

## O ESTUDO DO PRINCÍPIO DE CAVALIERI A PARTIR DA CONSTRUÇÃO DE *APPLETS* NO GEOGEBRA

Joicy Pimentel Ferreira

Instituto Federal do Rio de Janeiro / Campus Volta Redonda

joicy.ferreira@ifrj.edu.br

### Resumo:

O minicurso aqui proposto tem por objetivo trabalhar parte do conteúdo de ensino médio, que envolve o Princípio de Cavalieri, através da construção de *applets* que facilitam o entendimento do aluno. Além de discutir a importância e os possíveis resultados do uso de tecnologia na sala de aula de matemática. Ele é dividido em dois momentos: construção e discussão. No primeiro momento é realizado um trabalho de construção de *applets* com a ajuda do *software Geogebra* e no segundo momento há uma discussão sobre uso de tecnologia em sala de aula. Espera-se que a partir da realização desse minicurso, os professores tenham mais uma possibilidade de se trabalhar o princípio de Cavalieri, além de aprimorar seus conhecimentos sobre ferramentas do *software Geogebra*. Espera-se também que os participantes reflitam sobre o uso de tecnologia na sala de aula, levando em consideração as dificuldades que poderão ser enfrentadas e os possíveis resultados.

**Palavras-chave:** Princípio de Cavalieri; tecnologia; construção de *applets*; educação matemática.

### 1. Introdução

O minicurso aqui proposto originou-se durante a elaboração de aulas de Geometria Espacial, visando um melhor entendimento dos alunos sobre o princípio de Cavalieri. Apresento parte do referencial teórico sobre o uso de tecnologias em sala de aula, que foi essencial na elaboração das atividades.

Em seguida, apresento a atividade que será proposta aos participantes do XI ENEM, que envolve a construção de *applets*<sup>1</sup> com o auxílio do *software Geogebra*<sup>1</sup>. O trabalho será focado no conteúdo de Geometria Espacial que envolve o princípio de Cavalieri, porém o participante poderá usar os conhecimentos adquiridos sobre as ferramentas do Geogebra para construções futuras de seu interesse. Apresento também como pretendo conduzir as discussões sobre o assunto após a realização da atividade.

---

<sup>1</sup> GeoGebra é um software livre de matemática dinâmica para utilizar em ambiente de sala de aula, que reúne **GEO**metria, **álGEBRA** e cálculo. (<http://www.geogebra.org/cms/index.php?lang=pt>)

## 2. Objetivo

O minicurso tem por objetivo trabalhar algumas ferramentas do *software Geogebra* e proporcionar aos participantes do XI ENEM a possibilidade de construir *applets*, em especial aqueles que auxiliem a visualização dos alunos durante o estudo do Princípio de Cavalieri. Além de discutir a importância e os possíveis resultados desse tipo de atividade na sala de aula de matemática do ensino médio.

## 3. Tecnologia no ensino de matemática

As tecnologias, como o computador, a televisão e a internet, estão cada vez mais presentes em nossa sociedade, nos locais de trabalho, em atividades cotidianas e até mesmo nas brincadeiras infantis. Essas tecnologias estão sendo consideradas para o seu uso em sala de aula por muitos educadores matemáticos.

A utilização de calculadoras e de audiovisuais como recursos para o ensino e a aprendizagem da Matemática começou a atrair o interesse de pesquisadores em Educação Matemática com mais intensidade a partir dos anos de 1970. O aparecimento de novas tecnologias como o computador, a televisão e a internet, tem levado educadores matemáticos a tentar utilizá-las no ensino. (FIORENTINI e LORENZATO, 2006 p. 45).

As salas de aula de Matemática não continuam sendo as mesmas com o uso de tecnologias. Assim, como afirma Borba (1996), os computadores, além de afetarem profundamente a dinâmica da sala de aula, estão trazendo mudanças significativas para a Matemática, colocando em discussão o que deve ser ensinado e aprendido na Matemática. Com a presença de tecnologias, a aula de Matemática pode ser repensada, o conteúdo pode ser abordado de formas diferentes, e o aluno pode ter uma visão mais ampla de como aplicar um novo conhecimento que está aprendendo no momento.

Os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) de Matemática recomendam que o ensino de Matemática aproveite ao máximo os recursos tecnológicos, “tanto pela sua receptividade social como para melhorar a linguagem expressiva e comunicativa dos alunos.” (BRASIL, 1998, sn). O uso dos computadores na sala de aula pode aproximar o aluno da realidade atual, onde se nota a máquina cada vez mais presente nas atividades diárias.

Embora, os PCN recomendem o uso do computador em processos de ensino de Matemática, Pasqualotti e Freitas (2001) destacam que deve haver uma discussão sobre esse uso para que ele possa, efetivamente, auxiliar no processo de ensino-aprendizagem:

Observa-se, entretanto, que o ensino moderno não pode se limitar apenas ao uso do computador para dar aula. É necessária a disseminação da filosofia computacional nos centros de ensino para que a informática possa auxiliar no processo de ensino-aprendizagem e enriquecimento dos conhecimentos dos alunos, bem como no auxílio e aperfeiçoamento dos professores e pesquisadores. (p.80).

Assim, referenciando-me nesses autores, acredito que o simples uso do computador não é suficiente para afirmar que ele contribua para o aprendizado do aluno. É preciso elaborar tarefas que explorem o potencial dessa ferramenta, para que não haja apenas uma transferência de atividades que poderiam ser feitas sem a ajuda do computador para uma outra com o auxílio deste. “O computador deve estar inserido em atividades essenciais, tais como aprender a ler, escrever, compreender textos, entender gráficos, contar, desenvolver noções espaciais etc.” (BORBA e PENTEADO, 2001, p.19). Não devemos ver as atividades realizadas com o computador como dissociadas dos conteúdos ensinados no dia a dia escolar.

Muitas atividades, que antes não poderiam ser realizadas, hoje podem estar presentes na sala de aula, permitindo que o aluno descubra uma nova forma de se aprender Matemática. “A informática permite que os estudantes ousem mais no tipo de Matemática utilizada, na medida em que não são obrigados a se prender a cálculos e procedimentos tediosos de confecções de gráficos e tabelas”. (PENTEADO, BORBA e GRACIAS, 1998, p. 82).

O computador permite, ainda, que cada aluno explore um problema da sua maneira. Sendo assim, cada indivíduo pode percorrer um caminho diferente, fazendo várias descobertas em relação à Matemática enquanto tenta resolver o problema. De acordo com Borba e Penteado (2001), essa prática está em harmonia com uma visão de construção de conhecimento que privilegia o processo e não o produto-resultado, como é muito comum em sala de aula.

Ele pode ser uma ferramenta que auxilia no desenvolvimento das tarefas. Ela não é capaz de realizar as atividades sozinha: é preciso que o aluno entenda o problema e pense em como resolvê-lo. “O computador não substitui o ser humano ou o complementa, mas, sim, reorganiza a forma como se pensa e se age”. (PENTEADO, BORBA e GRACIAS, 1998, p.83).

O uso do computador também auxilia na visualização de alguns problemas, segundo Borba e Villarreal (2005), “visualização é uma metodologia para chegar a novas conjecturas e apoiar o desenvolvimento da ciência.”<sup>2</sup>(p.85)

Os autores afirmam que, embora existam algumas dúvidas sobre a contribuição da visualização na matemática, alguns valores pedagógicos são atribuídos a ela. Ainda segundo Borba e Villarreal (2005), mesmo que muitos autores salientem sua importância, há uma ideia subjacente de que a visualização é apenas um meio para atingir o "estágio superior de abstração" (p.86). Assim, uma solução visual de um problema é considerada útil, mas é apenas um passo para se chegar a uma solução final.

Em relação à visualização na matemática, Borba e Villarreal (2005) se posicionam em dois níveis: (1) associado com provas formais de matemática; (2) em atividades matemáticas, como formular conjecturas, resolver problemas ou tentar explicar alguns resultados matemáticos. No primeiro caso, representações visuais não são muito aceitas como provas formais, porém, podem inspirar um teorema ou uma prova; no segundo, a visualização geralmente é usada como recurso pedagógico.

Borba e Villarreal (2005) afirmam que há uma concordância teórica sobre o valor pedagógico da visualização no ensino-aprendizagem da matemática. Eles citam Dreyfus (1991) e Bishop (1989), que consideram que a visualização pode ajudar na intuição e formação de conceitos na aprendizagem matemáticas e que há evidências de que é importante enfatizar a representação visual em todos os aspectos da matemática em sala de aula.

Borba e Villarreal (2005) também destacam que alguns autores consideram o computador como uma ferramenta que expande a memória dos seres humanos, aumenta a velocidade do *feedback* e a possibilidade de gerar imagens que seriam inacessíveis.

Acredito que o computador seja uma ferramenta importante na realização de muitas atividades matemáticas, pois, essa pode auxiliar na visualização e reorganizando o pensamento.

---

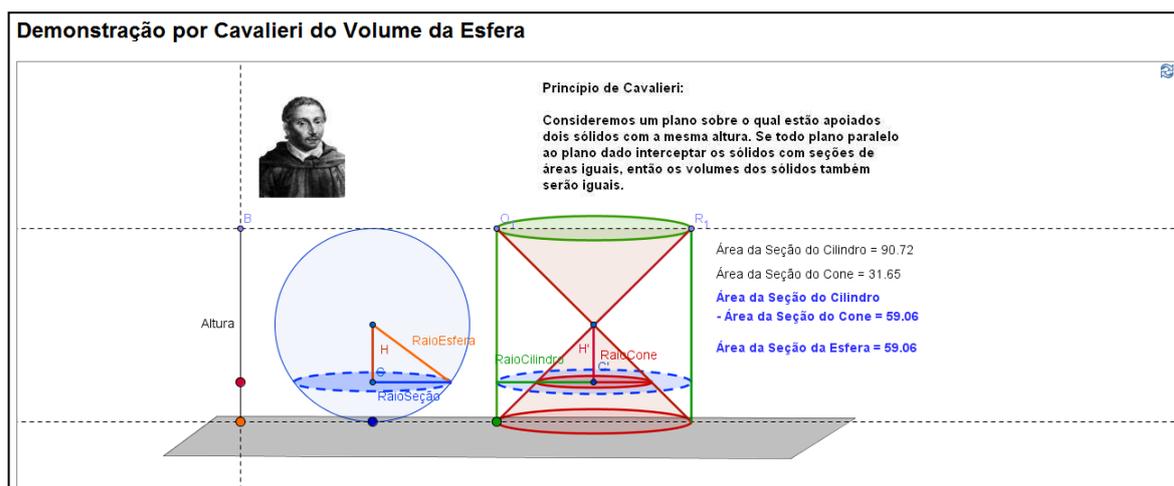
<sup>2</sup> Tradução de: “visualization is a methodology to reach new conjectures and to assist the development of science” (BORBA e VILLARREAL, 2005, p.85).

#### 4. Detalhamento das atividades

Segundo alguns professores de ensino médio, uma das maiores dificuldades que os alunos enfrentam é a visualização durante o estudo de geometria espacial. Portanto, proponho um minicurso no qual os participantes poderão construir *applets* que permitam visualizar e compreender o funcionamento do princípio de Cavalieri.

O minicurso é dividido em dois momentos: construção e discussão.

No primeiro momento é proposto um roteiro no qual se explica os principais casos onde é usado o Princípio de Cavalieri e um passo a passo de como realizar as construções. Durante o desenvolvimento da oficina, os participantes desenvolverão seus próprios *applets* e aprenderão a fazer uso de ferramentas que poderão ser utilizadas futuramente para construção de outros aplicativos. O *applet* principal terá por objetivo mostrar como chegar à fórmula do volume da esfera usando o Princípio de Cavalieri.



No segundo momento é proposta uma discussão, quando falaremos do andamento do primeiro momento da oficina, das construções e resultados obtidos por cada um e descobertas interessantes que possam ter acontecido. Discutiremos também sobre a viabilidade de se aplicar a oficina em uma sala de aula de matemática do ensino médio, as vantagens e desvantagens de se trabalhar com uma atividade como a proposta na sala de aula e como os professores vêm o uso do computador na sala de aula.

## 5. Considerações Finais

Espera-se que, com este minicurso, os professores de matemática tenham mais uma possibilidade de se trabalhar Geometria Espacial, mais especificamente o Princípio de Cavalieri. Além disso, espera-se que os professores conheçam ou aprofundem seus conhecimentos em relação ao uso de ferramentas do software Geogebra, podendo, dessa forma, desenvolver atividades que explorem o uso de tecnologias em sala de aula. Espera-se também que os professores reflitam sobre o uso de tecnologia na sala de aula, levando em consideração as dificuldades que poderão ser enfrentadas e os possíveis resultados.

## 6. Referências

BORBA, M. C. Informática trará mudanças na educação brasileira. *Zetetiké*, Campinas, CEMPEM, v.4, n.6, p. 123-134, jul./dez. 1996.

BORBA, M. C; PENTEADO, M. G. *Informática e Educação Matemática*. 2 ed. Belo Horizonte: Autêntica Editora, 2001. 104p.

BORBA, M. C.; VILLARREAL, M. E. *Humans-With-Media and the Reorganization of Mathematical Thinking: information and communication technologies, modeling, experimentation and visualization*. v. 39, New York: Springer, 2005.

BRASIL. Secretaria de Educação Fundamental. *Parâmetros curriculares nacionais: Matemática*. MEC /SEF, 1998. 148 p.

FIorentini, D; Lorenzato, S. *Investigação em educação Matemática: percursos teóricos e metodológicos*. Campinas: Autores Associados, 2006. 226p.

PASQUALOTTI, A; FREITAS, C. M. D. S. Experimentação de ambiente virtual para melhoria do ensino-aprendizagem de Matemática. *Bolema*, Rio Claro, Ano14, n.16, p. 79-101, 2001.

PENTEADO, M. G., BORBA, M. C., GRACIAS, T.S. Informática como veículo para mudança. *Zetetiké*, Campinas, CEMPEM, v.6, n.10, p. 77-86, jul./dez. 1998.