

O GEOGEBRA E AS MÚLTIPLAS REPRESENTAÇÕES DAS FUNÇÕES: ADAPTANDO E CONSTRUINDO TAREFAS

*Cibelle de Fátima Castro de Assis
Universidade Federal da Paraíba - UFPB
cibelle@dce.ufpb.br*

Resumo:

Este minicurso tem como objetivo oportunizar aos cursistas a criação de tarefas no GeoGebra de modo que seja proposto o uso e a articulação das múltiplas representações das Funções. Iniciaremos o minicurso com uma breve discussão teórica sobre as múltiplas representações e sobre a estrutura das tarefas. Em seguida partiremos para a construção de dois aplicativos no software GeoGebra que abordarão o conteúdo matemático Função Afim. A partir desses aplicativos trabalharemos na (re)elaboração de tarefas explorando as representações algébrica, gráfica e tabular das funções e a estrutura nas questões de familiarização, transição e exploração. Analisaremos por fim, de que modo as tarefas matemáticas podem ser adaptadas considerando o seu contexto original e os ganhos associados ao uso do GeoGebra para a compreensão do conteúdo matemático Função articulado ao trabalho com as múltiplas representações. O minicurso acontecerá em um laboratório de informática onde os cursistas desenvolverão atividades individuais e em grupo.

Palavras-chave: função; geogebra; múltiplas representações; tarefas matemáticas.

1. Introdução

A prática do professor de Matemática é composta por um conjunto de atribuições profissionais. Para Llinares (2013), são responsabilidades que fazem parte do cotidiano deste profissional: interpretar e analisar o pensamento matemático dos estudantes; iniciar e guiar o discurso matemático e gerenciar as interações; selecionar e desenhar tarefas matemáticas. No entanto, é preciso que o professor seja competente na realização de cada uma delas mobilizando seus saberes acadêmicos (científicos) e saberes adquiridos com a prática para a solução dos problemas que surgem no processo de ensino-aprendizagem no contexto da sua sala de aula.

Para Ponte (2013), a seleção de tarefas matemáticas é uma das mais importantes decisões que o professor toma regularmente na sua prática visto que é em torno das tarefas

que as aulas se desenrolam sendo, pois, o ponto de partida para as experiências de aprendizagem dos alunos.

A competência para a elaboração de atividades para a sala de aula que contemple o uso de tecnologias é uma necessidade real da formação do professor de Matemática e também uma exigência da sociedade atual. Existem diferentes maneiras de usar o computador na educação. Uma maneira é informatizando os métodos tradicionais de instrução. Nessas circunstâncias, de algum modo o professor se sente substituído se seu papel é o de transmissor de conhecimentos (VALENTE, 1993). Do ponto de vista pedagógico, esse seria o paradigma instrucionista. No entanto, o computador pode enriquecer ambientes de aprendizagem onde o aluno, interagindo com os objetos desse ambiente, tem chance de construir o seu conhecimento. Nesse caso, o aluno não é mais instruído, ensinado, mas é o construtor do seu próprio conhecimento. Esse é o paradigma construcionista, concepção denominada por Seymour Papert (1985), onde o estudante construirá algo através do computador, como uma ferramenta educacional.

Segundo Miskulin (2009), “o ambiente, por mais rico e construtivo que seja, por si só, não é suficiente para promover contextos propícios à exploração e construção do conhecimento, no contexto tecnológico” (p.165). Assim sendo, a mediação do professor desempenha um papel importantíssimo e determinante. Por mediação pedagógica entendemos a atitude, o comportamento do professor que se coloca como um facilitador, incentivador ou motivador da aprendizagem e que se apresenta com a disposição de ser uma ponte entre o aprendiz e sua aprendizagem (MASSETO, 2010). Uma ponte dinâmica, e que, por isso mesmo, utiliza-se de inúmeros recursos para colaborar ativamente no alcance dos objetivos de aprendizagem dos seus estudantes.

Conhecimentos para a resolução de problemas diários, disposição para o aprendizado contínuo, capacidade de trabalho em grupo, dentre outras competências podem ser estimuladas nos alunos na escola por meio do uso das tecnologias. No entanto, para a formação de um professor competente, é necessário além do conhecimento da tecnologia (ferramentas, potencialidades e limitações) o conhecimento matemático (conteudístico e específico) para propor tarefas de forma a promover a aprendizagem dos alunos. Neste minicurso proporemos a criação de tarefas apoiadas em aplicativos do GeoGebra de modo que seja proposto o uso e a articulação das múltiplas representações do conteúdo matemático Funções.

2. Considerações Teóricas

Existem na literatura específica para da Educação Matemática referências que orientam para um ensino da Matemática através da exploração, articulação e conciliação dos registros de representações semióticas dos seus objetos de estudo. Para Duval (2003, p.15), por exemplo, a “compreensão em matemática supõe a coordenação de ao menos dois registros de representações semioticas” isso porque para o autor, o acesso aos objetos matemáticos passa necessariamente por representações deste tipo.

Segundo Goldin & Shteigold (2001, apud Gafanhoto e Canavarro, 2013), as representações são elementos essenciais na compreensão de conceitos e das relações matemáticas; na comunicação de abordagens, de argumentos e de conhecimentos matemáticos; na explicitação de raciocínios; na identificação de conexões entre conceitos matemáticos inter-relacionados; e na aplicação da Matemática a problemas reais ou modelação.

Para o conteúdo Função Afim, são consideradas as representações gráficas (retas e pontos no plano cartesiano), a escritas algébricas/simbólicas (do tipo $f(x) = ax + b$, onde $a, b \in \mathbb{R}$ e $a \neq 0$) e a representação linguística (função afim, função linear e etc). Brown e Mehilos (2010, apud Gafanhoto e Canavarro, 2013) fazem referência a outra forma de representação das funções, a tabular, concretizada por tabelas de duas colunas, nas quais se relacionam diretamente as variáveis independente x e a dependente y através da concretização numérica de pares x e y .

Para Gafanhoto e Canavarro (2013), segundo Friedland e Tabach (2001), uma tarefa que apresenta uma “situação-problema” seguida de questões que guiam o aluno na sua investigação, há incentivo ao uso de múltiplas representações se as questões, sequenciais, tiverem os seguintes propósitos:

Familiarização com a representação inicial: questão pede aos alunos que analisem a representação inicial, podendo até realizar algumas extrapolações ou conjecturar respostas. Estas questões constituem o enunciado escrito (aplicativo do Geogebra) que apresenta a situação-problema recorrendo a uma dada representação e, eventualmente, alguma questão de interpretação para uma melhor compreensão da situação-problema;

Transição entre representações: questão pede aos alunos que trabalhem especificamente com representações diferentes da inicial. Constituída por questões que proporcionam a criação de todas representações possíveis. A ordem pela qual são

solicitadas as diversas representações varia de modo a que alunos efetuem diferentes transições entre representações.

Exploração de representações: questão mais complexa e aberta que pede aos alunos que optem pela forma de representação que considerarem mais adequadas para a obtenção de uma solução para o problema. Este tipo de questão envolve diferentes conhecimentos matemáticos, como identificar a imagem dado o objeto, identificar o objeto dada a imagem, estabelecer comparações entre funções ou, ainda, estudar a influência da variação dos parâmetros.

Segundo Gomez (1997), o recurso às tecnologias para o ensino e aprendizagem das Funções permite uma melhor e mais fácil consolidação do conceito de função em comparação com a abordagem clássica do estudo formal das funções, em que se parte das representações simbólicas e se traduziam por representações tabulares e finalmente por representações gráficas.

Atualmente o software de Geometria Dinâmica GeoGebra é considerado um dos mais utilizados pela comunidade de professores de Matemática. Uma das principais características do GeoGebra é a possibilidade de explorar um conteúdo matemático nos registros algébrico (escrita ou visualização da expressão algébrica da função), gráfico (representação gráfica de função em referencial cartesiano), tabular (sobre domínio delimitado) e numérica (coordenadas de pontos ou cálculo através da tabela). Sendo assim o GeoGebra permite o desenvolvimento de tarefas matemáticas que articulem diferentes formas de representação de um mesmo objeto.

3. Metodologia

Iniciaremos o minicurso com uma breve abordagem teórica sobre as múltiplas representações das funções, a importância da proposição da sua articulação nas tarefas para o desenvolvimento da compreensão matemática e a estrutura das tarefas segundo Gafanhoto e Canavarro (2013).

Em seguida, os cursistas irão construir no GeoGebra, seguindo as orientações de um roteiro, o aplicativo da Tarefa 1 – *Uma função do tipo $y = ax + b$* . Em seguida, será apresentado um conjunto de questões sobre os quais os cursistas deverão identificar e sugerir questões de familiarização, questões de transição e questões de exploração bem como os registros algébrico, gráfico e tabular conforme a referência teórica utilizada.

Um segundo aplicativo será mostrado aos cursistas que deverão criar uma proposta de modo que sejam intencionalmente exploradas as representações da função bem como a estrutura das tarefas. Esta tarefa será chamada de Tarefa 2 – *Kit simulador*. Finalizaremos o minicurso com as contribuições dos grupos na elaboração das tarefas e as reflexões trazidas pela discussão proposta.

4. Tarefa 1: Uma função do tipo $y = ax+b...$

A Tarefa 1 foi adaptada de Gafanhoto e Canavarro (2013) e explora as propriedades das funções afim, num contexto puramente matemático, recorrendo à variação dos parâmetros a e b (através dos seletores a e b) e à observação do efeitos dessa variação para cada um dos parâmetros. Uma planilha exhibe para cada função afim obtida os pares ordenados (x,y) movendo um ponto A qualquer pertencente a reta. A figura 1, a seguir exhibe a construção final feita no GeoGebra.

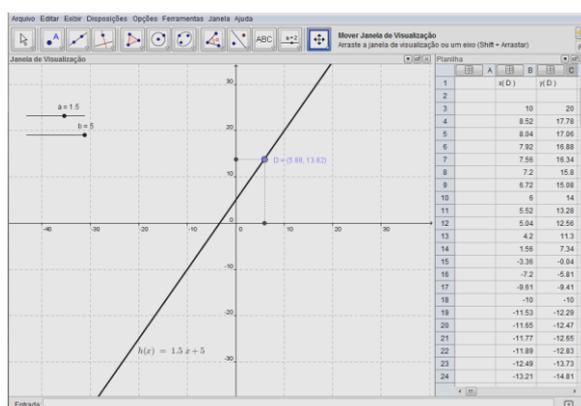


Figura 1. Aplicativo 1 no GeoGebra

Questões de familiarização: Movimente os seletores de modo a observar a representação gráfica da função. Qual a relação entre a representação gráfica e os seletores a e b ? Qual a relação entre os seletores a e b e a representação algébrica da função?

Questões de transição: Considere a função que tem como expressão algébrica $y = 3x + 2$.

1. Represente-a graficamente através da manipulação dos seletores a e b .
2. Habilite a opção “Gravar para a planilha de cálculo” para o ponto A . Em seguida movimente este ponto. O que é possível obter na planilha?
3. Complete a seguinte tabela:

x		$-2/3$		1	2
y	-4		2		

Questões de exploração: Para cada uma das seguintes questões apresente a resposta:

a) Para $f(x) = 3x + 2$, responda: Qual é a imagem para $x = 10$? E de -6? Qual é o x que tem imagem -10? E 17? Existe mais de um x para uma mesma imagem? Em que valores é que a função intersecta o eixo das abcissas e o das ordenadas? A função é crescente ou decrescente? Justifica a resposta.

b) Recorrendo aos seletores obtenha exemplos de função afim do tipo: decrescente; constante; nula; identidade; linear; e passando pelo ponto (1,0).

c) Registre a escrita algébrica das funções para cada caso do exercício b).

d) Observa a planilha obtida nos casos das funções constante, identidade e linear. O que podemos dizer sobre a relação entre x e y ?:

c) Indique para que valores de a é que a função é crescente, decrescente e constante.

d) Qual a influência do parâmetro b numa função do tipo $y = ax + b$?

5. Tarefa 2: Kit simulador

Neste aplicativo temos uma situação onde é possível explorar o conteúdo Função Linear por meio de uma contextualização com a Física. Dois seletores representam um velocímetro que varia de 0 a 100 Km/h e um cronômetro, variando de 0 a 600 minutos referentes a um carro. Assim, a reta para cada velocidade constante definida é o gráfico que representa o deslocamento do carro em função do tempo. A tabela associa valores do tempo T em horas com valores da distância D em Km. A figura 2, a seguir exibe o aplicativo no GeoGebra.

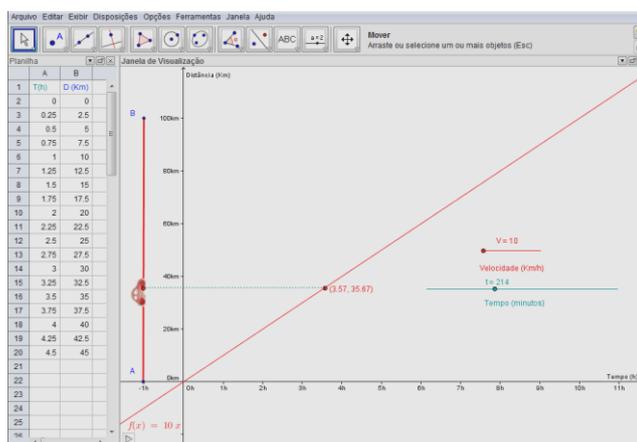


Figura 2. Aplicativo 2 no GeoGebra

Este aplicativo foi retirado e adaptado do site www.mathcasts.org/mtwiki/InterA/CarRaceSimulator. Os cursistas deverão apresentar uma proposta de modo que sejam intencionalmente exploradas as representações da função bem como a estrutura das tarefas. Entre algumas questões podemos citar:

Questões de familiarização:

- Observando o plano cartesiano, o que representa: O eixo das abscissas (x)? O eixo das ordenadas (y)?
- O que representam os seletores azul e vermelho?
- O que representa cada par ordenado?
- A velocidade do carrinho é sempre constante ou variável? De onde parte o carrinho?

Questões de transição: Observando a tabela, responda:

- Ao posicionar o velocímetro em 30 km/h, qual a distância percorrida em 3h?
- Posicione o velocímetro em 10 km/h, qual a distância percorrida em 3h?
- Qual a relação entre as grandezas tempo e distância? São proporcionais?
- É possível determinar alguma função que relaciona a distância percorrida por esse carrinho em função do tempo considerando a velocidade de 30 km/h?

Questões de exploração: Diariamente Marina dirige seu carro vermelho à distância de 100 quilômetros de sua casa (A) para o trabalho (B). Ela dirige todo o percurso em velocidade constante. No visor do carro, um cronômetro exibe o *número de horas passadas* e um GPS exibe o *número de Km que o carro está de sua casa (A)*.

- Hoje Marina saiu de sua casa às 09:00. Ela redefine o cronômetro a 0, e define seu velocímetro a 16 km/h. Quais são os dois números exibidos à 09:45 no visor do carro? A que horas Marina chega em seu trabalho? O que estamos desconsiderando no percurso de Marina?
- Em um certo dia, Marina sai de casa às 8:40h e precisa chegar ao seu trabalho às 10:40h. Qual a velocidade que ela precisa para chegar em seu trabalho exatamente às 10:40h? O que estamos desconsiderando no percurso de Marina?
- É possível obter uma função que generalize o movimento deste carrinho para qualquer velocidade? Como chamamos as funções desse tipo na Matemática?

6. Considerações Finais

Segundo a proposta deste minicurso esperamos que os cursistas possam além de criar e explorar aplicativos no GeoGebra refletir sobre a importância da estrutura das tarefas e de como favorecer a aprendizagem dos alunos relativa ao conteúdo Função Afim por meio da articulação das representações deste objeto matemático. Acreditamos que a formação do professor de Matemática coerente com as demandas atuais da sociedade articula conhecimento específico (acadêmico) com uso de tecnologias integrado ao ensino. Dessa forma, a competência docente estabelece quando o professor reconhece e desempenha seu papel de orientador das aprendizagens.

7. Referências

- DUVAL, Raymond. Registros de Representações Semióticas e Funcionamento Cognitivo da Compreensão em Matemática. In: MACHADO, Silvia Dias Alcântara (Org.). *Aprendizagem Matemática: Representação Semiótica*. São Paulo: Papirus, 2003, 11-34.
- GAFANHOTO, Ana Paula; CANAVARRO, Ana Paula. *A adaptação das Tarefas matemáticas: Como promover o uso de múltiplas representações em funções*. Trabalho realizado no âmbito do Projeto Práticas Profissionais dos Professores de Matemática. 2012.
- Gomez (1997), Tecnología y educación Matemática. *Revista Informática Educativa*. *UNIANDÉS – LIDIE*, 10 (1), 93-11
- LLINARES, Salvador. *Mirada profesional: componente de las prácticas profesionales del profesor de matemáticas*. Trabalho realizado no âmbito do Projeto Práticas Profissionais dos Professores de Matemática, 2013.
- MASSETO, Marco T. Mediação Pedagógica e o uso da tecnologia. In: MORAN, José Manoel; MASSETO, Marcos T. ; BEHRENS, Marilda Aparecida. *Novas tecnologias e mediação pedagógica*. Campinas: Papirus, 2000. p.133 - 173.
- MISKULIN, R.G.S. As potencialidades didático-pedagógicas de um laboratório em educação matemática mediada pelas TICs. In: LORENZATO, S.(Org.). *O Laboratório de Ensino de Matemática na Formação de Professores*. Campinas: Autores Associados, 2009.
- PONTE, João Pedro. *Formação do professor de Matemática: Perspetivas atuais*. Trabalho realizado no âmbito do Projeto Práticas Profissionais dos Professores de Matemática, 2013.
- VALENTE, J. A. Diferentes usos do Computador na Educação. In: Valente, J. A. (org.), *Computadores e Conhecimento: Repensando a Educação*. Campinas, SP, Gráfica Central da Unicamp, 1993a.