



O Objeto de Ensino da Álgebra: Pesquisas, Programas Curriculares e a Fala dos Professores

¹Maria Lucia Panossian, ²Manoel Oriosvaldo de Moura

¹Universidade Tecnológica Federal do Paraná - Brasil

mlpanossian@utfpr.edu.br

²Universidade de São Paulo – Brasil

modmoura@usp.br

Palavras-chave:

Álgebra; ensino de álgebra; objeto de ensino

Keywords

Algebra; teaching of algebra; teaching object

RESUMO

Este artigo apresenta sínteses construídas no processo da pesquisa de doutorado (PANOSSIAN, 2014) que investigou a constituição do objeto de ensino da álgebra. A partir de fundamentos da teoria histórico-cultural considerou-se necessário buscar os princípios que caracterizassem os conceitos essenciais no ensino da álgebra. Nesse sentido, os primeiros passos metodológicos foram os de revisão bibliográfica a partir de pesquisas sobre o processo de ensino e aprendizagem da álgebra; análise de propostas curriculares; e captação de dados a partir de registros escritos e falas de professores. Constatou-se a diversidade de concepções em relação à álgebra e aos elementos considerados fundamentais em seu ensino destacando-se: o papel do simbolismo e da linguagem; o processo de generalização; a concepção de variável; a relação entre grandezas entre outros. Considerou-se ainda a necessidade de discussões que equilibrem esta diversidade de concepções e estabeleçam princípios que orientem a constituição do objeto de ensino da álgebra, de forma a desenvolver o pensamento teórico dos estudantes.

ABSTRACT

This article presents syntheses built in doctoral research process (Panossian, 2014) that investigated the constitution of the teaching's object of algebra. From theoretical framework of cultural-historical theory, it was considered necessary seek the principles that characterize the essential concepts in algebra teaching. In this sense, the first methodological steps were the literature review from research into the teaching and learning of algebra; analysis of curricular proposals; and data capture from written records and speeches teachers. It found the diversity of views in relation to algebra and the elements considered essential in their teaching with focus on: the role of symbolism and language; the process of generalization; the conception of variable; the relationship of magnitudes among others. It considered the needs for discussions that equate this diversity of concepts and establish principles to guide the establishment of the teaching algebra's object, in order to develop the student's theoretical thinking.

Introdução

A partir dos fundamentos da teoria histórico cultural, adotou-se como pressuposto que o olhar sobre o objeto da álgebra para os pesquisadores matemáticos difere do olhar sobre o objeto da álgebra para os pesquisadores do ensino de matemática. O matemático reconhece nos conceitos matemáticos seu objeto de estudo e pesquisa, por exemplo com os conceitos algébricos. Por outro lado, para o pesquisador do ensino de matemática, o objeto da álgebra não constitui um fim em si mesmo, mas a sua apropriação é elemento fundamental e se configura como **objeto de ensino** para desenvolver as funções psíquicas dos estudantes (VYGOSTKY, 2001) e seu pensamento teórico (DAVYDOV, 1982).

Neste artigo são apresentados alguns elementos que tem caracterizado o objeto de ensino da álgebra. Para tanto, metodologicamente foram elaboradas análises e sínteses a partir: 1) de pesquisas que apresentam concepções de álgebra e educação algébrica; 2) de programas curriculares (de forma particular da rede pública estadual de São Paulo) 3) da fala de professores (através de um curso realizado com professores da rede estadual de São Paulo). Tais análises e sínteses são expostas nos itens a seguir.

Um Panorama a Partir de Pesquisas que Tratam do Ensino e Aprendizagem da Álgebra

Autores como Usiskin (1995); Fiorentini, Miorim e Miguel (1993) já pesquisaram e sistematizaram concepções de álgebra. Enquanto para Usiskin tais concepções se diferenciam conforme a importância atribuída às **variáveis**; para Fiorentini, Miorim e Miguel a diferenciação está relacionada ao papel da álgebra como **linguagem**. Fiorentini, Miorim e Miguel (1993) apresentam tendências que influenciam o ensino de álgebra no Brasil. A tendência linguístico-pragmática, preponderante no século XIX, enfatiza o domínio da linguagem literal e o treino para resolução de equações. Vinculada ao movimento da Matemática Moderna (décadas de 1970 e 1980) predomina a tendência fundamentalista-estrutural com foco para as propriedades estruturais. Como uma síntese das anteriores, os autores destacam a tendência fundamentalista analógica, que procura recuperar o valor instrumental da álgebra e, para tanto, faz uso de recursos denominados de físicos e geométricos. Em tais concepções, há predominância do sistema simbólico e ênfase à sintática da álgebra mais do que ao pensamento algébrico ou significado (semântica) dos símbolos. A situação oposta, em que prevalece o aspecto semântico e conceitual (GOMEZ-GRANELL, 1996), não é uma tendência predominante no ensino. Lins e Gimenez (1997) também apresentam concepções de educação algébrica com predominância do recurso simbólico (a concepção letrista; a concepção letrista

facilitadora que recorre ao uso de materiais manipulativos).

É fato que a manipulação simbólica é uma característica da álgebra que permite a resolução dos problemas sem a constante retomada do significado das expressões. Historicamente se reconhece que a partir de Viète (2006) e sua logística *speciosa*, o desenvolvimento da álgebra é alavancado, também por serem usados símbolos não atrelados a objetos específicos. Por outro lado, no processo de ensino de álgebra, o excesso de manipulação torna-se sem sentido se não estiver consolidado o significado atribuído aos símbolos. Entre 2000 e 2004, pesquisadores associados ao International Commission on Mathematical Instruction (ICMI) realizaram estudos sobre o futuro do processo de ensino da álgebra e revelaram preocupação com o excesso de manipulação simbólica.

Se a álgebra é interpretada só como uma manipulação simbólica, então ela tem pouca relevância para a vida do dia a dia, em países desenvolvidos e pouco desenvolvidos. De fato, isso pode ser uma fonte de alienação dos estudantes para aprendizagem de matemática. O desafio, portanto, tem sido reconceitualizar a álgebra como um assunto que tem relevância para os estudantes e fazer isso de um modo que os estudantes percebam por eles mesmos esta relevância (STACEY; CHICK, 2004, p. 2)

A **noção de variável** também é elemento de pesquisas sobre ensino de álgebra. Por vezes a variável é associada a uma letra e não contém em si a variação, sendo usada apenas como “identificador” de um elemento desconhecido. Ursini et al. (2005) propõe o modelo ‘Três usos da variável’ (3UV): incógnita, número geral e relação funcional, e consideram necessário que o estudante compreenda esses diferentes “usos” da variável. Os conceitos de variável e variação são também estudados por Sousa (2004). A partir de registros da história da matemática e em busca dos nexos dos conceitos algébricos, a pesquisadora preocupa-se com a elaboração de atividades de ensino em que professores e alunos possam pensar sobre o lógico-histórico do conhecimento científico, a partir de diferentes linguagens (retórica, sincopada, simbólica, geométrica) reconhecidas no desenvolvimento do conhecimento algébrico. Fundamentada em Caraça (1952), e considerando o conceito de variável como um dos nexos internos que compõe o pensamento algébrico, a pesquisadora sugere uma proposta de ensino de álgebra em que “[...] o ponto de partida do ensino deste campo da matemática seja um estudo de movimentos qualitativos e quantitativos da realidade para, num segundo momento, tornar-se um estudo dos aspectos particulares e singulares de movimentos quantitativos determinados” (MOURA E SOUSA, 2008, p.68).

A **relação quantitativa entre grandezas** é também fundamental para Davídov (1982), pesquisador russo da teoria histórico-cultural e da teoria da atividade, que indica que os símbolos literais e fórmulas são acessíveis às séries iniciais mesmo antes de os estudantes

reconhecerem os números. O estudioso estabelece um programa curricular visando o desenvolvimento do pensamento teórico. Busca a gênese do conceito de número e a considera a mesma para todos os números reais, sendo que os números naturais, racionais, inteiros, irracionais são casos singulares da representação das relações gerais entre as grandezas (DAVYDOV, 1982). Para o conhecimento algébrico, o estabelecimento dessas relações entre grandezas de modo geral é fundamental.

Em relação ao **processo de generalização**, na década de 1990, Usiskin indicava a aritmética generalizada como uma das concepções de álgebra, sendo que “[...] as instruções-chave para o aluno são traduzir e generalizar. Trata-se de técnicas importantes, não só para a álgebra, mas também para a aritmética” (USISKIN, 1995, p. 13). Essa generalização é realizada sobre as propriedades numéricas. Lins e Gimenez (1997), a partir da análise da proposta de Davydov registram que há uma diferença entre identificar a álgebra como aritmética generalizada e entender que a álgebra pode generalizar a aritmética e explicam

É essencial estabelecer, de forma clara, a distinção entre ‘genérico’ e ‘generalizado’. A situação ‘generalizada’ emerge quando os alunos passam a falar do que é comum a um conjunto de casos particulares [...] ao passo que a situação ‘genérica’ emerge quando tratamos diretamente daquilo que é geral numa situação, sem a intermediação dos casos particulares. Isso não quer dizer, é claro, que a situação genérica se constitua independentemente de qualquer caso particular (embora isso não seja nada improvável ou impossível!) e sim, que, no interior da atividade, a atenção é diretamente dirigida ao que é geral, e não ao processo de ‘generalização’. (LINS; GIMENEZ, 1997, p. 114)

Para Blanton e Kaput (2011) o coração da álgebra e do pensamento algébrico se encontra em construir, expressar e justificar as generalizações e pode ser apresentado aos estudantes já nos primeiros anos de escolaridade. Pesquisas como as de Radford (1996a, 1996b) aprofundam os estudos sobre o processo de generalização, particularmente a algébrica, e desvinculam esse estudo dos processos aritméticos. Radford (2001) compreende o processo de generalização a partir da semioses e conceitualiza a “generalização factual”, “generalização contextual” e “generalização simbólica”. Nas ‘generalizações factuais’ não se recorre a termos linguísticos ou símbolos especializados o que limita o alcance de um *status* mais geral, mantendo as ações de generalização ligadas a um contexto específico. A “generalização contextual”, se desenvolve sobre os objetos ainda situados no tempo e no espaço e que também dependem das pessoas envolvidas na ação. Considera que para a generalização algébrica os objetos não estão situados temporal ou espacialmente e nem atrelados à participação de um indivíduo particular. Radford reconhece a necessidade de os estudantes “descorporificarem” e deslocarem do tempo e do espaço os processos de generalização e objetos matemáticos, e a esse processo atribui o nome de “dessubjetificação”,

que considera necessário para chegar à ‘generalização simbólica’.

Destacou-se brevemente através desse panorama de pesquisas elementos considerados essenciais no ensino da álgebra, reconhecidos entre os pesquisadores: o papel do simbolismo, a variável, relações entre grandezas e o processo de generalização, ainda que existam diferentes concepções sobre cada um deles e sua abordagem no ensino.

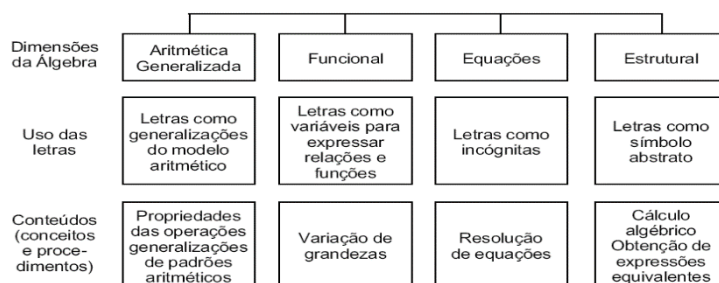
O Objeto de Ensino da Álgebra Revelado nas Propostas Curriculares

As diferentes concepções sobre a natureza da álgebra e de seu ensino também são reveladas pelos programas curriculares. O ensino e aprendizagem da álgebra nos currículos de vários países foram analisadas pelos participantes do ICMI em 2004 e estão reunidas nos textos de Kendal e Stacey (2004). Esses estudos indicam diferenças entre a organização dos programas curriculares de álgebra conforme a organização do sistema escolar e faixa etária dos estudantes. Por meio do estudo de currículos de diferentes países encontra-se a álgebra vista como: a) um meio para expressar generalidade e padrões; b) estudo da manipulação simbólica e resolução de equações; c) estudo de funções e suas transformações; d) um meio para resolver problemas que estão além do alcance de métodos aritméticos; e) um meio para interpretar o mundo por meio de situações reais modeladas, precisa ou aproximadamente; f) um sistema formal que possibilita lidar com teoria dos conjuntos, operações lógicas e outras operações ou objetos além dos números reais. Em função do excesso de diferenças sobre o modo de conceber a álgebra e seu ensino em diferentes países, os autores dessa pesquisa encontram dificuldades em generalizar e definir uma concepção de álgebra que seja consensual. Kendal e Stacey (2004) também apresentam o panorama de Rômulo Lins sobre o que tem sido considerado como álgebra no Brasil. O pesquisador considera que a educação algébrica no país segue um modelo de manipulação simbólica tradicional, o que podemos reconhecer na síntese a seguir apresentada sobre algumas propostas curriculares, em especial do Estado de São Paulo.

Nas propostas curriculares elaboradas ao final da década de 1980 se reconhece uma tendência de formalização, sistematização e abstração das estruturas matemáticas. Ao invés do nome álgebra recorre-se a “cálculo literal” e “[...] espera-se dar nova abordagem a esse tema de modo a reduzir significativamente a sua extensão, a sua monotonia e o tempo que, geralmente, se gasta no seu desenvolvimento” (SÃO PAULO, 1988, p. 95). A concepção de educação algébrica presente em tais propostas também se aproxima da concepção letrista

facilitadora, ao recorrer a alguns artifícios metodológicos para facilitar o cálculo com as letras. Por exemplo: “Utilizar, também, o cálculo de áreas para visualizar a soma de alguns monômios” (SÃO PAULO, 1988, p.96).

Nos Parâmetros Curriculares Nacionais (BRASIL, 1998), percebe-se uma abrangência em relação ao ensino de álgebra desde a compreensão de sua sintaxe até o reconhecimento de suas diversas funções relacionadas à generalização de padrões, resolução de problemas aritmeticamente difíceis, estabelecimento de relações entre grandezas e outros. Para o terceiro ciclo (que corresponde às antigas 5ª e 6ª séries ou na legislação atual, 6º e 7º ano, respectivamente), é recomendado que o estudante compreenda a noção de variável e expresse algebricamente a relação entre duas grandezas. A resolução de equações, de inequações e de sistemas de equações está prevista para o quarto ciclo, na medida em que os alunos tenham a necessidade para resolver os problemas. No decorrer de seu texto, os Parâmetros Curriculares Nacionais apresentam concepções de álgebra, muito próximas às concepções propostas por Usiskin (1995). Ainda que não façam referência a essa pesquisadora, consideram que tais concepções devem estar contempladas nas situações propostas para os alunos.



Fonte BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros curriculares nacionais: matemática**. Brasília: MEC/SEF, 1998. p. 116.

Na atual Proposta Curricular para o Estado de São Paulo (SÃO PAULO, 2008), a Matemática é entendida com um sistema simbólico que deve se articular com a língua materna para representar a realidade. O conhecimento algébrico surge articulado com outras áreas do conhecimento, como um instrumento de resolução de problemas de diferentes áreas da ciência. “Na organização proposta, a lista de conteúdos selecionados para cada série não se afasta muito da que é usualmente apresentada nos diversos sistemas de ensino” (SÃO PAULO, 2008, p.47), e realmente mantém a estrutura adotada por livros didáticos (GIOVANI JÚNIOR; 2009; IMENES; LELIS, 2009) analisados no Guia de Livros Didáticos (BRASIL, 2011), cujas orientações para o ensino de álgebra incluem:

A percepção de regularidades, que pode levar à criação de modelos simbólicos para diversas situações, e a capacidade de traduzir simbolicamente problemas encontrados no dia a dia, ou provenientes de outras áreas do conhecimento, devem ser gradativamente desenvolvidas para se chegar ao uso pleno da linguagem e das técnicas da álgebra. O uso da linguagem algébrica, para expressar generalizações que se constituam em propriedades de outros campos da Matemática, é outra função da álgebra que deve ser, pouco a pouco, introduzida. (BRASIL, 2011, p. 16).

Nas orientações curriculares do município de São Paulo para o ensino fundamental, espera-se em álgebra que os alunos sejam capazes de “Identificar diferentes usos para as letras, em situações que envolvem generalização de propriedades, incógnitas, fórmulas, relações numéricas e padrões” (SÃO PAULO, 2007, p. 45). Nesse caso, considera-se que a generalização é um **processo** a ser desenvolvido sobre objetos matemáticos, ou seja, generalizam-se propriedades, fórmulas, relações e outras.

A partir da teoria histórico cultural compreende-se que a relação entre a generalização como uma capacidade cognitiva do aluno a ser desenvolvida e/ou como um processo realizado sobre objetos matemáticos é necessariamente dialética. A capacidade cognitiva do estudante em generalizar se desenvolve enquanto ele realiza processos de generalização. Ao mesmo tempo, os processos de generalização se desenvolvem na medida em que o estudante possui condições cognitivas para realizar tal processo. A compreensão da generalização como processo/produto requer estudos que revelam o desenvolvimento desse processo no movimento histórico e que revelam o movimento da generalização enquanto processo lógico de pensamento.

Também encontramos na proposta municipal de São Paulo indícios que revelam a álgebra concebida como a aritmética generalizada, reforçando-a como uma linguagem para expressar regularidades, como destacado no trecho a seguir:

É importante, também, propor situações que permitam identificar e generalizar as propriedades das operações aritméticas e estabelecer algumas fórmulas. Nessa dimensão, a letra simplesmente substitui um valor numérico.

Analisando as atividades propostas, o aluno pode construir a ideia de álgebra como uma linguagem que serve para expressar regularidades observadas em diferentes relações aritméticas e geométricas. (SÃO PAULO, 2007, p.93).

Ainda que identifiquemos concepções de álgebra e educação algébrica, refletidas nas propostas curriculares e que enfatizam a manipulação simbólica ou a álgebra como aritmética generalizada, Knuth et al. (2005) consideram que há um crescente consenso de que uma reforma no ensino de álgebra requer uma reconceitualização da natureza da álgebra e do pensamento algébrico, e um novo exame sobre quando os estudantes são capazes de pensar algebricamente para que se possa inserir a álgebra no currículo.

Alguns indícios para essa reconceitualização podem ser encontrados na pesquisa de

Schmittau (SCHMITTAU, 2004 apud SCHMITTAU; MORRIS, 2004), sobre o desenvolvimento dos três anos elementares do currículo de Davydov em uma escola americana. O estudo revelou que os estudantes conduzidos por esse currículo resolveram problemas algébricos que não eram encontrados até o segundo nível de escolaridade nos Estados Unidos. A pesquisa também apresenta uma comparação entre o desenvolvimento da álgebra no currículo de matemática elementar proposto por Davydov e pelo currículo orientado pelo National Council of Teacher of Mathematics (NCTM). Destaca uma diferença relevante entre eles: a álgebra desenvolvida no currículo de Davydov a partir da relação entre as grandezas, consideram os números como uma aplicação concreta das generalizações algébricas, portanto, em oposição ao que é proposto pelo NCTM, em que a álgebra é derivada das generalizações numéricas. Para Schmittau (2004 apud SCHMITTAU; MORRIS, 2004), o currículo de Davydov permite aos estudantes: pensar os procedimentos algébricos e desenvolve o pensamento teórico, a partir de relações quantitativas em situações contextualizadas; desenvolve a capacidade de análise e generalização ao compreender a letra como “qualquer número”; gerando modelos de relações quantitativas, com estruturas e princípios que regem a manipulação de símbolos algébricos.

Concepções dos professores, a respeito do que consideram como objeto de ensino da álgebra, são apresentadas a seguir

A Fala dos Professores

As análises a seguir sintetizadas foram realizadas a partir de dados obtidos em um curso de 30 horas intitulado “Atividades de ensino de álgebra a partir da teoria histórico-cultural” em que participaram dezesseis professores da rede estadual de São Paulo. Em resposta à questão “O que pode ser considerado como objeto da álgebra e que deve ser ensinado aos estudantes?”, a **simbologia** destacou-se entre os registros escritos de cinco dos professores por meio de afirmações como “A simbologia usada no estudo de cada situação” (Vânia); ou “A simbologia que sintetiza o pensamento de forma geral” (Suzana). A professora Suzana apresentou uma concepção de álgebra associada a formas de pensamento mais do que a sua representação na forma de linguagem:

[...] a álgebra é importante sim por que é ela que faz com que a gente equacione um pensamento, uma solução, um raciocínio que vai enfim lá na frente de encontro com a nossa situação problema e venha a resolver [...] o objeto [de ensino da álgebra] é a construção da ideia de maneira que você a equacione para resolver as situações problemas, problemas gerais a partir de situações problemas do cotidiano [...]. (Suzana).

Destaca-se também a sua concepção de variável relacionada aos fenômenos que influenciam um acontecimento, e não necessariamente variações quantitativas.

Uma coisa que acho que tem que ficar mais clara, que eles tem noção sobre variável que eles calculam isso mentalmente sem perceber e eu chamo muita atenção deles[...] Me conta o que você fez hoje, tá ele vai te contar, eu vim pra escola, o ônibus quebrou, o que significa o ônibus quebrar? Era uma coisa prevista? Não, foi um acidente Como posso equacionar isso para que este acidente seja superado e eu não chegue atrasado? Então ele sabe fazer isso oralmente, a nossa investigação além de brincar com a álgebra, tal...é que eu ainda não tive tempo de brincar com isso. (Suzana).

Essa professora concebe a álgebra como a possibilidade de expressar todo e qualquer movimento da realidade objetiva, sem se prender aos movimentos que podem ou não ser quantificados. Por isso, a sua compreensão de “variável” no movimento do fenômeno é diferente da concepção de variável em Caraça (1952).

A professora Mônica compreende que o ensino de álgebra é facilitado com o uso de recursos geométricos, o que se afilia a uma tendência fundamentalista-analógica (FIORENTINI; MIORIM; MIGUEL, 1993) e comenta:

Principalmente quando você da área, você já começa você faz as construções geométricas...Então vamos generalizar isso aqui, o que vocês estão observando então eu acho que é assim muito legal sempre começar a álgebra ligada a geometria... quando chega na 7ª. Série que é só álgebra aí o negócio para mim complicava, mas eu penso que a gente sempre ligando o ensino da matemática com a geometria, os alunos gostavam, fica mais fácil. (Mônica).

Em relação ao registro simbólico, Ester questiona a necessidade de uma alfabetização em matemática, similar à alfabetização em linguagem materna, para que os símbolos incorporem significados, e afirma “[...] eles aprendem assim equação é isso, mas eles não sabem o que significa equação”. Por sua vez, a professora Helena reforça a preocupação com a apresentação e o uso dos símbolos matemáticos convencionados:

[...] a questão da simbologia matemática, o aluno não consegue entender. Você coloca $x(xis)$ pertence a $R(erre)$ ele lê xer , que é isso? Não faz sentido, trabalhar a questão de simbologia, [...] eu costumo dedicar uma aula só pra passar símbolos matemáticos, por que eu acho que eles tem que entender o que significa o símbolo, por que se não barra. (Helena).

Além desse foco no registro simbólico, o processo de generalização foi citado por sete professores e inclusive pela professora Helena que comenta “É unanime que a álgebra é realmente importante por que através da álgebra a gente consegue generalizar uma série de situações e assim resolver uma série de problemas de uma forma geral, genericamente digamos assim, do cotidiano” (Helena). Outra professora reforça uma concepção de generalização como uma ação mental que se desenvolve de forma independente e divorciada das ações com a realidade objetiva, como se houvesse uma possibilidade de ensinar o processo

de generalização por ele mesmo e diz: “[...] o que a gente estava questionando é será que não seria o caso de ensinar ele primeiro a generalizar? Ter uma aula só para aprender a generalizar [...]”. A professora é categórica em assumir “[...] eu enxergo a matemática só como isso [...] o raciocínio lógico e a capacidade de abstrair e generalizar [...]” (Ester). Nesse sentido, o processo de generalização é concebido como uma forma de pensamento que surge independente dos objetos a serem generalizados.

Os dados obtidos confirmam a falta de consenso sobre o que pode ser considerado como objeto de ensino da álgebra e que este deriva das diferentes concepções de álgebra e seu ensino que os professores possuem, provenientes da formação pessoal, das orientações curriculares, etc. Entretanto, observou-se que o registro simbólico da álgebra é foco de atenção dos professores. Seja na tentativa de “alfabetizar” em matemática, ou gerar aulas em que se explicam os símbolos, ou procurando formas de contextualizar por meio de situações-problema, ou ainda em busca de estratégias que possibilitem aos estudantes “equacionar” os movimentos cotidianos. Também é destaque o processo de generalização, mas nota-se que também não há consenso em relação ao que se esteja entendendo por “generalizar”, e também não se destaca o papel da variável e da variação de grandezas.

Considerações Finais

Este texto apresentou sínteses da primeira etapa da pesquisa sobre a constituição do objeto de ensino da álgebra em que se constata os elementos presentes no ensino da álgebra na realidade atual. Por meio de pesquisas anteriores, de propostas curriculares e da fala de professores, constatou-se a diversidade de concepções sobre álgebra e seu ensino. Considera-se necessário rever o que constitui como objeto de ensino da álgebra, hoje conduzido em sua maioria por manipulações simbólicas, traduções de situações-problema, generalização de casos particulares da aritmética ou pela concepção de que processos de pensamento, como a generalização, são desenvolvidos de forma intrapsíquica. Essa revisão necessária sobre o objeto de ensino da álgebra não se dá somente pela compreensão de processos psicológicos/didáticos de aprendizagem dos estudantes, mas também pela compreensão do próprio processo de desenvolvimento do objeto da álgebra. A álgebra escolar é derivada da álgebra que, historicamente, se constituiu na experiência da humanidade, e o objetivo na escola é a apropriação do conhecimento algébrico como um instrumento para a formação dos estudantes. Tomando como pressuposto que o objeto de ensino da álgebra deve contemplar os nexos conceituais e a essência do conhecimento algébrico, e que o modo de organização

do ensino possibilita a apropriação desta forma de conhecimento e a formação e o desenvolvimento do pensamento teórico dos estudantes, prosseguimos com a pesquisa no sentido de investigar as relações entre o movimento histórico e lógico dos conceitos algébricos e o objeto de ensino de álgebra, e os resultados estão apresentados de forma detalhada na tese de doutorado finalizada em 2014 (PANOSSIAN, 2014)

Referências

- BLANTON, M. L.; KAPUT, J. J. Functional thinking as a route into algebra in the elementary grades. In: CAI, J.; KNUTH, E. **Early algebraization: a global dialogue multiple perspectives**. Hardcover, 2011, p. 5-21.
- BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Básica. **Guia de livros didáticos: PNLD 2011: matemática**. Brasília: MEC/SEB, 2011.
- _____. _____. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros curriculares nacionais: matemática**. Brasília: MEC/SEF, 1998.
- CARAÇA. B. **Conceitos fundamentais da matemática**. Lisboa: Tipografia Matemática, 1952.
- DAVYDOV, V. V. **Tipos de generalización en la enseñanza**. Havana: Pueblo Educacion, 1982.
- FIORENTINI, D.; MIORIM, M. A.; MIGUEL, A. Contribuições para um repensar... a Educação algébrica elementar. **Pro-Posições**, v. 4, n. 1 [10], p. 78-91, mar. 1993.
- GIOVANI JÚNIOR, J.R.; CASTRUCCI, B. **A conquista da matemática**. São Paulo: FTD, 2009.
- GOMEZ-GRANELL, C. Aquisição da linguagem matemática: símbolo e significado. In: TEBEROSKY, A.; TOLCHINSKY, L. **Além da alfabetização: a aprendizagem fonológica, ortográfica, textual e matemática**. São Paulo: Ática, 1996.
- IMENES, L. M. P.; LELIS, M. C. **Matemática Imenes & Lelis**. São Paulo, SP: Moderna, 2009.
- KENDAL, M.; STACEY, K. Algebra: a world of difference. In: STACEY, K.; CHICK, H.; KENDAL, M. (Eds.). **The future of the teaching and learning of algebra: The 12th ICMI Study**. New York: Kluwer Academic Publishers, 2004. cap.13, p.329-346.
- KNUTH, E. J.; ALIBALI, M. W.; McNEIL, N.; WEINBERG, A. Middle school students' understanding of core algebraic concepts: equivalence & variable. **ZDM**, v. 37, n. 1, 2005
- LINS, R. C.; GIMENEZ, J. **Perspectivas em aritmética e álgebra para o século XXI**. São Paulo: Papirus, 1997.
- MOURA, A. R. L.; SOUSA, M. C. Dando movimento ao pensamento algébrico. **Zetetiké – Cempem**. Faculdade de Educação, Universidade Estadual de Campinas, Campinas, SP, v.16, n.30, p.63-75, jul./dez. 2008.
- PANOSSIAN, M.L. **O movimento histórico e lógico do conceito como princípio para constituição do objeto de ensino da álgebra**. Tese (Doutorado em Educação). Faculdade de

Educação, Universidade de São Paulo, São Paulo, 2014

RADFORD, L. Some reflections on teaching algebra through generalization. In: BEDNARZ, N.;

KYERAN, C.; LEE, L. **Approaches to algebra**: perspectives for research and teaching. Netherlands: Kluwer Academic Publishers, 1996a. cap.7, p.107-111.

_____. The roles of geometry and arithmetic in the development of algebra: historical remarks from a didactic perspective. In: BEDNARZ, N.; KYERAN, C.; LEE, L. **Approaches to algebra**: perspectives for research and teaching. Netherlands: Kluwer Academic, 1996b. p.39 -53.

_____. Factual, contextual and symbolic generalizations in algebra. In: CONFERENCE OF THE INTERNATIONAL GROUP FOR THE PSYCHOLOGY OF MATHEMATICS EDUCATION, 25th, 2001, Netherlands. **Proceedings...** Marja van den Hueuvel-Panhuizen (Ed.). The Netherlands: Freudental Institute, Utrecht University, 2001. p. 81-88, v.4.

RADFORD, L. **Cognição matemática**: história, antropologia e epistemologia. Org. Bernadete Morey e Iran Abreu Mendes. São Paulo: Editora Livraria da Física, 2011.

SÃO PAULO. Coordenadoria de Estudos e Normas Pedagógicas. **Proposta curricular para o ensino de matemática**: 1º grau. São Paulo: SE/CENP, 1988.

SÃO PAULO (SP). Secretaria Municipal de Educação. Diretoria de Orientação Técnica. **Orientações curriculares e proposição de expectativas de aprendizagem para o ensino fundamental**: ciclo II: matemática. São Paulo: Secretaria Municipal de Educação/DOT, 2007.

SÃO PAULO. Secretaria de Educação. **Proposta curricular do estado de São Paulo**: matemática. São Paulo: SEE, 2008.

SCHMITTAU, J.; MORRIS, A. The development of algebra in the elementary mathematics curriculum of V. V. Davydov. **The Mathematics Educator**, v.8, n.1, p. 60-87, 2004. Disponível em: <<http://math.nie.edu.sg/ame/matheduc/>>. Acesso em: 15 jul. 2011.

SOUSA, M. C. **O ensino de álgebra numa perspectiva lógico-histórica**: um estudo das elaborações correlatas de professores do ensino fundamental. Tese (Doutorado em Educação) - Faculdade de Educação, Universidade Estadual de Campinas, Campinas, 2004

STACEY, K.; CHICK, H. Solving problem with algebra. In: STACEY, K.; CHICK, H.; KENDAL, M. (Eds.). **The future of the teaching and learning of algebra**: The 12th ICMI Study. New York: Kluwer Academic Publishers, 2004. p. 1-20.

URSINI, S.; ESCARENO, F.; MONTES, D.; TRIGUEROS, M. **Ensenanza del algebra elemental**: una propuesta alternativa. Mexico: Trillas, 2005.

USISKIN, Z. Concepções sobre a álgebra da escola média e utilização das variáveis. In: COXFORD, A.; SHULTE, A. **As ideias da álgebra**. São Paulo: Atual, 1995.

VIÈTE, F. **The analytic art**. Mineola, New York: Dover Publications, 2006

VIGOTSKI, L. S. **A construção do pensamento e da linguagem**. Trad. Paulo Bezerra. São Paulo: Martins Fontes, 2001.