

O USO DOS CALEIDOSCÓPIOS EM CURSOS DE LICENCIATURA EM MATEMÁTICA: POSSIBILIDADES INVESTIGATIVAS

Marli Regina dos Santos
Universidade Federal de Viçosa (UFV)
marli.santos@ufv.br

Rosemeire de Fátima Batistela
Universidade Estadual de Feira de Santana (UEFS)
rosebatistela@uefs.br

Resumo:

O objetivo desta comunicação é apresentar uma proposta de investigação que está sendo realizada interinstitucionalmente por docentes que atuam em cursos de Licenciatura em Matemática, tendo como foco o uso dos caleidoscópios no ensino de conteúdos de geometria da Educação Básica. Os caleidoscópios são recursos didáticos que podem contribuir no ensino de conceitos e ideias geométricas, por meio da exploração da visualização de imagens e investigação sobre a pavimentação do plano por polígonos regulares. Temas como ângulos, polígonos, segmentos, etc. podem ser abordados, indicando possibilidades de realizar um trabalho investigativo junto aos alunos. A beleza da geração das imagens sugere a realização de um trabalho interdisciplinar e o uso desse recurso em sala de aula da Educação Básica indica possibilidades abertas ao ensino e aprendizagem da geometria, em sintonia com a formação inicial de professores. Diante disso, buscamos investigar como futuros professores avaliam a implementação desses recursos em sala de aula junto aos alunos.

Palavras-chave: Geometria; Caleidoscópios; Pavimentações do Plano.

1. Introdução

Apesar da importância da geometria para o desenvolvimento cognitivo do estudante do Ensino Fundamental, constata-se uma espécie de “crise” no seu ensino. Diante das dificuldades encontradas pelos professores para ensiná-la e pelos alunos para compreendê-la, em muitos casos, ela é excluída dos currículos escolares ou é abordada de forma superficial, que muitas vezes se limita à apresentação de nomes e definições (PEREZ, 1991; PAVANELLO, 1993; LORENZATO, 1995; FAINGUELERNT, 1999; GAZIRE, 2000; entre outros).

Diante da necessidade de se resgatar o ensino dos conteúdos geométricos, muitas propostas são efetivadas, seja como atividades de extensão, propostas didáticas,

investigações, etc. Diversos recursos são utilizados ou elaborados a fim de que a geometria ganhe destaque e a aprendizagem seja mais significativa.

Uma possibilidade de se realizar um trabalho diversificado abordando a geometria da Educação Básica é a utilização dos caleidoscópios em atividades explorando as pavimentações do plano. Diversas pesquisas focando esse recurso mostram possibilidades de um trabalho pedagógico dinâmico e interdisciplinar, no qual os conteúdos geométricos podem ser trabalhados numa abordagem investigativa (MURARI, 1999; BATISTELA, 2005; SANTOS, 2006).

A partir do estudo das pavimentações do plano, diversos assuntos são explorados por meio de questionamentos e investigações, e posteriormente pela visualização em caleidoscópios. As pavimentações têm sido utilizadas por diversos autores (DAFFER e CLEMENS, 1977; GRUNBAUM e SHEPARD, 1987; SILVA, 1997; BARBOSA, 1993; MURARI, 1999; MARTINS, 2003; ALMEIDA, 2003) na elaboração de atividades que buscam promover a ação e interação dos alunos no processo de (re)construção dos conceitos geométricos.

Uma pavimentação do plano é o recobrimento do mesmo por figuras planas, sem sobreposição ou “vazios” entre elas (figura 1).

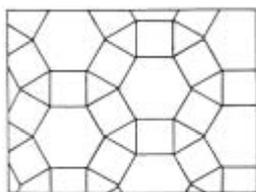


figura 1: pavimentação do plano por quadrados, triângulos e hexágonos

O estudo de sua composição e de suas propriedades envolve a análise de diversos aspectos geométricos e o seu caráter artístico tem sido abordado como forma de estimular a criatividade do aluno e envolver a sua participação na criação de designs, possibilitando, inclusive, o desenvolvimento de atividades interdisciplinares envolvendo matemática e arte, por meio da exploração das ideias geométricas e do contraste das cores.

Em meio às possibilidades das pavimentações para o trabalho pedagógico em geometria, e por considerar que este conteúdo não está – nem deve ser – limitado às aulas

de matemática, as autoras deste texto se voltaram para a elaboração de uma proposta de investigação interinstitucional, articulando a formação inicial de professores, a interdisciplinaridade, atividades de extensão e colaboração com as escolas públicas. A proposta é investigar a utilização desses recursos no ensino de geometria, buscando compreender como os participantes avaliam a sua utilização e viabilizar melhorias nas ações e novas possibilidades de atuação. Para tanto, foi realizada uma pesquisa bibliográfica, a fim de identificar os resultados de trabalhos acadêmicos envolvendo pavimentações, caleidoscópios e atividades investigativas.

2. Algumas investigações realizadas e possibilidades abertas com o uso dos caleidoscópios

Em sua pesquisa, Murari (1999) realizou um estudo diferenciado com alunos de sétima e oitava séries, por meio do estudo das pavimentações regulares do plano e do uso de espelhos e caleidoscópios. A proposta se tornou exequível e correspondeu às expectativas do autor, já que a utilização desses instrumentos se harmonizou com o estudo das pavimentações regulares, pois, com exceção de apenas uma, elas podem ser visualizadas em caleidoscópios. Essa visualização ocorre por meio de “bases”, que são figuras geométricas especialmente construídas, por diversos métodos, para serem colocadas entre os espelhos a fim de gerar uma determinada pavimentação. O autor constatou na beleza do visual obtido pela geração de imagens entre os espelhos um atrativo à aprendizagem dos conceitos, relações e propriedades geométricas necessárias para a construção das bases.

Martins (2003), num estudo com alunos de oitava série do Ensino Fundamental, elaborou uma proposta, na qual foram utilizados caleidoscópios, sólidos geométricos, jogos e *softwares* educacionais, para a exploração de conceitos relacionados às tesselações do plano por polígonos e do espaço por poliedros. Os recursos da informática, segundo a autora, auxiliaram a investigação das propriedades geométricas envolvidas no estudo e possibilitaram agilidade e precisão na construção dos polígonos, dos poliedros e das pavimentações. Ela constatou que os recursos pedagógicos utilizados e explorados pelos alunos nas atividades propostas, possibilitaram a apreensão de conceitos, propriedades e relações geométricas e contribuíram para o desenvolvimento da percepção espacial e do senso crítico e artístico dos estudantes, bem como tornaram as aulas diversificadas.

Almeida (2003) desenvolveu uma pesquisa com alunos da segunda série do Ensino Médio, apresentando uma proposta para o ensino da geometria, via resolução de problemas, utilizando as pavimentações por polígonos regulares do tipo 1-uniforme e 2-uniforme, caleidoscópios e um jogo educacional de sua própria autoria (quebra-cabeça que, quando montado, representa uma pavimentação). A “base geradora” de uma pavimentação possui poucas regiões a serem pintadas, ao contrário das “bases transformadas” que possibilitam a visualização da mesma pavimentação, mas com um número maior de cores. Por meio do estudo das progressões aritméticas, obtidas pelo número de regiões das bases transformadas de uma determinada pavimentação, e da análise do processo em que são acrescentadas novas regiões de uma base para outra, a autora obtém um algoritmo que permite determinar o número de cores de uma base transformada. Ela utilizou um *software* de geometria dinâmica para realizar, com os alunos, a construção das bases transformadas, pois em muitos casos, o processo pode tornar-se difícil e demorado quando feito com régua e compasso. Em suas considerações, ela aponta seus propósitos de, por meio de seu estudo, oferecer instrumentos e recursos que auxiliem na integração multidisciplinar entre matemática, física, ciências e arte.

Batistela (2005), em sua pesquisa, constrói e apresenta um kit de espelhos elaborado a partir de um levantamento bibliográfico no qual busca identificar instrumentos feitos com espelhos e que são utilizados no ensino de geometria. A autora busca auxiliar o professor no ensino de conceitos geométricos em sala de aula, por meio das possibilidades educacionais dos instrumentos pesquisados e da beleza do visual obtido nos espelhos. A ampla bibliografia apresentada em seu trabalho revela a preocupação dos autores consultados em lançar mão de recursos atrativos, explorando as diversas possibilidades que eles oferecem para o ensino de geometria. O kit de espelhos, elaborado pela autora, possibilita a visualização de pavimentações planas, de poliedros e de pavimentações esféricas e é composto por caleidoscópios, espelhos articulados, espelhos articulados especiais, caleidoscópios generalizados e mira.

Gouveia (2005) elaborou uma proposta de ensino na qual aborda os fractais geométricos obtidos por meio da criação de bases caleidoscópicas transformadas. Fazendo uso de *software* de geometria dinâmica, caleidoscópios e sequências numéricas, o autor trabalha diversos conceitos matemáticos em atividades desenvolvidas em um curso para alunos do primeiro ano da Licenciatura em Matemática. A ênfase de seu estudo recai,

principalmente, no estudo das sequências numéricas obtidas a partir do número de regiões, ou no número de cores, de uma base transformada.

Reis (2006) abordou o ensino de geometria esférica fazendo uso de caleidoscópios generalizados, um *software* de geometria esférica, esferas de isopor, tesselações esféricas, entre outros materiais. Trabalhando com alunos da Licenciatura em Matemática, analisou as possibilidades e limitações dos materiais manipuláveis para o ensino dos conceitos envolvidos em atividades baseadas na resolução de problemas. Ela identifica materiais manipuláveis, descreve a forma como foram utilizados pelos alunos e aponta o papel desses materiais na construção dos conceitos. No estudo, a autora também apresenta e compara as geometrias euclidiana e elíptica relacionando alguns axiomas e postulados geométricos.

Silva (1997) propôs um trabalho de exploração da representação geométrica de desenhos, tendo como base alguns ornamentos, tais como faixas, rosetas e mosaicos, para que, a partir desses elementos, sejam efetuados estudos sobre os movimentos de translação, reflexão e rotação das figuras, objetivando estimular no aluno o interesse pela geometria. A autora concluiu que a utilização de atividades envolvendo os ornamentos geométricos pode estimular a criatividade dos alunos.

Santos (2006) apresenta um estudo no qual professores de matemática e arte participam de uma capacitação que utilizava os caleidoscópios e outras pavimentações do plano. Os resultados de sua análise apontam para questões quanto à possibilidade de efetivação de um trabalho interdisciplinar, aos aspectos relacionados com a construção conjunta de conhecimento e a presença enfática da prática dos professores em suas ações durante os encontros realizados.

No livro *Descobrendo padrões em mosaicos*, Barbosa (1993) convida o leitor para a arte de descobrir e criar padrões euclidianos. Nesta obra ele aborda as pavimentações regulares, as pavimentações por polígonos irregulares, as pavimentações por polígonos e os padrões ornamentais. Também apresenta comentários históricos relacionados à criação de mosaicos. De forma simples, porém rigorosa, o autor define diversos conceitos relacionados ao estudo das pavimentações, abordando aspectos matemáticos e artísticos, apresentando sugestões de criação de ornamentos. Uma outra obra do mesmo autor, denominada “Descobrendo a geometria fractal para a sala de aula” (2002), aborda, ainda

que de forma indireta, as pavimentações obtidas pelas interações que geram fractais, recobrando, de forma auto-similar, uma determinada região. O autor destaca o caráter artístico dos fractais geométricos.

Em geral, os trabalhos dos autores citados se relacionam, em suas conclusões, quanto às possibilidades educacionais do tema abordado. O caráter artístico das pavimentações é ressaltado nas atividades propostas. É possível notar convergências quanto à preocupação com o resgate da geometria, em todos os níveis escolares, de modo que ela se torne agradável para alunos e professores. Os autores buscam formas mais dinâmicas de abordá-la e identificam nas pavimentações possibilidades de se trabalhar os conceitos geométricos e, ao mesmo tempo, explorar a criatividade e o senso artístico.

Nos Parâmetros Curriculares Nacionais de Matemática do Ensino Fundamental, Brasil (1998) encontramos recomendações de atividades que explorem a composição e decomposição de figuras, como ladrilhamentos, tangrans e poliminós, de forma que os alunos analisem o recobrimento de uma superfície. Também ressaltam a importância do estudo das transformações do plano, por meio de suas conexões com o cotidiano – como nas pavimentações por frisos e azulejos –, e a importância de relacionar os estudos sobre espaço e formas às obras de arte, pinturas, desenhos e artesanatos, de modo que os alunos possam estabelecer ligações entre a Matemática e outras áreas de conhecimento.

Porém, apesar das recomendações, atividades envolvendo pavimentações são pouco exploradas nos livros didáticos, fazendo com que elas apareçam timidamente na sala de aula, já que o livro, de maneira geral, tem um papel de destaque na prática do professor. Além disso, um trabalho educacional envolvendo o estudo das pavimentações exige o conhecimento do professor sobre o tema, a preparação do ambiente da sala de aula e recursos que, muitas vezes, não estão à sua disposição nas escolas. Assim, fatores como formação, formas de utilização de materiais didáticos e análise das condições de trabalho dos professores têm papel relevante quando o que se busca é uma prática diferenciada, cuja efetivação não limite suas possibilidades educacionais.

Os Parâmetros Curriculares Nacionais – e outras propostas educativas – recomendam alguns materiais específicos. No entanto, nem sempre há clareza do papel desses recursos no processo de ensino e aprendizagem, pois, por um lado, sua manipulação permite aos alunos o contato e a exploração de características e propriedades durante as

atividades de aprendizagem, porém, por outro, esse processo não deve limitar-se a uma simples atividade lúdica, que não ultrapassa seus aspectos mais imediatos.

No ensino de geometria, outro ponto a se destacar é que o uso de recursos, como tecnologias e materiais manipuláveis, requerem mudança na prática pedagógica. No que concerne à escola, é necessário um ajuste no que já existe e a criação do que nunca existiu. Assim, entram em jogo as regras institucionais, o currículo, a relação com os alunos, pais e professores. Quanto ao professor, as mudanças envolvem desde questões operacionais como a organização do espaço físico e integração do velho com o novo, até questões epistemológicas, como a produção de novos significados para o conteúdo matemático a ser abordado (BORBA & PENTEADO, 2001). Muitas vezes, o professor se sente inseguro ao fazer uso desses recursos, pois isso exige uma busca por novos conhecimentos e uma postura de reavaliação constante das ações pedagógicas. Caminhar nessa direção implica deixar o controle de situações previsíveis em troca de incertezas diante da transitoriedade e diversidade que adentram a escola junto ao “novo”. Trilhar esse caminho não é algo fácil para o professor. É preciso: ter familiaridade com os recursos, lançar um novo olhar para o conteúdo que está sendo estudado, dirigir a atenção para o pensamento do aluno, entre outras coisas. São diferentes exigências. Não é um caminho tranquilo, e muitos professores desistem por falta de suporte e formação adequados (BORBA e PENTEADO, 2001).

Desse modo, torna-se importante problematizar os diferentes aspectos envolvidos na elaboração e utilização de recursos diversificados no estudo da matemática, a fim de buscar possibilidades para que seu uso possa contemplar um ensino mais significativo. Nesse sentido, torna-se imprescindível considerar as condições de trabalho docente, respeitando o saber do professor e possibilitando que ele analise criticamente a utilização, as possibilidades e os limites educacionais desses recursos.

Com a preocupação voltada para o ensino de Geometria e a formação inicial de professores, com destaque para as possibilidades advindas a partir de recursos diversificados, elaboramos uma proposta de investigação em cursos de Licenciatura em Matemática, apresentada a seguir.

3. Uma proposta interinstitucional

Investigações focando o uso das pavimentações do plano e visualização em caleidoscópio tem destacado os aspectos que podem ser explorados, quando se visa o ensino de Geometria. Os resultados obtidos e as atuais mudanças nos cursos de formação inicial de professores apontam para a possibilidade, senão necessidade, de se investigar como novas propostas, como a focada aqui, podem se inserir na formação inicial de professores e como podem ser utilizadas em sala de aula da Educação Básica.

Assim, em uma parceria entre a Universidade Federal de Viçosa e a Universidade Estadual de Feira de Santana, foi proposta a realização de uma pesquisa com foco na formação inicial e em ações de extensão, a fim de compreender como atividades investigativas com caleidoscópios podem vir a ser inseridas, efetivamente, no transcorrer do curso de Licenciatura e em atividades práticas com alunos em sala de aula. Buscamos analisar quais os aspectos envolvidos e como os participantes compreendem a importância do uso dos recursos na Educação Básica.

A pergunta central da pesquisa é: Como licenciandos, futuros professores de matemática, avaliam a elaboração e efetivação de atividades investigativas de geometria envolvendo caleidoscópios e outros recursos, em situações práticas junto aos alunos da Educação Básica?

Neste sentido a proposta está sendo efetivada a partir das seguintes etapas: pesquisa bibliográfica sobre o uso de caleidoscópios no ensino de conceitos geométricos; elaboração de cursos extracurriculares para licenciandos e professores em atuação, focando temas do Ensino Fundamental e o uso dos caleidoscópios; aplicação da proposta junto aos licenciandos e aplicação das atividades em sala de aula da Educação Básica; aplicação de questionários avaliativos quanto aos resultados, possibilidades e limites envolvidos na efetivação da proposta, em sintonia com os conteúdos de geometria abordados.

Até o momento, foi realizada a pesquisa bibliográfica quanto à matemática possível de ser trabalhada com a utilização de espelhos planos, espelhos articulados e caleidoscópios. Também foi realizado um trabalho com atividades investigativas com estudantes do curso de Licenciatura em Matemática da Universidade Estadual de Feira de Santana no Estado da Bahia e da Universidade Federal de Viçosa, a respeito das possibilidades de trabalho de conteúdos matemáticos percebidos pelos estudantes durante a vivência de situações exploratórias com os instrumentos de espelho. A exploração dos

instrumentos e das atividades permitiu o envolvimento dos estudantes e a produção de uma oficina que objetivamos que se realize no decorrer de 2013.

Uma das possibilidades percebidas pelos alunos foi a visualização de retas refletidas continuamente nos dois espelhos planos paralelos, produzindo o visual de retas infinitas e permitindo discussão e reflexão a respeito da representação de retas e de retas paralelas. A exploração de situações investigativas nos dois espelhos planos paralelos foi um momento de discussão e reflexão que sinalizou para nos novas possibilidades de trabalho com os espelhos, que são inéditas na literatura sobre o uso desses instrumentos.

Os alunos do curso de Licenciatura que participaram da oficina, e de sua elaboração, foram convidados a revisitarem a proposta elaborada, em disciplinas de prática e estágio nas escolas públicas. Esse será um dos passos que cremos será muito importante para a coleta de dados quanto ao que buscamos investigar.

Vendo o professor como um produtor de conhecimento sobre sua ação pedagógica e considerando que cada participante, ao estar com os outros em situação de investigação em geometria por meio de uma proposta envolvendo o estudo das pavimentações do plano e caleidoscópios, manifesta o sentido dessa experiência para a prática docente, voltamos nossa atenção para a compreensão do que se mostrava significativo para os futuros professores ao utilizarem tais recursos, inclusive em sala de aula.

Com esta pesquisa buscamos compreender o modo como novas propostas apresentadas, principalmente em dissertações e teses acadêmicas, ocorrem no ambiente de ensino e como podem ser viabilizadas efetivamente.

4. Resultados da Pesquisa

Como resultado de nossas investigações sobre as possibilidades didáticas dos caleidoscópios em sala de aula, e mesmo a partir de nossa própria experiência com esses recursos em oficinas e minicursos, compreendemos que muitos conceitos geométricos podem ser explorados e que a aprendizagem por meio de uma abordagem investigativa faz com que os conteúdos sejam compreendidos de modo significativo e não apenas por meio da aplicação de formular e definições. Também consideramos os limites advindos da utilização de tais recursos, seja por não fazerem parte do ambiente escolar nem serem

comuns à prática docente. Por este motivo se torna emergente compreender como os licenciados avaliam o uso desses recursos.

A proposta de trabalho com alunos da educação básica se encontra em fase de elaboração junto aos licenciandos. Assim, na próxima etapa buscaremos investigar suas opiniões quanto às reais possibilidades de se implementar, em sala de aula, atividades como a proposta e poder compreender melhor a viabilidade (ou não) de se propor ações que, enquanto pesquisas de campo, se revelam promissoras, mas que devem também ser consideradas no contexto das escolas, na realidade das salas de aula e dos cursos de formação.

5. Agradecimentos

Agradecemos à Universidade Federal de Viçosa/MG e à Universidade Estadual de Feira de Santana/BA pela oportunidade de realizarmos essa investigação.

6. Referências

ALMEIDA, S. T. **Um estudo de pavimentações do plano utilizando caleidoscópios e o software Cabri-Géomètre II**. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) - Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista, Rio Claro, 2003.

BARBOSA, R. M. **Descobrendo a geometria fractal para a sala de aula**. São Paulo: Autêntica, 2002.

BARBOSA, R. M. **Descobrendo padrões em mosaicos**. São Paulo: Atual, 1993.

BARBOSA, R.M.; DOMINGUES, H. H; SILVA, E. A. **Atividades Educacionais com Tetraminós**. São José do Rio Preto: FIRP, 1995.

BATISTELA, R. F. **Um kit de espelhos planos para o ensino de geometria**. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) - Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista, Rio Claro, 2005.

BORBA, M. C; PENTEADO, M. G. **Informática e educação matemática**. São Paulo: Autêntica, 2001.

BRASIL. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática**. Brasília: MEC/ SEF, 1998.

DAFFER, P. G. O.; CLEMENS, R. S. **Geometry**: an investigative approach. Menlo Park: Addison-Wesley, 1977.

FAINGUELERNT, E. K. **Educação matemática**: representação e construção em geometria. Porto Alegre: Artes Médicas Sul, 1999.

FONSECA, M. C. F. R. et al. **O Ensino da geometria na escola fundamental**: três questões para a formação do professor dos ciclos iniciais. Belo Horizonte: Autêntica, 2001.

GAZIRE, E. S. **O não resgate das geometrias**. Tese (Doutorado em Educação Matemática) - Faculdade de Educação, Universidade Estadual de Campinas, Campinas, 2000.

GOUVEIA, F. R. **Um estudo de fractais geométricos através de caleidoscópio e software de geometria dinâmica**. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) - Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista, Rio Claro, 2005.

GRÜNBAUM, B.; SHEPHARD, G. C. **Tilings and Patterns**. New York: W. H. Freeman and Company, 1987.

LORENZATO, S. **Por que não ensinar geometria?** Educação Matemática em Revista-Geometria, Blumenau, ano 3, n. 4, p. 4 - 13, 1995.

MARTINS, R. A. **Ensino-aprendizagem de geometria: uma proposta fazendo uso de caleidoscópios, sólidos geométricos e softwares educacionais**. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) - Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista, Rio Claro, 2003.

MURARI, C. **Ensino-aprendizagem de geometria nas 7ª e 8ª séries, via caleidoscópios.** (Doutorado em Educação Matemática) - Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista, Rio Claro, 1999.

MURARI, C. Um caleidoscópio educacional modificado para trabalhos em grupo. **Revista da Educação Matemática**, São Paulo, n. 2, p. 11-15, 1995.

PAVANELLO, R. M. O abandono do ensino de geometria no Brasil: causas e conseqüências. **Zetetiké**, Campinas, n.1, p. 19-49, 1993.

PEREZ, G. **Pressupostos e reflexões teóricas e metodológicas da pesquisa participante no ensino de geometria para as camadas populares.** Tese (Doutorado em Educação) - Faculdade de Educação, Universidade de Campinas, Campinas, 1991.

REIS, J. A. S. **Geometria esférica por meio de materiais manipuláveis.** Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) - Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista, Rio Claro, 2006.

SANTOS, M. R. **Pavimentações do plano: um estudo com professores de Matemática e Arte.** Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) - Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista, Rio Claro, 2006.

SILVA, V. C. **Ensino de geometria através de ornamentos.** Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) - Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista, Rio Claro, 1997.