

## SEQUÊNCIA DIDÁTICA PARA O ESTUDO DAS CÔNICAS COM O AUXÍLIO DO SOFTWARE GEOGEBRA.

*Autora: Sandra Pereira Lopes*

*Instituição: Pontifícia Universidade Católica - SP*

*E-mail: sandraplopes2004@ig.com.br*

### **Resumo:**

Neste trabalho apresentamos parte da pesquisa realizada sobre as Cônicas: Parábola, Elipse e Hipérbole. O estudo iniciou a partir do levantamento de pesquisas que tratam sobre as Cônicas. O resultado desse estudo contribuiu para nortear a elaboração de algumas questões sob alguns aspectos: perceber a importância histórica das Cônicas, definir os sujeitos de pesquisa e a necessidade de um trabalho por meio de situações-problemas ou sequências de ensino priorizando o estudo geométrico das cônicas. Nesse sentido, as questões elaboradas foram: Dentre os fatores que fazem com que as Cônicas sejam trabalhadas apenas um tipo de tratamento, neste caso o tratamento analítico no Ensino Médio, um deles pode ser a forma como as Cônicas são abordadas nos livros didáticos? As Cônicas são abordadas no ensino médio de forma que o aluno construa os conceitos, caracterize as Cônicas como lugar geométrico, estabeleça relações entre as definições e tenha autonomia para traçar estratégias de resolução das atividades? Para responder essas questões, a metodologia utilizada para esse trabalho tem pressupostos da Engenharia Didática, desenvolvida na escola francesa de Didática da Matemática e o objetivo dessa pesquisa é analisar e validar os resultados de uma sequência didática construída de acordo com a Teoria das Situações Didáticas e a Teoria de Registro de Representação Semiótica.

**Palavras-chave:** Cônicas, lugar geométrico, sequência didática.

### **1. Introdução**

Este trabalho é parte de uma pesquisa em andamento, que priorizou iniciar os estudos realizando um levantamento de pesquisas que tratam sobre às Cônicas.

Durante o levantamento das pesquisas nos aprofundamos na leitura de alguns trabalhos, dentre eles destacamos, Lima (1999) “Resolução de Equações de terceiro grau através de cônicas”, Neto (2008) “Tradução Comentada da Obra "Novos Elementos das Seções Cônicas" (Philippe de La Hire – 1679) e sua Relevância para o Ensino de Matemática”. E por fim, o trabalho de Silva (2011) "Secções Cônicas: atividades com Geometria Dinâmica com base no Currículo do Estado de São Paulo". Estes trabalhos

apontaram contribuições para nossa pesquisa nos seguintes aspectos: perceber a importância histórica das Cônicas, definir os sujeitos de pesquisa e a necessidade de um trabalho por meio de situações-problemas ou sequências de ensino priorizando o estudo geométrico das cônicas.

A partir das contribuições acima citadas foi possível elaborar algumas questões que acreditamos serem relevantes para nosso estudo: Dentre os fatores que fazem com que as Cônicas sejam trabalhadas apenas um tipo de tratamento, neste caso o tratamento analítico no Ensino Médio, um deles pode ser a forma como as Cônicas são abordadas nos livros didáticos? O tema Cônicas é abordado no ensino médio de forma que o aluno construa os conceitos, caracterize as Cônicas como lugar geométrico, estabeleça relações entre as definições e tenha autonomia para traçar estratégias de resolução das atividades ?

Para responder essas questões, optamos em desenvolver um estudo tendo como sujeitos de pesquisa, alunos do terceiro ano do ensino Médio e a elaboração de uma sequência didática abordando as Cônicas: Parábola, Elipse e Hipérbole por meio de atividades que propiciam a utilização de diferentes registros de representação no quadro analítico e geométrico. Além disso, utilizaremos como recurso didático um *software* de Geometria Dinâmica Geogebra.

O referencial teórico para o desenvolvimento do trabalho encontra-se na Didática Francesa. A Teoria das Situações Didáticas de Guy Brousseau que observa e decompõe o processo de aprendizagem para analisá-lo em quatro fases diferentes e interligadas onde se observa tempos dominantes de ação, de formulação, de validação e de institucionalização. Essa teoria apoiará a aplicação da sequência de ensino. A Teoria de Registros de Representação Semiótica de Raymond Duval apoiando a elaboração da sequência de ensino.

Nesse sentido, pretendemos responder ao seguinte problema de pesquisa: o uso de uma sequência didática que considera o tratamento, a conversão e a coordenação de diferentes registros de representação semiótica da Parábola, Elipse, Hipérbole contribui para a apreensão do objeto matemático?

### **1.1 Justificativa**

As escolas públicas recebem livros didáticos que são aprovados pela equipe técnica do Programa Nacional do Livro para o Ensino Médio e, atualmente no Estado de São Paulo o professor recebe um material de apoio “Caderno do professor” e “Caderno aluno” desenvolvido pela equipe técnica da Secretaria de Educação do Estado de São Paulo.

No currículo do 3º ano do Ensino Médio, proposto pela Secretaria de Educação do Estado de São Paulo, são propostas atividades para o ensino de Seções Cônicas. Analisando essa proposta no Caderno do aluno e alguns livros didáticos disponíveis na escola, observamos que os dois materiais fazem apenas uma abordagem analítica, ou seja, um estudo centrado especificamente no registro algébrico e gráfico, ou seja, o atual estudo prioriza expressões algébricas, coordenadas e gráficos cartesianos em detrimento de conceitos geométricos que definiram as cônicas: Parábola, Hipérbole e Elipse, o que reforça a valorização da álgebra em detrimento da geometria.

Nesse sentido, esse trabalho de pesquisa é relevante para o ensino da matemática, pois visa por meio de uma sequência didática estruturar atividades que valorize a articulação de conhecimentos da Geometria Plana e Geometria Analítica possíveis no estudo das Cônicas.

## **1.2 Objetivo**

Este trabalho tem como objetivo geral analisar e validar os resultados de uma sequência didática construída de acordo com a Teoria das Situações Didáticas e a Teoria de Registro de Representação Semiótica.

O objetivo específico é elaborar uma sequência didática que priorize a investigação do lugar geométrico das cônicas, a equação reduzida (Parábola, Elipse e Hipérbole) a partir de sua equação geral e a realização das conversões de representações algébricas para gráfica e vice-versa.

## **1.3 Metodologia**

A Metodologia utilizada para esse trabalho tem pressupostos da Engenharia Didática proposta por Artigue (1988), desenvolvida na escola francesa de Didática da Matemática.

Segundo Almouloud (2007, p. 171) “[...] a engenharia didática pode ser utilizada em pesquisas que estudam os processos de ensino e aprendizagem de um dado objeto matemático [...]”. Para tanto a engenharia didática é caracterizada por um esquema experimental que segundo Almouloud (2007) com base em “realizações didáticas” em sala de aula.

A engenharia didática possibilita investigar aspectos dos processos de aprendizagem de matemática, interessando-se pela concepção, realização, observação e análise de sequências de ensino. Caracteriza-se ainda pela forma de validação que consiste no confronto

entre a análise *a priori*, que se apoia no referencial teórico, e a análise *a posteriori* baseada nos resultados de experimentação.

Segundo Machado (1999, p.200), “torna-se importante ressaltar que a singularidade da engenharia didática não repousa sobre seus objetivos, mas sobre suas características de funcionamento metodológico”

As diferentes fases da metodologia da engenharia didáticas caracterizadas por Artigue (1988, apud ALMOULOU, 2007, p.172 a 174 ):

- Análise Prévia

Um dos objetivos das análises prévias é identificar os problemas de ensino e aprendizagem do objeto de estudo e delinear de modo fundamentado as questões, as hipóteses, os fundamentos teóricos e metodológicos da pesquisa. Além disso, o estudo da organização matemática, análise da organização didática do objeto matemático escolhido e definição das questões de pesquisa.

- Construção das situações e análise *a priori*

Esta fase tem a finalidade de responder as questões e validar as hipóteses levantadas na fase anterior. O papel do pesquisador é elaborar e analisar uma sequência de situações com questões abertas ou fechadas envolvendo um campo de problemas colocados em um ou vários domínios de saber e de conhecimentos.

- Experimentação, análise *a posteriori* e validação.

Esta fase segundo Almouloud (2007, p. 174) da “[...] experimentação é o momento de colocar em funcionamento todo o dispositivo construído com a possibilidade de realizar modificações [...]. Segundo o autor é possível por meio das análises locais do desenvolvimento experimental identificar as necessidades de alterações. O que poderá implicar no retorno à análise *a priori*, um processo de complementação.

A análise *a posteriori* de uma sessão segundo Almouloud (2007, p.174) “[...] é o conjunto de resultados que se pode tirar da exploração dos dados recolhidos e que contribui para a melhoria dos conhecimentos didáticos [...]”. A análise *a posteriori* depende das ferramentas técnicas, ou seja, dos materiais didáticos ou teóricas como a teoria das situações, contrato didático, etc. Nesse sentido, as ferramentas técnicas e teóricas são utilizadas para coletarem os dados que permitirão a construção dos protocolos de pesquisa. Os protocolos serão analisados pelo pesquisador e as informações daí resultantes serão confrontadas com a análise *a priori* realizada. O objetivo é relacionar as observações com os objetivos definidos *a priori* e estimar a reprodutividade e a regularidade dos fenômenos didáticos identificados.

## 2. Pressupostos Teóricos

### 2.1 Teoria das Situações Didáticas

A teoria das situações didáticas foi elaborada por Guy Brousseau com o objetivo de caracterizar um processo de aprendizagem e modelar o processo de ensino e aprendizagem dos conceitos matemáticos. Trata-se de uma referência para o processo de aprendizagem matemática em sala de aula envolvendo professor, aluno e conhecimento matemático, buscando realizar uma matemática mais significativa para o aluno.

Segundo Almouloud (2007, p.32) “O objeto central de estudo nessa teoria não é o sujeito cognitivo, mas a situação didática na qual são identificadas as interações estabelecidas entre professor, aluno e saber”.

Entende-se que uma situação didática é o conjunto das diferentes formas de apresentação do conteúdo matemático que possibilitam uma melhor definição do significado do conhecimento para o aluno. Elas podem ser planejadas adequadamente pelo professor, mesmo que o professor não forneça a resposta aos alunos, fazendo com que eles participem efetivamente da elaboração do conhecimento. A situação didática é formada pelas relações pedagógicas estabelecidas em sala de aula entre o professor, os alunos e o conhecimento matemático, com a finalidade de desenvolver atividades para o ensino e para a aprendizagem de um conteúdo específico.

Podemos verificar que a escolha de uma situação didática implica em considerar as possíveis posições de um sujeito na relação didática sendo necessário identificá-las e verificar como se articulam.

Segundo Almouloud (2007, p.36) “[...] a teoria das situações observa e decompõe [...]” o processo de aprendizagem para analisá-lo em quatro fases diferentes interligadas onde observa-se tempos dominantes de ação, de formulação, de validação e de institucionalização.

Segundo Almouloud (2007, p.37) podemos verificar que “[...] a Dialética da ação consiste em colocar o aprendiz numa situação, chamada situação de ação [...]”, isto é, nos momentos de tomada de decisão onde os saberes são utilizados com o objetivo de resolver os problemas; a Dialética de formulação “[...] o aluno troca informações com uma ou várias pessoas, que serão os emissores e receptores, trocando mensagens escritas ou orais [...]”, isto é, o conhecimento é explicitado e as estratégias usadas são apresentadas; a Dialética da validação “[...] o aprendiz deve mostrar a validade do modelo por ele criado, submetendo a mensagem matemática [...]”, isto é, a estratégia encontrada deve ser comprovada dentro do

contexto do problema; a Dialética da institucionalização “[...] situações da institucionalização foram então definidas como aquelas em que o professor fixa convencionalmente e explicitamente o estatuto cognitivo do saber [...]”, isto é, ocorre a validação dos saberes matemáticos envolvidos no processo.

A teoria das situações didáticas permite que o professor possa observar e analisar o impacto do ensino proposto sobre os saberes matemáticos aos alunos identificando as variáveis didáticas que possibilitaram ou não a construção do conhecimento do aluno.

## 2.2 Teoria de registro de representação semiótica

A noção de registro de representação semiótica é de cunho cognitivo e originou-se nos trabalhos do filósofo e psicólogo de formação Raymond Duval, surgindo em pesquisas relativas à aquisição da cultura matemática, à organização de situações referentes à aprendizagem desse conhecimento e a problemas relacionados com essa aprendizagem.

Para Duval (1988), os objetos matemáticos são abstratos. Logo, para se tratar com eles e para se falar deles, ou seja, para que se estabeleça a comunicação em Matemática, é necessário usar representações através de símbolos, signos, códigos, tabelas, gráficos, algoritmos, imagens e etc., isto é, *representações semióticas*<sup>1</sup>.

Especificamente em Matemática, as representações semióticas segundo Duval (2003, p.14) são classificadas nos seguintes registros: linguagem natural (oralmente ou por escrito), sistemas de escritas (numéricos e algébricos), figuras geométricas planas ou em perspectiva e grafos cartesianos. Para que aconteça a compreensão em Matemática, é necessário o domínio e a coordenação de pelo menos dois registros.

Segundo Duval (1999, apud ALMOULOU, 2007, p.71) diz ser [...] Um registro de representação é um sistema semiótico que tem as funções cognitivas fundamentais no funcionamento cognitivo consciente [...]. Nesse sentido, as representações ajudam na compreensão dos objetos matemáticos e cada um dos registros mobilizam conhecimentos diversos.

Os Sistemas Semióticos são compostos por Registros de Representação e Códigos, para cada um deles podemos verificar as funções cognitivas e o nível de funcionamento. Os Registros de Representação tem como função cognitiva a Comunicação e Objetivação e Tratamento, no nível de funcionamento - consciente. Os Códigos têm a função cognitiva de

---

<sup>1</sup>Representações Semióticas são produções constituídas pelo emprego de signos pertencentes a um sistema de representação os quais têm suas dificuldades próprias de significado e de funcionamento. (DUVAL, 1993, p.39 apud DAMM 1999, p.143).

Transmissão ou Signo detonador ou Colocação em memória ou Categorização (dados) no nível de funcionamento não consciente. De modo geral, todo conhecimento implica necessariamente a mobilização desses dois níveis.

Segundo Almouloud (2007, p. 71) verificamos que “[...] os códigos têm em comum a característica de não permitir determinar ou representar diretamente um conteúdo de conhecimento [...]”. A noção de registro segundo Almouloud (2007, p. 72) “[...] permite salientar a importância da mudança de registro e considerar a necessidade de uma coordenação de registros [...]”.

A compreensão em Matemática se dá quando os registros mobilizados na conversão são perfeitamente articulados. Por vezes, no entanto, ocorre o fenômeno de *não-congruência*: quando o registro da representação de partida não é suficientemente transparente em relação ao registro de chegada. Duval (1999, apud ALMOULOU, 2007, p. 74) “[...] destaca que a congruência ou a não congruência entre registros é o que determina o caráter natural ou “arbitrário” de uma conversão [...]”.

A importância da compreensão e diferenciação entre *tratamento e conversão* implica na compreensão análise cognitiva em investigação em didática da matemática.

Nesse sentido, a importância didática por meio de uma abordagem em termos de registros deve descartar toda solução pedagógica ou didática que tenderia a privilegiar um registro em detrimento de outro, pois cada registro tem seus problemas específicos de aprendizagem, além disso, toda mudança de registro implica um trabalho de coordenação de registros e as variáveis cognitivas conduzem a microanálises em nível de uma visão muito mais global que uma análise clássica do processo de ensino e da aprendizagem.

### **3. Considerações Finais**

O presente trabalho apresenta um relato de pesquisa sobre alguns aspectos relevantes para a etapa inicial da elaboração da dissertação. Não foi possível apresentar nenhum resultado sobre aplicação de instrumentos, uma vez que nessa etapa ainda não foi elaborada a sequência didática. A próxima etapa é a construção da sequência didática, conforme enunciada na metodologia e a escrita dos capítulos do trabalho.

### **4. Agradecimentos**

A CAPES, pela bolsa de estudos que permitiu dedicação para a elaboração desse trabalho.

## Referências

ALMOULOU, Saddo. Almouloud. A. Fundamentos da didática da Matemática. Curitiba: Ed.UFPR, 2007.

BROUSSEAU, Guy.. Introdução ao estudo da teoria das situações didáticas: conteúdos e métodos de ensino. São Paulo: Ática, 2008.

DUVAL, Raymond. Registros de Representações Semióticas e Funcionamento Cognitivo da Compreensão em Matemática. In: MACHADO, Silvia D. A. Aprendizagem em Matemática: Registros de Representação Semiótica. Campinas: Editora Papirus, 2003, p.11-34.

NETO, Francisco Quaranta. Tradução Comentada da Obra "Novos Elementos das Seções Cônicas" (Philippe de La Hire – 1679) e sua Relevância para o Ensino de Matemática. 2008. Dissertação (Mestrado) – Universidade Federal do Rio de Janeiro – Ensino de Matemática.

LIMA, Rosana Nogueira. Resolução de equações de terceiro grau através de cônicas. 1999. Dissertação (Mestrado) – Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática, São Paulo.

MACHADO, Silvia Dias Alcântara. Engenharia Didática. In: Educação Matemática: uma introdução. São Paulo: EDUC, 1999. p. 197-208.

SILVA, Marcelo Balduino. Seções Cônicas: atividades com Geometria Dinâmica com base no Currículo do Estado de São Paulo. 2011. Dissertação (Mestrado) Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática, São Paulo.