, mas de certa forma ainda conduz muito os pensamentos dos estudantes. No entanto, é um começo de valorização da ação dos estudantes em sala de aula, e proporciona aos mesmos a construção lógica de fórmulas e diferencia conceitos como juros simples e composto, entre outras ferramentas da matemática importante para a vida cotidiana.

Durante a entrevista a professora cita que 21 estudantes desta turma na aula seguinte trouxeram planilhas feitas do computador e ainda gráficos com explicações. Teve-se acesso a dois relatórios dos estudantes desta atividade, que demonstraram a representação conceitual de cada estudante quanto à resolução do problema, sendo diferente entre os estudantes e da professora. Esta constatação evidencia a fala anterior da professora sobre as diferentes formas de resolver apresentadas por cada estudante.

O tipo de problema representa o contexto da realidade dos estudantes, segundo a professora, a maioria dos estudantes desta turma tem pais/responsáveis comerciantes ou trabalhadores do comércio, assim os estudantes adoram estes problemas que eles podem conversar com os pais/responsáveis, fato que constata faz anos na escola. A seguir as figuras 1 e 2 são partes dos relatórios dos estudantes *scaneados*, apenas para mostrar as representações das resoluções dos estudantes quanto ao problema:

Nº DE MÊS	RENDE	FICA S.O.U.V.E
1	$100 \times 0,005 = 0,50$	$100 + 0,50$
2	$100,50 \times 0,005 \approx 0,50$	$100,50 + 0,50$
3	$101 \times 0,005 \approx 0,50$	$101 + 0,50$
4	$101,50 \times 0,005 \approx 0,50$	$101,50 + 0,50$
5	$102 \times 0,005 = 0,51$	$102 + 0,51$

JUSTI. TAXA SOBRE CAPITAL CADA MÊS
E CAPITAL CADA MÊS É SEMPRE
FIM DO MÊS ANTES PORQUE NÃO VAI
SACAR \$ QUE RENDE \Rightarrow REAPLICA!

Figura 1 - Recorte do Relatório de um dos estudantes.

Dai fica capital x taxa
sem % + capital
cada mês

- % = / 100 \rightarrow
- Acumula mês

100 t + 100 prople
(100 (t+1) date distribui)

100 (t+1) t + 100 (t+1)

Junta 100 (t+1) [t+1]

termo =

fica potência 2
vz fica o mês
expoente
com letras
Fim = início (1 + taxa)^{mês}
100

Figura 2 - Recorte do Relatório de outro dos estudantes.

Os relatórios evidenciam o processo de construção dos conceitos de matemática pelos estudantes, assim como a professora afirma que a participação dos estudantes nas atividades de aula é efetiva.

4. Resultados Parciais da Pesquisa

Na atual fase desta pesquisa pode-se apontar como resultados parciais: a possibilidade de compreensão das representações dos conceitos de matemática feitas pelos estudantes na resolução das atividades de investigação; e a verificação da participação dos estudantes nas aulas de matemática segundo sua professora, tanto em interação como em realização da atividade escrita. Além da reflexão entre teoria e prática em torno dos conceitos que versam sobre uma prática investigativa nas aulas de matemática, como citados na seção 2, e da necessidade de se pesquisar ações que tornem as aulas dinâmicas, com a finalidade de ter a participação dos estudantes nas atividades, tão fundamentais ao processo de construção dos conceitos de matemática.

5. Referências

BARBIER, R. **A Pesquisa-Ação**. Serie Pesquisa em Educação. Brasília: Liber Livro Editora, 2004.

BASSO, M. V. A. **Espaços de aprendizagem em rede**: novas orientações na formação de professores de matemática. Tese (Doutorado). Programa de Pós-Graduação em Informática na Educação. Porto Alegre: UFRGS, 2003.

BONA, A. S. D. **Espaço de Aprendizagem Digital da Matemática**: o aprender a aprender por cooperação. Tese (Doutorado). Programa de Pós-Graduação em Informática na Educação. Porto Alegre: UFRGS, 2012.

BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria de Educação e Cultura. **Parâmetros Curriculares Nacionais**. Brasília: MEC/SEMTEC, 4v., 1998.

CAMARGO, G.D.; BAMPI, L. A Maratona dos Poliedros - O professor cansado e a diferença do igual. In: MOELLWALD, F. E.; BAMPI, L. (orgs). **Iniciação à docência em Matemática**: Experiências e outros escritos. São Leopoldo: Oikos, 2011, p.19-34.

D'AMBROSIO, U. **Educação Matemática**: da teoria a práxis. Campinas, SP: Papius, 1996.

DOUADY, R. **A Universidade e a Didática da Matemática**: os IREM na França, Caderno 1 da Revista do Professor de Matemática, Sociedade Brasileira de Matemática, 1990.

FIORENTINI, D.; LORENZATO, S. **Investigação em educação matemática**: percursos teóricos e metodológicos. Campinas: Autores Associados, 2007.

FREIRE, P. **Pedagogia da Autonomia**: saberes necessários a prática educativa. 22ed. São Paulo: Paz e Terra, 1996.

HOFFMANN, D. S. **Aprender matemática**: torna-se sujeito da sociedade em rede. Dissertação. Programa de Pós-Graduação em Psicologia Social e Institucional. Porto Alegre: UFRGS, 2006.



MATTOS, E. B. V. **Construção de conceitos de matemática via projetos de aprendizagem.** Dissertação (Mestrado). Programa de Pós-Graduação em Ensino de Matemática. Porto Alegre: UFRGS, 2010.

PIAGET, J. **Sobre a pedagogia.** São Paulo: Casa do Psicólogo, 1998.

PIAGET, J. **Fazer e Compreender.** São Paulo: Melhoramentos: Ed. Da Univ. de São Paulo, 1978.

PIAGET, J. **Estudos Sociológicos.** Rio de Janeiro: Forense, 1973.

PONTE, J.P. Investigar, ensinar e aprender. **Actas do ProfMat.** Lisboa: AP, 2003. p.25-39.CD.

PONTE, J. P.; BROCARD, J. OLIVERIA, H. **Investigações matemáticas na sala de aula.** Belo Horizonte: Autêntica, 2006.

POLYA, G. **A arte de resolver problemas.** Rio de Janeiro: Interciência, 1978.