

APLICAÇÃO DA TEORIA DOS REGISTROS DE REPRESENTAÇÃO SEMIÓTICA DE RAYMOND DUVAL NO ESTUDO DE FUNÇÕES POLINOMIAIS DO 1º GRAU EM CURSOS DE ADMINISTRAÇÃO E CIÊNCIAS CONTÁBEIS.

*Ilizete Gonçalves Lenartovicz
Universidade Regional de Blumenau
ilizete1@hotmail.com*

Resumo:

Este texto é parte integrante de uma pesquisa, em desenvolvimento, junto ao Programa de Mestrado em Ensino de Ciências Naturais e Matemática, da Universidade Regional de Blumenau, que tem por objetivo analisar, através da coleta de dados, a compreensão dos conceitos pertinentes a funções polinomiais de 1º grau por estudantes ingressantes em cursos de Administração e Ciências Contábeis quando da aplicação de uma sequência didática elaborada com base nos estudos da semiótica por Raymond Duval. O texto apresenta um breve histórico sobre os estudos relacionados à Semiótica e também os conceitos semióticos desenvolvidos por Duval na área da matemática, além de expor uma das atividades elaboradas sobre funções polinomiais de 1º grau, em que se procura coordenar os diferentes registros de representações semiótica.

Palavras-chave: Semiótica; Raymond Duval; Funções polinomiais de 1º grau.

1. Introdução

Nos dias de hoje, há uma grande preocupação, por parte de professores e pesquisadores na área de educação, com os aspectos ligados à aprendizagem e ao ensino. Neste contexto, podemos destacar a interpretação gráfica e algébrica de funções polinomiais de 1º grau, que foi e continua sendo uma das dificuldades encontradas pelos estudantes nos mais variados níveis de escolarização. A maioria deles não consegue fazer uma ligação real entre a expressão matemática e o gráfico que a representa, por exemplo. Para eles, cada uma destas representações matemáticas constitui algo que não possui ligação entre si.

Sabendo-se da importância da interpretação no estudo das funções, para que seja construído o conhecimento de forma clara e concreta, é que surge a pesquisa mencionada no título deste texto. Tomando como base o eixo temático do Ensino e Aprendizagem de

Ciências e Matemática e a linha de pesquisa da Didática das Ciências Naturais e Matemática, está sendo realizada uma pesquisa através de coleta de dados, que pretende analisar a compreensão dos conceitos pertinentes a funções polinomiais de 1º grau por estudantes ingressantes em cursos de Administração e Ciências Contábeis quando da aplicação de uma sequência didática elaborada com base nos estudos da semiótica por Raymond Duval.

A fundamentação teórica da pesquisa está marcada, em especial, pelos conceitos da semiótica. O nome semiótica vem da raiz grega *semeion*, que quer dizer signo. Portanto semiótica é a ciência dos signos. Assim sendo, a semiótica pode dar um embasamento teórico substancial quando se trata de estudar como são compreendidos os signos matemáticos e as relações entre eles, especialmente as funções e os gráficos neste caso, pelos estudantes.

Um dos principais pesquisadores nesta área e que serve de apoio teórico nesta pesquisa é Raymond Duval, filósofo e psicólogo francês que desenvolveu estudos em Psicologia Cognitiva no Instituto de Pesquisa em Educação Matemática (IREM) de Estrasburgo, na França de 1970 até 1999. Segundo DUVAL (2011, p. 9):

Para que os alunos possam realmente compreender matemática, ou para que a matemática contribua para a formação intelectual e geral deles, que vá além de uma aprendizagem tecnológica de procedimentos executados à mão ou com máquinas, é preciso desenvolver outro tipo de funcionamento cognitivo que o praticado nas outras disciplinas.

E, por acreditar nisso, Duval desenvolveu um modelo de funcionamento cognitivo do pensamento em termos de mudança de registros de representação semiótica. Estes registros têm servido de base para muitos pesquisadores em todo mundo quando procuram compreender de que forma se dá a aquisição do conhecimento pelos estudantes e como pode ser organizada esta atividade de aprendizagem. Portanto, utilizando conceitos semióticos, desenvolve-se neste trabalho um estudo que possa colaborar na construção do conhecimento pelo aluno, mobilizando sistemas cognitivos específicos para cada atividade matemática.

2. A Semiótica de Raymond Duval

Raymond Duval é um dos grandes pesquisadores da Semiótica ligada à Matemática. Segundo Duval (2009), em matemática as representações semióticas não são somente indispensáveis para fins de comunicação, elas são necessárias ao desenvolvimento da atividade matemática.

Duval (2008, p. 14) faz uma classificação entre quatro tipos diferentes de registros semióticos que podem existir:

Quadro 1: Tipos de registros semióticos

	REPRESENTAÇÃO DISCURSIVA	REPRESENTAÇÃO NÃO-DISCURSIVA
REGISTROS MULTIFUNCIONAIS: Os tratamentos não são algoritmizáveis.	Língua natural Associações verbais (conceituais). Forma de raciocinar: <ul style="list-style-type: none">• argumentação a partir de observações, de crenças...;• dedução válida a partir de definição ou de teoremas.	Figuras geométricas planas ou em perspectivas (configurações em dimensão 0, 1, 2 ou 3). <ul style="list-style-type: none">• apreensão operatória e não somente perceptiva;• construção com instrumentos.
REGISTROS MONOFUNCIONAIS: Os tratamentos são principalmente algoritmos.	Sistemas de escritas: <ul style="list-style-type: none">• numéricas (binária, decimal, fracionária...);• algébricas;• simbólicas (línguas formais). Cálculo	Gráficos cartesianos. <ul style="list-style-type: none">• mudanças de sistema de coordenadas;• interpolação, extrapolação.

Fonte: DUVAL (2008, p. 14)

Duval, ao expor os diferentes registros de representações, esclarece que entre estes registros existem dois tipos de transformações semióticas principais, uma muito diferente da outra: os tratamentos e as conversões.

Os tratamentos são transformações de uma representação semiótica no mesmo registro em que ela foi formada. Um exemplo desta situação, segundo Moretti (2011), é a realização de operações de adição de números racionais na forma fracionária: quando efetuamos a adição de dois números racionais como $\frac{1}{2} + \frac{1}{4} = \frac{3}{4}$ permanecendo apenas com a utilização de números fracionários estamos fazendo um tratamento.

Quanto à conversão, DUVAL (2009, p. 58) expõe que:

Converter é transformar a representação de um objeto, de uma situação ou de uma informação dada num registro em uma representação desse mesmo objeto, dessa mesma situação ou da mesma informação num outro registro. [...] A conversão é então uma *transformação externa em relação ao registro da representação de partida*. (grifos do autor)

Uma situação que deixa bastante clara a diferença entre um tratamento e uma conversão de representações semióticas é a seguinte: quando resolvemos uma equação ou um cálculo ficando apenas em um mesmo sistema de escrita ou de representação dos

números estamos fazendo um tratamento. Por exemplo, escrever a função $y - x = 1$ e passá-la para $y = x + 1$ é uma forma de tratamento, pois permanecemos no mesmo sistema de representações semióticas, neste caso o algébrico. Já quando passamos da escrita algébrica de uma equação para sua representação gráfica, ou vice-versa, estamos fazendo uma conversão. Por exemplo, passar a função $y = x + 1$ para sua forma cartesiana é uma forma de conversão de representações semióticas.

Dessa forma, podemos perceber que as duas formas de transformações (conversões e tratamentos) são de grande importância para que se possa compreender com clareza um determinado conteúdo, mas do ponto de vista cognitivo, “é a atividade de conversão que aparece como a atividade de transformação representacional fundamental, aquela que conduz aos mecanismos subjacentes à compreensão” (DUVAL, 2008, p. 52). Assim, a compreensão integral de um conteúdo conceitual repousa sobre a coordenação de ao menos dois registros de representação e esta coordenação manifesta-se pela rapidez e espontaneidade da atividade cognitiva de conversão.

3. Duval e o estudo de funções do 1º grau.

O conceito de funções é um dos mais importantes em Matemática, e seu conhecimento impulsionou o desenvolvimento tecnológico em quase todas as áreas. Segundo Eves (1997), a palavra função foi introduzida por Leibniz em 1694, primeiramente para expressar qualquer quantidade associada a uma curva como, por exemplo, as coordenadas de um ponto da curva, a sua inclinação e o seu raio de curvatura. Algum tempo depois, temos em Bernoulli e Euler, pensadores que deram um tratamento mais próximo daquilo que chamamos hoje de função; consideraram uma função como uma equação ou fórmula qualquer envolvendo variáveis e constantes. Para nós hoje, utilizando uma linguagem mais simbólica, uma função $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ é função do 1º grau se, cada $x \in \mathbb{R}$, associa o elemento $(ax + b) \in \mathbb{R}$, com a diferente de zero.

Desta forma, podemos perceber que por toda história, existiram pesquisadores procurando estudar os conceitos de funções por perceberem a sua importância nos mais variados campos do conhecimento. No entanto, segundo estudos já realizados, sabe-se que a internalização do conceito de função é algo de difícil compreensão para estudantes nos mais variados níveis de escolarização. Isso ocorre porque para compreender estes conceitos é necessário que o estudante domine várias estruturas representacionais matemáticas, o que

levanta complexidades na leitura e interpretação de problemas matemáticos. Desta forma, o estudo dos registros de representação semiótica ligados à matemática, estudados por Raymond Duval, pode servir para a compreensão cognitiva de como ocorre a interpretação destes conceitos e de que forma podem ser feitas intervenções que melhorem este aprendizado.

Pensando desta forma, podemos entender, da mesma forma que DUVAL (2008, p. 29), que:

[...] os sistemas semióticos deviam estar integrados nos modelos de arquitetura cognitiva das pessoas, como estruturas essenciais do funcionamento do pensamento, da mesma forma que todas organizações neuronais permitem a integração de múltiplos dados sensoriais, o funcionamento de diferentes memórias e o controle da atenção.

4. O estudo de funções de 1º grau com coordenação de diferentes registros

A integração do funcionamento cognitivo com os conceitos matemáticos pode ser obtida com maior ou menor facilidade de acordo com a metodologia empregada pelo professor durante suas aulas e com o conhecimento que ele possui sobre este funcionamento. O professor precisa ser mediador dos conhecimentos, de forma que o aluno possa compreender e internalizar os conceitos e operar com eles de maneira clara e organizada. Assim, concordamos com FLORES e MORETTI (2006, p. 30) quando afirmam que:

Para o aluno, não é suficiente que ele saiba “ler” um gráfico, é necessário também que ele saiba organizar e operar de forma objetiva sobre os dados contidos neste modo de representação. Assim sendo, consideramos necessária uma análise do funcionamento tanto cognitivo como semiótico nas representações gráficas na educação matemática.

Além do que foi explicitado até aqui, nos deparamos muitas vezes também, com situações em que os alunos conseguem compreender uma situação prática, mas não conseguem relacioná-la com uma função matemática. Em várias experiências vividas em sala de aula, ao ensinar os conceitos básicos de funções polinomiais de 1º grau, utilizando situações-problema do dia a dia dos alunos que podem ser representadas através de funções, percebemos o quanto há dificuldade em relacionar certos conceitos.

Na situação exposta a seguir, retirada de MORETTIN et al (2005, p 62), livro da bibliografia básica de vários cursos de Administração e Ciências Contábeis, podemos identificar esta característica: “Uma editora vende certo livro por R\$ 60,00 a unidade. Seu

custo fixo é de R\$ 10.000,00 por mês, e o custo variável por unidade é R\$ 40,00.”. Os estudantes sabem responder qual seria o custo para produzir 100 unidades, por exemplo, mas ao solicitar que representem a situação exposta anteriormente para produção de x unidades por meio de uma função de 1º grau, a dificuldade é bastante elevada. Isto acontece pelo fato da falta de conhecimento sobre as formas diferenciadas de representação de um objeto matemático. Então, justifica-se o que Duval aponta como algo muito importante: os tratamentos e as conversões entre os mais diferenciados registros de representação como forma de melhorar a compreensão matemática. É necessário que os estudantes estejam mais habituados a fazer estas conversões e tratamentos entre as mais variadas formas de representações dos objetos matemáticos, para que não sintam uma dificuldade tão elevada, conseguindo identificar em cada uma das representações, formas diferenciadas de escrevê-las.

Neste sentido, a atividade apresentada a seguir, procura mobilizar a capacidade de fazer conversões entre os tipos de representações semióticas da matemática:

Atividade proposta: Uma pessoa vai escolher um plano de saúde entre duas opções A e B. As condições de cada plano são:

Plano A: cobra um valor fixo mensal de R\$ 140,00 e R\$ 20,00 por consulta.

Plano B: cobra um valor fixo mensal de R\$ 110, 00 e R\$ 25,00 por consulta.

a) Sabendo das informações apresentadas, preencha a tabela a seguir:

Plano A

<i>Nº de consultas por mês</i>	<i>1</i>	<i>2</i>	<i>3</i>	<i>5</i>	<i>10</i>
<i>Custo total mensal</i>					

Plano B

<i>Nº de consultas por mês</i>	<i>1</i>	<i>2</i>	<i>3</i>	<i>5</i>	<i>10</i>
<i>Custo total mensal</i>					

b) Para um cliente que utilize 4 consultas mensais, em média, qual seria o plano mais vantajoso financeiramente?

c) Supondo agora que o número de consultas fosse alterado para 6 consultas mensais, o plano mais vantajoso continuaria sendo o mesmo? Justifique sua resposta.

d) Supondo que o número de consultas mensais fosse um valor x , como poderíamos escrever a função que representa esta situação em cada um dos casos?

Plano A:

Plano B:

e) Sabendo a função que representa a situação, determinar qual seria o número de consultas feitas por um cliente se ele pagou pelo plano A R\$ 500,00 em um determinado mês? E se pagou pelo plano B R\$560,00?

f) Construa os gráficos que representam as situações apresentadas em um mesmo plano cartesiano ortogonal.

g) Através da construção dos gráficos podemos determinar em que condições cada um dos planos é mais vantajoso ao cliente? Explique o porquê de sua resposta.

A questão apresentada tem por objetivo proporcionar ao aluno a possibilidade de realizar conversões entre os vários registros de representações semióticas na matemática. Ele terá que realizar a conversão da linguagem natural para a linguagem algébrica (no item a) e também da linguagem algébrica para a forma gráfica (item e). Além disso, procuraremos identificar se a congruência da escrita na linguagem natural dos padrões de cada plano de saúde influencia ou não sobre a capacidade de escrever na forma algébrica o mesmo texto.

Assim, acreditamos que a coordenação adequada entre os diferentes registros de representações semióticas possa ajudar para uma melhor compreensão do que é uma função, fazendo com que o aluno possa apreender de forma objetiva o que representa cada conceito e interpretá-lo de forma clara.

5. Considerações Finais

A análise cognitiva das conversões e dos tratamentos de representações semióticas pode contribuir no entendimento de como os estudantes aprendem e porque encontram dificuldades ao estudar muitos conceitos matemáticos. A pesquisa referida neste texto procura compreender melhor como isto acontece e quais poderiam ser possíveis caminhos para uma melhora neste aprendizado.

Ao final da pesquisa poderemos verificar se a realização de atividades construídas tomando por base os conceitos desenvolvidos por Duval podem melhorar a compreensão de conteúdos considerados complexos (no caso, função do 1º grau) e aproximar o estudante de uma aprendizagem que busque a construção conceitual para além do aprendizado meramente procedimental, permitindo que consiga fazer relações entre as diferentes representações de um objeto matemático e trabalhar com elas.

6. Referências

DUVAL, R. Registros de Representação Semiótica e Funcionamento Cognitivo da Compreensão em Matemática. IN: Machado, S. D. A. (org.). *Aprendizagem em Matemática: registros de representação semiótica*. 4 ed. São Paulo: Papirus, p. 11-33, 2008.

_____. *Semiósis e pensamento humano: registros semióticos e aprendizagens intelectuais*. Trad. Lenio Fernandes Levy e Marisa Rosane Abreu da Silveira. São Paulo: Livraria da Física, 2009. 110p.

_____. *Ver e ensinar a Matemática de outra forma: entrar no modo matemático de pensar os registros de representações semióticas*. Tradução de Marlene Alves Dias. São Paulo: PROEM, 2011. 160p.

EVES, H. *Introdução à história da Matemática*. Campinas: Editora da Unicamp, 1997.

FLORES, C. R.; MORETTI, M. T. O funcionamento cognitivo e semiótico das representações gráficas: ponto de análise para a aprendizagem matemática. In: 28a Reunião da Anped, 2005, Caxambu. Anais da 28a Reunião da Anped. Rio de Janeiro: Anped, 2005. v. 1.

MORETTI, M. T. Semiótica e a aprendizagem matemática: alguns termos fundamentais da teoria de Duval. In: VII ENCONTRO CATARINENSE DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, Blumenau. Anais... Blumenau: FURB – Centro de Ciências Exatas e Naturais, 2011. p. 18-26

MORETTIN, P. A.; HAZZAN, S.; BUSSAB, W. *O cálculo: funções de uma e várias variáveis*. São Paulo: Saraiva, 2005.

NÖTH, W. *Panorama da semiótica: de Platão a Peirce*. 4. ed. São Paulo: ANNABLUME, 2005. 149 p.