

AS MÚLTIPLAS REPRESENTAÇÕES DOS NÚMEROS RACIONAIS E A TRANSPOSIÇÃO DIDÁTICA

Regina Célia de Oliveira
Universidade Federal de Pernambuco
rclia02@hotmail.com

Carolina Soares Ramos
Universidade Federal de Pernambuco
carolinasramos@gmail.com

Resumo:

Esse relato de experiência apresenta reflexões a respeito das representações diversas de números racionais, realizadas por alunos do 7º ano do Ensino Fundamental de escolas da rede pública municipal de Maceió – Alagoas. Tendo esse estudo o propósito de investigar e levantar dados que possam contribuir com informações esclarecedoras a respeito do (re) conhecimento de números racionais. Desta forma foi organizada e realizada no mês de novembro de 2012, atividades investigativas que abordavam a temática em estudo. Os dados fornecidos pelo instrumento empregado durante a investigação proporcionou momentos de reflexão e análise a respeito do processo de ensino e de aprendizagem dos números racionais.

Palavras-chave: números racionais, múltiplas representações, transposição didática.

1. Introdução

O trabalho que segue apresenta reflexões a respeito de um relato de experiência acerca das representações diversas de um número racional, realizadas por alunos do 7º ano do Ensino Fundamental.

As inquietações a respeito desse trabalho foram intensificadas durante as reflexões realizadas nas aulas da disciplina de Tópicos de Educação Matemática, ofertada pelo curso de mestrado em Educação Matemática e Tecnológica – UFPE em 2012.

Dessa forma, este estudo teve como propósito investigar e levantar dados que possam contribuir com informações esclarecedoras a respeito do (re) conhecimento referentes às representações dos números racionais exploradas nesse ano escolar da Educação Básica.

O ensino e a aprendizagem dos números racionais há muito vêm motivando pesquisas no campo da Educação Matemática, visto que o estudo desses números desenvolve habilidades que contribuem com: o entendimento e controle de situações do cotidiano; a ampliação das estruturas mentais para o contínuo desenvolvimento intelectual; proporciona a base para o trabalho com as operações algébricas. (BERH et al., 1983 apud FONSECA, 2008).

A observação das dificuldades dos alunos durante o (re) conhecimento e a escrita de números racionais em suas múltiplas representações, despertou o interesse por compreender o processo de ensinar e aprender envolvendo esses números, ou seja, conhecer o saber que estava previsto pelo professor em seus planos de aula, e o saber desenvolvido por cada um, para atingir ao objetivo desejado: o aprendizado do discente. Para os pesquisadores do campo da Educação Matemática, também, conhecer as ações que antecedem e as ações que sucedem o processo de ensino e de aprendizagem dos números racionais, entre outros tópicos, é relevante dentro da linha da Didática da Matemática.

Os conflitos que envolvem o professor, o aluno e os objetos matemáticos que acontecem num dado meio marcam o processo de ensino e de aprendizagem da Matemática. Assim, é relevante analisar aspectos relacionados a esse contexto buscando respostas para questões que envolvam pontos como: que tópicos devem ser privilegiados no ensino dos números racionais? Qual a aplicabilidade dos tópicos selecionados? Por que escolher para ensinar um determinado conteúdo matemático em meio a tantos outros?

Perante o exposto encontramos na teoria da Transposição Didática, apresentada pelo didata de influência francesa Yves Chevallard (1991), o referencial teórico para clarificar os conflitos relacionados ao ensino e aprendizagem dos números racionais. Segundo esse teórico o conjunto de transformações por qual o saber acadêmico passa para que possa ser ensinado é denominado de Transposição Didática.

2. Transposição didática

Com o foco de seu trabalho voltado para as investigações relacionadas ao processo de ensino e de aprendizagem de conceitos matemáticos, a Didática da Matemática, enquanto área de investigação surge em 1960 (BRITO MENEZES, 2006). Entre as investigações de Brito Menezes (ibidem), podemos destacar os estudos desenvolvidos por Yves Chevallard (1991) que tratam sobre a Transposição Didática, termo tratado

inicialmente pelo sociólogo francês Michel Verret em 1975, em sua tese de doutorado intitulada *Le temps des études*.

A transposição didática é exposta por Chevallard como o conjunto de transformações que o saber sábio – aquele que é produzido pela academia, passa para que possa ser ensinado. A transformação de saberes acontece devido à diferenciação entre saber acadêmico e saber escolar, que possuem natureza e funções distintas. O didata afirma que:

Um conteúdo de saber que tenha sido definido como saber a ensinar, sofre, a partir de então, um conjunto de transformações adaptativas que irão torná-lo apto a ocupar um lugar entre os objetos de ensino. O “trabalho” que faz de um objeto de saber a ensinar, um objeto de ensino, é chamado de transposição didática. (CHEVALLARD, 1991, p.39).

Para Chevallard (ibidem), a transposição didática é realizada por uma Instituição invisível (pensante), a qual foi nomeada de *noosfera*, formada por especialistas, pesquisadores, técnicos, professores, enfim, por todos que são ligados a outras Instituições: Universidades, Ministérios de Educação, Redes de Ensino; que definirão que saberes devem ser ensinados e como devem chegar até a sala de aula (saber ensinado). A última etapa das *transformações adaptativas* (saber ensinado) foi designada pelo didata de *trabalho interno de transposição*, que tem no professor o responsável por esse novo momento.

Durante as transformações sofridas pelo saber a ensinar, até chegar ao saber ensinado surgem às *criações didáticas* que aparecem com um objetivo didático para facilitar a assimilação, pelos alunos, do conhecimento em questão, como exemplo podemos citar o modelo de pizza trabalhada na apresentação das noções de frações. (MENEZES, 2004).

As criações didáticas surgem para serem incorporadas aos programas curriculares. Porém, em certos casos, podem acarretar problemas conceituais quando são usadas de forma puramente automatizada, como no caso da multiplicação em X (regra de três).

Desta forma, para evitar transtornos no decorrer dos processos de ensinar e aprender se faz necessário estar atento durante todas as transformações sofridas pelos saberes no decorrer da transposição didática.

3. O papel do professor

Dentro do contexto da Transposição Didática é solicitado aos professores decidirem a respeito de quais organizações matemáticas devem ser consideradas nesse trabalho. Segundo Pais “[...] enquanto a descoberta da ciência está mais diretamente vinculada ao saber acadêmico, o trabalho do professor envolve mais uma simulação de descoberta do saber”. (2008, p. 24).

Yves Chevallard (1999) afirma que dado um tema de estudo, deve-se considerar, primeiramente, a realidade matemática que pode ser construída denominada de *praxeologia matemática* ou *organização matemática*, definindo a partir de programas oficiais os conteúdos que devem ser estudados, os tipos de tarefa matemática que contém e o nível de desenvolvimento que deve ser dado aos componentes técnico, tecnológico e teórico; e em segundo lugar, o modo pelo qual essa realidade pode ser estudada, denominada de *organização didática*.

Dessa forma, o professor organiza situações de ensino para seus alunos, sobre um determinado objeto de saber. Pais afirma que:

[...] o trabalho do professor envolve o desafio que consiste em realizar uma atividade que, em um certo sentido, é inverso daquela do pesquisador. Pois, enquanto o matemático tenta eliminar as condições contextuais de sua pesquisa, buscando níveis mais amplos de generalidade, o professor de matemática, ao contrário, deve recontextualizar o conteúdo, tentando relacioná-lo a uma situação que seja mais compreensível para o aluno. (2001, p.32).

4. Os números racionais e as orientações curriculares nacionais

Os Parâmetros Curriculares Nacionais – PCN (BRASIL, 1997) estabelecem em seus objetivos para o ensino da Matemática levar o aluno a construir o significado do número racional e de suas representações (fracionária, decimal e percentual), a partir de seus diferentes usos no contexto social.

De acordo com Onuchic e Botta (1997), constantemente, encontramos em nosso cotidiano situações que exigem conhecimento acerca de números racionais, seja sob a forma decimal, de fração, de razão ou de porcentagem.

Os PCN orientam que o estudo do objeto de saber números racionais seja realizado por meio de resolução de situações problemas, ampliando dessa forma o seu sentido operacional. Buscando, ainda, nos contextos cotidiano e histórico, o sentido para sua

aplicabilidade. Assim, a partir das orientações expostas é esperado que o aluno ao término do terceiro ciclo consiga:

Utilizar os diferentes significados e representações dos números [...], racionais e das operações envolvendo esses números, para resolver problemas, em contextos sociais, matemáticos ou de outras áreas do conhecimento. (BRASIL, 1997, p. 76).

Espera-se com essas orientações, que os alunos percebam que em determinadas situações problemas propostas, os números naturais são insuficientes para resolvê-las, como podemos observar em muitas divisões.

Diante do exposto, é enfatizado que os números racionais, enquanto objeto de saber, pode viver em instituições diferentes (Faculdade, orientações curriculares, livros, sala de aula...) submetendo-se as imposições do meio, que o leva a ser transformado.

Para Chevallard (1992), um objeto de saber só vai existir, quando este for definido ou aceito por uma determinada instituição, sendo que uma instituição é “um dispositivo social ‘total’ que certamente pode ter apenas uma extensão muito reduzida no espaço social, mas que permite – e impõe – a seus sujeitos (...) maneiras próprias de fazer e de pensar”.

Assim, encontramos na instituição livro didático “A conquista da matemática – Edição Renovada”, a seguinte definição para um número racional:

Todo número racional é o resultado de uma divisão de números inteiros, sendo o segundo número diferente de zero, ou seja, todo número racional relativo pode ser escrito na forma, a/b com a e b inteiros e $b \neq 0$. (GIOVANNI JÚNIOR; CASTRUCCI, 2009, p. 87).

Dessa forma, partimos desse conceito para investigar e analisar as atividades propostas sobre os números racionais.

5. A investigação

O objeto de ensino foi delimitado em torno dos números racionais no sétimo ano¹ com sujeitos de escolas da rede municipal de ensino de Maceió – Alagoas. Assim, foram selecionadas 3 (três) escolas da rede municipal e nessas 6 (seis) alunos de uma das turmas do sétimo ano, totalizando 3 (três) docentes e 18 (dezoito) estudantes participantes da

¹ Final do ano letivo de 2012.

investigação. Para iniciar a investigação, foi entregue aos alunos uma atividade com questões envolvendo o (re) conhecimento e a escrita de números racionais em suas múltiplas representações. Concomitantemente, foi realizada uma consulta informal aos docentes das turmas selecionadas para esclarecer informações como: livro adotado na escola; tópicos sobre números racionais explorados em sala de aula; escolha dos tópicos selecionados foi embasada em quê (livros, PCN...); que período do ano letivo esses tópicos foram explorados; como o (a) professor² (a) descreveria o nível de conhecimento da turma a respeito do objeto de ensino números racionais.

Com os dados da investigação, foi realizada uma breve análise de como se comportam os sujeitos (professores e alunos) de uma Instituição (escola), em relação aos objetos desta instituição (objetos de ensino).

6. Análise

Após consulta informal ao grupo de professores envolvidos na investigação foi identificado que os livros adotados são: o de título “A conquista da matemática – Edição renovada” da Editora FTD, em duas das três escolas e o livro “Matemática e Realidade” da Editora Saraiva.

Quando indagados a respeito da seleção dos tópicos explorados no estudo dos números racionais, foi unânime a colocação entre os professores que os mesmos são selecionados pelo “índice do livro adotado”, visto que os mesmos não possuem orientações curriculares municipais. Porém, nenhum dos professores relatou utilizar as orientações contidas nos PCN ou outro documento orientador. Quanto ao período do ano letivo no qual os tópicos envolvendo os números racionais são trabalhados, os profissionais informaram que os mesmos são explorados entre a segunda e terceira unidade escolar³, dependendo da distribuição dos capítulos do livro didático adotado.

Os professores afirmaram que utilizam com maior ênfase a representação de números decimais para os números racionais, já que esta forma de representação é a mais encontrada no cotidiano dos alunos, visto que os mesmos fazem uso de calculadoras e trabalham com “dinheiro”, referindo-se ao sistema monetário brasileiro.

² Foram consultados 2 (dois) professores do sexo masculino e 1 (um) do sexo feminino do quadro da rede municipal de ensino.

³ Na Rede Municipal de Ensino de Maceió, o ano letivo é dividido em quatro unidades, correspondendo a aproximadamente cinquenta dias letivos.

Durante a consulta informal, os professores, colocaram que as turmas envolvidas apresentam dificuldades em explorar a representação fracionária, principalmente no trabalho com as operações, e assim sendo, os mesmos evitam questões que exijam um maior conhecimento a respeito dessa representação, como por exemplo, a adição com denominadores diferentes. A alegação apresentada pelos professores é que estes tópicos não foram explorados nos anos escolares anteriores e sendo assim, um trabalho mais profundo com os números racionais fica difícil de ser realizado porque os alunos não possuem a “base” necessária para avançar. Com essa afirmação os professores deixam claro que os mesmos se baseiam em uma organização linear dos conteúdos, ainda dominada pela ideia de pré-requisito para os conhecimentos matemáticos. (BRASIL, 1997).

Ao término da consulta, foi questionado aos professores sobre o que acontece com os outros conteúdos matemáticos relacionados aos números racionais em suas múltiplas representações. Mais uma vez, foi unânime a colocação de que os conteúdos apresentados nos livros didáticos adotados não são todos explorados, devido ao grande déficit de conhecimentos trazidos pelos alunos, em relação ao saberes matemáticos, desta forma, os conteúdos explorados são os que não exigem tais saberes. Porém, nas palavras dos professores, quando necessário é dada uma *pequena introdução* à temática, para não confundi-los.

Depois da compilação do discurso dos professores, foram analisadas as respostas dadas às questões propostas aos alunos. Nessa dinâmica, foi possível observar que 89% dos alunos envolvidos na investigação (re) conhecem e representam frações decimais na forma de números decimais e vice-versa (questão nº 2). No entanto, ao partir para a escrita de frações ordinárias como representação de um número decimal o percentual de acerto cai para 22% dos alunos (questão nº 1). O grupo investigado não fez nenhuma referência às dízimas e aos radicais que se apresentaram.

Quando os alunos foram questionados sobre a existência ou não de números entre 12,23 e 12,24 (questão nº 3), todos, informaram não existir tais números. Mas, quando questionados a respeito da existência de números entre 12,23 e 12,232 a totalidade do grupo informou haver vários: 12,24; 12,25;...; 12,230; 12,231, deixando clara a incompreensão referente aos números decimais em sua ordem de grandeza. Dessa forma, os alunos deveriam perceber que entre 12,23 e 12,24, é possível encontrar números como: 12,231; 12,232; 12,2331..., entre tantos outros.

Os alunos investigados não realizaram a operação $47,2 - 25/7$ (questão nº 4), pois os mesmos não conseguiram fazer as devidas (re) escritas para efetivá-la. Uma das (re) escritas, mais comum, expressa pelos discentes foi: $25/7$ por $25,7$. Tal representação denota a não construção do conceito de um número racional.

7. Considerações finais

Brolezzi (1996) afirma que uma das maiores dificuldades manifestadas pelos estudantes refere-se ao estudo dos números racionais. Segundo o autor:

[...] ao que tudo indica, o ensino elementar de Matemática não consegue construir na mente dos estudantes um conceito de Número Racional que permita sua utilização mais tarde. As operações com racionais são quando muito mecanizadas em torno de algumas regrinhas básicas geralmente confundidas uma com as outras. (BROLEZZI, 1996, p.1)

O ensino dos números racionais no terceiro ciclo do ensino fundamental tem grande importância para fundamentar o entendimento de conteúdos algébricos, expandir o pensamento a respeito dos conjuntos numéricos, assim como compreender e aplicar os conhecimentos sobre este objeto de saber no cotidiano.

Entretanto, para uma melhor compreensão de seus significados, é necessário um trabalho constante por meio de resolução de problemas envolvendo a representação dos números racionais, ao longo dos anos escolares, tendo sua iniciação nos ciclos iniciais do ensino fundamental.

Embora os PCN apresentem orientações curriculares, referentes ao estudo dos números racionais, o que se constata é que os alunos, ao término do terceiro ciclo, do ensino fundamental não (re) conhecem os diferentes significados e representações associados a esse tipo de número, assim como, não dominam processos de operacionalização com esses números.

Foi verificado que o estudo dos números racionais recebe um tratamento desvinculado de situações de aprendizagem que proporcione a conexão de conhecimentos, envolvendo os contextos histórico e cotidiano. Ainda, foi percebida a ausência de trabalho englobando procedimentos de cálculos, em especial, com racionais na forma decimal.

Esse panorama reforça a ideia de que há um grande distanciamento entre o que é proposto nas orientações curriculares e o que é realizado em sala de aula.

Assim, apesar de o livro didático ter sido apresentado, pelos docentes participantes dessa investigação, como o recurso que embasa o trabalho pedagógico,

guiando suas ações e conduzindo, muitas vezes, a ordem dos conteúdos explorados em sala de aula, foram verificados que vários tópicos relacionados aos números racionais não são apresentados aos discentes.

Esse cenário contribui para que as transformações adaptativas pelas quais o saber a ensinar passa até chegar a um saber ensinado, realizadas pelo docente no processo de transposição didática interna, resultem de certa forma em uma desfiguração do saber original, por omitir/excluir conceitos que se relacionam, de tal modo que favoreça para que certos obstáculos à aprendizagem sejam desenvolvidos devido à descaracterização do saber a ser ensinado.

Desse modo, é necessário que o docente ao explorar o saber a ser ensinado busque caminhos que favoreçam a construção do conceito de número racional, onde a partir desse ponto os alunos possam compreender e dominar o objeto de saber.

8. Referências

- Brasil. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros curriculares nacionais: Matemática (5ª a 9ª séries)**. Secretaria de Educação Fundamental – Brasília: MEC/SEF, 1997. 148 p.
- BRITO MENEZES, A.P.A. **Contrato Didático e Transposição Didática: Inter-Relações entre os Fenômenos Didáticos na Iniciação à Álgebra na 6ª Série do Ensino Fundamental**. Tese de Doutorado não publicada, UFPE, 2006.
- BROLEZZI, Antônio Carlos. **Frações e Decimais: história e significado**. CAEM/USP, 1996.
- CHEVALLARD, Y. (1991). **La Transposition Didactique: du savoir savant au savoir enseigné**. Grenoble, la pensée sauvage.
- _____. **Le passage de l'arithmétique à l'algébrique. Perspective curriculaire : la notion de modélisation**. Petit X, n 19, pp. 45-75, IREM de Grenoble, 1992.
- _____. **L'analyse des pratiques enseignantes en Théorie Anthropologie Didactique**. Recherches en Didactiques des Mathématiques, 19 (2), 221-266, 1999
- FONSECA, Herika Nunes Torres. **Os números racionais nos anos iniciais do ensino fundamental: investigando saberes docentes**. Dissertação de Mestrado. Programa de Pós-graduação em Educação, Universidade Federal de Minas Gerais, 2008.
- GIOVANNI JÚNIOR, José Ruy; CASTRUCCI, Benedicto. **A conquista da matemática, 6º ano – Ed. renovada** – São Paulo: FTD, 2009. (Coleção a conquista da matemática)

MENEZES, Marcus Bessa. **Investigando o Processo de Transposição Didática Interna: o caso dos quadriláteros**. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Programa de Estudos de Pós-Graduação em Educação da Universidade Federal de Pernambuco, 2004.

ONUCHIC, Lourdes de La Rosa; BOTTA, Luciene Souto. Uma nova visão sobre o ensino e a aprendizagem dos números racionais. **Revista de Educação Matemática**, Publicação da sociedade Brasileira de Educação Matemática, São Paulo, ano 5, n. 3, p. 5-11, 1997.

PAIS, Luiz Carlos. **Didática da Matemática: uma análise da influência francesa**. Belo Horizonte: Autêntica, 2001. (Coleção Tendências em Educação Matemática)

_____, Luiz Carlos. Transposição Didática. In: MACHADO, Silvia Dias Alcântara. (Org.). **Educação Matemática: uma (nova) introdução**. 3 ed. Revisada. São Paulo: EDUC, 2008.

ANEXO

ATIVIDADES INVESTIGATIVAS

Discutir (em dupla) e chegar a um consenso acerca das quatro questões abaixo:

1) Circule as escritas que representam um número decimal:

$0,66$; $\frac{1}{3}$; $0,6666$; $\sqrt{2}$; $\frac{1}{9}$; 3 ; $\frac{21}{25}$; $\frac{1}{8}$; $\frac{1}{10}$; $\sqrt{4}$; $3,14$; $15,00$; $5,7418$;

$\frac{11}{7}$; $\frac{12}{100}$; $30,06$; $\sqrt{\frac{4}{4}}$; $0,3$; $\sqrt{8}$; $\frac{15}{75}$; $\frac{15}{4}$; $\frac{1,3}{3,7}$; $\frac{\sqrt{2}}{100}$.

2) Circule as escritas que representam: $\frac{14}{10}$

$14,10$; $1+\frac{4}{10}$; $1,14$; $\frac{140}{100}$; $1+0,4$; $0,14$.

3) Existe um número entre $12,23$ e $12,24$? Se sim, escreva-o.

Há quantos números entre $12,23$ e $12,232$? Explique sua resposta.

4) Escreva o melhor enquadramento possível, para o número resultante da operação $47,2 - 25/7$ com três dígitos depois da vírgula.