

## O TRABALHO COM OS CONCEITOS DE LIMITE, DERIVADA E INTEGRAL POR PROFESSORES DE MATEMÁTICA E DISCIPLINAS TECNOLÓGICAS EM CURSOS DE ENGENHARIA.

*Iêda do Carmo Vaz  
PUC-Minas  
vaz.ieda@gmail.com*

### **Resumo:**

Este artigo apresenta um recorte de uma pesquisa desenvolvida no Mestrado Acadêmico em Educação Tecnológica do CEFET-MG, tendo como objeto de estudo o tratamento dos conceitos básicos do Cálculo Diferencial e Integral: Limite, Derivada e Integral de uma função real. Este objeto de estudo foi definido pela análise desses conceitos quanto às abordagens numérica, algébrica e geométrica (gráfica), realizadas pelos professores de Cálculo I e de disciplinas específicas de Cursos de Engenharia do CEFET-MG. Os métodos de pesquisa foram: observação de aulas de Matemática e de disciplinas específicas de cursos de Engenharia; entrevistas semi-estruturadas com professores das aulas observadas e outro professor. Os referenciais teóricos principais foram Duval(2003) e Pais(2001) quanto a análise conceitual. Notou-se a intenção e tendência dos professores de Matemática em chegar rápido ao cálculo algébrico e os professores das disciplinas específicas satisfizeram em mostrar a estruturação algébrica dos conceitos tecnológicos.

**Palavras-Chave:** Educação matemática; Educação tecnológica; Ensino de Cálculo; Cursos de engenharia; Conceitos de limite, derivada e integral.

### **1. Introdução**

Esse artigo objetiva apresentar os resultados de uma pesquisa realizada em Mestrado Acadêmico quanto à abordagem dos conceitos de Limite, Derivada e Integral, por professores de Matemática e de disciplinas específicas em cursos de Engenharia, utilizando-se uma análise aritmética, geométrica (gráfica) e algébrica. É um recorte da investigação de Vaz (2010), na qual também se analisou quatro livros-texto de Cálculo, quanto à apresentação dos mesmos conceitos estudados.

A análise apresentada neste artigo é oriunda da observação de aulas de Cálculo I, disciplina na qual geralmente se introduz esse conceito e se faz a definição dos mesmos. Observou-se também aulas de dois professores das disciplinas de Transferência de Calor e Eletromagnetismo, quanto a utilização dos conceitos em estudo. Para complementar os

dados foram entrevistados os professores das aulas observadas, e mais um, que não teve aula observada.

Para o referencial teórico utilizado, baseou-se em Duval (2003), quanto as duas abordagens na diversificação de registros semióticos: “tratamento” e “conversão”. Referenciou-se também em Pais (2001), quanto a abordagem de conceito que se apresenta revestido de situações.

## **2. A Definição e o Conceito das proposições matemáticas**

Segundo Huete e Bravo (2006), “são quatro os tipos de aprendizagem matemática, a saber: memorização, aprendizagem algorítmica, aprendizagem de conceitos e resolução de problemas”.

“Raciocínio e memorização, o ensino do essencial, a correlação dos conceitos matemáticos com a vida real, com outras disciplinas profissionalizantes e com a Física, especialmente, a interface, entre os próprios compartimentos da Matemática, isto é, da Álgebra e do Cálculo com a Geometria”. (LAUDARES, 1987)

Nas duas citações é mostrado o trabalho dos conceitos, entretanto é importante entender a diferença da definição e do conceito. A definição se faz quando da formalização de determinado conceito com a utilização de linguagem técnica oral e escrita, com uso de simbologia própria e específica de cada área do conhecimento, na qual se define uma proposição.

Aprender o significado de um conceito não é permanecer na exterioridade de uma definição, pois sua complexidade não pode ser reduzida ao estrito espaço de uma mensagem linguística. Definir é necessário, mas é muito menos do que conceituar, porque o texto formal de uma definição só pode apresentar alguns traços exteriores ao conceito. Por exemplo, a definição de uma figura geométrica, por si só, não pode traduzir a essência do conceito correspondente. (PAIS, 2001)

Com a dimensão conceitual, o estudante consegue fazer a trajetória do saber cotidiano ao saber escolar e deste, para o saber científico. As situações didáticas na qual o professor envolve os estudantes devem ser de temáticas problematizadas da vida real, da tecnologia, de questões qualitativas dos fenômenos em diversas áreas da Física, Química, Biologia, Economia, entre outras, trazendo o conceito a ser estudado e, conseqüentemente, favorecendo as condições de acesso ao saber escolar e científico, mas por aproximações, analogias, comparações, imitações, levantamento de conjecturas e hipóteses, a serem justificadas mais tarde.

A partir da compreensão conceitual o estudante pode alcançar níveis satisfatórios de

generalidades e abstração, e então, formular a definição. Aprender um conceito requer pela didática um planejamento de situações variadas que privilegiem o trabalho com significados ao nível sensível e perceptível do estudante.

O processamento desta construção mental, pela generalização e abstração, é muitas vezes obtido pela manipulação e operação de uma classe de objetos materiais nos quais se internalizam os parâmetros conceituais, os quais emergem, via compreensão de relações, interações, comparações.

Esta ação com estratégias numa dinâmica evolutiva de passos, etapas, idas e vindas em movimento, é que Pais (2001) denomina de “estado de devir, no sentido de que, no plano subjetivo, sempre é possível descortinar novos horizontes na compreensão de um conceito.”

A abordagem multi e interdisciplinar facilita a emergência da totalidade oculta e obscura do conceito, o qual se diversifica pelo processo racional da distinção das características essenciais e peculiares da natureza científica de cada área.

A “significação” é uma posse do indivíduo que o professor tenta, pela dimensão experimental de processos, práticas, manipulações, modelagem, criação de situações e estratégias, iluminar o caminho da intuição, da percepção e da posse do conceito pelo estudante.

A formação do conceito requer a construção de uma rede de situações, em que o “novo” se apresenta revestido de situações já vivenciadas e articuladas longe de um contexto isolado assim, devemos observar ainda que a formação de um conceito não acontece através de um único tipo de situação, da mesma forma como uma única situação, geralmente, envolve uma diversidade de conceitos.

Duval(2003) defende que podemos conjecturar o seguinte : "*a compreensão em matemática supõe a coordenação de ao menos dois registros de representações semióticas*". E define dois tipos destas representações: tratamento (permanecendo no mesmo sistema) e conversão (mudando de sistema, mas conservando a referência aos mesmos objetos).

Comparativamente se faz a dialética de:

### CONCEITO X DEFINIÇÃO

Se conceituar é uma atividade de compreensão do objeto em estudo e da criação subjetiva de significados pelo estudante, definir é manipular símbolos, registros, sinais da linguagem específica da área de conhecimento, na qual está imersa o objeto, o conceito em tratamento.

### **3. O Ensino de Cálculo em cursos de Engenharia na perspectiva de professores de Matemática e disciplinas específicas dos cursos de Engenharia.**

#### **3.1 Metodologia Adotada**

A metodologia de pesquisa buscou, principalmente, seus parâmetros na didática da Matemática sob influência francesa, que direcionou sua obra na análise e indagação do funcionamento específico da formação dos conceitos matemáticos, com perguntas do tipo:

- É possível planejar uma atividade de ensino, envolvendo um único conceito matemático?
- Quais são os elementos precedentes que entram na síntese cognitiva de um novo conceito? Pais (2001)

Também se referenciou em outro francês, Raymond Duval, tomando os parâmetros das transformações de representações semióticas definidas a seguir:

- Os tratamentos são transformações de representações dentro de um mesmo registro: por exemplo, efetuar um cálculo ficando estritamente no mesmo sistema de escrita ou de representação dos números: resolver uma equação ou um sistema de equações; completar uma figura segundo critérios de conexidade e de simetria.
- As conversões são transformações de representações que consistem em mudar de registros conversando os mesmos objetos denotados: por exemplo, passar da escrita algébrica de uma equação à sua representação física. Duval (2003).

Principalmente as “conversões” foram as mais observadas na pesquisa desenvolvida, quando se verificou o trabalho dos conceitos de Limite, Derivada e Integral passando do tratamento aritmético para o geométrico, com a representação gráfica, coerentemente com Duval (2003) que questiona "Como o aluno pode aprender a reconhecer um objeto matemático por meio de múltiplas representações que podem ser feitas em diferentes registros de representação?"

Os métodos usados foram observação de aula e entrevistas semi-estruturadas. A instituição pesquisada foi o CEFET-MG que oferta nove modalidades de cursos de Engenharia, sendo pesquisado dois desses. Foram estudados documentos(projeto político pedagógico, plano de ensino e cronograma das aulas) referentes a esses cursos.

#### **3.2 Observação de aula: Aulas de Cálculo I**

Foram observadas 40 horas/aula de Cálculo I, nos cursos de Engenharia de Computação e Engenharia de Produção Civil. A disciplina de Cálculo I pertence ao Eixo I

- Matemática; descrito no Projeto Político Pedagógico nos cursos investigados. Apresenta conceitos fundantes propostos no Plano de Ensino, único para todas as Engenharias. Cálculo I é pré-requisito para as disciplinas de Cálculo II e também alicerce para o desenvolvimento de conceitos em estudos futuros, seja nas disciplinas de Física, seja nas disciplinas específicas profissionalizantes.

Foram pesquisadas duas professoras, aqui nomeadas A e B, que possuem Bacharelado e Mestrado em Matemática. Uma delas terminou no final de 2009 a formação docente oferecida pelo CEFET-MG, no Programa Especial de Formação de Docentes.

### 3.3 Abordagem conceitual de limite de uma função

O Plano de Ensino de Cálculo I contém na Unidade 2, o conteúdo de Limite e Continuidade, com previsão de 10 horas-aula.

Ambas as professoras iniciaram os estudos de conceito de Limite privilegiando a intuição.

Foi utilizada a função posição de um movimento de um corpo do tipo

$$S(t) = s_0 + V_0 t + \frac{a}{2} t^2 \quad (1)$$

com a sua interpretação gráfica.

Também foi utilizado o conceito de velocidade média com a construção de uma tabela com valores, num dado intervalo, isto é, taxa média de variação de uma função. Foram realizados os tratamentos algébricos e numéricos.

Após essa introdução conceitual, as professoras apresentaram a definição formal de limite de uma função com  $\varepsilon$  e  $\delta$ , usando o valor absoluto para representar a vizinhança do ponto, com dois a três exemplos.

Quando uma das professoras apresentou a definição formal usando uma função, foi interpelada por um aluno com a seguinte pergunta: “*Professora, é possível você construir o gráfico dessa função para ver se entendo melhor?*”. O estudante foi prontamente atendido.

Percebem-se aqui a importância e validade do tratamento geométrico nos estudos desenvolvidos, para um melhor entendimento dos conceitos trabalhados. Os próprios educandos se manifestaram quando faltou a representação geométrica, pois, o mesmo é um facilitador para uma melhor visualização e entendimento dos conceitos.

As professoras utilizaram, para uma melhor visualização da interpretação geométrica, o traçado de assíntotas horizontais, verticais e oblíquas para um melhor entendimento do

conceito de Limite, com o traçado do gráfico. Também foi dada ênfase ao levantamento de indeterminação com o tratamento algébrico e geométrico.

### **3.4 Abordagem conceitual de derivada de uma função**

O Plano de Ensino de Cálculo I contém na Unidade 3, o conteúdo de derivadas, com 14 horas-aula prevista para os estudos da mesma e, a Unidade 4, para os estudos das aplicações das derivadas, com previsão de 22 horas-aula.

O conceito de derivada foi introduzido, pelas professoras A e B, usando-se o tratamento gráfico paralelamente ao algébrico, com análise dos acréscimos para função e para variável independente, com a mesma abordagem do conceito de Limite, e também foi dada a definição formal de continuidade. Em seguida, foram introduzidas as várias notações de derivada, isto é, o “tratamento” segundo Duval (2003), um tipo de registro de representação semiótica.

Numa outra etapa, introduziu-se a existência da derivada trabalhando com as funções contínuas, e mostrou-se que nem todas as funções contínuas possuem derivada, sempre acompanhando os tratamentos algébrico e geométrico. Finalizando com vários exercícios essa etapa conceitual, foram introduzidas as regras de derivação.

As duas professoras não utilizaram tabelas numéricas para os valores da variável independente e da função, para um melhor entendimento do conceito de derivada como limite da razão incremental.

Comparando as aulas de limite e derivada, do ponto de vista conceitual, pode-se constatar que houve interpretações, a partir de análises feitas com as construções de gráficos e também com os estudos na álgebra. Faltou a interpretação numérica, que poderia ter sido feita, por exemplo, com uma atividade investigativa junto aos educandos, para comparar o comportamento de  $\Delta x$  e  $\Delta y$ , o que ajudaria a entender e acompanhar melhor o desenvolvimento do processo e o consequente entendimento conceitual. Os livros de Cálculo analisados apresentam este tratamento numérico.

### **3.5 Abordagem conceitual de integral de uma função**

O Plano de Ensino de Cálculo I contém na Unidade 5, o conteúdo de Integrais Indefinidas, com 14 horas-aula prevista para os estudos da mesma e, a Unidade 6, para os

estudos das integrais definidas, com previsão de 18 horas-aula de trabalho.

Enquanto o Plano de Ensino propõe a abordagem dos conceitos para os estudos de limites e derivadas, antes do desenvolvimento das definições dos mesmos, para o estudo de integral, isso não ocorre.

Os cronogramas de ambas as professoras trazem a introdução de Integral pela definição da primitiva, ou anti-derivada, ou integral indefinida. Dessa forma, o tratamento dado a esse conceito foi apenas algébrico, inicialmente.

Ao introduzir o conceito de Integral definida, as professoras utilizaram a interpretação gráfica. Uma delas apresentou no Power point o problema: “Como encontrar a área de uma região R acima do intervalo  $[0,1]$  do eixo x e abaixo da curva  $y = 1 - x^2$ , no primeiro quadrante.

Esse exercício é apresentado no livro do George B.Thomas (2002).



Figura 1 – Representação geométrica do cálculo de área abaixo de uma curva.

Tabela 1: Estudo aritmético da superfície abaixo de uma curva.

Tabela: subintervalo	nº	Soma Inferior	Regra do ponto médio	Soma Superior
2		0,375	0,6875	0,875
4		0,53125	0,671875	0,78125
16		0,634765625	0,6669921875	0,697265625

### 3.6 Aulas de disciplinas específicas

A partir da análise da matriz curricular, buscaram-se as disciplinas científicas, que por sua natureza mais teórica, exigem uma maior matematização, de acordo com pesquisa de Laudares (2004), no livro “Disciplinas Matemáticas em Cursos Superiores”, o qual identificou a caracterização de disciplinas em alguns cursos superiores.

Assim foram selecionadas as disciplinas específicas: Transferência de Calor e Eletromagnetismo, das quais foram observadas 18 horas-aula, no trabalho de dois professores, aqui nomeados C e D, do curso de Engenharia Elétrica. A distribuição das aulas foi, segundo horário apresentado pela instituição, constituída de dois encontros semanais, cada um com duração de duas aulas de 50 minutos, geminadas.

Ambos os professores utilizam intensivamente a Matemática na apresentação e discussão dos conceitos tecnológicos. A prevalência é para o Cálculo Diferencial, com bastante ênfase, chegando às Equações Diferenciais. Os conceitos de acréscimos ou incrementos são fortemente utilizados e interpretados, sem o que não se teria o entendimento do conceito tecnológico.

É interessante notar que para a introdução do conceito, o mesmo utiliza alguns esquemas (esboços de componentes do fenômeno em estudo), como no exemplo a seguir:

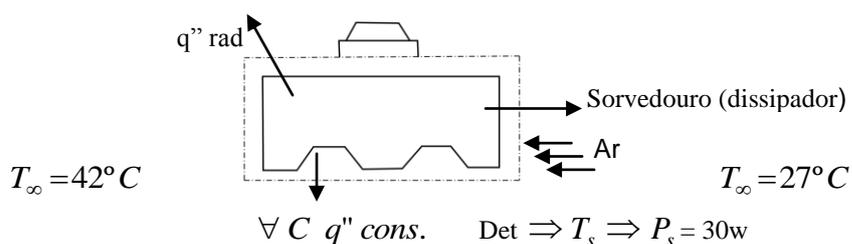


Figura 2 - Equipamento eletrônico de potência - representação feita nas aulas de disciplina específica.

A metodologia de aula dos professores C e D era diferenciada. O professor C desenvolveu com maior detalhe os cálculos. O professor D utilizou, em grande parte das aulas, apresentações no power point, com todo o conteúdo desenvolvido, o que poderia facilitar então uma interpretação mais detalhada dos conceitos tecnológicos e também explorar um pouco mais o tempo da aula, uma vez que todos os registros eram enviados virtualmente para os alunos, o que não ocorreu. A utilização desse recurso possibilitaria uma interação maior com os educandos, interpretações mais detalhadas dos fenômenos físicos e também da parte Matemática.

Faltou uma interpretação mais detalhada do modelo matemático que representa a “lei física”. Muitas vezes apesar de detalhar os cálculos, não se notou uma análise do conceito matemático utilizado. Os estudantes não compreendiam, pelas perguntas formuladas ao professor, o uso do modelo matemático, que era já apresentado, isto é, não se fazia o processo de modelagem. O tratamento, apesar de rigoroso matematicamente, se limitou ao operacional.

O professor C desenvolvia os cálculos no quadro durante as aulas, nas resoluções de problemas propostos, além das interpretações. Várias ilustrações eram utilizadas mostrando, ora vetores, ora elementos de integração, no cálculo de uma integral dupla ou tripla.

Os conceitos de Matemática utilizados foram da Matemática Superior, tais como,

gradiente, divergente, rotacional, equações diferenciais, integrais duplas e triplas, mas com a prevalência de equações diferenciais.

## 4 Entrevistas

As entrevistas foram semi-estruturadas e são complementos da observação das aulas, para conhecimento do planejamento da aula ou das atividades desenvolvidas quanto ao livro-texto, a utilização de materiais didáticos em geral.

Os professores, sujeitos entrevistados, foram os mesmos das aulas observadas, e mais um terceiro professor de disciplina específica que se prontificou a conceder a entrevista para a pesquisadora, mesmo não tendo suas aulas observadas.

### 4.1 Professoras de Cálculo I

#### Conceitos x Cálculos operacionais

Para a professora A o trabalho com os conceitos é mais importante. Ela dedicou um tempo maior para as representações gráfica, para os estudos de limite, e um tempo menor para a demonstração formal. Desenvolveu análise nos estudos gráficos passo a passo. Para o Teorema do valor médio disse: "Oh! Lembra daquele colorário..?!?! A teoria está ali...não vou cobrar demonstração...mas olha aqui, o que é isso? Vai lá, demonstra e usa [...]".

Já a professora B afirmou buscar um meio termo.

Coloco questão teórica em prova, questão de cálculo mesmo. É importante, principalmente por ser em Engenharia, que eles façam um pouco de Cálculo, que eles tenham um pouco do manuseio do Cálculo em si. Eu acho que eu poderia / deveria cobrar mais o conceitual do que os exercícios mesmos, o operacional. Só que os alunos, a forma que se estuda Matemática desde o começo, é mais operacional do que conceitual.

Nas representações gráficas, a professora B afirmou ser importante, para que os estudantes percebam “o que aquilo está representando”, pois irá facilitar a entender os resultados, a luz dos teoremas estudados.

Observo que é onde os alunos tem mais dificuldades. É o entendimento geométrico. Quando você vai pensar em volume. Dado uma região, rodar o sólido de rotação para calcular o volume, para eles enxergarem, descobrirem que método vai usar, e vê qual vai ser a cara do sólido que se vai obter.

Ela observou que quando os alunos começam a usar a calculadora, eles não questionam os dados:

Tem que ensinar antes mesmo...olha, cuidado, você está achando uma coisa que é inviável...seno de alguma coisa igual a 1,35?! Como, se ele varia de -1 até 1 ?!  
[...] Acho que é importante o estudo das funções seno e cosseno. Tem aplicação na Engenharia. Eles tem que saber que elas são limitadas. Uso o teorema do confronto.

A professora B quando tratou a função contínua usou o pensamento geométrico pela visualização para um melhor entendimento dos educandos,

Sim, para continuidade é fundamental agente pensar em Limite lateral porque realmente aí, vemos contra exemplos: -Ah, isso aqui é uma função contínua? Muitas vezes eu pergunto o que é para ver o que eles vão dizer. Aí vou pro quadro: gráfico tal...essa função é contínua? Por que? A partir da visualização levo os alunos a perceber o que eles estavam definindo como contínua. Aí vai pensar nos Limites. Essa introdução é feita mais graficamente mesmo do que pensando em números.

A professora A, nos estudos de limites laterais, introduziu a noção de continuidade, concomitantemente, ao relacionar graficamente, numericamente e algebricamente, o desenvolvimento do processo, em um diálogo constante com os alunos.

O que é continuidade? A função para ser contínua ela tem que existir no ponto. E você estuda ponto a ponto. Você começa ensinando geometricamente, depois você extrapola...e qual é o domínio da função? O “Thomas” coloca isso né..?! Tem que existir Limite. E os valores tem que ser iguais... que é o passo a passo para verificar a continuidade.

Percebe-se uma recursividade evidente no trabalho da professora, ao tratar os conceitos de forma relacional. A professora A afirmou apresentar o conceito de derivada praticamente junto ao de Limite, relacionando o conceito físico da velocidade com o conceito de Derivada.

#### **4.2 Professores de disciplinas específicas**

A formação acadêmica dos professores entrevistados é basicamente a mesma. Possuem graduação, mestrado e Doutorado em Engenharia, e um professor possui pós-doutorado também em Engenharia. Esses professores ministram aulas para os cursos de Engenharia Mecânica e Engenharia Elétrica e esses cursos possuem partes do programa, na disciplina de Transferência de Calor, que são comuns. Por esse motivo, durante o diálogo estabelecido com esses professores, foi ressaltado por eles uma maior ou menor importância de conceitos trabalhados em determinados cursos. Foi esclarecido a eles que a pesquisa não se restringe a um curso determinado e sim, a cursos de Engenharia.

#### **Matemática no currículo da Engenharia**

Um dos professores entrevistados afirmou que sua disciplina é muito importante para o curso de Engenharia Mecânica. É uma das disciplinas fundamentais.

A carga horária é maior. A Elétrica tem 4 horas/aula por semana, a mecânica está passando para 6 horas/aula por semana. Inclusive no novo currículo da Elétrica essa matéria não existe mais. Ela foi emergida com Mecânica dos Fluidos e é dada como Fenômeno dos Transportes, seria uma parte de Mecânica dos Fluidos e uma parte de Transferência de Calor, no currículo que está sendo implementado.(professor C)

Segundo o professor C, “a disciplina Transferência de Calor está para a Engenharia Mecânica assim como o Eletromagnetismo está para a Engenharia Elétrica.”

### **Abordagem dos conceitos com a Matemática**

Segundo o professor E (aquele que não teve aula observada), “há uma Matemática pesada, uma Matemática robusta, que fundamenta os estudos de sua disciplina”.

Os professores declaram não se preocupar com os cálculos. Preocupam-se em dar ênfase às análises necessárias ao desenvolvimento dos problemas propostos.

[...] E às vezes o que a gente tem de passar para o aluno é a capacidade crítica de ele enxergar de onde está vindo, alguém programou aquilo lá. Alguém fez. A ideia do Engenheiro, que diferencia de um técnico, é a capacidade de extrapolar aquilo que vê. (professor C)

### **Entendimento dos conceitos de limite, derivada e integral**

Para os conceitos de limite, “utiliza-se quando tem uma divisão, quando a equação é por série, ou número muito grande, a gente usa bastante (professor E)”.

“Ah, e se esse número tender para o infinito, o que você entende com essa equação?”

“Ah, a troca de calor vai subir muito [...]” (professor C)

O professor C afirmou que a disciplina não proporciona tanta matemática direta, somente algumas deduções básicas. “No caso das aletas, para eu chegar na derivada, é uma questão de Limite, você vai diminuindo o intervalo  $\Delta x$  para tender a zero. É o limite da derivada”.

E afirmou lembrar aos alunos a importância de estudos já vivenciados no curso,

“Eu procuro, toda vez que aparece, fazê-los lembrar...isso aqui vocês viram lá...quem precisar de maiores informações é só pegar o livro de Cálculo. O aluno que sentir dificuldade tem que estudar pra lembrar...se não você não consegue avançar [...]”

A utilização do conceito de derivada é frequente, afirmaram os professores. "A equação de condução é uma equação baseada na equação diferencial parcial, então acaba caindo na derivada e precisa saber resolver a derivada". (professor E)

O conceito de Integral foi mais utilizado pelo professor D, como afirmado anteriormente. Na disciplina dos professores C e E, a frequência é menor.

O professor C relatou também a importância de um ensino com significado, impregnado de sentido, no entendimento do que está sendo ensinado e conseqüentemente naquilo que se aprende.

“Eu reclamei muito quando fiz Cálculo. Hoje eu vejo que isso me ajuda muito. Também fiz álgebra linear, que no fim das contas é Cálculo. E eu não sabia pra quê aquilo tudo, pra quê que eu vou usar isso. Onde vai aplicar espaço  $R^n$  ...”

## 5 Considerações finais

Para finalizar levanta-se a questão principal da pesquisa: "Como é a abordagem dos conceitos de limite, derivada e integral em cursos de Engenharia".

Buscou-se um dos referenciais teóricos em Duval (2003) sobre registros de representações semióticas. Foi constatado que tanto os autores de livros de Cálculo, como os professores de Matemática e disciplinas específicas dos cursos de Engenharia, utilizaram o que este mesmo autor denomina de “conversões”, as quais consistem em transformações de representações com mudança de registros.

Na pesquisa, estas “conversões” aconteceram na elaboração conceitual passando-se da abordagem algébrica, para a gráfica (geométrica); e para a numérica, esta última com a utilização da tabela de valores.

Outro referencial teórico, Pais (2001) enfatiza que a formação do conceito não acontece através de um único tipo de situação, daí a necessidade de uma grande exploração das interpretações gráficas, como exploração geométrica; ou ainda a elaboração de tabela de valores, com a exploração da aritmética; o que ocorreu em determinadas situações das aulas observadas.

O atingir do significado, uma conquista subjetiva do estudante, só virá, segundo Pais (2001), se houver a realização da síntese, um procedimento racional criativo, o que se notou na pesquisa com as mudanças de registros.

Notou-se a intenção e a tendência dos professores de Matemática em chegar rápido ao cálculo algébrico. Assim, se privilegiam mais a definição formal e os cálculos operacionais. A motivação conceitual ficou mais no campo de uma propedêutica da definição e do algebrismo.

Os professores das disciplinas específicas se satisfizeram em mostrar a estruturação

algébrica dos conceitos tecnológicos, sem uma intensiva e demorada interpretação da Matemática, com o objetivo de desvelar o qualitativo, seja explícito ou implícito nas várias transformações algébricas.

Em suma, quanto aos professores de Cálculo investigados, notou-se que faltou um equilíbrio da abordagem conceitual e do algebrismo na sua prática, favorecendo mais este último. Já quanto aos professores de disciplinas específicas, notou-se que foi reduzida a abordagem qualitativa dos conceitos tecnológicos, devido a uma falta de interpretação dos conceitos matemáticos que modelam a tecnologia. Esses professores também fizeram muito uso do cálculo operacional.

## Referências

DUVAL, Raymond. **Registros de representações semióticas e funcionamento cognitivo da compreensão em matemática**. In: MACHADO, Silvia Dias Alcântara (Org.). *Aprendizagem em matemática: registro de representação semiótica*. São Paulo: Papirus, 2003.

HUETE, J. C. Sánchez, Bravo, J. A. Fernández. **O ensino da matemática: fundamentos teóricos e bases psicopedagógicas**. Porto Alegre: ARTMED, 2006.

LAUDARES, João Bosco.(1987) **Educação Matemática**. Belo Horizonte: Editora CEFET-MG.

LAUDARES, João Bosco. **A Matemática e a Estatística nos cursos de graduação da área tecnológica e gerencial: um estudo de caso da PUC-Minas**. In: CURY, Helena Noronha. (Org.). *Disciplinas matemáticas em cursos superiores: reflexões, relatos, propostas*. Porto Alegre: EDIPUCRS,2004. p. 293-349.

PAIS, Luiz Carlos. **Didática da matemática: uma análise da influência francesa**. Belo Horizonte: Autêntica, 2001. 127 p, il.

THOMAS, George B., FINNEY, Ross L., WEIR, Maurice D., GIORDANO, Frank R. **Cálculo**. São Paulo: Addison Wesley, 2002. 660 p, il.

VAZ, Iêda do Carmo. CENTRO FEDERAL DE EDUCAÇÃO TECNOLÓGICA DE MINAS GERAIS. **Os conceitos de Limite, Derivada e Integral em livros didáticos de Cálculo e na perspectiva de professores de Matemática e de disciplinas específicas em cursos de Engenharia**, 2010. 175p, il. Dissertação (Mestrado).