

RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS DO CAMPO ADITIVO: UM ESTUDO SOBRE DADOS QUANTITATIVOS DE UMA PESQUISA

José Fernando Fernandes Pereira
Universidade Cruzeiro do Sul
jnandopereira@gmail.com

Resumo:

O presente texto tem por objetivo identificar saberes e dificuldades apresentados por alunos de uma escola pública da rede estadual da cidade de São Paulo, durante a resolução de problemas do campo aditivo. Os problemas propostos envolvem as relações de base expressas na Teoria dos Campos Conceituais de Gérard Vergnaud, ajustados para o ano pesquisado e buscando estabelecer quais são os principais dificultadores na resolução dos problemas no que refere à ideia envolvida e à localização do termo desconhecido. Como pesquisa documental, a partir dos protocolos dos alunos, os dados foram categorizados com o propósito de investigar as principais dificuldades na identificação da operação que resolve o problema. Algumas situações apresentam-se como desafiadoras e suas causas são abordadas com base no referencial teórico utilizado.

Palavras-chave: Teoria dos Campos Conceituais; Resolução de Problemas; Congruência Semântica.

1. Introdução

Participo das reuniões do Projeto “Prova Brasil de Matemática: revelações, possibilidades de avanços nos saberes de alunos de 4ª série/5º ano e indicativos para a formação de professores” como bolsista CAPES e tenho meu trabalho de pesquisa enraizado nas discussões promovidas pela abordagem teórica de conceitos e pela criação de sequências de problemas que permitiram identificar saberes e dificuldades que os alunos de 5º ano revelam, quando resolvem problemas do Campo Aditivo.

O texto para esta mesa redonda é fruto dos estudos realizados para escrever minha dissertação de mestrado e apresenta apenas a análise das respostas dadas pelos alunos no que refere à identificação (ou não) da operação que resolve o problema. A análise relativa aos procedimentos por eles desenvolvidos, apesar de não ser objeto deste texto, é parte integrante da dissertação.

2. Contextualização

Dentre as seis escolas participantes do Projeto, a escolhida foi a que envolvia a maior quantidade (seis) de salas de 5º ano, permitindo um considerável espaço amostral (189 alunos) para análise.

É uma escola pública da rede estadual, na cidade de São Paulo, com duas professoras de 5º ano envolvidas no Projeto e que se disponibilizaram a mobilizar as colegas das outras salas a participarem da pesquisa.

As questões divulgadas pelo Saeb¹, relativas ao campo aditivo, foram analisadas pelo grupo e, em seguida, levadas para a escola, pelas professoras, para serem utilizadas como pesquisa. Posteriormente, no grupo, foram elaboradas sequências de problemas que envolvessem as mesmas habilidades, para que fossem resolvidas pelos alunos.

A cada reunião foi desenvolvida uma sequência de problemas relativos às relações de base do campo aditivo, segundo a Teoria dos Campos Conceituais de Gérard Vergnaud². Essas sequências foram ajustadas, após negociação, em relação ao contexto, à forma final de escrita do enunciado e, principalmente, à ordem de grandeza dos números.

3. Metodologia de pesquisa

Trata-se de uma pesquisa documental, pois nossa busca é feita em documentos primários, ou seja, que não receberam tratamento científico anterior a sua utilização na pesquisa em questão (OLIVEIRA, 2012, p. 70).

Os documentos (protocolos dos alunos) foram categorizados, segundo a identificação (ou não) da operação que resolvia o problema, da seguinte forma:

- Identificaram a operação que resolve o problema;
- Não identificaram a operação que resolve o problema;
- Não resolveram;
- Apenas colocaram a resposta.

Esses dados quantitativos são o objeto de estudo para este texto.

¹ Sistema de Avaliação da Educação Básica.

² Psicólogo francês que teve Piaget como orientador em sua tese de doutorado.

4. O campo aditivo

Segundo Vergnaud, o campo conceitual das estruturas aditivas é o conjunto das situações cujo tratamento implica uma ou várias adições e subtrações, agregado ao conjunto dos conceitos e teoremas que permitem analisar tais situações como tarefas matemáticas e representado pelo conjunto dos símbolos que dão sentido ao tratamento da situação. O aluno deve construir a base para as relações com novas situações por meio dos domínios constituídos nas primeiras situações enfrentadas.

Vergnaud classifica as seguintes relações de base, na estrutura aditiva:

- Composição de duas medidas em uma terceira;
- Transformação (quantificada) de uma medida inicial em uma medida final;
- Relação (quantificada) de comparação entre duas medidas;
- Composição de duas transformações;
- Transformação de uma relação;
- Composição de duas relações.

A seguir apresentamos uma forma sucinta de reconhecer as relações aditivas de base, expressas por Vergnaud.

A ideia de composição está relacionada ao espaço e acontece no mesmo ambiente. Já a ideia de transformação está relacionada ao tempo de modo que, a partir de uma situação, ocorre uma ação que a transforma em uma nova situação. A ideia de comparação está associada à quantidade, ou seja, quanto a mais ou a menos uma medida tem em relação à outra. A ideia de composição de duas transformações está, também, relacionada com o tempo (não necessariamente dois tempos distintos) de forma que, a partir de uma situação, ocorre uma ação que a transforma e, a seguir, uma nova ação que a transforma outra vez. No caso da composição de duas transformações pode ocorrer dos estados inicial e final não interessarem à resolução do problema. Isso se dá quando a pergunta do problema refere-se a uma das transformações ou à composição das duas transformações.

A quinta categoria refere-se a uma transformação que opera sobre um estado relativo e a sexta categoria, à composição de dois estados relativos em um estado relativo, envolvendo subclasses mais numerosas e considerando as possibilidades que existem para o sinal do número e o valor absoluto (VERGNAUD, 2009, p. 222). Considerando que, na

fase escolar em que foi realizada a pesquisa, as crianças não conhecem os números inteiros, essas duas relações de base não foram utilizadas.

5. Apresentação dos dados da pesquisa por tipo de problema

Na sequência, apresentaremos os dados da pesquisa, tabulados segundo as categorias preestabelecidas, sequencialmente dispostas, conforme os problemas relativos às ideias classificadas por Vergnaud foram sendo aplicados.

5.1. Composição

5.1.1. Busca do Estado Final

Problema proposto: Numa festa de aniversário havia 1120 brigadeiros e 1285 beijinhos. Quantos doces havia nessa festa?

Tabela 1 - Dados quantitativos (estado final) - composição

Categorias	Frequência	Freq. Relativa
Identificaram a operação que resolve o problema	157	91,3%
Não identificaram a operação que resolve o problema	5	2,9%
Não resolveram	2	1,1%
Apenas colocaram a resposta	8	4,7%
Σ	172	100%

Fonte: Dados coletados pelo pesquisador

5.1.2. Busca do Estado Intermediário

Problema proposto: Na festa da Escola Pinguinho há 1250 doces, sendo 810 brigadeiros e os demais beijinhos. Quantos são os beijinhos?

Tabela 2 - Dados quantitativos (estado intermediário) - composição

Categorias	Frequência	Freq. Relativa
Identificaram a operação que resolve o problema	97	56,4%
Não identificaram a operação que resolve o problema	64	37,2%
Não resolveram	2	1,2%
Apenas colocaram a resposta	9	5,2%
Σ	172	100%

Fonte: Dados coletados pelo pesquisador

5.1.3. Busca do Estado Inicial

Problema proposto: Numa festa de casamento há alguns brigadeiros e 723 beijinhos. No total são 1335 doces. Quantos são os brigadeiros?

Tabela 3 - Dados quantitativos (estado inicial) - composição

Categorias	Frequência	Freq. Relativa
Identificaram a operação que resolve o problema	91	52,9%
Não identificaram a operação que resolve o problema	68	39,5%
Não resolveram	2	1,2%
Apenas colocaram a resposta	11	6,4%
Σ	172	100%

Fonte: Dados coletados pelo pesquisador

5.1.4 Considerações sobre a ideia de composição

Os dados da pesquisa mostram que as crianças não encontram dificuldade em resolver os problemas de composição, quando a busca é pelo estado final. Percebemos uma sensível diferença nos resultados da pesquisa, quando a busca é pelos estados intermediário ou inicial. As professoras relataram que não requerem, habitualmente, de seus alunos, que resolvam problemas onde a busca é pelo estado intermediário ou pelo estado inicial.

Segundo Magina et al (2008), os problemas de composição em que as duas partes do todo são dadas e é pedido que se encontre o todo (Tabela 1), constituem os primeiros

problemas que a criança domina, não apresentando dificuldade em resolvê-los, até antes dos seis anos, tornando-se a primeira representação de adição que ela forma. Sua solução é, em geral, associada ao processo de contagem.

Os problemas em que são dados o todo e uma das partes e é pedido que se encontre a outra parte (Tabela 2 e Tabela 3), constituem uma extensão do problema anterior, e sua solução envolve a operação subtração, desconstruindo a ideia de que a situação parte-todo está sempre relacionada com a operação adição. Algumas vezes é resolvido com o procedimento da complementação (ibidem).

5.2. Transformação positiva

5.2.1. Busca do Estado Final

Problema proposto: Marcos coleciona figurinhas. Ele tem 1538 figurinhas e ganhou 71 de seu tio. Com quantas figurinhas ele ficou?

Tabela 4 - Dados quantitativos (estado final) – transformação positiva

Categorias	Frequência	Freq. Relativa
Identificaram a operação que resolve o problema	164	86,8%
Não identificaram a operação que resolve o problema	8	4,2%
Não resolveram	2	1,1%
Apenas colocaram a resposta	15	7,9%
Σ	189	100%

Fonte: Dados coletados pelo pesquisador

5.2.2. Busca do Estado Intermediário (a transformação)

Problema proposto: Marcos tinha 1609 figurinhas. Ganhou algumas e ficou com 1651. Quantas figurinhas Marcos ganhou?

Tabela 5 - Dados quantitativos (estado intermediário) – transformação positiva

Categorias	Frequência	Freq. Relativa
Identificaram a operação que resolve o problema	112	59,3%
Não identificaram a operação que resolve o problema	56	29,6%
Não resolveram	1	0,5%
Apenas colocaram a resposta	20	10,6%
Σ	189	100%

Fonte: Dados coletados pelo pesquisador

5.2.3. Busca do Estado Inicial

Problema proposto: Marcos tinha algumas figurinhas. Ganhou 140 e ficou com 1724. Quantas figurinhas ele tinha inicialmente?

Tabela 6 - Dados quantitativos (estado inicial) – transformação positiva

Categorias	Frequência	Freq. Relativa
Identificaram a operação que resolve o problema	105	55,5%
Não identificaram a operação que resolve o problema	57	30,2%
Não resolveram	4	2,1%
Apenas colocaram a resposta	23	12,2%
Σ	189	100%

Fonte: Dados coletados pelo pesquisador

5.3. Transformação negativa

5.3.1. Busca do Estado Final

Problema proposto: Tiago coleciona figurinhas. Ele tinha 1550 figurinhas, mas perdeu 55. Quantas figurinhas Tiago tem agora?

Tabela 7 - Dados quantitativos (estado final) – transformação negativa

Categorias	Frequência	Freq. Relativa
Identificaram a operação que resolve o problema	144	76,2%
Não identificaram a operação que resolve o problema	24	12,7%
Não resolveram	2	1,1%
Apenas colocaram a resposta	19	10,0%
Σ	189	100%

Fonte: Dados coletados pelo pesquisador

5.3.2. Busca do Estado Intermediário (a transformação)

Problema proposto: Tiago tinha 1605 figurinhas. Deu algumas para seu irmão e ficou com 1522. Quantas figurinhas ele deu para o irmão?

Tabela 8 - Dados quantitativos (estado intermediário) – transformação negativa

Categorias	Frequência	Freq. Relativa
Identificaram a operação que resolve o problema	140	74,1%
Não identificaram a operação que resolve o problema	28	14,8%
Não resolveram	4	2,1%
Apenas colocaram a resposta	17	9,0%
Σ	189	100%

Fonte: Dados coletados pelo pesquisador

5.3.3. Busca do Estado Inicial

Problema proposto: Tiago tinha algumas figurinhas. Perdeu 193 e ficou com 1401. Quantas figurinhas ele tinha inicialmente?

Tabela 9 - Dados quantitativos (estado inicial) – transformação negativa

Categorias	Frequência	Freq. Relativa
Identificaram a operação que resolve o problema	91	48,1%
Não identificaram a operação que resolve o problema	70	37,1%
Não resolveram	5	2,6%
Apenas colocaram a resposta	23	12,2%
Σ	189	100%

Fonte: Dados coletados pelo pesquisador

5.3.4. Considerações sobre a ideia de transformação

Os dados da pesquisa mostram que as crianças não encontram dificuldade em resolver os problemas de transformação, quando a busca é pelo estado final. Percebemos uma sensível diferença nos resultados da pesquisa, quando a busca é pelo estado intermediário (a transformação) ou pelo estado inicial.

A influência da congruência semântica é claramente observada nos problemas em que se procura o valor intermediário (a transformação), como mostram a Tabela 5 e a Tabela 8. A Tabela 5 representa um problema em que há “ganho de figurinhas” e a operação que resolve o problema é uma subtração e indica apenas 59,3% dos alunos identificando a operação. A tabela 8 representa um problema em que há “perda de figurinhas” e a operação que resolve o problema é uma subtração e indica 74,1% dos alunos identificando a operação. A diferença entre os percentuais de acerto se dá pela falta de congruência semântica na situação representada na Tabela 5.

Para as situações de transformação (positiva ou negativa), crianças de sete anos já não devem ter dificuldade na resolução dos problemas em que são dados o estado inicial e uma transformação (de ganho ou de perda) e é pedido o estado final. A associação de “ganho” com a operação adição e a de “perda” com a operação subtração, além da situação de juntar partes são adquiridas antes do início da educação formal, a partir da experiência do dia-a-dia da criança (MAGINA et al, 2008).

Nesse sentido, Van de Walle (2009) sugere que os problemas devam ser expressos em forma de equação semântica, enquanto as crianças trabalham com números de pequena ordem de grandeza, para que possam ser escritas as respectivas equações equivalentes, facilitando a verificação da equivalência.

No problema relativo à Tabela 5, temos $1609 + ? = 1651$, como equação semântica e $1651 - 1609 = ?$, como equação equivalente.

No problema relativo à Tabela 8, temos $1605 - ? = 1522$, como equação semântica e $1605 - 1522 = ?$, como equação semântica.

Nos problemas em que se busca o estado inicial, Chapin & Johnson (2006) enfatizam que é importante notar se o aluno sabe representar a expressão numérica corretamente e se consegue pensar numericamente como encontrar a resposta, uma vez que a ação de “ganhar” será resolvida por uma subtração, enquanto a ação de “perder” será resolvida por uma adição. Novamente a falta de congruência semântica, provocou baixos índices na identificação da operação que resolve problema: 55,5%, na Tabela 6 e 48,1%, na Tabela 9.

5.4. Comparação positiva

5.4.1. Busca da Relação entre as medidas

Problema proposto: João e Pedro colecionam chaveiros. João tem 607 e Pedro 528. Quantos chaveiros João tem a mais que Pedro?

Tabela 10 - Dados quantitativos (relação entre as medidas) – comparação positiva

Categorias	Frequência	Freq. Relativa
Identificaram a operação que resolve o problema	113	68,9%
Não identificaram a operação que resolve o problema	31	18,9%
Não resolveram	0	0%
Apenas colocaram a resposta	20	12,2%
Σ	164	100%

Fonte: Dados coletados pelo pesquisador

5.4.2. Busca do valor referente

Problema proposto: Lucas tem alguns chaveiros e Ricardo tem 210. Se Ricardo tem 80 chaveiros a mais que Lucas, quantos chaveiros tem Lucas?

Tabela 11 - Dados quantitativos (valor referente) – comparação positiva

Categorias	Frequência	Freq. Relativa
Identificaram a operação que resolve o problema	80	48,8%
Não identificaram a operação que resolve o problema	66	40,2%
Não resolveram	0	0%
Apenas colocaram a resposta	18	11,0%
Σ	164	100%

Fonte: Dados coletados pelo pesquisador

5.4.3. Busca do valor referido

Problema proposto: Fábio tem 420 chaveiros e Camila tem 185 a mais que Fábio. Quantos chaveiros tem Camila?

Tabela 12 - Dados quantitativos (valor referido) – comparação positiva

Categorias	Frequência	Freq. Relativa
Identificaram a operação que resolve o problema	108	65,9%
Não identificaram a operação que resolve o problema	42	25,6%
Não resolveram	0	0%
Apenas colocaram a resposta	14	8,5%
Σ	164	100%

Fonte: dados coletados pelo pesquisador

5.5. Comparação negativa

5.5.1. Busca da relação entre as medidas

Problema proposto: João e Pedro colecionam chaveiros. João tem 1393 e Pedro 1268. Quantos chaveiros Pedro tem a menos que João?

Tabela 13 - Dados quantitativos (relação entre as medidas) – comparação negativa

Categorias	Frequência	Freq. Relativa
Identificaram a operação que resolve o problema	140	82,9%
Não identificaram a operação que resolve o problema	10	5,9%
Não resolveram	3	1,8%
Apenas colocaram a resposta	16	9,4%
Σ	169	100%

Fonte: Dados coletados pelo pesquisador

5.5.2. Busca do valor referente

Problema proposto: Lucas tem alguns chaveiros e Ricardo tem 815. Se Ricardo tem 112 chaveiros a menos que Lucas, quantos chaveiros tem Lucas?

Tabela 14 - Dados quantitativos (valor referente) – comparação negativa

Categorias	Frequência	Freq. Relativa
Identificaram a operação que resolve o problema	52	30,8%
Não identificaram a operação que resolve o problema	97	57,4%
Não resolveram	4	2,4%
Apenas colocaram a resposta	16	9,4%
Σ	169	100%

Fonte: Dados coletados pelo pesquisador

5.5.3. Busca do valor referido

Problema proposto: Fábio tem 743 chaveiros e Camila tem 102 a menos que Fábio. Quantos chaveiros tem Camila?

Tabela 15 - Dados quantitativos (valor referido) – comparação negativa

Categorias	Frequência	Freq. Relativa
Identificaram a operação que resolve o problema	128	75,7%
Não identificaram a operação que resolve o problema	21	12,5%
Não resolveram	6	3,5%
Apenas colocaram a resposta	14	8,3%
Σ	169	100%

Fonte: Dados coletados pelo pesquisador

5.5.4. Considerações sobre a ideia de comparação

Os dados da pesquisa mostram que as crianças encontraram, nessa ideia, sua maior dificuldade em resolver os problemas, principalmente, quando a busca é pelo valor referente, na comparação negativa, situação que apresenta o mais baixo percentual (30,8%) de crianças que identificaram a operação que resolve o problema. Também na comparação positiva, quando se busca o valor referente, a pesquisa apresenta baixo percentual (48,8%) de crianças que identificaram a operação que resolve o problema.

Quando se busca a relação entre as medidas, independente de ser comparação positiva ou negativa, a operação que resolve o problema é sempre uma subtração, ocasionando a falta de congruência semântica, no caso de ser comparação positiva. Encontramos nessa justificativa, referendada por Van de Walle (2009), a diferença apresentada entre a Tabela 10 (Transformação positiva – 68,9%) e a Tabela 13 (Transformação negativa – 82,9%).

Magina et al (2008) consideram que, embora os problemas de comparação positiva e comparação negativa se refiram a representações diferentes, quando se busca o valor referido, as pesquisas mostram que as crianças resolvem ambos, mais ou menos com a mesma idade. Afirma, ainda, que na situação em que se busca a relação entre as medidas, é importante que a criança entenda que a pergunta se refere à diferença entre as quantidades.

6. Considerações finais

Apresentamos, a seguir, alguns resultados de nossa pesquisa.

Ficou evidenciado que a busca pelo estado final é o tipo de problema que torna mais visível ao aluno a identificação da operação que o resolve. Entendemos por estado final “o todo”, na comparação; “o valor transformado”, na transformação e “a relação entre as medidas”, na comparação. As professoras declararam ser esse o tipo de problema mais proposto a seus alunos, em sala de aula; tanto por elas, como pelos livros didáticos.

Nesse mesmo sentido, de frequência na resolução, confessaram propor mais problemas de composição e transformação do que de comparação. Nossa pesquisa corrobora tal afirmação, na leitura dos resultados apresentados.

Outra evidência é a dificuldade na identificação da operação que resolve o problema, quando não há congruência semântica entre o enunciado e essa operação.

O resultado se agrava, quando há intercorrência das dificuldades expostas acima, haja vista a baixa frequência na Tabela 14 que retrata um problema que busca o valor referente (não é o valor final, como de costume); é um problema de comparação (pouco exigido em sala de aula) e, também, não há congruência semântica entre o enunciado e a operação que resolve o problema (no enunciado há a expressão “tem a menos”, enquanto a operação necessária para resolver o problema é uma adição).

Acreditamos, como Chapin & Johnson (2006), que o procedimento mais eficiente, na resolução de um problema referente à estrutura do campo aditivo, seja reconhecer a ação correspondente à situação, representar a expressão numérica correspondente à situação e pensar numericamente como encontrar a resposta.

É do nosso entendimento que algumas situações podem ser generalizadas, evitando, assim, dificuldades na identificação da operação que resolve o problema.

Uma dessas situações é representada pela ideia de transformação, quando se busca o estado intermediário, ou seja, o valor da transformação. Sem importar se houve “ganho” ou “perda”, o valor da transformação é sempre a diferença entre os valores apresentados no problema e diferença é resultado de subtração; o que permite isentar o aluno da possibilidade do confronto com a falta de congruência semântica.

Outra situação é representada pela ideia de comparação, seja positiva ou negativa, quando se busca a relação entre as medidas. Sem importar se um “tem a mais” ou “tem a menos” que o outro, o valor da relação entre as medidas é sempre a diferença entre os

valores apresentados no problema e, portanto, o resultado da subtração entre eles. Com esse raciocínio, a falta de congruência semântica pode não interferir no resultado.

As duas situações apresentadas acima podem ser resolvidas, primeiramente, com números de pequena ordem de grandeza, conforme Magina et al (2008), permitindo ao aluno validar o resultado e, posteriormente, valer-se dessa estratégia de ação, como eficiente, na busca de estender seu raciocínio e ampliar conceitos envolvidos nas estruturas aditivas.

Observamos a importância da participação das professoras envolvidas no projeto, no que tange à formação continuada a que se propuseram, demonstrando, no decorrer das atividades, capacidade na elaboração de sequências de problemas que contemplem todas as relações de base do campo aditivo e com variadas localizações do termo desconhecido, possibilitando, dessa forma, que seus alunos pudessem adquirir habilidades, anteriormente inatingíveis.

7. Referências

CHAPIN, S. H.; JOHNSON, A. **MathMatters**. Sausalito, CA: MathSolutions, 2006.

CURI, E. **Projeto Prova Brasil de Matemática**: revelações, possibilidades de avanços nos saberes de alunos de 4ª série/5º ano e indicativos para formação de professores. São Paulo: CAPES, 2010. (Aprovado no âmbito do Programa Observatório da Educação).

MAGINA, S. et al. **Repensando adição e subtração**: contribuições da teoria dos campos conceituais. 3. ed. São Paulo: PROEM, 2008.

VERGNAUD, G. A Teoria dos Campos Conceituais. In: BRUN, J. (Dir.) **Didáticas das Matemáticas**. Lisboa: Instituto Piaget, 1996.

VERGNAUD, G. **A criança, a matemática e a realidade**: problemas do ensino da matemática na escola elementar. Trad. Maria Lúcia Faria Moro. Curitiba: Ed. da UFPR, 2009.

WALLE, J. A. V. de. **Matemática no Ensino Fundamental**: formação de professores e aplicação em sala de aula. 6. ed. Porto Alegre: Artmed, 2009.