



## Repetir, Refletir ou Omitir? O que Dizem Professores sobre Erros de Alunos no Algoritmo da Subtração

<sup>1</sup>Rosinalda Aurora de Melo Teles

Universidade Federal de Pernambuco (UFPE)/Brasil  
Email: rosinaldateles@yahoo.com.br

### Palavras-chave:

Categorias de conhecimento. Algoritmo da subtração. Análise de erros.

### Keywords

knowledge categories. Algorithm of subtracting. Error analysis.

### RESUMO

Sob a ótica das categorias de conhecimento de Lee Shulman, identificamos na produção escrita de professores indícios que ajudam a caracterizar conhecimentos de conteúdos específicos e conhecimento pedagógico do conteúdo, respectivamente, ao analisarem os erros cometidos pelos alunos na resolução de algoritmo da subtração e ao indicarem possibilidades de intervenções didáticas que fariam para ajudá-los a superar tais dificuldades. Os procedimentos metodológicos consistiram em duas etapas inter-relacionadas: aplicação de uma atividade escrita para um grupo de 14 alunos de um quinto ano do ensino fundamental e, a partir dos resultados, construção de um segundo instrumento de coleta que foi submetido a um grupo de 40 professores. A maioria dos professores não faz referência ou associa os erros cometidos pelos alunos ao papel do zero ou a dificuldades relacionadas a ele. Atribuem o erro dos alunos à natureza do objeto, a outros conceitos necessários; às escolhas equivocadas ou ao ensino recebido. E, em relação às intervenções que fariam, predominam a necessidade de repetir, reforçar o ensino do algoritmo, sem necessariamente focar na fonte de erro.

### ABSTRACT

From the perspective of Lee Shulman's categories of knowledge, identified in the written production of teachers, clues that help to characterize specific content knowledge and pedagogical content knowledge respectively to analyze the mistakes made by students in the subtraction algorithm resolution and to indicate possibilities didactic interventions they would do to help them overcome such difficulties. The methodological procedures consisted in two interrelated steps: application of a writing activity for a group of 14 students from fifth grade of elementary school and from the results, construction of a second instrument collection which was submitted to a group of 40 teachers. Most teachers did not refer or assign the mistakes made by students to the role of zero or difficulties related to it. They attribute the mistake of students to the nature of the object, the other necessary concepts; the wrong choices or received education. And in relation to interventions that would dominate the need to repeat, reinforce education of the algorithm, without necessarily focusing on the source of error.

### 1 Introdução

Neste trabalho, sob a ótica das categorias de conhecimento de Lee Shulman (2005), tomamos como foco a análise de erros e a produção escrita de professores ao analisar procedimentos utilizados por alunos na resolução de algoritmo da subtração.

O papel desempenhado pelo zero na escrita numérica do minuendo de uma subtração recebe atenção especial e desencadeia uma reflexão: será que os professores conseguem associar os erros cometidos pelos alunos, ao resolverem a conta, ao papel do zero ou às dificuldades relacionadas a ele como mantenedor de posição? Que indícios ajudam a caracterizar conhecimentos deste conteúdo específico e conhecimento pedagógico do conteúdo nas produções dos professores?

A análise de erros contribui, entre outras coisas, para que o professor busque entender as respostas dadas e o porquê das estratégias escolhidas. Com essa atitude investigativa, o professor pode (re)conhecer que conhecimentos os alunos já possuem e quais ainda estão em construção (SILVA E BURIASCO, 2005), potencializando a avaliação numa perspectiva formativa e diagnóstica. De acordo com as autoras,

Tendo em vista que diferentes tipos de erros exigem diferentes ações do professor, a primeira coisa a fazer é o professor aprender a identificá-los, distinguir qual a natureza de cada um deles, bem como que ações realizar para que sejam superados (SILVA e BURIASCO, 2005, p. 499-512).

### 2 O Zero, o Algoritmo da Subtração e a Pertinência deste Estudo

Historicamente, a importância do zero nos sistemas posicionais remonta aos babilônios que, a princípio, parecem, segundo Boyer (2009), não ter tido um modo claro de indicar uma posição vazia, embora às vezes deixassem uma coluna vazia, não tinham um símbolo para o zero. O autor também afirma que “é possível que o zero seja originário do mundo grego, talvez da Alexandria, e que tivesse sido transmitido à Índia depois que o sistema decimal posicional já estava estabelecido lá” (BOYER, 2009, p.145). Teles, Bellemain e Gitirana (2013), ao discutirem o papel do zero como mantenedor ou delimitar de posição no sistema de numeração decimal, afirmam que nesse tipo de sistema, posicional e que trabalha por agrupamentos, para representar alguns números surge o problema de haver ordens (posições) em que não há agrupamentos que não possam ser reagrupados em ordens superiores, como por exemplo no número 501, no qual há 50 agrupamentos de dezenas. No entanto, 50 dezenas podem ser reagrupadas em 5 centenas. Fica então uma posição da escrita sem

agrupamentos. Diante desse tipo de problema, surgiu o zero como delimitador de posição.

Em relação ao algoritmo da subtração com reagrupamentos, quando um ou mais algarismos do minuendo é menor que o do subtraendo, há dois métodos: método da compensação que consiste em adicionar quantidades iguais no minuendo e no subtraendo e o método do empréstimo ou troca, que envolve a decomposição do minuendo a partir do desagrupamento (e reagrupamento) no minuendo. Este método requer compreensão de características do Sistema de Numeração Decimal, em especial a noção de valor posicional e agrupamentos na base 10.

Neste trabalho, tomando como referencial os estudos de Shulman (1987 e 2005), que indicam como elementos essenciais para o trabalho docente, entre outros, o conhecimento do conteúdo específico e o conhecimento pedagógico do conteúdo, buscamos construir um conjunto de estudos que identifiquem conhecimentos dos professores que possam dar suporte à tomada de decisões didáticas, de modo a potencializar a avaliação escolar em sua dimensão diagnóstica, permitindo ao professor a criação ou adoção de estratégias mais eficientes na abordagem do conteúdo a ser ensinado por ele e aprendido pelos estudantes.

Uma série de estudos, tais como Grossman, Wilson e Shulman (2005) também indicam que o conhecimento dos professores sofre transformações durante o processo de formação inicial e durante toda vida profissional, atuando como docente. No Brasil, de acordo com Curi e Pires (2008), alguns pesquisadores têm se preocupado com os conhecimentos matemáticos dos professores e reforçam a ideia da especificidade do conhecimento matemático. Dentre elas, a pesquisa realizada por Curi e Pires (2001), que evidenciou, com base nas vertentes propostas por Shulman, lacunas, tanto em termos de conhecimentos matemáticos, envolvidas nas questões que foram propostas a um grupo de 208 professores que lecionavam na quarta série (5º ano) de vários estados brasileiros, como na área de conhecimentos didáticos e curriculares.

Para justificar a pertinência deste estudo, destacamos que professores precisam estar atentos à correção teórica e conceitual do que ensinam e como ensinam; aos aspectos didáticos e pedagógicos do como ensinar e também do como se aprende. Identificar erros e suas respectivas justificativas poderá ajudá-los na realização ou elaboração de planejamentos de intervenções didáticas mais eficientes, que necessariamente não excluam do ensino aspectos dos conceitos e conteúdos que podem gerar dificuldades, como fazem alguns livros didáticos, mas, ao contrário, desenvolvam estratégias didáticas que potencializem a compreensão dos estudantes, sejam elas para introduzir, aprofundar ou revisar um conteúdo.

Buscando contribuir neste sentido, a partir dos dados coletados em 40 questionários respondidos por professores do 5º ano, analisamos indícios que ajudam a caracterizar conhecimentos de conteúdos específicos e conhecimento pedagógico do conteúdo de acordo com a categorização de Lee Shulman (2005). Daí então os objetivos específicos deste artigo:

- ♦ Identificar indícios de conhecimento do conteúdo específico no modo como os professores interpretam os erros cometidos pelos alunos;
- ♦ Identificar conhecimentos pedagógicos do conteúdo nas intervenções que dizem que fariam.

### 3 Procedimentos Metodológicos

Os procedimentos metodológicos consistiram em duas etapas inter-relacionadas:

— Aplicação de uma atividade escrita para um grupo de 14 alunos de um quinto ano do ensino fundamental de uma escola pública. A questão foi elaborada e aplicada por um grupo de graduandos em pedagogia, participantes do Programa de Iniciação à Docência (PIBD), inicialmente com a finalidade de diagnosticar a habilidade daqueles estudantes na resolução de problemas envolvendo o algoritmo da subtração.

O enunciado da questão era o seguinte:

1) A professora Rafaella precisa fazer para a festa do dia do estudante 3078 pirulitos de chocolate. Até agora ela já conseguiu fazer 1293 pirulitos, quantos ainda faltam?

Utilizando a classificação de Vergnaud (1986) para problemas de estruturas aditivas, este seria um problema do tipo composição com uma das partes desconhecida. Os valores numéricos envolvidos na questão possuem os seguintes aspectos: zero como mantenedor de posição no número 3078; e a necessidade de efetuar decomposições e reagrupamentos com o zero intercalando unidades de milhar e dezenas.

No grupo de 14 alunos, apenas um não acertou o cálculo relacional, ou seja, não escolheu a operação  $3078 - 1293$  para resolver a questão. Este dado reforça nosso interesse em olhar mais especificamente erros cometidos no cálculo numérico, ou seja, na resolução do algoritmo da subtração, pois, assim como apenas um errou o cálculo relacional, apenas um acertou o cálculo numérico, ou seja, dos 14 sujeitos, 13 erraram a “conta”. A figura abaixo ilustra a única resolução correta do grupo de alunos:

Figura 1: Resposta correta

Na análise dos 14 protocolos foi possível identificar vários padrões de procedimentos na resolução do algoritmo desta subtração. Para um mesmo sujeito foi possível associar vários padrões de procedimentos, por isso os percentuais são independentes entre si.

Procedimento identificado	Quantidade de alunos/ %	Exemplo
Efetuar corretamente a subtração dos algarismos que ocupam a 1ª ordem, classe das unidades simples: $8 - 3 = 5$	11/ 78,6%	
Subtrair 9 de 17, ou seja, perceber a necessidade de “juntar 10” ao 7 para ser possível efetuar a subtração : $(10+7) - 9 = 8$ .	4/28,6%	
Não efetuam a decomposição e reagrupamento retirar o maior do menor independente da posição	13/92,9%	

Tabela 1: Padrões de procedimentos na resolução do algoritmo da subtração

A partir destes resultados, selecionamos dois procedimentos e construímos um segundo instrumento de coleta que foi submetido a um grupo de 40 professores que atuam no 5º ano do ensino fundamental de uma rede pública municipal de ensino. A finalidade era identificar elementos que caracterizem conhecimentos de conteúdos específicos e conhecimentos pedagógico do conteúdo, de acordo com a categorização de Lee Shulman (2005), em suas produções escritas, ao analisarem os erros cometidos pelos alunos e indicarem possibilidades de intervenções didáticas que fariam para ajudá-los a superar as dificuldades identificadas.

## 3.1 O Protocolo

Professor,

A questão a seguir foi proposta para uma turma de 5º ano do ensino fundamental. Dentre os procedimentos numéricos identificados, destacaram-se estes dois:

1) A professora Rafaella precisa fazer para a festa do dia do estudante 3078 pirulitos de chocolate. Até agora ela já conseguiu fazer 1293 pirulitos, quantos ainda faltam?

### PROCEDIMENTO 1

1) A professora Rafaella precisa fazer para a festa do dia do estudante 3078 pirulitos de chocolate. Até agora ela já conseguiu fazer 1293 pirulitos, quantos ainda faltam?

$$\begin{array}{r} 3078 \\ -1293 \\ \hline 1285 \end{array}$$

### PROCEDIMENTO 2

1) A professora Rafaella precisa fazer para a festa do dia do estudante 3078 pirulitos de chocolate. Até agora ela já conseguiu fazer 1293 pirulitos, quantos ainda faltam?

$$\begin{array}{r} 3078 \\ -1293 \\ \hline 2225 \end{array}$$

Como você interpretaria o erro ou os erros cometido(s) por estes alunos?

Como você poderia intervir para ajudá-lo a superar esta ou estas dificuldade(s)?

## 4 Discussão dos Resultados

Os dados possibilitaram a identificação de vários indícios.

Em relação ao zero, apenas 4 (10%) dos 40 sujeitos citam explicitamente dificuldades coerentemente relacionadas ao zero, tais como: "o aluno achou que o zero da centena não tinha valor". No entanto também cometem equívoco ao dizer que "o zero tem valor de 10", como ilustrado a seguir:

a) Como você interpretaria o erro ou os erros cometido(s) por estes alunos?

No primeiro procedimento, ele sabia que esta subtração era com reserva, porém, por não ter o conhecimento que o (zero) tem o valor de dez errou ao fazer a subtração. Também esqueceu de colocar o sinal de (-) na operação.

Figura 2: O zero



#### 4.1 Índícios de Conhecimento do Conteúdo Específico no Modo como os Professores Interpretam os Erros Cometidos pelos Alunos

O conhecimento do conteúdo específico, de acordo com Shulman (2005), refere-se ao material de uma disciplina, a informação factual, princípios de organização e conceitos centrais. Além da capacidade de identificar, definir e discutir sobre cada elemento da matéria, separadamente (o “quê” do ensino). Buscamos, nas escritas dos professores sobre o erro do aluno, o seu próprio conhecimento: quais aspectos do conteúdo eles julgam relevantes? Quanto eles conseguem enxergar no protocolo do aluno? O modo como os sujeitos deste estudo interpretam os erros cometidos pelos alunos sinaliza para conhecimentos do conteúdo específico na medida em que atribuem o erro do aluno ao conhecimento ou desconhecimento deste sobre algum aspecto conceitual do algoritmo da subtração, tais como valor posicional no sistema de numeração decimal. Por outro lado, também foi possível identificar equívocos de linguagem, como o uso recorrente da expressão “casas decimais” para significar “valor posicional”; e se referir às características do sistema de numeração decimal como “números decimais”, como ilustrado a seguir:

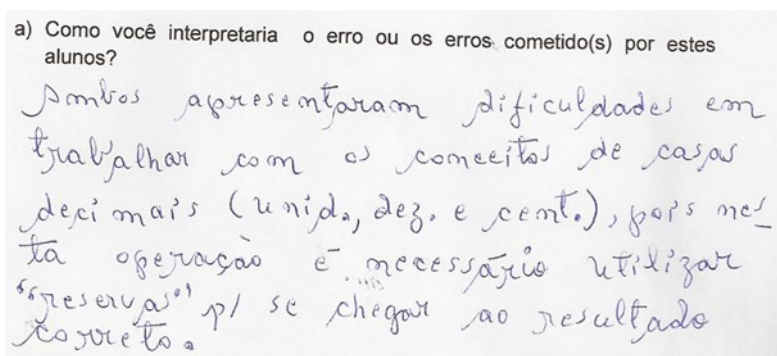


Figura 3: Casas decimais

Mais detalhadamente, organizamos estes indícios em quatro grupos:

- I. Relacionam o erro ao conhecimento ou desconhecimento do aluno sobre algum aspecto próprio do algoritmo da subtração, tais como na linguagem utilizada pelos sujeitos: consciência do “procedimento das reservas”; ou “compreensão do sistema de agrupamento”. Também fazem referência ao fato de os alunos não terem “noção sobre a subtração com casas decimais”:

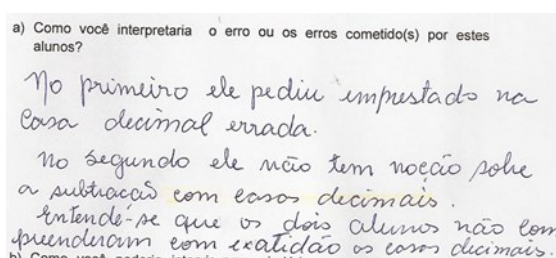
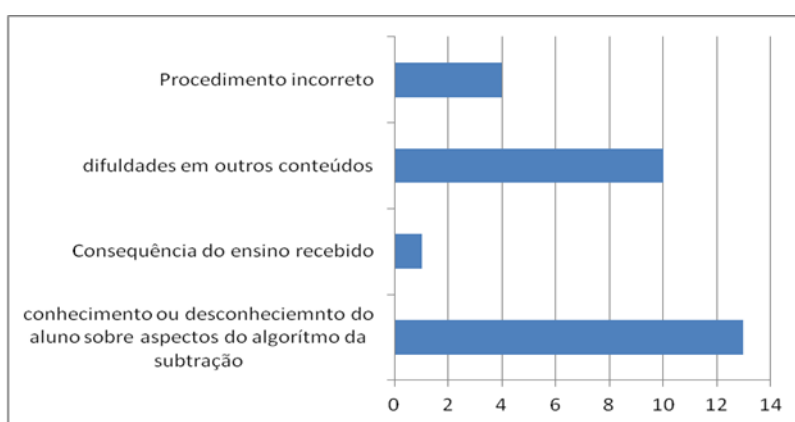


Figura 4: subtração com casas decimais

- II. Relacionar os erros a conhecimentos de outros conteúdos que interferem na resolução do algoritmo, principalmente ao sistema de Numeração Decimal;
- III. Ou simplesmente o erro relacionado à escolha ou procedimento incorreto;
- IV. Também um dos professores não reconheceu o que o aluno fez correto e outro atribuiu o erro ao ensino recebido.

Em síntese, os professores atribuem o erro dos alunos à natureza do objeto, aos conceitos necessários, às escolhas equivocadas ou ao ensino recebido, como sintetizado no gráfico a seguir:

Gráfico 1:



Cinco sujeitos também atribuíram os erros ao “esquecimento”, a não identificação ou à falta de atenção. Outros três não mencionam o agrupamento e justificam o equívoco no procedimento dos alunos utilizando outros aspectos.

Ainda foi possível identificar indícios de conhecimentos específicos do conteúdo nas expressões utilizadas pelos professores para se referir à necessidade de (de)composição no algoritmo da subtração: procedimento das “reservas”; se perdeu no agrupamento; sistema de agrupamento; troca entre as casas (ordens) decimais; composição e decomposição, predominando a expressão “pegar emprestado”, que ilustramos a seguir:

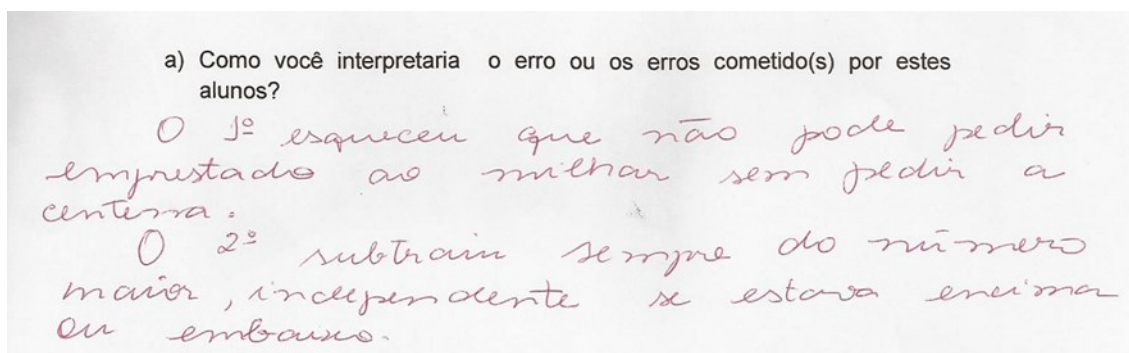


Figura 5: Pedir emprestado



#### 4.2 Índícios De Conhecimentos Pedagógicos Do Conteúdo Nas Intervenções Que O Professor Diz Que Faria

O conhecimento pedagógico do conteúdo, como já explicitado sucintamente, se desenvolve constantemente pelo professor ao longo de sua vida profissional. Ele inclui além do “*que*” ensinar o “*como*” ensinar, ou seja, além do objeto específico da matéria para o ensino e a aprendizagem, inclui os princípios e técnicas essenciais para o processo de ensino. A partir das respostas que os professores escreveram para o questionamento “como você poderia intervir para ajudá-lo a superar esta ou estas dificuldade(s)?”, foi possível identificar conhecimentos e também limitações que podemos associar a desconhecimentos ou equívocos dos professores, especialmente de linguagem matemática. Alguns professores indicam mais de uma ação, por isso o somatório é maior que 40.

O QUE FARIAM	QUANTOS
Reforçar o ensino do aspecto que acham que o aluno tem dificuldade, propondo situações similares.	10
Refazer as contas com as crianças; treinar a subtração; mostrar como se faz.	4
Conduzir o aluno a refletir sobre o procedimento incorreto.	3
Usar recursos didáticos, tais como quadro valor de lugar; material dourado e ábaco ou genericamente material concreto.	16
Abordar outros conteúdos relacionados ao assunto, tais como: SND incluindo valor posicional; agrupamento, base 10, valor relativo e valor absoluto e tabuada.	8
Chamar individualmente ao quadro aqueles que apresentaram mais dificuldades.	2
Solicitar que o aluno explique como pensou.	1
Ajudar no processo de operações com “números decimais”; casas decimais + ordens e classes numéricas.	2

TABELA 2: o que os professores fariam

Os dados sistematizados nesta tabela permitem visualizar alguns possíveis posicionamentos dos professores: a necessidade de repetir, reforçar o ensino do algoritmo, sem necessariamente focar na fonte de erro, como na escrita do professor a seguir:

b) Como você poderia intervir para ajudá-lo a superar esta ou estas dificuldade(s)?

TREINANDO A SUBTRAÇÃO.

Figura 6: Treinando a subtração

Usar material concreto e explorar outros conteúdos que julgam terem interferido no procedimento:

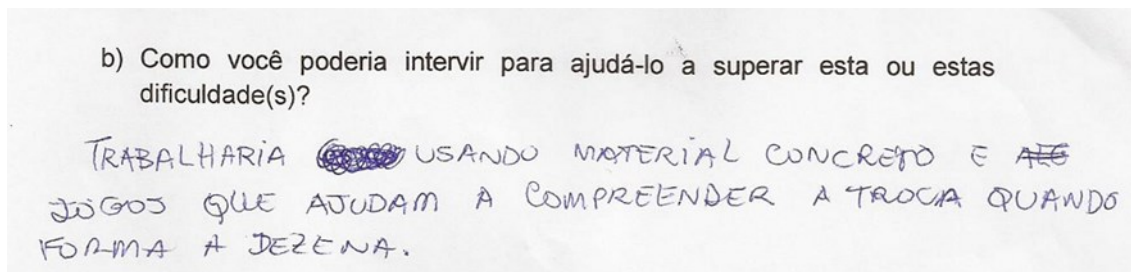


Figura 7: Usando material concreto

Apenas três professores do grupo dos 40 dizem que conduziriam o aluno à reflexão ou dariam um atendimento individualizado, com a finalidade de identificar o erro cometido:

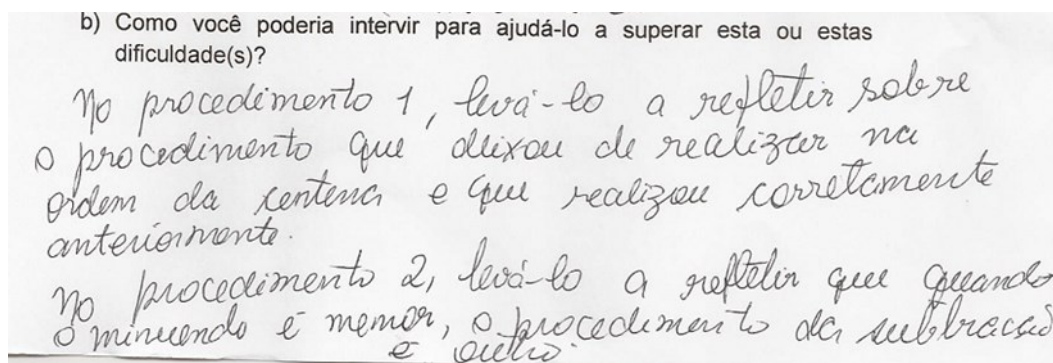


Figura 8:

### 5 Considerações Finais

Ao analisarmos indícios que ajudam a caracterizar conhecimentos de conteúdos específicos e conhecimento pedagógico do conteúdo, de acordo com a categorização de Lee Shulman (2005), em 40 questionários respondidos por professores do 5º ano, tendo como foco algoritmo da subtração com o zero assumindo um papel de destaque, identificamos que a maioria (90%) dos professores não fazem referência ou associam os erros cometidos pelos alunos ao papel do zero ou a dificuldades relacionadas a ele, o que gera uma preocupação ao pensarmos como “o zero” é tratado efetivamente no ensino: será que as propostas dos livros didáticos contemplam o zero como mantenedor de posição? Será que os professores omitem este aspecto que pode gerar dificuldades em suas aulas de matemática?

Esta preocupação encontra respaldo no fato de ser consensual para a maioria dos pesquisadores em didática da matemática que um dos fatores que mais influenciam na aprendizagem de conceitos matemáticos é o tratamento que o professor dá ao erro do aluno.

Por outro lado, os conhecimentos do conteúdo específico e pedagógicos do conteúdo são fundamentais para tomada de decisões do professor sobre como ensinar e quando ensinar cada conteúdo matemático, bem como avaliar as aprendizagens consolidadas, bem como as lacunas.

Para um artigo futuro, com estes mesmos dados, pretendemos analisar se aqueles sujeitos que conseguem identificar coerentemente o erro também apontam intervenções interessantes. Ou seja, há alguma relação entre estes dois indicativos?

### Referências

- BOYER, Carl B. **História da Matemática**. Tradução. Elza F. Gomide. Revisão Uta C. Merzbach. São Paulo: Editora Edgard Blucher, 2009 (3ª edição)
- CURI, Edda e PIRES, Célia Maria Carolino. **Repensando a formação de professores de Matemática no Brasil**. IN: XII Seminário de Investigação em Educação Matemática. Actas, Vila Real, SIEM, 2001.
- CURI, Edda e PIRES, Célia Maria Carolino. **Pesquisas sobre a formação do professor que ensina matemática por grupos de pesquisa de instituições paulistanas**. Educação Matemática Pesquisa. São Paulo, v.10, n.1, pp.151-189, 2008.
- GROSSMAN, Pamala L.; WILSON, Suzzane M.; SHULMAN, Lee S. **Profesores de Sustancia: El Conocimiento de la enseñanza**. Profesorado: Revista de currículum y formación del profesorado: Granada, 2005. Disponível em <<http://www.ugr.es/~recfpro/Rev92.html>>. Acesso em: 30 agosto 2014.
- SILVA, Marcia Cristina Nagy e BURIASCO, Regina Luzia Corio. **Análise da produção escrita em matemática: algumas considerações**. Ciência & Educação, v. 11, n. 3, p. 499-512, 2005.
- SHULMAN, L. S. **Knowledge and Teaching: Foundations of the New Reform**. Harvard Educational Review, 57 (I), p. 1-22, 1987
- \_\_\_\_\_. **Conocimiento y Enseñanza: Fundamentos de la nueva reforma**. Profesorado. Revista de currículum y formación del profesorado, 9, 2 (2005)
- TELES, Rosinalda Aurora de Melo, BELLEMAIN, Paula Moreira Baltar e GITIRANA, Verônica. A apropriação da escrita numérica no sistema de numeração decimal. In: GITIRANA, V.; TELES R.; BELLEMAIN, P.; CASTRO, A.; CAMPOS, I; LIIMA, P.; BELLEMAIN, F. (Orgs.). **Jogos com sucata na Educação Matemática**. Projeto Rede. Recife: NEMAT: Ed, Universitária da UFPE, 2013.
- VERGNAUD, G. Psicologia do desenvolvimento cognitivo e didáticas da matemática. Um exemplo: as estruturas aditivas. **Análise Psicológica**. 1 (V) P. 75-90. 1986.