

## TRABALHANDO COM PLANOS, CILINDROS E QUÁDRICAS NO WINPLOT

*Janine Freitas Mota*

*Universidade Estadual de Montes Claros / Fundação Educacional Montes Claros*

[\*janinemota@gmail.com\*](mailto:janinemota@gmail.com)

*João Bosco Laudares*

*Pontifícia Universidade Católica de Minas Gerais – PUC-Minas*

[\*jblaudares@terra.com.br\*](mailto:jblaudares@terra.com.br)

*Dimas Felipe de Miranda*

*Pontifícia Universidade Católica de Minas Gerais – PUC-Minas*

[\*dimasfm48@yahoo.com.br\*](mailto:dimasfm48@yahoo.com.br)

### **Resumo:**

Da nossa prática no ensino de Geometria Analítica, percebemos as dificuldades dos estudantes na visualização geométrica de figuras tridimensionais. Assim, procuramos pesquisar, num Mestrado em Ensino de Matemática, estratégias diferenciadas de ensino que promovam a construção do conhecimento, estimulando uma aprendizagem mais significativa. Propomos uma alternativa diferenciada para o ensino de planos, cilindros e quádricas com a utilização do *software* Winplot. A metodologia utilizada contempla os parâmetros da sequência didática, com exploração da habilidade de visualização e articulação teórica e prática, utilizando seções transversais e curvas de níveis. A análise qualitativa dos resultados da pesquisa evidenciou como os estudantes realizaram as representações gráficas, suas reflexões, dúvidas e resultados, e verificou-se que houve uma postura mais participativa, por parte dos estudantes, no processo de aprendizagem. O Produto da investigação é a edição de um livro que contém o conteúdo trabalhado na metodologia proposta.

**Palavras-chave:** educação matemática; sequências didáticas de atividades; planos; cilindros; quádricas.

### **1. Introdução**

A nossa prática profissional revelou o quanto é difícil trabalhar os tópicos planos, cilindros e quádricas nas disciplinas Geometria Analítica ou Cálculo Diferencial e Integral, seja por termos curriculares – pequena carga horária disponível para trabalhar vários tópicos dessas disciplinas, seja pela dificuldade que os estudantes têm na visualização geométrica no espaço tridimensional. Assim, propomos nesse minicurso, parte das atividades desenvolvidas na pesquisa de Mestrado de Mota (2010) que busca possibilitar

ao estudante desenvolver a habilidade de visualização e representação de planos, cilindros e quádricas, utilizando as mídias “lápiz e papel” e recursos computacionais. Após o Mestrado, o Produto do mesmo, que se constituiu de uma Sequência de Atividades, foi integrado a um Livro-Texto sobre Quádricas, dos autores Laudares e Miranda (1988) originando um novo Livro, já em edição. Esta integração se desenvolveu, em um trabalho de investigação, para uma produção bibliográfica do conteúdo em estudo.

O público alvo do minicurso são estudantes de graduação em disciplinas do ciclo básico das Ciências Exatas relacionadas ao tema, como Cálculo e Geometria Analítica.

## **2. Objetivos Geral e Específicos**

O objetivo geral do minicurso é propor atividades que possibilitem ao estudante desenvolver a habilidade de visualização e representação de planos, cilindros e quádricas, utilizando recursos computacionais. Como objetivos específicos, destacamos: realizar uma sequência didática de atividades que desenvolva o pensamento geométrico, interligado aos aspectos teóricos e práticos de planos, cilindros e quádricas; articular as representações algébrica e geométrica no desenvolvimento do processo ensino-aprendizagem desses conteúdos; explorar as interseções de planos com superfícies cilíndricas e quádricas para construção dessas superfícies; analisar as curvas de níveis; utilizar o *software* Winplot no desenvolvimento das sequências didáticas.

## **3. O processo ensino-aprendizagem de geometria: visualização e pensamento geométrico**

O ensino de geometria tem sido pautado ainda tradicionalmente com definições e demonstrações no tratamento formal de conceitos. Partindo de uma proposta mais progressista, Nasser (1994) e Viana (2000) buscam a compreensão conceitual com o desenvolvimento do pensamento geométrico. Essas autoras analisaram e divulgaram no Brasil o modelo de Van Hiele que, segundo Nasser e Sant’Anna (2004), defendem o desenvolvimento da assimilação do conhecimento geométrico dos estudantes a partir de um reconhecimento das figuras geométricas de um nível básico até a percepção dos aspectos formais da dedução rigorosa, passando por níveis intermediários.

No minicurso, apoiado na pesquisa de Mota (2010), tratamos especialmente dos 3 (três) primeiros dos 5 (cinco) níveis de Van Hiele, que são: (1) reconhecimento (visualização das figuras); (2) análise (evidência nos conceitos, elementos e propriedades geométricas); (3) abstração (percepção da necessidade de uma definição precisa, argumentação lógica informal e ordenação de classes de figuras geométricas), com o tratamento gráfico das figuras espaciais: planos, cilindros e quádricas.

#### **4. Ensino e aprendizagem de planos, cilindros e quádricas**

Na literatura científica especializada, encontramos referência ao pensamento aritmético, ao pensamento algébrico e ao pensamento geométrico, que são fundamentais para a compreensão conceitual e a formalização em Matemática. Habilidades e competências são trabalhadas para explorar, conjecturar e raciocinar logicamente. Entretanto, a iniciação da aprendizagem da geometria na educação básica não é realizada de forma satisfatória, conforme destaca Pavanello (1993), dentre outros.

Desta forma, quando o estudante inicia seus estudos em Geometria Analítica, definida como integração da Álgebra e Geometria, figura e equação, há uma dificuldade de interpretação e análise, pois o desconhecimento de propriedades de geometria plana e espacial prejudica a compreensão dos tópicos relacionados a essa disciplina. A falta desses conhecimentos fundamentais também pode acarretar dificuldades na visualização de objetos geométricos com representação bidimensional e tridimensional.

Para melhor compreensão de propriedades dos planos, cilindros e das quádricas e domínio de visualização de seus gráficos, é importante o traçado de esboço e constituição de sólidos construídos a partir de figuras espaciais.

#### **5. As atividades**

As atividades a serem realizadas, consistem em três sequências didáticas de atividades que contam com elementos teóricos de Zabala (1998), que retrata a sequência didática como uma maneira de encadear e articular as diferentes atividades ao longo de uma unidade didática, de forma que se possa analisar as atividades realizadas e as possíveis intervenções para a execução dessas.

O planejamento das atividades foi fundamentado no referencial teórico pesquisado por Mota (2010). As estratégias de solução para cada atividade foram analisadas de forma

a verificar a viabilidade de sucesso na execução das atividades, bem como, verificar as contribuições cognitivas que essas podem trazer para o estudante.

As atividades a serem executadas no minicurso estão assim organizadas:

1. Introdução à manipulação do *software* Winplot. Explicação dos recursos básicos a serem utilizados nas atividades. Tempo estimado: 30 minutos.
2. Execução das atividades referentes ao tópico Planos. Tempo estimado: 1 hora.
3. Execução das atividades referentes ao tópico Cilindros. Tempo estimado: 1 hora.
4. Execução das atividades referentes ao tópico Quádricas. Tempo estimado: 1 hora.
5. Fechamento das atividades. Tempo estimado: 30 minutos.

Assim, a sequência de atividades proposta articula teoria e prática, propiciando a construção de significados, por meio de atividades de exploração e visualização, com base no esboço das superfícies no espaço – planos, cilindros e quádricas.

Na figura a seguir, apresentamos o esboço do parabolóide hiperbólico de equação  $z = y^2 - x^2$  a partir de suas seções transversais. No desenvolvimento da sequência de atividades, o estudante é levado a observar separadamente as seções transversais para, posteriormente, gerar a figura completa no *software* Winplot. No livro texto sobre Quádricas, que está em processo de edição, apresentamos o esboço das figuras no *software* AutoCad, para facilitar a visualização das mesmas. Posteriormente, é solicitado ao estudante plotar a figura no *software* Winplot.

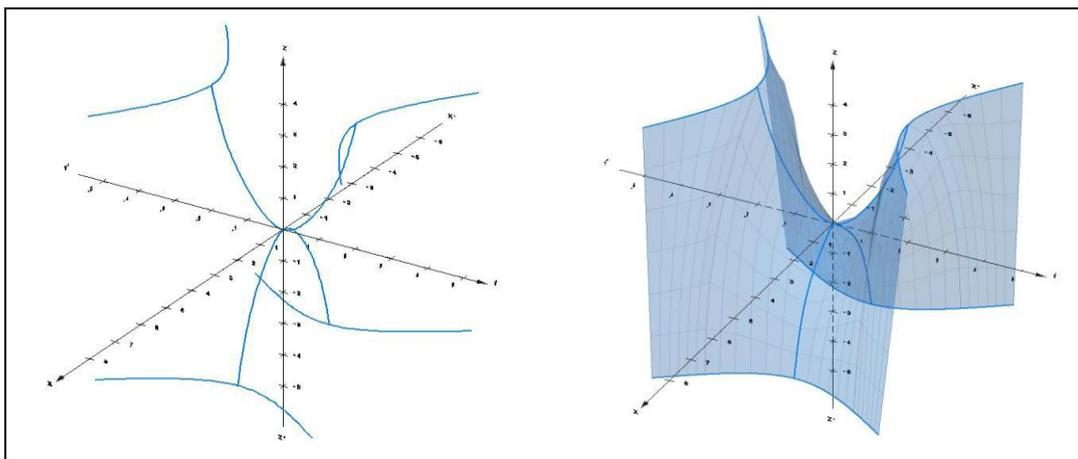


Figura 1: Representação gráfica das curvas de níveis do parabolóide hiperbólico  $z = y^2 - x^2$  executado no *software* AutoCad.

Fonte: Livro texto sobre Quádricas, em processo de edição.

A seguir, apresentamos exemplos de resultados obtidos na tela do Winplot, quando da execução de algumas atividades.

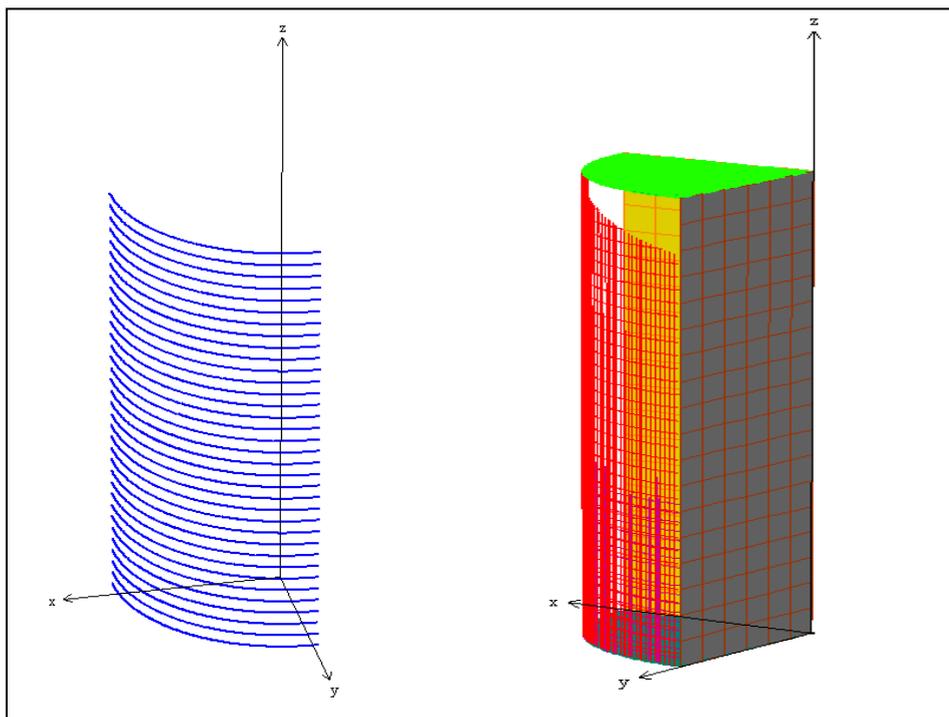


Figura 2: Representação gráfica das curvas de níveis do cilindro de equação  $x^2 + y^2 = 4$  e representação gráfica do sólido formado pelo cilindro de equação  $x^2 + y^2 = 4$ , no 1º octante, limitado pelo plano  $z = 6$ .  
Fonte: *Software Winplot*.

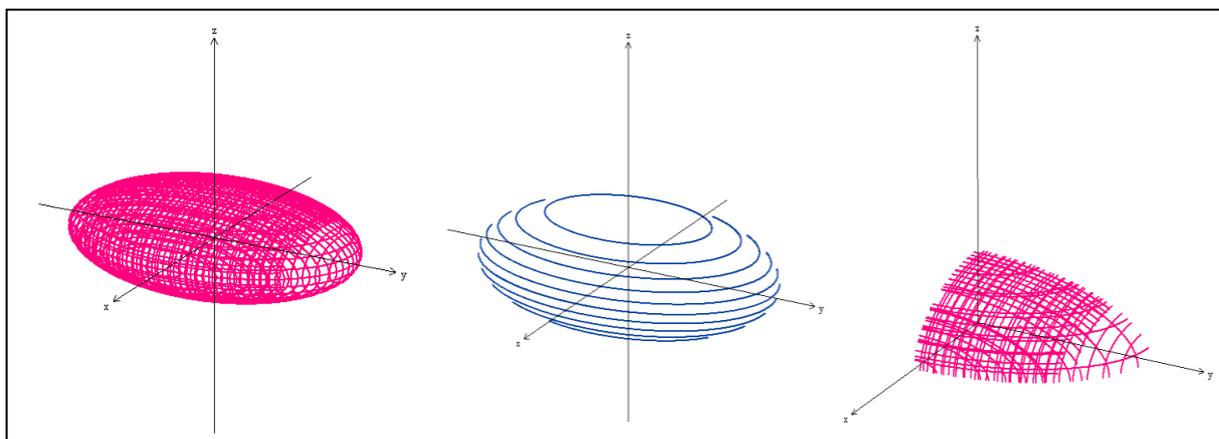


Figura 3: Representação gráfica do elipsoide de equação:  $\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{9} + \frac{z^2}{1} = 1$ , de suas curvas de níveis em torno do eixo z e sua representação apenas no 1º octante.  
Fonte: *Software Winplot*.

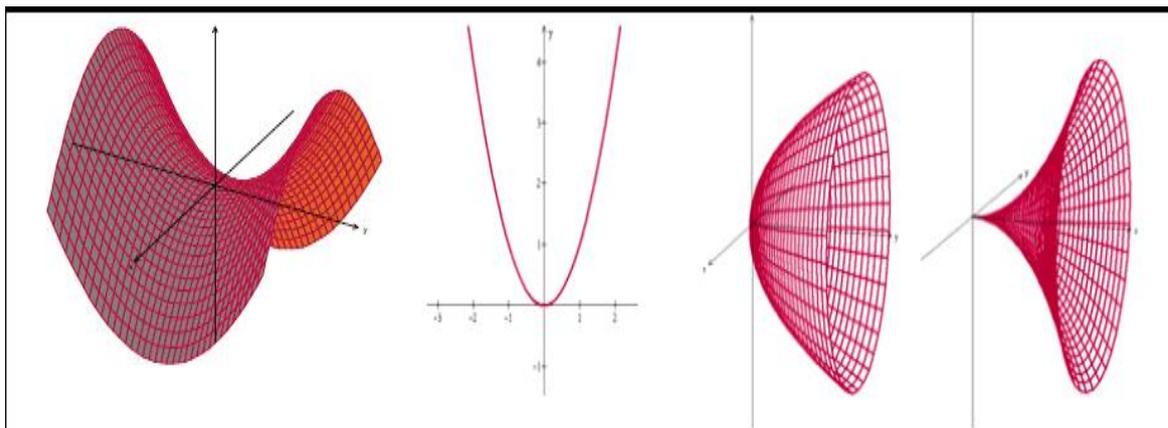


Figura 4: Representação gráfica do Parabolóide Hiperbólico de equação  $z = y^2 - x^2$ ; parábola geradora de superfícies de revolução e superfícies de revolução geradas pela curva  $y = x^2$ .

Fonte: *Software Winplot.*

## 6. Considerações Finais

As sequências didáticas propostas nesse minicurso foram elaboradas em unidades didáticas que, segundo Zabala (1998, p. 53-54) tratam de uma “série ordenada e articulada de atividades” e são estruturadas em “fases com atividades e relações que se estabelecem” para compreensão do seu valor didático. Assim, baseado nesse mesmo autor, que se referencia nos parâmetros da aprendizagem significativa, a elaboração das atividades de planos, cilindros e quádricas desse minicurso foi construída por Mota (2010), Laudares e Miranda (2011) visando proporcionar aos estudantes um ambiente de desenvolvimento da visualização, habilidade trabalhada intensivamente em todas as sequências didáticas.

Espera-se, com esse minicurso, propiciar a professores e estudantes uma metodologia diferenciada para o ensino e aprendizagem de planos, cilindros e quádricas, com o uso de tecnologias, mais precisamente, com a utilização do *software* Winplot. Com o desenvolvimento das atividades, pretende-se facilitar a visualização e compreensão das propriedades de cada uma das figuras trabalhadas, a fim de também facilitar a aprendizagem de tópicos relacionados ao tema como cálculo de área e volume.

## 7. Agradecimentos

Agradecemos o apoio financeiro da FAPEMIG - Fundação de Amparo à Pesquisa do Estado de Minas Gerais.

## 8. Referências

LAUDARES, João Bosco; MIRANDA, Dimas Felipe de. **Quádricas**. Belo Horizonte: FUMMARC, 1988.

LAUDARES, João Bosco; MIRANDA, Dimas Felipe de. **Quádricas**. Belo Horizonte: FUMMARC, 2011.

MOTA, Janine Freitas. **Um Estudo de Planos, Cilindros e Quádricas, Explorando Seções Transversais, na Perspectiva da Habilidade de Visualização, com o Software Winplot**. 2010. Dissertação (Mestrado) – Pontifícia Universidade Católica de Minas Gerais - PUCMinas, Belo Horizonte, MG.

NASSER, Lílian. Usando a teoria de Van Hiele para melhorar o ensino secundário de geometria no Brasil. **Eventos (Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais)**, nº04, 2ª parte, 1994.

NASSER, Lílian; SANT'ANNA, Neide da Fonseca Parracho. **Geometria segundo a teoria de Van Hiele**. 4. Ed. Projeto Fundação, Universidade Federal do Rio de Janeiro, Instituto de Matemática, Rio de Janeiro, 2004.

PAVANELLO, Regina Maria. O abandono do ensino da geometria no Brasil: causas e conseqüências. **Revista Zetetiké**, Universidade Estadual de Campinas, ano 1, n. 1, p. 7-17, 1993.

VIANA, Odaléa Aparecida. **O conhecimento geométrico de alunos do CEFAM sobre figuras espaciais: um estudo das habilidades e dos níveis de conceitos**. 2000. Dissertação (Mestrado) – Universidade Estadual de Campinas. Faculdade de Educação. Campinas, SP.

ZABALA, Antoni. A Prática Educativa: unidades de análise. In: ZABALA, Antoni. **A prática educativa**. Porto Alegre: ArtMed Editora, 1998.