

A GENERALIZAÇÃO DE PADRÕES NOS LIVROS DIDÁTICOS DO ENSINO FUNDAMENTAL - UMA ANÁLISE DO DESENVOLVIMENTO DO PENSAMENTO ALGÉBRICO

*Paulo Ferreira do Carmo¹
paluc@zipmail.com.br PUC-SP*

Resumo:

A manipulação de informação em diversos tipos de linguagens se torna necessária no mundo contemporâneo. A Álgebra se torna significativa para o aluno exercer sua cidadania, seja para organizar informação em linguagem simbólica, seja para resolver diversos tipos de problemas, seja para organizar seu pensamento ou generalizar situações. A introdução da linguagem algébrica por volta do 7º ano do EF tem apresentado problemas de ensino e aprendizagem, que são divulgados em diversos indicadores, tais como: SARESP, SAEB e ENEM. O objetivo desta pesquisa é analisar se alguns livros didáticos do Ensino Fundamental, escolhidos no PNLD-2011, abordam atividades de generalização de padrões que desenvolvam a linguagem algébrica nos alunos, para análise utilizei as categorias desenvolvidas por Silva 2012 de indicadores do desenvolvimento do pensamento algébrico. A metodologia utilizada para a análise será a Análise de Conteúdo desenvolvida por Bardin (2011) que é aplicada em três pólos cronológicos: (I) pré-análise; (II) exploração do material e (III) tratamento do resultado, a inferência e a interpretação.

Palavras-Chave: Educação algébrica; pensamento algébrico; generalização de padrões.

1. Introdução

O presente estudo é resultado de vários questionamentos com que me deparei ao longo de minha experiência pessoal e profissional. Percebi que os alunos apresentam dificuldades na passagem do pensamento aritmético para o pensamento algébrico, quando se necessita utilizar a linguagem simbólica para resolver atividades que solicitam a utilização de símbolos ou generalização de padrões. Normalmente nós professores apresentamos maneiras de “traduzir” a linguagem materna, escrita nas atividades, em linguagem matemática (algébrica). “Quando lemos ‘um número’ que não conhecemos, o chamamos de x ..., ‘o dobro de um número adicionado’ que não conhecemos, escrevemos 2 vezes o $x +$ ”, mas muitos alunos apresentam dificuldades em abstrair tais enunciados desse discurso. Quando no 8º ano do Ensino Fundamental (EF) ensinamos adição e subtração de polinômios, quando o aluno ‘deveria’ perceber que só se pode operar termos semelhantes, mas os alunos ‘não entendem’ o porquê dessa regra. Esses problemas de aprendizagem se devem ao próprio assunto (Álgebra) e a abordagem do assunto em livros didáticos. Sabe-se que o livro didático de Matemática,

¹ Aluno do Mestrado Acadêmico da PUC/São Paulo.

assim como os livros das outras áreas do conhecimento, exercem grande influência sobre o processo de ensino e aprendizagem (MOLDANEZ, 2003, p.23).

No guia de livros didático - PNLD²- 2011 encontramos:

O livro didático contribui para o processo de ensino-aprendizagem como um interlocutor que dialoga com o professor e o com o aluno. Nesse diálogo, tal texto é portador de uma perspectiva sobre o saber a ser estudado e sobre o modo de se conseguir aprendê-lo mais eficazmente – que devem ser explicitados no manual do professor. (BRASIL, 2011, p. 12)

Com relações aos professores no guia de livros didáticos - PNLD-2011 está destacado que o livro didático tem a função de:

- Auxiliar no planejamento e na gestão das aulas, seja pela explanação de conteúdos curriculares, seja pelas atividades, exercícios e trabalhos propostos;
- Favorecer a aquisição dos conhecimentos, assumindo o papel de texto de referência;
- Favorecer a formação didático-pedagógica;
- Auxiliar na avaliação da aprendizagem do aluno. (BRASIL, 2011, p. 12)

Tem sido amplamente divulgado o mau desempenho dos alunos do EF em relação a questões de Matemática e especialmente em Álgebra. A relevância desta pesquisa se justifica pela importância do trabalho com observação e generalização de padrões, que tem sido mostrado uma opção interessante para iniciar a transição entre a Aritmética e a Álgebra, apontado por pesquisadores como Branco (2008), Sessa (2005), Vale e Pimentel (2005) como recurso para que alunos manifestem o pensamento algébrico e criem expressões algébricas, dando sentido à utilização dos símbolos.

A partir dos trabalhos de Krieger (2007) é possível constatar que existe um “pensar” algébrico e uma “escrita” algébrica, o que leva a dividir o aprendizado em álgebra em dois momentos distintos. O primeiro seria o pensamento ou raciocínio algébrico que compreende os conceitos e estratégias aprendidas e utilizadas na escola e fora dela, mas que não necessariamente possuem uma formalização algébrica. O segundo seria o aprendizado a Álgebra formal, a linguagem utilizada na Matemática e que se caracteriza pela representação simbólica dos valores desconhecidos, das variáveis, etc.

Logo, o pensamento algébrico consiste em um conjunto de habilidades cognitivas que contemplam a representação, a resolução de problemas, as operações e análises matemáticas de situações, tendo as idéias e conceitos algébricos como seu referencial (BECHER e GROENWALD, 2009, p.3)

² PNLD é Programa Nacional do Livro Didático

Kaput e Blanton (2005 apud BRANCO, 2008) sugerem que se proceda a uma “algebrificação” da Matemática escolar. Este processo envolve, segundo os autores, três dimensões que tem como objetivos desenvolver nos professores capacidades para:

- Construir oportunidade de pensamento algébrico, em especial a generalização e oportunidades de progressiva formalização, como por exemplo, a “algebrificação” de problemas aritméticos. Adaptar problemas aritméticos com resposta numérica única para oportunidade de construção de padrões, conjecturar, generalizar e justificar fatos e relações matemáticas.
- Detectar oportunidades de generalização e expressões sistemáticas dessa generalidade (incluindo expressões escritas) e depois explorá-las ao longo de todos os tópicos matemáticos.
- Criar práticas e cultura de sala de aula que encorajem e suportem as generalizações e as formalizações dos alunos dentro do contexto de conjecturas de modo que oportunidades de pensamento algébrico ocorram frequentemente e sejam viáveis quando ocorrerem. (IBID, p. 34)

O objetivo desse estudo é analisar alguns livros didáticos do EF escolhido pelo PNLD-2011 referente ao desenvolvimento do pensamento algébrico, em particular, a generalização de padrões.

Para tanto, fiz uma pesquisa bibliográfica referente ao pensamento algébrico e a generalização de padrões. Castro (2011) fez um estudo da variação entre duas grandezas e da abordagem funcional visando o desenvolvimento do pensamento e linguagem algébrica e destacou a importância do ensino da Álgebra:

O estudo da Álgebra é fundamental para a aprendizagem da Matemática. Por meio de seu estudo, desenvolve-se um novo tipo de pensamento e linguagem que certamente contribuirão para formação escolar dos alunos nas mais diversas áreas do conhecimento humano. (IBID, p.11)

Vale e Pimentel (2005, apud ALVARENGA et al, 2007), depois de analisar a atividade de futuros professores, associada à resolução de tarefas com generalização de padrões, concluíram que a maioria utiliza uma abordagem numérica, manifestando, por isso, insuficiências na sua resolução e não conseguindo obter uma generalização completa ou obtendo uma lei geral de formação errada. Em contrapartida, aqueles que recorrem a uma abordagem exclusivamente geométrica ou mista, conseguem obter melhores resultados. Como referem as autoras: é necessário “incentivar os nossos alunos a olhar para os problemas propostos de vários modos, e a mobilizar todos os seus conhecimentos sejam eles de natureza numérica ou geométrica”(p.27).

Na educação algébrica, Fiorentini, Fernandes e Cristóvão (2006 apud HANCKE, 2008, p.51) defendem que o pensamento algébrico pode ser desenvolvido gradativamente, antes mesmo da existência de uma linguagem simbólica.

Para isso, apontam alguns aspectos a serem desenvolvidos, os quais são denominados como caracterizadores do pensamento algébrico:

- Estabelecer relações/comparações entre expressões numéricas ou padrões geométricos;
- Perceber e tentar expressar as estruturas aritméticas de uma situação-problema;
- Produzir mais de um modelo aritmético para uma mesma situação-problema;
- Produzir vários significados para uma expressão numérica;
- Interpretar uma igualdade como equivalência entre duas grandezas ou entre duas expressões numéricas;
- Transformar uma expressão aritmética em outra mais simples;
- Desenvolver algum processo de generalização;
- Perceber e tentar expressar regularidades ou invariâncias;
- Desenvolver/criar uma linguagem mais concisa ou sincopada ao expressar-se matematicamente.

Nos Parâmetros Curriculares Nacionais do EF é destacado que o aluno desenvolva o pensamento algébrico e com isso o aluno possa “traduzir informações contidas em tabelas e gráficos, em linguagem algébrica e vice-versa, generalizar regularidades e identificar o significados das letras” (BRASIL, 1998, p.64). Em relação ao conteúdo, uma das sugestões é que os alunos “compreendam a noção de variável e reconheçam expressões algébricas como forma de traduzir a relação entre a variação de duas grandezas” (BRASIL, 1998, p.68).

O objetivo desta pesquisa é analisar alguns livros didáticos de Matemática do EF, escolhidos no PNLD-2011, se e como as atividades favorecem o desenvolvimento da linguagem algébrica nos alunos através da generalização de padrões.

2. Hipóteses e objetivos

Por vivenciar a dificuldade dos nossos alunos e também pela Álgebra ser uma área da Matemática que ocupa um lugar importante no currículo escolar, propus neste trabalho investigar o desenvolvimento do pensamento algébrico através da generalização de padrões, mediante a análise de alguns livros didáticos escolhidos no PNLD-2011.

A realidade vivida e encontrada nas escolas me mostra que o livro didático é um instrumento de grande poder nas decisões que orientam as ações docentes e é um instrumento de fácil acesso tanto para professores quanto para alunos.

A introdução da Álgebra através das atividades de generalizações de padrões tem sido analisada em diversas pesquisas tais como, a de Aquino (2008) que investigou 33 alunos do 6º ano EF com atividades que envolvem percepção e generalização de padrões em sequências, como os alunos criam estratégias para resolver este tipo de atividade. Concluiu que os alunos foram sensibilizados e se apropriaram dos problemas possibilitando a observar,

a analisar, a reconhecer e expressar regularidades de sequências que apresentam padrão. Silva (2009) investigou como os professores de Matemática abordam atividades que envolvem a observação e a generalização de padrões nas oficinas de Matemática de algumas escolas de tempo integral, em São Paulo, através de entrevistas com 5 professores e verificou que este tipo de atividades são poucas trabalhadas e que alguns professores desconhecem o objetivo principal deste tipo de atividade. Santos (2008) investigou as mudanças de percepção de duas professoras sobre o tema observação e generalização de padrões ao vivenciarem um processo de pesquisa em suas próprias aulas. As professoras notaram a importância do tema e houve uma mudança no olhar delas quanto a classificação de certo ou errado nas atividades de padrões, elas passaram a observar e compreender o raciocínio dos alunos durante a realização da atividade. A generalização de padrões tem se mostrado que uma opção interessante de introduzir o pensamento algébrico, pois os alunos atribuem sentido aos símbolos e conseguem compreender equações algébricas semelhantes.

3. Fundamentação Teórica

No ambiente escolar existe a ideia de que a aritmética trata de números e a Álgebra de letras. Tenta-se também, estabelecer limites entre conteúdos, sendo que no currículo da escola, a aritmética é trabalhada desde a educação infantil até o 6º ano do EF e os conteúdos tradicionais da Álgebra, como equações, cálculo com letras, expressões algébricas, são abordados a partir do 7º ano do EF, além de considerar que os conteúdos aritméticos são conhecimentos prévios para a introdução da Álgebra. Mas também, segundo alguns autores, é importante destacar o não consenso sobre o significado de Álgebra entre os estudiosos e evidenciar o frequente conceito encontrado – Álgebra entendida como cálculo literal ou generalização da aritmética.

Para analisar o desenvolvimento do pensamento algébrico através da generalização de padrões utilizaremos as ideias de Sessa (2005) em seu livro:

A maneira que queremos explorar (a introdução do ensino da Álgebra) é baseado na ideia de generalização. Generalização é o coração da matemática. Na sala de aula é um projeto sempre presente para o professor: tomamos um problema [...]. Generalizar é encontrar características que unem, para reconhecer quais tipos de objetos e problemas. Ao descontextualizar o trabalho realizado sobre um problema e discutir a matemática envolvida, nós entramos em um processo de generalização, permitindo o uso e adaptar o que fez este problema do mesmo tipo. (IBID, p. 71)

4. Fundamentação Metodológica

O recurso a ser utilizado neste estudo para a coleta dos dados será as categorias de indicadores de desenvolvimento do pensamento algébrico criadas por Silva 2012 e para a

análise dos dados, a metodologia utilizada será a Análise de Conteúdo, desenvolvida por Bardin (2011).

A Análise de Conteúdo é um conjunto de técnicas de análise das comunicações que utiliza procedimentos sistemáticos e objetivos de descrição de conteúdos das mensagens.

A intenção da Análise de Conteúdo é a inferência de conhecimentos relativos às condições de produção (ou, eventualmente, de recepção), inferência esta que recorre a indicadores (quantitativos ou não). (IBID, p. 45)

O método de análise através da Análise de Conteúdo será aplicado em três pólos cronológicos, de acordo com Bardin (2011, p.125):

- 1) a pré-análise;
- 2) a exploração do material;
- 3) o tratamento do resultado, a inferência e a interpretação.

5. Procedimentos

Este trabalho tem por objetivo examinar, com base na análise de livros didáticos do EF, as ideias propostas por Sessa (2005) para o desenvolvimento do pensamento algébrico por meio da generalização de padrões. O recurso a ser utilizado neste estudo para a coleta dos dados será as categorias de indicadores de desenvolvimento do pensamento algébrico criadas por Silva 2012.

Tabela 1- Classificação dos indicadores do pensamento Algébrico

Indicadores de desenvolvimento do pensamento algébrico	
Indicador	A atividade possibilita que o professor conduza o aluno a:
01	Estabelecer relações/comparações entre expressões numéricas/algébricas em língua natural ou padrões geométricos.
02	Perceber e tentar expressar estruturas aritméticas/algébricas correspondentes a uma situação-problema
03	Produzir mais de um modelo aritmético/algébrico para uma mesma situação-problema
04	Produzir vários significados para uma mesma expressão numérica/algébrica
05	Interpretar uma igualdade como equivalência entre duas grandezas ou entre duas expressões numéricas/algébricas
06	Transformar uma expressão aritmética/algébrica em outra equivalente mais simples
07	Desenvolver algum tipo de processo de generalização
08	Perceber e tentar expressar regularidades ou invariâncias
09	Perceber uso da variável como incógnita
10	Perceber o uso da variável como número genérico
11	Perceber o uso da variável como relação funcional
12	Desenvolver a linguagem simbólica ao expressar-se matematicamente

(IBID, p.41)

6. Análises preliminares de questões de padrões

O Livro Didático 1 (SOUZA e PATARO, 2009) não apresenta o assunto Álgebra no 6º ano do EF de acordo com o PNL D 2011, já no 7º ano do EF apresenta o capítulo 6 para Álgebra chamado “Expressões algébricas, fórmulas e equações”. Este capítulo apresenta diversos exercícios para introdução da linguagem algébrica, desde fórmulas prontas para cálculos (Ex. Cálculo do IMC), equações pelo método das balanças (equilíbrios) e exercícios de generalizações de padrões. Seguem a seguir alguns exemplos de exercícios para análise de acordo com as categorias de Silva 2012:

Fig. 1: Exercício de generalização de padrões



Fonte: SOUZA e PATARO, 2009, p. 162

Neste exercício os autores induzem os alunos a desenvolverem uma expressão algébrica que associe o número da figura (n) com a quantidade de bolinhas. Neste exercício os autores querem desenvolver no aluno “algum tipo de processo de generalização” (categoria 7) e que o aluno “tente expressar regularidades ou invariâncias” (categoria 8) de acordo com os indicadores adotados.

Apresentamos outro exemplo:

Fig. 2: Exercício de generalização de padrões

47 Certo jardineiro cobra R\$ 15,00 fixos mais R\$ 3,00 por hora de trabalho.



a) Escreva uma expressão algébrica que represente o valor cobrado por esse jardineiro em x horas de trabalho.
b) Quantos reais esse jardineiro vai cobrar por um trabalho de 8h?

Fonte: SOUSA e PATARO, 2009, p. 162

No item (a) o aluno deve perceber o valor fixo (15 reais) e valor variável (3 reais por hora de trabalho) e desenvolver uma expressão algébrica que represente esta situação, de acordo com a categoria 2, que indica ao aluno: “perceber e tentar expressar estruturas algébricas correspondentes a uma situação-problema”. No item (b) o aluno deve calcular o valor que o jardineiro tem a receber por 8 horas de trabalho, neste item a variável aparece como uma incógnita, de acordo com categoria 9, que diz que o aluno deve perceber o uso da variável como incógnita.

Várias pesquisas tem mostrado que através de atividade de generalizações de padrões a introdução da linguagem algébrica se torna mais significativa para os alunos e este é o objetivo desta pesquisa: verificar se alguns livros didáticos do EF, escolhidos no PNLD-2011 utilizam para o desenvolvimento do pensamento algébrico a generalização de padrões.

Os resultados preliminares vêm mostrando que alguns livros didáticos escolhido no PNLD-2011, estão utilizando a estratégia de introdução a linguagem algébrica através de exercícios de generalização de padrões, pois a introdução da linguagem algébrica através da variável como incógnita tem mostrado ineficiência na aprendizagem dos alunos e esconde as várias possibilidades que a variável pode se apresentar.

7. Referências

ALVARENGA, D.; VALE, I. (2007). **A exploração de problemas de padrão. Um contributo para o desenvolvimento do pensamento algébrico.** Quadrante, XV, 1, 27-55. Disponível http://www.ese.ipvc.pt/padroes/artigos/2007_11.pdf. Acessado em (29/03/2013)

AQUINO, L. O. **Os alunos de 5ª série/6º ano frente a atividades sobre observação e generalização de padrões.** Dissertação de Mestrado Profissional em Educação Matemática, São Paulo- SP, PUC, 2008.

BARDIN, L. **Análise de conteúdo**, Almedina: Edições 70, 2011.

BECHER, E. L, GROENWALD, C. L. O. **Características do pensamento algébrico de estudantes do 1º ano do Ensino Médio.** X encontro Gaúcho de Educação Matemática, 2009. Disponível em http://www.projetos.unijui.edu.br/matematica/cd_egem/fscommand/CC/CC_10.pdf Acesso em 12/05/2013

BRANCO, N. C. V. **O estudo de padrões e regularidades no desenvolvimento do pensamento algébrico.** Mestrado em Educação, Area de especialização em Didática da Matemática. Faculdade de Ciências – Departamento de Educação. Universidade de Lisboa, 2008.

BRASIL.Ministério da Educação. **Guia dos Livros Didáticos PNLD 2011.** Anos finais do Ensino Fundamental: Matemática. Brasília: MEC, 2010.

BRASIL. Secretaria da Educação. **Parâmetros Curriculares Nacionais Para o Ensino Médio – Matemática.** Brasília: MEC, 1998.

CASTRO, E. E. **Um estudo exploratório das relações funcionais e suas representações no terceiro ciclo do Ensino Fundamental.** Dissertação de Mestrado Profissional em Educação Matemática, São Paulo- SP, PUC, 2011.

CYRINO, M. C. C. T; OLIVEIRA, H. M. **Pensamento algébrico ao longo do ensino básico em Portugal.** Bolema, Rio Claro – SP, v.24, nº 38, abril 2011, pp.97-123.

HANCKE, T. A. F. **Padrões de regularidades: uma abordagem no desenvolvimento do pensamento algébrico** (2008) 212f . Mestrado em Ensino de Matemática, PUC- MG (2008).

MATOS, A.; SILVESTRE, A.; BRANCO, N.; PONTE, J. P. **Desenvolver o pensamento algébrico através de uma abordagem exploratória.** Disponível em: [http://repositorio.ul.pt/bitstream/10451/4528/1/08-Matos-Silvestre-Branco-Ponte%20Badajoz .pdf](http://repositorio.ul.pt/bitstream/10451/4528/1/08-Matos-Silvestre-Branco-Ponte%20Badajoz.pdf). Acesso em 30/09/2012.

MOLDANEZ, L. **Das sequências de padrões geométricos à introdução ao pensamento algébrico.** Dissertação de Mestrado em Educação Matemática, São Paulo- SP, PUC, 2003.

PEREZ, E. P. Z. **Alunos do Ensino Médio e a generalização de padrão.** Dissertação de Mestrado Acadêmico em Educação Matemática, São Paulo- SP, PUC, 2006.

SANTOS, J. G. **Observação e generalização de padrões: um tema para a investigação de professores sobre sua própria prática.** Dissertação de Mestrado Acadêmico em Educação Matemática, São Paulo- SP, PUC, 2008.

SOUZA, J.; PATARO, P. M. **Vontade de Saber MATEMÁTICA.** Livro didático, 7º ano do Ensino Fundamental, 1ª edição 2009, Editora FTD.

SESSA, C. **Iniciación al estudio didáctico del Álgebra, Orígenes y perspectivas.** Formación docente – Matemática. 1ª edição- 2005. Libros del Zorzal.

SILVA, A. Z. **Pensamento Algébrico e equações no Ensino Fundamental: uma contribuição para o Caderno do professor de Matemática do oitavo ano.** Dissertação de Mestrado Profissional em Educação Matemática, São Paulo- SP, PUC, 2012.

SILVA, R. S. Oficina experiências matemáticas: professores e a exploração de padrões.
Dissertação de Mestrado Acadêmico em Educação Matemática, São Paulo- SP, PUC, 2009.