



## Uma Análise de Problemas do Campo Multiplicativo Elaborados por Professores do Ensino Fundamental I

<sup>1</sup>Alina Galvão Spinillo, <sup>2</sup>Sintria Labres Lautert, <sup>3</sup>Ernani Martins dos Santos, <sup>4</sup>Juliana Ferreira Gomes da Silva

<sup>1</sup>Universidade Federal de Pernambuco – Brasil  
alinaspinillo@hotmail.com

<sup>2</sup>Universidade Federal de Pernambuco – Brasil  
sintrialautert@gmail.com

<sup>3</sup>Universidade de Pernambuco – Brasil  
ermasantos@gmail.com

<sup>4</sup>Universidade Federal de Pernambuco – Brasil  
julianafgs@yahoo.com.br

### Palavras-chave:

Situações-problema; multiplicação; divisão; professores.

### Keywords

Word problems; multiplication; division; teachers.

### RESUMO

O presente estudo investigou o conhecimento de professores acerca de situações-problema inseridas no campo conceitual das estruturas multiplicativas, conhecimento este examinado por meio da elaboração de problemas matemáticos por 34 professores do Ensino Fundamental I. Os participantes foram solicitados a elaborar individualmente e por escrito oito problemas envolvendo multiplicação e/ou divisão. Os resultados revelaram que a maioria das situações-problema elaboradas era adequada, requerendo o uso da multiplicação e da divisão para sua resolução, sendo raras aquelas que se caracterizavam como inadequadas por omitirem informações relevantes ou por uma imprecisão linguística que tornava impossível ou difícil sua resolução. Observou-se, ainda, que a maioria dos problemas formulados era de proporção simples, sendo raros aqueles com outros tipos de estrutura. Embora tanto a multiplicação como a divisão fossem consideradas, identificou-se que a divisão por partição era a mais adotada. A conclusão foi que os professores parecem ter um problema prototípico em mente, desconsiderando outras possibilidades de situações-problema a respeito da multiplicação e da divisão. Implicações educacionais são discutidas com vistas a ampliar o conhecimento do professor acerca de diferentes situações-problema no campo das estruturas multiplicativas.

### ABSTRACT

This study investigated teachers' knowledge about word problems in the conceptual field of multiplicative structures, using mathematical word problems made by 34 elementary school teachers. The participants were asked to make, individually and in writing, eight word problems involving multiplication and/or division. The results revealed that most word problems were appropriate, requiring the use of multiplication and division to solve. In rare cases the problems were considered inadequate, either lacking relevant information or using vague language which made them impossible or difficult to solve. We observed that most word problems were simple proportion problems, while those with other types of structure were rare. Although both multiplication and division were required in the word problems made by the participants, division by partition was the most widely adopted in the development of the problems. The conclusion is that the teachers seem to have a prototypical word problem in mind, disregarding other possible problem situations with regards to multiplication and division. The educational implications are discussed, with a view to broadening teachers' knowledge about different problem situations in the field of multiplicative structures.

### Introdução

A importância da resolução de problemas no ensino e aprendizagem da matemática é reconhecida por estudiosos no campo da educação e da psicologia (e.g., Charnay, 2001; Dante, 2009; Onuchi & Alevato, 2004; Polya, 1986; Zunino, 1995). A relevância psicológica da resolução de problemas tem sido enfatizada na Teoria dos Campos Conceituais de Vergnaud (1983, 1991, 1997) que considera os problemas matemáticos como um tipo de situação que torna os conceitos significativos para o aprendiz, mobilizando um conjunto de operações para sua resolução. O autor afirma, ainda, que as situações-problema possuem diferentes estruturas e propriedades, mesmo quando um único conceito está nela envolvido, como é o caso, por exemplo, de problemas de divisão por quotas ou por partição, e de problemas de multiplicação que podem ser de isomorfismo de medidas ou de produto de medidas. Dominar um conceito matemático, portanto, envolve o domínio dessa multiplicidade de facetas, implicando em saber usar o conceito em diferentes situações.

No entanto, outro aspecto relativo ao valor didático dos problemas, além de sua resolução, tem surgido: a sua formulação. O foco recai sobre a relevância da elaboração de problemas por alunos, como tratado por Chica (2001), Dante (2009), Guimarães e Santos (2009) e Smole (2001), dentre outros. A ideia subjacente é que o nível de compreensão sobre um dado conceito não só se manifesta quando o indivíduo resolve uma dada situação-problema, mas também quando ele elabora um problema que envolve o conceito em questão. A formulação, portanto, permite que o aluno perceba o que é mais importante na resolução daquela situação, que considere as relações existentes entre os dados do enunciado e a pergunta a ser respondida, e a forma de respondê-la (operação e estratégias a adotar).

Contudo, o valor didático da formulação de problemas pode ser ampliado, englobando não apenas o aluno, mas também o professor. Apesar de relevante, a formulação de problemas pelo professor é ainda um campo de pesquisa pouco explorado. Recentemente, Cunha (2015) investigou como professores de matemática do ensino médio formulam situações-problema envolvendo a Combinatória, analisando também se através de suas formulações era possível identificar os invariantes operatórios envolvidos na resolução de cada tipo de problema que eram solicitados a elaborar (combinação, permutação, arranjo e produto cartesiano). Os dados desta pesquisa mostraram que alguns professores tinham dificuldades em diferenciar e reconhecer as propriedades dos diferentes tipos de problemas e que a elaboração de problemas é atividade pouco familiar para eles, ainda que indicada como importante em alguns documentos oficiais.

Formular problemas surge, assim, como uma atividade relevante não apenas para saber acerca do conhecimento do professor sobre um conteúdo, mas também para a prática docente, uma vez que pode contribuir para que o professor seja capaz de identificar os diferentes tipos de situações-problema propostos nos livros didáticos e criar aqueles que julgue apropriados e que estão ausentes ou pouco privilegiados neste material.

Em face do exposto, o presente estudo, que faz parte de uma pesquisa mais ampla<sup>1</sup>, investigou o conhecimento de professores acerca de situações-problema inseridas no campo conceitual das estruturas multiplicativas, conhecimento este examinado por meio da elaboração de problemas matemáticos. A escolha de tais situações-problema decorreu do fato que, dada a complexidade desses conceitos, o ensino da multiplicação e da divisão tem se mostrado um desafio para o professor do ensino fundamental.

### Método

#### Participantes:

Trinta e quatro professores, de ambos os sexos, que atuam no Ensino Fundamental I de quatro escolas públicas da cidade do Recife.

#### Procedimentos e materiais

Todos os professores foram solicitados em grupo, em uma única sessão, a elaborar individualmente e por escrito oito problemas de matemática cuja resolução fosse por meio da multiplicação e/ou divisão, conforme ilustrado na Figura 1.

Elabore, nos espaços abaixo, oito problemas distintos envolvendo multiplicação e/ou divisão (a seu critério).

Prob. 1:

Figura 1: Modelo da ficha disponibilizada para a elaboração dos problemas

<sup>1</sup>Artigo escrito a partir de dados coletados no âmbito do projeto Nº 15727, Edital: 049/2012 /CAPES/ INEP.

### Análise e Discussão dos Resultados

Um total de 245 problemas foi elaborado pelos 34 professores, sendo cada um deles analisado de diferentes maneiras, a saber: em função da natureza do problema e da adequação ou inadequação de seu enunciado (quer em termos das relações entre os termos ou da formulação linguística). As análises realizadas foram feitas por discussão entre os pesquisadores, até que o consenso fosse alcançado no julgamento de cada problema.

Uma primeira análise, de natureza geral, mostrou que os problemas poderiam remeter a uma situação multiplicativa (requeria multiplicação e/ou divisão para sua resolução) ou a uma situação não multiplicativa (requeria adição e/ou subtração para sua resolução), como exemplificado a seguir:

#### **Exemplo 1 (multiplicativo)**

Ana foi a uma festa de aniversário e comeu 6 docinhos. E sua irmã comeu 3 vezes mais do que ela. Quantos docinhos comeu a irmã de Ana? (Professora atuando no 2º ano)

#### **Exemplo 2 (multiplicativo):**

Lucia tem um pacote com 20 biscoitos para dividir igualmente entre seus 4 filhos. Quantos biscoitos cada filho receberá? (Professora atuando no 3º ano)

**Exemplo 3 (não multiplicativo):** Maria tinha 4 lápis azuis, ganhou 2 vermelhos e 3 amarelos. Com quantos ela ficou? Ela ficou com mais ou menos? (Professora atuando no 1º ano).

**Exemplo 4 (não multiplicativo):** Na caixa de gibis tem 31 gibis. A turma da tarde tem 18 alunos. Quantos gibis tem que ficar na caixa? (Professora atuando no 2º ano).

Verificou-se que a grande maioria dos problemas elaborados pelos professores evocava uma situação multiplicativa (89%) e apenas 11% dos problemas evocavam uma situação não multiplicativa.

Em seguida procedeu-se uma segunda análise em que se examinava se os problemas elaborados pelos professores eram situações adequadas ou inadequadas (problemáticas). Foram consideradas adequadas as situações que apresentavam um contexto envolvendo um raciocínio matemático em que havia a necessidade de descobrir algo a partir de busca de informações e do estabelecimento de relações entre os dados presentes no enunciado do problema. Exemplos:

**Exemplo 5:** Para cada Copa do Mundo de futebol são selecionados 32 países, distribuídos em 8 grupos. Quantos países estão presentes em cada grupo? (Professora atuando no 1º ano).

**Exemplo 6:** Ana tem 14 anos e sua irmã tem o dobro de sua idade. Quantos anos a irmã de Ana tem? (Professora atuando no 2º ano).

As situações inadequadas eram consideradas problemáticas uma vez que, embora apresentassem um contexto, não continham as informações necessárias e/ou apresentavam imprecisões linguísticas que impossibilitavam ou dificultavam sua resolução. Exemplos:

**Exemplo 7:** Se na Escola Futurarte 3 turmas do 1º ano estudam pela manhã e apenas uma turma estuda a tarde, quantos alunos do 1º ano estudam pela manhã na Escola Futurarte? (Professora atuando no 4º ano).

**Exemplo 8:** Fabíola comprou 2 queijos na feira. Não irá consumir todos dentro de uma semana. Gostaria de partilhar esse queijo com mais 3 amigas. Quantos pedaços de queijo cada amiga de Fabíola receberá? (Professora atuando no 1º ano).

**Exemplo 9:** Vamos dividir os brinquedos. Temos 8 ursos, 5 bonecas e 5 carros. Se na sala tem 20 crianças, como todos podem brincar? (Professora atuando no 2º ano).

**Exemplo 10:** Sandra ganhou 28 pulseiras e resolveu usar cores diferentes por dia. Numa semana, quantas pulseiras por dia, de cores diferentes, ela usou? (Professora atuando no 2º ano).

Observou-se que 94% das situações-problema elaboradas eram adequadas e apenas 6% eram inadequadas (problemáticas).

Uma terceira análise tratou especificamente das situações-problema consideradas adequadas, consistindo em identificar a natureza do problema elaborado pelo professor. Para tal, adotou-se a classificação proposta por Magina, Merlini e Santos (2014, pp 522-523), a saber:

Problema de proporção simples: A cada cinco bombons comprados, a loja Boa Compra dá três caramelos de brinde. Se Ana comprar 15 bombons, quantos caramelos ela ganhará?

Problema de comparação multiplicativa: Comprei uma boneca por R\$21,00 e uma bola por R\$ 3,00. Quantas vezes a boneca foi mais cara que a bola?

Problema de proporção múltipla: Uma pessoa deveria beber em média 5 litros de água em dois dias. Qual é o consumo mensal (30 dias) de 5 pessoas?

Problema de produto de medidas: Qual a área de um terreno de formato retangular, sabendo que tem 15 metros de frente e 35 metros de comprimento?

Os dados mostraram que a grande maioria dos problemas adequadamente elaborados era de proporção simples (87,61%), enquanto que os demais problemas eram pouco frequentes (comparação multiplicativa: 8,4%, proporção múltipla: 3,1% e produto de medidas: 0,88%). Tais percentuais indicam que os professores que atuam no ensino fundamental ao serem solicitados a elaborar problemas de multiplicação e/ou divisão tendem a considerar basicamente uma única estrutura de problema: a proporção simples. Ao que parece este é o problema prototípico que o professor tem em mente quando se refere a situações-problema de natureza multiplicativa.

Estes resultados corroboram os dados obtidos em estudo recente envolvendo análise de duas coleções de livros didáticos voltados para a alfabetização matemática, que são amplamente adotados nos anos iniciais, mostrando que esses tipos de problemas são os mais explorados no livro didático (LAUTERT, BORBA, SPINILLO; SILVA, 2015).

Uma vez que os problemas de proporção simples podem explorar as relações um para muitos e muitos para muitos, buscou-se investigar qual a relação que é mais considerada nos problemas elaborados pelos professores. Verificou-se que dos 198 problemas de proporção simples apenas um era de proporção muito para muitos.

Buscou-se investigar, também, se os problemas elaborados apresentavam mais operações envolvendo a multiplicação ou a divisão. Observou-se que 50% dos problemas elaborados eram de multiplicação e 49% de divisão, enquanto apenas 1% envolvia as duas operações conjuntamente.

Analisando apenas os problemas elaborados relativos à divisão, observou-se que a maioria deles evoca a divisão por partição (83%), sendo raros problemas de divisão por quotas (17%). Tais resultados corroboram os dados obtidos em estudos na área que apontam que os problemas por partição tendem a ser mais explorados no contexto escolar (e.g. CORREA; NUNES; BRYANT, 1998; LAUTERT, BORBA, SPINILLO; SILVA, 2015). Possivelmente, este tipo de problema é entendido como um protótipo de problemas de divisão.

### Conclusões

O objetivo do presente estudo foi investigar o conhecimento de professores do Ensino Fundamental I acerca de situações-problema inseridas no campo conceitual das estruturas

multiplicativas, conhecimento este examinado por meio da elaboração de problemas matemáticos por esses docentes. A pesquisa relatada faz parte de um projeto mais amplo que busca explorar a resolução de problemas das estruturas multiplicativas e intervir na prática de professores do Ensino Fundamental. Os resultados obtidos revelaram que embora a maioria das situações-problema elaboradas pelos professores se mostrasse adequada, os problemas eram pouco variados, concentrando-se em um número bastante restrito de situações. Tomando como referência o estudo de Magina, Merlini e Santos (2014), percebe-se que as situações-problema elaboradas privilegiavam relações quaternárias, sendo em sua grande maioria problemas de proporção simples, da classe um para muitos. Em outras palavras, os professores investigados possuem uma visão ainda limitada das possíveis situações-problema que poderiam elaborar dentro do campo das estruturas multiplicativas.

Ao elaborar uma situação-problema é necessário considerar tanto a variedade de situações, como também compreender que uma dada situação abarca diversos conceitos matemáticos e que um mesmo conceito, por sua vez, pode estar envolvido em diferentes situações, conforme proposto por Vergnaud (1991; 1997). Este conhecimento acerca da resolução de problemas, ainda que bastante divulgado na formação de professores, parece não se materializar na formulação de problemas, como ilustram os resultados da presente investigação. Os professores, na realidade, parecem estar pouco familiarizados com atividades que requerem a elaboração de um problema, evidenciando-se, portanto, a necessidade de ampliar a percepção que apresentam acerca da variedade de problemas que estão inseridos no campo das estruturas multiplicativas (Vergnaud, 2003). Este conhecimento poderia ter repercussões sobre a forma como o professor analisaria os problemas contidos nos livros didáticos, complementando algum aspecto que não estivesse contemplado no material adotado, inclusive criando outros problemas que achasse pertinentes.

Para finalizar, considerar a resolução de problemas um recurso didático requer pensá-la tanto como uma situação a ser apresentada para o aluno como também uma situação a ser formulada pelo professor.



### Referências

- CHARNAY, R. Aprendendo (com) a resolução de problemas In: C. Parra & I. Saiz (Orgs.), *Didática da matemática: reflexões pedagógicas*. Porto Alegre: Artmed, p. 36-47, 2001.
- CHICA, C. Por que formular problemas? In: SMOLE, Kátia; DINIZ, Maria (Org). *Ler, escrever e resolver problemas: Habilidades básicas para aprender matemática*. Porto Alegre: Artmed, p. 151- 173, 2001.
- CORREA, J.; NUNES, T.; BRYANT, P. Young children's understanding of division: The relationship between division terms in a non-computational task. *Journal of Educational Psychology*. Estados Unidos da América, 90, 2, p. 321-329, 1998.
- CUNHA, M. J. G. da *Elaboração de problemas combinatórios por professores de matemática do ensino médio*. Dissertação de Mestrado, Programa de Pós-graduação em Educação Matemática e Tecnológica da Universidade Federal de Pernambuco, 2015.
- DANTE, L. R. *Formulação e resolução de problemas de matemática: teoria e prática*. São Paulo: Ática, 2009.
- GUIMARÃES, G. L; SANTOS, R. R. Criança elaborando problemas de estrutura multiplicativa. *Educação Matemática em revista*, ano 14, nº 26, março 2009. Disponível em < [http://www.sbem.com.br/files/revista14\\_26.pdf](http://www.sbem.com.br/files/revista14_26.pdf). > Acesso em 10 de abril de 2015.
- LAUTERT, S. L; BORBA, R. E. S.; SPINILLO, A. G.; SILVA, J. G. Noções introdutórias das estruturas multiplicativas em livros didáticos do ciclo de Alfabetização. *Anais 4º Simpósio Internacional de Pesquisa em Educação Matemática*, Ilhéus, BA, p. 1-12, 2015.
- MAGINA, S. M. P.; MERLINI, V. L.; SANTOS, A. O Raciocínio de Estudantes do Ensino Fundamental na Resolução de Situações das Estruturas Multiplicativas. *Ciência e Educação* (UNESP. Impresso), v. 20, p. 517-533, 2014.
- ONUCHIC, L.R.; ALEVATO, N.S.G. Novas reflexões sobre o ensino-aprendizagem de matemática através da resolução de problemas. In: M.A.V. BICUDO & M.C. BORBA (Orgs.). *Educação matemática: Pesquisa em movimento*. São Paulo: Cortez, p. 213-231, 2004.
- POLYA, G. *A arte de resolver problemas*. Rio de Janeiro: Interciências, 1986.
- SMOLE, K. C. S. Textos em matemática: porque não? In: SMOLE, K. C. S.; DINIZ, M. I. (Orgs.). *Ler, escrever e resolver problemas: Habilidades básicas para aprender matemática*. Porto Alegre: Artmed, p. 151- 173, 2001.



VERGNAUD, G. Multiplicative structures. In: LESH, R.; LANDAU, M. (Orgs.). *Acquisition of mathematics: Concepts and process* London: Academic Press, 127-174, 1983.

VERGNAUD, G. A gênese dos campos conceituais. In: GROSSI, E. (Org.) *Por que ainda há quem não aprende? A teoria*. Ed. Vozes, RJ: Petrópolis, 2003.

VERGNAUD, G. La théorie des champs conceptuels. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, v. 10, 133-171, 1991.

VERGNAUD, G The nature of mathematical concepts. In: NUNES T.; BRYANT, P. (Orgs.). *Learning and teaching mathematics: An international perspective*. Hove: Psychology Press, 5-28, 1997.

ZUNINO, D. L. de. *A matemática na escola: aqui e agora*. Porto Alegre: Artes Médicas, 1995.