

COMPRIMENTO ENQUANTO GRANDEZA: UMA ANÁLISE DE PRAXEOLOGIAS MATEMÁTICAS EM LIVROS DIDÁTICOS DE 6º ANO

José Valério Gomes da Silva
Universidade Federal de Pernambuco - UFPE
valerio.gomes@yahoo.com.br

Paula Moreira Baltar Bellemain
Universidade Federal de Pernambuco - UFPE
paula.baltar@terra.com.br

Resumo

Este artigo é um recorte da dissertação (SILVA, 2011) que tem como objetivo analisar as abordagens dos capítulos de comprimento em livros didáticos de matemática do 6º ano do ensino fundamental aprovados nos PNLD/2008 e 2011 sob a ótica da organização matemática, dentro da Teoria Antropológica do Didático - TAD desenvolvida por Yves Chevallard. O estudo foi desenvolvido em três etapas sucessivas: a primeira deu uma visão geral das coleções; na segunda identificamos os tipos de tarefas dos capítulos de comprimento e a terceira permitiu identificar as organizações pontuais dos tipos de tarefas predominantes. Os resultados dessa pesquisa indicam que a ênfase na grandeza comprimento é insuficiente e o foco é na medida e não na grandeza. Nos estudos realizados percebemos que as organizações matemáticas pontuais identificadas não dão conta da aprendizagem do conceito de comprimento enquanto grandeza com base no jogo de quadros de Douady & Perrin-Glorian (1989).

Palavras Chave: Comprimento; Livro Didático; Praxeologia Matemática.

1. Introdução

Escolhemos focar nessa pesquisa o bloco das grandezas e medidas, por acreditar que a forte relevância social deste campo faz com que o trabalho sobre esse campo ajude a fortalecer o elo entre escola e sociedade no currículo de matemática.

Ao estudarmos as noções de comprimento de curvas nos deparamos com situações que extrapolam os espaços da sala de aula, pois estão presentes no cotidiano como, por exemplo, “Qual o caminho mais curto entre minha casa e o supermercado?” ou “Quantos quilômetros preciso percorrer para ir do bairro de Casa Amarela para o bairro de Casa Forte?”. No currículo escolar o conceito de comprimento é abordado nas séries iniciais e retomado para um aprofundamento no 6º ano, o que justifica a nossa escolha da análise dos livros didáticos (LD) deste ano.

A Teoria Antropológica do Didático (TAD) desenvolvida por Yves Chevallard e seus colaboradores foi construída, no âmbito da Didática da Matemática com o objetivo de controlar os problemas de difusão de conhecimentos e de saberes, compreendido em suas especificidades. Logo podemos adotá-la para investigar, o problema de difusão dos conhecimentos relativos à noção de comprimento nos LD brasileiros atuais. Dos trabalhos de Douady & Perrin-Glorian (1989) sobre abordagem do conceito de área como grandeza e de pesquisas posteriores envolvendo outras grandezas geométricas, buscamos o suporte para defender a pertinência de considerar comprimento como grandeza.

Diante do exposto, o objetivo do artigo é analisar as abordagens dos capítulos de comprimento em livros didáticos de matemática do 6º ano do ensino fundamental aprovados no PNLD (Programa Nacional do Livro Didático) de 2008 e de 2011 sob a ótica da TAD, mais especificamente, sob a ótica da praxelogia matemática ou organização matemática (OM).

2. Fundamentação Teórica e Problemática

O breve sobrevoo feito na nossa dissertação sobre a aprendizagem e o ensino de comprimento (SILVA, 2011) mostra que há muitos estudos sobre esse tema, o que fornece um bom suporte para elaborar os critérios de análises dos LD. Por outro lado, não localizamos nenhum trabalho que tomasse como foco uma análise sistemática do conceito de comprimento e suas abordagens em diversas coleções. Portanto, a questão central que nos ocupou no recorte da dissertação, em foco na presente comunicação foi *Como os Livros Didáticos de Matemática do 6º ano do Ensino Fundamental abordam o conceito de Comprimento?*

Tomamos como alicerce, as pesquisas desenvolvidas por Régine Douady e Marie-Jeanne Perrin-Glorian sobre o conceito de área como grandeza. Tais pesquisas, realizadas na França no final dos anos de 1980 no nível equivalente ao 2º ciclo do ensino fundamental brasileiro, apontaram algumas dificuldades conceituais de aprendizagem apresentadas pelos alunos, o que conduziu à construção e experimentação de uma engenharia didática norteada pelas seguintes hipóteses:

- O conceito de área enquanto grandeza permite aos alunos estabelecer relações necessárias entre os domínios geométrico e numérico.
- Uma associação precoce da superfície a um número favorece o amálgama entre as grandezas comprimento e área.

Construir área como grandeza autônoma, para as pesquisadoras, exige distinguir claramente área e superfície, bem como área e número. É preciso destacar que o que justifica a proposta de abordagem da área como grandeza é a análise dos erros frequentes cometidos por alunos ou ainda alguns entraves observados na aprendizagem da área.

A partir da análise de erros, Douady e Perrin-Glorian (1989) caracterizaram dois tipos de concepção de área: as concepções geométricas e as concepções numéricas. As concepções numéricas são caracterizadas pelo foco exacerbado no cálculo. As concepções geométricas são aquelas segundo as quais o aluno confunde a figura e a área. A mobilização desse tipo de concepção pode levar o aluno a pensar que quando uma figura é modificada por decomposição e recomposição, sem perda nem sobreposição, sua área muda. Tais concepções podem ser observadas quando analisamos os erros mais frequentes dos alunos também em torno do conceito de comprimento.

No Brasil muitos pesquisadores têm estudado tais aspectos também em relação à grandeza comprimento. Por exemplo, em Barbosa (2007) o esquema conceitual proposto por Douady e Perrin-Glorian (1989), é discutido e adaptado para comprimento. O quadro geométrico é constituído pelas linhas. O quadro das grandezas pelos comprimentos: com processos de comparação bem escolhidos, nem sempre numéricos, se pode realizar classes de equivalências de linhas; com processos operatórios adequados sobre linhas, se pode induzir uma lei interna sobre as grandezas. O quadro numérico, consistindo nas medidas do comprimento das linhas, que pertencem ao conjunto dos números reais não negativos: linhas pertencendo à mesma classe, tendo a mesma grandeza, têm também a mesma medida, qualquer que seja a unidade escolhida.

Nesse esquema foram explicitados por Bellemain (2002) dois elementos que conectam os quadros geométrico, numérico e das grandezas: a relação de equivalência (objeto que permite passar do quadro geométrico para o quadro das grandezas) e a unidade de medida (objeto que permite passar do quadro das grandezas para o quadro numérico).

A figura a seguir, fortemente inspirada dos trabalhos de Douady e Perrin-Glorian (1989), bem como de Lima e Bellemain (2002), representa a organização conceitual de referência na nossa pesquisa.

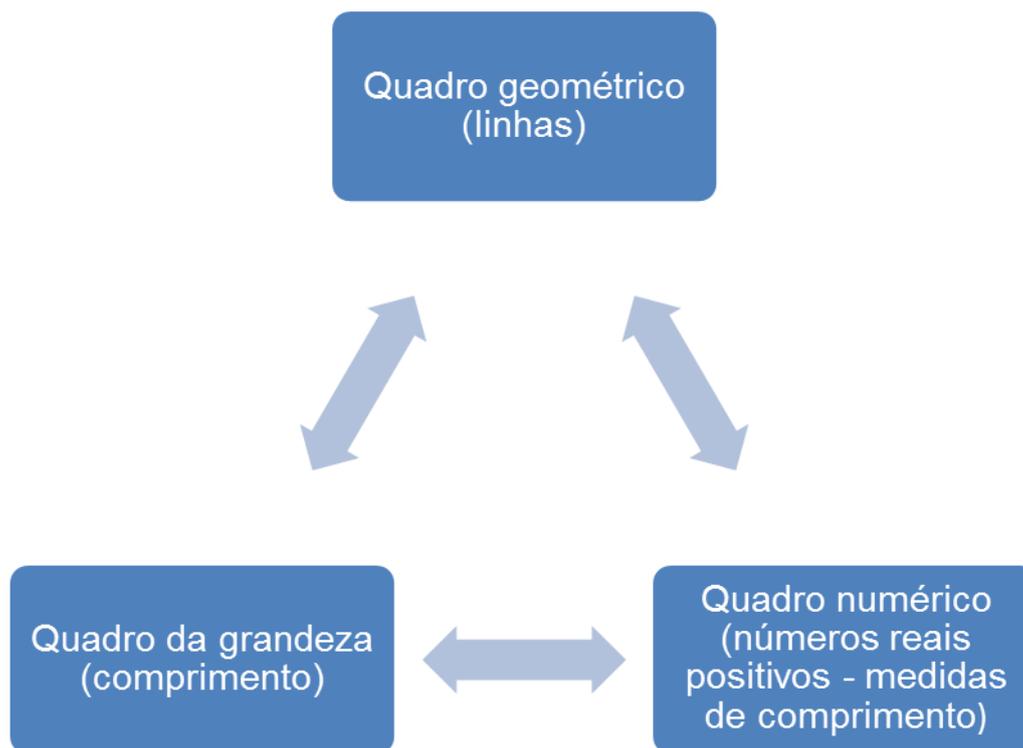


FIGURA 1: Organização conceitual de referência do campo das grandezas comprimento e suas medidas.

A discussão em torno da ideia de grandeza se faz necessária segundo Barbosa (2007, p. 47):

[...] Fazer vir à tona o conceito de grandeza talvez seja o aspecto mais louvável desse mapeamento dos quadros propostos por Douady e Perrin-Glorian, especialmente porque alerta pesquisadores e educadores sobre a passagem precoce do quadro geométrico para o quadro numérico desconsiderando o quadro das grandezas [...]

No diagrama anterior, os quadros (geométrico, numérico e o das grandezas) se relacionam entre si, porém são quadros distintos. Isso nos leva a questionar se a abordagem dos LD favorece a compreensão de comprimento como grandeza.

Baltar (1996) investigou a aprendizagem de área e perímetro sob a ótica da Teoria dos Campos Conceituais, desenvolvida por Gérard Vergnaud e seus colaboradores, classificando as situações que dão sentido ao conceito de área em três grandes classes: situações de comparação, situações de medida e situações de produção. Nessa pesquisa, classificamos essas situações na análise dos capítulos de comprimento.

Para que tenhamos uma análise significativa dos resultados, a nossa fundamentação em relação ao conceito de comprimento, vista anteriormente, deverá estar bem articulada

com a Teoria Antropológica do Didático (TAD). Pensando nisso, iremos apresentar os elementos dessa teoria construída por Yves Chevallard e seus colaboradores que foram utilizados na nossa pesquisa.

No âmbito da TAD, qualquer atividade humana pode ser descrita por um modelo chamado praxeologia, o qual é composto por quatro elementos: tipo de tarefa, técnica, tecnologia e teoria. O par (tipo de tarefa, técnica) caracteriza o aspecto saber-fazer (práxis) e o par tecnologia-teoria remete ao aspecto do saber (logos).

Quando uma criança mede com uma régua graduada o comprimento de um lado de um triângulo traçado em uma folha de papel branco, está executando uma tarefa t do tipo T “medir o comprimento de um segmento”. A técnica utilizada consiste em colocar o zero da régua em uma extremidade do segmento, colocar a margem da régua sobre o segmento, observar a que marcação corresponde à outra extremidade, expressar o resultado obtido em centímetros. Uma tarefa ou um tipo de tarefa se exprime por um verbo expressando uma ação. A cada maneira de resolver um tipo de tarefa T dá-se o nome de técnica (τ).

A existência de uma técnica supõe a existência de um discurso interpretativo e justificativo dessa técnica no âmbito da sua aplicação e da validação da mesma. A tecnologia visa tanto tornar o tipo de tarefa compreensível como também justificar a(s) sua(s) técnica(s).

As tecnologias são afirmações mais ou menos explícitas. São proposições, definições, teoremas, e outras. Em certos momentos podemos pedir explicação da tecnologia, passando para um nível maior de justificação – explicação, nesse momento passamos para o nível teoria (θ). A teoria é um discurso mais amplo que tem como função interpretar e justificar a tecnologia, ou seja, é a tecnologia da tecnologia.

De modo geral, há diversas maneiras de resolver cada tipo de tarefa, como também, para justificar uma determinada técnica, pode haver discursos argumentativos diferentes. Mas na TAD o interesse se volta para a identificação das técnicas e dos elementos tecnológico-teóricos privilegiadas nas instituições.

Instituição é um elemento primitivo da TAD e, portanto, não admite definição, mas Chevallard (2003) dá ideia de seu significado na teoria:

“[...] dispositivo social total, que certamente pode ter uma extensão muito pequena (ou reduzida) no espaço social, mas que permite e impõe a seus sujeitos, quer dizer a pessoas X que vêm ocupar diferentes posições, maneiras próprias de fazer e de pensar [...]”. (CHEVALLARD, 2003, p.132)

Sendo a matemática uma atividade humana, ela pode ser descrita por meio de praxeologias. No nosso caso, estamos interessados em descrever praxeologias matemáticas relativas a comprimento, em livros didáticos do 6º ano. Vamos então buscar elementos de resposta a algumas questões: quais os tipos de tarefa presentes nos capítulos sobre comprimento em livros didáticos de 6º ano? Quais as técnicas propostas nesses livros para resolver tarefas em torno de comprimento? Quais os elementos tecnológico-teóricos utilizados para justificar e explicar as técnicas?

Dentro da TAD é possível adotar graus distintos de generalidade, analisando praxeologias focadas nos componentes tecnológico, teórico ou em agregados de teorias, mas também é factível tomar um nível de granularidade mais fino, analisando as praxeologias ditas pontuais [T, τ , θ , Θ] as quais são relativas a um único tipo de tarefa. Essa foi a escolha feita na presente pesquisa, ou seja, vamos caracterizar Organizações Matemáticas pontuais relativas ao conceito de comprimento em LD de 6º ano.

3. Procedimentos Metodológicos

Nesta pesquisa, só foram analisados os capítulos onde o conceito de comprimento é objeto de estudo. Tal conceito está presente em outros capítulos, como ferramenta articuladora de outros conteúdos. Entretanto, optamos por focar apenas o seu estudo como objeto, a fim de ter condições de realizar uma análise mais minuciosa.

As nossas análises dos livros didáticos foram divididas em três etapas. A 1ª etapa permitiu fornecer uma visão geral das coleções aprovadas no PNLD/2008 em particular, no capítulo de comprimento e ao mesmo tempo subsidiou a escolha das coleções para as etapas seguintes. Nessa etapa construímos cinco indicadores de análise: *I - O percentual das páginas dedicadas ao campo das grandezas e medidas nos LD do 6º ano de cada coleção aprovada baseado na análise das resenhas do guia do PNLD/ 2008. II – A posição dos capítulos de comprimento no Livro do 6º ano aprovado no PNLD/2008. III - A quantidade de páginas do capítulo de comprimento em cada LD aprovado no guia de 2008. IV - O título de cada capítulo envolvendo comprimento e os títulos das seções que compõem cada capítulo em cada livro do 6º ano aprovado no PNLD/2008. V – A quantidade de escolas públicas do Estado de Pernambuco que escolheram as coleções aprovadas no guia/2008.* Os critérios I a IV dizem respeito à importância atribuída aos conteúdos em foco na pesquisa. A intenção de ter uma visão panorâmica de todas as obras aprovadas no PNLD em um tempo curto, levou a escolher critérios bem objetivos, que

pudessem ser rastreados rapidamente. Não se pretende com a 1ª etapa, ter resultados conclusivos sobre o prestígio do campo, pois sabemos da limitação de nossas escolhas metodológicas. Entretanto, consideramos que esse conjunto de critérios pode apontar para tendências a serem investigadas tanto nas etapas posteriores da nossa pesquisa como em outras pesquisas em temas correlatos.

Baseados nos estudos dos indicadores básicos escolhemos os oito LD que foram analisados na etapa 2, selecionamos inicialmente as quatro coleções mais escolhidas no Estado de Pernambuco segundo o FNDE (Fundo Nacional de Desenvolvimento do Ensino). As outras quatro coleções foram escolhidas por trazerem, dentro da análise dos indicadores básicos, aspectos que julgamos interessante a essa pesquisa.

Na 2ª etapa, fizemos um mapeamento dos tipos de tarefas no capítulo de comprimento das oito coleções escolhidas na 1ª etapa como também identificamos os tipos de tarefas mais abordadas no capítulo em questão. No momento de escolha das coleções analisadas na 3ª etapa, já havia sido publicado o guia do PNLD 2011. Então, decidimos escolher para a terceira etapa, obras do PNLD 2011 que tivessem sido analisadas na 2ª etapa de pesquisa. Três livros atendiam a essas condições. Dentre eles, optamos pelas coleções escolhidas por um maior número de professores de acordo com dados do FNDE.

A 3ª e última etapa consistiu na caracterização das praxeologias pontuais relativas aos tipos de tarefa predominantes em cada capítulo, de acordo com a etapa 2. As razões de escolha das coleções serão detalhadas nas análises dos resultados, mas podemos explicitar os LD do 6º ano avaliados:

- na 1ª etapa analisamos os 16 livros aprovados no PNLD 2008: coleções 1 a 16;
- na 2ª etapa foram analisadas 8 obras aprovadas no PNLD 2008: LD1; LD2; LD3; LD4; LD5; LD6; LD7; LD8.
- na 3ª etapa foram analisadas 2 livros aprovados nos guias 2008 e 2011: LD1; LD4.

Sendo que os oito LD escolhidos para segunda etapa correspondem às seguintes coleções da 1ª etapa: LD1 = coleção 9; LD2 = coleção 10; LD3 = coleção 3; LD4 = coleção 5; LD5 = coleção 13; LD6 = coleção 14; LD7 = coleção 11; LD8 = coleção 16. Como nosso objetivo não era comparar coleções de livros didáticos de autores diferentes e nem fazer nenhum tipo de julgamento, optamos em não divulgar os títulos e autores de tais obras.

4. Resultados da Pesquisa

A análise dos LD nos permite identificar algumas tendências preocupantes. Os indicadores “percentual das páginas dedicadas ao campo das grandezas e medidas”; “posição do capítulo nos LD” e “quantidade de páginas do capítulo que foca o conceito de comprimento” apontam para a constatação de que a importância atribuída ao trabalho com esse conteúdo como objeto de estudo próprio é insuficiente, o que pode comprometer a possibilidade de que ele cumpra sua função articuladora no currículo. A maioria dos livros didáticos de 6º ano aprovados no PNLD/2008 dedica menos de 15% ao campo das Grandezas e Medidas, ou seja, menos que o recomendado pelo guia/2008 (20%), o trabalho com comprimento é concentrado na segunda metade do livro, ou seja, corre o risco desse conteúdo não ser vivenciado pelos alunos. Em relação aos capítulos das grandezas geométricas, o capítulo de comprimento ocupa menos de 10% das páginas dedicadas a tais grandezas, ou seja, um número de página é pequeno para ser feito um estudo mais aprofundado do conceito enquanto grandeza.

Além disso, a análise dos títulos de capítulos e seções aponta para uma ênfase na medida e nas unidades e a noção de grandeza não parece receber muita atenção. No nosso estudo observamos que diversas pesquisas convergem no sentido de que a abordagem de comprimento como grandeza contribui para a atribuição de sentido a esse conceito pelos alunos de ensino fundamental. Pode-se, portanto, manifestar certa preocupação que poucas coleções analisadas manifestem, na escolha dos títulos de seus capítulos e seções, a intenção de explorar de modo explícito a noção de grandeza.

Quando um LD traz para os seus leitores apenas situações voltadas para o número como: conversão de unidades de medida de comprimento, aplicação apenas do cálculo de perímetro de figuras planas, etc. pode-se levar os alunos a desenvolver concepções numéricas, segundo as quais comprimento representa apenas números. Trata-se de indícios sobre o que é privilegiado e uma análise mais detalhada do conteúdo dos capítulos seria necessária para confirmar a tendência em focar os aspectos numéricos (o que, segundo nossas referências provocam dificuldades conceituais de aprendizagem) ou, ao contrário, mostrar que, embora os títulos sinalizem ênfase no aspecto numérico o modo como o estudo desse objeto é desenvolvido permite dar sentido ao conceito de comprimento como grandeza, favorecendo a distinção entre os quadros geométrico, numérico e das grandezas, como as pesquisas sugerem.

Na segunda etapa foi analisado o capítulo de comprimento dos oito livros didáticos escolhidos na primeira etapa. Identificamos os tipos de tarefa (T) abordados e verificamos o tipo de tarefa mais frequente no estudo do conceito em foco. Os demais componentes da OM (técnica, tecnologia e teoria) não foram analisados nesta etapa.

No universo dos oito livros didáticos de 6º ano analisados, identificamos 12 tipos de tarefa relativos a comprimento:

T₁: Medir o comprimento;

T₂: Comparar comprimentos;

T₃: Converter uma unidade de comprimento em outra unidade de comprimento;

T₄: Ler uma medida de comprimento;

T₅: Escolher a unidade de medida;

T₆: Escolher um instrumento de medida;

T₇: Escrever diferentes expressões de um comprimento;

T₈: Associar a unidade de medida de comprimento;

T₉: Estimar a medida de comprimento;

T₁₀: Efetuar operações envolvendo as medidas de comprimento;

T₁₁: Listar unidades de medida;

T₁₂: Identificar a unidade de medida.

Foram analisados os capítulos e/ou seções nos quais comprimento era o objeto de estudo em foco. Cabe esclarecer também que na quantificação das tarefas de cada tipo foram considerados, indiscriminadamente exemplos e exercícios propostos e que em cada situação com mais de um item, cada item foi classificado e correspondeu a uma tarefa. O gráfico que segue, fornece uma visão de conjunto dos quantitativos de tarefas de cada tipo nos oito LD de matemática do 6º ano analisados nessa etapa da pesquisa.

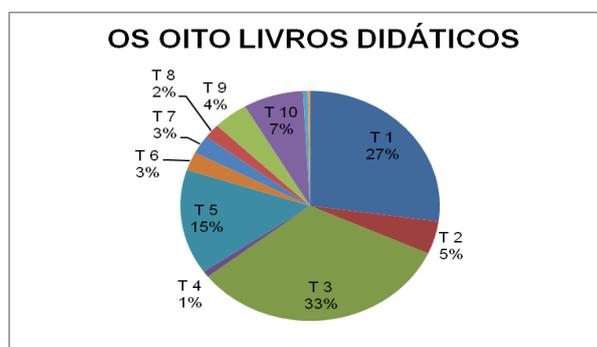


GRÁFICO 1: Percentual dos tipos de tarefa em torno do conceito de Comprimento.

O gráfico 1 mostra que as tarefas do tipo T_1 : “Medir um comprimento” e T_3 : “Converter uma unidade de comprimento em outra unidade de comprimento” são as mais frequentes onde geralmente o foco é numérico. Notamos também que o tipo de tarefa relacionada diretamente com medida (T_1 : Medir um comprimento) atinge 27% dos exercícios identificados nos oito LD, deixando claro que o foco é muito forte com relação à “medida”. Os tipos de tarefa T_1 e T_3 juntas representam 59% do total das questões identificadas nas quais o campo numérico é predominante. A alta representatividade das tarefas de medida e conversão, em comparação com os demais tipos de tarefa, pode levar a uma ênfase exacerbada no aspecto numérico, o que por sua vez pode provocar ou reforçar o desenvolvimento de concepções numéricas pelos alunos de 6º ano, usuários desses livros. Ora, pesquisas anteriores como as de Barbosa (2002), Bellemain (2004), Brito (2003), Teixeira (2004) mostram que o desenvolvimento de concepções numéricas leva os alunos a associar o conceito de comprimento a um simples número e provoca erros e entraves na compreensão desse conceito. A abordagem de comprimento como grandeza favorece as relações entre os campos numérico, geométrico e o das grandezas. Os indícios identificados na nossa análise apontam para uma ênfase tímida na compreensão de comprimento enquanto grandeza.

O mapeamento dos tipos de tarefa encontrados no capítulo relativo a comprimento foi de 345 exercícios nos oito LD de 6º ano aprovados no PNLD 2008, selecionados para essa etapa da pesquisa no qual o gráfico permitiu observar algumas tendências:

- o foco da maioria das discussões envolve a medida (T_1 – 27% e T_3 – 33%) trazendo uma lacuna nas discussões envolvendo as grandezas (T_2 – 5% e ausência de situações de produção);
- o campo numérico é o mais privilegiado, apesar de percebermos indícios de melhora em relação a tipos de tarefa envolvendo a interação com outros campos (dos doze tipos de tarefa pelo menos umas sete envolvem o campo numérico de alguma forma);
- o trabalho com estimativas e aproximações nas obras está no início em alguns LD e em outros não iniciou ainda (T_9 – 4%).

Como já foi dito, dentre os tipos de tarefa abordados nos capítulos de comprimento dos LD analisados o que consta em maior quantidade são as tarefas do tipo “converter uma unidade de comprimento em outra unidade de comprimento”. Agora no intuito de nos

aprofundarmos um pouco mais, sentimos a necessidade de mais uma etapa na qual pudéssemos identificar os outros elementos da praxeologia matemática.

Antes disso, iremos visualizar como está distribuído o T_3 em subtipos de tarefa. Identificamos cinco subtipos de tarefa do tipo de tarefa “Converter uma unidade de comprimento em outra unidade de comprimento”:

st₃₁: Converter uma unidade de comprimento do sistema métrico decimal em outra unidade de comprimento do sistema métrico decimal imediatamente inferior;

st₃₂: Converter uma unidade de comprimento do sistema métrico decimal em outra unidade de comprimento do sistema métrico decimal imediatamente superior;

st₃₃: Converter uma unidade de comprimento do sistema métrico decimal em outra unidade de comprimento do sistema métrico decimal;

st₃₄: Converter uma unidade de comprimento do sistema métrico em outra unidade de comprimento que não pertence ao sistema métrico decimal;

st₃₅: Converter uma unidade de comprimento que não pertence ao sistema métrico decimal em uma outra unidade do sistema métrico decimal.

O gráfico 2 mostra essa distribuição dos subtipos de tarefa associados ao tipo de tarefa T_3 nos oito LD analisados na segunda etapa .

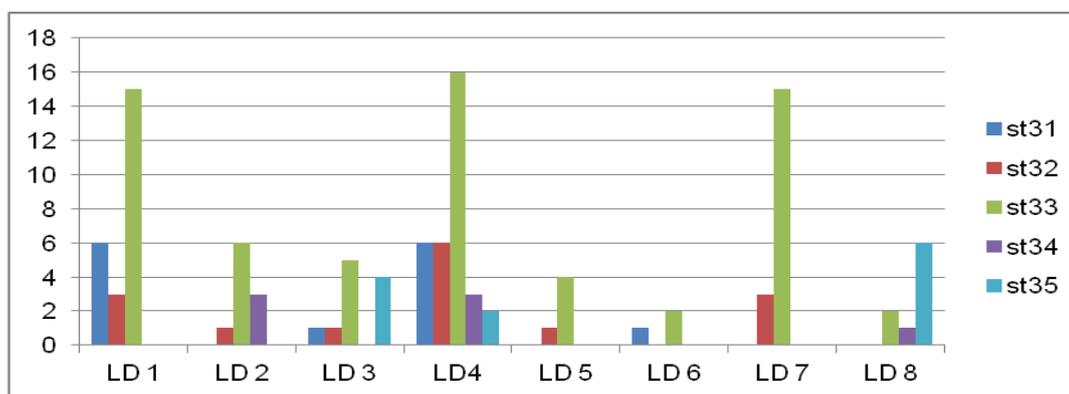


Gráfico 2: Distribuição dos subtipos de tarefa associados a T_3 nos LD.

O gráfico nos permite observar que cada conjunto de subtipos de tarefa por LD é diferente. Em quase todas as coleções, há um predomínio nítido de st₃₃: *Converter uma unidade de comprimento do sistema métrico decimal em outra unidade de comprimento do sistema métrico decimal.*

Para atingirmos os objetivos da terceira etapa, analisamos o capítulo de comprimento dos dois LD em dois blocos: a identificação do bloco saber fazer e a identificação do bloco saber.

Nosso objetivo aqui é caracterizar as praxeologias matemáticas pontuais em torno de T_3 : “*Converter uma unidade de comprimento em outra unidade de comprimento*” no estudo de comprimento que foi o tipo de tarefa mais frequente na segunda etapa. Identificaremos agora as técnicas e os elementos tecnológicos-teórico em torno de T_3 .

No capítulo de comprimento do LD₁, a seção analisada chama-se “Unidades de comprimento”. O conceito de comprimento é sistematizado por meio do tipo de tarefa “medir comprimentos” utilizando de imediato uma unidade de comprimento genérica. A técnica envolvida nesses exemplos é fazer comparação entre a unidade de medida e o segmento a ser medido.

Como já foi dito, os resultados da 2ª etapa conduziram a escolher o tipo de tarefa que denominamos aqui T_3 : “*Converter uma unidade de comprimento em outra unidade de comprimento*”, para identificar os demais elementos da OM em torno desse tipo de tarefa. Foram identificados três subtipos de tarefa: st_{31} : “*converter uma unidade de comprimento do sistema métrico decimal em outra imediatamente inferior*”, st_{32} : “*converter uma unidade de comprimento do sistema métrico decimal em outra imediatamente superior*” e st_{33} : “*converter uma unidade de comprimento do sistema métrico decimal em outra unidade de comprimento qualquer*”.

Na obra analisada (LD₁) são explicitadas as técnicas para realizar as tarefas do tipo T_3 , ou seja, τ_{31} : “*Para passar de uma unidade de comprimento para outra unidade imediatamente inferior, devemos multiplicar por 10, ou seja, basta deslocar a vírgula um algarismo para direita*”, τ_{32} : “*Para passar de uma unidade de comprimento para outra unidade imediatamente superior, devemos dividir por 10, ou seja, basta deslocar a vírgula um algarismo para esquerda*” e τ_{33} : “*Para passar de uma unidade de comprimento para outra unidade qualquer, basta aplicar sucessivas vezes τ_{31} e/ou τ_{32}* ”. O LD₁ traz as técnicas sistematizadas e não apenas sugeridas através dos exemplos resolvidos. Tal obra não aborda transformações de unidades que não pertençam ao sistema métrico decimal.

No LD₄ o capítulo de comprimento está dividido em seções. A que iremos estudar tem como título: “Trabalhando com as unidades de medida/ transformações entre as unidades de medida de comprimento”. O T_3 está presente, porém, diluído nas técnicas (a

obra chama de “processo prático de mudança de unidade”). Os exemplos confirmam a presença das três técnicas (τ_{31} , τ_{32} e τ_{33}), portanto as mesmas não estão escritas de forma implícita.

O livro LD₄ tem outra seção com o título: “Outras unidades de comprimento” onde estabelece relações entre a polegada e a unidade do sistema decimal centímetro, como também a milha terrestre relacionando com o quilômetro e o metro. Nesta seção o tipo de tarefa T₃ também está presente de forma implícita deixando que o leitor elabore os subtipos de tarefa st₃₄: “Converter uma unidade de comprimento do sistema métrico em outra unidade de comprimento que não pertence ao sistema métrico decimal” e st₃₅: “Converter uma unidade de comprimento que não pertence ao sistema métrico decimal em outra unidade do sistema métrico decimal” quanto às técnicas não são explicitadas. Como o autor não resolve nenhuma situação dificulta identificar tais técnicas. Talvez se espere que o leitor elabore sua própria técnica baseada nas anteriores (τ_{31} , τ_{32} e τ_{33}).

Na obra LD₁ a tecnologia que justifica as técnicas supracitadas é essencialmente que “cada unidade de comprimento é igual a 10 vezes a unidade imediatamente inferior e é igual a 0,1 da unidade imediatamente superior.” Essa tecnologia por sua vez, se apoia nas características do sistema métrico decimal, nas relações entre o sistema numérico decimal e o sistema métrico decimal e nas operações fundamentais com números racionais escritos na forma decimal.

No capítulo de comprimento do LD₄ identificamos o tipo de tarefa T₃: “*Converter uma unidade de comprimento em outra unidade de comprimento*” na seção: “Trabalhando com as unidades de medida”. Cujos subtipos de tarefa são: st₃₁, st₃₂, st₃₃, st₃₄: “Converter uma unidade de comprimento do sistema métrico em outra unidade de comprimento que não pertence ao sistema métrico decimal” e st₃₅: “Converter uma unidade de comprimento que não pertence ao sistema métrico decimal em outra unidade do sistema métrico decimal” sendo esses dois últimos não identificados no LD₁. Como vimos anteriormente às técnicas τ_{31} , τ_{32} e τ_{33} também se faz presente na 1ª parte “Transformações entre as unidades de comprimento”.

Já na segunda parte “Outras unidades de comprimento” os subtipos de tarefa st₃₄ e st₃₅ não estão associados a nenhuma técnica, pois não é proposto nenhum exemplo resolvido, a apresentação dessa 2ª parte traz uma figura e os elementos tecnológico-teóricos θ_3 : “operações fundamentais com números racionais” justificada pela teoria Θ :

“Os números racionais” dos quais também estão presentes na 1ª parte. Confirmando também no LD₄ a presença de organizações pontuais.

5. Considerações Finais

O quadro teórico da TAD e especificamente a análise praxeológica permitiram caracterizar o modo como o estudo do comprimento é conduzido nos livros didáticos de 6º ano: que aspectos desse conceito são privilegiados, que aspectos não parecem receber a devida atenção. O estudo do capítulo de comprimento em LD nas três etapas confirma a tendência em focar os aspectos numéricos, reforçando o aprendizado do conceito de comprimento na ‘medida’ e nas ‘conversões de unidades’. Os aspectos em torno da ‘grandeza’ recebem pouca ênfase.

O diálogo dessa análise com pesquisas anteriores sobre a aprendizagem e o ensino das grandezas geométricas aponta para a necessidade de reforçar nos livros didáticos a construção do sentido de comprimento como grandeza. Com efeito, o favorecimento excessivo do aspecto numérico provoca entraves na distinção e relação entre os quadros numérico e geométrico proposto por Douady & Perrin-Glorian (1989). Quando caracterizamos as praxeologias matemáticas pontuais $[T_3, \tau_{3n}, \theta_3, \Theta]$ em torno de T_3 concluímos que tais organizações identificadas não dão conta em cumprir com seu papel na aprendizagem do conceito de comprimento enquanto grandeza, ou seja, um aluno usuário de um desses LD analisados iria ter dificuldade em construir o conceito de comprimento como uma grandeza que se relaciona com os campos geométrico e numérico.

Não foi observado na pesquisa o uso dos LD por professores na sala de aula. Mas podemos extrair dessa pesquisa uma recomendação aos professores no sentido de completar a abordagem dos LD, realizando em sala de aula atividades que envolvam comparação de comprimentos e produção de linhas sem que o aspecto numérico seja central.

6. Referências

BALTAR, P. M. **Enseignement et apprentissage de la notion d’aire de surface planes: une étude de l’acquisition des relations entre les longueurs et les aires au collège**. Tese de Doutorado em Didática da Matemática pela Université Joseph Fourier, Grenoble, 1996.

BARBOSA, P. R. **Efeitos de uma sequência de atividades relativas aos conceitos de comprimento e perímetro no Ensino Fundamental**. Dissertação (Mestrado em Educação), UFPE. Recife, 2002.

_____. **Efeitos de Visualização em Atividades de Comparação de Comprimentos de Linhas Abertas**. Tese de Doutorado em Educação. UFPE. Recife, 2007.

BELLEMAIN, P. M. B. **Um Candidato a Obstáculo à Aprendizagem dos Conceitos de Comprimento e Área como Grandezas**. Rio de Janeiro. II HTEM, 2004.

BRASIL. **Ministério da Educação/ Secretaria de Educação Fundamental. Guia Nacional do Livro Didático (6º ao 9º ano) – PNLD 2008**. Brasília, 2007.

_____. **Ministério da Educação/ Secretaria de Educação Fundamental. Guia Nacional do Livro Didático (6º ao 9º ano) – PNLD 2011**. Brasília, 2010.

BRITO, A. F. **Um estudo sobre a influência do uso de materiais manipulativos na construção do conceito de comprimento como grandeza no 2º ciclo do Ensino Fundamental**. Dissertação (Mestrado em Educação), UFPE. Recife, 2003.

CHEVALLARD, Y. *Approche anthropologique du rapport au savoir et didactique des mathématiques. Communication aux 3es Journées d'étude franco-québécoises* (Université René-Descartes Paris 5, 17-18 juin 2002). Paru dans S. Maury S. & M. Caillot (éds), *Rapport au savoir et didactiques*, Éditions Fabert, Paris, 2003, p. 81-104. Disponível em:

http://yves.chevallard.free.fr/spip/spip/IMG/pdf/Approche_anthropologique_rapport_au_savoir.pdf

DOUADY, R.; PERRIN-GLORIAN, M.-J. **Un processus d'apprentissage du concept d'aire de surface plane**. In: *Educational Studies in Mathematics*. v. 20, n.4, p. 387-424, 1989.

SILVA, J.V.G. **Análise da Abordagem de Comprimento, Perímetro e Área em Livros Didáticos do 6º Ano do Ensino Fundamental sob a Ótica da Teoria Antropológica do Didático**. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática e Tecnológica), UFPE. Recife, 2011.

TEIXEIRA, S. G. **Concepções de alunos de Pedagogia sobre os conceitos de comprimento e perímetro**. Dissertação (Mestrado em Educação), UFPE. Recife, 2004.

VERGNAUD, G. **A Teoria dos Campos Conceituais**. In: BRUN, J. (direção). *Didáticas das Matemáticas*. Tradução de Maria José Figueiredo. Lisboa: Instituto Piaget, 1986. Cap. 3. p. 166-169. (Coleção Horizontes Pedagógicos). 1986.