

EQUAÇÕES QUADRÁTICAS UTILIZANDO SOMA E PRODUTO: UMA ATIVIDADE PRÁTICA EM SALA DE AULA

Alessandra Vargas Lima¹
Instituto Federal Farroupilha - Câmpus Júlio de Castilhos
alessandra.vargaslima@gmail.com

Denise Ritter²
Instituto Federal Farroupilha - Câmpus Júlio de Castilhos
deniseritter10@gmail.com

Suziane Bopp Antonello³
Colégio Técnico Industrial de Santa Maria – UFSM
suzibopp@gmail.com

Graciele de Borba Gomes Arend⁴
Instituto Federal Farroupilha - Câmpus Júlio de Castilhos
graciele.arend@jc.iffarroupilha.edu.br

Resumo:

O presente artigo refere-se a uma atividade sobre a aplicação do método da soma e produto, na resolução de equações quadráticas desenvolvidas por duas acadêmicas do curso de Licenciatura em Matemática do Instituto Federal Farroupilha - Câmpus Júlio de Castilhos, no decorrer dos trabalhos do Programa Institucional de Bolsa de Iniciação à Docência – PIBID Matemática. Essa atividade foi planejada conforme as dificuldades apresentadas pelos alunos da Escola Estadual de Ensino Médio Doutor Júlio Prates de Castilhos e alunos da Licenciatura em Matemática do Instituto Federal Farroupilha - Câmpus Júlio de Castilhos na resolução de equações do segundo grau. Depois de detectadas as dificuldades dos alunos, as acadêmicas, embasadas teoricamente sobre o tema, apresentaram o método para os alunos. Considerando a importância desta estratégia na resolução de equações quadráticas, o resultado obtido facilitou o processo de obtenção da solução da equação, desenvolveu o raciocínio lógico e tornou as aulas mais dinâmicas.

Palavras-chave: Equação quadrática; Atividade; Método.

¹ Acadêmica do curso de Licenciatura em Matemática do Instituto Federal Farroupilha- Câmpus Júlio de Castilhos

² Acadêmica do curso de Licenciatura em Matemática e bolsista PIBID do Instituto Federal Farroupilha- Câmpus Júlio de Castilhos

³ Professora e orientadora do Colégio Técnico Industrial de Santa Maria – CTISM – UFSM

⁴ Professora e orientadora do curso de Licenciatura em Matemática do Instituto Federal Farroupilha – Câmpus Júlio de Castilhos

1. Introdução

Este trabalho é um relato baseado em uma atividade realizada por duas acadêmicas do curso de Licenciatura em Matemática do Instituto Federal Farroupilha - Câmpus Júlio de Castilhos. O tema desta proposta surgiu em virtude das dificuldades observadas por parte dos alunos do Ensino Médio e também dos acadêmicos do Curso de Licenciatura em Matemática do Instituto Federal Farroupilha - Câmpus Júlio de Castilhos para resolverem equações de segundo grau. Também se deu pelo convívio diário em sala de aula com os colegas da graduação e nas atividades do PIBID – Matemática desenvolvidas com alunos de Ensino Médio da Escola Estadual Doutor Júlio Prates de Castilhos. Foram observados problemas na resolução de equações de segundo grau quanto à delonga para a obtenção da solução e muitos erros de resolução das mesmas. Tais fatos instigaram as acadêmicas a buscar uma metodologia eficaz para resolver essas equações e contribuir para sanar as dificuldades dos educandos.

2. Justificativa

Os estudantes da Educação Básica, em sua maioria apresentam muitas dificuldades na aprendizagem da matemática, afirmam que é muito difícil compreendê-la e isso se reflete em altos níveis de reprovação nesta disciplina. A resolução de equações de segundo grau está entre as dificuldades objetivas encontradas pelos alunos, pois eles levam muito tempo e cometem diversos erros na resolução das mesmas. Um dos papéis do professor de Matemática é o de ajudar os alunos a identificar a causa dessa dificuldade e propor metodologias para que eles consigam melhores resultados no aprendizado. Pensando nisto, procurou-se apresentar uma técnica prática e mais rápida que a conhecida fórmula de Bhaskara, que diminuísse os erros (principalmente os cometidos por operações com os números racionais) e fizessem com que os alunos percebessem que a matemática, em alguns casos, não possui um caminho único para a resolução de um problema. Segundo Santaló:

A missão dos educadores é preparar as novas gerações para o mundo em que terão que viver. Isto quer dizer proporcionar-lhes o ensino necessário para que adquiram as destrezas e habilidades que vão necessitar para seu desempenho, com comodidade e eficiência, no seio da sociedade que enfrentarão ao concluir sua escolaridade. (SANTALÓ, 1996, p.17)

A estratégia também foi testada com alunos da Licenciatura em Matemática para verificar se os mesmos a conheciam e a utilizavam. O objetivo com os acadêmicos era totalmente diferente do buscado com os alunos do Ensino Médio, pois se tinha ciência de que os alunos da graduação não costumavam cometer erros na resolução de uma equação de segundo grau, mas sim, no tempo despendido para a resolução destas. Sabe-se que existem outras formas para resolver uma equação de segundo grau que não seja somente pela aplicação da Fórmula de Bhaskara ou pelo método da Soma e Produto. Muitas equações quadráticas completas ou incompletas podem ser facilmente resolvidas por fatoração, apesar de que, normalmente, é a Fórmula de Bhaskara que é aplicada.

O principal objetivo de apresentar o método da Soma e Produto para os alunos da Graduação é porque essa técnica é muito rápida e prática e estimula o raciocínio lógico. Além de estimular o raciocínio, essa atividade coincide com o que os acadêmicos buscam que é a perfeição e a agilidade na resolução de problemas matemáticos.

3. Embasamento Teórico

O problema de achar dois números conhecendo a sua soma e seu produto é muito antigo. De fato, ele foi resolvido pelos babilônios há cerca de quatro mil anos atrás.

Seja uma equação do segundo grau dada na forma:

$$ax^2 + bx + c = 0 \quad (1)$$

Nessa equação, os coeficientes a , b e c são números reais, com $a \neq 0$. Para solucionar uma equação deste tipo, pensa-se logo em utilizar a conhecida fórmula de Bhaskara, que é o método de resolução mais utilizado, pelo fato de resolver qualquer tipo de equação do segundo grau. Existem outros métodos para se determinar as raízes de uma equação do segundo grau, sendo que para facilitar a resolução e torná-la mais prática pode-se utilizar o método da soma e produto.

Esse método foi estabelecido por Albert Girard, um matemático francês que devido à perseguição política aos calvinistas, migrou para a Holanda, na cidade de Leiden, estudando na Universidade de Leiden. Girard desenvolveu vários estudos matemáticos nas áreas de álgebra, trigonometria e aritmética. Segundo Noé:

Por volta do século XVII, inúmeros matemáticos ocidentais desenvolveram estudos no intuito de estabelecer relações entre as raízes

e os coeficientes de uma equação quadrática. O grande obstáculo era a presença de números negativos como resultado das raízes, o que não era aceito entre os estudiosos. Foi Girard que desenvolveu um método capaz de determinar as relações com a utilização de números negativos.

O método mais tradicional para a resolução da equação (1) é utilizando a fórmula de Bhaskara. Através dela pode-se obter o valor da incógnita x da equação como sendo:

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}. \quad (2)$$

As raízes obtidas por essa fórmula são as seguintes:

$$x' = \frac{-b + \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \quad (3)$$

e

$$x'' = \frac{-b - \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}. \quad (4)$$

Somando essas raízes x' e x'' e utilizando o fato de $b^2 - 4ac = \Delta$, obtém-se:

$$\begin{aligned} \frac{-b + \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} + \frac{-b - \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} &= \frac{-b - b + \sqrt{\Delta} - \sqrt{\Delta}}{2a} \\ &= -\frac{b}{a}. \end{aligned} \quad (5)$$

E multiplicando-as, obtém-se:

$$\begin{aligned} \left(\frac{-b + \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \right) \left(\frac{-b - \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \right) &= \frac{(-b)^2 - (\sqrt{\Delta})^2}{4a^2} \\ &= \frac{b^2 - \Delta}{4a^2} \\ &= \frac{b^2 - b^2 + 4ac}{4a^2} \\ &= \frac{c}{a}. \end{aligned} \quad (6)$$

A generalização acima tem uso mais prático quando o coeficiente a da equação for igual 1 caso contrário é mais trabalhoso utilizar o método da Soma e Produto. Considerando $a = 1$, constata-se que a soma será dada pelo oposto de b , ou seja,

$$S = -b. \quad (7)$$

E o produto será o próprio c :

$$P = c. \quad (8)$$

A resolução de equações de segundo grau por Soma e Produto nem sempre é trabalhada durante o estudo dessas equações, entretanto, é importante ressaltar que esse método é mais prático somente quando o coeficiente $a = 1$ e suas raízes forem números inteiros. Assim, quando a equação seguir este padrão, basta usar o raciocínio de encontrar dois números que somados resultem no oposto do coeficiente b da equação, e que multiplicados resultem no próprio coeficiente c , sendo os resultados as raízes da equação.

4. Metodologia

Inicialmente pensou-se em testar o conhecimento dos educandos sobre a resolução das equações quadráticas, considerando as dificuldades que os alunos da Escola Estadual de Ensino Médio Doutor Júlio Prates de Castilhos, participantes do programa PIBID - Matemática apresentavam.

Foram selecionadas dez equações de segundo grau, todas apresentando coeficiente $a = 1$, abaixo relacionadas:

$$x^2 - 6x + 5 = 0 \quad (9)$$

$$x^2 + 6x - 40 = 0 \quad (10)$$

$$x^2 + x - 6 = 0 \quad (11)$$

$$x^2 - 2x + 1 = 0 \quad (12)$$

$$x^2 - 8x + 15 = 0 \quad (13)$$

$$x^2 - 4x + 4 = 0 \quad (14)$$

$$x^2 + x + \frac{1}{4} = 0 \quad (15)$$

$$x^2 - 2 = 0 \quad (16)$$

$$2x^2 - 14x + 20 = 0 \quad (17)$$

$$x^2 - 2\sqrt{3}x + 3 = 0 \quad (18)$$

Foi solicitado aos alunos que resolvessem as dez equações de segundo grau acima num tempo delimitado de trinta minutos. Encerrados os trinta minutos observou-se que a maioria dos alunos tinha resolvido somente metade das equações. Todos os alunos utilizaram a fórmula de Bhaskara para resolvê-las.

Em seguida, como os alunos não conheciam a resolução da equação de segundo grau por soma e produto, apresentou-se a teoria anteriormente descrita com o auxílio do projetor multimídia, incentivando a participação dos alunos na descoberta das relações.

Todos os alunos realizaram as operações, e descobriram como se utiliza o método da Soma e Produto. Assim, aprofundaram seus conhecimentos percebendo outras formas de obter a solução de uma equação de segundo grau que não seja somente pela aplicação da Fórmula de Bhaskara. Desta maneira, a sala de aula transformou-se em um ambiente de interação e de possibilidade para o aluno descobrir e almejar o conhecimento.

Os alunos ficaram surpresos ao descobrir que é possível resolver uma equação de segundo grau de uma forma prática e rápida. É importante ressaltar que nenhum aluno da turma conhecia essa forma de resolução.

A seguir, foi solicitado que novamente eles resolvessem as dez equações de segundo grau, utilizando, dessa vez, o método da Soma e Produto. Constatou-se que todos os alunos conseguiram resolver as dez equações em, no máximo, 20 minutos, e o

que é melhor, com um índice de 100% de acerto nas soluções. Essa atividade foi uma espécie de desafio para os alunos, despertou o seu interesse e deixou-os intrigados, pois estavam frente a uma estratégia totalmente nova.

Os alunos participaram da atividade, se empenharam na resolução das equações, desenvolveram seu raciocínio, e descobriram uma importante ferramenta de resolução de equações de segundo grau.

O mesmo teste foi aplicado nos acadêmicos da Licenciatura em Matemática do IF Farroupilha Câmpus Júlio de Castilhos. Na ocasião, as quatro turmas do curso foram reunidas e foi solicitado para que resolvessem as mesmas dez equações lançadas aos alunos de Ensino Médio, em vinte minutos. Nenhum acadêmico conseguiu resolver as dez equações no tempo delimitado e todos se utilizaram da fórmula de Bhaskara.

Em seguida, foi questionado aos acadêmicos se eles conheciam o método da Soma e Produto. A maioria alegou que sim, mas que não o utilizava por falta de prática. Aplicando-se a mesma metodologia utilizada com os alunos do Ensino Médio constatou-se que todos que conheciam as relações da soma e do produto não sabiam como eram obtidas. Observou-se que ao resolver pela segunda vez as equações, todos os acadêmicos levaram quinze minutos, no máximo, para resolvê-las, e todas de forma correta.

Os acadêmicos ficaram impressionados com a sua própria agilidade em resolver equações de segundo grau, e se convenceram de que é um método prático e rápido do que a fórmula de Bhaskara. Segundo Carvalho:

É fundamental refletir sobre os princípios metodológicos específico de um bom trabalho com ensino de Matemática. Alguns deles podem derivar diretamente dos princípios metodológicos gerais, mas, para que se concretizem na prática de sala de aula, devem ser detalhados de maneira a se compatibilizar as características do conhecimento matemático. (CARVALHO, 2009, p.23)

Os acadêmicos gostaram muito do aprendizado da metodologia e pensaram em utilizá-la nos estágios curriculares obrigatórios, para melhor interesse dos alunos com o conteúdo.

5. Conclusão

Com essa atividade pode-se perceber que resolver equações do segundo grau pelo método da Soma e Produto quando o coeficiente a da equação $ax^2 + bx + c = 0$ for igual a 1, o aluno desenvolve o raciocínio lógico, a agilidade, a precisão e a autonomia no momento de desenvolver os cálculos.

Em relação aos acadêmicos do curso de Licenciatura em Matemática, o resultado obtido foi despertar o interesse em metodologias específicas de um trabalho mais eficaz para o ensino da matemática em sala de aula, buscando, assim, melhor compreensão dos alunos e compatibilizando os conhecimentos matemáticos aprendidos em sala de aula com a matemática encontrada no cotidiano, tornando-a mais agradável.

Pode-se constatar com este trabalho que o método de resolução de equações de segundo grau por Soma e Produto de suas raízes nem sempre é trabalhado durante o estudo dessas equações. Também, tanto alunos de Ensino Médio quanto da Graduação apresentam dificuldades na resolução das mesmas. Apresentando-se esse método, torna-se mais fácil a resolução, eliminando a chance de erros nas operações e, com isso, na obtenção da solução. É importante que os alunos possuam agilidade para a resolução de equações visto que muitos problemas práticos da realidade recaem nelas.

Pode-se destacar que com esse método facilitou a compreensão do conceito das equações de segundo grau, sendo uma alternativa que não substitui a fórmula de Bhaskara, mas pode ser aplicado em alguns casos específicos, quando $a = 1$, proporcionando melhor agilidade nos cálculos. Os alunos da Licenciatura em Matemática sentiram-se motivados a levar essa metodologia diferenciada para sala de aula facilitando o processo de ensino-aprendizagem e, além disso, perceberam a importância de apresentar outros métodos de resolução de equações de segundo grau que não sejam somente a aplicação da Fórmula de Bhaskara.

6. Referências bibliográficas

CARVALHO, D. **Metodologia do ensino da matemática**. Cortes: São Paulo, 2009.

CASTRUCCI, G.; JUNIOR, G. **A conquista da matemática**. Edição renovada. FTD: São Paulo, 2007.

IMENES, L. M.; LELLIS, M. C. **Matemática para todos**. Coleção para todos. Scipione: São Paulo, 2006.

NOÉ, M. **Estudando as Relações de Girard.** Disponível em:
<http://www.brasilecola.com/matematica/estudando-as-relacoes-girard.htm>. Acesso em
05 de julho.

SANTALÓ, L. et al. **Didática da Matemática: Reflexões Psicopedagógicas.** Artmed:
Porto Alegre, 1996.