

## ELABORANDO TAREFAS SOBRE TRANSFORMAÇÃO NO PLANO PARA UM AMBIENTE VIRTUAL

*Andreia Carvalho Maciel Barbosa*  
Uniban – Colégio Pedro II – FFP/UERJ  
*andreiamaciel@gmail.com*

*Janete Bolite Frant*  
Uniban  
*janetebf@gmail.com*

*Arthur B. Powell*  
Rutgers University  
*powellab@andromeda.rutgers.edu*

### **Resumo**

As Transformações no Plano e no Espaço estão presentes no desenvolvimento tecnológico atual. Nesse artigo apresentamos reflexões sobre o desenvolvimento de uma sequência de tarefas para estudantes de Ensino Médio num ambiente tecnológico colaborativo – o VMT – Virtual Math Team – desenvolvido pela Drexel University. Para esclarecer sobre a perspectiva participacionista de pesquisa dialogamos com Sfard (2008) e Bolite Frant (2005). Também foi importante olharmos para as contribuições de Lakoff e Núñez (2000), Leont'ev (1978) e Darlington (2013) sobre esse tipo de atividades e tarefas e refletirmos sobre elas. Aliado a isso, e de acordo com as ideias de Stahl (2006), podemos perceber as potencialidades de colaboração que podem ser inseridas no VMT e, com isso, conseguimos traçar as características para apresentar nossa proposta de tarefas nesse ambiente.

**Palavras chave:** Transformações no Plano; Ambiente Colaborativo Virtual; Tecnologias Digitais; Teoria da Atividade.

### **1. Introdução**

As Transformações no Plano e no Espaço deram origem ao estudo de computação gráfica, assunto atual e presente nas tecnologias com as quais interagimos. No entanto, quando este tópico é abordado no Ensino Médio essas aplicações são deixadas à margem.

As Orientações Curriculares para o Ensino Médio (2006) recomendam que as transformações geométricas, em particular isometrias e homotetias, sejam trabalhadas para oportunizar o trabalho articulado de conceitos matemáticos tanto do ponto de vista algébrico como do geométrico, entretanto, nesse segmento, nem sempre a Álgebra Linear faz parte dos programas oficiais dos estados no Brasil.

Apesar dessa recomendação, na prática, os currículos apresentam uma abordagem restrita a matrizes e suas operações, cálculo de determinante e resolução de sistemas lineares. Alguns livros didáticos, apesar de apresentarem alguma contextualização para o Ensino de Matrizes, exemplificam a preocupação excessiva com a questão operacional, como em Barroso e Paiva (PNLD, 2012). Desse modo, o estudo das matrizes fica restrito a abordagens que envolvem, essencialmente cálculos, enfatizando técnicas, o que deixa o estudo bastante fragmentado e o estudo das Transformações no plano geralmente não é contemplado.

Outro ponto bastante negligenciado é o uso de tecnologias. Mais uma vez, embora os documentos publicados pelo MEC enfatizem tal utilização em sala de aula, Bairral (2009) aponta que pesquisas sobre o uso de ambientes tecnológicos, levando em conta experiências no Ensino Médio, ainda não são expressivas, sendo ainda menos frequente o trabalho em ambientes interativos.

Em nossa pesquisa buscamos desenvolver atividades que possibilitem compreender como alunos de Ensino Médio da Rede Pública, do Brasil e dos Estados Unidos, lidam e falam sobre Transformações no Plano, quando trabalham colaborativamente em um ambiente virtual síncrono realizando tarefas elaboradas para provocar a exploração e investigação. Vale destacar que nossa observação tem um interesse principal em compreender os discursos em um ambiente mediado pelo uso da tecnologia. Em particular, nesse artigo pretendemos apresentar uma sequência de tarefas destinadas a esse público que possibilitem aos alunos um trabalho colaborativo sobre o assunto. Para tal mostraremos reflexões sobre o processo de elaboração e sobre o desenvolvimento das tarefas de acordo com os estudos teóricos de Lakoff e Núñez (2000), Rosch (1999), Leont'ev (1978) e Task Design em Darlington (2013).

## **2. Perspectivas de investigação e elaboração das tarefas**

Nesse trabalho é necessário explicitar o paradigma de pesquisa adotado. Sfard (2008) aponta duas metáforas para a aprendizagem de matemática: a perspectiva aquisicionista e a participacionista. Com ideias bastante próximas às da autora, Bolite Frant (2005) descreve duas metáforas para o ato de conhecer: a da faixa de Möebius e da caixa.

De acordo com Sfard (2008), na perspectiva aquisicionista o objetivo da pesquisa é adquirir um determinado conhecimento. Bolite Frant (2005) propõe que esta visão aquisicionista entende a mente humana via metáfora da caixa, isto é, existe um conhecimento que está fora da caixa (nesse caso, a caixa é entendida como a mente) e quando adquirido entraria nessa caixa.

Na visão participacionista, proposta por Sfard (2008), a matemática é um discurso, e o conhecimento matemático é, portanto, desenvolvido no e pelo discurso. A metáfora da faixa de Möebius, defendida por Bolite Frant (2005) se aproxima dessa ideia. A faixa é uma superfície não orientada, onde não faz mais sentido falar de um conhecimento adquirido, que estaria dentro ou não adquirido que estaria fora. Ainda segundo a autora, conhecimento é algo que não pode ser transferido ou acumulado, como ocorre com a informação, e ocorre sempre num espaço social, cultural e histórico. Nesse artigo, adotaremos a perspectiva participacionista defendida por Sfard (2008) e a metáfora da faixa de Möebius (Bolite Frant, 2005).

Adotando esta segunda abordagem, pensamos no papel dos participantes como membros de uma comunidade de aprendizagem e participando da proposição e evolução do discurso no Virtual Math Team (VMT, que será objeto de estudo da seção 3 desse artigo). E o papel do professor é propor tarefas que estimulem o diálogo entre os participantes e ser também um participante desta comunidade.

Para este trabalho, adotamos a noção de conceito defendida por Rosch (1999) que também se afina com a ideia participacionista da aprendizagem. A autora defende que conceitos são sistemas abertos, construídos em nossa participação do mundo. Essa visão é fortemente contrária à aquisicionista, onde os conceitos são entendidos como representações ou mecanismos para identificar objetos.

Ainda com base nessas escolhas, convergimos com as ideias da Teoria da Cognição Corporificada de Lakoff e Núñez (2000), onde o cérebro humano e o corpo são vistos como indissociáveis e que o ser humano interage com o meio de forma integral. De acordo com Lakoff e Johnson (1981), nosso sistema conceitual é construído em boa parte, inconscientemente.

o nosso sistema conceitual não é algo que nós estamos normalmente conscientes. Na maioria das pequenas coisas que fazemos todos os dias, simplesmente pensamos e agimos, mais ou menos

automaticamente, ao longo de determinados caminhos. Só o que esses caminhos significam não é óbvio de maneira alguma. Uma maneira de descobrir é olhar para a linguagem. Uma vez que a comunicação é baseada no mesmo sistema conceitual que nós usamos no pensamento e na ação, a linguagem é uma fonte importante de evidência para a qual esse sistema se parece. (Tradução nossa)<sup>1</sup> (p. 3)

Com base nessas reflexões buscamos elaborar as atividades apoiados nas ideias sobre Atividade e Tarefas (Leont'ev, 1978) e Task Design (Darlington, 2013), pois se mostram coerentes com os demais aspectos teóricos estudados. Sabemos que as contribuições da teoria sócio-histórica-cultural de Vygotsky, com a influência das ideias de Marx e Lenin, difundidas no Brasil a partir da década de 90, são muito importantes para a Educação. O trabalho de Leont'ev, psicólogo russo e aluno de Vygotsky, sobre atividades e tarefas, trouxe também contribuições específicas para a área de Educação Matemática.

Leont'ev (1978), através da Teoria das Atividades, nos permite interpretar que a atividade humana envolve pontos que vão além da resolução e do desenvolvimento de argumentos coerentes para uma determinada atividade. Elas envolvem também questões psicológicas compostas de questionamentos sobre o que pretendemos com tal atividade, de como se dará a continuidade da mesma e de como essa atividade pode transformar suas próprias necessidades.

Leont'ev (1978) argumenta como tarefas transformam em atividades. Uma tarefa é uma operação realizada em condições e restrições específicas, são muitas vezes complexas e podem abordar fins complexos, mas também podem ter intenções mais restritas envolvendo diretamente uma mudança conceitual ou a fluência e precisão de ideias. Uma atividade só ocorre através da apropriação de uma tarefa por parte de quem a realiza.

As pesquisas crescentes em Task Design (Darlington, 2013) nos possibilitam olhar para as tarefas e atividades no contexto da Educação Matemática, visto que os trabalhos de investigação sobre o assunto na área são crescentes. Especificamente na Educação matemática, “tarefas geram atividades que proporcionam oportunidade de encontrar conceitos, ideias e estratégias matemáticas, e também para desenvolver o pensamento

---

<sup>1</sup> Texto original: “But our conceptual system is not something we are normally aware of. In most of the little things we do every day, we simply think and act more or less automatically along certain lines. Just what these lines are is by no means obvious. One way to find out is by looking at the language. Since communication is based on the same conceptual system that we use in thinking and acting, language is an important source of evidence for what that system is like”.

matemático e modos de investigação” (Darlington, 2013ç p. 4, Tradução nossa<sup>2</sup>). Para o desenvolvimento de nosso trabalho desenvolvemos uma sequência de tarefas que levam em conta o repertório de experiências anteriores do sujeito.

### 3. O VMT: Virtual Math Team

Para entender o desenvolvimento das atividades ainda se faz necessário discutir sobre o papel das plataformas à distância na aprendizagem colaborativa, em particular, o VMT. Segundo Stahl et al (2006), antes mesmo do uso dos computadores em sala de aula, já existia um número significativo de investigações sobre aprendizagem colaborativa e cooperativa realizadas na educação. Existe uma diferença entre aprendizagem colaborativa e cooperativa, mas os aspectos que tornam essas duas visões não são relevantes nesse estudo. Vamos utilizar como sinônimo, entendendo que aprendizagem colaborativa ou cooperativa é aquela em que o trabalho realizado pelos participantes é feito conjuntamente, de maneira síncrona, negociando e compartilhando suas ações para resolver o problema em questão.

Ainda de acordo com as ideias de Stahl et al (2006), num ambiente CSCL (Computer Supported Collaborative Learning) a colaboração entre os alunos não está atrelada apenas a conseguirem responder corretamente as perguntas realizadas na tarefa e à realização de tarefas não se dá de forma isolada. A concepção é que a aprendizagem ocorra através de interações contínuas entre os participantes. Outro aspecto que é importante destacar que a CSCL não envolve apenas a interação online, caracteriza-se por um conjunto de perspectivas e envolve todas interações relacionadas a explorações de simulação ou representação.

Mais do que uma plataforma, o VMT faz parte de um projeto que tem como objetivo provocar discussões matemáticas através de pequenos grupos interagindo para resolver problemas matemáticos em salas de *chat*. Segundo Stahl (2006), o projeto foi fundado em 2003 com uma verba da National Science Foundation nos EUA e sua ideia principal é que pessoas do mundo inteiro conversem com outras pessoas sobre temas de interesse matemático formando assim uma comunidade de discurso matemático.

---

<sup>2</sup> Texto original: “Tasks generate activity which affords opportunity to encounter mathematical concepts, ideas, strategies, and also to use and develop mathematical thinking and modes of enquiry”.

O VMT é livre acesso e organizado por diversas salas de *chat*. Cada sala é formada, à direita, por um *chat* em forma de texto e, à esquerda, abas do tipo *Writebord*, *GeoGebra*, *Web Browser* ou *New Browser* que podem ser alternadas na parte superior. O responsável pela criação da sala pode adicionar cada tipo de aba tantas vezes quantas forem necessárias, com exceção do *chat*, que está obrigatoriamente presente. Neste artigo nos deteremos à explanação de abas do tipo *chat*, *Writeboard* e *GeoGebra*, visto que nesse estudo não utilizamos as abas do tipo *Web Browser* e *New Browser*.

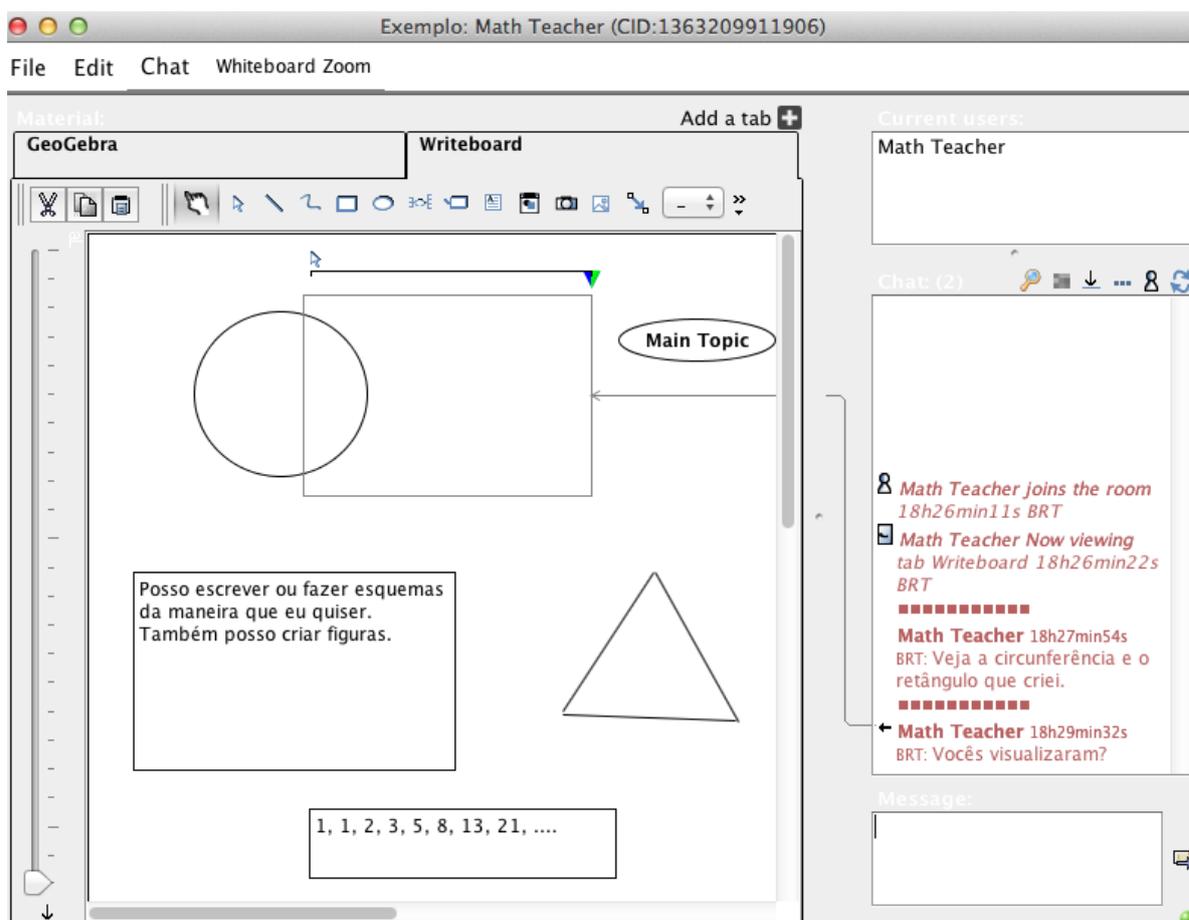


Figura 1: Interface do *chat* e do *Writeboard*.

O *Writeboard*, ou quadro branco em português, faz o papel da lousa de uma sala de aula convencional, na qual se pode anotar, desenhar, bem como esquematizar o que está sendo feito. Nesse sentido, o participante pode expressar suas ideias por textos e também por esquemas, desenhos que são compartilhados por todos os participantes na sua sala de *chat*.

No *chat*, os alunos podem se comunicar por mensagens de texto. O recurso funciona quase que exatamente como em uma sala de bate-papo, mas permite que o participante se refira, através do ícone da “mãozinha” (*Referencing*), mensagens anteriores para relacionar suas ideias, bem como, sinalize algo que foi feito no *Writeboard*. Na Figura 1, temos um exemplo de indexação do diálogo do *chat* com o *Writeboard*. Tanto o *chat*, como o *Writeboard* não possuem regras específicas de ordem, os participantes podem expressar suas ideias ao mesmo tempo.

Essa perspectiva é um pouco diferente na aba *GeoGebra*. A manipulação desta aba deve ser feita por um participante de cada vez. Na Figura 2, à esquerda, temos a situação de uma aba que não está sendo utilizada por nenhum participante. Quando um dos participantes pega o controle, selecionando o ícone *Take Control*, os botões do *GeoGebra* tornam-se ativos, permitindo que ele possa realizar construções, como indicado no lado direito da Figura 2.

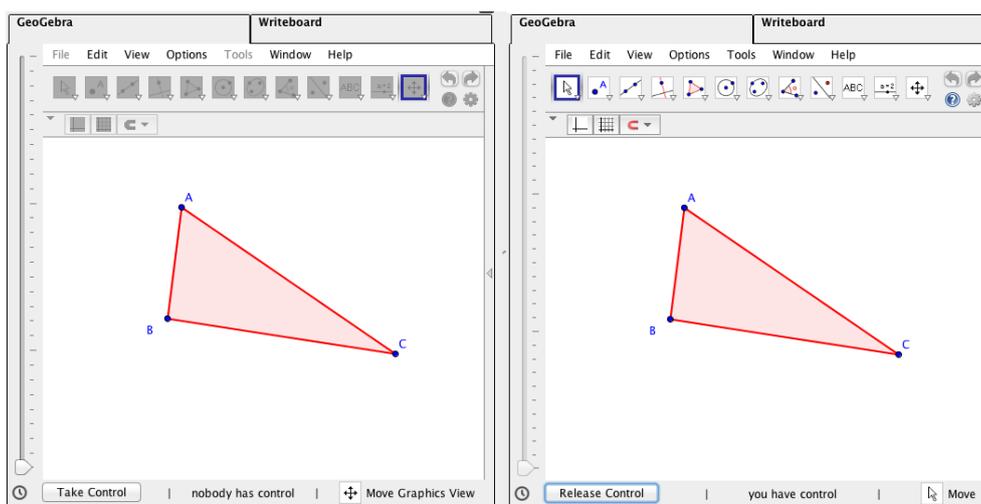


Figura 2: Interface da aba *GeoGebra*.

Na utilização dessa aba, o participante que está com o controle pode manipular o *software* da maneira usual, enquanto os outros participantes apenas observam. Para que estes possam manipular, é preciso que se libere o controle através do ícone *Release Control*.

Acreditamos que atividades desenvolvidas nesse ambiente possibilitam aos alunos múltiplas experiências diferentes das experiências de uma sala de aula usual, como por exemplo com objetos físicos. Nessa perspectiva os alunos podem ter um novo olhar para a Matemática.

#### 4. A Sequência de Tarefas

Nesse artigo discutimos sobre uma sequência de tarefas proposta na pesquisa de doutorado da primeira autora, que se encontra em desenvolvimento. A metodologia escolhida foi o Design Research Experiment, que se justifica por se mostrar, sob medida, permitindo interagir no modelo da atividade durante a pesquisa. De acordo com Cobb et al (2003), essa metodologia permite a compreensão de um sistema de aprendizagem complexo, sistema esse por eles denominado de “ecologia de aprendizagem”, que pode ser visto como um sistema de múltiplos elementos de diferentes tipos e níveis caracterizados por uma concepção e projeção inicial de como estes podem atuar para apoiar a aprendizagem. Os elementos de uma ecologia são constituídos por tarefas ou problemas, pelo discurso produzido na sala de aula, pelas regras estabelecidas na participação, pelas ferramentas e materiais disponíveis e pelas ações do professor.

Nessa perspectiva, os contextos organizados para tais pesquisas não se restringem a uma proposta de atividades com fatores que influenciam essa aprendizagem isoladamente. A ideia é que todo o planejamento seja feito de maneira interligada e que todos os fatores estejam interagindo. Por esse motivo, os autores defendem que essa metodologia é bastante adequada para pesquisas como a nossa, onde se encoraja os alunos na resolução de tarefas e na produção de discurso, uma vez que a ecologia se constitui como um sistema de interações e não um conjunto de atividades que atuam isoladamente. Além disso, favorece que os professores em sala de aula estabeleçam relações durante a realização da atividade, articulando o desenvolvimento da tarefa com as ferramentas e materiais disponíveis no ambiente.

Nesse sentido, a metodologia é prospectiva e reflexiva. Prospectiva, pois permite o planejamento inicial das tarefas de acordo com a literatura, com as práticas de sala e aula e com as interações ocorridas durante o desenvolvimento da pesquisa. Reflexiva porque a partir das interações realizadas no desenvolvimento de cada etapa, o planejamento inicial é reformulado.

Baseado nessas reflexões, organizamos essa pesquisa em quatro fases, a saber revisão bibliográfica e elaboração da proposta inicial da sequência de tarefas, implementação das tarefas junto a professores e análises parciais, reelaboração das tarefas e implementação junto a estudantes da rede pública do Brasil, e, por fim, reelaboração das

tarefas e nova implementação envolvendo estudantes da rede pública do Brasil e dos Estados Unidos. Os alunos envolvidos na pesquisa cursam a 2ª série do Ensino Médio no Brasil e o 2º ano da High School nos Estados Unidos, a faixa etária é entre 15 e 17 anos. A sequência de tarefas apresentada nesse artigo faz parte da última fase descrita e sua elaboração visou favorecer a interação e a comunicação entre os alunos sobre transformações no plano e foram planejadas para serem desenvolvidas totalmente à distância.

Organizamos um total de seis encontros, sendo cinco para o desenvolvimento das tarefas e no último uma avaliação. Para os cinco encontros iniciais criamos salas no VMT (Figura 3) com duas abas do tipo *Writeboard* e uma do tipo *GeoGebra*, exceto no terceiro encontro quando foram necessárias duas abas *GeoGebra*, ao invés de uma.

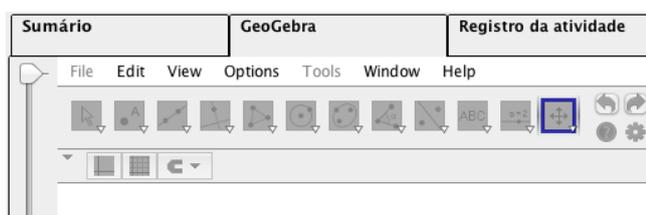


Figura 3: Interface das salas criadas no VMT para a realização da pesquisa.

Na aba *Sumário* disponibilizamos a tarefa do encontro e na aba *Registro de Atividade*, como o próprio nome sugere, os alunos mostram suas ideias sobre as apropriações realizadas durante o desenvolvimento da tarefa.

A partir das análises feitas sobre as propostas de tarefas preliminares, aplicadas com alunos e com professores, durante as fases 2 e 3, dois aspectos ficaram bastante explícitos: a necessidade de uma exploração do ambiente, inicialmente de forma livre, depois com pequenas tarefas; e a necessidade de provocações para que eles aprendam a “falar” e “ouvir” nesse ambiente de forma colaborativa. A partir dessas reflexões elaboramos a Tarefa do Encontro 1 que pode ser observada na Figura 4.

**Tarefa 1**

Olá grupo. Sejam muito bem-vindos ao VMT!

No GeoGebra cada participante, um de cada vez, deve construir um polígono e uma transformação. Depois de realizadas as construções vocês devem registrar na aba “registro da atividade”, como realizaram as construções. Sejam curiosos. Explore bastante as ferramentas do VMT. Procure ajudar os colegas para realizar ações que você já conseguiu.

O objetivo principal da atividade é fazer descobertas e registrá-las!

Bom trabalho!

Figura 4: Proposta da Tarefa 1.

Nosso objetivo é que os alunos possam ter o primeiro contato com o ambiente. Para tal, eles precisam aprender a comunicar-se com os outros integrantes, através do *chat*, do *Writeboard* e do *GeoGebra*. Como já mencionamos anteriormente, em cada uma dessas interfaces a comunicação se dá de acordo com as suas próprias possibilidades de comunicação e o usuário precisa se adaptar aos recursos e regras do ambiente.

Também observamos nas fases anteriores que as experiências geométricas com objetos físicos mostraram-se consolidadas entre os alunos participantes. Assim, na proposta da Tarefa 2, buscamos que os alunos continuassem a aprender a manipular as abas e ferramentas do VMT, provocando um pouco mais a manipulação do *software GeoGebra* no contexto das Transformações. Na figura 5 temos a proposta da tarefa.

**Tarefa 2**

Olá grupo!

Vejam o polígono na aba GeoGebra. Criem uma reflexão em torno do eixo x e observem o que ocorre com as coordenadas do vértice.

Faça outras transformações e observem as coordenadas:

- Reflexão em torno do eixo y.
- Homotetia de razão 2.
- Homotetia de razão -1.5.

Após realizarem a exploração, registrem o que vocês pensam sobre as duas perguntas abaixo. Em cada pergunta justifiquem suas ideias.

1. Em cada uma das quatro situações exploradas, qual é a relação entre as coordenadas do polígono inicial e do polígono transformado?
2. Se modificarmos o polígono inicial essas relações se preservam ou se mantêm? Em que sentido?

Figura 5: Proposta da Tarefa 2.

Para tanto, na aba do *GeoGebra* disponibilizamos um pentágono para que os alunos realizassem as experiências propostas na tarefa.

Com o desenvolvimento da segunda tarefa os alunos tiveram um primeiro contato com a representação do domínio e da imagem de uma Transformação no plano em um mesmo plano cartesiano. Sabemos que a representação do domínio e da imagem de uma transformação no plano podem ser feitas em um mesmo plano cartesiano ou em planos cartesianos distintos. De acordo com Lakoff e Johnson (1981) e Lakoff e Núñez (2000), essas representações estão baseadas em domínios fonte diferentes, em outras palavras, a ideia matemática expressa é a mesma, independente da representação utilizada, mas para que se compreenda cada uma das representações construímos domínios fonte diferente, ou seja, a compreensão de cada representação de uma transformação está baseada em metáforas distintas.

Com a finalidade de que o aluno interagisse com essas duas representações, elaboramos a Tarefa 3 (Figura 6).

**Tarefa 3**

Olá grupo! Mãos a obra na Atividade 3.

Observem as transformações no GeoGebra 1 e no GeoGebra 2 e registrem sobre o que é semelhante e o que é diferente em cada uma delas?

Como vocês preferem trabalhar: Com o polígono original e o polígono ampliado transformado no mesmo plano cartesiano ou em planos separados? Por quê?

Figura 6: Proposta da Tarefa 3.

Para que o aluno realize essa tarefa ele deve interagir com duas abas do *GeoGebra*, a aba *GeoGebra 1* (Figura 7) onde temos o domínio e a imagem de uma transformação representadas em um mesmo plano cartesiano e a aba *GeoGebra 2* (Figura 8) que apresenta o domínio e a imagem da transformação em planos cartesianos distintos.

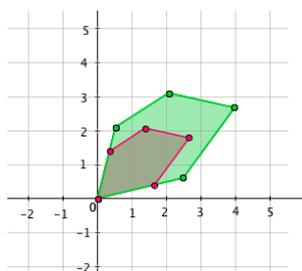


Figura 7: Tela *GeoGebra 1* da Tarefa 3.

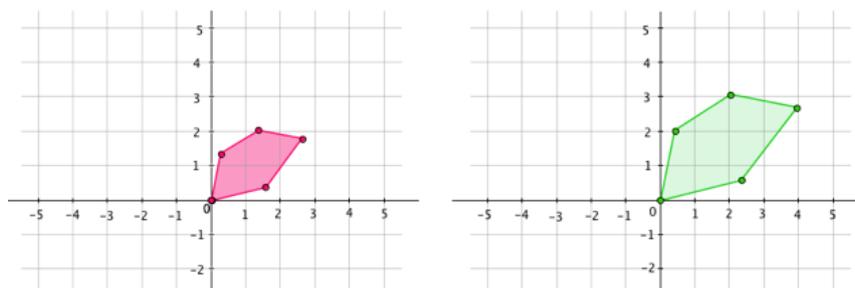


Figura 8: Tela *GeoGebra* 2 da Tarefa 3.

As tarefas 4 e 5 tiveram como objetivo manipular transformações no plano no contexto das matrizes. Especificamente na tarefa 4 desenvolvemos um applet que contém *carinhas felizes* como domínio e imagem de uma transformação no plano. Nesse applet disponibilizamos para os alunos a matriz de ordem 2 com os coeficientes.

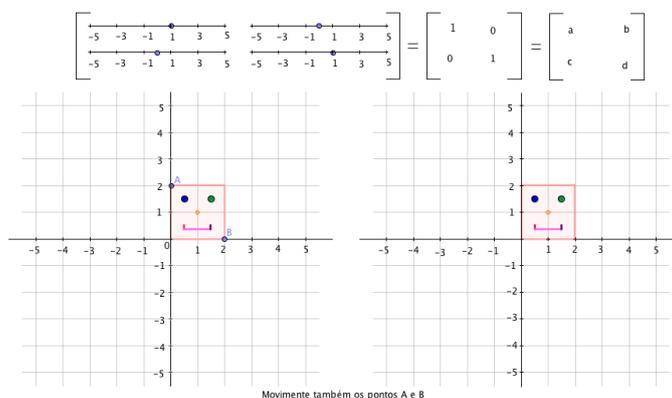


Figura 9: Tela *GeoGebra* da Tarefa 4 – Applet 1 de Transformações no plano.

No applet da Tarefa 4, o participante pode manipular todos os coeficientes da matriz de transformação, bem como, variar o comprimento e a largura da carinha do domínio. De acordo com as manipulações realizadas na matriz, a carinha da imagem sofre as transformações associadas. Com isso, o applet permite investigar algumas categorias, casos particulares de variação de parâmetro, e permitiu elaborar a proposta apresentada na Figura 10.

#### Tarefa 4

Olá grupo! Hoje vamos trabalhar com a carinha feliz! Veja a tela na aba GeoGebra.  
Façam uma exploração inicial da tela.

Agora explore o que ocorre com a carinha quando:

1. Vocês variarem somente o parâmetro  $a$  na matriz.
2. Vocês deixarem os parâmetros  $b$  e  $d$  fixos e vocês podem variar os parâmetros  $a$  e  $c$  mas deixando-os sempre com o mesmo valor.
3. Agora vejamos o que acontece se os parâmetros  $a$  e  $c$  forem zero e vocês variarem os parâmetros  $b$  e  $d$  mas dando sempre um mesmo valor para  $b$  e  $d$ .
4. Agora explore outras situações, variem os parâmetros de outras maneiras. Para cada situação que vocês criarem analise o que acontece e tente dizer porque está acontecendo isso.

Registrem as quatro resposta no “Registro da Atividade” procurando explicar SEMPRE como vocês pensaram.

Bom trabalho!!!

Figura 10: Proposta da Tarefa 4.

Na continuidade do trabalho e buscando provocar o contato com a multiplicação matricial, elaboramos um outro applet parecido com o primeiro, mas com possibilidades distintas para ser utilizado na Tarefa 5.

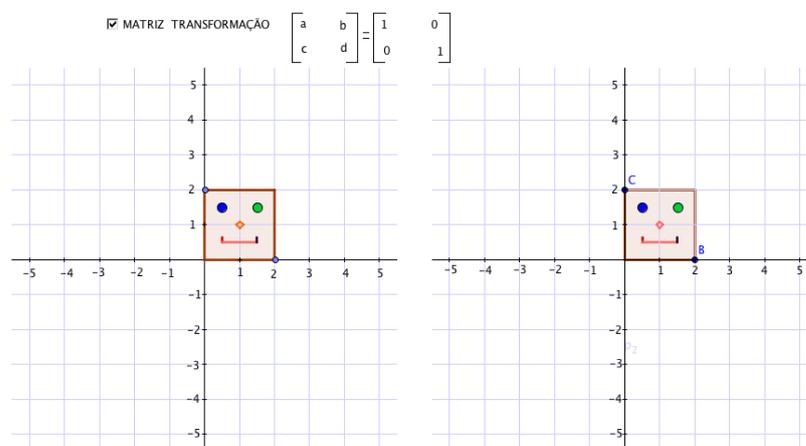


Figura 11: Tela *GeoGebra* da Tarefa 5 – Applet 2 de Transformações no plano.

Nesse applet, o participante manipula a carinha da imagem e, de acordo com os movimentos realizados, a matriz de transformação é modificada. Essa ação permitiu a exploração e investigação sobre as modificações dos coeficientes da matriz, ações necessárias para a realização da Tarefa 5, que pode ser vista na Figura 12.

#### **Tarefa 5**

Olá grupo! Nossas carinhas continuam felizes, mas temos algumas mudanças na tela.

Façam uma exploração inicial da tela.

Agora explorem o que ocorre com a matriz quando:

1. A carinha dobra a dimensão paralela a boca e pertence ao terceiro quadrante.
2. A carinha dobra a dimensão perpendicular a boca e pertence ao quarto quadrante.
3. Em todas as situações vocês encontram a matriz da situação explorada escrita na tela.

Agora discutam sobre uma maneira de descobrir essa matriz sem consultar a tela.

Registrem suas respostas no sumário procurando explicar sempre como vocês pensaram.

Registrem as reflexões no “Registro da Atividade” procurando explicar SEMPRE como vocês pensaram.

Figura 12: Proposta da Tarefa 5.

Após o desenvolvimento das cinco tarefas acreditamos que é importante ouvir o que os alunos pensam sobre o conhecimento matemático investigado, sobre o ambiente e sobre colaboração. Essa avaliação foi realizada no sexto e último encontro.

#### **O que você pensa!**

1. O que é uma transformação no plano para você?
2. O que você achou desse ambiente, o VMT? O que você mais gostou? E o que menos gostou? Você pode nos ajudar a melhorar este ambiente nos dizendo o que você gostaria que mudasse neste ambiente para outros alunos usarem?
3. O que você achou de desenvolver atividades de matemática nesse ambiente?
4. As discussões e trocas com o seu grupo o ajudaram a pensar sobre as atividades?
5. Escreva livremente sobre essa experiência de trocas no VMT.

Figura 13: Avaliação – O que você pensa.

Com isso apresentamos nossa proposta de abordar Transformações no Plano com alunos de Ensino Médio no VMT, o ambiente tecnológico colaborativo utilizado nessa pesquisa.

## **5. Considerações Finais**

O desenho da sequência de tarefas apresentada nesse artigo mostra um trabalho, que normalmente é feito por debaixo dos panos, mas que nesse caso foi o resultado da articulação entre quadro teórico e experiências anteriores com alunos e professores de matemática.

As tarefas foram propostas nesta sequência porque consideramos que precisávamos inicialmente lidar com componentes técnicos e provocar que os participantes se deparassem

com situações que lhes dessem experiências e essas, por sua vez, permitissem que desenvolvessem outras atividades, propostas posteriormente.

Em nossa proposta de abordar Transformações no Plano com alunos de Ensino Médio no VMT, o ambiente tecnológico colaborativo utilizado nessa pesquisa, temos três importantes cenários: as experiências anteriores com isometrias e funções, as possibilidades de exploração e manipulação no software GeoGebra, o VMT e possibilidade de colaboração.

Com isso, a sequência de tarefas permite que os alunos movimentem e construam no GeoGebra e vejam com o outro, façam movimentações com e para o outro. Essa multiplicidade de ações e interações traz muitas possibilidades para a sala de aula e as pesquisas e Educação Matemática de discutir matemática a partir do ponto de vista dos próprios estudantes de Ensino Médio.

## **6. Agradecimentos**

Agradecemos à CAPES pelo financiamento do estudo realizado nos Estados Unidos da primeira autora pelo Programa Institucional de Bolsas de Doutorado Sanduíche no Exterior (PDSE).

## **7. Referências**

Bairral, M. A. *Discurso, interação e aprendizagem matemática em ambientes virtuais a distância*. Rio de Janeiro: Edur, 2009.

Bolite Frant, J. *Linguagem, tecnologia e corporiedade: Produção de significados para o tempo em gráficos cartesianos*, 2005.

Brasil. *Orientações curriculares do ensino médio*. V 2. Brasília. MEC/SEB, 2006.

Brasil. *Programa Nacional de Livros Didáticos - PNLD*. Brasília. MEC/SEB, 2012.

Cobb, P. et al. Design Experiment in Educational Research. *Educational Researcher*, v. 32, n. 1, p. 9-13. Jan/Feb 2003.

Darlington, E. *Task Design in Mathematics Education*. ICMI Study 22, Announcement and call for papers. Disponível em:

<[http://www.mathunion.org/fileadmin/ICMI/files/Conferences/ICMI\\_studies/Ongoing\\_studies/ICMI\\_Study\\_22\\_announcement\\_and\\_call\\_for\\_papers\\_long\\_version\\_Extended\\_Deadline.pdf](http://www.mathunion.org/fileadmin/ICMI/files/Conferences/ICMI_studies/Ongoing_studies/ICMI_Study_22_announcement_and_call_for_papers_long_version_Extended_Deadline.pdf)>. Acesso em 08 de março de 2013.

Lakoff, G. Johnson, M. *Metaphors we live by*. Universidade de Chigago: Chicago, 1981, p. 3-13.

Lakoff, George; Núñez, Rafael E. *Where Mathematics Comes From*. USA: Basic Books, 2000, p. 155-180.

Leont'ev, A. N. *Actividad, conciencia y personalidad*. Buenos Aires: Ciencias del Hombre, 1978.

Rosch, E. *Reclaiming Concepts*, *Journal of Consciousness Studies*. Rafael Nunez e Walter Freeman (Org.), nº 11-12, p. 61-77. EUA, 1999.

Sfard, A. *Thinking as communicating: human development, the growth of discourses, and mathematizing*. Cambridge University Press, 2008.

Stahl, G et al. *Virtual math teams project: An overview of VMT*. 2006 (1-8) Disponível em <http://www.mathforum.org/vmt/TheVMTProject.pdf>. Acesso em 15 de agosto de 2011.