**unesp** **UNIVERSIDADE ESTADUAL PAULISTA**

"CAMPUS" DE RIO CLARO

INSTITUTO DE GEOCIÊNCIAS E CIÊNCIAS EXATAS

# II ENCONTRO BRASILEIRO DE ESTUDANTES DE PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA

# ANAIS

**RIO CLARO - SÃO PAULO**

**15 a 17 de OUTUBRO de 1998**

# APRESENTAÇÃO

Cada vez mais no Brasil a Educação Matemática amplia seu valor social, aprofundando-se no seu campo temático. O crescimento quantitativo e qualitativo de investigações nos Programas de Pós-graduação nessa especificidade ou em áreas afins responde em grande parte a essa constatação. Um encontro acadêmico das pessoas que, como alunos-pesquisadores, se movimentam nesse campo passa a ser, então, uma importante e necessária realização.

Os alunos da Pós-graduação em Educação Matemática da Unesp de Rio Claro, acatando a indicação tirada em Assembléia de Encerramento do I EBRAPEM, em 1997, pela segunda vez consecutiva promovem o Encontro Brasileiro de Estudantes de Pós-graduação em Educação Matemática, reforçando o objetivo inicial que é compartilhar as experiências desenvolvidas nos centros de estudos nessa área, possibilitando, assim, o intercâmbio de idéias e o conhecimento de novas abordagens.

A divulgação do evento foi ampla e a resposta em termos de inscrições nas diversas regiões do país foi significativa, com a participação prevista de pesquisadores de São Paulo, Minas, Rio de Janeiro, Espírito Santo, Bahia, Paraná, Santa Catarina, Rio Grande do Sul e Mato Grosso do Sul.

Os trabalhos aqui apresentados são de total responsabilidade de seus autores e dos seus respectivos orientadores, sendo que a Comissão se exime desta responsabilidade.

A Comissão do II EBRAPEM tem se envolvido em dotar os três dias do Encontro de um ambiente ideal para discussões e reflexões, na expectativa que este seja mais um marco de avanço na cultura científica para a pesquisa em Educação Matemática.

As atividades elaboradas para estes três dias de estudos ficaram assim definidas:

MARCELO C-BORBA
GPIMEM
UNESP, Rio claro

**Dia 15 de outubro de 1998**

08:00 às 08:30 - Entrega do Material

08:30 às 10:20 - Mesa Redonda de Abertura: *A Pós-Graduação em Educação Matemática no Brasil*

Integrantes: Profa. Dra. Janete Frant, Profa. Dra. Sônia Igliori, Prof. Dr. Marcelo de Carvalho Borba

10:20 às 10:30 - Intervalo

10:30 às 12:30 - Apresentação de Trabalhos - Debate sobre os trabalhos apresentados coordenado por um professor convidado

12:30 às 14:00 - Almoço

14:00 às 15:30 - Apresentação de Trabalhos - Debate sobre os trabalhos apresentados coordenado por um professor convidado

15:30 às 15:40 - Intervalo

15:40 às 17:40 - Apresentação de Trabalhos - Debate sobre os trabalhos apresentados coordenado por um professor convidado

**Dia 16 de outubro de 1998**

08:00 às 10:00 - Apresentação de Trabalhos - Debate sobre os trabalhos apresentados coordenado por um professor convidado

10:00 às 10:10 - Intervalo

10:10 às 12:00 - Debate aberto: *A Violência no Cotidiano Escolar*

Profa. Dra. Débora Mazza, Prof. Dr. Roberto Ribeiro Baldino, Prof. Dr. Romualdo Dias

12:00 às 14:00 - Almoço

14:00 às 16:00 - Apresentação de Trabalhos - Debate sobre os trabalhos apresentados coordenado por um professor convidado

16:00 às 16:10 - Intervalo

16:10 às 18:10 - Apresentação de Trabalhos - Debate sobre os trabalhos apresentados coordenado por um professor convidado

20:30 - Confraternização entre os participantes do Encontro

**Dia 17 de outubro de 1998**

08:00 às 09:20 - Apresentação de Trabalhos - Debate sobre os trabalhos apresentados coordenado por um professor convidado

09:20 às 09:30 - Intervalo

09:30 às 11:30 - Mesa Redonda: *Metodologia de Pesquisa em Educação*

Integrantes: Profa.Dra. Maria Aparecida Viggiani Bicudo, Profa.Dra. Monica Rabello de Castro, Profa.Dra Vani Moreira Kenski

11:30 às 12:00 - Avaliação do Encontro. Planejamento do próximo Encontro. Encerramento.

## AGRADECIMENTOS

Gostaríamos de agradecer o apoio do Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática da UNESP/Rio Claro, do Departamento de Matemática, do Grupo de Pesquisa "Informática outras mídias e Educação Matemática" da UNESP/ Rio Claro, do Instituto de Geociências e Ciências Exatas (UNESP/Rio Claro), da Sociedade Brasileira de Educação Matemática - SBEM e dos professores convidados. Agradecemos ainda às secretárias do referido departamento Ana Maria de Lima Sargaço e Maria Elisa Leite de Oliveira de Moraes que nos ajudaram em todos os momentos necessários, bem como aos demais alunos que colaboraram e a todos os participantes que tornaram possível a realização desse encontro.

COMISSÃO ORGANIZADORA:

Adlai R. Detoni
Carlos A. Francisco
Frederico Lópes
Heloisa da Silva
José Ricardo Souza
Jussara Araújo
Maria Deusa Ferreira da Silva
Miguel A. Riggio
Mónica Villarreal
Neide C. Sabaraense
Rodolfo Chaves
Suzeli Mauro

Mestrandos/as e Doutorandos/as do Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática da UNESP

**OBSERVAÇÃO:** Com relação aos trabalhos aqui apresentados, esclarecemos que são de total responsabilidade de seus autores, ou seja, a comissão organizadora não se responsabiliza pelo conteúdo dos mesmos, pelos possíveis erros ortográficos e/ou das normas de publicação da ABTN.

## PROFESSORES CONVIDADOS

**Mesa Redonda de Abertura:** *A Pós-Graduação em Educação Matemática no Brasil*

Prof. Dr. Marcelo de Carvalho Borba - Depto. de Matemática - UNESP/ Rio Claro

Profa. Dra. Janete B. Frant - Coordenadora do Programa de Pós Graduação em Educação Matemática da USU - Universidade de Santa Úrsula do Rio de Janeiro.

Profa. Dra. Sonia Igliori - Coordenadora do Programa de Pós Graduação em Educação Matemática da PUC - Pontifícia Universidade Católica de São Paulo.

**Debate aberto:** *A Violência no Cotidiano Escolar*

Prof. Dr. Roberto Ribeiro Baldino - UNESP/Rio Claro

Profa. Dra. Débora Mazza - Depto. de Educação - UNESP/Rio Claro

Prof. Dr. Romualdo Dias - Secretário da Educação do Município de Rio Claro e Professor do Departamento de Educação

**Mesa Redonda de Encerramento:** *Metodologia de Pesquisa em Educação*

Profa. Dra. Maria Ap. Viggiani Bicudo - Pró-Reitora de Graduação da UNESP

Profa. Dra. Vani Kenski - Faculdade de Educação da USP

Profa. Dra. Monica Rabelo de Castro - USU - Universidade de Santa Úrsula do Rio de Janeiro.

**Comentadores dos trabalhos**

Profa. Dra. Altair de Fátima F. Polettini - Coordenadora do Programa de Pós Graduação em Educação Matemática da UNESP/Rio Claro

Prof. Dr. Antonio Carlos Carrera de Souza - Depto. de Educação - UNESP/ Rio Claro

Prof. Dr. Geraldo Perez - Chefe do Depto. de Matemática - UNESP/Rio Claro

Prof. Dr. Irineu Bicudo - Depto. de Matemática - UNESP/ Rio Claro

Profa. Dra. Janete B. Frant - Coordenadora do Programa de Pós Graduação em Educação Matemática da USU - Universidade de Santa Úrsula do Rio de Janeiro.

Prof. Dr. Marcelo de Carvalho Borba - Depto. de Matemática - UNESP/ Rio Claro

Prof. Dr. Marcelo José Saia - Depto. de Matemática - UNESP/ Rio Claro

Prof. Dr. Nelo da Silva Allan - Depto. de Matemática - UNESP/ Rio Claro

Prof. Marcos Vieira Teixeira - Depto. de Matemática - UNESP/ Rio Claro

Prof. Dr. Paulo Emerique - Depto. de Educação - UNESP/ Rio Claro

Prof. Dr. Roberto Ribeiro Baldino - Depto. de Matemática - UNESP/ Rio Claro

Profa. Dra. Rosa Lúcia S. Baroni - Depto. de Matemática - UNESP/ Rio Claro

## ÍNDICE

### COMUNICAÇÕES

**Informática na Educação Matemática**



**Geometria e Educação Matemática**

**Epistemologia, Filosofia e Linguagem na Educação Matemática**



**Filosofia da Matemática**



**História, Memória e Educação Matemática**



**Educação Especial, Educação Matemática de Adultos e Saberes Cotidianos**



**Educação Matemática no Ensino Superior**

## PAPEL-E-LÁPIS x CABRI-GÉOMÈTRE II: O CASO DO TEOREMA DE SUPERFÍCIES LUNARES -TSL

***Afonso Henriques*** [1]
***Maria Lúcia L. Wodewotzki*** [*]

## INTRODUÇÃO

Atividades relativas as construções geométricas no papel, exigem além do lápis e borracha, o uso de régua e compasso. O ***micromundo*** utilizado neste trabalho para auxiliar os alunos nessas atividades propostas, vem previamente preparado com essas ferramentas.

Trata-se do micromundo ***Cabri-Géomètre II*** proposto para o ensino-aprendizagem da Geometria Euclidiana Plana. É um software didático desenvolvido por Jean-Marie Laborde e Franck Bellemain no laboratório do Instituto de Informática e Matemática Aplicada da Universidade Joseph Fourier de Grenoble, França, em colaboração com o Centro Nacional de Pesquisas Científicas (CNRS) e Texas Instrumentos.

O software, permite construir e explorar de forma interativa os objetos do universo da Geometria elementar em uma linguagem muito próxima a do universo "***papel-e-lápis***". As figuras nele construídas podem ser deformadas a partir do deslocamento de seus elementos de base, conservando-se suas propriedades.

Nesse contexto, propõe-se o presente artigo com objetivo de explorar uma metodologia para ensino e aprendizagem da Geometria em ambiente computacional *Cabri II*.

Pretende-se assim apresentar os níveis de intervenção em *Cabri II* e as características pedagógicas de *Cabri-Géomètre II* em relação ao universo papel-e-lápis. Para enfatizar o processo de aprendizagem no domínio da Geometria, com auxílio desse software, apresenta-se um estudo preliminar de um experimento onde os alunos intervêm na solução de um problema em Geometria usando papel-e-lápis, para em seguida usar os recursos do *Cabri-Géomètre II*.

Bellemain (1992), sustenta que uma das principais preocupações quando da elaboração do *Cabri Géomètre*, foi a de permitir aos alunos visualizarem na tela do computador, diferentes desenhos correspondendo a mesma descrição, isto é, pertencentes a mesma configuração ou classe. O que permitir aos alunos explorarem propriedades duma configuração geométricas.

Nesse contexto, nas atividades propostas aos alunos no sentido de solucionar um problema, utilizando o ***Cabri II***, ocorrem sucessivamente os níveis tais como esquematizados no quadro abaixo, nos quais *Cabri II* intervém principalmente em dois deles.

**Construção** (... de uma figura) ] *Cabri-géomètre*
↳ **Exploração** (... de uma figura) ]
↳ **Conjectura** (formulação de uma ...)
↳ **Verificação** (... de uma conjectura) ] *Cabri-géomètre*
↳ **Validação** (... de uma conjectura) ]
↳ **Demonstração** (... de uma conjectura)

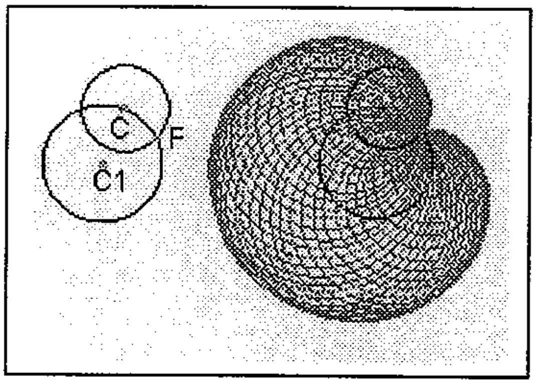
Após a efetivação de uma ***construção***, uma ***exploração*** da figura acontece. Isso pode levar à formulação de uma ***conjectura***, a qual vai-se procurar ***verificar*** sobre diferentes configurações e, depois, ***validar*** (*busca de um contra-exemplo*) enfim, ***demonstrar*** formalmente.

As principais características que dispõem o *Cabri-Géomètre II* em relação ao universo papel-e-lápis clássico são mostradas na tabela abaixo.

| | Universo | |
|---|---|---|
| **Características** | **Cabri II** | **Papel-e-Lápis** |
| Construção de figuras | Permite ... de um modo rápido | Permite |
| Redefinição de um objeto | Permite ... de um modo rápido | não é possível |
| Deformação de uma figura | Permite deformar a figura | não é possível |
| Visualização do lugar geométrico | Permite visualizar ... | não existe (ou bastante limitado) |
| Movimentação da figura | Permite ... de um modo rápido | impossível |
| Validação de propriedades | Existe | não existe (ou bastante limitada) |
| Leitura de áreas de figuras | Permite (mas é limitada) | analógico |

**Descrição de algumas características**

1. *Visualização do lugar geométrico*: é uma das grandes forças do ***Cabri II***, pois, permite visualizar o lugar geométrico que é descrito por um objeto, quando se faz variar um dos elementos de base. Exemplo: na figura abaixo, *o lugar geométrico da circunferência de centro **C e raio** CF na trajetória desse centro sobre a circunferência de centro **C1**, com o ponto **F** fixo, é um **cardioide**.*




2. *Leitura de áreas de superfícies planas*: é outra característica importante em ***Cabri-Géomètre II***. Entretanto, nem toda a superfície aparentemente limitada é interpretada como tal pelo ***Cabri II***.

Nesse contexto, a passagem do universo *Cabri II* ao universo papel-e-lápis ou vice-e-versa se faz necessário. Esse aspecto é sustentado pelo método de transposição didática em meios informatizados o qual Ballacheff (1991), chama transposição informática.

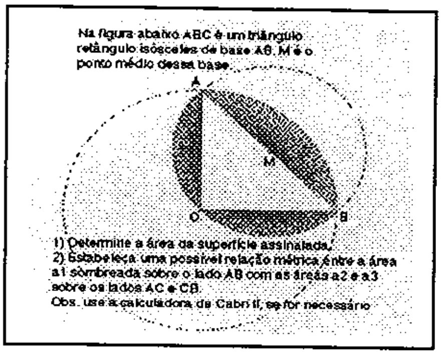
Segundo Bellemain (1991), os elementos dessa transposição, são: estudo dos conceitos de um ponto de vista epistemológico e didático, estudo das dificuldades dos alunos na aprendizagem dos conceitos e assim a possibilidade de utilizar o computador para a visualização da interface desse conceito num contexto de aprendizagem.

No papel-e-lápis, uma demonstração (prova) é geralmente formal e, no computador (*Cabri II*), a demonstração (prova) pode se tornar mais atraente, em função da manipulação direta e visualização dos elementos inerentes ao processo. Segundo *Davis, P. (1993), uma prova visual [teorema visual] é uma saída gráfica ou visual de um programa de computador – uma família de saídas semelhantes que o olhar organiza como um todo coerente e identificável e, que é capaz de inspirar questões matemáticas de natureza tradicional ou que contribui de alguma maneira para nossa compreensão do mundo real,.*

Assim, em uma situação relativa ao tipo de Ensino Iterativo Auxiliado por Computador (EIAC), o processo de ***transposição informática*** que segundo Almouloud (1997) permite recontextualizar o saber, abrindo caminhos para uma aprendizagem criativa. Um saber se diz ***recontextualizado*** quando colocado em situações artificiais dá sentido aos novos conceitos (Almouloud (1997). O que pode envolver também a noção de jogos de quadros.

A ***Noção de jogo de quadros***, tal como definida por R. Douady (1986), é de importância nesse contexto. Pois ao enfatizar um processo de mudança de ponto de vista, ou seja, a possibilidade de traduzir um problema Matemático de um quadro para outro, com a finalidade específica de acessar outras ferramentas de resolução que as inicialmente previstas.

Nessa linha, usando a noção da transposição informática e de jogos de quadros, propõe-se o experimento que é ilustrado na situação geométrica da figura abaixo.




**OBJETIVOS:**

- *Calcular a área de uma superfície obtida pela interseção de figuras geométricas planas conhecidas pelos alunos;*
- *Reconhecer que o fato do Cabri II ler áreas de figuras planas não é genérico. Isto é, nem toda superfície plana aparentemente simples é interpretada pelo Cabri II;*
- *Explorar, descobrir, conjectural e provar(demonstrar formalmente).*

**ESTUDO PRELIMINAR:** O aluno deve construir usando o *Cabri II*, uma figura da mesma classe que a figura acima. Após sua construção deve investigar e estudar os fenômenos ou conceitos geométricos nela inerentes, descrever sua(s) descoberta(s), e demonstrar. Finalmente recontextualizar suas descobertas afim de uma demonstração visual usando o *Cabri-Géomètre II.*

**Resolução possível e resultados esperados**

O aluno poderá proceder de duas formas: *numericamente*, baseando-se nas evidências e regularidade dos resultados - contando com os recursos do ***Cabri II;*** ou *algebricamente*, generalizando o resultado para toda superfície da classe dessa figura.

Supondo escolhida a Segunda opção, o aluno deverá determinar então algebricamente, a área da superfície hachurada (mudança de quadro geométrico à algébrico), para em seguida usar um caso particular a partir de valores fornecidos pelo ***Cabri II*** e, finalmente, conjecturar e institucionalizar a situação.

Sejam as notações:

***a1** = área da superfície assinalada sobre o lado AB (hipotenusa) do triângulo ABC;*
***a2** = área da superfície assinalada sobre o lado AC (cateto) do triângulo ABC;*
***a3** = área da superfície assinalada sobre o lado BC (cateto) do triângulo ABC;*
$\bar{a}(S_T)$ = ***a1 + a2 + a3*** = *área total da superfície sombreada;* $\bar{a}(ABC)$ = *área do triângulo ABC.;*
$\bar{a}(C_C)$ = *área do círculo de centro em C; e* $\bar{a}(C_M)$ = *área do círculo de centro em M.*

Nessas condições tem-se as seguintes relações métricas: $\bar{a}(ABC) + a1$ é igual a um quarto de $\bar{a}(C_C)$. Isto é, $\bar{a}(ABC) + a1 = \frac{1}{4}\bar{a}(C_C)$ ou seja $a1 = \frac{1}{4}\bar{a}(C_C) - \bar{a}(ABC)$ **I**

Note que $a2 + a3 + \bar{a}(ABC) = \frac{1}{2}\bar{a}(C_M)$ ou seja, $a2 + a3 = \frac{1}{2}\bar{a}(C_M) - \bar{a}(ABC)$ **II**

Logo, somando **I** com **II** membro a membro tem – se: $\bar{a}(S_T) = \frac{1}{4}\bar{a}(C_C) + \frac{1}{2}\bar{a}(C_M) - 2.\bar{a}(ABC)$.

Portanto, a área da superfície sombreada é: $\bar{a}(S_T) = \frac{1}{4}\bar{a}(C_C) + \frac{1}{2}\bar{a}(C_M) - 2.\bar{a}(ABC)$. Com essa expressão basta conhecer o diâmetro do $\bar{a}(C_M)$ ou o raio de $\bar{a}(C_C)$ para obter-se a área total $\bar{a}(S_T)$ em termos numéricos. Se tomarmos **II - I** obtêm-se:

$a2 + a3 - a1 = \frac{1}{2}\bar{a}(C_M) - \frac{1}{4}\bar{a}(C_C)$.

Recorrendo a fórmula que permite calcular a área de um círculo, teremos:

$\bar{a}(C_M) = \pi(AM)^2 \Rightarrow \frac{1}{2}\bar{a}(C_M) = \frac{\pi}{2}(AM)^2$ **[i]**, $\bar{a}(C_C) = \pi(AC)^2 \Rightarrow \frac{1}{4}\bar{a}(C_C) = \frac{\pi}{4}(AC)^2$ **[ii]**

Fazendo [i]-[ii] membro a membro obtêm-se: $\frac{1}{2}\bar{a}(C_M) - \frac{1}{4}\bar{a}(C_C) = \pi[\frac{1}{2}(AM)^2 - \frac{1}{4}(AC)^2]$ **[iii]**

Pelo teorema de pitágoras temos $(2.AM)^2 = 2.(AC)^2 \Rightarrow (AC)^2 = 2.(AM)^2$. Substituindo em [iii] obtêm-se $\frac{1}{2}\bar{a}(C_M) - \frac{1}{4}\bar{a}(C_C) = 0$. Logo de **II – I** conclui-se que: **a2 +a3 – a1 = 0.** Isto é, ***a1 = a2 + a3***

Com essa expressão podemos conjecturar que: *se ABC é um triângulo retângulo isósceles, reto em C, a área da superfície limitada pela hipotenusa e o arco do circulo de raio AC centrado em C é igual a soma das áreas das superfícies limitadas pelos catetos e arco do círculo de raio AM centrado em M (onde M é o ponto médio da hipotenusa).*

Institucionalizou-se essa conjectura como Teorema de superfícies lunares no triângulo retângulo isósceles, ou simplesmente *Teorema de Superfícies Lunares.*

## ANÁLISE DIDÁTICA DO EXPERIMENTO

A formulação de conjecturas e suas respectivas provas é uma das características fundamentais de situações problema caracterizadas no âmbito da Matemática e é, provavelmente o que a distingue da atividade de outras áreas. Isso, entre outras razões, deixa claro a necessidade de caracterizar metodologias apropriadas para o ensino da Matemática, que forneça aos alunos ferramentas eficientes para criar, conjecturar e provar. E que devem ser do conhecimento principalmente àqueles reconhecidos como futuros professores de Matemática do ensino fundamental à Universidade.

A situação em estudo, parece ser simples, porém, convida os alunos para o mundo do "fazer matemática". O mais interessante na atividade é o espírito permanente de desafio, de modo a motivar nos alunos atitudes de explorar, de conjecturar e finalmente de provar ou verificar a veracidade dos resultados com auxílio dos recursos do ***Cabri II*** (*como se descreve no próximo item*).

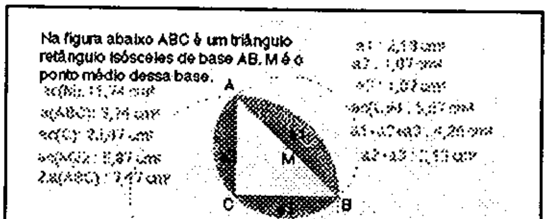
As variáveis didáticas[1] dessa situação são: o triângulo retângulo isósceles e o círculo. Pois só a geometria dessas variáveis nos permite formular a conjectura ou teorema acima (*Teorema de Superfícies Lunares*).

## PRÉ-REQUISITOS E COMPETÊNCIAS

Os alunos precisam ter em mente noções de composição e decomposição de figuras ou desenho. Todo desenho pode ser modificado de diversas maneiras, pode-se dividi-lo em várias partes, que são sub-desenhos, ou incluí-lo em outro desenho do qual se torna um sub-desenho. Essas modificações, ditas ***mereológicas*** segundo R. Duval (1988), se fazem em função da relação entre a parte e o todo, e assim, pode-se aumentá-lo, diminuí-lo ou deformá-lo. Trata-se de uma modificação ***ótica***, pois ela transforma um desenho em um outro denominado imagem. E então, para analisá-las, se faz necessário uma razoável apreensão perceptiva e operatória de superfícies planas. Os alunos deverão conhecer também propriedades do triângulo retângulo isósceles, a relação ou a fórmula que calcula a área do círculo, bem como estabelecer relações métricas entre a parte e o todo (de superfícies planas limitadas). E ter habilidade suficiente para usar problemas ou resultados anteriores numa situação nova.

## PAPEL -E- LÁPIS X CABRI-GÉOMÈTRE II

O teorema assim descoberto, pode ser recontextualizado, usando o ambiente do ***Cabri-Géomètre II***, (vide figura abaixo).




| | a2: | a3: | a2+a3: | a1: | a1+a2+a3: |
|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 0,96 | 0.96 | 1,93 | 1.93 | 3,86 |
| 2 | 2.68 | 2,68 | 5,36 | 5,36 | 10.72 |
| 3 | 6,09 | 6.09 | 12,18 | 12.18 | 24,36 |
| 4 | 0.24 | 0,24 | 0.48 | 0,48 | 0.96 |
| 5 | 1,12 | 1.12 | 2,24 | 2.24 | 4,48 |
| 6 | 1.23 | 1,23 | 2,46 | 2,46 | 4.91 |
| 7 | 1,07 | 1.07 | 2,13 | 2.13 | 4,26 |

A possibilidade de verificar uma conjectura sob diferentes configurações, permite a visualização das ocorrências numa dada situação geométrica, e isto intervém na resolução de um problema utilizando o micromundo ***Cabri II.***

Na situação acima, os valores fornecidos pelo *Cabri II*, inerentes a figura numa primeira posição, são introduzidos na tabela. Movendo-se a figura a partir de um dos elementos de base, percorre-se a classe relativa a ela, atualizando de forma contínua os valores iniciais, os quais são introduzidos novamente na tabela, e assim sucessivamente na medida que se percorre a classe relativa a essa figura.

[1] *Variáveis didáticas* - são aquelas que estão a disposição do professor para analisar situações didáticas durante uma investigação, Almouloud, (1997).

Os valores registrados na tabela, são pois informações que evidenciam a situação, tendo-se a oportunidade de analisar passo a passo a configuração inerente aos elementos da situação em estudo. Assim, esse processo de observação através de um exemplo pode levar o aluno a descobrir ou redescobrir propriedades importantes dessa situação.

É nesse sentido e entre outras técnicas que procurou-se trabalhar a Geometria através da tecnologia do ambiente computacional ***Cabri-Géomètre II***, considerando fundamentalmente as noções de transposição informática e jogo de quadros.

## CONSIDERAÇÕES FINAIS

Dentro do domínio da pesquisa em Ensino Iterativo Auxiliado por Computador (EIAC), a Geometria elementar é considerada um espaço adequado para experiências didáticas, sobretudo pela sua importância no processo de aquisição de conhecimentos, Ferneda (1992).

Quanto ao *Cabri-Géomètre II* este tem uma estrutura básica que se apoia na construção e exploração de figuras geométricas. E a sua filosofia metodológica, contribui no processo de ensino e aprendizagem, facilitando a representação concreta de conhecimentos abstratos. Nesse sentido, o aluno pode visualizar e analisar em tempo real os conceitos inerentes a uma família de desenhos ou figuras geométricas.

Quando se pode trabalhar no papel usando lápis e borracha, geralmente a análise é centralizada num objeto solido fixo, e o aluno se limita àquele objeto sobre o papel, enquanto que nos ambientes computacionais, em particular *Cabri II*, o aluno pode analisar esse objeto, num ponto de vista epistemológico e didático mais abrangente. Ele tem assim oportunidade de visualizar não apenas o objeto isoladamente como também de percorrer a sua classe, em função da manipulação direta em tempo real que o *Cabri II* permite.

Nesse âmbito pode-se concluir que, a apresentação de atividades sustentadas pela transposição didática em meios informatizados, onde o aluno pode trabalhar com mudanças de quadros ou pontos de vista, afim de acessar outras ferramentas, possibilita uma aprendizagem participante, motivadora e significativa, onde o Cabri-Géomètre II desempenha um papel fundamental.

---

[4] Mestrando em Educação Matemática - Unesp/Rio Claro. *e-mail - afonsohe@caviar.igce.unesp.br*

• Profa Dra. - programa de Pós graduação em Educação Matemática - Unesp/Rio Claro.

## BIBLIOGRAFIA

*ALMOULOUD, Ag Saddo. Fundamentos da Didática da Matemática e Metodologia de Pesquisa, Caderno de Educação Matemática Vol. III, PUC-SP, 1997.*

*BALLACHEFF N., Contribuition de la didactique et de l'épistémologique aux recherches en EIAO, actes des 13ème journnées Francophones sur I'Informatique, Formation Intelligemment A. Ordinateur, Genève, pages 9-38, 1991.*

*BELLEMAIN, F. Conception, realisation et experimentation d'un logiciel d'aide à l'enseignement lors de l'utilisation de l'ordinateur. Educational Studies in Mathematics, no 23, Kluwer Academic Publishers, pp. 59-97, Amsterdam (Holanda), 1992.*

*BELLEMAIN, F., CAPPONI, B. Specificité de l'organization d'une sequance d'inseginement lor de utilization de l'ordinateur. Educational Etudies In Mathematics. Alemanha, 1992.*

*FERNEDA E. "Conception d'un agente rationnel et examen de son raisonnement en géométrie", Tese de doutorado, Université de Montpellier (França), 1992.*

*DOUADY, Regine. Jeux de cadre et dialectique outil-objet. RDM, vol. 7, no 2, 1986*

*DUVAL R. Approche cognitive des problemès de géomètrie en termes de congruence, Analise de Didactique et de Sciences Cognitives, IREM de Strabourg, Vol. 1, pp. 57-74, Stranburgo (Franca), 1988.*

*LABORDE, C. "L'enseignement de la géomètrie en tant que terrain d'exploration de phénomènes didactique", Recherches en Didactique de Mathematiques, vol. 9, n. 3, 1990.*

# AVALIAÇÃO DE SOFTWARE NO ENSINO DE CÁLCULO

AUTOR: ANDRÉ LUIS ANDREJEW FERREIRA
ORIENTADOR: PROF. DR. DALCIDIO MORAES CLAUDIO
INSTITUIÇÃO: GRUPO DE MATEMÁTICA DA COMPUTAÇÃO
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA - PUCRS

## 1. INTRODUÇÃO

O advento da computação digital trouxe muitas mudanças na forma de execução de tarefas e resolução de problemas, principalmente na última década, quando os computadores pessoais tornaram-se efetivamente uma realidade. A pesquisa de ponta, nas mais variadas áreas, encontrou nestas máquinas importantes aliados, capazes de realizar numerosas e tediosas tarefas de forma precisa e com custos gradativamente decrescentes. No entanto, nenhum impacto se fez mais forte do que o causado pela introdução da capacidade de intercomunicação global e em larga escala promovida pela *Internet*. Em muito menos que uma década, a informação tornou-se explicitamente a principal moeda entre pontos distantes do mundo. Mais do que nunca vivemos em um mundo onde a informação e o conhecimento são uma das principais fontes de transformações da sociedade. Ainda assim, uma das áreas que ainda não sentiu, em escala, os benefícios do uso de computadores, foi a área de formação, construção e transmissão do conhecimento.

Nos dias de hoje tornou-se obrigatório usar as novas tecnologias nos processos de educação e construção do conhecimento. Até há pouco tempo atrás, o modelo de educação aceito era o de que os alunos precisavam conter certo conhecimento, muitas vezes transmitido de boca para ouvido ou de gestos para os olhos, numa realidade de escassez de recursos. No entanto, este modelo não basta mais. Acreditar que os alunos simplesmente devem lembrar das informações fornecidas é desconsiderar o que o mercado exige de um profissional qualificado. Um egresso de universidade precisa ter a habilidade, o desejo e a motivação de utilizá-las, precisa saber relacioná-las, sintetizá-las, analisá-las e avaliá-las. Juntos, estes elementos constituem o que se pode chamar de pensamento crítico. Este aparece em cada sala de aula quando os alunos se esforçam para ir além de respostas simples, quando desafiam idéias e conclusões, quando procuram unir eventos não relacionados dentro de um entendimento coerente do mundo.

Não se pode, no entanto, simplificar excessivamente esta questão. O processo de construção do conhecimento é multifacetado, apresentado um conjunto infindável de variáveis a serem consideradas e que vão desde o tipo de conteúdo e o nível de profundidade abordados até o *background* dos participantes do processo. Tais dificuldades podem ser minimizadas com o uso de computadores, mas muito dificilmente poder-se-á considerar o computador como a pedra filosofal do ensino, que resolverá todas as dificuldades. Mesmo assim, a escolha criteriosa de um *software* (ou de um conjunto de *software*) pode favorecer em muito o desenvolvimento da capacidade de pensamento crítico, bem como a motivação do aluno ao estudar e, principalmente, interagir com o conhecimento através do computador.

É claro que nem todos os *software* são adequados para todas as finalidades. Justamente por este motivo, é necessária a definição de critérios eficazes para a realização da escolha de um *software*. Este trabalho tem a finalidade de propor uma forma de avaliar e classificar *software* para o ensino de Cálculo, que prioriza a exploração ativa do aluno. Portanto, é necessário que o educador se posicione frente ao Cálculo como um processo a ser construído, passo a passo, com o educando, onde este perceberá as contradições e as aplicações da Matemática na vida do homem e não como um todo harmonioso que não pode ser questionado.

## 2. APRENDIZAGEM

O aprendizado exige muito mais que a simples transmissão/recebimento de conteúdos: exigindo interação e encorajando o compromisso do aluno aprendiz.

As redes, atualmente, estão levando a um incrível crescimento da utilização de recursos hipermídia resultando, desta forma, nos mais diversos sistemas que oferecem materiais (tutoriais e de treinamento) em um amplo leque de temas. Entretanto, estes materiais nem sempre tem como objetivo principal a promoção do aprendizado: eles oferecem informação sem preocupar-se com a interação que é uma parcela fundamental do processo de aprendizagem.

Segundo [CAR 92b], a ciência cognitiva provou que o modelo de transmissão de conhecimento ainda está ultrapassado: os alunos não aprendem simplesmente recebendo informações, mas sim construindo uma base de conhecimento, a partir de materiais didáticos, interagindo e criando compreensão. A abordagem *construtivista* permite aos aprendizes engajar-se no auto-aprendizado dirigido; entretanto, sem um guia, os alunos podem ficar confusos pelo grande número de opções, bem como pela absoluta falta de objetivos claros. Por outro lado, a abordagem *behaviorista*, estabelece metas específicas mas oferece pouca criatividade. Qualquer projeto de um ambiente de treinamento deve balancear estas duas abordagens, visando criar um desafio para os indivíduos e preparando-os para as mudanças. O aprendizado é um processo de vida inteira, permitindo aos indivíduos um engajamento em atividades pessoalmente interessantes e significativas como pensadores, trabalhadores e colaboradores.

Assim, para que um ambiente de treinamento na rede seja realmente produtivo, deve-se permitir e encorajar o aprendiz a participar em atividades que reflitam situações de seu interesse.

## 3. PROPOSTA

Através de estudo bibliográfico, foi detectada a falta de embasamento teórico, para a realização de uma escolha adequada de *software* voltado ao ensino, a fim de contribuir no ensino-aprendizagem. Esta questão se refere aos critérios de avaliação para poder ter mais confiança e credibilidade no *software* que será selecionado.

A partir deste problema, o objetivo do trabalho é o estabelecimento de parâmetros para avaliar o *software* matemático. Tem que se levar em conta que, os aspectos levantados para se fazer a análise, que não são gerais para qualquer tipo de sistema, onde se inclui também os educativos.

O processo de avaliação consta, em primeiro lugar, da caracterização do sistema e da filosofia pedagógica utilizada. Assim, têm que se ter bem claro o que se deseja avaliar e quais são as metas que se deseja alcançar, com a utilização do *software* selecionado.

Os objetivos a serem atingidos visam motivar o aluno para o aprendizado de tópicos tradicionais da Matemática com o uso do computador, trabalhando com um número maior de exemplos para investigar casos de estudo, facilitando para o aluno a tarefa de passar do concreto para o abstrato, possibilitando a generalização e portanto a formação de conceitos. Para isso, serão analisados na avaliação do *software* os seguintes itens:

- suas características;
- funcionalidade;
- interface do *software*;
- interação aluno/*software*;
- aplicabilidade nos conceitos;
- sua classificação dentro dos tópicos de cálculo;
- disponibilizar um conjunto de *software* ao professor e fazer uso dentro da disciplina.

O objetivo desta avaliação e classificação de *software* é o de contribuir para um melhor aprendizado do aluno com o uso do computador, através de um maior nível de compreensão e interação. Pretende-se também retraçar características mínimas desejáveis em um bom ambiente de ensino, com o auxílio de recursos computacionais para permitir uma classificação objetiva e adequada dos *software* utilizados no ensino para, em etapas posteriores, balizar a construção de *software* que englobem a maior quantidade possível de necessidades e exigências das disciplinas matemáticas.

## 4. APLICAÇÃO DE *SOFTWARE* NA DISCIPLINA

O termo aplicação de *software* se refere ao *software* como produto. Utilizamos o termo aplicação de *software* para se referir ao programa em execução no computador.

A aplicação de *software* pode ser vista como uma virtualidade, ou seja, uma máquina virtual destinada a resolver problemas específicos de seus usuários. São máquinas que operam sobre o domínio conceitual de informações e conhecimento. Uma aplicação de *software* interativo se refere àquelas aplicações que são utilizadas diretamente por pessoas, seus usuários. É este o tipo de aplicação que abordaremos.

Uma aplicação de *software*, como entidade virtual, existe apenas em um sistema computacional. O *hardware* funciona como um meio que possibilita a existência desta máquina simbólica. Muitas vezes os termos aplicação e sistema computacional são usados como sinônimos, uma vez que um sistema computacional apenas têm utilidade quando o *software* dá-lhe uma funcionalidade.

Segundo [MAÇ 93] conteúdos de ensino em todas as áreas não são estáticos. Os conteúdos matemáticos talvez tenham sido aqueles que adquiriram maior estabilidade em relação as demais áreas do conhecimento.

A afirmação de Hermann Mankel fala desta estabilidade, da formalização das teorias matemáticas em relação aos produtos finais, baseada no mesmo conjunto de hipóteses e regras de inferência, e não em relação ao processo de produção do conhecimento matemático.

Outra causa dessa estabilidade está associada ao fato de que tanto a matemática quanto o seu ensinamento sempre foram vistos como a principal via de acesso a racionalidade. Racionalidade essa que se baseou em uma neutralidade para atingir a formalização absoluta sem entrar em conflitos com aspectos sociais. Particularmente na matemática, constrói-se um novo andar sobre a antiga estrutura, o que não acontece na maior parte das ciências. No entanto convive-se no momento com uma nova ideologia: a crença de que a tecnologia computacional possa revolucionar ou pelo menos alterar os métodos de ensino da matemática.

Em cima dos recursos dessa nova tecnologia, o ensino da matemática pode ocorrer, pelo menos, de duas maneiras: através do desenvolvimento de algoritmos que tratem de problemas matemáticos e do uso de *software* matemáticos. Porém, faz-se necessário que o educador se posicione frente à matemática como um processo a ser construído passo a passo com o aluno. Este perceberá as aplicações da matemática nos problemas práticos do homem e não como um todo harmonioso inquestionável que, para o educando, não será nada mais do que um amontoado de regras.

Para [MAÇ 93], os algoritmos, de uma forma geral, tem a capacidade de estruturar, generalizar, detalhar problemas de acordo com o nível desejado, além de desenvolver o raciocínio lógico do indivíduo. Por esse motivo podem ser utilizados pelo professor como uma ferramenta.

O *software* matemático permite segundo [CAR 92a]:

- Aprofundar o entendimento e a motivação para o aprendizado dos tópicos tradicionais;
- Melhorar a opinião dos alunos em relação ao computador e ao aprendizado de matemática;
- Diminuir o tempo de domínio da unidade e/ou aumentar o tempo de fixação;
- Conduzir à estratégias mais eficazes de processamento de informações, adaptando estilos cognitivos aos estudantes.

Pode-se considerar ainda, que para o ensino de matemática, necessita-se muitas vezes demonstrar e provar proposições, fórmulas, regras, teoremas, lemas, de acordo com o nível do estudante. Além disso é necessário fazer simulações, exercícios práticos, observar exceções, construir gráficos e analisá-los, o que nem sempre é possível devido à falta de tempo e não de infra-estrutura.

Os *software* matemáticos bem como as linguagens de programação podem proporcionar:

- Demonstrações interativas: a matemática é uma ciência que, necessariamente, envolve demonstrações. Mas o próprio conceito de demonstração é relativo, pois o nível de rigor e o grau de formalização depende do lugar e do tempo;
- Representação gráfica: o fato de poder visualizar, dá ao aluno condições de pensar mais detalhadamente sobre suas perguntas e analisar melhor as respostas, incentivando assim o raciocínio lógico matemático. A existência de cores ou sombreamentos e a possibilidade de movimento vem reforçar ainda mais a importância dessa representação;
- Relativa exatidão: quando o problema envolve cálculos, de forma geral, a precisão da máquina e o controle de exatidão se tornam extremamente importante para o usuário (aluno/professor), pois só assim pode-se obter uma melhor qualidade na resposta;
- Ajuda de conceitos prévios: em especial o aprendizado da matemática não se dá de forma linear. Conceitos aprendidos anteriormente podem ser essenciais para a construção de novos conceitos e o uso do computador pode favorecer essa necessidade, desde que tenha-se ajudas interativas.

Esses não são os únicos benefícios a serem analisado em *software* e em linguagens de programação. A interface, a ergonomia, bem como a adequação da linguagem ao problema, com certeza, são características importantes e relevantes para um produto de qualidade para o ensino de disciplinas matemáticas.

## 5. AVALIAÇÃO DO *SOFTWARE*

Conforme os objetivos propostos neste trabalho, os *software* que serão avaliados se encontram no endereço na rede mundial, que é "*http://archives.math.utk.edu/software*". Eles foram divididos em dezesseis áreas, mas, devido à abordagem deste trabalho, apenas três são de interesse, a saber: Pré-Cálculo, Gráficos e de Cálculo.

Os *software* serão avaliados de acordo com suas características, funcionalidade, interface, interação, aplicabilidade, sua classificação dentro dos tópicos de cálculo, que são funções, limites, continuidade, derivadas e integrais; disponibilizar um conjunto de *software* ao professor e fazer uso dentro da disciplina.

## 6. CONCLUSÕES

Com este trabalho, apresentamos um estudo de como o computador e sua tecnologia podem melhorar e inovar o processo de ensino-aprendizagem de matemática de 3º grau através do uso de *software* aplicados a conceitos vistos em aula. Assim, pode ser observado que a expansão da informática na universidade é um processo imprescindível para propiciar novas formas de construção e desenvolvimento de conceitos nos alunos. Além disso, atualmente enfrenta-se dificuldades advindas da própria indefinição de critérios e necessidades básicas, a fim de realizar uma adequada seleção do *software* matemático.

Assim, a introdução do uso de *software* matemático no ensino de 3º grau, depende dos processos e resultados da avaliação e classificação destes. Através destas atividades então, é possível adquirir conhecimentos corretos a respeito do potencial da nova tecnologia, como meio de ensino-aprendizagem.

Mas para fazer uma adequada seleção e utilização desses sistemas, viu-se a necessidade de construir uma metodologia de avaliação para apoiar o processo de ensino-aprendizagem. A partir dessa questão, está se fazendo um estudo sobre como melhor aproveitar o que um *software* matemático oferece, os resultados obtidos serão aplicados na disciplina de Cálculo A para Informática do Instituto de Matemática da Pontifícia Universidade Católica do Rio Grande do Sul.

## 7. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS


[CAR 92a] CARRAHER, David W. A aprendizagem de conceitos matemáticos com o auxílio do computador. São Paulo: Cortez, 1992.

[CAR 92b] CARRAHER, David W. O papel do computador na aprendizagem. *Acesso*, São Paulo, v.3, n.5, p.21-30, jan./jun. 1992.

[FER 97] FERREIRA, André L. A.; CLAUDIO, Dalcidio M. O uso de recursos computacionais no ensino de matemática. Porto Alegre: CPGCC da UFRGS, 1997. 35p. (TI 685).

[MAÇ 93] MAÇADA, Débora L. Análise de uma ferramenta para o ensino da matemática computacional. Porto Alegre: CPGCC da UFRGS, 1993. 48p. (TI, 335).

[MAÇ 95] MAÇADA, Débora L. Ambiente informatizado para o ensino de métodos numéricos. Porto Alegre: CPGCC da UFRGS, 1995.132p. (Dissertação de Mestrado).

[MEN 97] MENDES, Simone C.; SILVA, Lisiane S,; HÖLBIG, Carlos A.; CLAUDIO, Dalcidio M. Internet e sua utilização no ensino matemático. In: CONGRESSO NACIONAL DE MATEMÁTICA APLICADA E COMPUTACIONAL, 20. , 1997, Gramado, RS. Anais... .Rio de Janeiro: SBMAC, 1997. 633p. p.594-595.

[MOR 97] MORAES, Daniela C.; CUNHA, Márcia L.; HÖLBIG, Carlos A.; CLAUDIO, Dalcidio M. Uso da informática no auxílio ao ensino de disciplinas de cálculo. In: SEMINÁRIO NACIONAL DE INFORMÁTICA, 2., Santa Maria, RS. Anais.... Santa Maria: FAFRA, 1997, 165p. p.53-57.

[ROI 94] ROITMAN, Riva, GASMAN, Lydinea. Informática na educação: a direção do processo. In: SIMPÓSIO BRASILEIRO DE INFORMÁTICA NA EDUCAÇÃO, 4., 1993, Recife. Anais.... Recife: SBIE, 1993. 216p. p.189-195.

[SAN 97] SANTOS, Rafael C.; FERREIRA, Solange C. Ambientes de aprendizagem virtual: algumas possibilidades para a educação à distância. In: SEMINÁRIO NACIONAL DE INFORMÁTICA,2., Santa Maria, RS. Anais....Santa Maria: FAFRA, 1997, 165p, p.80-85.

[SET 96] SETTE, José S. A. Redes de computadores na educação. In: CONGRESSO DA SOCIEDADE BRASILEIRA DE COMPUTAÇÃO, 16., 1996, Recife: II Workshop sobre informática na escola. Anais....Rio de Janeiro: SBC, 1996. CD-ROM.

# CABRI-GÉOMÈTRE
# RECURSO INFORMATIZADO NA CONSTRUÇÃO DE CONCEITOS GEOMÉTRICOS: POSSIBILIDADES E AVANÇOS

Ivonélia da Purificação*
Orientadora Drª Maria Tereza Carneiro Soares**
Universidade Federal do Paraná- UFPR

**Por que a matemática?**

FUCHS (1970, p.25) diz que a matemática "é uma atividade altamente significativa do homem" com sua linguagem própria que expressa um conhecimento.

Na escola o que temos observado é que a matemática é trabalhada de forma descontextualizada da realidade, de uma forma mais teórica e memorística. Não se tem conseguido relacionar suficientemente o conhecimento matemático com sua utilidade prática no contexto social. CARRAHER (1991) demonstrou em suas pesquisas crianças que trabalham em feiras fazem com facilidade operações necessárias a sua atividade. Mas não conseguem realizá-las na escola, utilizando os algoritmos convencionais, porque a escola não valoriza outras formas de cálculo mental. Esta situação promove um conflito entre o ensino escolar e a prática social.

Professores dos diferentes graus de ensino regularmente afirmam que seus alunos possuem dificuldades para expressar-se matematicamente. Para VASCONCELOS (1995), o que se constata hoje é que a escola não tem conseguido garantir para os educandos a apropriação significativa, crítica, criativa e duradoura, do conhecimento acumulado pela humanidade.

Avaliações realizadas pelo Programa de Qualidade no Ensino Público Paranaense - PQE, da SEED-PR, em desenvolvimento, nas disciplinas de Língua Portuguesa e Matemática, constataram que, em turmas de 4ª série do 1º Grau, o aproveitamento na matemática dos alunos da rede estadual de ensino chegou apenas a 48%; das redes municipais de ensino 45%; da rede particular 55% (SEED-PR-1996). Embora não consideremos este mecanismo avaliativo como de valor absoluto, podemos identificá-lo como indicador de que a aprendizagem da matemática esta aquém da desejada.

Podemos inferir que entre os fatores que interferem na qualidade do ensino desta disciplina, encontra-se o ensino tradicional que visa a uma escolarização alienante, uma educação que privilegia o ato de decorar, não possibilitando a criação para resolver situações. Trata-se de um ensino em que os alunos "estudam" para a prova, preparando- se para respostas prontas e acabadas, enfim, mecânicas.

O educador não deveria ser apenas o que transmite o conhecimento acumulado aos seus alunos, mas aquele que leva o aluno a compreender e fazer as relações da matemática com a realidade cultural, social e política com todas as disciplinas que formam o conhecimento global. Essa consciência exige do professor atitudes diferentes das tradicionais, sendo-lhe necessário, além do domínio teórico e prático dos conceitos matemáticos, a qualificação para agir como mediador da construção desses conhecimentos matemáticos, como no construtivismo em suas várias abordagens. Nessa perspectiva, pode fazer uso de diferentes recursos na sua atuação profissional, para levar o educando ao concreto pensado.

Observamos, no Currículo Básico do Estado do Paraná, um encaminhamento de trabalho voltado para a construção do conhecimento matemático de forma globalizadora, " ...entendemos a matemática, como parte do conjunto de conhecimento científicos, é um bem cultural construído nas relações do homem com o mundo em que vive e no interior das relações sociais"(SEED-PR, 1992,p.65). O ensino da matemática desenvolvido historicamente de forma fragmentada encontra em nossa época a possibilidade de receber um tratamento globalizador. O Currículo do Sistema Municipal de Ensino de Curitiba, apresenta a matemática como:

> "...a ciência das relações, uma vez que o seu desenvolvimento está diretamente ligado com a representação das relações sociais (homem/homem) e naturais (homem/natureza). Tais relações são formalizadas através da linguagem matemática, explicitadas em conteúdos que contemplam o momento histórico que permeia as diferentes áreas do conhecimento".(PREFEITURA MUNICIPAL DE CURITIBA, 1997, p.122).

Neste sentido em muito contribui a informática.

---

* Mestranda em Educação - UFPR - Professora da UTP-PR e Colégio Martinus
** Doutora em Educação pela USP - Professor Adjunto da UFPR

O uso da informática como ferramenta pedagógica tem sido alvo de muitas pesquisas e esforços humanos, no que diz respeito à forma de utilizá-la na situação ensino-aprendizagem, quanto ao desenvolvimento de *software*, bem como em programas de capacitação do corpo docente.

Este projeto de pesquisa tem, como objetivo, abordar a utilização do software Cabri-Géomètre na compreensão de conceitos geométricos, descrevendo e analisando as produções dos sujeitos em uma situação de ensino-aprendizagem.

O histórico da introdução da informática nas escolas brasileiras tem um percurso muito aproximado ao que ocorreu no restante da América Latina. A informática tanto foi utilizada em uma perspectiva instrumental quanto em uma construcionista ( VALENTE, 1993). Todo o encaminhamento, seja dos programas governamentais, das iniciativas isoladas das escolas, bem como nas pesquisas realizadas nesta área (MORAES, 1993) foi estruturado nessas perspectivas, a instrumental e a construcionista.

Em que pese a complexidade dessas vertentes é fato que o setor educacional, tanto público quanto privado, tem lançado mão dessa tecnologia, mais especificamente na forma de *software* educacional, para incrementar suas atividades educativas (VALENTE, 1993).

Temos observado uma preocupação crescente na utilização dessa ferramenta no processo ensino-aprendizagem, principalmente no que tange à área de educação matemática. Grupos de pesquisadores ( Valente 1981, Fagundes 1986; Silva 1997) têm procurando analisar como se processa a construção de conceitos matemáticos utilizando o recurso da informática.

Encontramos a maioria dos trabalhos referenciando a utilização do *software* educacional *Logo*, desenvolvido por Papert e pesquisadores do *Massachussetts Institute of Technology* ( PAPERT, 1996). É inspirado na teoria do desenvolvimento de Jean Piaget, defendendo que alunos e professores reflitam sobre os desafios e testem as hipóteses de resolução de problema. A matemática pode assim ser desenvolvida segundo uma postura diferente da tradicional.

Ressaltamos que o Logo não apresenta uma interface específica com a linguagem geométrica. O aluno, ao digitar os comandos pf, pt, pd, pe, realiza inferências de medidas, mas não especificamente a linguagem.

Por isso selecionamos o Cabri-Géomètre como recurso na construção de conceitos geométricos. O Cabri-Géomètre, software educativo, utilizado para a construção de conceitos geométricos com apoio de instrumentos eletrônicos como régua e compasso, foi desenvolvido pela Universidade Joseph Fourier de Grenoble, e possibilita a análise das relações entre a linguagem e os conceitos geométricos (BAULAC, 1996).

Para utilização deste programa, faz-se necessária a compreensão da linguagem geométrica - uma diferença fundamental em relação à linguagem Logo como ponto, retas paralelas, retas perpendiculares, mediatrizes, bissetrizes.

**Por que a geometria?**

MACHADO (1993, p. 145) relata que "A própria diminuição, nas últimas duas décadas, da importância do Desenho Geométrico, ou mesmo a exclusão da Geometria Descritiva dos currículos regulares constituem uma síndrome da hipertrofia da representação na concepção de Geometria que predomina na escola". O que podemos relatar, de observações próprias, é a minimização que a geometria sofreu nas escolas, com seu tratamento muitas vezes relegado e reduzido a situações em final de semestre com "pinceladas" de seu conteúdo, não explicitando aos educandos sua importância e aplicação em contexto diversos.

Ao pensarmos em geometria, reportamo-nos à idéia da necessidade prática, ao contexto. A geometria, em sua origem com os egípcios, estava intrinsecamente ligada à demarcação de terras, a mensurações práticas para a sobrevivência de sua sociedade: em função das enchentes do rio Nilo necessitavam os egípcios demarcar as terras para o plantio. Usavam-na também na construção de potes e cestos com simetria e congruência.

Com a evolução da humanidade, a geometria foi sendo desenvolvida da geometria empírica , "...da geometria euclidiana, as geometria não-euclidianas, geometria diferencial, geometria projetiva, geometria riemanniana e, enfim, a inesgotável geometria". (SANT'ANNA, 1997, p. 43).

Piaget demonstrou que a construção de conceitos geométricos pelas crianças acontece em uma seqüência diversa da construção histórica (euclidiana, projetiva e topológica) e questionou o ensino da geometria na escola ao mostrar que as noções topológicas constituem a base para a ocorrência da elaboração das demais geometrias:

> "Pero el niño posee o elabora una geometria con sus acciones mucho antes de someterse a enseñanza alguna; y la primera cuestión que hay que examinar es la de saber si esta construccion espontânea ofrece un orden más cercano al orden de la

aquisicion histórica (geometria euclídia para comenzar, luego proyectiva y, finalmente topológica).(PIAGET & BETH, 1980, p. 207).

**Por que a informática?**

A realidade do século XX têm potencializado a utilização de diferentes tecnologias tanto no ambiente social quanto na esfera individual e/ou em grupo.

Neste final de século deparamos-nos com um objeto contemporâneo que é cada vez mais utilizado na educação, um dos recursos viabilizados pela sociedade moderna: o objeto tecnológico chamado computador.

Para VALENTE (1993, p.5 ) "a presença do computador na educação é um processo irreversível". A geração cibernética tem acesso e manipula com facilidade as tecnologias, e a escola não pode ficar alijada desse processo. Cabe a ela utilizá-lo como ferramenta motivadora e reveladora. A SEED-PR promoveu no período de 21 a 24 de julho/98 em Faxinal do Céu a compra de equipamentos de informática para suas escolas. Por isso urge que o uso do computador seja melhor entendido na situação ensino-aprendizagem.

ALMOULOUD (s/d, p. 141) ressalta que a utilização do computador possibilita:

- Individualizar o estudo de comportamento dos alunos,
- Poder tornar os alunos autônomos na gestão de sua aprendizagem,
- Poder tratar no tempo real uma parte da avaliação,
- Integrar numerosas informações multidimensionais,
- Diminuir o efeito emocional da avaliação.

Normalmente, tudo isso compõe o papel do professor, mas condições da escola (turmas numerosas, pouca carga horária de sua disciplina, excesso de carga horária de trabalho, grandes quantidades de turmas e, mesmo, a formação falha) são vista por ele, em geral, como obstáculos ao seu trabalhos. Neste contexto, o computador pode ser um poderoso recurso para sua ação pedagógica.

Para que a utilização deste recurso se efetive necessita-se do engajamento dos professores e de seu nível de conhecimento desta ferramenta (SANTOS, 1993). Muitos professores sentem-se inseguros frente ao computador e afastam-no de seu convívio escolar, afastam-no do seu planejamento curricular. Como diz GATTI (1993, p. 23) " é preciso reconhecer que nas escolas, como em qualquer instituição, existe certa acomodação, certo modo de viver já instituído; nelas nem sempre se aceita com facilidade a introdução de mudanças". O computador veio exigindo mudanças na didática do professor. Acreditamos que seu uso como recurso acontecerá quando os professores forem capacitados para tal e tornarem-se conscientes da potencialidade de seu uso.

A utilização do computador tem sido um recurso valioso em pesquisas ( Valente, 1981; Fagundes, 1986; Maraschim, 1986; Nevado, 1989; Marchelli, 1990; Silva, 1996), quando se procura compreender as operações mentais das crianças e dos adolescentes, revelando: segundo GARCIA NETO(s/d, p.5).

> "Melhoria na fluência e seqüência do raciocínio dos alunos, autonomia no desenvolvimento de projetos individuais, elevação da auto-estima , aumento do tempo de concentração em relação ao apresentado em sala de aula, nova relação professor aluno, concretização dos processos abstratos, direcionamento da aprendizagem pelo aluno, o erro como elemento da aprendizagem e reflexão sobre os processos envolvidos na aprendizagem".

Observamos que a geração audiovisual, da TV e videogames, da cibernética, que está em contato constante com os avanços tecnológicos, insere-se cada vez mais cedo no mundo das diferentes linguagens da informática e manipula com facilidade e naturalidade esta tecnologia.

Desenvolvemos desde 1992, no Laboratório de Informática Educativa do CEAPE-UFPR, do Setor de Educação, de forma voluntária, pesquisa sobre a utilização da informática na educação.

Ao utilizar o computador em nosso trabalho com os alunos, observamos que essa ferramenta foi e tem sido uma grande aliada ao desenvolvimento de atividades profissionais, pois os alunos demonstram forma interessante de interação com o colega e com a máquina. Os alunos trocam experiências, levantam hipóteses de resolução das atividades no computador, questionam e buscam outras formas de resolução, como também outros meios físicos como livros paradidáticos e a biblioteca. O aluno ou as equipes avançam com ritmo próprio nas atividades e respeitam os diferentes rendimentos, o que não acontece geralmente em sala, pela impaciência em esperar o colega pensar sobre a situação. Nesses trabalhos começamos a utilizar o *software* educacional Cabri-Géomètre.

**Por que o Cabri-Géomètre?**

O Cabri-Géomètre, software educativo utilizado para a construção de conceitos geométricos com apoio de instrumentos eletrônicos como régua e compasso, possibilita trabalhar as relações geométricas de forma interativa e compreender suas invariantes com movimentação das mesmas em diferentes posições na tela. Segundo LABORDE (1994, p. 61), pode-se ter um "reconhecimento visual e geométrico". A utilização do Cabri em ambiente informatizado propicia essa distinção.

O Cabri permite visualizar os objetos geométricos criados e movimentá-los, deformando e conservando suas propriedades. Pode, assim, o aluno compreender sua trajetória de um ponto a outro, inferindo, deduzindo e concretizando os conceitos e propriedades geométricas, o que com lápis e papel é um trabalho muito difícil. LABORDE (1994, p. 61) confirma que "o reconhecimento visual de propriedades espaciais associadas às propriedades geométricas não é espontâneo e deve ser o objeto de um aprendizado". Por meio de um "submenu histórico", as operações realizadas pelo aluno podem ser retomadas, sendo possível analisar as fases das construções geométricas.

Os trabalhos com este *software* estão mais voltados, neste momento, à capacitação de professores; cursos desenvolvidos no Centro de Treinamento do Paraná - CETEPAR em 1996, em cursos de extensão no CEAPE-UFPR, Setor de Educação em 1996, com professores da rede pública e privada, cursos no Martinus Informática-Curitiba-Pr, em 1997 capacitando profissionais interessados, comprovam a preocupação na utilização de Cabri com professores, o que é fundamental no processo de inserção da informática como recurso pedagógico. Mas, há pouca referência à utilização do mesmo na aprendizagem dos alunos em geometria. Em SANGIANCOMO (1996), SILVA(1997), encontramos trabalhos utilizando o Cabri, pesquisando como os alunos mudam do desenho para a figura geométrica e como constroem o teorema de Tales.

É assim que no trabalho ora em execução, temos o objetivo de investigar a construção de conceitos geométricos e possibilitar a busca de alternativas na utilização do computador como um apoio à atuação do professor, utilizando esse recurso informatizado Cabri-Géomètre.

E sua questão referente: a utilização do recurso informatizado software Cabri Géomètre possibilita a construção dos conceitos de quadriláteros e triângulos, por sujeitos em uma situação de ensino-aprendizagem?

Enfocamos os quadriláteros e triângulos por encontrarmos no Currículo Básico do Estado do Paraná estes conteúdos na 5ª, 6ª e 7ª séries. Contudo, temos observado que os alunos da 8ª série são capazes de reconhecer as figuras geométricas quadriláteros e triângulos e não identificam as propriedades dessas figuras. Muitas vezes apresentam apenas uma definição memorizada das figuras, mas não estabelecem inferências conceituais. Pela teoria van Hiele (CROWLEY,1996) e pelos trabalhos de NASSER(1991) é possível identificar níveis de pensamento geométrico : visual, análise, dedução informal, dedução formal e rigor. Eles podem ser desenvolvidos em fases, as que se referem à utilização dos seus níveis no diagnóstico e à elevação destes do pensamento geométrico. Em contato com alunos da 8ª série, reconhecemos, na grande maioria, o nível da visualização e, raramente o nível de dedução.

Colocamos, assim, a seguinte hipótese a ser examinada nesta pesquisa:

Alunos que utilizam o software Cabri – Géomètre avançam na compreensão de conceitos de quadriláteros e triângulos do nível visual para o nível de dedução.

## REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ALMOULOUD, Ag Saddo. Informática e Educação matemática. CEMA-Caderno de Educação matemática. Programa de Estudos Pós-Graduados no Ensino de Matemática – PUC – SP.

ANAIS [1] VII EBEM - Encontro Baiano de Educação Matemática - 7 a 11 julho de 1997, Ilhéus, Bahia.

BAULAC, Yves. **Un micromonde de géométrie**, Cabri-Géomètre. Grenoble, 1990. Tese (doutorado). Université Joseph Fourir.

CABRI-GÉOMÈTRIC. O caderno interativo para ensinar e aprender geometria. **Manual do Usuário.** Puc, São Paulo, 1996.

CARRAHER, Terezinha Nunes. **Na Vida Dez, na Escola Zero.** São Paulo: Cortez, 1988.

CURITIBA. Secretaria Municipal da Educação. Currículo Básico: compromisso permanente para melhoria da qualidade do ensino na escola pública. Curitiba, 1997.

FAGUNDES, Cruz da Léa. Problemas de desenvolvimento cognitivo e a interação com a tecnologia. (in) OLIVEIRA, B. de Vera (org.).**Informática em Psicopedagogia.** São Paulo: Senac, 1996.

FUCHS, Walter R. **Matemática Moderna.** São Paulo: Polígono, 1970.

GARCIA, Neto, º N. Informática educativa para menores em risco. Brasília, 1992, mimeo.

CATTI, Bernadete A. Os agentes escolares e o computador no ensino. **Revista Acesso – Informática & Escola.** Sec. São Paulo. Ano 4 – edição especial – Dez. 1993.

CROWLEY, Mary L. O modelo Van Hiele de desenvolvimento do pensamento geométrico. In. SHULTE, Albert P.; LINDQUIST Mary Montgomery. (org.) **Aprendendo e ensinando:** Geometria.Trad. Hygino H. Domingos. São Paulo: Atual, 1994.

LABORDE, Colete e CAPPONNI, Bernard. Aprender a ver e manipular o objeto além do traçado no Cabri-Géomètre. **Em Aberto**, n.º 62, Brasília, 1994.

LABORDE, Colete. Duas utilizações complementares da dimensão social nas situações de aprendizado da matemática. In. ULANOVSKAYA,Irina; BEDNARZS, Nadine; GARNIER, catharine.(orgs). et al. **Após Vygotsky e Piaget: perspectivas social e construtivista escola russa e ocidental.** Porto Alegre : Artes Médicas, 1996.

MACHADO, Nílson José. **Matemática e Língua Materna.** São Paulo : Cortez, 1993.

MARKET, Werner. Não estamos formando os Vencedores, mas os Perdedores de Amanhã. **Revista Nova Escola.** São Paulo, set. 1992.

MORAES, Maria Candida. Informática Educativa no Brasil. **Em Aberto**, Brasília, ano 12, nº 57, jan/mar. 1993, p. 17-26.

NASSER, Lilian. Níveis de van Hiele: Uma explicação definitiva para as dificuldades em geometria? **Boletim GEPEM** nº 29, pag. 21-25, 1991.

PAPERT, Seymor. A Máquina das Crianças: repensando a escola na era da informática. Porto Alegre: Artes Médicas, 1994.

PIAGET, Jean e BETH E. W. **Epistemologia matemática Y Psicologia.** Barcelona: Editorial Crítica, 1980.

SANGIACOMO, Lígia. **O processo da mudança de estatuto: de desenho para figura geométrica.** São Paulo, 1996. Dissertação ( Mestrado em Ensino de Matemática) PUC – SP.

SANT'ANNA, Adonai. **Tópicos da história da matemática.** Dep. Mat. - UFPR. **Notas de aula.** 1997.

SANTOS, Neide. Computadores na educação: discutindo alguns pontos críticos. Em Aberto, Brasília, ano 12, nº 57, jan/mar. 1993.

SECRETARIA DE ESTADO DA EDUCAÇÃO DO PARANÁ - SEED-PR - **Currículo Básico para Escola Pública do Estado do Paraná.** Curitiba, 1992.

SEED-PR, Jornal da Educação. **Canal Aberto para um novo Tempo.** n º 5

SILVA, Maria Célia Leme da. **Teorema de Tales: Uma engenharia didática utilizando o Cabri-Géomètre.** São Paulo, 1997. Dissertação (Mestrado em Ensino de Matemática) Pontifícia Universidade Católica- PUCSP.

SILVA, Paulo Vinicius Baptista da. A construção do conhecimento por adolescentes marginalizados em interação com a linguagem logo. Curitiba, 1996. Dissertação ( Mestrado em Educação) Universidade Federal do Paraná- UFPR.

VALENTE, José Armando. Diferentes usos do computador na Educação. **Em Aberto.** Brasília, ano 12, n.º 57, jan/mar. 1993, p. 3-15.

VASCONCELOS, Celso dos S. **Construção do Conhecimento.** Em sala de aula. São Paulo : Libertad, 1995.

# TELETNOMATEMÁTICA

**João Bosco Bezerra de Farias**
**Janete Bolite Frant** - orientadora
**Monica Rabello de Castro** – orientadora
Universidade Santa Úrsula

## I. PROBLEMÁTICA:

Este estudo tem por objetivo identificar e analisar de que forma se dá o processo de matematização envolvendo dois grupos de alunos de cursos distintos (Matemática e Ciência da computação) de uma dada universidade, ao resolverem problemas e situações concernentes a Análise Combinatória, utilizando como uma de suas ferramentas o computador e a Internet.

Quando entramos em contato com a dinâmica social do mundo de hoje, percebemos que o mundo do amanhã se descortina com muita rapidez, trazendo muitas novidades, diferente do mundo do ontem em que o ritmo das atividades cognitivas era mais lenta e onde as transformações dos componentes básicos do processo de produção (mão-de-obra, matéria-prima e equipamento) se davam às vezes com grande espaçamento de tempo.

Hoje, a velocidade das transformações vem se tornando cada vez mais na grande protagonista ou para alguns, antagonista da nossa arte de viver.

Quase todos os dias encontramos produtos e processos novos ou modificados que preenchem a saída de circulação ou declínio de outros. Mal iniciou-se o uso dos cartões de crédito e já falamos em smartcards (cartões inteligentes), mal começou-se a se utilizar do home banking, cria-se o Internet banking, mal utilizamos as imensas antenas parabólicas e já aparece no mercado a "anteninha-pizza" e assim por diante. É uma verdadeira dança de objetos e funções das quais ao menor deslize de observação ou planejamento, perde-se quase tudo o que se criou ao longo dos anos. Isto pode vir a causar, algumas falências de empresas ou a incorporação destas por outras, em que os processos da Reengenharia, por exemplo, são desenvolvidos em adaptação a uma Administração anterior e ultrapassada.

Hoje fala-se muito em globalização da economia.

Este fenômeno social vem obrigando diversas organizações empresariais a voltar-se 24 horas por dia para as mudanças que surgem no cotidiano de suas atividades (contratuais, burocráticas, operacionais entre outras). Essas mudanças exigem transformações, ações e medidas, muitas das vezes, radicais na Administração .

Algumas empresas precisam procurar gerenciar seres humanos diferentemente da forma clássica, isto é, fechada, cheia de segredos e pouco esclarecedora. Acreditamos que o ritmo desta mudança ainda se torne um pouco lento, pois a situação anterior gera poder para os profissionais envolvidos.

Todavia, propõe-se que as empresas socializem, compartilhem as atividades com líderes/chefes dos mais diversos níveis hierárquicos. Esses novos tempos exigem dos líderes/chefes a postura instrutor/ educador, ou seja, a postura de alguém que esteja envolvido no crescimento do outro.

Segundo Barbieri (1990) o que contribui para este ritmo tão acelerado de mudanças é a tecnologia (aplicação sistemática de conhecimentos às atividades produtivas). Este ritmo vem se acentuando tanto ao longo dos anos que a própria tecnologia torna-se vítima do seu próprio produto, sofrendo transformações no seu processo de produção e transmissão. Esta dinâmica do pensar transforma ou apaga paradigmas abrindo muitas vezes as portas para o desenvolvimento de outras revoluções sociais.

Segundo Darcy Ribeiro, a humanidade desde a Pré-História até os nossos dias desenvolveu oito revoluções tecnológicas (Agrícola, Urbana, Regadio, Metalúrgica, Pastoril, Mercantil, Industrial e Termo-Nuclear). Revoluções que além de assinalarem grandes etapas da mudança sócio-cultural, cada uma delas marcou alterações profundas na vida social do homem, tanto em nível material quanto em nível ideológico.

Ao longo dos anos a tecnologia vem assumindo diferentes papéis e formas causando diversos impactos, desde o seu aspecto tradicional que consiste em ser produzida ao longo de gerações e através da prática reiterada das próprias pessoas que a utilizam, até o seu aspecto moderno que é baseado predominantemente na ciência que se faz presente através de um esforço planejado envolvendo diversos tipos de atividades especializadas, sem excluir, as contribuições oriundas da prática .

Um outro fato importante é que aquela tecnologia que antes era desejada e assumida como avanço ou progresso da humanidade, em nossos dias já não é tanto assim. Ela vem se tornando um assunto cada vez mais polêmico. Desta forma vemos a cada dia o aumento de diversas revistas especializadas ou livros que abordam o assunto. Alguns deles estão registrados na bibliografia deste trabalho.

Neste trabalho não estamos preocupados em defender ou atacar a invenção, o uso, ou a eficiência das tecnologias, muito menos em ser tecnófilos, ou "um profeta de um olho só" da forma citada por Postman(1992:15). Portanto, não estamos interessados em profetizar uma tragédia cultural causada pela informatização, muito menos conduzir os nossos pensamentos a um determinismo tecnológico mas utilizar as nossas observações para analisar a articulação entre o processo de matematização e a teleducação. Esperamos dar algumas sugestões sobre o ambiente virtual, digital e teleducacional da aprendizagem matemática, de modo que os recursos existentes desta nova tecnologia sejam facilitadores da aprendizagem, buscando assim uma readaptação às exigências impostas pela sociedade vigente. Essas sugestões serão elaboradas com base no levantamento e na análise das motivações e dificuldades com que os grupos se defrontarão quando estiverem utilizando esses recursos disponibilizados pela instituição.

Desejamos investigar de que maneira as novas tecnologias e, em nosso caso, o uso do computador, pode alterar ou não a nossa concepção de aprendizado matemático.

Desejamos esclarecer situações que envolvam esta nova forma de produção matemática e, também, possibilitar a ilustração de até que ponto esta nova tecnologia pode alterar os nossos hábitos de pensamento, a estrutura dos nossos interesses e a natureza da comunidade já enraizados. Pois, sabemos que ao adotarmos uma nova tecnologia ela pode atuar imediatamente no meio ambiente, modificando-o. Além disto ou por isto, a relação saber/fazer é revitalizada.

Assim, aconteceu com o rádio, a televisão e o vídeo cassete entre outros.

Não queremos condenar a informática e tudo aquilo vinculada a esta, denunciando-as como bárbaras e contrárias à vida sem antes fazer uma reflexão em outras tecnologias da nossa inteligência já impregnadas em nosso ser como a impressão e a escrita.

Acreditamos que é grande a tentação de condenar ou ignorar aquilo que nos é estranho. É mesmo possível que em virtude de um início de uma gestação de novos estilos de saber, constatemos certos procedimentos grosseiros no que tange a telemática, o que pode levar a uma certa confusão a mudança da cultura informatizada.

Nos debates, principalmente, a cerca do futuro, além dos aspectos estritamente materiais como a incrementação do setor primário, a educação vem ocupando cada vez mais uma posição de destaque. Unida à tecnologia e considerada como instrumento gerador de adaptação às novas habilidades exigidas pela sociedade, ela vem causando muitas indagações e discussões a respeito dos seus novos caminhos. Como exemplo citamos o uso dos computador como instrumento de aprendizagem. Em face da abrangência e do caráter holístico que esta questão pode apresentar, diversos grupos vinculados ou não à educação têm despertado o interesse e iniciado trabalhos.

Hoje o computador tornou-se uma invento que possibilita a intervenção em diversos ramos da sociedade. Visualisando-o como uma invenção tecnológica facilitadora de aspectos comparativos, ele poderá gerar inúmeras ações do tipo: análise comercial, teste de mercado, comercialização, estudos de viabilidade técnica e econômica. Todavia, podemos usá-lo também em ações que transcendam os seus próprios aspectos computacionais.

Podemos utilizá-lo como matéria-prima para a discussão do processo de ensino-aprendizagem que se preocupa com questões do tipo: estudo da adequabilidade do software educativo, o papel do professor, o papel do aluno e o papel da escola diante desta inovação e dos novos pressupostos educacionais.

O computador ao que ele é hoje usado e considerado em diversos pontos de discussão teve que esperar diversos avanços no campo da ciência e de descobertas tecnológicas anteriores acontecerem.

Para utilizarmos um correio eletrônico, muitos esforços anteriores foram feitos para o desenvolvimento da matemática, da psicologia cognitiva, da lógica , da invenção do telefone e da aplicação da álgebra booleana no circuito baseado em relê resultando na criação do circuito digital lógico de Claude Shannon.

## II - METODOLOGIA

Esta pesquisa exige uma constante interação entre a visão do processo de matematização e algumas questões que as novas tecnologias educacionais suscitam, uma vez que visa o estudo do desenvolvimento da resolução de alguns problemas sobre análise combinatória via Internet. Acreditamos, assim, gerar muitos momentos de consenso e conflito entre os grupos virtuais selecionados.

Tomando por bases os dados coletados e posterior análise confiamos em propor uma metodologia que auxilie às novas exigências sociais que já se encontram presentes, contribuindo no possível para o mundo acadêmico e para o desenvolvimento social como um todo.

Nosso objetivo é analisar o processo de matematização em dois grupos de alunos universitários de cursos distintos (matemática e ciência da computação), ao resolverem alguns problemas e se envolverem em uma atividade lúdica matemática, através da influência do uso do computador e da Internet, a metodologia utilizada na presente pesquisa para o estudo é qualitativa, particularmente um Estudo de Caso.

Procuramos oferecer uma atividade onde fosse possível aos alunos dos diferentes grupos fazerem pesquisa bibliográfica, discussões informais, avaliação crítica de documentos ou trabalhos elaborados com acesso a instrumentos para comunicação em tempo real.

A presença de docente, pesquisador e estudantes é considerada neste trabalho como elemento básico para a produção de uma cultura social e de interatividade.

A essência deste estudo está no trabalho com alguns grupos de alunos, os quais irão desenvolver a solução de alguns problemas, questionando "o que é preciso" e "quais as estratégias que poderão ser utilizadas" para o sucesso .

O ambiente onde esse estudo de caso será desenvolvido ocorrerá dentro e fora do laboratório de informática utilizando todos os recursos de pesquisa .

**COLETA DE DADOS:**

A coleta de dados foi realizada segundo os seguintes itens:

a) Revisão dos trabalhos já desenvolvidos na área.

Para ter acesso a esses trabalhos foi feito contato com professores e pesquisadores do Brasil e de outros países, por telefone, correio e via Internet e também pessoalmente, em encontros de Educação nas mais diferentes áreas, em especial em Tecnologia Educacional - solicitando material- projetos, dissertações e teses - bem como indicação de bibliografia - livros, revistas, jornais - que abordassem a relação Tecnologia Educacional/Etnomatemática e, mais precisamente, o uso da EAD (Educação à distância) e Etnomatemática. Esse material será foi analisado pelo pesquisador com o objetivo de verificar o que está sendo feito nessas áreas.

b) Seleção dos grupos de alunos para compor o Estudo de Caso.

As técnicas utilizadas na seleção dos grupos consistiram, numa primeira etapa, da elaboração de uma mensagem aplicada na Internet solicitando interessados que quisessem participar de tal empreendimento.

Numa segunda etapa, foram contatadas pessoas que dividissem do mesmo tipo de pensamento e que desejassem arriscar em tal ação.

c) Registro das reuniões dos grupos.

Para tanto, desde o início dos trabalhos foram utilizados dois diários virtuais: um para o grupo de matemática e outro para o grupo de ciência da computação, onde foram anotadas todas as observações feitas durante os encontros e contatos via e-mail. Estes encontros foram gravados em fita k7 e/ou vídeo para serem transcritos no diários respectivos do pesquisador e analisados a posteriori.

d) Embasamento teórico às atividades práticas e às discussões virtuais ou não com os grupos. Para tanto foi feita a leitura, a análise e a discussão dos seguintes textos: *Teleducação, Etnomatemática, Inteligências Múltiplas, Computador e ensino, Algumas considerações sobre tecnologia educativa, A vida Digital, O que é o virtual, Interferências dos meios de comunicação do nosso conhecimento, Produção e transferência de tecnologia, Mutações em educação, Environment influences.* Estes textos serviram para dar suporte e fundamentação teórica às atividades práticas realizadas pelos grupos.

Estou fazendo uso ainda de sites da Internet, revistas e jornais (virtuais ou não) que circulam no país e no estrangeiro - Revista Brasileira de Teleducação, Revista Internet World, Caderno de Informática do Jornal do Brasil, Computer in the school, Journal of Computers in Mathematics and Science Teaching, Educational Technology Review ,Mathematics Teacher, Wired Magazine, http://www.bookmarks.apc.org/,http://proem.pucsp.br/teses/ - os quais serviram para mostrar que esta inovação não somente está na academia, que ela está começando a fazer parte do dia-a-dia da comunidade, que está sendo usada em todos os ramos de atividades.

O contato com revistas e jornais e sites da Internet serviram também para mostrar que é preciso estar em sintonia fina com o mundo, caso contrário, a escola rompe com essa sociedade tornando-se algo inútil para ela.

**ANÁLISE DOS DADOS**

A análise foi realizada ao longo da investigação, a fim de fornecer subsídios para as observações e discussões dos encontros virtuais, bem como para a proposição de novas estratégias de ação. No medida da necessidade, foram discutidas as estratégias com outros pesquisadores .

Para analisar o material coletado que relata outras pesquisas sobre o uso da EAD e novas tecnologias, foi feito um levantamento dos questionamentos apontados sobre os temas e dos pontos comuns e divergentes que aparecem nesses trabalhos, bem como dos pontos considerados negligenciados pela literatura sobre os assuntos. A interpretação dessas informações foi feita à luz do referencial teórico com a preocupação de abrir outros caminhos em torno de dimensões teóricas sugeridas pelas leituras.

Tanto nos contatos com os grupos quanto na interpretação do material coletado, a busca da cientificidade e da construção de conhecimento foi embasada na argumentação dos integrantes. Para tanto foi necessário o estabelecimento de um vínculo permanente entre pesquisador e integrantes dos grupos, ou seja, uma interação total na solução dos problemas resultantes desta prática .

Esta pesquisa buscou entender a realidade destes grupos, descrevendo-as e contextualizando-as em toda sua complexidade. Para compreender as manifestações, ações, percepções, comportamentos e interações de cada componente, procurarou levar em conta o contexto em que cada um se situa e suas experiências pessoais.

Coube também ao pesquisador a utilização do referencial teórico na geração de idéias, hipóteses e diretrizes para orientar a pesquisa e as interpretações dos dados, no estabelecimento de generalizações acerca das características das situações e dos comportamentos observados.

Para a operacionalização dos trabalhos foi necessário que os grupos organizassem os ambientes para as reuniões em grupo, o que inclui terminais à Internet.

A organização deste espaço foi importante para que os alunos pudessem potencializar seus recursos na resolução do problema. Isto não implica que os ambientes sejam tão só aqueles oferecidos pela instituição de ensino nos horários previstos. Nesses ambientes procurou-se propiciar um espaço de exploração, discussão e construção onde todos tivera oportunidades de expor suas idéias e de confrontá-las com as dos demais integrantes .

**III - BIBLIOGRAFIA**

BARBIERI , José Carlos. Produção e transferência de tecnologia. São Paulo. Ática, 1990 .
BORDENAVE, Juan E. Diaz. Teleducação ou educação à distância : Fundamentos e métodos. Petrópolis , Vozes , 1987.
BRETON, Philippe. História da Informática. Trad. Elcio Fernandes. São Paulo. UNESP, 1991.
COLLINS, Michael. The Use of Email and the Eletronic Bulletin Boards in College-Level Biology. Journal of Computers in Mathematics and Science Teaching.USA. AACE, 17(1):75-94, 1998.
GATES, Bill. A estrada do futuro.Trad. Beth Vieira.São Paulo. Companhia das Letras.1995.
D'AMBROSIO, Ubiratan . Da realidade à ação : reflexões sobre educação e matemática, São Paulo, Summus . ( 2. ed. 1988)
___________.Educação Matemática: Da teoria à prática, São Paulo, Papirus, 1996.
___________.Etnomatemática. São Paulo. Ática.1990.
___________.Educação Matemática: Da teoria à prática. Campinas. São Paulo. Papirus,1996.
___________.A Era da Consciência: aula inaugural do primeiro curso de pós-graduação em ciências e valores humanos no Brasil. São Paulo, Editora Fundação Peirópolis,1997.
___________.Transdisciplinaridade. São Paulo. Palas Athenas, 1997.
FAGUNDES, Léa da Cruz. Educação à distância (EAD) e as novas tecnologias. Tecnologia Educacional, Rio de Janeiro (132/133) set./Out./Nov/Dez. 1992.
________________.A Inteligência Coletiva - A Inteligência Distribuída. Pátio-revista pedagógica. Porto Alegre, RS. Artes Médicas.1(1): 14-17. maio/julho .1997.
FERREIRA, Eduardo Sebastiani. Etnomatemática uma proposta metodológica. Série Reflexão em Educação Matemática, vol.3. Rio de Janeiro. MEM/USU, 1997.
GREENFIELD, Patricia Marks. O desenvolvimento do raciocínio na era da eletrônica: os efeitos da TV,computadores e video games.Trad.Cecília Bonamine. São Paulo.Summus.1988.
GATTI, Bernardete A. Os agentes escolares e o computador no ensino. Revista de educação e informática ACESSO. São Paulo.FDE. 1(1): 22-27.dez.1993.
GERBER, Sue et alii. Using the Internet to learn Mathematics. Journal of Computers in Mathematics and Science Teaching.USA. AACE, 17(2/3): 113-132, 1998.
GERMANN, Paul J. & BARROW, Lloyd H. The Use of Computer Technology in Missouri Secondary Science Classrooms. Journal of Computers in Mathematics and Science Teaching.USA,AACE,15(3):217-36 ,1996.
GIBSON,Willian. Neuromancer. New York.ACE.1984.

GUADAMUZ, Lorenzo. Tecnologias Interativas no ensino à distância. Tecnologia Educacional. Rio de Janeiro.25(139): 27-31.1997.
HUMMEL, Hans G. K. & SMIT Herjan. Higher Mathematics Education at a Distance :The Use of Computers at the Open University of the Netherlands. Journal of Computers in Mathematics and Science Teaching. USA, AACE,15(3):249-65 ,1996.
LACERDA, Gilberto . Algumas considerações sobre a tecnologia educativa Tecnologia Educacional, Rio de Janeiro ( 109) nov./dez.1992.
LANDIM, Cláudia Maria da Merces Paes Ferreira. Educação à distância: algumas nonsiderações. Rio de Janeiro.[s.n.],1997.
LÉVY, Pierre.O que é o virtual? Trad. Paulo Neves, São Paulo. Editora 34 ,1996.
__________.As Tecnologias da Inteligência. O futuro do Pensamento na Era Informática. Trad. Carlos Irineu da Costa, São Paulo. Editora 34,1996.
__________. A Inteligência Coletiva: Por uma antropologia do ciberespaço. Trad. Luiz Paulo Rouanet, São Paulo.Loyola.1998.
MCLUHAN, Marshall. Mutações em educação . Trad. Lauro de Oliveira Lima. Petrópolis, Vozes , ( 15 ª ed. 1982 ).
NEGROPONTE, Nicholas. Trad. Sérgio Tellaroli . A vida digital . São Paulo, Companhia das Letras . 1995 .
OGDEN, Frank.Navigating in cyberspace: a guide to next millennium.Toronto. MW&R.1995.
__________.The last book you 'll ever read.Toronto.MW&R.1994.
POSTMAN,Neil. Trad. Reinaldo Guarany .Tecnopólio. São Paulo, Nobel.1994.
TEIXEIRA, João de Fernandes.Mentes e Máquinas: uma introdução à ciência cognitiva. Porto Alegre,Artes Médicas,1998.
TENÓRIO, Robinson Moreira. Computadores de papel:máquinas abstratas para um ensino concreto.São Paulo.Cortez.1991.
WIBURG, Karin M. The Dance of Change: Integrating Technology in Classrooms. Computers in the Schools.The Haworth Press.USA.13(1/2),155-169 1997.
WRIGHT, Peter W. Exploiting Technology in the Mathematics Classroom. Computers in the Schools.The Haworth Press.USA.13(1/2),155-169,1997.
**Alguns textos extraídos diretamente da Internet :**
LEMOS, André L. M. As estruturas antropológicas do Cyberespaço. Http:// www.facom.ufba.br/pesq/cyber/lemos/estrcy1.html, 02/26/97.14:46:58.
LUCENA, Carlos J.P. de. Uma experiência Inédita de Transferência de Tecnologia e Conhecimentos : O Projeto Internet no Brasil.http://www.cg.org.br/artigos/doc2.htm, 05/14/97 13:08:21
__________.O Desenvolvimento de uma Sociedade da Informação no Brasil. http://www.cg.org.br/artigos/doc1.htm, 05/14/97. 13:13:16
FILHO, Jayme Aranha. Tribos eletrônicas: usos & costumes. Http://www.ibase. org.br/~esocius/t-jayme.html, 02/06/97 . 17:07:30.
FREIRE, Janaina. Redes Informáticas de Comunicação e Novos Processos de Cognição.Http://www.eca.usp.br/eca/prof/moran/janaina.htm,02/07/97. 16:34:35.
FREITAS, Roselita L. de Almeida .O aprendizado na era da Informática. Http: //www.eca.usp.br/eca/prof/moran/roselita.htm,22/04/97 12:39:24.
PALACIOS, Marcos. Modens,MUDS,Bauds e FTPS: aspectos da comunicação no final do milênio.Http://www.facom.ufba.br/pesq/cyber/palacios/modens.html, 02/21/97 00:11:27.
RUTHFIELD,Scott. The Internet's history and development. Http://www.cce. ufes.br/historia.html.
REVISTAS:
Internet World ,Vol 2 - n° 14 - OUT/1996 -Artigo : A história da Internet-Parte I - Ricardo Rangel
Internet World ,,Vol 2 - n° 15 - NOV/1996 - Artigo : A história da Internet (Parte II) Ricardo Rangel
Internet World,Vol 2 - n° 18 -Artigo : O ano em que a Internet decolou no Brasil por Elisa Andries.
ARTIGO TRADUZIDO:
TELEMÁTICA monstro ou gênio bom? Tradução do periódico Direct n° 8, 1980, da Agence de Cooperation Culterelle e Technique.

# CÁLCULO DIFERENCIAL E INTEGRAL E INFORMÁTICA - TRABALHOS APRESENTADOS NO PME 20

Jussara de Loiola Araújo[1]
Orientador: Prof. Dr. Marcelo C. Borba[2]
UNESP - Rio Claro

## I - Introdução

Como doutoranda em Educação Matemática, minha área de interesse é o uso de informática no ensino e aprendizagem de Cálculo Diferencial e Integral. Mais especificamente, minha pesquisa busca compreender a influência do uso de informática em resolução de problemas pertinentes ou abordados em Cálculo. Neste primeiro ano de curso estou fazendo, como parte de minha pesquisa, um levantamento bibliográfico de trabalhos que foram ou estão sendo realizados com relação a esse tema. Apresentarei nesta comunicação uma parte desse levantamento bibliográfico que está em andamento.

O objetivo é analisar alguns trabalhos apresentados na 20$^{th}$ Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education, realizada em Valência, Espanha, em julho de 1996, que tratam de pesquisas envolvendo o ensino de Cálculo Diferencial e Integral e computadores ou calculadoras gráficas. A seleção foi feita a partir dos anais do congresso.

O principal critério para a seleção dos trabalhos analisados foi, obviamente, o tratamento dos assuntos "Cálculo" e "Informática" simultaneamente. Entretanto também foram selecionados trabalhos que tratavam do uso da informática em Pré - Cálculo ou que, de alguma forma, tinham algo em comum com a pesquisa que estou desenvolvendo.

Apresentarei a seguir um pequeno resumo dos trabalhos selecionados, seguido de comentários. Em seguida analisarei os trabalhos em conjunto para, finalmente, apresentar uma conclusão sobre o que foi encontrado.

## II - Os Trabalhos

1) Graphing Calculators and Pre - Calculus: An Exploration of Some Aspects of Students' Understanding
Vilma - Maria Mesa & Pedro Gómes
"Una empresa docente", Universidad de los Andes, Bogotá, Colombia

Este trabalho foi apresentado como Relato de Pesquisa. Os autores relatam o resumo de um projeto de pesquisa desenvolvido com alunos (calouros dos cursos de Engenharia, Economia, Administração e Biologia) de um curso de Pré - Cálculo na Universidad de los Andes, Bogotá, Colômbia, de 1993 a 1995. O projeto buscava observar a influência de calculadoras gráficas na aprendizagem de alguns tópicos relacionados com o conceito de função.

A estrutura teórica é construída sobre três aspectos: As representações internas do conhecimento, segundo a qual o conhecimento é organizado internamente em redes de nós e ligações, sendo os nós fatos ou procedimentos e as ligações as relações entre os nós, e a aprendizagem é considerada como a adição de um novo nó ou uma reorganização da rede. A natureza dual (operacional - estrutural) das concepções matemáticas, que diz que os conceitos matemáticos podem ser vistos como objetos estáticos ou como procedimentos dinâmicos e que, para uma profunda aprendizagem dos conceitos matemáticos, o indivíduo tem que desenvolver a habilidade de usar as duas visões do conceito. E, por último, a relação entre sistemas de notação e atividades matemáticas na escola, que diz que, diante da impossibilidade de ver o que acontece na mente do indivíduo, o pesquisador deve analisar as operações que ele executa no mundo físico, para qual ele usa um sistema de notação (letras, números, gráficos ou objetos físicos) e que, por sua vez, está intimamente ligado com a forma como a Matemática é abordada em sala de aula.

O objetivo da pesquisa é verificar como as calculadoras gráficas afetam a aprendizagem do indivíduo, sob duas perspectivas: Elas ajudam o indivíduo a desenvolver uma percepção da dualidade operacional - estrutural de um conceito? Elas incentivam o uso de vários sistemas de notação de tal forma que auxiliem o desenvolvimento matemático do indivíduo?

[1] Professora Assistente do Departamento de Matemática da UFMG. Doutoranda em Educação Matemática na UNESP - Rio Claro. E-mail: jlaraujo@igce.unesp.br
[2] Professor do Departamento de Matemática da UNESP / Rio Claro. E-mail: mborba@igce.unesp.br

A metodologia usada consistiu da comparação do trabalho realizado por dois grupos de alunos, um deles usando calculadoras gráficas e o outro não. Foram dadas questões envolvendo funções, seus gráficos e transformações sobre elas, antes e depois do curso, para os dois grupos. As soluções dadas pelos alunos foram classificadas de acordo com o sistema de notação usado (gráfico ou algébrico) e o uso da dualidade operacional - estrutural do conceito de função.

Após expor os dados - porcentagem de alunos em cada grupo que usou uma ou outra notação e uma ou outra concepção de Matemática - os autores concluem que:

i) recursos tecnológicos não devem ser apenas inseridos em algum currículo já pronto. Deve-se construir um currículo novo considerando esses recursos;
ii) devemos permitir o uso de recursos tecnológicos nas avaliações. A restrição de seu uso faz com que os alunos não utilizem tais recursos para formular e testar conjecturas;
iii) "precisamos encontrar um outro meio de conduzir este tipo de exploração. Ninguém consegue controlar todos os fatores e variáveis envolvidos numa sala de aula. Nós estamos convencidos de que um estudo de caso, embora mais específico e com menores possibilidades de generalizações, nos daria mais informações do que essa exploração deu em dois anos de trabalho. Entretanto, as coisas que aprendemos usando essa abordagem foram valiosas: começamos a mudar nossa visão sobre a Matemática e sobre seu papel na sociedade; desafiamos nossa visão sobre os processos de ensino e aprendizagem; e desenvolvemos uma nova visão dos nossos alunos." (p. 396).

Mesa & Gómes não deixam claro se seu objetivo inicial foi alcançado. Eles apresentam os dados obtidos mas não revelam se esses dados mostram que as calculadoras gráficas ajudam o indivíduo a desenvolver uma percepção da dualidade operacional - estrutural de um conceito e nem se elas incentivam o uso de vários sistemas de notação de tal forma que auxiliem o desenvolvimento matemático do indivíduo. Além disso as conclusões nas quais eles chegaram pareceram-me ser mais frutos de uma mudança no estilo de trabalho deles do que uma conseqüência dos dados obtidos na pesquisa.

2) Graphic Calculators and Precalculus. Effects on Curriculum Design
Cristina Carulla e Pedro Gómes
"Una empresa docente", Universidad de los Andes, Bogotá, Colombia

Este trabalho foi apresentado em forma de Comunicação Oral. Os autores relatam uma mudança no currículo do 1° ano de um curso de pré - Cálculo numa universidade particular de Bogotá, Colômbia. O novo currículo incluía o uso de calculadoras gráficas nesses cursos.

O principal efeito do novo currículo foi a mudança na forma como a instituição enxergava a Matemática. Antes ela era vista como um corpo estruturado de conceitos e, depois da mudança do currículo, como um conhecimento socialmente construído e em evolução permanente. "Espera-se que os alunos levem em conta as aplicações práticas da Matemática e incluam uma visão da globalidade dos objetos matemáticos que podem ser vistos e manipulados em múltiplas dimensões (conceitual e de procedimentos) e representações." (p. 161).

Esse trabalho pareceu-me uma avaliação da mudança de abordagem nas aulas de Pré - Cálculo descrita por Mesa & Gómes no item 1) acima tratado. O contexto e a estrutura teórica apresentados são os mesmos e ambos têm Pedro Gómes como um dos autores. De qualquer forma eles fazem uma avaliação positiva do uso de calculadoras gráficas em aulas de Pré - Cálculo, relatando mudanças ocorridas no âmbito institucional. Por estar o relato do trabalho muito resumido, não é possível avaliar como eles chegaram à conclusão de que de fato houveram mudanças e nem como essas mudanças aconteceram.

3) An Experiment on Computer - Assisted Problem Posing in Undergraduate Mathematics
Philllip Kent
Mathematics Department, Imperial College, University of London

Este trabalho foi apresentado em forma de Comunicação Oral. O autor relata uma experiência na qual ele utiliza atividades no computador, usando o software "Mathematica", que testam vários estilos de atividades de proposição de problemas ("problem posing") com alunos universitários. "Problem posing" é uma teoria que considera como parte crucial da resolução de problemas a geração, avaliação, escolha e refinamento do problema a ser resolvido. O software permite que os alunos explorem livremente situações de proposição de problemas. "Um dos objetivos da experiência é ver como se pode lidar com barreiras mais fundamentais (cognitiva, psicológica, social) quando se modela situações." (p. 180).

Kent sugere em seu trabalho a utilização de computadores para propor problemas. Ele não especifica que tipo de conteúdo é abordado em seu(s) curso(s), nem diz se isso é indiferente ou se o conteúdo aparece de acordo com a necessidade do problema tratado. Entretanto, a idéia do "problem posing" por ele utilizada e o uso do software "Mathematica" têm interseções com o assunto de minha pesquisa. Infelizmente não é feita uma descrição e análise mais extensa do trabalho por ele desenvolvido.

4) Seeing is Reality: How Graphic Calculators May Influence the Conceptualisation of Limits
L. Trouche & D. Guin
Eres, Université Montpellier 2, France

Este trabalho foi apresentado como Relato de Pesquisa. Os autores apontam duas preocupações suas. A primeira delas é que é permitido o uso de calculadoras gráficas nas provas do ensino secundário (alunos de 11 a 18 anos) e os alunos as usam constantemente mas os professores não as levam em conta em sua aulas. A segunda preocupação é que toda definição de "Limite" foi retirada do currículo do ensino secundário.

O objetivo da pesquisa é verificar a influência das calculadoras gráficas na conceitualização de limite feita pelos alunos. Para tanto os autores se focalizaram no limite de funções reais no infinito[3].

A metodologia utilizada foi a distribuição de questionários para 200 alunos: 100 no último ano da escola secundária e 100 no primeiro ano da universidade. À metade desses alunos foi permitido o uso de calculadoras. Os autores então elaboraram uma lista com quatro tipos de "concepções de um limite" e analisaram as ligações entre essas concepções, os procedimentos dos alunos e o uso de calculadoras gráficas.

Após a apresentação comentada das respostas dadas no questionário, os autores afirmam que "entenderam melhor a lacuna existente entre procedimentos usados por alunos com calculadoras e aqueles usados por alunos sem calculadoras." (p. 328). Os alunos que não usaram calculadoras basearam-se mais nas definições e na forma de trabalhar o conceito dados em sala de aula. Aqueles que usaram as calculadoras se restringiram a um nível mais exploratório que reforçavam as concepções primitivas sobre a noção de limite.

Os autores fazem então uma cobrança dos professores no sentido de fazer intervenções instrucionais explícitas. Eles deveriam, por exemplo, fazer um uso simultâneo de calculadoras, resultados teóricos e cálculos a mão, escolhendo atividades que integrem ferramentas do Cálculo como uma ajuda para conjecturar, resolver e checar problemas.

Esse trabalho possui alguns pontos que são problemáticos no meu modo de ver. Um dos problemas é de caráter conceitual. Quando os autores listam as possíveis concepções de limite, eles não explicitam que definição matemática de limite eles adotam. Se por um lado a definição matemática no estilo "épsilons e deltas" não foi vista e, portanto, não pode ser usada por alunos do ensino secundário, por outro lado pareceu-me que os autores levam essa definição em conta, quando na análise dos dados. Isso pode ser percebido, por exemplo, quando os autores afirmam que "o uso das calculadoras induzem ao reforço dos conceitos primitivos de limites". (p. 328). Pareceu-me também que os autores colocam nas mãos dos professores toda a responsabilidade de proporcionar alguma modificação no quadro por eles encontrado quando, na verdade, a responsabilidade é de todos aqueles envolvidos no processo. Concordo com os autores quando eles defendem a "integração de ferramentas de cálculo para conjecturar, resolver e checar problemas", (p. 329), .

**III - Análise**

Ao iniciar a análise dos anais do vigésimo PME, visto o meu foco de pesquisa, procurava encontrar trabalhos que tratavam de assuntos mais avançados dentro do Cálculo, como por exemplo propriedades e aplicações de derivadas, Teorema Fundamental do Cálculo, integrais etc., e que tivessem a informática utilizada em sua exploração. Entretanto, através dos resumos apresentados podemos perceber que o conceito de "função" foi o assunto mais destacado, o que é justificável por esse conceito poder ser bastante explorado através de computadores e calculadoras gráficas. Fora esse conceito, tivemos apenas o conceito de limites e a abordagem do tipo "problem posing".

No conjunto, pareceu-me que às metodologias utilizadas nos trabalhos eram um tanto quanto frágeis. Além de não fornecerem respostas satisfatórias aos pesquisadores (como no trabalho 1), deixavam ao leitor a difícil tarefa de verificar se os dados apresentados estavam ou não verificando os objetivos iniciais. Um terceiro ponto, no que diz respeito às metodologias

[3] Na verdade foi possível concluir, pelo decorrer do texto, que os autores estavam falando de limite infinito no infinito.

empregadas, é a ênfase que foi dada à comparação dos procedimentos em detrimento de uma tentativa de compreensão dos mesmos.

**IV - Conclusão**

De todos os trabalhos apresentados algo fica bem claro: pelo menos nessa reunião do PME, foram raros os trabalhos envolvendo o ensino de Cálculo e Informática. Encontrei alguns outros trabalhos tratando de "funções" e informática mas estavam bem distante do contexto que eu queria considerar. Encontrei também trabalhos centrados no ensino de Cálculo mas que não consideravam a Informática. Sendo assim os quatro trabalhos analisados não eram exatamente como eu procurava mas estão próximos do que pretendia encontrar.

Se por um lado fiquei decepcionada com os trabalhos apresentados, por outro pude perceber que há muito trabalho a ser feito nesse campo, o que é um incentivo a mais para minha pesquisa. Ficou clara a necessidade de se buscar uma melhor compreensão do processo de ensino e aprendizagem em Cálculo quando se tem a informática usada em sua exploração. Essa melhor compreensão pode ser efetivamente obtida através do uso de uma abordagem qualitativa na execução da pesquisa, posição esta que está sendo levada em conta na pesquisa que estou desenvolvendo. Tenho consciência de que essa característica do PME analisado não me permite fazer uma generalização acerca da pesquisa realizada nessa área, mas não deixa de ser um indicativo.

O principal estímulo que essa análise deu à minha pesquisa foi a constatação de que o uso de várias ferramentas e uma maior participação efetiva dos alunos nas aulas causou, pelo menos nos pesquisadores, um entusiasmo com relação às atividades desenvolvidas. Isso permite-me direcionar um pouco mais a minha pesquisa.

É preciso esclarecer que esse levantamento aqui apresentado é apenas uma pequena parte da pesquisa bibliográfica que estou realizando. Sendo assim, ainda há muito o que procurar e analisar.

**V - Referências Bibliográficas**


Carulla, C. & Gómes, P. (1996). Graphic Calculators and Precalculus. Effects on Curriculum Design. Proceedings of the 20th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education. Vol. 1. Valência. Universidade de Valência. p. 161.

Kent, P. (1996). An Experiment on Computer - Assisted Problem Posing in Undergraduate Mathematics. Proceedings of the 20th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education. Vol. 1. Valência. Universidade de Valência. p. 180.

Mesa, V. & Gómes, P. (1996). Graphing Calculators and Pre - Calculus: An Exploration of Some Aspects of Students' Understanding. Proceedings of the 20th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education. Vol. 3. Valência. Universidade de Valência. pp 391 - 398.

Trouche, L. & Guin, D. (1996). Seeing is Reality: How Graphic Calculators May Influence the Conceptualisation of Limits. Proceedings of the 20th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education. Vol. 4. Valência. Universidade de Valência. pp 323 - 330.

# É NECESSÁRIO UM CONHECIMENTO MATEMÁTICO PARA UTILIZAR UM SOFTWARE GRÁFICO?

**Autora:** *Maria Helena S. S. Bizelli*
**Orientador:** Marcelo de Carvalho Borba
UNESP-Araraquara

*INTRODUÇÃO*

É inegável a existência de uma excessiva preocupação, por parte de alunos e docentes, com a finalidade da Matemática principalmente em cursos onde a Matemática não é tida como a principal disciplina do currículo. Aliado à essa preocupação, está o fato das enormes dificuldades apresentadas pelos alunos na aprendizagem de conceitos relacionados a esta disciplina. Minhas preocupações iniciais estão relacionadas com o Ensino de Matemática em um curso de Química em nível de 3º grau, onde atuo como docente da área de Matemática, no sentido de saber que Matemática é necessária para a formação de um químico e, consequentemente, para o desenvolvimento de suas diversas atividades profissionais.

Nas várias instituições de ensino em nível de 3º grau, notamos a presença do computador nas secretarias, nos laboratórios didáticos, acoplados ou não a sofisticadas aparelhagens, nas salas da administração e nas salas de docentes. Diminuindo um pouco o foco de nossa observação, podemos notar que a grande maioria de alunos e docentes utilizam o computador na elaboração de seus trabalhos acadêmicos, quer seja apenas como simples máquina de escrever quer seja como uma ferramenta indispensável para o desenvolvimento de projetos de pesquisas avançadas, nas mais diversas áreas.

Diminuindo um pouco mais ainda o nosso foco de atenção, e observando mais de perto um usuário (aluno) do computador em suas atividades, notamos que ele consegue manipular os programas e obter os resultados esperados por ele, sem grandes problemas. Particularmente em relação à programas que pressupõe a compreensão de conceitos matemáticos para sua utilização, como por exemplo os programas gráficos, observamos que mesmo aqueles com deficiência na aprendizagem desses conceitos, conseguem manipular tais programas com uma destreza que chega muitas vezes a surpreender. Tal fato nos causa, no mínimo, estranheza uma vez que até mesmo a compreensão e a utilização correta dos recursos fornecidos pelo programa pressupõe a compreensão de conceitos matemáticos.

Diante do exposto, cabe então perguntar: *É necessário um conhecimento matemático para trabalhar com programas deste tipo?, Se a resposta for afirmativa, que conhecimento é esse? Quais os problemas (se é que existem) que a falta desse conhecimento pode acarretar para o usuário? De que maneira o conhecimento matemático pode melhorar a performance do usuário na elaboração de seu trabalho com o auxílio do computador? E se a resposta for negativa, como podemos entendê-la?*

Este estudo tem a finalidade de fornecer pontos de reflexão sobre alguns aspectos relacionados às questões levantadas, como parte de um projeto de pesquisa, intitulado "*Que Matemática o Químico utiliza em suas diversas atribuições*[1] *?*".

*O ESTUDO*

Na pesquisa bibliográfica, encontramos poucos trabalhos que tratam o problema sob a ótica do estudo proposto entretanto, o que encontramos não esclarece o que de fato se deve saber antes de utilizar um programa, particularmente um programa gráfico que pressupõe um conhecimento matemático para isto.

Optamos por elaborar um estudo exploratório junto a docentes, alunos de graduação e de pós-graduação do curso de Bacharelado em Química e Química Tecnológica da UNESP de Araraquara, com o objetivo de adquirir subsídios para tentar responder as questões propostas. Num primeiro momento foram feitas algumas observações junto a alunos que utilizavam, em suas atividades acadêmicas, programas que pressupunham um conhecimento matemático para sua manipulação. Estas observações ocorreram nos laboratórios didáticos do Instituto de Química, no laboratório didático da Matemática, bem como na sala do docente responsável pelas disciplinas de Cálculo, onde existe um computador. A grande maioria dos observados trabalhavam com um programa gráfico (***Origin*** em suas várias versões), de caráter mais geral, e os demais, com programas mais específicos da sua área de atuação. O Origin é um programa para fazer análise

[1] Este trabalho é fruto de um projeto de pesquisa desenvolvido pela autora e faz parte de um projeto maior denominado "Pensamento Matemático, Funções, Computadores e Outros Meios de Comunicação", financiado pelo CNPQ/FAPESP e que é desenvolvido pelo GPIMEM (*Grupo de Pesquisa em Informática, Outras Mídias e Educação Matemática*) coordenado pelo orientador deste trabalho.

de dados e elaborar gráficos técnicos. Paralelamente, foram entrevistados alguns docentes de áreas diversas para que confirmassem ou invalidassem os resultados das observações ou ainda apontassem outros dados que não haviam sido detectados através das observações.

Inicialmente, procuramos levantar junto à literatura mais específica, aos docentes, alunos de graduação e de pós, situações em que o computador pudesse ser utilizado como ferramenta de apoio e, a partir daí, procuramos verificar as dificuldades encontradas na utilização do programa, e relacionar essas dificuldades com o conhecimento matemático envolvido no processo.

Foram selecionados dois exemplos. Um, com o objetivo de ilustrar os problemas que um usuário, com carência de conhecimento matemático, pode ter em relação à compreensão e utilização de maneira correta dos recursos do programa, e o outro, mais específico, descreve os erros que a falta de conhecimento matemático pode trazer para o usuário de um programa gráfico, na resolução de um problema. Neste trabalho iremos tratar apenas do primeiro exemplo, extraído da literatura, que ilustra o fato de que tanto a compreensão e a utilização correta dos recursos oferecidos pelo programa quanto a tomada de decisões para utilizar esses recursos, pressupõe um conhecimento matemático, oferecendo uma primeira resposta as nossas perguntas originais.

.Os dados coletados incluem observações escritas e anotações de entrevistas feitas com os docentes das diversas áreas da Química.

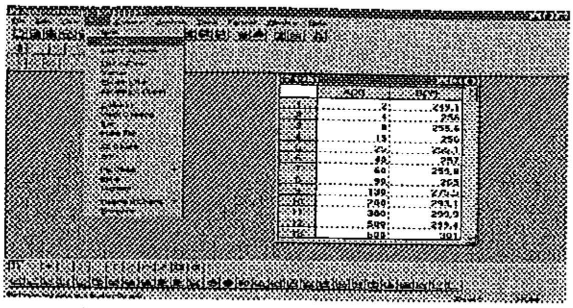
Neste exemplo, vamos analisar o caso das funções sigmoidais que aparecem com relativa freqüência na Química. Tais funções descrevem o crescimento, ou variação, de certas respostas y em relação ao tempo t, ou em relação à outra variável independente x. Essas funções se originaram, em geral, de equações diferenciais relacionadas com fenômenos biológicos ou químicos. Uma função sigmoidal tem como característica o fato de ser crescente em todo intervalo de variação de t (ou x), seu gráfico não possui pontos extremos, mas apenas um ponto de inflexão e sempre existe uma assíntota horizontal representando um valor que limita o crescimento da resposta y. Portanto, a forma do gráfico das funções sigmoidais é de S, mas é necessário impor algumas condições nos parâmetros para que isso ocorra. A derivada de uma função sigmoidal é crescente até o ponto de inflexão, onde atinge um máximo, isto é, a taxa de crescimento aumenta neste intervalo e, a partir daí, a derivada é decrescente e, portanto, a taxa de crescimento diminui, se aproximando assintoticamente de zero conforme as respostas se aproximam do valor limitante.

Observando uma situação concreta, onde um programa gráfico é utilizado, procuramos analisar as diversas etapas desse procedimento, do ponto de vista prático e teórico do desenvolvimento levando em conta o fato de termos à disposição um programa que facilmente ajusta uma curva sigmoidal a um conjunto de dados qualquer. No nosso caso, iremos utilizar a versão 5.0 do Origin embora a grande maioria ainda trabalhe com versões anteriores.

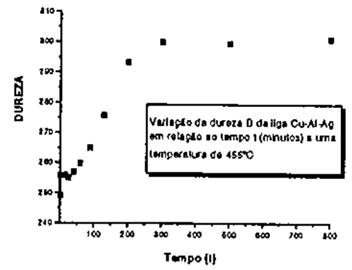
Inicialmente, o usuário do programa parte de um conjunto de dados coletados em laboratório.

| *Tempo (t)* | **Dureza** |
|---|---|
| 2 | 249,1 |
| 4 | 256 |
| 8 | 255,6 |
| 15 | 256 |
| 25 | 255,1 |
| 40 | 257 |
| 60 | 259,8 |
| 90 | 265 |
| 130 | 275,5 |
| 200 | 293,1 |
| 300 | 299,9 |
| 500 | 299,4 |
| 600 | 301 |

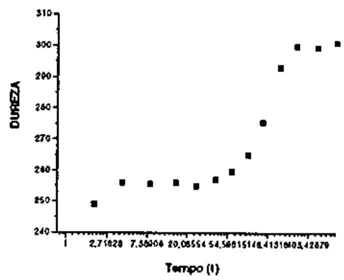
A partir daí utiliza-se a opção "Plot" do menu principal do programa Origin para colocar esses dados em um sistema de coordenadas cartesianas e obter uma representação gráfica para o conjunto de dados



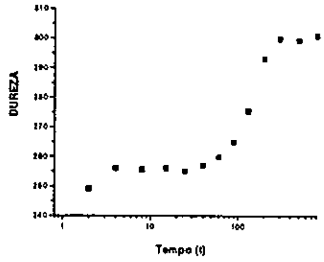
Obtemos assim a seguinte representação gráfica para o conjunto de dados iniciais




Nesta etapa, observa-se que a imagem fornecida pelo computador, não nos fornece boa visualização sobre que tipo de curva melhor ajustaria esses dados. Não podemos ver, por exemplo, o ponto de inflexão porque neste caso o ponto de inflexão ocorre em um tempo muito baixo. Assim, torna-se necessário utilizar uma escala logarítmica (ln) para visualizar melhor o comportamento dos dados e poder escolher melhor uma curva de ajuste. Para tomar esta decisão, parece necessário que se tenha um conhecimento matemático à respeito.

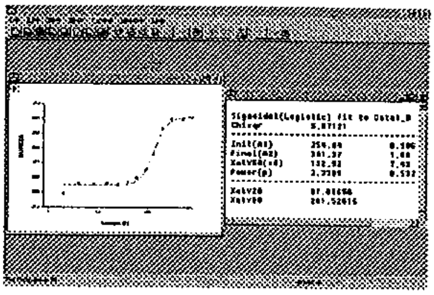



A partir dessa imagem gráfica, já se pode ver a existência de um ponto de inflexão e que os dados se ajustam a uma curva em forma de S (sigmoidal). Antes do ajuste, observa-se que, como a variação do tempo é muito grande, será melhor trabalhar com o logaritmo na base 10 como uma forma de condensar em pouco espaço uma variação muito grande e assim, obter uma visualização melhor do eixo das abscissas.

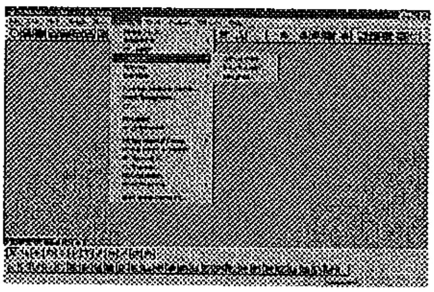


A partir daqui, é necessário um certo cuidado com a leitura do gráfico, porque você tem uma "unidade multiplicativa" e não aditiva. Este tipo de unidade tem como característica o fato do invariante ser o fator de multiplicação de $a_{n-2}$ para $a_{n-1}$ , ou seja, você tem escala de 1 a 10 e depois o mesmo pedaço é de 10 a 100, depois o mesmo pedaço é de 100 a 1000.

Agora, com a ajuda do Programa Origin 5.0, obtemos a seguinte curva ajustada.



Aqui, podemos fazer algumas considerações importantes à respeito do conhecimento matemático relacionado à utilização de um programa desta natureza. A primeira está relacionada com a própria leitura que se faz do programa. Observe que ao lado do gráfico da curva ajustada aparece um quadro com os dados desse ajuste que, para uma pessoa sem conhecimento matemático, neste caso, não faria o menor sentido. Outra consideração importante está relacionada ao fato de nas opções do menu principal aparecerem conceitos matemáticos (derivação, integração, ajuste linear, polinomial, exponencial, sigmoidal...) que também não fariam o menor sentido para um usuário que não tivesse conhecimento de tais conceitos.



É muito comum entre os usuários deste programa ajustarem uma curva à um conjunto de dados com esta natureza, utilizando a curva sigmoidal que aparece numa das opções fornecidas pelo programa (ver fig. anterior), sem saber bem o que estão fazendo. Na sigmoidal que aparece no menu principal do programa, não existe flexibilidade do ponto de inflexão, ou seja, ele está fixo à meia altura. Então, este tipo de sigmoidal é utilizado apenas em modelos onde o ponto de inflexão estiver fixo a meia altura. Assim, deixando os erros de lado, faz-se necessário uma discussão inicial sobre onde está localizado o ponto de inflexão e, para isto, a pessoa que estiver usando o programa tem que ter um conhecimento matemático à respeito.

Além disso, dentro do programa, na opção de análise, existe um ajuste não linear onde aparecem outras curvas sigmoidais nas quais existe flexibilidade do ponto de inflexão. O primeiro problema estaria relacionado a saber o que são estas diferentes sigmoidais. Aqui é necessário que se saiba todas as propriedades matemáticas dessas curvas. O próximo passo seria escolher uma das curvas sigmoidais para ajustar os dados e, para que se possa tomar essa decisão, mais uma vez parece claro a necessidade de se ter um conhecimento matemático.

*DISCUSSÃO E CONCLUSÃO*

Neste trabalho procuramos evidenciar a importância de se ter um conhecimento matemático para a utilização de programas gráficos na elaboração de trabalhos acadêmicos e/ou científicos e para a resolução de problemas na área da Química. Iniciou-se o estudo a partir de observações feitas, junto a alunos da graduação e da pós-graduação, que utilizavam programas gráficos na elaboração de seus trabalhos acadêmicos e/ou científicos. Estas observações tornaram-se mais freqüentes quando passamos a utilizar o computador como apoio tecnológico junto as disciplinas de Cálculo Diferencial e Integral 1, 2 e 3 e os problemas propostos – problemas químicos - passaram a ser resolvidos (sempre que possível) também com o auxílio do computador. Tais observações sugerem que bem orientado tecnicamente, mesmo os alunos com problemas conceituais conseguem manipular um programa gráfico como o Origin (que pressupõe um conhecimento matemático), sem grandes problemas, dando a impressão de que um conhecimento matemático não é necessário. As entrevistas feitas com alguns docentes das áreas de Matemática, Físico-Química e Química, confirmaram este fato.

O exemplo apresentado parece mostrar exatamente o contrário, pois quando trabalhamos com as funções sigmoidais, observamos que para tomar decisões acertadas, o usuário de um programa da natureza do Origin deverá ter compreensão dos conceitos matemáticos envolvidos no mesmo, caso contrário, poderá incorrer em erros que poderão prejudicar toda a análise dos dados uma vez que não estaria levando em consideração os erros do ajuste e, consequentemente, não se poderia obter uma precisão nos seus resultados e conclusões. Além disso, se houver necessidade do usuário interagir com os dados do problema, a falta de um conhecimento matemático poderá dificultar ou até mesmo impedir tal interação. Assim, o conhecimento matemático ajuda a compreender e utilizar de maneira correta as opções que o programa oferece, minimizando os erros na tomada de decisões, e com isto pode-se tirar o máximo de proveito de toda a potencialidade de um programa desta natureza. Resumindo, tem-se um programa poderoso a sua disposição, e muitas vezes por falta de um conhecimento matemático, acaba-se não tirando proveito de toda sua potencialidade.

Observamos, com este estudo, que a utilização de um programa gráfico como apoio tecnológico em trabalhos acadêmicos e/ou científicos poderá ser feita com maior eficiência e com a certeza de melhores resultados se o usuário do programa tiver um bom conhecimento matemático. Assim como grande parte dos estudos exploratórios, também este precisa de outros para complementá-lo. Apesar de todas as considerações anteriores, pudemos notar que ainda assim encontramos usuários que utilizam os programas gráficos quase que automaticamente ou pelo método de tentativa e erro. Neste caso podemos perguntar: *que confiança pode-se ter no resultado que ele vai apresentar? Qual o valor científico de resultados obtidos dessa maneira?* Nenhum ou, no mínimo teríamos dúvidas quanto a estes resultados. Se considerarmos um técnico à frente de um programa desta natureza, talvez analisássemos o problema sobre outra ótica e poderíamos chegar a outras conclusões.

*REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS*


BROWN, T. L., LE MAY, H. E., BURSTEN, B. E. ***Chemistry – The Central Science***, sixth edition. Prentice-Hall International, Inc. 1994

CHASSOT, A . I. ***A Educação no Ensino da Química***. Livraria Unijuí Editora, RS, 1990.

CHASSOT, A . I. ***A Ciência Através dos Tempos.*** Ed. Moderna Ltda, 4ª ed., 1995.

DEMANA, F. & WAITS, B. K. ***Why a single graph isn't enough.*** The College Mathematics Journal. 19, 177-183, 1988.

DOGGETT, G. and SUTCLIFFE, B. T. **Mathematics for Chemistry** Longman Scientific & Technical, 1995.

FIGUEIREDO, D. G. **Problemas Resolvidos de Físico-Química** Livros Técnicos e Científicos Ed. S.A. 1982

GOLDENBERG, E. P. and KLIMAN, M. **What you see is what you see.** Unpublished Manuscript, Newton, MA, USA: Educational Technology Center: 1990.

PONTE, J. P. ***O Computador na Educação Matemática*** - Cadernos de Educação Matemática, junho/1991

WARREN, Warren S. ***The Physical Basis of Chemistry*** Academic Press, Inc. 1994

## TRATAMENTO DA INFORMAÇÃO: GRÁFICOS NA 4ª SÉRIE

Monica de Castro R
Orientadores: Janete Bolite Frant
Monica Rabello de Castro

Este trabalho está em fase da pesquisa de campo. Esta investigação tem por objetivo oferecer subsídios para a construção de uma seqüência didática que, atendendo aos objetivos dos Parâmetros Curriculares Nacionais de 1º e 2º ciclos, favoreça o trabalho com o tratamento da informação. Especificamente, pretendemos compreender como alunos de 4ª série do ensino fundamental. Interpretam gráficos encontrados nas mídias de jornal e revistas, como e que conteúdos utilizam na construção de gráficos. O computador entra aqui com duas funções: uma como ferramenta para auxiliar o processo de construção de gráficos e outra como ferramenta para auxiliar a interpretação de gráficos.

**JUSTIFICATIVA**

Há dez anos trabalho com crianças em informática inserida no contexto escolar. Sempre tive a preocupação de apresentar diferentes softwares aos alunos assim como torná-los autônomos para o uso do computador, seja para tarefas escolares ou pessoais. A medida que os softwares foram se desenvolvendo aumentou a possibilidade das crianças desenvolverem no computador aquilo que gostariam com mais facilidade.

No desenvolvimento de alguns projetos fui observando que o computador além de ser um instrumento muito potente, possibilitava e suscitava questões e abria discussões sobre conceitos de diversas áreas do conhecimento. Este fator me instigou e surgiu a possibilidade de desenvolver o projeto de gráficos no computador - um instrumento claramente eficaz para tal propósito. Resolvi então estudar os conceitos matemáticos inseridos neste processo. Desta forma estarei instrumentalizando as crianças com mais um recurso do computador.

Com a divulgação dos Parâmetros Curriculares Nacionais, que sugerem a introdução do tema desde o primeiro ciclo, essa discussão ganha ainda mais importância para a sala de aula e para o cenário da Educação Matemática no Brasil, uma vez que fora do Brasil esse tema já é enfocado nas escolas de ensino fundamental.

REFERENCIAL TEÓRICO

Esta dissertação terá como fundamentação teórica as teorias sobre representações e diversidade textual. Será realizada também uma revisão bibliográfica sobre o tema no Brasil, Espanha e outros países que apresentem pesquisas sobre o tema. (Em andamento)

**METODOLOGIA**

Serão analisadas três coleções de livros didáticos adotados por diferentes escolas.: Coleção da Manhúcia, Coleção do Imenes, e Matemática Através de Jogos, para verificar se o tema é abordado e em caso afirmativo de que forma. Também será feita uma análise do tema nos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) elaborado pelo ministério de Educação para a área de matemática.

A pesquisa de campo está sendo realizada com crianças de quarta série.

Um questionário está sendo elaborado para compreender como coordenadores de escolas trabalham este conteúdo: nestas séries? Porque e como o fazem?

Os sujeitos da pesquisa são crianças de 4a série de uma escola da rede particular, de classe média alta que se situa na zona sul da cidade do Rio de Janeiro, que estão nesta escola desde o Ciclo I (C. A. e 1a série). Estes estudantes estão habituados a trabalhar partindo de hipóteses levantadas por eles e posteriormente discutir e aprofundar os assuntos para confirmarem ou defrontarem suas hipótese com o saber social. Nesta escola eles têm aula de informática desde o Grupo 4 (última série do Ciclo I) e já são bastante autônomos no que diz respeito a trabalhar com editor de textos e outros softwares.

Os alunos serão agrupados em duplas ou triplas, e uma dupla será observada mais amiúde. As atividades serão registradas no diário de pesquisa, em fitas de áudio e vídeo que serão transcritas, pelas próprias crianças em material recolhido pela professora.

As atividades seguirão as seguintes etapas:

- Apresentação de gráficos extraídos de jornal e revista
- Escolha de um gráfico pelos alunos, Explicação e justificações para esta escolha.

- Leitura, compreensão e interpretação destes gráficos. Registros escritos em Word pela dupla de alunos.
- Desenvolvimento de atividades que possibilitem montar gráficos.
- busca das dificuldades, se forem encontradas,. e suas causas.
- Análise do discurso das crianças, dos conceitos matemáticos, de explicações e justificações as crianças dão para suas explicações.

CRONOGRAMA E ESTADO DA PESQUISA

Foram selecionados gráficos de jornal e revistas para serem mostrados aos alunos. É importante explicitar os critérios para a escolha dos gráficos:

- Temas pertinentes a esta faixa etária;
- Gráficos que possibilitem relações e representações diferentes;
- Diversidade de tipos de gráficos (barra, redondo ou pizza, cartesiano e pictórico).

Todos os gráficos foram mostrados aos alunos de uma quarta. Os alunos, trabalhando em duplas, escolheram o gráfico que mais gostaram. Numa etapa posterior escreveram no word a justificativa de sua escolha e o que entenderam do gráfico escolhido. A partir de uma leitura prévia, estes escritos serão levados para a sala, a dupla escolhida irá expor para seus colegas seus pontos de vista que servirão de ponto de partida para discussão dos conceitos envolvidos nos gráficos. Nesta discussão, serão abordadas questões de pesquisa para a coleta de dados, amostragem, representações diferentes para os mesmos dados. Esta atividade será filmada e depois transcrita para uma futura análise das justificações e questões surgidas quanto aos conceitos matemáticos envolvidos.

Uma primeira leitura dos gráficos suscitou discussões tanto conceituais de compreensão da leitura dos gráficos quanto de questão social e cultural. Por enquanto pude perceber que esta atividade possibilita uma discussão multidisciplinar tão valorizada nos PCN's. Nas justificativas também aparecem o estilo de cada dupla.

BIBLIOGRAFIA CITADA

GÓMEZ-GRANELL, carmen - A aquisição da linguagem matemática:símbolo e significado in Além da Alfabetização, organizadoras Ana Teberosky e Liliana Tolchinsky. Ed. Ática 1996

KAUFMAN, Ana Maria e RODRIGUEZ, Maria Elena– Escola, Leitura e Produção de Textos. Editora Artes Médicas 1995 Introdução e Capítulo 1.

CANO, Antonio Fernández e Romero, Luis Rico – Prensa e Educación

## ALGUMAS CONTRIBUIÇÕES DE RICARDO NEMIROVSKY À EDUCAÇÃO MATEMÁTICA

Nilce Fátima Scheffer[1]
Marcelo de Carvalho Borba[2]
UNESP - Rio Claro

### 1- Apresentação

Ricardo Nemirovsky estudou Física na Universidade de Buenos Aires. Realizou seu doutorado na Universidade de Harvard. Vem trabalhando em projetos educacionais na Argentina, México e Estados Unidos. Todo o seu trabalho está relacionado à influência das tecnologias e ambientes de aprendizagem na experiência natural, considerando o cognitivo, o lingüístico e recursos cinestésicos dos estudantes.

### 2- Trajetória em construção

A partir de sua formação inicial em Física, Nemirovsky vem desenvolvendo pesquisas relacionadas à representação e interpretação matemática dada aos fenômenos físicos, na escola de primeiro e segundo graus, envolvendo-se diretamente com alunos na prática de sala de aula.

No impacto das novas tecnologias no ensino da matemática, uma das contribuições de Nemirovsky se constitui na criação do LBM software, produzido no TERC (Tecnology Educational Research Center), Massachusetts. Com este software ele investiga a construção e a representação matemática dos conceitos de movimento e velocidade, desenvolvendo e aplicando atividades de simulação e robótica.

Sua preocupação principal centraliza-se no propósito de focalizar ambientes tecnológicos de aprendizagem, considerando a habilidade de gerar e não somente modelar fenômenos. As atividades que propõe estabelecem relações entre a notação, a simulação e os fenômenos físicos. Em seus artigos, ele relata as experiências de sala de aula e ilustra como os estudantes exploram a linguagem, a cinestésica e os recursos notacionais para demonstrar o envolvimento com as idéias matemáticas importantes.

Nesta caminhada, vem investigando como a noção e a representação gráfica se constróem na criança desde as séries iniciais até chegar na representação cartesiana de um corpo em movimento.

Propõe um avanço gradual para as representações, partindo de representações naturais das crianças, elaboradas para diferentes situações, como o programa favorito de TV, tipos de animais, número de alunos presentes na aula, que iniciam com desenhos e ilustrações de histórias, representações visuais relacionadas ao meio percebido, passando posteriormente a integrar informações, regras do sistema, tabelas e normas convencionais para representação de dados como resultado de um trabalho evolutivo, estabelecendo assim conexão das representações naturais das crianças com convenções mais sistemáticas para gráficos e tabelas.

Nas atividades desenvolvidas, considera importante a interação humana relacionada à fala, ao gesto, à reflexão, à imaginação, comparação, explanação e a aspectos subjetivos que os alunos retomam das experiências anteriores, como linguagem, símbolos, espaço, tempo, movimentos e outros.

### 3- Aspectos que fazem parte de sua investigação

Nemirovsky considera que o ambiente informatizado propõe o aumento da capacidade de ler, valoriza a produção impressa como fonte de informação, reforça a sensibilidade quanto às

---

[1] Doutoranda em Educação Matemática - UNESP/Rio Claro e professora da URI - Campus de Erechim.
[2] Orientador da Pesquisa - Prof. Dr. da Pós-Graduação em Educação Matemática da UNESP/Rio Claro.

diferentes representações para os conceitos, auxilia o aluno a raciocinar sobre os fenômenos, torna possível a visualização e manipulação de objetos matemáticos, e é importante ferramenta para a conceitualização matemática, particularmente de representações algébricas e gráficas. Em suas pesquisas, o autor vem explorando teoricamente aspectos inerentes a este processo, como a representação, a simbolização, a visualização, a metáfora e as narrativas matemáticas.

Neste artigo deter-nos-emos apenas nos aspectos já estudados.

- A importância das representações

Para Nemirovsky (1995 b), a representação assume uma natureza pessoal, que requer linguagem natural e preserva a informação ou permite perceber exemplos e generalizações; é o momento em que a representação torna-se parte de uma mensagem dada.

No desenvolvimento da representação faz-se necessário estabelecer uma combinação entre dados e elementos de sistemas lançados, relacionados ao todo investigado.

De acordo com suas pesquisas, na representação as crianças utilizam um sistema de elementos, um grupo bem definido de símbolos; para elas os gráficos seriam completos se ilustrassem todos os dados comunicados.

Assim, as representações das crianças assumem um papel importante na aprendizagem apesar se serem pouco valorizadas no meio educacional.

- A Simbolização

Para Nemirovsky (1992), a simbolização envolve procedimentos simbólicos que necessitam do desenvolvimento de um ponto de vista sobre significados gráficos e representação gráfica.

Ele passou a investigar os caminhos que levam à simbolização, através da simulação de movimentos, utilizando um detector de movimento acoplado a um computador, e o deslocamento de um carrinho ao longo de uma barra de metal. O movimento do carrinho produz gráficos correspondentes a posição x tempo, e velocidade x tempo ou vice-versa.

Com alunos pesquisou a idéia de velocidade, voltando-se para um sistema simbólico onde velocidade assume sentido positivo e negativo, dando duas possíveis direções ao movimento, e aparece como um caminho particular de simbolização.

Esses experimentos de ensino levaram Nemirovsky (1992) a concluir que aprender um caminho de simbolização pode ser análogo a aprender uma segunda linguagem. Um caminho de simbolização está sempre aberto para outros caminhos de simbolização.

- A questão das narrativas matemáticas

No decorrer de seu trabalho, Nemirovsky refere-se às narrativas matemáticas como algo diferente de outras formas de discurso, por ser uma seqüência repleta de significados que reflete a ordem temporal.

Dá especial destaque à narrativa articulada com símbolos matemáticos, pois esta possui um componente significativo e um componente crítico.

Uma narrativa, na maioria das vezes, está carregada de tensões porque a sua construção é um conjunto de diferentes histórias. Para Nemirovsky (1993), trabalhando no contexto de experimentos de ensino com o detector de movimento, a materialização de uma narrativa é a interface entre ação e idealização, sendo então a materialização das narrativas matemáticas uma importante e rica situação de aprendizagem.

Há vários componentes curriculares que encorajam a elaboração de narrativas matemáticas, como a aprendizagem algébrica, a linguagem de funções e gráficos ou a investigação da variação.

Há quatro aspectos que envolvem a representação de ambientes de aprendizagem para a construção e materialização de narrativas matemáticas:

- situações funcionais- que envolvem os ambientes em que os estudantes podem construir e experimentar as próprias narrativas;
- funções em partes - que encorajam ao uso de funções definidas com diferentes expressões; aqui as narrativas serão muito mais naturais e ricas;
- causas e intenções - experiências de observação de atividades realizadas;
- contextualização - experimentando com movimento. No contexto do movimento, variáveis, como tempo ou distância, são experienciadas como uma mudança contínua. Consideram-se os múltiplos contextos sobre os quais os estudantes têm experimentado expectativas e caminhos a seguir.

- A Visualização

Nemirovsky buscou em vários autores amparo teórico para fundamentar a questão da visualização, principalmente porque, com a tecnologia, a exposição visual ganhou campo, e a visualização tem assumido papel importante na aprendizagem matemática, tanto nos trabalhos escritos, quanto nos trabalhos em que o computador gera imagens.

Segundo Nemirovsky (1997), alguns autores têm tentado descrever o processo pela conexão entre imagens "externas" e informação "da mente"; descrevem visualização como "um processo de mapeamento de uma configuração viso-espacial num modelo mental". Portanto a visualização pode assumir uma distinção entre o que é externo (papel e tela do computador) e o que é interno ( a mente).

- Fusão

Para Nemirovsky (1996), a fusão é uma qualidade central de uso simbólico; é considerada como ação, fala e gesto, distinguindo externamente entre símbolos e informações. A fusão possui aspectos como a ambigüidade que pode ser propositada e expressiva no contexto, e a expressão lingüística a ser explorada, envolvendo os aspectos qualitativos, eventos atuais e passados.

Destaca que a fusão pode ser considerada como marca do desenvolvimento primitivo e qualidade central da simbolização que envolve a imaginação criativa da criança, quando brinca através de um cenário formado por ela com ações, falas e gestos, sem distinção entre o ausente e o presente (ex.: o cavalo e o bastão).

- A ênfase no cinestésico

O cinestésico envolve as ações corporais, os movimentos, a capacidade de usar o próprio corpo de maneiras diferentes e hábeis com fins de expressão.

Nemirovsky atribui grande valor ao cinestésico para perceber o meio e por desempenhar função fundamental nas questões ligadas ao espaço, movimento e velocidade.

O cinestésico representa a ação na elaboração dos conceitos em situações de aprendizagem.

## 4 - Conclusão

Falar de Nemirovsky é algo compensador, pois é um jovem pesquisador contemporâneo, de grande produção. Na busca de explicação para a inovação tecnológica que levou até a sala de aula, aprofundou várias questões que assumem papel importante no processo de construção dos conceitos matemáticos.

Nemirovsky preocupa-se com o "como" é usado um material em sala de aula, tipo o software de simulação, preocupa-se com a relação entre a representação externa e a interna, refletindo no objetivo/subjetivo, no conteúdo/conceito, no social/individual.

Na questão da representação, pode-se estabelecer as relações de seu trabalho com o trabalho de Borba (1996), que se refere a representações múltiplas, relacionando gráficos e tabelas de valores, gráficos e representação algébrica, abordando aspectos como ações a partir de softwares, experiências visuais como pontos discretos no plano cartesiano e coordenadas no plano windows, bem como o tratamento dispensado aos dados numéricos com simbolismo algébrico para trabalhar o ensino de transformação de funções.

Nemirovsky preocupa-se, no decorrer de seu trabalho, com as narrativas matemáticas, distinguindo-as de outras formas de discurso, por serem uma seqüência repleta de significados para reflexão sobre o ato de aprender. Atribui especial destaque à Modelagem Matemática, porque a mesma envolve a elaboração e justificação de narrativas matemáticas que descrevem eventos reais, imaginários ou simbólicos na problematização de um tema.

É possível perceber uma relação muito estreita entre os experimentos de ensino de Nemirovsky e a proposta pedagógica de Celestin Freinet para a construção de conceitos na sala de aula. A Tentativa Experimental, definida por Freinet como a manifestação dos processos da vida, é a base fundamental de todo e qualquer método natural; é considerada essencial para todas as aquisições infantis; são atos praticados pelo indivíduo, experienciando até realizar descobertas, pois atribui para **Tentativa** os atos que o indivíduo pratica e para **Experimental** a lei da vida, da experiência e da ação, tanto na criança quanto no adulto, aspectos estes muito presentes no trabalho que vem sendo desenvolvido por Nemirovsky.

Freinet, ao propor a Modernização da Escola, introduzia a tecnologia na sala de aula já no início do século, oportunizando ao aluno momentos para expressar-se através da palavra, do gesto e da escrita, aspectos considerados relevantes no estudo de Nemirovsky.

Como já referimos, este trabalho constitui-se num estudo inicial da produção de Nemirovsky, pois, existem outros aspectos não abordados neste momento.

## 5 - Bibliografia


BORBA, Marcelo C., CONFREY J. A student's construction of transformations of functions in a Multiple Representational environment , **Educational Studies in Mathematics** 31: p.319-337, 1996.

NEMIROVSKY, Ricardo. On ways of Symbolizing:The case of Laura and The Velocity Sing, TERC. Massachusetts,1992. (mimeografado)

_____________, Ricardo. Mathematical Narratives I, TERC. Massachusetts 1993.(mimeografado)

_____________________, TIERNEY C. "Childrens" "Graphing of changing situations", TERC. Massachusetts 1995 (mimeografado).

_______________________, WRIGHT T. "Body motion and graphing", TERC, Massachusetts 1995.(mimeografado)

NEMIROVSKY, Ricardo; Don't tell me how things are, tell me how you see them, TERC STAFF, Massachusetts p 269-280, 1996.

_______________________, NOBLE J. On Mathematical visualization and the place where we live, **Educational Studies in Mathematics** N **3** p 99-131, 1997.

_______________________, KAPUT J. J., ROSCHELLE J., Enlarging Mathematical Activity From Modeling Phenomena to Generating Phenomena, TERC Massachusetts, PME, 1998.

SCHEFFER, Nilce Fátima. O Encontro de Educação Matemática com a Pedagogia Freinet.São Paulo: UNESP, 1995 Dissertação de Mestrado.

# UM MICROMUNDO DE APRENDIZAGEM GEOMÉTRICA: QUADRILÁTEROS E O CABRI

Mestrando: Roberto Póvoas
Orientadores: Janete Bolite Frant e Monica Rabello de Castro
Instituição: **Universidade Santa Úrsula**

## Resumo

Esta pesquisa visa investigar e analisar como alunos, de Licenciatura Plena em Matemática na Região dos Lagos do Rio de Janeiro, representam, definem e falam de quadriláteros em um micromundo utilizando o Cabri. Estudaremos especificamente o caso dos paralelogramos. Trata-se de pesquisa qualitativa descritiva, cuja coleta de dados inclui entrevistas, questionários e observações em vídeo e em diário. Fundamentamo-nos na teoria da enunciação de Bakhtin e na teoria de Rina Herschkowitz para o desenvolvimento de conceitos geométricos.

Resultados parciais serão apresentados.

## Introdução: O Objeto de estudo

São inúmeras as possibilidades de utilização do computador na Escola e são igualmente diversificadas as possibilidades pedagógicas deste uso. Desta forma, diante de toda essa evolução tecnológica, torna-se clara a necessidade de mudança. Segundo a Drª Estela Kaufman Fainguelernt (1995), "é importante que o professor de Matemática entenda que a Matemática não é disciplina de conteúdo físico pronto e acabado, ela é um espaço de ação e criatividade. A Matemática que deve ser estudada tem que ser de alguma maneira útil aos alunos, ajudando-os a compreender, explicar ou organizar sua realidade".

O Cabri-Géomètre, que constitui um meio organizado para o ensino-aprendizagem da Geometria, é um programa que pode propiciar ao estudante a construção de seu conhecimento. Nesse ambiente o conhecimento não aparece como mágica, e sim, como produto de seu trabalho.

Entendemos que a utilização de um software como o Cabri-Géomètre, requer do professor que ele possa, junto com seu aluno, interagir com o programa e aproveitar o máximo de suas facilidades. Cabe ao professor agir como facilitador, o que não significa reduzir-se ao papel de simples observador do processo sem nele intervir; não significa ser espontaneísta e desconsiderar saberes do currículo escolar. Ele deve ser, antes da mais nada, o mediador das relações entre o aluno e a máquina.

O Cabri

O Cabri-Géomètre foi desenvolvido para permitir a exploração do universo da Geometria elementar. E, de acordo com Yves Baulac, Franck Bellemain e Jean-Marie Laborde, seus criadores, "ele coloca à disposição do usuário um mundo que o geômetra grego imaginou sem jamais pensar que ele poderia um dia estar disponível para uma manipulação efetiva, uma manipulação direta".

As figuras geométricas, com o Cabri-Géomètre, ganham movimento, conservando porém as propriedades que lhes haviam sido atribuídas. Assim, podemos modificar continuamente um triângulo e constatar que suas medianas continuam concorrentes no decorrer das transformações ( e que esse ponto de interseção divide cada segmento na razão 2:1), facilitando dessa forma a observação de um número muito grande de exemplos, o que seria quase impossível com a utilização apenas de um lápis e um pedaço de papel.

O Cabri-Géomètre tem propriedades da Geometria que vão muito além da manipulação dinâmica e imediata das figuras. Ele permite visualizar lugares geométricos, distâncias, ângulos e construir todas as figuras da geometria, utilizando para isso uma linguagem bem simples, muito próxima daquela do universo familiar do "lápis-papel", entre outras coisas.

Portanto, o Cabri-Géomètre, constitui-se de uma grande ferramenta para auxiliar para auxiliar o ensino-aprendizagem da Geometria.

## Fundamentação Teórica e Metodológica

Esta pesquisa visa investigar e analisar como alunos de licenciatura produz conhecimento na construção de quadriláteros, mais precisamente dos paralelogramos, com o auxílio de um microcomputador equipado com o software Cabri-Géomètre e algumas questões previamente elaboradas envolvendo a construção e criação de conceitos dessas figuras planas .

Para falar de conhecimento, nos apoiaremos no Modelo Teórico dos Campos Semânticos (MTSC) que segundo Lins (1994), é um modelo epstemológico que propõe que conhecimento é uma crença-afirmação junto com uma justificação para a crneça-afirmação". Indicando, dessa forma, que "conhecimento é do domínio da fala, e não do texto".

Segundo o MTSC, para um mesmo texto, comentado com diferentes justificações, são estabelecidos diferentes conhecimentos. Daí, a importância de que o professor escute seu aluno para entender sua justificação, e verificar como ele construiu esse conhecimento.

Bakthin aborda teórica e metodológicamente as relações dialógicas como lugar de análise e produção das significações, e o que buscamos nesse trabalho é basicamente investigar essa produção.

O processo de desenvolvimento de conceitos geométricos, segundo a Dª Rina Hershkowitz, é extremamente complexo, e atua em duas direções. E para que se possa compreender como os nossos alunos constróem as imagens conceituais geométricas e os fatores que influenciam este desenvolvimento, é extremamente necessário uma análise dos conceitos e de sua estrutura matemática.

Portanto, é através da análise da produção de justificações das ações de nossos alunos, é que poderemos estudar como se constrói o pensamento matemático e concluir que, segundo Lins (1994), se olharmos apenas para a afirmação, entenderemos que duas pessoas tem o mesmo conhecimento, mas se considerarmos também as justificações, veremos que isso não é verdade.

Desta forma, é através da fala, da enunciação das justificações de cada um e da construção de conceitos, que poderemos buscar compreender que usar a geometria é diferente de pensar geometricamente, como fez Lins (1994) com a álgebra.

## Procedimentos Metodológicos

O trabalho de campo para esse estudo foi desenvolvido em laboratório de informática em fase de implantação de um colégio de primeiro e segundo graus, localizado no município de Cabo Frio, com a participação de quatro alunas do primeiro ano, da disciplina de Geometria, do curso de Licenciatura Plena em Matemática de uma instituição de ensino superior localizada neste mesmo município.

A coleta de dados foi feita através de entrevistas semi-abertas, questionários e principalmente, pela observação e registro, através de vídeo, de algumas atividades propostas ao grupo durante todo o processo de investigação. Os registros dos passos propostos pelos alunos para a resolução dos problemas foram feitos através de um diário de campo e também de relatórios produzidos pelos envolvidos na pesquisa.

As Atividades

As atividades serão divididas em dois grupos, no primeiro grupo, estarão as atividades propostas e, no segundo, as que surgirão como fruto da reflexão e discussão do grupo presente.

Atividade 1.

. Construir um segmento nomeando suas extremidades de A e B.

. Colocar um ponto fora do segmento e nomeá-lo E.

. Desenhar a paralela a AB passando por E e chamá-la de r.

. Deslocar o ponto A e observar as modificações da figura. Idem para o ponto B e depois para o ponto E. Anote no caderno alguns comentários.

Atividade 2.

. Desenhar um segmento AB e a circunferência de diâmetro AB. Dar o nome de O ao centro.

. Colocar um ponto D sobre a circunferência ( opção ponto sobre objeto). Deslocar esse ponto.

. Desenhar os segmentos AD e BD. Marcar e medir o ângulo ADB.

. Deslocar o ponto D.

. Comparar o comprimento dos três segmentos OA, OB e OD. Anote no caderno alguns comentários.

Atividades 3 e 4.

. Propostas a serem apresentadas pelos grupos.

## Referências Bibliograficas


Fainguelernt, E. K. (1995). *A prática de ensino e a formação do professor de matemática.* Disponível no GEPEM - Grupo de estudo e pesquisa em educação matemática, boletim nº 33)

Hershkowitz, R (1994). *Aspectos psicológicos da aprendizegem da geometria.* (Disponível no GEPEM - Grupo de estudos e pesquisa em educação matemática, boletim nº 32)

Lins, R. C. (1994). O modelo teórico dos campos semânticos: uma análise epstemológica da álgebra e do pensamento algébrico. *Revista Dynamis,* 1 (&), 29-39.

# INEQUAÇÃO: IMPORTÂNCIA DA ABORDAGEM GEOMÉTRICA NA CONSTRUÇÃO DE SEU SIGNIFICADO

Mestrando Alzir Fourny Marinhos
Orientadores:Estela K. Fainguelernt
Franca C Gottlieb
Instituto de Educação Matemática
Universidade Santa Úrsula.

## 1 -INTRODUÇÃO

A Matemática como ciência em constante evolução pode ser encarada como um corpo de conhecimento constituído por teorias bem determinadas ou como um conjunto de processos característicos que devem ser desenvolvidos. O que está em foco não é como a Matemática deveria ser, mas sim como ela precisa ser na prática diária dos aprendizes, tanto dos que serão matemáticos como dos que não serão matemáticos.

Em nossa profissão do magistério muitas vezes paramos e refletimos sobre situações ocorridas em sala de aula: perguntas, respostas, questionamentos, críticas, participações, ou não, e o silêncio de nossos alunos. Muitas vezes deparamo-nos com ações que jamais poderíamos imaginar que ocorressem, como o comportamento dos alunos em relação à conceitos vistos em um passado próximo e que suponhamos estarem absorvidos mas que necessitamos resgatar. Isto acontece principalmente com idéias matemáticas abordadas em uma série, que são pré requisitos de outras séries, sendo que os alunos não mais dominam.

Observamos em nosso trabalho que há alunos que não se apropriaram de alguns conceitos matemáticos pois estes foram trabalhados de forma mecanicista, desvinculados da reflexão, da crítica e do questionamento. Eles, conseqüentemente, não transferiram esses conceitos para outros contextos onde podem ser aplicados.

## 2 - PROBLEMA

Muitas vezes, o futuro que projetamos consiste em grande parte num rearranjo de elementos do passado. As inequações têm, didaticamente, um estudo que está enraizado na representação algébrica, através de algorítmos, com regras de sinais. Entretanto, através das funções e suas representações gráficas, podemos estudar as inequações graficamente desenvolvendo o pensamento espacial. Este futuro que projetamos através da resolução de inequações pela visualização e representação gráfica, consiste num rearranjo do passado, e esta ruptura é difícil. Para essa mudança precisamos compreender os problemas e relacionar as necessidades contemporâneas com a realidade atual.

A resolução de inequações está enquadrada dentro de um campo algébrico caracterizado pelo uso e relações de determinadas notações.

Uma equação ou inequação envolve conceitos que convergem para a determinação de valores para uma letra estabelecida na expressão algébrica, e como a compreensão desta referida letra está relacionada com uma imposição de notação literal com o fenômeno que é a igualdade ou desigualdade, então a equação e a inequação estão relacionadas com a álgebra.

A reflexão descrita conduziu-nos ao seguinte questionamento nesta investigação:

Como os alunos constroem ou não o conceito de inequação?

A interpretação do gráfico de função auxilia na construção do conceito de inequação?

## 3 - OBJETIVOS

Identificar a importância da representação geométrica na construção do conceito de inequações.

Estabelecer conexões entre a abordagem geométrica e a abordagem algébrica levando os alunos a se apropriarem do conceito de inequação.

Utilizar a representação gráfica de uma inequação para desenvolver nos alunos a capacidade de interpretar e analisar.

## 4 - FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

A formação do conceito atual de inequação está embasada dentro do processo evolutivo da Álgebra, do surgimento da Geometria Analítica, do Cálculo e do conceito de função. Portanto uma das vertentes em que se fundamenta esse estudo é a evolução histórica do conceito de inequação.

No estudo de equações, os grandes matemáticos foram envolvidos por questões relacionadas com a determinação de suas raízes. Não se observa no conteúdo histórico a busca de soluções para as inequações.

Foi com o início do Cálculo Diferencial e Integral e da Geometria Analítica que aflorou a aplicação das inequações contribuindo nas construções das soluções dos problemas clássicos de máximo e mínimo e pontos de inflexão de uma curva.

O conceito de função levou séculos para amadurecer e foi no início desse século que se definiu esse conceito em sua forma atual, assim como o estudo de ordem dos números negativos. A partir deste marco o estudo de inequações pode ser visualizado geometricamente no sistema cartesiano ortogonal.

## 5 - METODOLOGIA

Uma nova proposta metodológica pressupõe uma mudança de posicionamento que assumem os professores de Matemática em seu trabalho. Por esse motivo, não se pretende um distanciamento entre o pesquisador-professor e seu objeto de pesquisa - a relação ensino-aprendizagem - já que o professor é também sujeito neste processo.

Essa posição que toma a pesquisa determina sua autenticidade e também seus limites. Ao invés de objetivar uma inatingível neutralidade, optou-se por ter claro o lugar ocupado pelo pesquisador analisando, a cada passo, as conseqüências que este lugar determina. Como diz Paulo Freire, "qualquer ação que se superponha ao problema, implica numa inautenticidade, por isso mesmo ao fracasso da tentativa."(FREIRE, 1975, p-79)

Essa pesquisa esta sendo realizada com alunos da primeira série do segundo grau da Escola Estadual Dr Albert Sabin, localizada em Campo Grande, Município do Rio de Janeiro, onde os participantes estão tendo a oportunidade de identificar suas dificuldades, aprender a investigar, analisar , criticar e construir o conceito de inequações .

## 6 - CONJECTURAS

*Há alunos que não dominam o significado dos pontos pertencentes a uma função.*

Ao apresentar a uma turma de primeira série do segundo grau a seguinte atividade: Estude a variação do sinal da função
f: R $\rightarrow$R definida por y= f(x) = x+1, e interrogando cada aluno para poder perceber como ele tinha interpretado o enunciado, de um modo geral os alunos não responderam. Apenas fomos surpreendido pela colocação de uma aluna: " Professor, estudar o sinal da função é estudar o sinal deste ponto que vem depois de y=x+1." Este ponto a que a aluna se refere é o ponto final da frase. Ficamos surpresos, pois, embora os alunos não respondessem, eles tinham convicção que a resposta não correspondia à pergunta. Curiosamente perguntamos o que levava a esta resposta, e a aluna: " O senhor disse que a lei era formada de pontos." A aluna confundiu o conjunto de pares ordenados que representa graficamente a função com a pontuação escrita na frase.

*Há alunos que não sabem o significado da troca de sinal quando multiplicamos ambos os termos de uma inequação por um número negativo.*

Os alunos ao se depararem com a inequação -x -1> 0, fazem rapidamente -x>1 e x>-1. Não percebem que os valores que satisfazem a esta última condição não tornam verdadeira a condição dada. Não percebem que , testando, por exemplo, o valor 2 para x obtêm uma sentença verdadeira na última inequação e falsa na primeira.

*O ensino de Matemática no ensino fundamental utiliza algoritmos e processos algébricos automatizados.*

A questão da inequação tem o seu embrião na relação de ordem e na visualização dos símbolos ≥ , ≤ , >, < , . Nas duas primeiras séries do primeiro grau o conceito é colocado quando, ao escrever os primeiros números faz-se corresponder os números 0,1,2,3,... com quantidades de objetos, animais, etc. Através da contagem estabelece-se a correspondência, e neste momento, ao se comparar grupos de objetos ou animais pode-se estabelecer onde há mais ou onde há menos pela visualização, transportando em seguida a observação para a desigualdade numérica. Dessa forma o estudo de ordem é dado pela representação e visualização.

Na sexta série, no estudo dos inteiro e racionais, no que tange a relação de ordem , a representação e visualização são imperativas.

A partir do estudo de números reais na sétima série, a resolução de inequações do primeiro grau tem um processo algébrico automatizado quando estabelece:

a) Somando ou subtraindo um mesmo número a ambos os membros de uma desigualdade, esta não se altera.

b) Multiplicando-se ambos os membros de uma desigualdade por um mesmo número estritamente positivo, a desigualdade não se altera.

c) Multiplicando-se uma desigualdade por um número estritamente negativo, a desigualdade muda de sinal.

Na oitava série e no segundo grau com o conceito de função, funções polinomiais do primeiro grau e segundo grau e gráficos, as inequações passam a ser ensinadas com base na representação e visualização gráfica. Não relacionam o enfoque algébrico com o geométrico na resolução de inequações.

As concepções de inequação numa visão algébrica ou geométrica estão relacionadas com os diferentes usos das variáveis. No passado, sem a geometria analítica e o estudo de funções ,tinha-se que dominar as técnicas manipulatórias. Com este parâmetro comparativo podemos dizer que o ensino até a sétima série está enquadrado neste ensino contemporâneo. Já no século XIX e início do século XX, com a geometria analítica, a densidade dos números reais, o conceito atual de função e o estudo de ordem dos números negativos, podem-se resolver sentenças abertas através de gráficos de funções e as técnicas de manipulações serem contornadas. A partir da oitava série, com o conceito de função e a introdução das representações gráficas da função do primeiro e segundo graus no sistema cartesiano ortogonal, os alunos podem ver inequações através da representação geométrica no plano cartesiano.

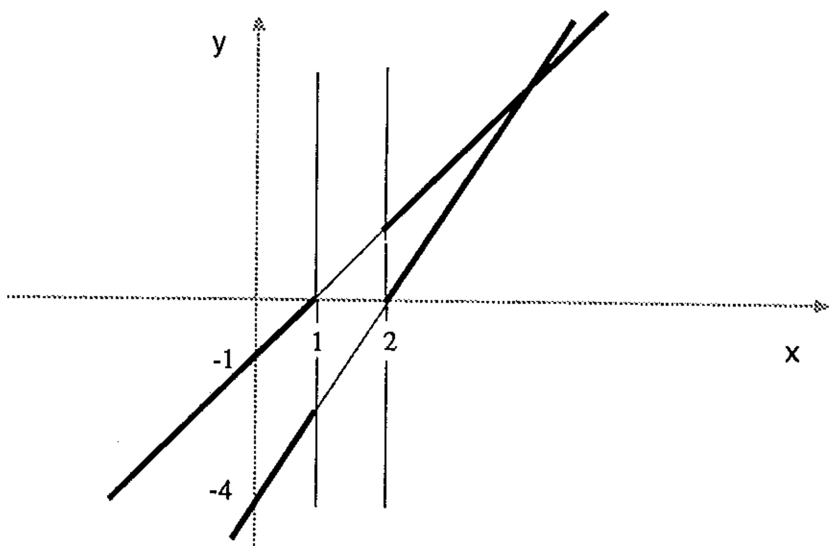
Quando o aluno chega ao segundo grau e depara-se com inequações do primeiro e segundo graus em formas mais variadas, as manipulações algébricas tornam-se mais complexas e a busca das representações e visualizações torna-se mais convenientes.

**7 -ATIVIDADE**

Como a inequação é ensinada de forma ritualizada, seja copiando modelos dos livros textos ou aplicando técnicas operatórias sem significado para os alunos, estes não fazem conexão entre a abordagem algébrica e a geométrica na resolução de uma inequação.

Temos apresentado em anos anteriores questões do tipo (x-1)/ (2x-4) >0.

As funções y=x-1 e y=2x-4 devem ter, ambas, os seus sinais respectivamente positivos ou negativos, pois o quociente é positivo. A visualização desses sinais é feita através da representação gráfica das funções num sistema cartesiano ortogonal onde y=x-1 e y=2x-4 têm seus sinais simultaneamente positivos para x>2 e y= x-1, y= 2x-4 têm seus sinais simultaneamente negativos para x<1, tendo-se como solução para a inequação x<1 ou x>2.



## 8 - PROPOSTA

O nosso estudo pretende partir da abordagem geométrica desenvolvendo a visualização, a percepção, a representação e a leitura na interpretação de gráficos, caminhando para a abordagem algébrica.

## BIBLIOGRAFIA

Demo, P. Educar pela Pesquisa: São Paulo, Editora Autores associados, 1997.
Lins,R.C. e Gimenez , J. Perspectivas em Aritmética e Álgebra para o século XXI: Perspectivas em Educação Matemática, Campinas, SP, Papirus, 1997.
Coxford A F e Shulte, A P. As idéias da Álgebra.: São Paulo. Editora Atual. 1994.
Boyer,C.B. História da matemática: São Paulo. Edgard Blucher/Edusp. 1974

# 5º POSTULADO DE EUCLIDES: A FAGULHA QUE DESENCADEOU UMA REVOLUÇÃO NO PENSAMENTO GEOMÉTRICO

Autora: Marcia Cristina Garrido Souza
Orientadora: Vânia Maria Pereira dos Santos
Instituto de Matemática - UFRJ

Este trabalho é fruto de uma pesquisa realizada durante o ano de 1997, como parte final (dissertação) do curso de mestrado em Matemática Pura do IM-UFRJ, cujo objeto de estudo foi o 5º Postulado de Euclides. Através de professores de 1º, 2º e 3º graus, buscamos investigar a importância e o que se estuda sobre geometrias não-euclidianas atualmente em nossas instituições de ensino. Além disso, procuramos verificar também se havia relação entre o conhecimento da problemática em torno deste notável postulado e a postura assumida pelo professor em sala de aula — crítica ou não, parcial ou imparcial, que despertasse curiosidade ou mantivesse o aluno numa posição passiva.

Já atuando como professora, muitos questionamentos sobre geometria, de uma forma mais geral, começaram a surgir. Foi assim que desde aquele período comecei a dedicar-me a este tema da matemática, porém sem muita consciência. Este interesse mais tarde formalizou-se através deste estudo. No entanto o 5º Postulado de Euclides já vinha despertando-me interesse desde 1991. Naquela época, eu iniciara um dos últimos períodos do curso de Licenciatura em Matemática pela UFRJ, e Geometria II era uma das disciplinas a serem feitas. Eu esperava que o novo curso fosse simplesmente uma continuação do que foi estudado em Geometria I, mas não foi exatamente isto que aconteceu. Na verdade eu não tinha a menor noção dos questionamentos que envolveriam o curso de Geometria II. Inusitadamente, esta disciplina viria a ser a mais surpreendente de todas que eu havia cursado até aquele momento, pois apresentava idéias matemáticas totalmente novas para mim. Ao longo do curso, antigas verdades geométricas aos poucos iam desmoronando-se, ou melhor, novas formas de perceber a geometria começavam a ganhar espaço. É como se eu passasse a enxergar algo que estava ao meu lado, o tempo todo, mas que era invisível aos meus olhos. Iniciava-se assim minha curiosidade pela área das geometrias não-euclidianas. Outras disciplinas vieram e, entre elas, a de Geometria Diferencial, e também algumas matérias pedagógicas, que tinham um caráter altamente questionador. Estes assuntos, abordados por disciplinas aparentemente tão distintas, tinham algo em comum: o desenvolvimento da postura crítica do estudante.

A partir daquele curso comecei a notar que a geometria que nos é transmitida nos bancos escolares de 1º e 2º graus (a euclidiana) é, na verdade, apenas uma pequena parte de um grande "iceberg". Mas há uma outra parte muito maior, porém de acesso restrito, que fica totalmente submersa para nós enquanto alunos (e muitas vezes até mesmo enquanto professores). Algumas pessoas podem até achar que a geometria euclidiana é suficiente para descrever o nosso mundo, no entanto não se lembram que estamos bem próximos do século XXI e só esta geometria já não basta. De acordo com os avanços tecnológicos que se tem feito, boa parte dos conhecimentos da Física encontra-se baseada na aplicabilidade dessas outras geometrias. Como continuar escondendo estas informações de nossos alunos e de nós, professores? Por que demonstrar tanta parcialidade? Kasner e Newman (1968) escreveram sobre esta situação:

> O que se vê é que a Geometria de Euclides é a mais 'conveniente' e, em conseqüência, a que continuaremos a usar para construir nossas pontes, túneis, edifícios e rodovias. As geometrias de Lobachevsky, ou de Riemann, se devidamente utilizadas, serviriam da mesma forma. Nossos arranha-céus se manteriam, assim como nossas pontes, túneis e rodovias; nossos engenheiros, não. A geometria de Euclides é mais fácil de ensinar, enquadra-se mais rapidamente no bom senso mal orientado, e, acima de tudo, é mais fácil de usar. Contudo, nossas perspectivas foram ampliadas e nossa visão esclarecida. (p.p. 149-150)

A geometria euclidiana facilita bastante uma série de conjecturas práticas, mas não todas, pois afinal de contas o mundo não é plano. Devido a tudo isso, aumentava cada vez mais meu interesse pelas geometrias não-euclidianas.

Alguns questionamentos que deram origem a pesquisa:

- Sob a ótica da história da matemática, que desdobramentos surgiram para a matemática a partir dos estudos sobre o 5º Postulado?

- O ensino de matemática de 3º grau prepara e capacita graduandos a argumentar criticamente quando confrontados com tentativas de demonstração?
- Como os professores que lecionam geometria vêem a problemática gerada pelo Axioma das Paralelas?
- Como os livros didáticos têm abordado a geometria? Essa abordagem faz relação com o contexto histórico-social?

Este estudo partiu de três frentes: uma abordagem matemática com ênfase nas geometrias não-euclidianas de Lobachetvsky e Riemann; outra de cunho histórico-matemático que serviu de elo de ligação, "alinhavando" o passado questionador, o presente não-euclidiano e a Escola que ainda resiste a evolução dos tempos; e a terceira de natureza qualitativa. Para isto foram considerados alguns contéudos-suporte: a história da matemática (com o objetivo de situar e informar o público de como se originaram as geometrias não-euclidianas); alguns aspectos da geometria diferencial (que forneceu ferramentas úteis para o desenvolvimento de outras formas de geometria; muito de geometrias não-euclidianas) que é a maior conseqüência dos estudos sobre o 5º Postulado; e, servindo de parâmetro, a própria geometria euclidiana.

Para investigar alguns aspectos dos questionamentos anteriores, a metodologia mais adequada é a utilizada em pesquisas qualitativas. Este método, segundo Lüdke e André (1986), engloba três procedimentos básicos: observação, entrevistas e análise documental; sendo que no início há questões mais amplas e no final os interesses se tornam mais diretos. Para esse estudo utilizamos materiais produzidos pelos informantes, os quais ilustram sua personalidade, isto é, sua maneira de ver o mundo e as suas próprias ações. Nesta abordagem, o pesquisador utiliza múltiplos instrumentos a fim de inferir com maior certeza sobre a situação em que a população analisada se encontra.

Sendo assim, fizeram parte dos instrumentos deste estudo: análise de fontes de referência (livros antigos de geometria), questionários semi-abertos ou estruturados, atividades de reconhecimento, de demonstração e de argumentação, atividades de aplicação, entrevistas, e materiais didáticos e livros-texto utilizados pelos professores entrevistados. Também procuramos verificar como os livros-texto têm abordado a geometria ao longo do tempo, o que poderia ser um fator decisivo na seleção dos assuntos que são trabalhados nas escolas. Desta forma, tivemos uma visão mais completa do grupo envolvido na investigação. Tudo feito a fim de possibilitar a triangulação das informações para a obtenção de conclusões coerentes e fidedignas.

Participaram inicialmente deste trabalho cerca de 35 alunos de início de curso de graduação em Matemática e de 30 professores de Matemática de 1º, 2º e 3º graus. Para facilitar a investigação, o grupo de professores de 1º e 2º graus utilizado na pesquisa pertencia a um curso de especialização do Instituto de Matemática da Universidade Federal do Rio de Janeiro (IM/UFRJ) — o que tendia a ser um grupo seleto. Já os professores de geometria de 3º grau estavam locados em diferentes universidades públicas.

Como "pano de fundo" também procurou-se verificar como os livros-texto têm abordado a geometria ao longo do tempo, o que poderia ser um fator decisivo na seleção dos assuntos que são trabalhados nas escolas.

Deste modo, nesta apresentação ressaltaremos a importância dos professores trabalharem noções de geometria (em geral) desde as séries iniciais, mas com atividades adequadas ao nível escolar de cada uma. Além disso, colocaremos em discussão algumas implicações críticas e sociais desta pesquisa na área de Educação Matemática, e certas descobertas matemáticas que tiveram origem neste verdadeiro "nó" da geometria: o 5º Postulado de Euclides.

Bibliografia de Referência:

KESNER, E. & NEWMAN, J. (1968). Matemática e Imaginação. (trad.: Jorge Fortes). Zahar Editores. Rio de Janeiro, RJ.

BOYER, Carl B. (1974). História da Matemática. (trad.: Elza F. Gomide). Edgar Blücher, Ed. da Universidade de São Paulo. São Paulo, SP.

GREENBERG, Marvin J. (1994). Euclidean and Non-euclidean Geometries. Development and History (3ª ed.). W. H. Freeman and Company. New York (USA).

# DE ARCHIMEDES A CAVALIERI: UMA PROPOSTA ALTERNATIVA PARA A CONSTRUÇÃO DO CONCEITO DE VOLUME DE UMA PIRÂMIDE

Salvador Tavares
Ângela Valadares Dutra de Souza Campos
Estela Kaufman Fainguelernt
UCAM; MEM-USU

O presente trabalho tem por objetivos apresentar uma proposta alternativa para a construção do conceito de volume de uma pirâmide qualquer e identificar a importância da intuição, visualização, percepção e representação na construção de uma idéia geométrica.

A pesquisa foi realizada com estudantes de uma turma de 2º. Grau em uma escola pública onde o pesquisador é professor.

Tal experiência foi desenvolvida, inicialmente numa turma da licenciatura, e foi estendida aos alunos do 2º. Grau em razão do aproveitamento apresentado, pois a partir de então todas as vezes em que houve a oportunidade de trabalhar este conteúdo, procurou-se desenvolver as atividades experimentais e viu-se com satisfação o interesse cada vez maior dos alunos, especialmente dos alunos do 2º. Grau, buscando os resultados, concluindo as relações entre os volumes dos tetraedros e, enfim, chegando com sucesso à fórmula para o cálculo do volume de uma pirâmide qualquer.

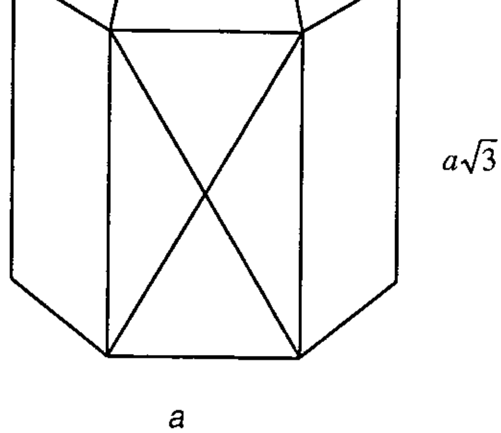
Neste trabalho os estudantes partem da experiência física de decompor um prisma triangular de sabão, usando as conjecturas de Arquimedes, por imersão em um recipiente com água, comparam os volumes dos tetraedros obtidos, e, então concluem que seus volumes são, aproximadamente, iguais. A partir deste resultado foram trabalhadas diferentes estratégias que levaram os alunos a desenvolverem as habilidades necessárias para a construção do conceito de volume de uma pirâmide qualquer bem como, a expressão algébrica para o cálculo do mesmo.

A fundamentação teórica dessa pesquisa tem suas bases no Princípio de Cavalieri, nas conjecturas de Arquimedes e nas teorias da psicologia cognitiva de Vygotsky e Piaget.

Durante este trabalho o pesquisador pretendeu verificar as contribuições da visualização na construção do conceito de volume de uma pirâmide, e, especialmente, que a metodologia usada pode ser utilizada para construir outros conceitos na Geometria Espacial. Também conclui-se que a concretização, pela manipulação de objetos, tem sido um instrumento poderoso na construção dos conhecimentos matemáticos em todos os níveis assim como, a importância da visualização, da percepção, da sistematização e da representação na construção de um conceito geométrico.

Neste trabalho incluem-se, além das construções dos sólidos geométricos mais comuns, construções de sólidos seccionados e de algumas situações-problema em que a compreensão das relações métricas não se revelou suficiente para resolvê-los. Por exemplo, ao propor o seguinte problema.

Dado um prisma hexagonal regular de aresta da base igual a a e altura igual a $a\sqrt{3}$, considere duas diagonais paralelas de uma das bases e as diagonais da outra base paralelas àquelas. Traçam-se os quatro planos diagonais definidos por pares daquelas diagonais das bases, ficando o prisma hexagonal dado decomposto em prismas triangulares. Mostre que tais prismas são equivalentes.



Tal questão tem se revelado de grande riqueza porque além dos conteúdos de geometria espacial, como sólidos equivalentes e sólidos congruentes, dão a oportunidade de identificar as dificuldades dos alunos e por meio das construções geométricas resgatar os pré-requisitos, como as relações métricas da Geometria plana, necessários para montar os prismas triangulares do problema.

Neste problema as dificuldades encontradas pelos alunos têm sido:

a) identificar os quatro planos;

b) identificar os prismas congruentes;

c) identificar os prismas equivalentes;

d) construir com régua e compasso o segmento de medida $a\sqrt{3}$.

Os alunos não conseguem interpretar o enunciado ou não resolvem o problema porque não visualizam a construção da figura ou não fazem a representação adequada da mesma.

Além das dificuldades apresentadas no exemplo acima ocorreu um fato durante uma aula de Geometria espacial para futuros professores de Matemática que acabou sendo a motivação que culminou com a experiência física desenvolvida neste estudo, fato que será relatado a seguir. Após deduzir a fórmula do volume de uma pirâmide, tendo apresentado argumentos que incluíam uma experiência imaginada, e desenhada razoavelmente no quadro de giz, de seccionar um prisma triangular em três tetraedros, utilizando o Princípio de Cavalieri e a generalização para qualquer pirâmide, uma aluna-mestra interrompeu o professor, dizendo:

- *"Professor, entendi a fórmula do volume de uma pirâmide, estou acertando os primeiros exercícios, mas eu gostaria de saber só uma coisa: aquela primeira fórmula do volume dos tetraedros funciona mesmo?"*

A dificuldade no significado da fórmula do volume de uma pirâmide tem sido provar antes que dois tetraedros de bases equivalentes e alturas iguais, relativas a essas bases, têm volumes iguais. Tal dificuldade inerente a esta questão, segundo Eves (1995), manifesta-se em todas as abordagens de Geometria sólida, desde os Elementos de Euclides. O uso do Princípio de Cavalieri, adotado por muitos autores e livros-textos de Geometria, é defendido por razões pedagógicas, mas a "concepção de indivisível de Cavalieri, como uma espécie de parte atômica de uma figura", é um complicador que também provocou muita discussão e foi seriamente criticada por alguns estudiosos do assunto.

Refletindo sobre as dificuldades constatadas, o pesquisador resolveu iniciar este estudo pela experiência física, utilizando as conjecturas de Arquimedes, em relação à idéia de volume de um sólido, usadas para resolver o problema da coroa do rei Hieron, em contraposição ao método da experiência imaginada baseada no Princípio de Cavalieri.

Resumindo, o que se pretendeu foi, partindo da experiência física, interpretando e analisando os resultados, chegar à compreensão do Princípio de Cavalieri.

No estudo da Geometria espacial, é através do raciocínio visual que os alunos identificam as características do objeto geométrico, onde a figura que o representa é utilizada na resolução de problemas ou demonstração de teoremas. O não desenvolvimento do raciocínio visual e a não formação da imagem mental comprometem muito a visualização geométrico-espacial do aluno.

Em virtude dessas reflexões surgem as seguintes questões:

*1 - Como os alunos do 2.º grau constroem o conceito de volume de uma pirâmide qualquer?*

*2 - Qual a influência da visualização na construção da idéia de volume?*

3 - Qual é o papel da utilização de diferentes abordagens na construção do conceito de volume?

Pretende-se, pois, neste trabalho investigar como os alunos do 2º grau constroem o conceito de volume de uma pirâmide qualquer e se a abordagem visual contribui para a geração de significados na aprendizagem da Matemática.

Considerando, então, que a concretização facilita a construção dos conceitos e que a utilização de diferentes enfoques contribui para a descoberta de diferentes atributos para a construção dos mesmos, propõem-se a experiência física baseada na propriedade da impenetrabilidade dos corpos como complementação dos resultados da experiência imaginada do conceito de indivisível.

Este trabalho tem como objetivos:

1 - *Apresentar uma proposta alternativa para construção do conceito de volume de uma pirâmide qualquer a partir de uma experiência física;*

2 - *Identificar a importância da visualização na construção do conceito de volume da pirâmide.*

O ensino de Geometria com base nas fórmulas atém-se a antigas raízes históricas porque as primeiras construções geométricas e o aparecimento desta área do conhecimento surgem na Babilônia e no antigo Egito, com base em medições, como um conjunto de regras e receitas para calcular perímetros, áreas e volumes.

De qualquer modo, conseguir elaborar e aplicar a fórmula para cálculo de volume de um sólido geométrico, com base em problemas de medição, não significa necessariamente que se tenha dominado a rede de relações que constitui o conceito de volume. Se o processo de construção de conceitos estiver sendo considerado por quem trabalha com a Geometria através de fórmulas, então se poderá afirmar que a compreensão surgirá e que as fórmulas adquirirão novo e produtivo sentido. Assim, todo trabalho de ensino-aprendizagem de Geometria se enriquece e produz resultados significativos quando se tem em vista o processo de construção dos conceitos geométricos.

Sob tal perspectiva, a investigação do problema desta pesquisa deverá trazer contribuições quanto ao método de ensino-aprendizagem da Geometria: o importante é ao mesmo tempo, realizar um estudo de como ocorre a construção do conceito de volume de uma pirâmide ( observando em especial a influência da visualização e o papel do emprego de diferentes abordagens) e realizar o processo ensino-aprendizagem dos tópicos pertinentes na medida em que os alunos forem construindo tal conceito.

Neste ponto para investigar como ocorre a construção do conceito de volume de uma pirâmide, o pesquisador optou por alguns procedimentos orientados para pôr em prática as experiências que se julga terem valor para tal processo de construção. Em outras palavras, procurou-se organizar situações onde fossem favorecidas ações dos alunos, convergentes com as suposições teóricas a respeito deste processo. Deste modo, deu-se ênfase à utilização da linguagem intuitiva, introduzida pela experimentação.

Durante o desenvolvimento das atividades, pôde ser observado o envolvimento dos alunos com a tarefa, o que demonstra que trabalhos que envolvem situações concretas e experiências de manipulação de objetos em Geometria levam os alunos a uma maior participação e despertam mais interesse, ao contrário das aulas puramente expositivas.

ATIVIDADE 3

A atividade seguinte teve como objetivo:

1- Decompor o prisma em três tetraedros

2- Mostrar, experimentalmente, a relação existente entre os volumes dos tetraedros e do prisma do qual os primeiros foram obtidos.

Utilizou-se o seguinte material:

1 - Um pedaço de uma barra de sabão em forma de paralelepípedo retângulo;
2 - Uma faca ou estilete;
3 - Um depósito de margarina vazio;
4 - Uma régua graduada;
5 - Jornal e pano ou perfex

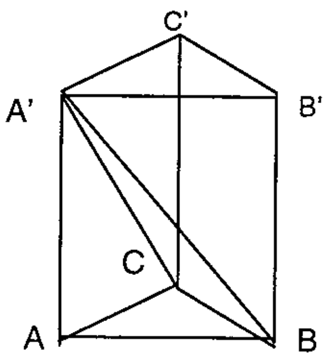
Esta atividade é, sem dúvida, o ponto alto da pesquisa, pois os resultados que dela advêm servirão para estabelecer se a experiência física é uma via que esclarece a dúvida sobre a determinação do volume de um tetraedro. Pôde-se perceber, por essa experiência que em cada registro da representação feito pelos alunos eles identificaram em cada um deles um elemento relevante para a construção do conceito de volume, como:

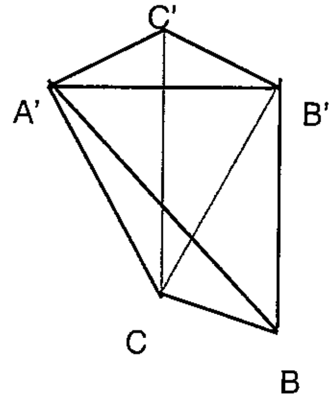
1- a noção de terça parte
2- a visualização de tetraedros equivalentes

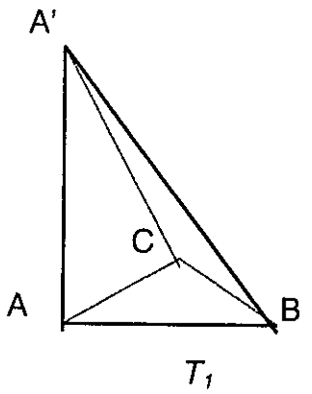
Cabe ressaltar a importância da decomposição livre do prisma da atividade 2 como elemento auxiliar para a construção do referido conceito.

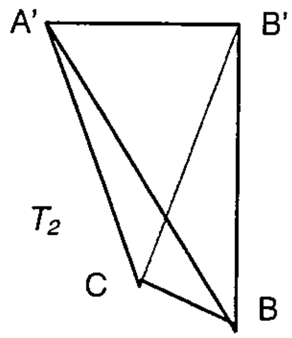
Como abordagem alternativa, o pesquisador propôs uma experiência física de decomposição de um prisma triangular de sabão, cortando-o de maneira adequada e obtendo assim os tetraedros. Experimentalmente, submergindo cada um dos sólidos num recipiente com água, verifica-se o nível do líquido deslocado, de modo que, usando a propriedade da impenetrabilidade dos corpos, constata-se, indiretamente, que os três tetraedros têm o mesmo volume.

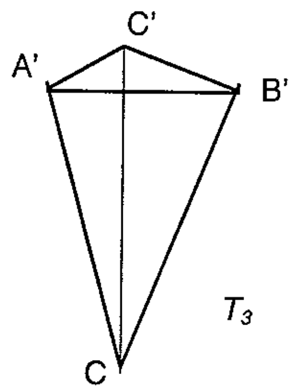
O desenvolvimento consistiu em decompor a barra de sabão em dois prismas triangulares e a partir de um deles, fazendo as secções, obtiveram-se os tetraedros.




Em seguida:
*a ) Ponha água no recipiente sem encher e meça o nível da água;*
*b ) Mergulhe o tetraedro $T_1$ e meça o nível de água, anotando a variação do mesmo;*
*c ) Retire o tetraedro $T_1$ e observe o nível da água, completando ( se for necessário) para que fique no nível inicial;*
*d ) Mergulhe o tetraedro $T_2$ e repita a operação feita para o tetraedro $T_1$ ;*
*e ) Faça o mesmo para o tetraedro $T_3$ ;*
*f ) Compare as variações do nível da água. O que você observou?*

Nesta atividade, além de realizarem a experiência, os alunos foram estimulados a fazerem a representação dos tetraedros no plano, numa tentativa de que eles expressassem pelo desenho as imagens dos sólidos que tinham acabado de obter.

Foi impressionante a participação dos alunos durante a atividade que utilizava a experiência física, em relação às atividades nas quais eles trabalhavam com experiências imaginadas. Houve, nas atividades experimentais, maior envolvimento dos alunos nas discussões em grupo; eles debateram e se empenharam em responder as questões de forma mais prazerosa. Está implícita a importância da discussão e da reflexão na resolução das atividades.

Embora as atividades fossem feitas em grupos, cada aluno respondeu, individualmente, às questões propostas, entregando ao final da aula a ficha individual ao professor, que as levava para corrigir, devolvendo-as no início da aula seguinte para fazer os comentários das respostas de cada um. O objetivo era que cada aluno fizesse um relato oral e escrito das atividades, descrevendo as fases do experimento, visando trabalhar a oralidade e a escrita, acompanhado de uma ficha para os registros.

O professor sempre reservava algum tempo da aula seguinte àquelas nas quais se desenvolviam as experiências para comentar as respostas dadas pelos alunos às questões propostas e fazia alguns ajustes na construção do conhecimento que se tinha como objetivo, visando promover o desenvolvimento de todos, na tentativa de facilitar o desempenho dos alunos nas atividades subseqüentes. Estes foram os únicos momentos de intervenção a que o professor se permitiu.

Assim, intervenções do professor tinham como objetivo promover o avanço dos alunos e o progresso na construção do conhecimento, desempenhando o papel de intervir na zona de desenvolvimento proximal dos alunos, provocando os avanços que não ocorreriam espontaneamente conforme postulado por Vygotsky.

Este procedimento de pesquisa difere daquele em que o pesquisador apenas observa o sujeito sendo justificado nas modalidades de pesquisa-ação, pesquisa-intervenção ou na pesquisa-participante. O pesquisador intervém com o objetivo de desafiar o sujeito, de questionar suas respostas, promovendo o seu desenvolvimento.

A atividade desenvolvida para se obter, experimentalmente, o volume dos tetraedros, por ser realizada em grupo, proporciona uma oportunidade ímpar para que os alunos discutam e reflitam sobre os diversos conceitos geométricos envolvidos como, por exemplo, o fato de que "três pontos distintos e não-colineares determinam um único plano que passa por eles", o qual garante que as secções indicadas na experiência sejam possíveis, planas e únicas. Além disso, uma experiência em grupo promove a socialização, integrando os alunos entre si, e estes com o professor, rompendo com as aulas expositivas onde só o professor fala e faz, pois dando voz aos alunos eles serão os porta-vozes de seu conhecimento e de suas emoções.

Quanto à opção por uma abordagem de ensino-aprendizagem que utiliza a experiência física, justifica-se porque, por este tipo de experiência, aquilo que se está descobrindo, adquire um caráter evidente, como uma verdade experimental valiosa, que não é percebida de forma direta pelo aluno quando o tratamento lógico é posto em prática, ou seja quando se trabalha apenas com o raciocínio lógico. É necessário não ignorar o valor da intuição como indicador dos caminhos a serem seguidos pelas mentes criadoras dos cientistas. Afinal, nenhum conhecimento é construído de maneira pronta e acabada, sem passar pelas fases indicativas de que esta ou aquela rota deve ser seguida.

Esta proposta tem como pano de fundo a intenção de que, tanto quanto possível, se abra mão do formalismo exacerbado, do procedimento puramente dedutivo ( e não do rigor ) para facilitar a compreensão da construção dos conceitos pelos alunos, fazendo-os chegar, posteriormente, ao pensamento formal e levando, conseqüentemente, à compreensão e interpretação do Princípio de Cavalieri. É necessário romper com os paradigmas de que o raciocínio visual e a abordagem experimental sejam "parentes pobres" do raciocínio matemático. Com efeito, pois, segundo Saraiva (1992), o primeiro "desempenha um papel muito importante no trabalho diário dos matemáticos" e a segunda "é um enorme potencial para gerar significado na aprendizagem Matemática." ( pág. 3).

A demonstração de um teorema deve ser precedida pela crença naquele fato, e para isto é preciso que o aluno, seguindo a estratégia da experimentação, seja levado pela intuição desde a percepção, passando pela representação mental e, finalmente, chegue à representação externa, formal.

Referências bibliográficas:

- EVES, Howard. Introdução à História da Matemática. Campinas, SP, Ed. da UNICAMP, 1995.

- SARAIVA , Manuel F. da Silva. Raciocínio visual: Parente pobre do raciocínio matemático? Revista Educação em Revista, nº. 21, 1º. Trimestre de 1992, Lisboa.

- VYGOTSKY, Lev Semenovich. Pensamento e linguagem. Trad. de Jeferson Luiz Camargo. São Paulo, SP. Martins Fontes Ltda., 1995.

- ___, A formação social da mente. Trad. de José Cipolla Neto e outros. São Paulo, SP, Martins fontes Ltda., 1994.

# A VISUALIZAÇÃO NO ENSINO DA GEOMETRIA ESPACIAL

Vera Lucia Lopes Medalha[1]
Estela K. Fainguelernt[2]
Monica R. de Castro[2]
Univ. Santa Úrsula/RJ

A Geometria é fonte de desenvolvimento do raciocínio espacial e lógico, de criatividade e tem o poder de despertar no aluno o gosto pela Matemática. Por isso, é sempre necessário que sua apresentação seja feita de maneira prazerosa, fundamentada em construções geométricas, em observações e no manuseio dos sólidos envolvidos.

O processo de construção dos objetos matemáticos é de fundamental importância para a compreensão da dificuldade dos alunos com a visualização do espaço tridimensional e sua não valorização acaba por gerar como conseqüências um mau desempenho tanto do professor, que não percebe estas dificuldades, quanto dos alunos que acabam por ter um mau desempenho em Geometria Espacial.

Muitas vezes, quando se fala da descontinuidade no ensino da Matemática, fala-se, na verdade, da difusão das novas conquistas da Matemática para pessoas que talvez desconheçam a relação **Matemática Escolar-Matemática Aplicada-Matemática Quotidiana.** Essa tem sido uma das barreiras do ensino da Matemática. Outra, é a linguagem que deve ser precisa, mas esta precisão só será alcançada partindo-se de um trabalho realizado baseado na argumentação, isto é, do desenvolvimento e enriquecimento da linguagem que o aluno usa, pois cada vez que ele discute sua opinião com os colegas ou professor, ele descobre novas maneiras de se expressar, aumentando assim seu leque de argumentos, conscientizando-se de que qualquer símbolo não adequado numa sentença ou demonstração, por mais simples que seja, pode mudar completamente o sentido do enunciado ou da demonstração.

Estudar Geometria Espacial não pode se resumir simplesmente a contemplar uma figura desenhada e a decorar fórmulas. Faz-se necessário um estudo detalhado dos sólidos geométricos, dos cortes feitos nesses sólidos e das figuras resultantes desses cortes e toda a construção formal que pode ser realizada como conseqüência. Quando o aluno se depara com os conteúdos de Geometria Espacial, tem muita dificuldade em visualizar, perceber e compreender o processo utilizado, daí decorrem algumas <u>dificuldades</u>, tais como: excesso de fórmulas para memorizar, sem significado; grande deficiência na <u>visualização espacial</u>; não percepção em um sólido geométrico de suas características, propriedades e transformações sofridas por ele; reduzida capacidade perceptiva do aluno no que diz respeito à interpretação e à reprodução de uma figura tridimensional no plano, sua construção e ligação com a representação simbólica ou formal da mesma idéia matemática.

Este trabalho busca respostas para as seguintes questões:

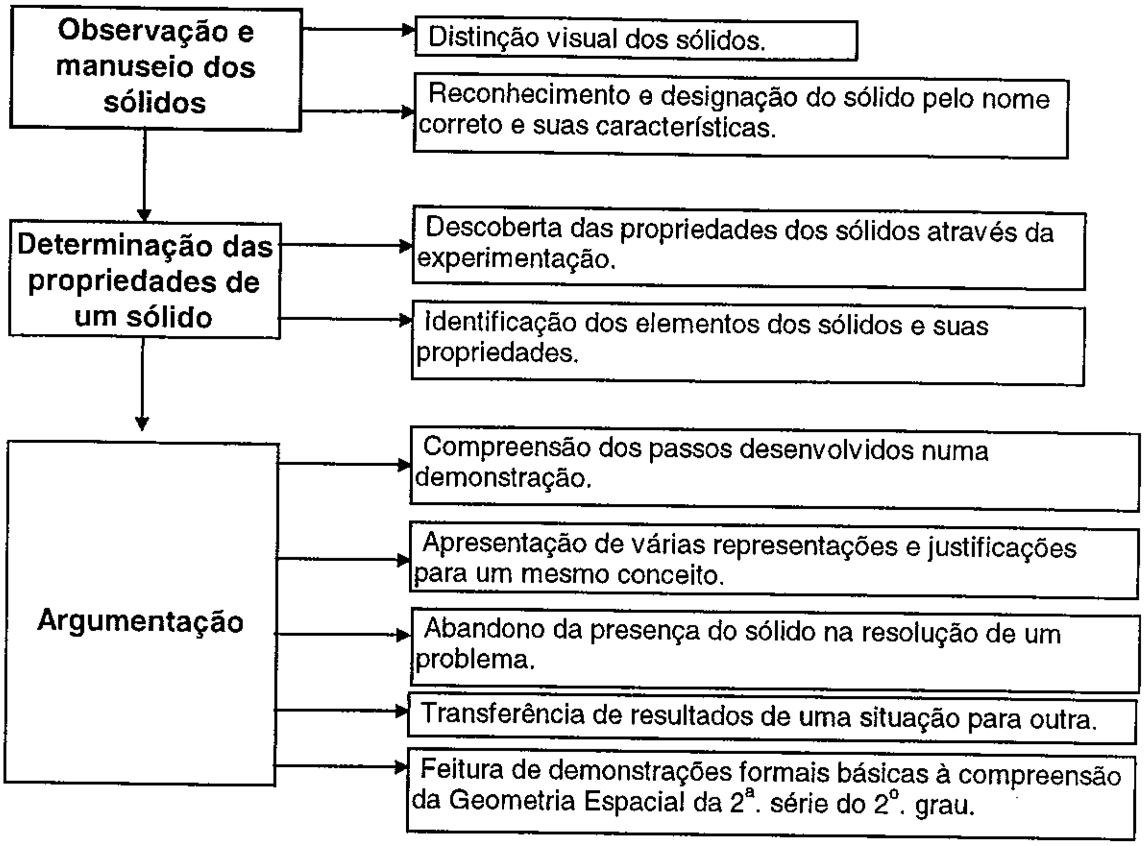
- Quais são as **habilidades básicas** para o desenvolvimento do **pensamento espacial**?
- Quais os **agentes facilitadores** para o desenvolvimento do **pensamento espacial**?
- De que maneira o desenvolvimento da **visualização** e da **percepção** influem na construção da **imagem mental**?

As atividades realizadas, segundo a seqüência mostrada no esquema a seguir, levam em conta habilidades que devem ser desenvolvidas, privilegiando a capacidade dos alunos de observarem os elementos dos sólidos geométricos estudados, identificando suas propriedades, suas características e, argumentando com seu grupo, sua turma, seu professor, qual a melhor maneira de formalizar certos conceitos.

O trabalho dos professores de Matemática e seus alunos no estudo da Geometria Espacial encontra muitos fundamentos no estudo da **Representação**, além dos trabalhos sobre **visualização, imagem mental, intuição** e **percepção.** Estudos sobre **Representação** são um elo entre a simbologia envolvida no estudo da Geometria Espacial e a construção da imagem mental.

[1] Mestre em Educação Matemática pela Universidade Santa Úrsula, RJ, com a dissertação "A visualização no estudo da Geometria Espacial" e professora de 1°. e 2°. Graus do Colégio Pedro II, RJ.

[2] Prof$^{as}$. Dr$^{as}$. Orientadoras da Dissertação "A visualização no estudo da Geometria Espacial", MEM/USU




A **representação**, a **visualização** e a construção de **imagens mentais** estão interligadas. A observação de um objeto matemático e a relação aluno—objeto dá ao aluno impressões primeiras sobre o objeto. A partir dessas impressões, ele constrói as **imagens mentais** do objeto em estudo, que, quando organizadas e aplicadas a diferentes contextos, dão origem à **representação** visual do objeto, concretizando assim, suas características e propriedades. A **visualização** geralmente se relaciona com a representação, com a discussão de fatos observados, com a transformação dos objetos, baseando-se sempre nas informações visuais do objeto recebidas pelo sujeito. No estudo da Geometria, a aprendizagem e a compreensão de determinados conteúdos só ocorre realmente quando o aluno se torna capaz de falar sobre eles, de relacioná-los e de formar para si representações que reflitam a situação em estudo. Em outras palavras, falar da compreensão da Geometria Espacial é falar da capacidade do aluno **visualizar** o problema e construir a **imagem mental**, o que significa também que o aluno seja capaz de, a partir de um conjunto de impressões sobre o objeto matemático em estudo, falar sobre as diversas propriedades e ter representações múltiplas para esse mesmo conteúdo. Através da visualização, o aluno constrói **imagens mentais** do objeto que formarão uma **representação mental** de conceitos e propriedades relativos a esse objeto.

O desenvolvimento da Geometria recorre à **visualização**, à **percepção**, à **intuição** e à **representação** para poder se concretizar, desenvolvendo no indivíduo o pensamento espacial aliado ao **raciocínio visual**.

As atividades trabalhadas visam ao desenvolvimento do raciocínio visual, sua percepção de forma e espaço, objetivando, sobretudo, o aprimoramento da imagem mental construída pelos alunos, assim como:

• desenvolver a visualização espacial dos alunos, favorecendo seu desempenho em Geometria;

• incentivar a construção de sólidos geométricos como parte importante no desenvolvimento visual;

• investigar como os professores interferem na construção do conhecimento da Geometria Espacial feita pelos alunos;

• desenvolver a capacidade de argumentação lógica através da mudança de qualidade das justificações propostas pelos alunos;

• trabalhar com diferentes representações da mesma idéia matemática.

Em geral, o ensino da Geometria Plana parte do trabalho com **Ponto, Reta e Plano**, como sendo **Entes Primitivos**. Se vivemos num mundo tridimensional, os maiores estímulos recebidos por nossos alunos são de figuras espaciais. Logo, torna-se mais concreto para eles começarem a estudar Geometria através da manipulação de sólidos geométricos, montando-os e desmontando-os, identificando e analisando suas características e propriedades, usando os resultados dessa análise para formular justificações baseadas nos conhecimentos adquiridos até então.

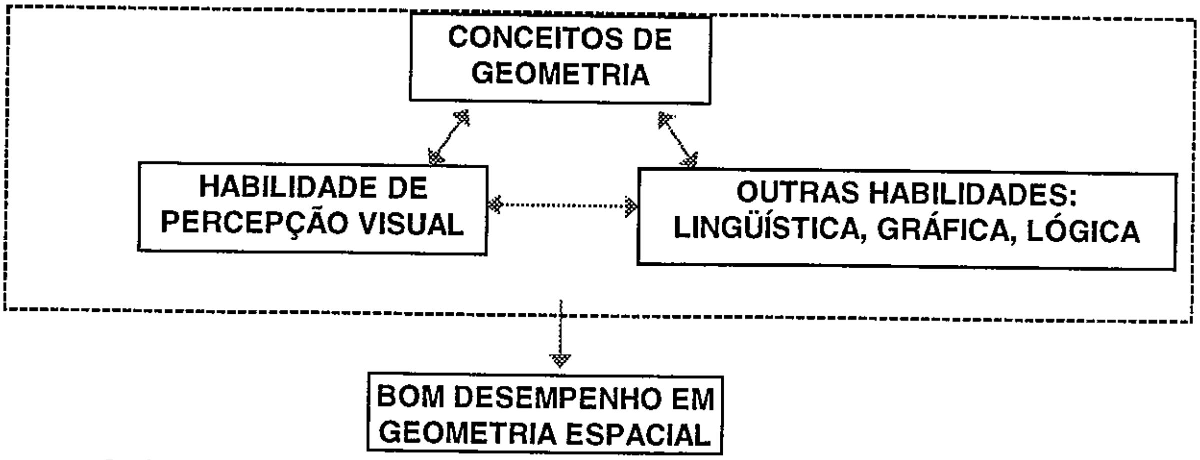
Através de atividades específicas baseadas nas teorias de van Hiele e Alan Hoffer, na visualização e na percepção, pode-se compreender e tentar minimizar as dificuldades encontradas pelos alunos no estudo da Geometria Espacial : grande deficiência na visualização espacial, não percepção em um sólido geométrico dos cortes propostos, da inscrição de outros sólidos, etc.

| NÍVEIS / HABILIDADES | RECONHECIMENTO | ANÁLISE | SÍNTESE | DEDUÇÃO |
|---|---|---|---|---|
| VISUAL | Reconhecer sólidos | Observar a existência das propriedades de um sólido | Reconhecer propriedades comuns de diferentes tipos de sólidos | Transferir propriedades de um sólido para outro |
| LINGÜÍSTICA | Associar o nome correto de um sólido | Descrever as propriedades de uma figura | Definir corretamente os conceitos estudados | Distinguir hipótese e tese em um problema |
| GRÁFICA | Esboçar os elementos principais de uma figura | Construir figuras a partir de propriedades dadas | Construir figuras relacionadas a figuras dadas | Deduzir, de informações dadas, como desenhar ou construir uma certa figura |
| LÓGICA | Compreender a conservação de forma | Classificar figuras | Determinar se uma classe de figuras está contida em outra classe | Desenvolver uma demonstração; estabelecer conseqüências a partir de informações dadas |

Tais atividades devem ser desenvolvidas com a finalidade de buscar caminhos facilitadores do desenvolvimento do pensamento espacial dos alunos, tentando fazer com que eles sugiram as soluções de problemas, não só os propostos em sala de aula, mas do dia-a-dia, facilitando o encadeamento lógico do raciocínio, desenvolvendo a visualização espacial, interpretando, provocando e/ou propondo mudanças, construindo e reconstruindo os objetos matemáticos.

Uma boa maneira de visualizar o espaço tridimensional é construir os objetos que facilitem a compreensão de determinados conceitos que se apresentam em figuras espaciais. Ao construir os objetos, os alunos têm a oportunidade de usar as relações espaciais estudadas, ao mesmo tempo em que desenvolvem a criatividade e aprendem o vocabulário relativo a tais objetos.

Um bom desempenho em Geometria Espacial não depende apenas de conteúdos teórico-matemáticos. Certas estruturas do conhecimento perceptivo visual precisam ser construídas para que sirvam de alicerce para a aprendizagem da Geometria Espacial . A percepção está mais ligada ao reconhecimento e discriminação de estímulos associando-os a experiências anteriores. A visualização, por sua vez, refere-se à habilidade de representar, transformar, gerar e refletir sobre uma informação visual, tornando-se importante para o cálculo de áreas de regiões determinadas por secções planas e volume dos sólidos resultantes de tais cortes.




O desenvolvimento da **visualização** na Matemática envolve outras habilidades que juntas desenvolvem no aluno a capacidade de representar conceitos matemáticos ou propriedades baseadas em informações retiradas de figuras, gráficos ou elementos de um desenho. A **visualização** deve ser trabalhada como raciocínio baseado no uso de imagens mentais, ou seja, a representação mental de um conceito matemático. A **imagem mental** na Geometria Espacial é construída a partir de relações espaciais, de impressões obtidas dos sólidos geométricos e expressada verbalmente por **argumentações** ou graficamente, por desenhos, fazendo uma interação entre as imagens mentais (espaciais) e as não mentais (teóricos ou formais). A construção rica de imagem mental nos possibilita propor um trabalho mais dinâmico e flexível, tornando os alunos capazes de trabalhar as imagens mentais e, manipulando-as durante o curso, resolver problemas teóricos. Mas, essa construção necessita também de operações verbais e conceituais, através das quais o aluno se torna capaz de formalizar determinado conceito para trabalhar com ele no futuro, com ou sem a presença do objeto ou de qualquer outro tipo de representação externa. Ao trabalharmos com a visualização, esperamos proporcionar ao aluno processos de aplicação da imagem mental em seu desenvolvimento matemático, onde ele seja capaz de generalizar uma imagem mental para outras informações recebidas e responder a questões a ele apresentadas.

Observamos, muitas vezes, que os alunos apresentam, em muitos casos, uma dificuldade muito grande em visualizar um problema proposto, pois apresentam ainda uma idéia muito plana da Geometria, não possuindo a noção de espaço. Alguns conseguem encontrar soluções para determinados problemas, pois apresentam uma concepção mais dinâmica de figuras espaciais, tendo em suas definições, a ação de construir, mas seu conhecimento a cerca de Figuras Espaciais ainda é muito restrito e com deficiências, longe daquela onde se apresentam conceitos precisos e consistentes de figuras básicas, essenciais para a boa aprendizagem da Geometria Espacial, longe também da integração proposta por van Hiele e Alan Hoffer.

O **pensamento espacial** se desenvolve se forem dadas aos alunos condições propícias para tal. Tais condições prevêem um trabalho onde algumas **habilidades básicas** sejam desenvolvidas e/ou reforçadas.

O desenvolvimento do pensamento espacial ocorre a partir do desenvolvimento dessas **habilidades básicas.** Devemos, portanto, encadear o nosso trabalho com a Geometria Espacial, usando atividades disparadoras para tal. Essas atividades disparadoras serão os agentes facilitadores do desenvolvimento do pensamento espacial dos alunos. **Agentes facilitadores** e **habilidades básicas** se inter-relacionam e se complementam. Juntos, podem deflagrar nos alunos o processo de construção do **pensamento espacial**, sendo tal construção feita partindo-se de conjecturas e argumentações, questionamentos e investigações. A visualização, junto com as outras três habilidades(**Lingüística, Gráfica e Lógica**), e mais a percepção, dão aos alunos condições de reconhecer e discriminar estímulos no espaço, interpretando-os e associando-os às experiências anteriores, construindo de forma precisa os conceitos relacionados à Geometria Espacial.

Um acompanhamento melhor dos níveis de desenvolvimento do raciocínio junto a um trabalho que desenvolva as habilidades anteriormente citadas e o incentivo à **argumentação**, com alunos questionadores, que explicitem sempre suas idéias, permitirão que detectem problemas e que eles mesmos busquem, juntos, suas soluções, atingindo um grau de abstração mais desenvolvido.

Uma mudança no planejamento curricular de Matemática, nas aulas e nos livros adotados, incentivando o uso de desenhos, figuras, sólidos, construção, manuseio de sólidos geométricos, ou seja, um trabalho partindo do desenvolvimento da **imagem mental**, nos daria chance de estabelecer em nossa turma um ensino de Geometria Espacial mais dinâmico e criativo, onde, a partir da criação e manipulação livre de imagens mentais, os alunos se tornassem capazes de resolver problemas teóricos.

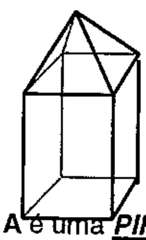
Fica constatado então, que, quando usamos algo mais que quadro, giz e o livro didático, os alunos têm condições de explorar, descobrir e construir os conceitos. Neste processo dá-se muita ênfase à participação dos alunos o que demonstrou que não há *perda de tempo*, muito pelo contrário, o desenvolvimento dos conteúdos de Matemática do planejamento é feito de forma mais rápida.

A construção da **imagem mental** é um elemento básico na **visualização** e não se aplica unicamente à Geometria Espacial. Provavelmente, pode ser aplicado em outras áreas da Matemática, como por exemplo, Probabilidade, Análise Funcional ou Geometria Analítica.

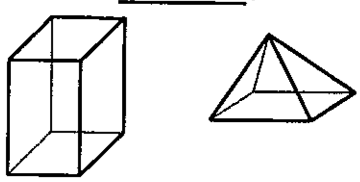
Se acreditamos, realmente, ser o conhecimento matemático construído partindo-se de conjecturas e argumentações, questionamentos e investigações, devemos repensar o processo de ensino-aprendizagem da Matemática, mudando nossas estratégias usadas em sala de aula e a maneira como questionamos nossos alunos. O conhecimento matemático se desenvolve a partir de trabalhos de interpretação, análise e reflexão, envolvendo muitas vezes a sua aplicação na vida dos indivíduos e buscando formas que facilitem sua integração na sociedade.

**Uma parte de uma das atividades propostas: *A PIRAPRIS***

Isto é uma ***PIRAPRIS***.



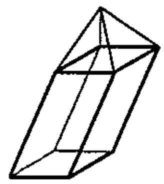
A é uma ***PIRAPRIS***?



( ) SIM
( ) NÃO

**A não é uma PIRAPRIS**

B é uma PIRAPRIS?



( ) SIM
( ) NÃO

Depois de várias atividades, o aluno deveria construir a definição de uma PIRAPRIS.

**BIBLIOGRAFIA**


ALLENDOERFER, Carl B. The dilemma in Geometry. Mathematics Teacher 62(mar./69):165-69.

BISHOP, A. J. What are some obstacles to learning Geometry? In: Studies in Mathematics Education. V. 5. The teaching of Geometry. Robert Morris, UNESCO, 1986: 141-159.

CROWLEY, Mary L. O modelo de van Hiele de desenvolvimento do pensamento geométrico . In: Aprendendo e ensinando Geometria. Mary M. Lindquist e Albert P. Shulte, São Paulo: Atual, 1994, pp: 1 - 20.

DEL GRANDE, John. Percepção espacial e geometria primária. In: Aprendendo e ensinando Geometria. Mary M. Lindquist e Albert P. Shulte, São Paulo: Atual, 1994, pp: 156-167.

HOFFER, Allan R. Geometry is more than proof. Mathematics Teacher 74 (janeiro/81): 11-18

JAIME, Adela. La enseñanza de las isometrías del plano desde la perspectiva del modelo de van Hiele. In: UNO- Revista de Didáctica de las Matematicas, nº1, julho/94: 85- 94.

PRESMEG, Norma C. Visualization in High School Mathematics. For the learning of Mathematics 6 (novembro/86). Canadá: FLM Publishing Association, 42-46.

VAN HIELE, Pierre M. Structure and insight - A theory of Mathematics Education. Academic Press, 1986.

# CONSIDERAÇÕES ACERCA DA DIDÁTICA DE HANS FREUDENTHAL E A FENOMENOLOGIA

ADLAI RALPH DETONI
ORIENTADORA DE DOUTORADO (UNESP-RIO CLARO): Dra. MARIA A V BICUDO
Universidade Federal de Juiz de Fora - UFJF

## 1- Introdução

Dadas as raras publicações que trazem contribuições da Fenomenologia à Educação Matemática, o livro Didactical phenomenology of mathematical structures, do educador matemático holandês Hans Freudenthal, torna-se um objeto de interesse. É certo que o próprio autor desautorize uma filiação sua à corrente dos fenomenólogos, mas sua conhecida ironia talvez tenha se feito presente nesse momento, já que é uma característica do trabalho fenomenológico não se estabelecer como padronização de um método.

Esse trabalho tem-se feito presente na compreensão do fenômeno do humano, seja numa fenomenologia da história, da linguagem ou do corpo. No presente texto, pretende-se observar como a fenomenologia dos conceitos da Matemática pode contribuir para sua didática.

## 2- O agir fenomenológico requer uma re-interpretação do fazer e do ensinar Matemática

Freudenthal sempre abordou criticamente em suas obras a *mudança de perspectiva*. Trata-se do que ele chamou *inversão*, e se refere ao fato de que a Matemática sempre é "publicada" não na forma em que é elaborada após suas descobertas, com resultados geralmente de maior beleza, porém em detrimento das significações originais. Na Matemática é comum definições virarem proposições, e vice-versa; no âmbito da educação, um espaço de publicação, tais inversões são feitas para melhor compreensão de seus objetos, mas, não raro, são antididáticas, quando retiram do aluno a oportunidade de viver o processo de aprendizagem através da história das significações.

Trabalhando numa breve ontologia, Freudenthal diz que os objetos matemáticos são *nooumena*, objetos do pensamento, e, apesar de não precisar sua noção de *nooumeno*, tal como Kant fez com a coisa-em-si, fica claro que os objetos matemáticos são ferramentas elaboradas - historicamente - para serem puras. Mas a Matemática tem uma função que é a organização dos fenômenos do mundo - mundo mental, social e físico - e é a relação entre *nooumeno* e fenômeno que oportuniza e requer, em Freudenthal, uma abordagem fenomenológica. Assim, ele não está preocupado com a gênese dos conceitos, idéias e estruturas matemáticas, mas em **descrever** suas relações com os fenômenos para os quais eles foram criados (a organizá-los). Tais relações, no ambiente didático se tornando elementos do processo de ensino e aprendizagem, é que contribuem para o estabelecimento de uma didática fenomenológica.

Freudenthal lembra que os conceitos são a espinha dorsal de nossa estrutura cognitiva. No entanto, observa que comumente eles não são tratados como objetos de ensino, quando são postos como coisas já performadas. Assim como as crianças, ao conhecerem cadeiras, não o fazem como conceito (c-a-d-e-i-r-a), a relação delas com os primeiros objetos matemáticos, tais como número, figuras geométricas ou seqüência, se faz num desenvolvimento no qual o conceito ocupa a última etapa. Para estudar essa inversão didática, é que Freudenthal parte para uma fenomenologia, uma fenomenologia do conceito, e, para a educação matemática, descreve passos intermediários, em que se constituem os **objetos mentais*** , dentro de **atividades mentais**** .

Freudenthal critica o ensino de Matemática que, no afã de pôr a estrutura conceitual, parte de abstrações e, não raro, aplica os conceitos a situações concretas -"pôr a carroça à frente dos cavalos". Esse mal, presente no racionalismo contemporâneo e na Matemática Moderna, denota total incompreensão do agir e do pensar humano. Daí, sua didática fenomenológica propõe um

* Freudenthal observa que a Matemática é uma ciência cujos objetos não estão dispostos no mundo concreto e cujo pensamento se desenvolve em seguidas sínteses por abstrações; o conceito situa-se no último nível dessas sínteses, quando se apreende a essência do objeto. No caminhar para o conceito, primeiro vêm as construções mentais -os objetos mentais - que começam a elaborar abstrações na percepção intuitiva de invariantes.

**Os objetos dados física e culturalmente no mundo são os que nos predispõem à elaboração matemática, mas as atividades didáticas não necessariamente requerem suas presenças concretas já que pertencem -ou não - à cultura do aluno; o que mais importa são os discursos mentais que se possa fazer sobre eles.

começo não posto por conceitos ou por materiais que concretizam conceitos, e, sim, pela abordagem de fenômenos - presente na vida mental e social dos alunos; a partir deles os meios de organizá-los seriam objetos didáticos.

Freudenthal observa que o *nooumeno*, objeto dessa organização de fenômenos, não tem necessariamente o grau de conceito. Os objetos da geometria, tais como suas figuras, funcionam, efetivamente, antes como objetos mentais que como conceitos. Para o educador holandês, o estudo da precedência dos objetos mentais em relação aos conceitos é muito mais importante para a Educação Matemática que o estudo das fases de representação dos conceitos, numa clara alusão às preocupações piagetianas.

**3- Exemplos de propostas de didáticas fenomenológicas**

Na citada obra, Freudenthal preocupa-se em exemplificar casos de objetos matemáticos construídos numa seqüência fenomenológica. Observemos dois deles.

Tomemos primeiro a idéia de comprimento. O agir fenomenológico de Freudenthal inicialmente localiza vários significados para comprimento, visto como fenômeno de múltiplas aparências mundo cultural. Essa variedade é buscada em aproximações que esse objeto faz com certas grandezas, organizando cognitivamente o tempo e o espaço da experiência humana. Observade que maneira o comprimento se flexibiliza como substantivo ou como adjetivo e sua idéia matemática, não dando conta dessa multiplicidade, a torna símbolo de uma função, especificando sua funcionalidade a objetos compridos: © (cama) = 1,90 m, por exemplo; com esse tratamento, descartam-se os conceitos -matemáticos - "muito comprido", "curto", etc, prendendo-se a sistemas métricos.

Em seguida, Freudenthal ilustra uma seqüência didática para comprimento, denotando como é possível avançar na abstração matemática, aproximando-o a objetos da lógica e associando-o a operações e proporções, sem necessariamente se prender à mensuração -o que reduziria toda a generalidade, em direção ao conceito, à correspondência a um certo objeto real, como seu peso, sua medida linear, etc, encerrando sua múltipla aparência fenomenal.

Um segundo exemplo mostrará como Freudenthal insiste em recusar a função conceitual como primordial à construção de objetos matemáticos, quando observa que o conceito de espaço é dispensável em vários casos e seu uso é resquício do emprego da axiomática euclidiana -que é rica em sua estrutura conceitual, mas pobre em relação a tudo aquilo que se percebe no mundo da vivência, como sons, cores, rugosidades, movimentos, etc. Trabalhar nesse vasto campo fenomenal é viável, se se procede uma delimitação de contexto.

Tal exemplo Freudenthal busca nas caixas. Situa o "mundo das caixas", em vez de tratar de paralelepípedos, justamente para fugir das filiações conceituais desse sólido. O objeto mental "caixa" é a abstração de um objeto material conhecido culturalmente, e da cultura ele já traz consigo noções geométricas como paralelismo e rigidez. A seqüência didática, aqui, busca a constituição dos objetos matemáticos "transformações", tais como translações, rotações e rotações seguidas de dilatação. Permite concluir que o produto de uma rotação e uma dilatação segundo os eixos não é possível nesse contexto, já que tal transformação faz perder a *caixidade.*

Essa seqüência didática, fundada num fenômeno do mundo cultural, Freudenthal contrapõe à abordagem euclidiana, que tem de buscar conceitos puros do *espaço total* e, depois de uma longa volta, chega aos mesmos objetos mentais -o que, historicamente, passa pelo estabelecimento formalizado dos grupos de transformações no século XIX.

**4- Apontamentos para uma aproximação fenomenológica à didática da Matemática**

Sempre lembrando a restrição que ele próprio pôs com relação à fenomenologia, os exemplos vistos mostram que Freudenthal consegue distinções no desenvolvimento didático de idéias matemáticas quando o mundo da vivência -do professor, do aluno - é enfrentado na sua variedade fenomenal e é chamado a doar sentidos a partir de seus materiais culturais.

Seguindo o pensamento de Husserl, os significados dos objetos matemáticos estão sempre, na tradição da ciência matemática, apresentados no seu rigor lógico e em forma conceitual pura, sendo transmitidos por diversos meios de comunicação. Mas os caminhos da compreensão desses significados são muitos e passam pelo sentido produzido na experiência do sujeito. A experiência didática, como nos diz Freudenthal, é igualmente múltipla na diversidade de sentidos que estão presentes para o aluno em suas relações com o mundo escolar. Os espaços e tempos são reelaborados frente a novos materiais físicos, sociais e mentais, como, respectivamente, a arquitetura da sala de aula, as novas linguagens e novas formas de construção intelectual - de que a compreensão matemática é um exemplo. O processo de estruturação em que o aluno se instala para conviver nesse mundo é um movimento simultâneo de subjetividade, intersubjetividade e projeção a uma objetividade, e a riqueza desse movimento na constituição dos objetos matemáticos extrapola o simples conhecimento da tradição lógico-científica.

Trabalhar a construção dos conceitos matemáticos é uma experiência que exercita o conhecimento humano, fenômeno que é mais abrangente que o saber científico. Há um mundo comum para todas as formulações de conhecimento: o mundo-vida, que é o solo já conhecido e familiar, sendo o bastante para o cotidiano da existência. É dele, e de seus horizontes abertos, que o homem tem o material para seus inquéritos. Freudenthal contribui para a didática da Matemática ao mostrar esta ciência encontrando-se com esse mundo já produzido em busca de contextos e primeiros significados para a constituição de seus objetos.

## 5- Referências bibliográficas


BICUDO, M A V. **O mundo-vida e o conhecimento científico**. Unesp: Rio Claro. 1985. (mímeo).

FREUDENTHAL, H. **Didactical phenomenology of mathematical structures**. Reidel Publishing Co.: Dordrecht, Holland. 1983.

HUSSERL, E. **A origem da Geometria**. Trad. Maria A V Bicudo. Instituto de Geociências e Ciências Exatas, UNESP, Rio Claro. 1980. (mímeo).

# EPISTEMOLOGIA: UM PANORAMA DE ALGUNS ENFOQUES

Lígia Arantes Sad (doutoranda)
Romulo Lins (orientador)
UNESP - Rio Claro

**1. Introdução:**

Os trabalhos de pesquisa que envolvem ensino e aprendizagem, freqüentes em Educação Matemática, caracterizam-se fundamentalmente pelas posições adotadas quanto: às questões que estão sendo investigadas, aos métodos de investigação tomados e aos resultados analisados. Para um entendimento e avaliação destas posições é de suma importância que se considere a posição epistemológica do pesquisador como leitor e como autor, uma vez que, é através dela que podemos compreender concepções como: de identificações, de relações, de crenças, de certezas, de justificações, de produção de objetos, de imagens, de sistemas simbólicos, de princípios, de significados, de obstáculos e de limites epistemológicos, de verdade e de erro, para citar algumas dentre as que se destacam nas pesquisas e se relacionam com o ponto básico da Epistemologia - o conhecimento -.

A Epistemologia é, pois, parte integrante do contexto de pesquisa, cabendo a cada um de nós promover uma discussão apropriada para entender o porquê da razão da nossa defesa de certos argumentos e noções epistemológicas em detrimento de outros.

Assim, no intuito de contribuir para alguns esclarecimentos a esse respeito é que propomos destacar um panorama de alguns enfoques dentro da historicidade da Epistemologia, sublinhando nossa posição quanto às suas linhas e a nossa escolha.

**2. Epistemologia: um discurso variado**

Encontramos várias referências bibliográficas a respeito de Epistemologia, e a seguir sintetizamos algumas que parecem descrever mais propriamente alguns de seus veios semânticos.

**2.1 - Em dicionários: léxicos, filosóficos e sociais.**

**(a)** PÂNDU (1985, p.321 e 404), *Dicionário Global da língua Portuguesa*, diz que gnosiologia, também chamada teoria do conhecimento ou epistemologia, é a parte da filosofia que estuda os limites da faculdade humana de conhecimento e os critérios de validade deste. (Do grego: *gnosis + logos , episteme + logos*).

**(b)** MORA (1996, p.216-218), em sua obra, *Dicionário de Filosofia*, considera os termos *gnosiologia, epistemologia* e *teoria do conhecimento* como sinônimos. Diz que durante algum tempo se usou mais gnosiologia, mas que a partir da influência da literatura anglo-saxônica passou-se à preferir o uso do termo epistemologia.

À página 120 ele diz que epistemologia ou teoria do conhecimento é uma 'disciplina filosófica' que trata sobre: descrição ou fenomenologia do conhecimento; possibilidade do conhecimento; fundamentos do conhecimento; formas possíveis do conhecimento.

**(c)** JAPIASSU & MARCONDES (1991,p.82-83), na obra *Dicionário Básico de Filosofia*, iniciam dizendo que *epistemologia* (do grego: *episteme* - ciência, *logos* - teoria) é uma disciplina que tem a ciência como objeto de investigação. E, tem por objetivo estudar os problemas relacionados com o sujeito cognoscente e o objeto conhecido.

Em suas palavras (p.83):

> *"Segundo os países e os usos, o conceito de "epistemologia" serve para designar, seja uma teoria geral do conhecimento (de natureza filosófica), seja estudos mais restritos concernentes à gênese e à estruturação das ciências."*

**(d)** OUTHWAITE et. al. (1996, p.125-129), autores do *Dicionário do Pensamento Social do século XX*, tratam epistemologia como teoria filosófica do conhecimento, que tem como algumas de suas questões: O conhecimento é possível? Em caso positivo, seus objetos são reais ou ideais? Sua fonte é a experiência ou a razão? O conhecimento é unitário?

Falam sobre a sociologia do conhecimento: que investiga as interligações entre as categorias de pensamento, as reinvindicações do conhecimento e a realidade social do pensamento, como uma nova possibilidade que a Filosofia precisa incluir à epistemologia.

**(e)** ABBAGNANO (1996, p.227-228), em sua obra, *Dicionário de Filosofia*, diz que a teoria do conhecimento é denominada por epistemologia e menos freqüentemente por gnosiologia. Em alemão o termo *gnoseologie*, cunhado por Baumgarten, teve pouca aceitação em relação ao termo *erkenntnistheorie*, usado pelo kantiano Reinhold a partir de 1789. Em inglês, praticamente só se usa o termo *epistemology*, introduzido por J.F. Ferrier em 1854. Em francês também se usa comumente o termo *gnoséology* e raramente *epistémologie.* Em todas as línguas não significam uma disciplina filosófica geral, mas nascem de pressupostos específicos a uma linha filosófica.

Por exemplo, este autor cita que, de acordo com a forte corrente idealista, tratada por Berkeley (1685-1753) e Fichte (1762-1814), a Epistemologia tem como tema específico o estudo da realidade das coisas, do "mundo externo"[1], ou seja , o estudo baseado em investigar se a idéia (uma entidade mental que existe "dentro" da consciência) corresponde a uma realidade "externa" ou, caso não seja, se há diferença entre idéias irreais e idéias reais.

Refutando esta corrente idealista, cita a demonstração de Kant (1724-1804) da falta de fundamento do pressuposto de que o conhecimento é "interior" à consciência ou ao sujeito, e que, a consciência ou o sujeito deve portanto sair fora de sí para conhecer o objeto. E, a esse respeito, explica BOCHENSKI (1975, p. 27) que Kant considera a realidade das coisas - o mundo - como "*o resultado de uma síntese operada pelo sujeito transcendental* [2] *a partir da massa informe das sensações*". Sua teoria sobre conhecimento passa a ser circunscrita ao domínio de uma intuição sensível.

Contribui assim, para o surgimento de um outro veio de investigações epistemológicas sobre os procedimentos e a linguagem do conhecimento científico, que se caracteriza nas análises contemporâneas.

### 2.2- Em outras obras científicas

**(1)** Relacionada à essa questão do conhecimento científico, encontramos a obra de BACHELARD (1971) intitulada *A Epistemologia.* Ela é construída tendo por base os desenvolvimentos contemporâneos da história das ciências física e química, reportadas às teorias filosóficas do crescimento do conhecimento científico.

O autor inicia posicionando nosso conhecimento do real como uma noção unificada pela experiência, de dois modos: pela visão dos empiristas na qual a experiência vem da sensação, e pela visão dos idealistas na qual a experiência é uniforme, independente da razão.

Esta crença na experiência, diz ele, é abalada pela ciências físicas e químicas contemporâneas, que trazem novidades de um mundo desconhecido. Invertem-se os papéis, rompe-se com o conhecimento vulgar (comum). A captação imediata do real passa a ser provisória, não confiável, dependente do sentido dado pelas reflexões que vão direcionar os procedimentos.

> *"O conhecimento do real é luz que sempre projeta algumas sombras. Nunca é imediato e pleno. As revelações do real são recorrentes. (...) Diante do real, aquilo que cremos saber com clareza ofusca o que devemos saber."*
>
> (BACHELARD, 1996, p. 17-18)

Observa-se, nesta obra de Bachelard, a noção de conhecimento como algo em evolução, em que um novo conhecimento é obtido em contraposição a um conhecimento anterior. Sendo o conhecimento vulgar (ou comum) desprezado como um obstáculo ao conhecimento científico.

Com esta convicção, percorre o que chama de *Epistemologia da Física* e *Epistemologia da Química.*

Aqui interrompemos para fazer um comentário. Temos (segundo opinião nossa) na obra de Bachelard uma 'ciência' equivalente a conhecimento válido (um gênero científico, superior do saber, em fusão com instrumentalismo e tecnologia), na qual deixa transparecer um mundo científico imparcialmente envolvido com um mundo natural independente, não comprometido com qualquer interação social, ou com formulações contingentes à determinados grupos ou à determinadas demandas sociais.

Ao se pronunciar sobre as condições psicológicas dos progressos das ciências, Bachelard define obstáculos epistemológicos como sendo *causas de estagnação* (de inércia) e mesmo *de*

---

[1] O fato da expressão **mundo externo** e **realidade externa** serem escritas entre aspas (pelo autor), creio que é para chamar a atenção do leitor quanto à filosofia idealista não incluir, neste mundo assim mencionado (representativo das "coisas") e nesta realidade, o lado psíquico humano (o sujeito fisiológico e psicológico, o eu, a consciência). Já que o idealismo adota como ponto de partida o "sujeito" e a "representação do mundo".

[2] O termo ***transcedental*** usado plenamente por Kant (daí sua filosofia ser denominada de transcendental) indica uma possibilidade ou uso a priori do conhecimento, ou seja, uso de algo que está além da experiência, como determinados conceitos e intuições. Assim, o ***sujeito transcendental***, é o criador das relações que formam o que se entende por mundo. (Cf. JAPIASSU, 1991, p. 237, e também BOCHENSKI, 1975, p.27).

*regressão* que aparecem no ato de conhecer e que "*podem ser estudadas no desenvolvimento histórico do pensamento científico*". (BACHELARD, 1971, p.165 e 1996, p.17). Esta definição - obstáculo epistemológico - foi usada como fundamento básico a vários outros trabalhos (como os de G. Brousseau, G. Glaeser, A. Sierpinska e B. Cornu).

Em resumo, Bachelard concebe Epistemologia como um estudo de teorias filosóficas do desenvolvimento crescente do conhecimento científico[3], partindo de uma evolução do *espírito científico.*

**(2)** PIAGET (apud BATTRO, 1978, p.85), no *Dicionário terminológico de Jean Piaget,* define: "(...) *chamaremos 'domínio epistemológico' o das relações entre os conhecimentos e as diferentes formas possíveis de realidades (...)*".

No seu entender a epistemologia é teoria do conhecimento, válida (com normas de validade) e de natureza interdisciplinar. Posto que, em seus estudos e trabalhos coletivos neste domínio, defende teorias e métodos investigativos que envolvem, além da filosofia e da lógica, diversas ciências humanas (como a biologia, psicologia e lingüística). (PIAGET, 1973, p.14)

Sobre a história da epistemologia, diz que pode ser separada em três períodos: epistemologia metacientífica - dos pensadores ocidentais do racionalismo, que incluem estudos de problemas epistemológicos ligados às próprias invenções e indagações de cientistas contemporâneos e também de filósofos em outros campos como a metafísica, ética e estética -; epistemologia paracientífica - de filósofos do século XIX e início do século XX, que aceitam a existência das ciências mas consideram seus resultados sempre limitados, elaborando caracteres supracientíficos (consciência como 'intuição', 'visão do espírito', 'percepção imanente', e outros) para falar em conhecimento -; epistemologia científica - recentemente elaborada por epistemólogos que se limitam aos problemas relativos ao conhecimento científico, uma vez que muitos são cientistas em outras áreas de estudo. (VUYK, 1984, p.44)

Com este último grupo, Piaget concorda que os métodos de verificação são fundamentais para que o trabalho de investigação epistemológica seja considerado científico. Pleiteia uma epistemologia genética.

Na introdução de seu livro *Epistemologia Genética,* diz que essa epistemologia é naturalista mas não positivista ou mesmo idealista, uma vez que dedica-se ao estudo do crescimento dos conhecimentos, dando importância à atividade do sujeito em interação com o objeto.

De acordo com VUYK (1984, p.60), podemos resumir a descrição da Epistemologia Genética em:

> "*A epistemologia genética é uma ciência interdisciplinar que estuda as condições necessárias e suficientes que fazem possível o conhecimento - incluindo o conhecimento animal e o humano (este desde o conhecimento do recém nascido até o científico) -, assim como o desenvolvimento histórico do conhecimento desde um estado de validez inferior a outros de validez superior.*"[4]

**(3)** CHISHOLM (1989, p. vii), em *Theory of Knowledge,* diz que os interesses contemporâneos sobre a natureza do conhecimento pertencem não só à parte da Filosofia chamada de "teoria do conhecimento" ou "epistemologia", mas também ao campo de teoria da informação, inteligência artificial, e ciência cognitiva.

Assim, para ele, o problema do conhecimento extrapola a Epistemologia e também a Filosofia. Todavia, admite a Epistemologia como uma parte da Filosofia:

> *"A teoria do conhecimento, quando considerada como uma parte da Filosofia, centra-se em questões como: "O que podemos conhecer?" Como podemos distinguir as coisas que eu estou justificado em acreditar das coisas que não estou justificado em acreditar?" E como posso decidir se estou mais justificado em acreditar em uma coisa ou em outra?" ". (Op.Cit., p.1)*

---

[3] Com essa preocupação também trabalham epistemologicamente alguns dos filósofos que tratam do método das ciências e compartilham com Bachelard a idéia de que: "*proposições, regras e teorias não devem ser admitidas senão enquanto a utilidade científica das mesmas o justificar*", como F. Gonseth , R. Hainard e H. König. (Cf. BOCHENSKY, p.122 e 265).

[4] Piaget postula o estudo centrado no conhecimento como um processo, e não como um estado Por ***conhecimento como um estado***, ele entende o modo estático com que a epistemologia clássica concebe o conhecimento: como conhecimento já adquirido, um fato. (Cf. VUYK, 1984, p.45)

## 2.3 - Nossas considerações a respeito de epistemologia.

Epistemologia é por nós entendida como sendo o conjunto das teorias de conhecimento.

Das várias concepções de Epistemologia, inclusive das que expomos acima, temos alguns pontos a considerar.

Primeiro, por fazer investigações a partir de temas (como: domínio real ou realidade, sujeito, objeto, princípios que tornam possível o saber, pensamento, conhecimento, e outros) que constam da Filosofia desde seus primórdios, e pelo caráter da Filosofia enquanto ciência reflexiva e crítica, é perfeitamente compreensível que a Epistemologia seja quase sempre considerada uma parte da Filosofia, como podemos observar dentre os autores citados acima.

A base dos questionamentos epistemológicos pode estar em tomar este ou aquele pressuposto e a partir deles produzir significados.

Para Bachelard, por exemplo, notamos que a preocupação centrou-se em desenvolver uma epistemologia da filosofia e história da ciência, usando análises de fatos e dos discursos (inclusive em termos de poder, que sofrem e exercem) sempre aliados às experiências dentro da Física e da Química.

Nos escritos de Piaget, no entanto, podemos notar que a preocupação está em desenvolver garantias e métodos de controle (que faz junto a outras ciências, principalmente a Psicologia e a Lógica[5]), como ele mesmo diz, que amenizem os conflitos de aceitação entre respostas puramente filosóficas e respostas científicas, tendo como pressuposto o ser biológico.

> *"(...) o problema epistemológico tem, portanto, que ser formulado em termos biológicos, o que é indispensável na perspectiva de uma epistemologia genética, pois a psicogênese permanecerá incompreensível enquanto não se remontar até suas raízes orgânicas."* (PIAGET, 1990, p.54)

Chisholm, por sua vez, tendo como pressuposto o conhecimento não-científico, analisa as afirmações, crenças e justificações, de um modo geral, nos discursos possíveis do cotidiano, sem procurar aliar-se a nenhuma outra disciplina de modo específico.

Enquanto que outros, como os sociólogos Outhwaite e Bottomore, têm como pressuposto o conhecimento como parte integrante cultural, dentro de um meio social.

O segundo ponto relevante, que consideramos nas concepções de epistemologia, é o modo de relacionar o sujeito (epistêmico) e um objeto (de conhecimento). Seja qual for a relação entre os dois - do objeto impondo suas propriedades ao sujeito, ou, do sujeito agindo sobre o objeto - ela subtende existências próprias, posição da qual divergimos, consideramos os objetos e as relações que o sujeito possa constituir, constantemente produzidos e, portanto, não existentes a priori.

Piaget, por exemplo, também diverge parcialmente dessa relação onde o sujeito age sobre o objeto, ou o objeto se impõe ao sujeito, pois na sua epistemologia genética Piaget utiliza um movimento interacionista dialético[6] :

> *"A teoria do conhecimento é, sem dúvida, essencialmente, uma teoria da adaptação do pensamento à realidade, mesmo se esta adaptação revela, no final das contas, a existência de uma inextrincável interação entre sujeitos e objetos."*
>
> (PIAGET, 1973, p.30).

---

[5]Segundo PIAGET (1980, p.18) a ***Lógica*** é entendida como *"estudo das condições formais de verdade"*, como uma investigação normativa de validade dedutiva e não de fato ou de experiência. A Epistemologia, tem interesse nas condições do conhecimento válido, condições constitutivas e de acesso.

[6] O ***interacionismo*** é usado na denominação de teorias que utilizam relações de interação ou causalidade recíproca entre elementos que a constituem; por exemplo, a relação corpo e mente, sujeito e objeto, organismo e meio ambiente, ou mesmo, indivíduo e sociedade. Este assunto e outros tipos de interacionismo, podem ser encontrados em OUTHWAITE, BOTTOMORE et.al. (1996, p.393-394).

O termo ***interacionista dialético*** é, em Piaget, devido ao movimento dialético estabelecido entre sujeito e objeto; uma circulação dialética de influências entre as estruturas do objeto (que só é conhecido pelas operações sucessivas que lhe são aplicáveis pelo sujeito, como as de 'assimilação' e 'acomodação') e do sujeito (cujas estruturas se enriquecem à medida que integram as estruturas dos objetos), que juntos engendram novas organizações, permitindo que haja uma 'assimilação' recíproca e não uma 'redução' em sentido único de uma estrutura para a outra. (Cf. PIAGET, 1990, p.108-112).

Ainda em referência a esta relação entre sujeito e objeto, Bachelard nos fala que no século XIX acreditava-se que a ciência era real pelos seus objetos e hipotética pelas relações entre eles, mas que houve uma inversão, os objetos passaram a ser representados por metáforas, a sua organização por realidade. Acontece então uma "*primazia da reflexão sobre a percepção*". Podemos notar nesta e em outras afirmações de Bachelard, além da existência dos objetos, a busca de uma realidade última (realidade metafísica) através da "*evolução dos conhecimentos científicos*". Só essa realidade ele considera objeto do saber.

Terceiro ponto é a questão de se posicionar entre aquisição e produção de conhecimento[7]. Pois, se o sujeito e o objeto são considerados elementos existentes na constituição de uma certa teoria ou modelo, como observamos no segundo ponto destacado acima, o conhecimento se estabelece à medida em que se relacionam sujeito e objeto e, então, conhecimento pode ser visto como algo que se transmite por comunicação, ou seja, o conhecimento é adquirido, o sujeito adquire as propriedades do objeto ou as relações de interação entre eles.

Uma conseqüência imediata é que isso leva a diferenças cruciais em termos das relações de sala de aula: de se poder atribuir aos defeitos da comunicação, os fracassos da aprendizagem. Ou ainda, de pleitear exposições cada vez mais bem elaboradas dos assuntos a serem ensinados (facilitadoras da aquisição dos conhecimentos) como garantia *sine qua non* de ascensão da aprendizagem.

De outro modo está a epistemologia que fala a partir de uma produção de conhecimento, na qual o sujeito ao falar constitui-se e produz seus significados, objetos e conhecimentos. Nesse caso, a aprendizagem está ligada, não à uma transmissão de conhecimentos, mas à produção de significados pelo sujeito das enunciações.

**Bibliografia:**


ABBAGNANO, N. ***Diccionario de Filosofía.*** 13 ed. Traduzido por Alfredo N. Galletti. México: Fondo de CulturaEconómica. 1996. Tradução de: Dizionario di Filosofia.

BACHELARD, G.. ***A Epistemologia.*** Rio de Janeiro: Edições 70. 1971.

_____ ***A formação do espírito científico.*** Traduzido por Estela dos Santos Abreu. Rio de Janeiro: Contraponto. 1996. Tradução de: La formation de l'esprit scientifique: contribution à une psychanalyse de la connaissance.

BALDINO, R.R..***Como integrar disciplinas sob o ponto de vista epistemológico.*** Águas de Lindóia. Mímeo, apresentado no I Encontro Setorial dos Cursos de Graduação da UNESP . 1995.

BATTRO, A.M. ***Dicionário Terminológico de Jean Piaget.*** São Paulo: Livraria Pioneira.1978.

BOCHENSKI, I. M.. ***A Filosifia Contemporânea Ocidental.*** São Paulo: Ed. Pedagógica e Universitária (EPU) e Ed. da Universidade de São Paulo (EDUSP). 1975.

CHISHOLM, R.M. ***Theory of Knowledge.*** 3 ed.New Jersey: Prentice-Hall International. 1989.

JAPIASSU, H. & MARCONDES, D. ***Dicionário Básico de Filosofia.*** 2 ed. Rio de Janeiro: Jorge Zahar. 1991.

LINS, R.C. *Epistemologia, História e Educação Matemática: tornando mais sólidas as bases da pesquisa.* ***Revista da SBEM-SP,*** nº 1. São Paulo. 1993.

MORA, J.F. ***Dicionário de Filosofia.*** 2 ed. São Paulo: Martins Fontes. 1996.

OUTHWAITE, W. , BOTTOMORE, T. et. al.. ***Dicionário do Pensamento Social do século XX.*** rio de Janeiro: Jorge Zahar. 1996. Editoria da versão brasileira: Renato Lessa e Wanderley Guilherme dos Santos.

PÂNDU,P. ***Dicionário Global da Língua Portuguesa.*** Rio de Janeiro: Renovada Livros Culturais. 1985.

PIAGET, J.. ***Psicologia e Epistemologia.*** Rio de Janeiro: Forense. 1973.

_____ ***Epistemologia genética.*** São Paulo: Martins Fontes. 1990.

_____ ***Lógica e Conhecimento Científico,*** v.1 e v. 2. Porto: Livraria Civilização. 1980.

VUYK, R. ***Panorámica y crítica de la epistemología genética de Piaget.*** Madrid: Alianza Edfitorial. 1984.


[7] Referências a este assunto, junto a outros enfoques, são estabelecidos por BALDINO (1995) ao abordar o tema de integração de disciplinas do ponto de vista epistemológico.

# O ENSINO DA MATEMÁTICA NA VISÃO CONSTRUÍDA NO ESTUDO DA INTERROGAÇÃO: O QUE ACONTECE NO ENCONTRO SUJEITO-MATEMÁTICA?

Nome do autor: Verilda Speridião Kluth
Nome do orientador: Maria Aparecida V. Bicudo
UNESP - Rio Claro

Nesta sessão pretendo falar de algumas compreensões sobre Matemática e sobre o Ensino da Matemática que se fazem presentes na dissertação de mestrado intitulada : O que acontece no encontro Sujeito-Matemática?

Essas compreensões quando intersectadas, tecem uma rede que dão suporte a uma forma de trabalho que favorece o encontro Sujeito-Matemática, pois permitem a presença da manifestação do fenômeno Matemática.

As compreensões quando descritas em um trabalho acadêmico, por mais cuidadosos que sejamos, possuem uma aparência teórica e desvinculada de uma prática, mesmo nas dissertações que têem a prática como pano de fundo.

O caminho traçado no decorrer do trabalho fenomenológico vai da ação à reflexão desembocando numa amplitude de visão que pode revelar-se como uma ação que vá além do já conhecido, pois ele tem como propósito o sentido do ser.

Se já nos é difícil o caminho da ação à reflexão, muito mais ainda o caminho da reflexão à ação, por isso o tema reflexão-ação, teoria-prática torna-se um tema tão importante em qualquer visão filosófica.

O caminho da reflexão-ação no âmbito da educação exige o constante cuidado pois temos a presença do outro, do nosso semelhante, daquele que junto conosco constroe o objetivo.

O trabalho fenomenológico em educção não foge a esta regra. Compreendemos que estamos fazendo uma pesquisa, e que como pesquisa fenomenológica tem a característica de ser algo novo.

Em outras palavras, qualquer professor de matemática não pára para pensar o que significa para o aluno, quando ele escreve na lousa algo sobre a Matemática, pois esta é uma prática antiga.

Porém, quando propomos uma metologia que tenha o corpo próprio como sujeito da percepção e o corpo próprio como estrutura objeto-horizonte, estamos conscientes que trazemos uma metodologia diferenciada que embora seja fruto de uma reflexão, exige uma constante presença da busca de seu significado na relação professor-conteúdo-aluno.

Esta é uma atitude que faz com que o método seja "um ser a dois", um constante diálogo.

## NECESSIDADE FILOSÓFICA.............................

## .......................DEMONSTRANDO COM PLATÃO.

Autor: Sylvia Regina Costa Dutra da Silva

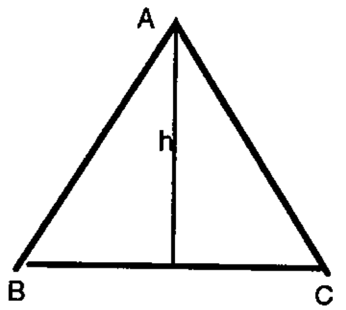
Orientador: Prº Drº Irineu Bicudo

UNESP - Rio Claro

No texto abaixo, tento traçar a trajetória necessária para se pensar uma demonstração segundo a dialética platônica.

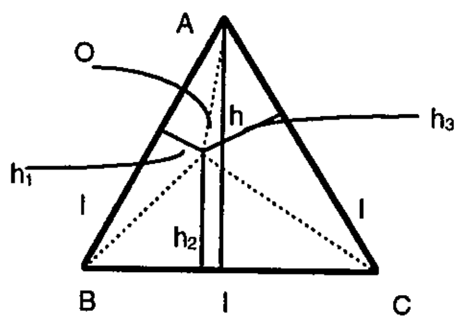
***Hipótese:***

Sejam ABC um triângulo equilátero,




e h a altura relativa a sua base BC.

Tomando qualquer ponto O no interior do triângulo ABC, e a partir desse ponto traçando segmentos unindo este ponto a cada vértice construiríamos




no interior do triângulo ABC, três triângulos AOB, AOC, BOC.

Traçando as alturas destes triângulos relativas as respectivas bases AB, AC e BC, denominando-as $h_1, h_2 e h_3$, teríamos:

***Tese:***

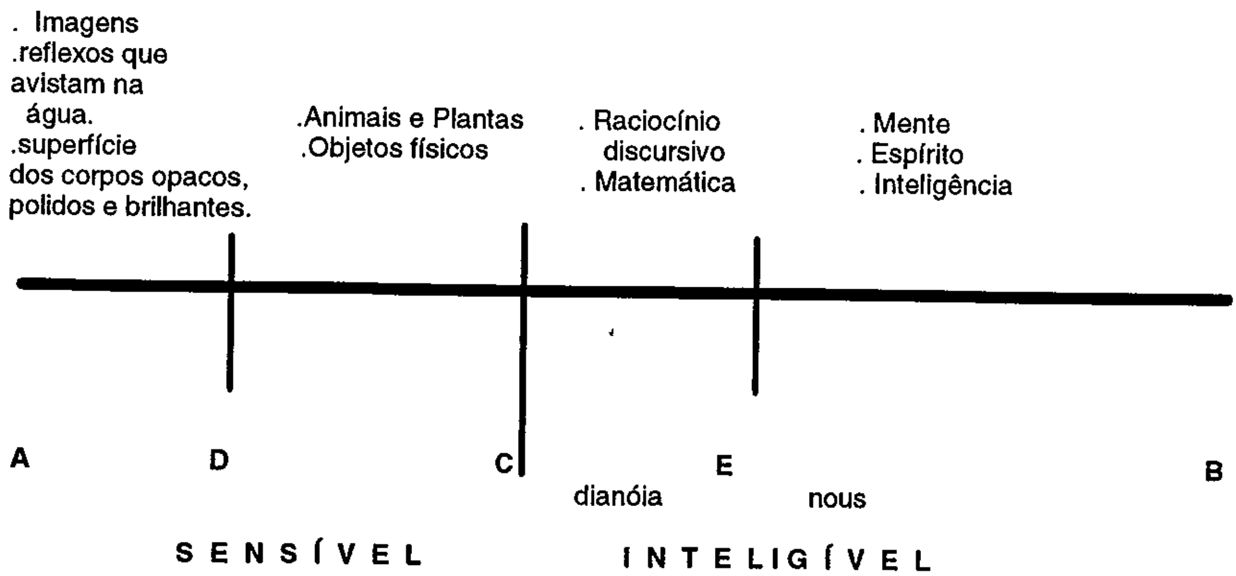
$h_1 + h_2 + h_3 = h$ (altura do triângulo ABC).

Se tomarmos por hipótese a construção acima apresentada, segundo o pensamento dialético de Platão, poderíamos entender a demonstração de $h_1 + h_2 + h_3 = h$.

Sabemos que as Áreas $\frac{lh_1}{2}+\frac{lh_2}{2}+\frac{lh_3}{2}=\frac{lh}{2}$ chegaríamos portanto a tese. Para chegarmos a isso temos que primeiramente procurar aquela característica que faz com que todos os triângulos equiláteros construídos desta forma, sejam iguais. Ou seja, retirarmos das inúmeras possibilidades existentes, o que em todas as possíveis construções as caracteriza.

Neste momento, nós matemáticos, nos encontramos no lugar denominado por Platão em sua Teoria do Conhecimento de Inteligível.

No libro VI, Platão divide uma Linha em segmentos, mantendo sempre uma mesma proporcionalidade entre eles, denominando cada um dos segmento como apresentaremos a seguir.




O texto abaixo é do livro VI de A República 509 c - 511c onde Platão apresenta-nos sua exposição sobre a jornada ao conhecer:

> *"- Toma, pois, uma linha cortada em dois segmentos desiguais, um representando o gênero visível e outro o gênero inteligível, e secciona de novo cada segmento segundo a mesma Proporção, terá então, classificando as divisões obtidas conforme o seu grau relativo de clareza ou de obscuridade, no mundo visível, um primeiro segmento, o das imagens - denomino imagens primeiro as sombras, depois os reflexos que avistamos nas águas, ou à superfície dos corpos opacos, polidos e brilhantes, e todas as representações similares; tu me compreendes?*
>
> *- Mas sim.*
>
> *- Estabelece agora que o segundo segmento corresponde aos objetos representados por tais imagens, quero dizer, os animais que nos circundam, as plantas e todas as obras de arte.*
>
> *- Fica estabelecido.*
>
> *- Consentes também em dizer - perguntei - que, com respeito à verdade e a seu contrário, a divisão foi fita de tal modo que a imagem está para o objeto que ele a reproduz como a opinião está para a ciência?*
>
> *- Consinto na verdade.*
>
> *- Examina, agora, como é preciso dividir o mundo inteligível.*

*- Como?*

*- De tal maneira que para atingir uma de suas partes a alma seja obrigada a servir-se, como de outras tantas imagens, dos originais do mundo visível, procedendo, a partir de hipóteses, não rumo a um princípio, mas a uma conclusão; enquanto, para alcançar a outra, que leva a um princípio na-hipotético, ela deverá, partindo de uma hipótese, e sem o auxílio das imagens utilizadas no primeiro caso, desenvolver sua pesquisa por meio exclusivo das idéias tomadas em si próprias.*

*- Não compreendo inteiramente o que dizes.*

*- Pois bem! Voltamos a isso; compreenderás sem dúvida mais facilmente depois de ouvir o que vou dizer. Sabes, imagino, que os que se aplicam à geometria, à aritmética ou às ciências deste gênero, supõem o par e o ímpar, as figuras, três espécies de ângulos e outras coisas da mesma família, para cada pesquisa diferente; que , tendo admitido estas coisas como se as conhecessem, não se dignam das as razões delas a si próprios ou a outrem, julgando que são claras a todos; que enfim, partindo daí, deduzem o que se segue e acabem atingindo, de maneira conseqüente, o objeto que a sua indagação visava.*

*- Sei perfeitamente disso.*

*- Sabes, portanto, que eles se servem de figuras visíveis e raciocinam sobre elas, pensando, não nestas figuras mesmas, porém nos originais que reproduzem; seus raciocínios versam sobre o quadrado em si e a diagonal em si, não sobre a diagonal que traçam, e assim no restante; das coisas que modelam ou desenham, e que tem suas sombras e reflexos nas águas, servem-se como outras tantas imagens para procurar ver estas coisas em si, que não se vêem de outra forma exceto pelo pensamento.*

*- É verdade.*

*- Eu dizia, em conseqüência, que os objetos deste gênero são do domínio inteligível, mas que, para chegar a conhecê-los, a alma é forçada a recorrer a hipóteses: que não procede então rumo a um princípio, porquanto não pode remontar além de suas hipóteses, mas emprega, como outras tantas imagens, os originais do mundo visível, cujas cópias se encontram na secção inferior, e que, relativamente a estas cópias, são encarados e apreciados como claros e distintos.*

*- Compreendo que o que dizes se aplica à geometria e às artes da mesma família.*

*- Compreende agora que entendo por segunda divisão do mundo inteligível a que a própria razão atinge pelo poder da dialética, formulando hipóteses que ela não considera princípios, mas realmente hipóteses, isto é, pontos de partida e trampolins para elevar-se até o princípio universal que já não pressupõe condição alguma; uma vez apreendido este princípio, ela se apega a todas as conseqüências que dela dependem e desce assim até a conclusão, sem recorrer a nenhum dado sensível, mas tão-somente às idéias, pelas quais procede e às quais chega."*(Platão, A República, 510a -511d)

Podemos constatar que ao esboçar uma linha, dividi-la proporcionalmente segundo o grau de clareza e obscuridade, o filósofo traça as relações que possui cada segmento um com o outro, apresentando assim os graus a serem ultrapassados para se alcançar o conhecimento.

O Inteligível é constituído por duas etapas. Como podemos constatar, nos encontramos no momento de uma demonstração na primeira etapa. O pensamento dianoético.

Foi necessário para alcançarmos esta etapa, sairmos do sensível, lugar onde se encontram todas as possibilidades de verificarmos a construção deste processo.

Faz-se necessário irmos em busca da *Idéia de equilátero*. Esta desprovida de linhas, ângulos, pontos e etc... Somente *Idéia*, forma inteligível do *ser equilátero*. Se não possuímos a Idéia, nós matemáticos não podemos partir uma demonstração.

Ao traçarmos, aquele representante da Idéia, sabemo-lo imperfeito, múltiplo. Os inúmeros triângulos equiláteros estão representados pelo triângulo ABC.

Todo momento no processo de demonstrar é dinâmico pois, nosso pensamento vai e volta, do uno da Idéia à multiplicidade de suas representações.

Aqueles traços que no papel, no quadro negro ou até mesmo em um falar sobre, parecem estáticos, possuem um movimento que vai do sensível ao inteligível e vice versa, incansavelmente caminha tornando possível determinar a veracidade da hipótese apresentada que se justifica inteligivelmente, usando a razão.

Bibliografia:


LAN, Conrado Eggers. **El sol, la línea la caverna.** Argentina: Editorial Universitaria de Bueno Aires: 1975: 144p.

PARAIN, Brice (coord.). **História de la Filosofia: La Filosofia Griega.** 2ª ed. Mexico: Siglo Veintiune Editores: 1972: Vol. II, p.1-173, 347p.

PLATÃO. **A República: Livro VII.** 2ª ed. Brasília: UnB Ed.: 1996: 117p.

———. **A República** Tradução de J. Guinsburg:. 2ª ed. SP: Difusão Européia do Livro: 1973: Vol. I, 238p.

———. **A República** Tradução de J. Guinsburg:. 2ª ed. SP: Difusão Européia do Livro: 1973: Vol. II, 281p.

——— . **A República - Diálogos I.** Tradução de Sampaio Marinho: 3ª ed.: Portugal: Publicações Europa-América: 377p.

———. **A República.** 7ª ed. Lisboa: Fundação Gulbenkian: [s.d.]: 500p.

REALE, Giovanni e Antiseri, Dario. **História da Filosofia: Antigüidade e Idade Média.** 3ª ed. SP: Paulus Ed.: 1990: Vol. I, 693p.: 636p.

REALE, Giovanni. **História da Filosofia Antiga.** SP: Loyola: 1995: Vol. V, 594p.

# ENSAIO HISTÓRICO SOBRE A ESTATÍSTICA NO BRASIL

Mestrando: Antonio Rodolfo Barreto[1]
rientador : Prof. Dr. Sérgio R. Nobre
Instituição : UNESP - Rio Claro

## INTRODUÇÃO

Atualmente constatamos apoditicamente em nosso cotidiano a presença e importância da estatística, este ramo da ciência que, de uma certa forma, tem contribuído ao desenvolvimento de diversas áreas do conhecimento humano, buscando fornecer constantemente informações e dados antecipados com um grau de confiabilidade considerável.

Vislumbramos hoje uma estatística sofisticada e muito bem estruturada que se caracteriza fundamentalmente pelo processo empírico, ou seja, pela coletânea de dados que, manipulados, nos apresentam características de um raciocínio dedutivo. Entretanto, pouco ou quase nada se sabe sobre seu desenvolvimento histórico em âmbito nacional. A dissertação: Uma abordagem histórica da estatística no Brasil, que estamos elaborando, tem como elemento preponderante e norteador da execução do trabalho de pesquisa a busca de esclarecimentos de questões tais como: quais foram os principais personagens nacionais e estrangeiros que estiveram envolvidos no processo evolutivo da estatística no Brasil; quais foram os primeiros cursos a utilizarem os métodos estatísticos e qual a natureza dos trabalhos que desenvolviam; quando e onde foi institucionalizada a pesquisa e o ensino da estatística no Brasil e quais foram os principais fatores sociais e científicos que contribuíram ao seu desenvolvimento.

Com o escopo de obter fundamentação necessária ao esclarecimento das questões peculiares ao trabalho foram realizadas entrevistas com alguns professores que estiveram intimamente ligados ao desenvolvimento da estatística no país, assim como pesquisas em bibliotecas e arquivos de instituições que outrora utilizaram os recursos estatísticos como suporte para determinadas ciências. Alicerçando - nos no material colhido durante o trabalho de campo, observamos que algumas áreas se destacaram quanto à eficaz utilização dos métodos estatísticos, entre elas a medicina, a qual abordaremos em um conciso panorama histórico, relatando o desenvolvimento da estatística a partir desse ramo do conhecimento humano.

### PANORAMA DO DESENVOLVIMENTO DA ESTATÍSTICA A PARTIR DA MEDICINA

Inicialmente temos como escopo prestar reconhecimento ao trabalho desenvolvido pelo professor Dr. Walter Sidney Pereira Leser, natural de São Paulo, nascido no dia 15 de novembro de 1909, que desenvolveu um estudo pioneiro em estatística em nosso país ao dedicar sua tese de doutoramento à investigação dos métodos estatísticos aplicáveis à medicina e à higiene. Consideraremos os fatores predominantes e orientadores dessa dissertação, defendida em 14 de dezembro de 1933 sob o título "Contribuições para o estudo dos métodos estatísticos aplicáveis à medicina e à higiene". Caracterizamos o trabalho como pioneiro após estabelecermos contato e posteriormente termos realizado entrevistas com alguns professores que, de alguma maneira, exerceram uma atuação expressiva para o desenvolvimento da estatística no Brasil. Fundamentando - nós em seus relatos foi possível obter o estudo a que nos referimos em mãos. É importante observarmos que a dissertação do professor Leser é anterior ao livro "Elementos de Estatística Geral", de autoria do professor Milton da Silva Rodrigues, um grande colaborador ao desenvolvimento da estatística no país: ele publicou a primeira edição de seu livro em 1934 pela Companhia Editora Nacional e, segundo nossas pesquisas, conjeturamos ser o primeiro livro brasileiro a versar sobre o assunto. Devemos mencionar também que o trabalho de Leser foi utilizado posteriormente, mais precisamente em 1936, como base à elaboração do livro "Metodologia Estatística", de autoria do próprio Leser e seu amigo Pedro Egydio de Oliveira Carvalho.

O professor Leser nos relata que seu primeiro contato com a estatística, ou seja, a primeira vez em que ouviu falar sobre o assunto, ocorreu quando cursava o quinto ano da faculdade de medicina de São Paulo, durante as aulas da cadeira de higiene, ministradas pelos professores assistentes Drs. Borges Vieira e Mário Mesquita, que tratavam de conceitos tais como: cálculo de médias e desvio padrão.

---
[1] Bolsista da FAPESP

Diante desse primeiro contato, Leser teria se manifestado vivamente atraído pelo assunto; fato que não passou despercebido aos olhos do professor Dr. Geraldo Horácio de Paula Souza, até então catedrático da cadeira de higiene. Segundo nos informa o professor leser, o Dr. Paula Souza teria contemplado a eficiência e a aplicabilidade dos métodos estatísticos quando esteve realizando estudos nos Estados Unidos. Ao retornar, teve como propósito instigar pessoas a iniciarem o desenvolvimento sistemático desse ramo do conhecimento em âmbito nacional, sugerindo oportunamente que o professor Leser dedicasse sua tese de doutoramento ao estudo dos métodos estatísticos nos domínios da higiene e da medicina em geral.

A preocupação do professor Geraldo Horácio de Paula Souza referente ao problema educativo no Brasil aparece explicitamente no prefácio de sua autoria do livro "Metodologia Estatística", onde dentre outras considerações ele destaca que o mais frisante exemplo entre nós da falha educativa nessa área verifica - se relativamente à matemática, que, com raras exceções, é tão mal ensinada que freqüentemente encontram - se pessoas dotadas das mais extraordinárias capacidades intelectuais afirmando sua ignorância e grande aversão à matéria. Enfatiza que, como a estatística firma - se em conhecimentos matemáticos, ela acaba não encontrando o meio conveniente para seu uso plausível. Entretanto, nobilita que o método estatístico e a teoria das probabilidades constituem - se como ferramentas importantíssimas de uso tanto no estudo das ciências como em múltiplas outras questões relativas à nossa variada atividade cotidiana.

Com relação à busca de fundamentação necessária ao desenvolvimento do seu trabalho, o professor Leser nos narra que ela se deu através de um processo árduo, pois o pouco material acessível na época era todo de origem estrangeira e abordava as questões de maneira pouco compreensível para quem não possuísse uma consistente base matemática. Relata também que o intuito de seu trabalho era suprir tanto quanto possível a falta de fundamentação matemática e proporcionar acesso às principais aplicações dos métodos estatísticos à medicina e à higiene, selecionando dentre a grande gama de métodos os que encontram corrente uso, a fim de colocar os interessados em condições de se valerem deles, buscando sempre aplainar as dificuldades que quase sempre a matemática apresenta aos que se dedicam à medicina e à higiene.

A dissertação do professor Leser é dividida em quatro partes, a saber:

- primeira parte : Evolução Histórica
- segunda parte: Teoria dos Atributos
- terceira parte : Teoria das Variáveis
- quarta parte : Teoria das Flutuações de Amostras

No transcorrer dos capítulos ele apresenta um panorama histórico da estatística e trata vários conceitos como: classificação dicotômica; independência e associação; freqüência; intervalos de classe; polígonos de freqüência e histogramas; curvas de freqüência; média aritmética; mediana; moda; média geométrica; média harmônica; desvio padrão; desvio médio; distribuição binomial.

Tempos depois, Leser prestou concurso e tornou - se professor na Escola Paulista de Medicina, onde desenvolveu vários trabalhos. A dissertação do professor Leser despertaria o interesse de seu amigo, professor Pedro Egydio de Oliveira Carvalho, contratado para trabalhar com estatística no Instituto de Higiene e Saúde Pública de São Paulo. Como este poderia contar com dois assistentes e estava preocupado com o embasamento matemático necessário ao desenvolvimento eficaz da estatística, contratou os matemáticos Geraldo Garcia Duarte e Elza Salvatori Berquó, os quais iniciaram seus estudos estatísticos com o professor Pedro Egydio.

O professor Geraldo Garcia Duarte, natural de Santa Rosa do Viterbo, estado de São Paulo, nascido a 26 de maio de 1919, nos relata que seus primeiros anos no Instituto de Higiene e Saúde Pública foram destinados apenas ao estudo de conceitos estatísticos, ocorrendo sua atuação efetiva a partir da década de cinqüenta, quando se transferiu para a Faculdade de Medicina de Ribeirão Preto.

Na Faculdade de Medicina de Ribeirão Preto, fundada em 1952, o professor Geraldo Garcia Duarte ministrou aulas de estatística em 1956 para a primeira turma do curso de medicina; os alunos, estavam cursando o quinto ano. Contudo, a disciplina consta na grade curricular como Higiene e Medicina Preventiva. Já para a quinta turma, a disciplina é oferecida durante o segundo ano e aparece com a designação "estatística" entre parênteses.

A disciplina de Higiene e Medicina Preventiva abarcava os seguintes conteúdos em sua estrutura:

a) Saneamento;
b) Ciências Sociais aplicada à Medicina;
c) Demografia;
d) Metodologia Epidemiológica.

Dentre eles a demografia abordava de forma mais explícita os métodos estatísticos e tinha como propósito familiarizar os alunos com os métodos e técnicas utilizados em coleta e manipulação de dados vitais, bem como sua interpretação e aplicação no campo da saúde.

A partir de 1971, após algumas mudanças na grade curricular, é oferecida também a disciplina de Bioestatística. O intuito era mostrar ao estudante a necessidade de interpretar uma observação como o valor de uma variável aleatória e, assim, sujeita às leis do acaso, necessitando, portanto, de uma interpretação dessas mesmas leis. Tratava de conceitos tais quais: estatística descritiva, com estudo sobre gráficos; medidas de posição e medida de variabilidade; distribuições amostrais; teste de hipóteses, teoria e aplicação; regressão e correlação; análise de variância.

O professor Geraldo Garcia Duarte viveu o desenvolvimento da estatística na Faculdade de Medicina de Ribeirão Preto, sendo seu colaborador. Mesmo após se aposentar em 1982, não deixou de continuar prestando serviços à Universidade.

Dentre os estrangeiros que contribuíram para o desenvolvimento da estatística no Brasil, podemos destacar Wilfred L. Stivens, que havia trabalhado em Rothamsted, Inglaterra, com Ronald A. Fisher e foi contratado em 1947 como professor da Faculdade de Ciências Econômicas e Administrativas da Universidade de São Paulo, tendo desenvolvido vários trabalhos até a sua morte em 1958. Em 1946 e 1947 a cadeira de estatística da Faculdade de Filosofia Ciências e Letras da USP, sob a orientação do professor Milton da Silva Rodrigues, proporcionou um curso de especialização em teoria estatística, amostragem e análise de variância, que contou com a colaboração dos professores Willian G. Madow e sua esposa, Lilian G. Madow, ambos da Universidade de Illinois, Estados Unidos. Esse curso, ministrado em português, ao que tudo indica, foi profícuo, e muito contribuiu para a melhor formação de assistentes, professores e pesquisadores.

Outro estatístico de renome a prestar contribuições ao desenvolvimento da estatística no Brasil foi o professor Jerzy Neymann, diretor do Laboratório de Estatística da Universidade da Califórnia, em Berkeley; ele esteve por um mês na Universidade de São Paulo em 1961, reunindo - se com o grupo que lutava pela criação do Instituto de Estatística da Instituição. Durante a sua permanência em São Paulo, o professor Jeryz Neymann elaborou um relatório intitulado "Organizational outline of the proposed Institute of Statistics at the University of São Paulo", que, apresenta uma proposta pormenorizada para a criação de um Instituto de Estatística.

## Considerações finais

Podemos salientar que um dos fatores instigadores ao desenvolvimento do nosso trabalho é o contraste existente entre a notória presença da estatística em nosso cotidiano e sua desconhecida origem histórica. Entretanto, fundamentados em nossas investigações, podemos expor que a estatística enquanto recenseamento já era desenvolvida há algum tempo em nosso país. Como suporte a alguma ciência ou mesmo corpo de conhecimento sistematizado, ela efetivou - se com maior desenvoltura a partir deste século. Esperamos que este trabalho possa ser proveitoso no sentido de proporcionar ao leitor uma idéia do desenvolvimento de um fragmento histórico da estatística em nosso país.

# "MEMÓRIA DA EDUCAÇÃO MATEMÁTICA: CONTRIBUIÇÃO A UM RESGATE HISTÓRICO DOS CURSOS DE LICENCIATURA EM MATEMÁTICA ATÉ O FINAL DA DÉCADA DE SETENTA NO ANTIGO ESTADO DE MATO GROSSO"

*Prof. Ms. Denizalde Jesiél Rodrigues Pereira*[1]
*Prof. Marion Machado Cunha*[2]
UNEMAT

## Apresentação

A pesquisa que ora apresentamos está sendo realizada como atividade de Pesquisa da Universidade do Estado de Mato Grosso, aprovada pelo Conselho de Ensino, Pesquisa e Extensão. O projeto que a executa foi nomeado por MEMOMAT, "Memória, Paisagem e Cotidiano da Educação Matemática no Antigo Estado de Mato Grosso.

Até a presente data, o MEMOMAT, através de seus pesquisadores, já divulgou a pesquisa no I Encontro de Pesquisa, Extensão e Iniciação Científica (EPEIC) da UNEMAT em Cáceres, MT, maio/98 e no VI Encontro Nacional de Educação Matemática (ENEM) em São Leopoldo, RS, jul/98. O MEMOMAT dispõe de todo apoio de infra-estrutura para a pesquisa, amparado pela Pró-Reitoria de Ensino, Pesquisa e Pós-Graduação e pela Coordenação do Campus de Sinop, com sala própria, telefone, computador ligada à Internet, mesas, armários, ainda diárias e passagens para trabalho de campo e divulgação da pesquisa em encontros científicos. Conta ainda com o auxílio de uma bolsista de iniciação científica, a acadêmica Silvana de Assis, do curso de Pedagogia. O MEMOMAT tem procurado debater aspectos teóricos-metodológicos pertinentes a sua pesquisa através de um *site* organizado na Internet , onde coloca publicamente o projeto integralmente e abre canais de debates através de quatro endereços eletrônicos: 1) memomat@unemat-net.br, canal de interlocução à distância para debater com o público a pesquisa como um todo; 2) edmat@unemat-br, lista de participantes em nível nacional (projeta-se um debate internacional em breve em três línguas, português, inglês, castelhano) com o objetivo de debater questões pertinentes à Educação Matemática enquanto movimento, linha de produção científica, história, epistemologia, filosofia, psicologia, psicanálise, etc....3) histmat@unemat-net.br, lista de participantes de debate sobre historiografia, com destaque para Micro-História (Michel Foucault), História Oral, História da Educação Matemática Brasileira; 4) marxmat@unemat-net.br, lista de participantes de debate sobre marxismo, com destaque para aplicação de alguns conceitos fundamentais na teoria marxista na sala de aula, principalmente a de Matemática. Nosso *site* promove o debate ainda através de uma revista eletrônica, Revista Memomat, que visa divulgar artigos científicos acerca dos aspectos que estamos tratando na pesquisa. Dispomos também de uma página de divulgação da Agenda de Educação Matemática mundial.

A autoria da pesquisa é do Prof. Ms. Denizalde J. R. Pereira; o papel do Prof. Marion M. Cunha é o de assessoria em historiografia.

A pesquisa foi reelaborada e apresentada recentemente como proposta de doutoramento do Prof. Denizalde para o processo seletivo/99, junto ao Programa de Pós-Graduação da Faculdade de Educação da Universidade de Campinas, UNICAMP.

Esta pesquisa desenvolvida pelo MEMOMAT foi acompanhada sua elaboração em forma de projeto inicialmente pelo Prof. Dr. Antonio Carlos Carrera de Souza, professor do Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática da UNESP, Rio Claro, SP.

## Descrição do Problema a ser investigado

A presente Pesquisa pretende identificar qual ou quais propostas didático-pedagógicas protagonizaram a Educação Matemática, tomada aqui como o panorama global, onde o ensino de Matemática se insere, no antigo Estado de Mato Grosso no período citado, e que concepções históricas e epistemológicas embasaram tais escolhas. Por ser esse trabalho pioneiro, naturalmente com o campo investigativo extremamente aberto, considerando ainda a extensão

---

[1] Professor Assist. do Depto. de Matemática da Universidade do Estado de Mato Grosso (UNEMAT), Campus de Sinop, MT, deniz@unemat-net.br. Mestre pelo Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática da UNESP, Campus de Rio Claro, SP.

[2] Professor Auxiliar I do Departamento de Pedagogia da Universidade do Estado de Mato Grosso (UNEMAT), Campus de Sinop, MT, marion@unemat-net.br. Graduado em Licenciatura Plena em História na Faculdade de Filosofia Ciências e Letras "Imaculada Conceição", Santa Maria, RS.

territorial do Estado de Mato Grosso, escolhemos pesquisar o setor formador, isto é, os cursos de Licenciatura em Matemática, por ter este o papel dirigente na formação dos professores que atuam em salas de aula de primeiro e segundo graus. Trabalhos posteriores poderão partir de nossas considerações e resultados para atingir o contexto total do universo em questão.

## Metodologia

O Materialismo Histórico e Dialético (Marx, 1982) tem se tornado uma opção para os autores deste trabalho como forma de ver o mundo sob todos os aspectos. Embora tal método deverá ter um peso mais significativo no momento de análise dos dados coletados, isto é, enquanto *articulação discursiva* (Foucault, 1971), estará implicado naturalmente, enquanto valor *ideológico* (Althusser, 1980) e enquanto *imposição de significados* (Bourdieu, 1975), nos procedimentos empíricos e nas articulações com outras áreas do conhecimento. Claramente falando, dizemos que as variáveis históricas, sociológicas, filosóficas, políticas, econômicas, matemáticas, que surgirão no decorrer da Pesquisa, serão pensadas sob a ótica daquilo que consideramos ser o "Marxismo".

Enquanto metodologia dos aspectos históricos estaremos lançando mão das concepções e técnicas da Historia Nova. Embora saibamos que aí existe uma forte polêmica, inclusive defesas apaixonadas, de que tais correntes, a História Nova e o Marxismo, sejam mutuamente excludentes, estamos pensando como Guy Bois quando diz *"(...) essas duas correntes não podem ignorar-se. Alimentadas, ambas, pela mesma rejeição de uma prática histórica antiquada, elas caminham lado a lado, por vezes misturam indistintamente suas águas, mas rivalizam tanto em ardor como em desconfiança recíproca."* (1990, p.241). Da História Nova, não apenas por preferência, mas antes por honestidade intelectual, temos de reconhecer que estaremos utilizando na Pesquisa conceitos como *memória, paisagem, cotidiano, micro-história*; no nosso caso, memória, paisagem e cotidiano da Educação Matemática no Estado de Mato Grosso.

O **recurso metodológico** de Pesquisa encontrará na Metodologia de "Estudo de Caso", inicialmente segundo concepções de Ludke & André (1986 ), a categoria norteadora e delimitadora do campo investigativo, *"cujo objeto é a unidade que se analisa aprofundadamente"* (Triviños, 1995, p.133).

## Procedimentos

Estamos procedendo a primeira fase da pesquisa, fazendo uma **"revisão bibliográfica"**, objetivando tornar instrumentais alguns conceitos centrais das correntes filosóficas e metodológicas que apresentamos no item anterior. A reflexão teórica está (e prosseguirá) nos potencializando para darmos continuidade à fase investigativa, através de levantamento de documentos e publicações antigas. A investigação sobre os documentos deverá nos remeter a pessoas que protagonizaram a implantação e execução dos cursos de Licenciatura em Matemática.

Uma vez que tenhamos localizado os eleitos protagonistas, partiremos para um levantamento informal de informações sobre os prováveis entrevistados com pessoas que participam do seu cotidiano; esse passo é importante para que as **entrevistas** possam ser bem estruturadas, extraindo daí um aproveitamento otimizado. O passo seguinte será as entrevistas, as quais faremos tudo para criar condições de aceitabilidade em relação aos registros: gravação em fita cassete e vídeo.

Com as entrevistas realizadas e as transcrições feitas (projetadas para ocorrerem em 1998), iniciaremos a fase de **análise e divulgação dos resultados** (projetados para 1999). Na análise procuraremos construir um texto, isto é, produzir *significado*, procurando pôr em relevo, destacar, as concepções, por vezes subjacentes no *discurso*, didático-pedagógicas e epistemológicas que possam ser postas como hegemônicas na implantação e na história da Educação Matemática no local e período citados. Quanto aos fatos, coerente com nossas opções metodológicas e filosóficas, os mesmos serão tomados como elementos importantes, porém subsidiários, na análise. O elemento hegemônico será encontrado na articulação do discurso.

Até o presente momento (set/98), concomitantemente à revisão bibliográfica que vem nos possibilitando articular conceitos fundamentais das correntes que escolhemos, já levantamos dados importantes em publicações antigas, como locais, datas e nomes que têm a ver com o nosso objeto de pesquisa. A trajetória até chegarmos a tais publicações iniciou com levantamentos de informações inicialmente com pessoas próximas; essas informações nos levaram a outras e mais outras; no caminho fomos coletando todo tipo de dado, a fim de mapearmos nossas possíveis fontes documentais escritas e orais. Dessa forma levantamos inicialmente como fontes "férteis", o Arquivo Público do Estado de Mato Grosso, o arquivo do

Departamento de Matemática da Universidade Federal do Mato Grosso, a Pró-Reitoria de Ensino e Graduação da UFMT e o Núcleo de Documentação e Investigação Histórica Regional (NDIHR) da UFMT. Já sabemos quando se deu a criação do primeiro curso de formação de professor de Matemática na UFMT (1966) e a formatura dessa primeira turma (1969). Já temos nomes prováveis a serem convidados para conceder entrevistas e relatarem, a partir de sua memória, a história que viveram, ou seja, parte integrante e fundamental da história da Educação Matemática no Estado. Dessa forma estaremos tentando enriquecer a história para além dos documentos escritos, não os negando, mas recolocando-os agora cotejados com a memória histórica dos protagonistas.

## Bibliografia


**ALTHUSSER, L.** Ideologia e Aparelhos Ideológicos do Estado. 3ª. ed. Lisboa: Presença/Martins Fontes, 1980.

**ARIÈS, P., e DUBY, G.** (ORG.), História da Vida Privada, São Paulo: Companhia das Letras, 1995. (5 vol.).

**BOIS, G.** Marxismo e história nova. In: LE GOFF, J. A História Nova, São Paulo: Martins Fontes, 1990.

**BOURDIEU, P., PASSERON, J.C.** A Reprodução: Elementos para uma teoria do sistema de ensino. Rio de Janeiro: Francisco Alves, 1975.

**CARRERA de SOUZA, A. C.** Matemática e Sociedade: Um Estudo das Categorias do Conhecimento Matemático. Campinas: FE-UNICAMP, 1986. (Dissertação de Mestrado)

**CÓRDOVA, V.** Historias de Vidas: uma metodologia alternativa para Ciencias Sociales. Caracas: Tropykos, 1990.

**FOUCAULT, M.** A Ordem do Discurso. 3. ed. São Paulo: Loyola, 1986. (Leituras Filosóficas)

**HELLER, A.** O Cotidiano e a História, Rio de Janeiro: Paz e Terra, 1989.

**LE GOFF, J.** A História Nova, São Paulo: Martins Fontes, 1990.

__________. História e Memória. 4. ed. Campinas: UNICAMP, 1996. (Repertório)

**LEITE, G.** Um Século de Instrução Pública: História do Ensino Primário em Mato-Grosso

**LUDKE,H.A. & ANDRÉ,M.E.D.A.** A Pesquisa em Educação: Abordagens Qualitativas, São Paulo: Ed. Pedagógica e Universitária, 1986.

**MARCILIO, H.** História do Ensino em Mato Grosso. Cuiabá (MT): Secretaria da Educação, Cultura e Saúde do Estado, 1963.

**MARX, K.H.** O Processo de Produção do Capital. In:____. O Capital: Crítica da Economia Política. 7.ed. São Paulo: Difel, 1982. v.1, Livro 1.

**MIORIN, M.A.** _ Introdução à História da Educação Matemática. São Paulo: Atual, 1998.

**SHAMA, S.** Paisagem e Memória, São Paulo: Companhia das Letras, 1996.

**SIMSON, O.R.M.** (Org.) Os Desafios Contemporâneos da História Oral. Campinas: CMU/UNICAMP, 1997

____. A Contribuição à Critica da Economia Política. 2. ed. São Paulo: Martins Fontes, 1983.

**TRIVIÑOS, A. N. S.** Introdução à Pesquisa em Ciências Sociais: a Pesquisa Qualitativa em Educação. São Paulo: Atlas, 1995.

**PROJETO DE ARITMETIZAÇÃO DA ANÁLISE E O DESENVOLVIMENTO DA LÓGICA: de Leibnz a Frege**

Renata Cristina Geromel Meneghetti
Orientador: Irineu Bicudo
UNESP – Campus de Rio Claro

## INTRODUÇÃO

Pretendemos abordar neste trabalho dois aspectos de grande importância histórica, a saber, o projeto de aritmetização da análise e o desenvolvimento da lógica. Descreveremos, do ponto de vista histórico e de forma sucinta, os progressos alcançados no desenvolvimento deles, num percurso de Leibnz a Frege, enfatizando principalmente as contribuições deste último por meio de suas obras: *Begriffsschrift*, (1879), *Die Grundlagen der Arithmetik* (1884) e *Grundgesetze der Arithmetik* (1903). Essas obras caracterizam o desenvolvimento de seu propósito de reduzir a artimética à lógica, dando novos rumos à Matemática, tanto do ponto de vista da análise como do ponto de vista da lógica.

## O DESENVOLVIMENTO DA ANÁLISE

Após a criação do cálculo por Newton e Leibnz, pode-se dizer que por um longo tempo essa disciplina não teve fundamentação. Cada escritor escolhia o que para ele parecia uma "fundamentação" e construía sua teoria. Este período pode ser caracterizado como um período de experimentação. Surgiam questões do tipo: o que são os infinitésimos. Os infinitésimos foram criticados por muitos matemáticos notáveis, como por exemplo, Bernoulli que postulava: Uma quantidade que cresce e decresce infinitamente pouco, nunca será crescente e nem decrescente". Além disso, os infinitésimos contrariavam o axioma de Arquimedes (a saber: dado duas grandezas quaisquer $a$ e $b$, se $a < b$, então existe um múltiplo de $a$ que supera $b$; no caso dos infinitésimos, dado um infinitésimo $\eta$, como $\eta< 1$, qualquer que seja o múltiplo $r.\eta$ de $\eta$, $r.\eta< 1$). Esse impasse é resolvido com a teoria dos limites criada por Cauchy, que elimina os infinitésimos.

No início do século dezenove, Cauchy colocou o cálculo em uma base essencialmente moderna; Abel, Gauss e Cauchy desenvolveram um tratamento rigoroso para as séries infinitas; mais tarde, neste mesmo século, Weierstrass trabalhou na "aritmetização da análise". Weierstrass, libertou a análise do uso da geometria intuitiva nas provas, então prevalecentes na época. Por exemplo, uma abordagem geométrica para funções reais contínuas, levava a acreditar que uma tal função, quando representável por um gráfico suave, certamente seria derivável ao menos em alguns pontos. Weierstrass apresentou um contra exemplo para essa intuição.

Antes de Weierstrass, a introdução de número irracional foi, explicitamente ou implicitamente, geométrica. O ponto de vista de que o número tinha uma base geométrica foi compreendido por Leibniz e seus sucessores. No entanto, uma teoria de números reais geométrica não pode ser sustentada, porque levava a um círculo vicioso: o número real era definido como limite de uma série convergente; contudo, a definição de séries convergentes envolvia uma definição prévia do significado de número real. Neste sentido, segundo Jourdain(1955), havia um erro lógico nas introduções pré-Weierstrassianas de números irracionais.

Weierstrass, realizou pesquisas sobre os princípios de aritmética muito distante das que tinham sido feitas antes.

Paralelamente ao trabalho de Weierstrass, temos especialmente as contribuições de Dedekind e Cantor. Dedekind apresentou uma fundamentação para os números reais através dos conhecidos "cortes de Dedekind"[1]. Cantor trabalhou na caracterização do tipo de ordem do sistema dos números reais por meio do princípio da separabilidade.[2]

Esses trabalhos iniciais na "aritmetização da análise" convergiam para a noção de número, precisava-se então de uma boa definição de número.

---

[1] Se dividirmos o conjunto de todos os números racionais em dois conjuntos parciais A e B, de modo que ambos contenham no mínimo um número e que cada $a \in$ A seja menor que cada $b \in$B, existirá sempre um e só um número real $\gamma$ que separa os dois conjuntos e para o qual se verifica $a<\gamma<b$. Este é o corte de Dedekind, que dá origem ao número $\gamma$. Em toda parte onde quer que cortamos o conjunto dos números racionais, encontramos os números reais.

[2] Se O é um conjunto simplesmente ordenado, então O é chamado separável se ele tem um subconjunto enumerável S tal que entre cada dois elementos de O existe um elemento de S; e S é chamado conjunto de separação enumerável de O. A existência de um tal conjunto é designada de propriedade de separabilidade de O. No caso dos números reais, o conjunto dos números racionais positivos é o conjunto de separação enumerável de $R^+$ (conjunto dos números reais positivos.

## O DESENVOLVIMENTO DA LÓGICA

Inicialmente, a lógica foi desenvolvida pelos gregos, particularmente por Aristóteles. Na idade média os filósofos escolásticos fizeram pouco uso dos símbolos. Muito freqüentemente os símbolos foram usados como um tipo de taquigrafia.

O desenvolvimento do cálculo simbólico abriu novas perspectivas à lógica. Percebidas as grandes vantagens de se aplicar a álgebra na resolução de problemas, inicia-se a busca por um mecanismo similar para se usar no processo de raciocínio. Assim, em lógica pretendia-se não somente usar símbolos para designar entidades (tais como proposições e classes) com as quais tratamos, mas também utilizar representações simbólicas de relações (tais como $\supset, \in, <$) e regra para operar com elas. Para isso percebeu-se que um maior rigor e perspectivas mais amplas deveriam ser alcançadas. Tais aspectos abriram novos rumos de pesquisas.

Um dos primeiros que tomou esse rumo foi Leibniz. Ele também reconheceu, e talvez sobrejulgou, a vantagem de um sistema de notação adequado. Colocou os princípios de uma lógica simbólica, através de seu projeto de uma linguagem artificial, desprovida de qualquer ambigüidade. Sua idéia de uma característica universal para o cálculo (cálculo 'raciocinador'), foi tão gigantesca, que a tentativa de realizá-la não pôde ir além de simples preliminares. No entanto, o reconhecimento de Leibniz da importância de um bom simbolismo, em particular a instituição do cálculo 'raciocinador', junto com a subsequente propaganda do mesmo, foram fatores inquestionáveis para estimular o logicismo no século dezoito e dezenove.

O que pode propriamente ser chamado uma "fundamentação" para a lógica simbólica foi assentada na Inglaterra, na primeira metade do século dezenove, especialmente por Boole e De Morgan. Pode-se dizer que Boole, De Morgan e Jevon, foram os iniciadores da lógica moderna. No trabalho de Boole obtemos, pela primeira vez, um cálculo de lógica, especialmente um cálculo de conjuntos, completo e com regras de operação, que é propriamente chamado uma álgebra, desde que as quatro operações estão definidas (no entanto não é exatamente o que se chama de álgebra de Boole hoje).

As dificuldades surgiram na interpretação de expressões tais como: $x+1$, $x/y$, $2x$, que eram possíveis somente quando se restringia as variáveis para valores 0 e 1. Restrito a isto o produto final era tanto válido quanto capaz de interpretação.

Uma das principais mudanças, subseqüentemente feita, na álgebra de Boole da lógica, foi a interpretação de Jevon na definição de $x + y$ (adição definida como união de conjuntos). O que permitiu escrever $x+x = x$ e assim eliminar o $2x$ que não tinha interpretação. Para livrar-se de outras fórmulas não -interpretáveis, a divisão foi totalmente eliminada. A inclusão do símbolo $\subset$ foi introduzida por Peirce.

O monumental tratado de Schröder, publicado em 1890, desenvolveu a álgebra de Boole numa forma final satisfatória (álgebra de Boole-Schröder).

No entanto, esse início foi limitado, uma vez que não fez avançar a lógica de Aristóteles. Na lógica de Boole, a escrita exercia um papel mais operacional e ainda era caracterizada pela relação sujeito/ predicado.

## AS CONTRIBUIÇÕES DE FREGE

Por volta do última metade do século dezenove, houve o reconhecimento de que a matemática poderia ser desenvolvida por meio de linhas abstratas ou puras, sem nenhuma referência à realidade material. Contribuiu para um tal desenvolvimento a aceitação do conflito entre as geometrias euclideanas e não euclideanas. Também as idéias de Leibnz e o desenvolvimento subseqüente da lógica por meio de linhas formais devem ter exercido influência. Em adição, tanto Pierce como Schröder começaram a aplicar seus cálculos lógicos à aritmética.

O primeiro trabalho de caráter determinado nesta direção ( fundamentar a matemática na lógica), foi o de Frege. Relembrando, o projeto de "aritmetização da análise" havia culminado na questão do número. Uma vez que ocorrera a aritmetização da análise Frege pretendia reduzir a aritmética à lógica.

O ponto de partida de suas investigações foi uma questão matemática: o conceito de número. No estudo do conceito de número, Frege se confrontou com dificuldades quando tentou dar uma análise lógica à noção de seqüência. A imprecisão e a ambigüidade da linguagem usual levaram-o a utilizar um instrumento mais apropriado, o "*Begriffsschrift*" (1879). Trata-se de uma nova lógica que comporta uma nova teoria de conceito e que conduz a uma nova maneira de analisar proposições.

Para criar sua lógica, Frege substitui a clássica distinção entre sujeito e predicado (vigente desde Aristóteles) pela distinção entre função e argumento. Com essa substituição a unidade lógica deixa de ser o conceito e passa a ser a proposição. Isto significa que toda proposição admite um certo processo de decomposição, por exemplo, a expressão "dois é um número" pode ser decomposta em "dois" e " é um número". A primeira expressão é completa, tem como significado um objeto; a segunda expressão é incompleta tem como significado uma função. O conceito em Frege é a parte insaturada da proposição - o que sobra da proposição quando se substitui nome por variável. No exemplo acima, " x é um número" é o conceito e "2"é um objeto.[3]

O valor da função "x é um número" para o argumento 2 é o valor de verdade, pois preenchendo-se o lugar vazio do nome da função com o nome do argumento obtém-se uma proposição verdadeira. Dizer isso em Frege é o mesmo que dizer que 2 cai sob o conceito "x é um número" e portanto 2 pertence à extensão do conceito "x é um número", uma vez que a extensão é o conjunto de todos os objetos que caem sob o conceito em questão.

Assentadas as bases da nova lógica, Frege dedicou-se à tarefa de mostrar que as leis aritméticas fundamentam-se nas leis lógicas. O núcleo desse trabalho encontra-se em sua teoria de número. O exame dessa teoria vincula-se estreitamente à segunda tese exposta em *Os Fundamentos da Aritmética*. Nesta obra, Frege busca definir o número cardinal com bases puramente lógicas e uma vez que reconheceu conceitos e suas extensões como objetos lógicos, procura de alguma forma associar números a conceitos, mostrando que "o conteúdo de uma afirmação de número é uma asserção sobre um conceito". Assim, para ele dizer que 'n é um número cardinal' significa o mesmo que a expressão 'há um conceito tal que n é o número que lhe convém'.

Após ter definido o número em bases lógicas, Frege se propõe a demonstrar as leis fundamentais da aritmética a partir das leis lógicas. Tal trabalho é completado e aperfeiçoado em sua última obra, acima citada, "As Leis Fundamentais da Aritmética", publicada em 1903.

## CONSIDERAÇÕES FINAIS

Através da lógica desenvolvida por Frege foi possível desenvolver o cálculo de proposições, análise de proposições por meio de funções e argumentos (em lugar de sujeito e predicado) e a teoria da quantificação. Essas foram as contribuições fundamentais de sua obra Begriffsschrift. No cálculo de proposições e classes pré-Fregeana, a lógica era traduzida dentro de fórmulas e estudada por meio de argumentos apoiados na lógica intuitiva. O que Frege fez foi construir a lógica como uma linguagem que não necessita ser suplementada por qualquer razão intuitiva. Assim, ele cuidadosamente descreveu seu sistema em termos puramente formais. Já nas obras "Os Fundamentos da Aritmética" e "As Leis Fundamentais da Aritmética", uma vez que a análise havia sido colocada em bases aritméticas, Frege apresenta uma fundamentação lógica para a Aritmética.

A década seguinte, foi fortemente avançada em lógica, o que permitiu a emersão de dois novos campos matemáticos: a Teoria dos Conjuntos e os Fundamentos da Matemática.

No entanto, no final do século XIX, a Teoria dos Conjuntos foi abalada com o aparecimento dos paradoxos, em particular, o paradoxo de Russell[4] afeta especificamente a teoria de Frege.

Tais conseqüências lógicas foram um choque para muitos matemáticos. Frege (que viveu até 1925), por exemplo, considerou que todo o seu trabalho, baseado na teoria de conjuntos, tinha sido colocado em risco. Muitos matemáticos abandonaram seus trabalho em matemática que dependiam de uma aceitação não qualificada da Teoria dos Conjuntos. Outros, talvez mais corajosos ou mais convencidos da validade última da Teoria dos números cardinais e ordinais, planejaram corrigir os erros aos quais a Matemática havia sido impulsionada. Proeminente entre esses foi Russell, que prosseguiu o método logístico; também Zermello, o qual atacou o problema

---

[3] " As duas partes em que a expressão do cálculo está decomposta, o sinal do argumento e a expressão da função, são heterogêneas: o argumento é um número, um todo completo em si mesmo, o que a função não é. " ( Frege, 1891, pp.36-37, in Vilela, 1986, p. 66).

[4] O paradoxo que Russell apontou na Teoria de Frege, originado a partir do seguinte raciocínio: na teoria de Frege conceito admite extensão. Essa extensão do conceito é um objeto. A extensão do conceito é um objeto do qual posso perguntar se ele cai sob o conceito. Pode-se também perguntar se ele cai sob o conceito que lhe deu origem. Foi isso que originou o paradoxo de Russell, visto que, se admitirmos o conceito $x \notin x$ ; a extensão deste conceito é a classe $y= \{x;\ (x \notin x)\}$, i.e., o conjunto de tudo aquilo que não é membro de si próprio. Desde que y é um objeto, podemos perguntar se ele cai ou não sob o conceito $x \notin x$, i.e., $y \in y$ ou $y \notin y$? Mas, se $y \in y$ chegamos que $y \notin y$ e se $y \notin y$ chegamos que $y \in y$, ambos os casos são contraditórios.

de prover uma teoria livre de contradições tentando fornecer um sistema de axioma que evitasse conjuntos "muito extensos".

## REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS


BOYER, C. B. - "História da Matemática", tradução de Elza F. Gomide, Editora Edgard Blücher Ltda e Editora da Universidade de São Paulo, São Paulo (SP), 1974.

CANTOR, G. " Contributions to the Founding of the Theory of TRANSFINITE NUMBERS", tradução, introdução e notas de Philip. E.B. JOURDAIN, Dover Publications, Inc., New York, 1955.

DEMOPOULOS, W. , Frege's Philosophy of Mathematics, Havard University Press - Cambridge, Massachusetts- London, England, 1995.

FREGE,G.: Begrissffchrift, a formula language, modeled upon that of arithmetic, for pure thought , 1879 In Heijenoort, V.: From Frege to Gödel: A Source Book Mathematical logic 1879-1931, Havard University Press, Cambridge, Maddschutts, 1971, pp. 1-82.

________: Os Fundamentos da Aritmética (1884). Trad. L.H. Santos, Os Pensadores v. 36, São Paulo, Abril, 1983.

________: The Foundations of Arithmetic,(1884). 2a ed. Revised; English translation by J. L. Austin, M.A- Basil Blackwell- Oxford, 1959,238p..

HEIJENOORT, V.: From Frege to Gödel: A Source Book Mathematical logic 1879-1931, Havard University Press, Cambridge, Maddschutts, pp.1-82, 1971.

MENEGHETTI, R.C.G.: Da Lógica de Aristóteles à Lógica Formal: um entendimento da obra "Begriffsschrift"de Frege, in anais V EPEM- Encontro Paulista de Educação matemática, pp. 263-267, São José do rio Preto, 14-17 de janeiro de 1998.

________: História e Filosofia da Matemática em Frege, in anais "Reunião do Grupo Internacional de Estudos sobre as Relações entre História e Pedagogia da Matemática"-26-27 de julho de 1998, Lorena-SP.

RESNIK, M. D. Frege and the Philosophy of Mathematics, Cornell University Press, Ithaca and London, 1980.

SILVA, J., Notas de aulas, disciplina: Filosofia da Matemática- IGCE- pós-graduação em Educação Matemática- UNESP, Rio Claro, 1993.

VILELA, D.V. Análise das críticas de Frege a Cantor: a noção de número e o emprego da abstração nas definições- Dissertação de Mestrado- Universidade Estadual de Campinas, IFCH, Campinas, SP, 1996.

WILDER, R.L.: Introdution to The Foudations of Mathematics- second edition, Wiley International Edition- John Wiley & Sons. Inc. New York- London- Sydney, 1965.

# CONCEPÇÕES DOS PAIS SOBRE O USO DO COMPUTADOR NAS AULAS DE MATEMÁTICA

*Heloisa da Silva*[1]
Orientador: Prof. Dr. *Marcelo de Carvalho Borba*[2]
Unesp - Rio Claro

## I) Introdução

A introdução da informática na educação está em vias de propiciar grandes mudanças no processo de ensino e aprendizagem devido às novas possibilidades oferecidas por essa mídia.

Fey (1988) e Borba (1996) ressaltam que há várias formas para estabelecer ordem no conjunto das idéias motivadas hoje pela tecnologia para a Educação Matemática e enfatizam, como opção, a revisão dos currículos e dos métodos de ensino envolvidos na matemática escolar e a descrição do impacto da tecnologia. Atualmente, há várias sugestões e projetos em desenvolvimento que trabalham com essas questões, entretanto eles enfatizam os aspectos pedagógicos da utilização do computador.

Por outro lado, encontramos também estudos que destacam a influência da família na escola sob vários enfoques. Marafon (1996), por exemplo, estudou essa ação da família na aprendizagem Matemática de crianças de 4ª e 5ª séries do 1º grau. No entanto, não encontramos nenhum trabalho que discuta as concepções da família sobre a introdução dos comutadores nas aulas e mais especificamente nas aulas de Matemática, com exceção do livro de Papert chamado *The Conected Family* (1996).

*The Conected Family* é um livro feito para as pessoas que querem compreender esse novo mundo da informática em que nós, de diferentes gerações, e a nova geração está vivendo. Papert enfoca diretamente aos pais as "formidáveis" mudanças que estão acontecendo ao nosso redor, que *vídeo games* podem ser transformados em algo positivo visando as experiências de aprendizagens. Alerta que muitos *softwares* educacionais estão contrariando os principais princípios de aprendizagem e ensina como é fácil detectar tais *softwares*. E, sobretudo, fala sobre a separação de pais e filhos causada pela "geração digital" e principalmente como os pais devem agir para mudar esta situação, dando vários exemplos e propondo projetos familiares.

Consideramos que o impacto do uso dessa ferramenta na prática diária dos indivíduos, principalmente dentro de uma sala de aula, atinge não somente alunos e professores, como também a sociedade de um modo geral e mais especificamente os pais desses alunos.

Tendo em vista a resistência que existe a essa nova abordagem educacional por parte de muitas pessoas, é necessária a investigação de elementos importantes pertencentes ao cotidiano escolar, os pais, já que por trás de cada aluno existe uma estrutura com valores e objetivos bem determinados.

Baseados em tais premissas e no trabalho desenvolvido por Zanin (1997) em uma escola particular do interior de São Paulo, envolvendo o estudo de conteúdos matemáticos integrados à linguagem de programação LOGO, no qual a pesquisadora averiguou a influência do LOGO na sala de aula e também constatou, mas não de forma investigadora, a influência dos pais em sua prática pedagógica, propusemo-nos a pesquisar quais as concepções dos pais sobre o uso dos computadores na aula de matemática.

## II) Procedimentos

Atualmente estamos desenvolvendo tal estudo junto ao Grupo de Pesquisa "Informática, outras mídias e Educação Matemática" (GPIMEM)[3]. Estão sendo feitas entrevistas com os pais dos alunos da escola em que a Profª. Zanin desenvolveu a sua pesquisa. Dividimos a coleta dos dados em duas partes: um questionário exploratório e a entrevista. O questionário exploratório tem o propósito de coletar informações, que posteriormente, na análise, possibilitará a articulação entre os pressupostos teóricos do estudo, a análise das entrevistas e os dados da realidade do entrevistado. O questionário é constituído das seguintes perguntas:

1) Você tem computador em casa? Para quê?
2) Trabalha com computadores? Que tipo de trabalho?

---

[1] Aluna do Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática da UNESP - Campus de Rio Claro (helsilva@caviar.igce.unesp.br)
[2] Professor do departamento de Matemática da UNESP de Rio Claro (mborba@caviar.igce.unesp.br)
[3] Coordenado pelo Prof. Dr. Marcelo C. Borba (http://www.igce.unesp.br/igce/pgem/gpimem.html)

3) Já teve algum contato com computadores? Onde?
4) Seus filhos usam o computador (mesmo que não seja em sua casa) para alguma atividade extra-classe? Qual(is) atividade(s)?

A entrevista com os pais é do tipo aberta e está baseada nas perguntas: Você tem acompanhado o processo de uso do computador nas aulas de Matemática de seu filho? Qual sua opinião sobre tal uso? Essas entrevistas, gravadas em fitas cassete, estarão sendo feitas até o momento em que se tornarem repetitivas; sendo assim, não temos um número fixo de entrevistados.

Para a realização das primeiras entrevistas participamos de uma reunião de pais e mestres da escola, ocasião em que pedimos telefone e endereço dos mesmos para um contato posterior a fim de podermos efetuar as entrevistas. Até o momento as entrevistas se realizaram na casa de cada pai ou na escola e os resultados têm sido favoráveis, pois eles não se mostraram inibidos em estarem sendo entrevistados.

**III) Uma análise preliminar**

A seguir temos três exemplos onde os pais manifestam suas concepções sobre o uso do computador nas aulas de Matemática.

*"Então hoje é a mesma coisa que você falar assim: ah! Tem que saber a tabuada de cor, tem que fazer continha, sim? Poxa vida, hoje tem tanto meio, tanta maquininha, tanta coisa, não tem mais necessidade de se decorar, você tem que ter o conceito. Fora isso eu acho que é um absurdo, porque você tem com o que dar. E o conceito sendo usado, sendo passado pra criança, esse conceito é que é a base de tudo, né? Porque você tem que saber o conceito da divisão, da multiplicação, da soma, da subtração, o CONCEITO, agora o fazer a conta é mesma coisa que você perguntar, né? Quanto que é 3*97...? Sabe? Pega a maquininha e faz, vai. O importante é você saber o que é essa multiplicação, o conceito dessa multiplicação, né? Como você vai saber como que é, você não precisa decorar mais. Antigamente se usava decorar e se usava tudo isso porque você não tinha, né?... Não é que reduziu a capacidade de pensar, aumentou, porque você vai muito além tendo computador...."*

Podemos notar, através do trecho transcrito, que há consciência da mãe quanto às transformações que devem ocorrer nos conteúdos escolares, caso a introdução das novas tecnologias não sejam feitas apenas como maquilagem.

*"No mundo e na época atual a informática é ponto de partida e indiscutível para a formação de qualquer profissional, independente da área de atuação. A Matemática pela sua origem e aplicação tem que acompanhar esse processo de forma a se atualizar como ou mais que qualquer outra área. Não associar a Matemática à informática é falta de informação e atualização de quem assim entende."*

Percebemos, nessa fala, que a mãe considera propícia a introdução dos computadores no ensino da Matemática e também está bastante preocupada com o futuro profissional do filho, deixando claro que a importância em se utilizar o computador na escola está voltada mais propriamente para a participação dele no mundo atual do que para sua aprendizagem Matemática.

*"... colocar esse programa* (se refere a um software) *no momento certo, depois de trabalhado uma coisa em sala de aula eles foram trabalhar, acho que quando a gente consegue sempre fazer isso, porque às vezes você não consegue programas que se adequem ao ensino, né? Mas a gente consegue criar, às vezes não, quando a gente consegue isso, aí a gente percebe que o trabalho flui porque eles ficam mais tempo trabalhando a mesma coisa <u>sem perceber</u> porque eles estão brincando, eles estão passando de fase, eles estão ganhando lá a continha e vão embora trabalhando, eles gostam muito mais...São trabalhos diferentes, mas acho que ele é uma ferramenta indispensável, quando bem utilizada, eu acho que é aquele comodismo, então eu jogo pra informática e não faço a minha parte, aí eu acho que não dá, né?"* (grifo meu)

Pela fala da mãe, que também é professora, percebemos que ela está de acordo com a utilização da informática no ensino da Matemática, mas com restrições, ou seja, ela é a favor de tal utilização somente após o ensino do conteúdo, com se fosse uma espécie de atividade para fixar o que já foi aprendido, o que significa que o aluno não irá aprender através do computador e sim fixar através do mesmo. Essa metodologia de ensino defendida pela mãe é, segundo Zanin (1997), a adotada pelo tipo de professor "explicador", que segundo a mesma autora ainda se apresenta como eficiente na visão da maioria das pessoas que fazem parte da comunidade escolar. Notamos também que a mãe fica maravilhada com os softwares do tipo pergunta e resposta, que segundo Papert (1996) isto faz parte da nossa cultura que considera as crianças como "máquinas de respostas". O autor alerta que quem tem que ser o agente é a criança e não a máquina, que a criança tem que reter o controle de seu processo intelectual, desenvolvendo seus instintos inatos e levantando suas próprias questões.

Percebemos, através do grifo, que a mãe (professora) fica feliz ao ver que a criança ao brincar com o software está fixando o contúdo sem perceber isto. Papert (1996), ao comentar sobre os maus sofwares em seu livro *The Conected Family,* afirma ficar horrorizado com esse tipo de comentário que insinua às crianças que primeiro vem o estudo, a parte chata, e depois a diversão, que é legal. O mesmo autor considera que com a introdução do computador no ensino talvez seja a hora de acabar com essas insinuações e levar para o aluno a idéia de que estudando eles podem estar se divertindo também.

A análise das entrevistas estão se processando, sendo esses apenas resultados parciais.

## IV) Considerações

Acreditamos que dessa maneira poderemos compreender o que os pais pensam sobre a implementação da informática nas escolas dos seus filhos, em especial nas aulas de matemática. Através dos relatos dos pais, a essência do fenômeno procurado, poderemos estabelecer uma relação de suas concepções com o trabalho do professor.

## V) BIBLIOGRAFIA


BORBA, M.C.: 1996. "A Informática trará mudanças na educação brasileira?" Revista Zetetiké no. 6 do Círculo de Estudos, Memória e Pesquisa em Educação Matemática da Faculdade de Educação da Unicamp, Campinas.

FEY, J.:1991. "Educação matemática - Uma revisão de desenvolvimentos recentes e problemas importantes". Cadernos de Educação e Matemática, n.º 2, org. Ponte, P. GRAFIS, Portugal.

MARAFON, A . C.M.: 1996. *A Influência da Família na Aprendizagem da Matemática.* Dissertação de Mestrado, Universidade Estadual Paulista, Rio Claro, SP.

PAPERT, S. : 1996. *The Conected Family - briding the digital generation gap,* Longestreet Press, Atlanta, Georgia.

ZANIN, A. C.: 1997.*O LOGO na sala de aula de matemática da 6ª série do 1º grau.* Rio Claro (SP): UNESP, Dissertação de Mestrado - Programa de Pós Graduação em Educação Matemática, UNESP.

# O ENSINO DE MATEMÁTICA PARA JOVENS E ADULTOS: PROCURANDO RESGATAR A EXPERIÊNCIA ESCOLAR PRÉVIA DOS ALUNOS QUE RETORNAM À ESCOLA

Maria da Conceição Ferreira Reis Fonseca
Orientadora: Dione Lucchesi de Carvalho
Universidade Estadual de Campinas- UNICAMP

## IDENTIFICAÇÃO DO PROBLEMA E JUSTIFICATIVA:

O trabalho de formação de professores de Matemática, a que me tenho dedicado nos últimos doze anos como professora do Departamento de Métodos e Técnicas de Ensino da Faculdade de Educação-UFMG, supõe o acompanhamento de estagiários (alunos da disciplina Prática de Ensino de Matemática), de monitores (bolsistas dos Programas de Iniciação Científica e do PROLICEN e de Projetos de Extensão Universitária) e de professores do ensino fundamental e médio das rede municipais e estadual que participam de cursos de aperfeiçoamento ou outros projetos promovidos pela Universidade ou com a sua colaboração.

Tenho tido particular interesse e várias oportunidades de atender demandas desta natureza relacionadas com a Educação Básica Escolar de Jovens e Adultos e que me proporcionam acompanhar as aulas de Matemática de algumas turmas de cursos supletivos e de ensino regular para alunos "fora de faixa", cuja clientela é formada quase que exclusivamente por alunos "repetentes". Nessas situações, pude flagrar por diversas oportunidades os estudantes tentando evocar alguns conceitos e, principalmente, regras e procedimentos provavelmente adquiridos em sua passagem anterior pela escola, apostando na possibilidade de que suas lembranças de alguma forma se relacionem com o aprendizado ali proposto, e tenham alguma contribuição a dar para o seu sucesso. Em geral, essas "reminiscências" não são muito mais do que alguns enunciados, pronunciados de forma quase ritual, mesmo que fragmentada, aos quais os alunos dificilmente conseguem atribuir algum significado mais consistente ou costurar os relacionamentos pretendidos, a despeito da insistência em invocá-los em contextos diversificados. Tenho observado que os professores, não raro, interrompem esse processo, ou porque avançam com a aula sem dar tempo às divagações pelos remotos túneis dos conhecimentos abandonados, desfigurados (e, supostamente, perdidos), ou porque aconselham explicitamente seus alunos a abandonarem tais incursões e prestarem a atenção à sua explicação presente (certamente mais segura do que seu passado duvidoso e, provavelmente, traiçoeiro). Apesar disso, os alunos não abandonam suas investidas, ou o fazem apenas temporariamente, o que se percebe pelo retorno a questões, ou a utilização de estratégias, nas quais podemos identificar o recurso a idéias fermentadas nesse processo de resgate de sua experiência escolar anterior.

Essa insistência nos parece sugerir a necessidade de, na escola, dar-se a este procedimento um pouco mais de atenção, na tentativa de compreendê-lo melhor e, quem sabe, descobrir e explorar suas possibilidades educativas (para alunos e professores).

De fato, a experiência e a reflexão sobre ela nos permitem considerar bastante plausível a hipótese de que um resgate intencional das reminiscências da vivência escolar anterior, ainda que a princípio fugazes e confusas, de jovens e adultos que retornam à escola elementar, possa apontar uma alternativa metodológica para o ensino (de Matemática). Nessa perspectiva, torna-se necessária uma investigação mais sistemática a respeito de tais reminiscências, do processo que as desencadeia, do tipo de recordações que são evocadas e que emergem e da forma como o fazem, e das razões pelas quais são essas e não outras as lembranças retidas do aprendizado anterior, para que se possa vislumbrar, conceber, experimentar e analisar uma proposta de ensino que se disponha a provocar e a trabalhar resgatando essas reminiscências e as reintegrando no corpo do conhecimento, que se está tentando construir com os alunos.

A questão que então se coloca para o presente estudo é :

Que reminiscências da escolarização anterior são evocadas numa nova oportunidade de aprendizagem escolar da Matemática Elementar?

Com um mapeamento dessas reminiscências e uma tentativa de caracterização e análise das condições que fazem ser essas as reminiscências ali evocadas e dos papéis que, portanto, se lhes poderiam atribuir, espera-se não só prestar uma contribuição para a busca de alternativas para o ensino de Matemática na Educação Básica de Jovens e Adultos, mas também proceder a um diagnóstico do ensino de Matemática elementar na escola regular, através da análise das reminiscências recorrentes relativas a determinados tópicos, conceitos ou processos ali ensinados, que pode, ao revelar algumas tendências deste ensino, apontar para um melhor aproveitamento de procedimentos que mostrarem maior eficácia ou para um redirecionamento de propostas mais propensas a distorções na consecução de seus objetivos.

**OBJETIVOS**

Esta pesquisa tem como objetivos:

-identificar as reminiscências da experiência escolar anterior que se refiram a conceitos, terminologias ou estratégias adquiridas no aprendizado da Matemática, evocadas pelos alunos jovens e adultos que retornam à escola elementar.

-analisar as condições que propiciam a evocação dessas reminiscências e o(s) papel(is) que os sujeitos lhes atribuem

-discutir as relações que se podem estabelecer entre as reminiscências identificadas e o processo de ensino-aprendizagem aos quais os sujeitos foram submetidos.

**REFERENCIAL TEÓRICO**

Nessa primeira fase da pesquisa, procuramos dialogar com a bibliografia selecionada, organizando nossa reflexão na discussão da natureza das reminiscências da Matemática escolar; do papel da Escola como geradora ou co-autora e também censora dessas lembranças (no conteúdo e na forma); e das possibilidades do resgate dessas reminiscências na constituição do aluno sujeito de seu aprendizado.

Sobre a natureza das reminiscências

SANTO AGOSTINHO dedica o capítulo 12 do livroX de As Confissões à Memória Matemática. Para SANTO AGOSTINHO,

> A memória também contém razões e leis infinitas dos números e dimensões, e nenhuma dessas idéias foi impressa em nós pelos sentidos do corpo, porque não são nem coloridas, nem sonoras, nem têm cheiro, nem gosto, nem são tangíveis.(As Confissões, livro X, capítulo 12)

Permitamo-nos, humildemente, discordar de Santo Agostinho sobre a natureza do conteúdo matemático na memória. Parece-nos ser através dos sentidos que o saber matemático nos chega, ou de intuições alicerçadas na experiência sensível, muitas vezes supra-individual, das pessoas que criam e utilizam a Matemática (cf. NÚÑEZ & outros, 1997). A partir da percepção _ que é sensorial e é quem capta tanto as informações para que se estabeleçam as relações numéricas ou espaciais que comporão o "conteúdo" matemático, quanto os "veículos" deste conteúdo: enunciados, fórmulas, definições, regras de procedimentos, representações gráficas ou que se utilizam de outras analogias (veículos estes que são também conteúdo da matemática)_ é que se fazem elaborações para que se construam ou se apreendam os conceitos e/ou as elaborações deles feitas por outrem e as estratégias para com eles operar e se construírem novos conceitos.

É claro que essa percepção é já "impregnada de lembranças" (BERGSON in Oeuvres citado por BOSI,1995,p.46), mas tais lembranças, por sua vez se compuseram a partir de percepções anteriores ou mais primárias, ou de outras lembranças que tomamos das elaborações das percepções e lembranças dos outros, mas que conservamos porque lhe conferimos nosso próprio tratamento, que pode assemelhar-se mais ou menos ao que outros lhe pretenderam conferir.

HALBWACHS (1990), argumenta que "não são somente os fatos, mas as maneiras de ser e de pensar de outrora que se fixam dentro de sua memória"(p.66). Junto com os conceitos e as estratégias, nossa memória matemática também comporta concepções de matemática e de seu papel na vida individual e social das pessoas, bem como sua valorização na hierarquia dos saberes escolares, quer pelas funções que se lhe atribui como instrumental indispensável numa sociedade regida pela técnica, quer como parâmetro pretensa e pretenciosamente capaz de avaliar capacidades cognitivas dos alunos. As concepções de Matemática que assimilamos vêm ainda impregnadas da filosofia que subsidia sua organização, suas preocupações, seus princípios e os procedimentos eleitos e preteridos na resolução de seus problemas. Tudo isso compõe a memória matemática e emerge quando puxamos o fio desse emaranhado por quaisquer de suas pontas, seja retomando termos ou procedimentos, seja discutindo impressões e (res)sentimentos a ela relacionados.

A escola como geradora, co-autora e censora das reminiscências da Matemática

Parece-nos fundamental considerar ainda que é da combinação dos diversos elementos da existência social "que pode emergir esta forma a que chamamos lembrança, porque a traduzimos em uma linguagem"(HALBWACHS,1990,p.14).

Com efeito, as reminiscências da Matemática (dos alunos jovens e adultos que retornam à escola fundamental depois de por ela terem passado e dela terem sido excluídos) que pretendemos estudar são aquelas nas quais o ensino escolar surge inequivocamente como um dos locutores. Os formatos nos quais essas reminiscências emergem denunciam-no quer pelas construções regidas por verbos impessoais ou imperativos, quer pela utilização de termos de pouca ou nenhuma utilização social fora do contexto escolar, quer pela rigidez ou solenidade excessiva que os alunos lhe emprestam, herança da representação que construíram da escola e, em especial, da Matemática escolar.

Os professores, entretanto, premidos pelos ideais de produtividade que a escola (em particular aquela dedicada à educação de Jovens e Adultos) obrigou-se a abraçar, muito freqüentemente, desprezam e, mais, inibem essas reminiscências e, se não o hábito de evocá-las, ao menos a disposição de manifestá-las, por avaliar como pouco significativo e, no mais das vezes, pernicioso o seu papel na "facilitação" do aprendizado atual. Muitas vezes, justificam-se dizendo que "não é essa Matemática que querem que seus alunos aprendam" mas "uma nova Matemática", mais prática ou mais organizada, ou menos complicada que eles elegeram como melhor para sua clientela.(vejam-se os trabalhos de MARY DOUGLAS, How institutions think (1986) e de ROBERT MERTON que considerava "o esquecimento sistemático como parte integrante da organização da ciência", citados por MIDLETON & EDWARDS, 1990, p.21)

A desconfiança dos professores em relação a tais reminiscências explicam-na ainda por sua "qualidade duvidosa"(são frases soltas, fragmentos de procedimentos, termos desligados de seu significado na Matemática) o que as distancia ainda mais da Matemática ("correta") que se quer ensinar hoje. Sua atenção, no entanto, não deveria preocupar-se tanto com a correção dos termos, conceitos ou procedimentos que são "re-capturados" entre as imagens imprecisas da memória matemática e escolar de seus alunos, e se debruçar sobre as razões pelas quais esses "atores históricos constroem sua recordação de uma certa forma em um momento dado" (MIDLETON & EDWARDS, 1990, p.19)

As reminiscências na constituição do aluno sujeito de seu aprendizado

De fato, a análise dessas reminiscências nos permite compreender um pouco melhor "o ponto de vista cultural e ideológico do grupo em que o sujeito está situado" e que atua de maneira decisiva no tratamento, e mesmo na estilização da matéria-prima da recordação (BOSI,1995,p.64). Se os objetos lembrados (conteúdo e forma) foram forjados no passado escolar do aluno, o ato de os lembrar, que é suscitado pelo presente, revela "o relevo existencial e social do fato recordado para o sujeito que recorda" (p.65), relevo este que ele lhe conferiu no passado ou que julgou que a escola lhe conferia, mas que ele retoma no presente ao se dispor a resgatá-lo e re-inseri-lo no contexto da aprendizagem atual. Essa retomada, como um recordar, é uma "atividade intimamente marcada por um sentido do passado" (RADLEY,1990,p.67) e denuncia um desejo desses alunos de revalorizarem a sua passagem anterior pela escola, a despeito dos resultados pouco animadores que nela tenham logrado. Mas é, sobretudo, "do presente que parte o chamado ao qual a lembrança responde" (BERGSON, in Oeuvres, citado por BOSI,1995,p.48), do presente que lhe oportuniza uma nova situação de aprendizagem e que lhe demanda uma revalorização de si mesmo e de sua relação com esta instituição na qual ele pretende ocupar um espaço que pode parecer-lhe menos estranho na medida em que ele reconhece (e declara reconhecer) alguns de seus personagens, cenários ou seqüências. Por isso, é com os materiais que estão à sua disposição no presente que este aluno constrói as imagens que compõem suas lembranças. Tais lembranças poderiam vir a ser mais do que reminiscência ou evocação, ou seja, o aluno deveria dispor de meios que lhe permitissem não só recordar as coisas, "mas também o que fazer com elas, como relacionar-se com os objetos para que se dê tal ou qual acontecimento" (RADLEY,1990,p.65). Assim, na medida em que são não apenas toleradas, mas incentivadas e valorizadas para que possam emergir de maneira pródiga, as lembranças se oferecem à elaboração intencional de alunos e professores alicerçando e/ou alimentando a (re-) construção do conhecimento matemático escolar.

## PROPOSTA METODOLÓGICA

Os sujeitos e o campo da pesquisa

Pretendemos desenvolver a investigação de reminiscências que alunos adultos resgatam de sua escolarização anterior sobre os conceitos, os símbolos, as idéias, os procedimentos e as relações associados ao estudo da Matemática, tendo como grupo de referência os alunos do primeiro ano do Projeto de Ensino Fundamental de Jovens e Adultos do Centro Pedagógico da UFMG (PEF-CP)

O PEF-CP, é um dos espaços de pesquisa e capacitação de profissionais na área de Educação de Jovens e Adultos que se abre a professores e alunos da UFMG. À Comunidade em geral, ele oferece um curso com duração de 2 anos correspondente às 4 últimas séries do Ensino Fundamental, conferindo a seus alunos a certificação correspondente.

Este Projeto foi assim escolhido como campo para esta pesquisa, respondendo à sua vocação de escola experimental e de aplicação. Neste sentido, torna-se mais fácil transpor as primeiras dificuldades relativas à entrada do pesquisador na instituição, às eventuais necessidades de adaptação de estruturas, tempos e programação para a realização de intervenções requeridas para a coleta de dados e, principalmente, à disponibilização dos sujeitos que, quer coordenadores, quer monitores-professores, quer alunos assumem ali seus papéis conscientes da natureza de atividade de Pesquisa e de Ensino conferida ao PEF-CP

Seleção da amostra:

No mês de dezembro de 1997 foi realizado o processo de seleção para entrada de 50 alunos que participarão do PEF-CP nos 2 anos seguintes. Podem candidatar-se a uma vaga no PEF-CP os maiores de dezoito anos, que não completaram o Ensino Fundamental.

A seleção envolveu três etapas: inscrição de candidatos; prova escrita para identificar os candidatos que estariam aptos a cursarem o nível correspondente à 5a. série do ensino fundamental; entrevistas dos selecionados na prova. A elaboração e a correção da prova, bem como a preparação, a realização e a análise das entrevistas foram coordenadas pela pesquisadora.

Para esta pesquisa, entretanto, selecionamos como sujeitos os alunos que estiveram afastados da escolarização formal por, no mínimo, 5 anos, já que nos interessa investigar as reminiscências armazenadas na memória de longo prazo (LENT, 1997), e não uma avaliação da aprendizagem recente numa experiência escolar "mal-sucedida". Entendimentos com a Coordenação geral do PEF-CP foram travados no sentido de que se observasse tal critério na formação de uma das turmas que abertas em 1998 (Turma 18). A outra turma (Turma 19) é composta por alunos mais jovens e/ou cuja escolarização anterior seja mais recente.

Procedimentos

1) O primeiro passo foi o levantamento de informações sobre os alunos ingressantes no PEF-CP em 1998, tais como idade, sexo, naturalidade, escolarização anterior, há quanto tempo parou de estudar, profissão, formação profissional, emprego atual, e outros indicadores de acesso a bens culturais identificados com a linguagem escolar. Este levantamento foi realizado através de questionários aplicados aos alunos no ato da matrícula/98 e nos primeiros encontros com seus monitores-professores a quem também interessavam as informações que poderiam deles ser extraídas.

2) No início do mês de maio de 1998, estando as aulas no PEF-CP suspensas devido à Greve nas IFES, os alunos da Turma 18 foram convocados para uma reunião, na qual a pesquisadora explicou-lhes os objetivos de sua pesquisa e convidou-os a participar de algumas sessões coletivas para a coleta de dados, que ocorreriam 2 vezes por semana, no horário normal das aulas do PEF-CP, enquanto durasse a Greve.

Um grupo de 12 alunos da Turma 18 atendeu ao convite e passou a reunir-se 2 vezes por semana com a pesquisadora, e três monitoras-professoras da área de Matemática, durante os meses de maio e junho de 1998.

Nesses encontros, foram realizadas dinâmicas nas quais os alunos:

-narraram suscintamente sua experiência escolar tentando indicar os períodos em que cursaram as diversas séries e o tipo de escola que freqüentaram.

-registraram individualmente aquilo que julgavam ser "Matemática"(Atividade: "Encher a folha de matemática")

-discutiram e elaboraram em pequenos grupos o registro de suas impressões sobre qual é o objeto da Matemática, possibilidades, oportunidades e limitações de sua utilização e informações sobre história da produção e do ensino da Matemática. (Atividade: "Elaboração de uma Bula, com todos os itens de uma Bula de Remédio, sendo que o remédio a ser descrito será a Matemática)

-responderam um questionário elaborado a partir da análise dos registros das atividades anteriores e que versava sobre os conteúdos contemplados nas intervenções dos alunos.

-discutiram coletivamente as questões dos questionários.

Todas as sessões foram gravadas em áudio e as fitas já foram transcritas.

3) Serão realizadas observações em sala de aula e registro em áudio e/ou vídeo de algumas aulas de Matemática da Turma 18. Escolhemos para nossa análise as aulas que versarão sobre os números racionais na forma fracionária por ser um tema apontado na sessões com os alunos como típicos do aprendizado da escola e de pouca freqüência na vivência extra-escolar, possibilitando a identificação de reminiscências de origem muito provavelmente escolar. No protocolo das observações procurar-se-á registrar principalmente as emissões verbais que possam ser associadas a conceitos, termos ou procedimentos de aquisição escolar. Serão coletados ainda registros dos alunos em atividades propostas pela monitora-professora e/ou pela pesquisadora sobre o tema.

4) A partir dos dados coletados nas sessões em grupo e nas observações em sala de aula, serão elaborados os roteiros para as entrevistas individuais semi-estruturadas com os sujeitos

selecionados como informantes privilegiados, procurarando esclarecer e aprofundar questões contempladas nos registros ou nos relatos e intervenções orais de cada sujeito.

5) Paralelamente, será feito um levantamento das abordagens da matemática e, em particular do tema (Números racionais na forma fracionária) sugeridas pelos livros didáticos, de didática e propostas curriculares de Matemática adotados (não necessariamente editados) nos últimos 30 anos (Embora possa haver entre os sujeitos, migrantes de outros estados, tomaremos como referência os livros e programas adotados em Minas Gerais).

**ANÁLISE DOS DADOS:**

As emissões verbais dos sujeitos nas aulas de Matemática observadas, bem como seus registros escritos e as respostas às entrevistas serão submetidas a análise de conteúdo(BARDIN,1979). Como unidades de análise selecionaremos os trechos ou procedimentos narrados ou escritos pelos sujeitos que se possam identificar como manifestações de reminiscências de um aprendizado de matemática escolar anterior àquele de que ora participam. Pretende-se empreender uma categorização semântica, inventariando os conceitos, os termos e os procedimentos acessados pelos sujeitos e inferindo do contexto em que foram utilizados o papel e o significado que lhes são atribuídos. Para discussão da relação entre a formulação dos enunciados das reminiscências e sua freqüência e relevância para os sujeitos, procederemos, em seguida, a uma categorização sintática, na qual se fará a contagem de emissões que sugerem procedimentos (iniciadas por verbos), que apresentam terminologia de uso exclusivo ou particular na Matemática (dominadas por nomes próprios), ou que expressam valores associados à representação de Matemática e de ensino de matemática escolar (onde os adjetivos e advérbios têm papel destacado). Para estabelecer a relação entre as reminiscências e processo de ensino-aprendizagem tradicionalmente desenvolvido nas escolas, os textos de livros didáticos, manuais e programas de ensino referentes aos números racionais serão submetidos a uma análise semelhante. Serão, então confrontadas as categorias, sua frequência e significados assumidos em cada oportunidade.

Uma vez que nos interessa ainda o estabelecimento de relações entre o conteúdo das reminiscências, a forma que assumem, a ideologia que as permeia ou permeia o contexto em que emergem e os papéis sociais com os quais os sujeitos se identificam, temo-nos dedicado ao estudo de autores que lidam com a análise do discurso, na perspectiva de dela lançar mão no tratamento de alguns episódios.

**REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS:**


AVILA, Alicia (1995). Um curriculum de matemática para a educação básica de jovens e adultos - dúvidas, reflexão e contribuição. Rio de Janeiro: Jornada de Reflexão e Capacitação sobre Matemática na Educação Básica de Jovens e Adultos -MEC/UNESCO/OREALC , outubro, 1995.

BARDIN, L. (1979). Análise de conteúdo. Lisboa: Setenta.

BOSI, Ecléa. (1995) Memória e sociedade: lembranças de velhos. São Paulo: Cia das Letras.

CARVALHO, Dionne Luchesi de(1995). A interação entre o conhecimento matemático da prática e o escolar. Campinas: Tese de doutorado, Unicamp, Faculdade de Educação.

HALBWACHS, Maurice.(1990). A memória coletiva. São Paulo: Vértice.

KNIJNIK, Gelsa (1993). O saber popular e o saber acadêmico na luta pela terra: uma aboradagem etnomatemática. A Educação Matemática em revista: Etnomatemática, n.1, 2o. sem., 1993.

LENT, Roberto (1997). O jogo da aprendizagem. Presença Pedagógica, v.3, n.15, pp 5-13.

MIDLETON, David & EDWARDS, Derek (org.)(1990). Memoria compartida: la naturaleza social del recuerdo y del olvido. Barcelona: Paydós.

NÚÑEZ, Rafael E., EDWARDS, Laurie D. & MATOS, João Filipe.(1997) Embodided cognition as grounding for situadness and context in mathematics education. Paper submetido ao educational Studies in Mathematics. (mimeo)

RADLEY, Alan. Artefactos, memoria y sentido del passado. In Midleton & Edwards.(1990) Memoria compartida: la naturaleza social del recuerdo y del olvido. Barcelona: Paydós.

SANTO AGOSTINHO (s.d). As Confissões. Rio de janeiro: Tecnoprint/Ediouro.

SOTO, Isabel (1995). Aportes do enfoque fenomenológico das didáticas no ensino da matemática de jovens e adultos. Rio de Janeiro: Jornada de Reflexão e Capacitação sobre Matemática na Educação Básica de Jovens e Adultos -MEC/UNESCO/OREALC.

TEIXEIRA, Mário Tourasse(1986). Notas de aula. (não publicadas) Disciplina: Idéias essenciais da Matemática. Mestrado em Educação Matemática. Rio Claro: IGCE/UNESP,1o semestre, 1986.

# TÍTULO: PROFESSOR OUVINTE - ALUNO SURDO: INFLUÊNCIA DAS MÚLTIPLAS FORMAS DE LINGUAGENS NO PROCESSO ENSINO - APRENDIZAGEMDE MATEMÁTICA

Mestrando: Paulo Roberto do Nascimento
Orientadores: Estela Kaufman Fainguelernt
Monica Rabello de Castro
UNIVERSIDADE SANTA ÚRSULA

Diante da necessidade de novas reflexões sobre as formas mais apropriadas de viabilizar um ensino de qualidade para pessoas surdas, é importante trazer para discussão as principais correntes metodológicas utilizadas em sala de aula, que enfoque não apenas os procedimentos adotados, mas uma análise sobre as vantagens e desvantagens da adequação dos mesmos, tendo em vista as particularidades inerentes a surdos.

Dado a dificuldade que tenho encontrado para ensinar matemática em uma escola para surdos. Tenho interesse em investigar as relações estabelecidas entre a língua dos sinais(considerada natural para o surdo), a língua portuguesa ( língua dos ouvintes) e a linguagem matemática e, a partir daí buscar caminhos que remetam a uma proposta para o ensino de matemática para surdos.

Construção do Problema - Preliminares.

O surdo, prejudicado no processo de recepção, ou sendo privado dele, é atingido em vários aspectos. Mas os de mais relevância são : o pensamento abstrato, o raciocínio, a lógica, a simbolização, o classificar, inferir, comparar e outros. essas dificuldades o afasta de uma realidade totalmente ouvinte.

A partir de 1994 sem uma formação específica fui atuar numa escola para surdos, mesmo sem experiência, percebi que resistem diversos métodos, filosofia e teorias na educação especial de surdos, o que tem sido objeto de muita polêmica entre os educadores. As discussões envolvem propostas **oralistas, bilingüistas e de comunicação total**. Para os defensores do bilingüismo a compreensão dos conteúdos das disciplinas acadêmicas é facilitada com a utilização da língua de sinais como via de acesso das informações ao surdo.

Na proposta metodológica do oralismo para educação de surdos, a aprendizagem da fala é o ponto central. A maioria dos autores dividem o oralismo em duas vertentes: a abordagem unissensorial onde a via receptora de informações enfatizada é apenas a audição ou restos auditivos e a abordagem multissensorial, onde além dos restos auditivos, pode-se utilizar, também, outros sentidos para perceber a fala, como visão e tato.

Para o aprendizado da fala, algumas técnicas orais são utilizadas, tais como:

- O treinamento auditivo - estimulação auditiva para reconhecimento e discriminação de ruídos, sons ambientais e sons da fala.

- O desenvolvimento da fala: exercícios para mobilidade e tonicidade dos órgãos envolvidos na tonação( Lábios, mandíbula , língua , etc) e exercícios de respiração e relaxamento, chamado também de mecânica da fala.

- A leitura labial : treino para a identificação da palavra falada mediante decodificação dos movimentos orais do emissor. Por existirem articulações idênticas no momento da emissão só um terço dos sons emitidos resultam em movimentos labiais observáveis, por isso as interferências e a compreensão do contexto em que se dá a fala são os aspectos relevantes para a decodificação da mensagem.

Para o máximo aproveitamento auditivo, o Oralismo tem como princípio a indicação de prótese individual que amplifica os sons, admitindo a existência de resíduo auditivo em qualquer tipo de surdez, mesmo na profunda. Esse método procura assim reeducar a criança surda pela amplificação dos sons juntamente com técnicas específicas de oralidade.

De acordo com Behares, o ensino de surdos baseado no oralismo sofreu influência do modelo clínico. Nesse modelo, a pessoa surda é vista como portadores de uma patologia que precisa ser tratada para que seus efeitos sejam debelados. Há uma supervalorização do tipo e do grau de surdez, conseguidos por intermédio de testes audiométricos, para a definição da ênfase dadas as orientações orais.

Quanto ao trabalho de linguagem desenvolvido no oralismo, procura-se ensinar linguagem, valendo-se de atividades estruturadas. Considerando Ferdinand Saussure, idealizador do estruturalismo lingüístico: A linguagem é composta de duas partes: A Língua , essencialmente social, porque é convencionada por determinada comunidade lingüística e a fala que é secundária e individual, ou seja, é veículo de transmissão da Língua, usada pelos falantes por meio da fonação e da articulação vocal. Além da clara separação feita por Saussurre entre o aspecto social e o individual, ele afirma que o signo lingüístico é uma entidade psíquica de duas faces: significado e significante.

Na proposta de comunicação total, todos os recursos são válidos para comunicação - mesmo que a língua de sinais seja usada simultaneamente, apesar de terem estruturas gramaticais distintas.

A comunicação total introduz os sinais na educação de surdos e atribui estatuto de língua a Língua de Sinais ( no Brasil LIBRAS - Língua Brasileira de Sinais).

Os sinais, como uma língua (Gestual - visual) propriamente dita, são associados pela maioria das pessoas da comunidade surda. Essa língua é fluente entre os surdos, mas entre surdos e ouvintes, suscita muitas dificuldades de compreensão. Isso ocorre no processo educacional, em que a maioria dos professores de surdos é ouvinte.

Por isso, uma comunicação eficiente é perseguida, uma vez que ambas as partes possuem limitações( Sejam orgânicas, de conhecimento ou de habilidade) para apropriação plena do código da outra. Esse aspecto tem sido relevante para opção pela prática da comunicação total na educação de surdos.

A comunicação total não tem a preocupação central na fala e sim na competência comunicativa, que se embasa numa filosofia de aceitação mais ampla da surdez.

Dessa proposta resulta a criação de diferentes métodos e sistemas de comunicação que visam favorecer a aprendizagem da língua majoritária. Como por exemplo, a utilização do português sinalizado.

O Português sinalizado, não é nem Português nem língua dos Sinais é um modo de falar não uma Língua. Utiliza a estrutura lingüística do Português e o sistema querológico e lexical da Língua dos Sinais. Os defensores da comunicação total admitem também o Pidgim(Mistura das duas línguas) que, sem regras gramaticais, leva a erros no ensino da pessoa surda.

Os críticos da comunicação total acreditam que o Português Sinalizado desrespeita a expressão própria da comunidade surda e que a comunicação total seja o último grito do oralismo.

A confusão mais comum existente na educação de surdos diz respeito a comunicação total e o Bilingüismo.

O Bilingüismo só refere, no que diz respeito a criança surda, a uma filosofia educativa que permite o acesso pela criança o mais precocemente possível de duas línguas: A língua de sinais e a língua oral, mas não fornecidas concomitantemente, dada a diferença estrutural destas duas línguas. O acesso à língua de sinais é feita de forma natural através da interação entre a criança e o adulto surdo. A língua oral é fornecida como segunda língua, teoricamente baseada nas habilidades lingüísticas já desenvolvidas pela língua de sinais. A língua oral também é uma das vias de acesso ao aprendizado da leitura escrita, juntamente com a língua de sinais.

O Bilingüismo é uma proposta de ensino usada por escolas que se propõem a tornar acessível à criança duas línguas no contexto escolar. Os estudos têm apontado para essa proposta como sendo a mais adequada para o ensino de crianças surdas, tendo em vista que considera a língua dos sinais como língua natural e parte desse pressuposto para o ensino da língua escrita

A preocupação atual é respeitar a autonomia das línguas de sinais para estruturar um plano educacional que não afete a experiência psicossocial e lingüistica da criança surda.

Pelo fato, que o boa parte da comunidade surdas hoje ,não lê e nem escreve fluentemente o Português, se faz necessário a presença de monitores surdos bilingües que funcionem como intérpretes. Uma vez solidificada a filosofia educacional, que torne nossos surdos bilingües esse procedimento torna-se dispensável.

Enquanto os educadores e lingüistas discutem qual a metodologia a seguir, percebe-se uma defasagem entre o surdo que estuda numa escola especial para surdos e o aluno da escola regular, a falta de um material didático específico e, que as instituições de ensino superior não têm preparado profissionais especializados nessa área.

O Instituto Nacional de Educação de Surdos hoje está voltado para uma proposta de educação bilingüe, pois o domínio da língua de sinais favorece a interação surdo/surdo e surdo ouvinte. Quando trocamos idéias com os outros, estamos estabelecendo relações entre as coisas, organizando o pensamento e aprendendo a argumentar. Essa organização de pensamento possibilita a aprendizagem de modo geral e a aquisição da fala consciente.

A Declaração de Salamanca ( Seminário Sobre portadores de necessidades especiais, ocorrido em 1994), diz respeito às providências que, urgentemente, devem ser tomadas pelos sistemas de ensino de modo a:

"Assegurar que a educação especial faça parte de todas as discussões entre aqueles que lidem com o processo educativo e não apenas entre os que atuam com portadores de necessidades especiais."

"Estimular as pesquisas na área da aprendizagem dos portadores de necessidades especiais."

**Metodologia**

Proponho a partir da visão do bilingüismo a verificação de como a língua de sinais auxilia o surdo na formação de conceitos na linguagem matemática.

Num primeiro momento pretendo utilizar um questionário, que será aplicado aos alunos surdos matriculados no curso de segundo grau do INES. O questionário tem como objetivo saber a opinião dos alunos sobre sua participação em uma pesquisa de educação matemática.

A utilização de pelo menos um monitor surdo bilingüe, se fará necessário para formulação dos conceitos em língua de sinais, assim como intérprete em língua portuguesa.

A pesquisa será desenvolvida segundo uma abordagem qualitativa, pois pretendo utilizar apenas uma turma do terceiro ano do segundo grau composta de no máximo dez alunos. Esses alunos serão observados em sala de aula individualmente e em grupos, de modo que possa ser avaliado como eles elaboram os conceitos matemáticos que lhes serão apresentados. Não fica descartada a possibilidade de utilização do laboratório de informática.

Se fará necessário a utilização de uma camera de filmagem assim como um intérprete para a transcrição das sessões filmadas.

As conclusões obtidas poderão ser úteis na elaboração de uma metodologia própria para o ensino de matemática para pessoas surdas.

PESQUISA BIBLIOGRÁFICA

- BAKHTIN, MIKHAIL -Marxismo e Filosofia da Linguagem , São Paulo: Hucitec , 1988
- CENTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO ESPECIAL - Subsídios para organização e funcionamento de serviços de educação especial: Área deficiência auditiva , Rio de Janeiro: MEC/SEPS/CENESP , 1984
- CHOMSKY, NOAM - Linguagem e pensamento , Rio de Janeiro: Vozes , 1973
- CHOMSKY, NOAM - Regras e representações: A inteligência humana e seu produto , Rio de Janeiro, Zahar , 1981
- CICCONE, MARTA - Comunicação total: Introdução, estratégia e a pessoa surda, Rio de Janeiro: Cultura Médica , 1990
- COUTINHO, DENISE - LIBRAS e língua portuguesa semelhança e diferenças, João Pessoa: Idéia , 1996
- DORZIAT, ANA - Metodologia específica ao ensino de surdos , análise crítica - Revista Integração, ano 7 número 18 , Brasília: SEESP , 1997
- DIDEROT, DENIS - Carta sobre surdos-mudos para o uso dos que ouvem e falam , São Paulo: Nova Alexandria , 1993
- DUARTE, NEWTON - O compromisso político do educador no ensino da matemática , São Carlos, SP: UFSC , 1985
- FERNANDES, EULALIA - Problemas lingüísticos e cognitivos do surdo, Rio de Janeiro, RJ , Agir , 1990.
- FERRARI, ALICIA -História de uma criança surda , São Paulo: Cortez, 1985
- FERREIRA, EDUARDO SEBASTIANI - Etnomatemática - Uma proposta metodológica , Rio de Janeiro , RJ : USU , 1997
- GOTTI, MARILENE - O processo de aquisição de linguagem por crianças surdas - Revista integração , ano 7, número 18 Brasília: SEESP , 1997
- GIL, ANTONIO CARLOS - Métodos e técnicas de pesquisa social - São Paulo, SP: Atlas, 1994
- HIRSZMAN, ANITA - A formação do pensamento lógico na criança - Rio de Janeiro : Fundação Educar , 1986
- INSTITUTO NACIONAL DE EDUCAÇÃO DE SURDOS - Anais do seminário repensando a educação da pessoa surda , Rio de Janeiro: Ed. Teatral , 1996
- KATO, MARY A.(organizadora) - A concepção da escrita pela criança, Campinas,SP: Pontes, 1988
- LURIA, A.R. - A construção da mente , São Paulo: Ícone , 1992
- LURIA, A.R. - Desenvolvimento cognitivo : Seus fundamentos culturais e sociais , São Paulo : Ícone , 1990

- LURIA, A.R. - Linguagem e desenvolvimento intelectual na criança , Porto Alegre: Artes Médicas , 1985
- QUADROS, RONICE MÜLLER DE, Educação de surdos - A aquisição da linguagem - Porto Alegre: Artes Médicas , 1997
- RABELO, ANNETE SCOTTI - Português sinalizado : Comunicação Total , Goiânia : UCG , 1992
- REIS, VANIA PRATA FERREIRA -A criança surda e seu mundo: O estado da arte as políticas e as intervenções necessárias ( Dissertação de mestrado) - Vitória , ES : UFES , 1992
- ROTARY CLUB DO RIO DE JANEIRO- COMISSÃO DE ASSISTÊNCIA AO EXCEPCIONAL , Como compreender o deficiente auditivo , Rio de janeiro:CAE , 1985
- SACENTI, DOROTI ROSA E VILMAR SILVA - Surdo um conceito a ser repensado - Revista integração ano 7 , número 18 Brasília: SEESP , 1997
- SACKS, OLIVER - Vendo vozes: Uma jornada pelo mundo dos surdos , Rio de JANEIRO: Imago, 1990
- SANTOS FILHA, DALVA ALVES DO - A linguagem de crianças deficiente auditivas do INES: Um estudo avaliativo (Dissertação de mestrado) Rio de Janeiro RJ : UFRJ , 1996
- SECRETARIA DE EDUCAÇÃO ESPECIAL DO MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO E DO DESPORTO - Revista Integração , ano 7 número 18 , Brasília: SEESP , 1997
- SECRETARIA DE EDUCAÇÃO ESPECIAL/MEC - Tendências e desafios da educação especial , Brasília:SEESP , 1994
- SKLIAR, CARLOS (ORG.) - Educação e Exclusão - Abordagens sócio antropológicas em educação especial - Porto Alegre / RS: Mediação , 1997
- SOCIEDADE TORRE DE VIGIA DE BÍBLIAS E TRATADOS - Linguagem de sinais , São Paulo , 1992
- TAYLOR, BÁRBARA - Conviver com a surdez - São Paulo , Scipione , 1994
- VAN DER VAN, RENE - Vygotsky uma síntese - São Paulo: Edições Loyola , 1996
- VYGOTSKY L.S. - A formação social da mente : O desenvolvimento dos processos psicológicos superiores , S.P.: Martins Fontes , 1991
- VYGOTSKY L.S. - Linguagem, desenvolvimento e aprendizagem , São Paulo: Ícone/Edusp , 1988
- VYGOTSKY L.S. - Pensamento e Linguagem - São Paulo: Martins Fontes , 1991

# ENSINO DO CÁLCULO NO CURSO DE GRADUAÇÃO EM ADMINISTRAÇÃO DE EMPRESAS

Alcindo Marcio de Miranda
Orientadores: Estela Kaufman Fainguelernt & José Paulo Q. Carneiro
Instituição: Universidade Santa Úrsula - Mestrado em Educação Matemática

**Introdução:**

O curso de Graduação em Administração de Empresas dura em média quatro anos letivos. Normalmente, a Matemática aparece no seu currículo, distribuída em quatro disciplinas: Matemática I, Matemática II, Estatística e Matemática Financeira. O número de horas-aula destinadas a essas disciplinas varia entre as Instituições que oferecem esse curso.

Trabalhando há cerca de dez anos com as disciplinas de Cálculo Diferencial e Integral e Estatística no curso de Graduação em Administração de Empresas , percebi que os alunos começavam a apresentar sintomas de desmotivação. Isto me levou a fazer uma análise do que estava acontecendo. Através de diálogos que mantinha com meus alunos deste curso, percebi que estava envolvido em uma série de situações que estavam inseridas nas questões levantadas em Educação Matemática. A seguir, citarei trechos de alguns desses diálogos:

Aluno X: Para que eu vou aprender derivada? Me disseram que isto não serve pra nada!

Professor: Os problemas abordados envolvendo taxas de variação, máximos e mínimos não podem fazer parte do dia a dia do Administrador?

Aluno X: Meu colega está se formando e nunca usou isso ( derivada) nem integral na vida dele!

Aluno Y: Professor, o senhor tem que me ajudar. Estou me formando e só resta para mim esta disciplina ( na época, Matemática II ). As demais, eu já passei.

Professor: Como? Matemática II não é pré-requisito de nenhuma disciplina do ciclo profissional?

Aluno Z: Professor, é assim que encontramos aquelas funções que aparecem nos livros de Matemática I e II? (Indagou-me um aluno durante uma aula de Estatística, quando estava sendo abordado o assunto Ajuste de Curvas.)

Estes fatos me levaram então a conversar com alguns professores do curso de Graduação em Administração de Empresas, tanto de Universidades Públicas quanto Privadas, sobre a importância do Cálculo Diferencial na formação do Administrador de Empresa. As respostas basicamente poderiam ser agrupadas em três tipos:

(i) Não tem aplicações;
(ii) Tem aplicações que são realizadas por outros profissionais ;
(iii) Tem aplicações, mas os Administradores não as realizam através de derivadas, recorrendo a outros procedimentos.

A partir daí, comecei a compreender as questões que meus alunos fizeram anteriormente. Ora, qual será, então, o interesse de um indivíduo, com esse pensamento, na minha aula de Cálculo Diferencial ? Se alguns professores do ciclo profissional do curso de Graduação em Administração de Empresas dizem que não serve para nada, o que este conteúdo está fazendo na grande maioria deste curso ?

Um coordenador de um curso de Administração garantiu ser muito importante o conceito de derivada tanto para Administradores quanto para Economistas. Porém, orienta seus professores de Matemática a não fazerem nenhuma citação de cunho prático nas suas aulas, pois isto poderia levar o este professor a transmitir conceitos errados de Economia aos seus alunos. Enquanto isso, os alunos do primeiro período do curso de Administração, ingressam na Universidade ansiosos em realizar tarefas compatíveis a sua futura profissão. E o que propomos a esse alunos ?

(i) Encontre os limites ;
ii) Derive as funções ;
(iii) Resolva as integrais.

Em função das reflexões acima, decidi levantar as seguintes questões:

- Quais são os fatores responsáveis pela desmotivação apresentada pelos alunos na disciplina que trata das noções de Cálculo Diferencial ?
- A forma como é ensinado e cobrado este assunto no curso de graduação em Administração de Empresas atende as expectativas dos alunos como futùros profissionais ?
- Qual a influência da prática dos Professores de Matemática no curso de Administração na formação dos futuros profissionais em questão ?

Nosso trabalho consiste em responder as questões acima mencionadas, através de um estudo sobre a dinâmica : MOTIVAÇÃO- CURRÍCULO- BIBLIOGRAFIA - AVALIAÇÃO- ATUAÇÃO DO PROFESSOR DE MATEMÁTICA.

**Objetivos:**

- Identificar os fatores responsáveis pela desmotivação no aprendizado da Derivada no curso de Graduação em Administração de Empresas.
- Identificar se os conteúdos envolvendo o Cálculo Diferencial estão adequados à formação deste futuro profissional.
- Fornecer subsídios aos professores dos cursos de Administração, para que possam refletir sobre e aperfeiçoar sua prática em sala de aula.

**Metodologia:**

Análise de questionários específicos para alunos, professores de Matemática e do ciclo profissional do curso de Graduação em Administração de Empresas de diversas Universidades do Estado do Rio de Janeiro, especificamente: Universidade do Estado do Rio de Janeiro (UERJ), Universidade Federal do Rio de Janeiro (UFRJ), Universidade Federal Fluminense (UFF), Universidade Veiga de Almeida (UVA), Universidade Santa Úrsula (USU) e Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro (PUC-RJ). Também são analisados os currículos e programas de disciplinas do curso de Administração destas Universidades, além de entrevistas com profissionais responsáveis pela direção e coordenação de cursos de graduação e pós-graduação em Administração dessas e outras instituições, dentre elas a Fundação Getúlio Vargas e Georgia State University, Atlanta, Georgia, EUA. Além disso, são realizadas aulas experimentais em algumas turmas do primeiro período do curso de Administração, que possam permitir uma reflexão sobre a prática pedagógica utilizada e sugestões de atividades para serem trabalhadas neste curso.

A seguir apresentamos, a título de exemplo, uma das atividades iniciais que foram propostas, versando sobre assuntos usuais em cursos de pré-cálculo:

Numa concorrência pública para construção de uma pista circular de patinação, apresentam-se as firmas A e B. A firma A cobra 20 reais por metro quadrado de pavimentação, 15 reais por metro linear do cercado, mais uma taxa fixa de 200 reais para administração. Por sua vez, a firma B cobra 18 reais por metro quadrado de pavimentação, 20 reais por metro linear do cercado e a taxa de administração de 600 reais.

(i) Expresse os custos das empresas A e B, em função do diâmetro da pista.
(ii) Qual o valor aproximado do diâmetro tal que os custos se igualam?
(iii) Esboce no EXCEL um gráfico que ilustre a situação.
(iv) Para quais valores do diâmetro da pista, a firma A è mais vantajosa?

Na resolução desta atividade, pudemos observar várias dificuldades apresentadas pelos alunos, dentre elas:

- resolver uma equação do segundo grau que apresenta coeficientes com números decimais.
- analisar o gráfico construído no EXCEL, visto que as duas parábolas que traduzem as equações do problema estavam parecendo sobrepostas no intervalo que continha o ponto de interseção entre elas

**Bibliografia:**


1) Carnu, Bernard, Aprendizagem das noções de Limites: Concepções e Obstáculos
2) Sabak, Maria do Socorro, O Desenvolvimento Cognitivo e o Desempenho em Cálculo na Universidade.
3) Baldino,Roberto, Trabalhos publicados sobre Cálculo Infinitesimal no curso de Verão/ 97 na Universidade Santa Úrsula-RJ.
4) Edwards,C.H.Jr, The Historial Development of the Calculus, New York, Springer - verlag,1979.
5) Baron, M. E. , Bo, H. d. M. ,Curso de História da Matemática, Origens e Desenvolvimento do Cálculo, Indivisíveis e Infinitésimos, Ed. Universidade de Brasília.
6) Dudley, Underwood, Is Mathematics Really Necessary' , MAA-CMJ, 1997.

# A NOÇÃO DE BASE EM ÁLGEBRA LINEAR E A PRODUÇÃO DE SIGNIFICADOS

Amarildo Melchiades da Silva[1]
Romulo Campos Lins
(UNESP - Rio Claro - Brasil)

Esta comunicação é parte de nossa dissertação de mestrado intitulada " Uma Análise da produção de Significados para a Noção de Base em Álgebra Linear." Neste momento, discutiremos duas questões que motivaram nossa pesquisa, a saber:

(i) Que significados podem ser produzidos para a noção de base a partir da leitura de livros-texto de Álgebra Linear, tomados como demanda de produção de significados?

(ii) Que significados são produzidos para a noção de base por um estudante a partir dos textos matemáticos apresentados a ele como demanda de produção de significados em um primeiro curso de Álgebra Linear ?

Nesses contextos nossos informantes foram, respectivamente, os autores e autoras de livros-texto e estudantes de um primeiro curso de Álgebra Linear no 3º Grau.

Esse empreendimento nos permitiu identificar alguns significados que podem ser produzidos para a noção de base, a partir do Modelo Teórico dos Campos Semânticos proposto por Lins (1994).

Referências Bibliográficas:

BIRKHOFF, Garret e MACLANE, Sanders. **Álgebra moderna básica**. 4 ed. Rio de Janeiro: Guanabara Dois, 1980.

BOLDRINI, Luis José e outros. **Álgebra Linear**. 3ed. São paulo: habra, 1986.

BRUNER, Jerome. **Actual minds, Possible Worlds.** Cambridge: Harvard Universite press, 1986.

GONÇALVES, Adilson. **Introdução à álgebra linear**. São Paulo: Edgard Blücher, 1977.

HALMOS, Paul R. Espaços vetoriais de dimensão finita. Rio de Janeiro: Campus, 1978.

LEONTIEV, A. N. **O desenvolvimento do psiquismo.** São paulo. Editora Moraes. (s.d.).

LINS, Romulo C. O Modelo teórico dos campos semânticos: Uma análise epistemológica da álgebra e do pensamento algébrico, **Revista Dynamis,** Blumenau, 1(7): 29-30, abril/junho, 1994.

____ e GIMENEZ, J. **Perspectivas em aritmética e álgebra para o século XXI.** Campinas: Papirus, 1997.

OLIVEIRA, Marta Kohl de. Vygotsky: **Aprendizado e desenvolvimento, um processo histórico**. São Paulo: Editora Scipione, 1995.

SILVA, Amarildo M. **Uma análise da produção de significados para a noção de bases em álgebra linear.** Rio de Janeiro: 1997, 163 p. Dissertação de mestrado em Educação Matemática-USU.

STEINBRUCH, Alfredo e WINTERLE, Paulo. **Álgebra linear**. 2 ed. São Paulo: Mcgraw-Hill, 1987.

[1] Docente do Departamento de Matemática da UFJF e doutorando em Educação Matemática - UNESP/Rio Claro

# ELIPSE: UMA ABORDAGEM PARA O ENSINO DA ELIPSE NO CURSO DE LICENCIATURA EM MATEMÁTICA

Márcia Valéria Azevedo de Almeida Ribeiro
Estela Kaufman Fainguelernt
Renato José da Costa Valladares
UCAM, USU.

Este trabalho centrou seu estudo na investigação da elipse. Este propiciou aos alunos do curso de licenciatura, futuros professores de Matemática, vivenciarem uma abordagem para o ensino da elipse, partindo de atividades com material concreto, estimulando a visualização e a percepção para chegar à formalização.

Como motivação introdutória, trabalharam-se cortes em cones de isopor e, além disso, desenvolveram-se atividades em torno da circunferência.

Para propiciar ao aluno identificar a propriedade métrica da elipse, foi usado o seu traçado pelo método do jardineiro. Utilizaram-se também recursos óticos para visualizar a propriedade refletora da elipse.

A pesquisa realizou-se numa turma de 4ª série de um curso de Ciências, habilitação em Matemática, de uma Faculdade do Norte-Fluminense, no ano de 1997.

O trabalho com o material concreto facilitou o desenvolvimento da percepção, visualização e das descobertas, levando cada aluno a penetrar mais profundamente na essência das idéias ou conceitos e construir o conhecimento, refletindo, interpretando, fazendo relações, abstraindo e chegando ao rigor matemático relativo à precisão do conceito.

A postura diferenciada adotada nesta investigação levou os alunos a construir o significado dos conceitos em estudo de tal forma que esta conduta pode ser transferida para a construção dos conceitos matemáticos que envolvem parábola e hipérbole. Todas as atividades foram desenvolvidas com o intuito de trabalhar uma abordagem participativa e dinâmica para o ensino da elipse.

Toda a conduta adotada nesta investigação teve como finalidade responder às questões levantadas neste trabalho de forma que os objetivos fossem atingidos.

Questões desta pesquisa:

1- Como os alunos construíram o conceito de elipse utilizando o material concreto ?

2- A forma elíptica surge em que situações do mundo real ?

3- Como garantir que as ovais, obtidas pelo corte no cone de isopor e pelo método do jardineiro, são elipses ?

Em função das questões levantadas, coloca-se como objetivo geral desta investigação propiciar aos alunos do curso de licenciatura, futuros professores de Matemática, vivenciarem uma abordagem para o ensino da elipse através de ações participativas e dinâmicas, desdobrando-se em dois objetivos específicos a serem atingidos:

1- Utilizar o material concreto na construção do conceito de elipse.

2- Utilizar a experimentação, a observação do cotidiano e a visualização no estudo da elipse.

Este estudo fundamentou-se nas teorias construtivistas e interacionistas de Vygotsky e Piaget e a metodologia adotada foi a pesquisa-ação, que tem como uma de suas vertentes a transformação. Esta metodologia foi discutida e trabalhada por Michell Thiollent.

Durante todas as atividades, os alunos interagiam de forma dinâmica e a compreensão dos conceitos matemáticos pôde ser observada por meio da linguagem falada, da gráfica e da escrita.

As atividades desenvolvidas propiciaram aos alunos obterem, por eles próprios, de forma bem natural, características relevantes da elipse. Cada conceito ia sendo construído naturalmente com o uso do material concreto e da linguagem falada por meio de diálogos que favoreciam uma abertura para que pudessem expressar seus conhecimentos. Durante as atividades, os alunos trabalhavam em grupo, o que facilitava as trocas de experiências, mas o registro do processo era efetuado individualmente.

As respostas obtidas para as questões levantadas nesta pesquisa, confirmaram que a construção do conhecimento é possível, reafirmando a conduta adotada pelo professor-pequisador na busca de caminhos que conduzissem ao aprendizado.

Nesta pesquisa, observou-se a importância do trabalho integrado (aluno/aluno, aluno/professor, aluno/objeto), participativo e dinâmico valorizando a linguagem, a percepção e a visualização para a construção de conceitos matemáticos. Para se trabalhar as outras cônicas, recomenda-se usar a mesma abordagem adotada neste trabalho.

Analisando-se as diversas atividades aplicadas nesta investigação, pôde-se verificar que a percepção e a visualização inicialmente trabalhadas, fizeram com que os alunos chegassem mais facilmente aos resultados finais, partindo da exploração do espaço perceptivo para atingir o espaço das representações.

Constatou-se nesta investigação que o trabalho com algo além de livros-textos e quadro de giz, não implicou em "perda de tempo", como é comum se pensar. Muito pelo contrário, quando os alunos constróem os conceitos, eles realmente aprendem e dessa forma conseguem transferi-los para outros estudos, o que promove ganhos irremediáveis no processo ensino-aprendizagem em um ambiente dinâmico e construtivo no qual se transforma a sala de aula.

Embora esta pesquisa tenha sido realizada num curso de licenciatura, esta abordagem dinâmica e criativa do estudo da elipse pode ser utilizada em qualquer nível.

BIBLIOGRAFIA:


GONÇALVES, Zózimo Menna. Geometria analítica plana: tratamento vetorial. Rio de Janeiro: Livros Técnicos e Científicos Editora S/A, 1978.

LEITHOLD, Louis. O cálculo com geometria analítica. 2ª ed.São Paulo: Editora Harper & Row do Brasil Ltda, vol.1, 1982.

PIAGET, Jean, INHELDER, Bärbel. A representação do espaço na criança. Tradução: Bernadina Machado de Albuquerque. Porto Alegre: Artes Médicas, 1993.

______, Jean. Abstração reflexionante: relações lógico-aritméticas e ordem das relações espaciais. Tradução: Fernando Becker e Petronilha Beatriz Gonçalves da Silva. Porto Alegre: Artes Médicas, 1995.

SWOKOWSKI, Earl William. Cálculo com geometria analítica. 2ª ed. São Paulo: Makron Books, vol. 2, 1994.

THIOLLENT, Michel. Metodologia da pesquisa-ação. 7ª ed. São Paulo: Cortez,1996.

TROTTA, Fernando, JAKUBOVIC, José, IMENES, Luiz Márcio Pereira. Matemática Aplicada. São Paulo: Editora Moderna, vol. 3, 1980.

VYGOTSKY, Lev Semyonovich. Pensamento e linguagem. São Paulo: Martins Fontes, 1993.

# A CULTURA DA EXCELÊNCIA NUM CURSO DE MATEMÁTICA

Mestrando: Renato M. Aquino
Orientadores: Janete Bolite Frant
Monica Rabello de Castro
Universidade Santa Úrsula

**(I) O Problema**

Este trabalho teve sua origem principalmente devido aos anos de trabalho e convivência que tivemos nos ambientes de cursos de Matemática e de formação de professores de Matemática, em nível de 3° grau. Tanto em Universidades públicas quanto privadas, está presente o eterno problema da admissão para esses cursos, de alunos considerados sem preparo para os mesmos: a Universidade e seus cursos de Matemática, mesmo após décadas de ocorrência desse problema sente-se impotente para enfrentá-lo. Poder-se-ia tentar uma solução mais imediata, que seria a de aumentar o nível de exigência nos vestibulares: acontece que os cursos de Matemática – incluídos aqui os cursos de Licenciatura fazem parte do rol dos menos procurados dentre as carreiras oferecidas nos vestibulares – corre-se o risco de se ficar anos sem uma única vaga preenchida nesses cursos. Seria então criado um outro problema, talvez mais grave ainda.

O fato que acabamos de relatar talvez seja um dos motivos da tendência existente nos cursos de Matemática de culpabilizar o ensino de 1° e 2° graus por todas as suas mazelas: há quase um consenso de que se os alunos viessem melhor preparados, com uma base Matemática sólida e uma formação mais consistente em termos de cultura geral, a tarefa de fazer com que os alunos dos cursos de Matemática aprendessem Matemática seria bastante facilitada. Acontece que essa postura também não resolve o problema: existe um aluno real que é admitido nesses cursos, tem formação básica deficiente e que precisa ser formado matemático ou professor de Matemática. Afinal de contas, se esses alunos considerados "fracos" ou sem "base" não tiverem formação adequada, a Universidade é que estaria realimentando o problema: muitos desses mesmos alunos é que serão os futuros professores de 1° e 2° graus e, tendo formação inadequada, muito provavelmente darão formação deficiente para seus alunos, futuros vestibulandos dos cursos de Matemática.

Várias tentativas vêm sendo feitas ao longo das últimas décadas para se tentar vencer a dificuldade: foram tentadas diversas reformas curriculares; sistemas de exames foram modificados de cada-professor-uma-prova para sistemas de prova única, e vice-e-versa; em alguns casos tentou-se mesmo a intervenção dos professores mais titulados nas cadeiras dos períodos iniciais – todos esses esforços redundaram em fracasso. O que fazer então?

O problema que acabamos de expor já foi explorado em alguns trabalhos anteriores a esse. Contudo, tentaremos aqui vislumbrá-lo sob um ângulo que acreditamos não tem merecido a atenção devida dos pesquisadores: nesse trabalho, o nosso principal foco de atenção será a cultura do ambiente acadêmico do curso de Matemática – chamamo-la aqui de *cultura da excelência*.

Em nossa opinião, a cultura da excelência é um dos fatores primordiais para os sucessivos fracassos das tentativas feitas nos cursos de Matemática em fazer com que seus alunos aprendam Matemática. Poder-se-ia perguntar: como uma cultura, toda ela voltada para a excelência, para a busca do melhor, poderia ser responsável pelo que talvez ocorra de pior nos cursos de Matemática? De fato, a cultura da excelência possui

esse aspecto de busca do excelente, do melhor. Todavia, ela também possui um aspecto que reputamos bastante perverso: como ela determina o *ethos* dos diversos agentes no curso de Matemática – isto é, é ela que determina os modos de estar e agir desses sujeitos no ambiente dos cursos de Matemática – ela faz com que se perenizem valores nesses cursos que fazem com que os professores discriminem os seus alunos considerados "bons" ou "nota dez" daquela maioria formada pelos que são "fracos", ou "que trabalham"; ou "que estudam à noite". Como contrapartida do aspecto anterior, só que agora da parte dos alunos, essa mesma cultura é a que faz com que eles valorizem apenas o estudar para passar, o memorizar sem aprender , ou o "se dar bem" a qualquer custo. O perverso reside exatamente no que se exige que os alunos aprendam Matemática, discrimina-se os que não aprendem sem, contudo, lhes dar condição para tanto: isso acontece pois não se compreende – nem se está muito interessado – no como esse aluno aprende e na melhor maneira de se estimular esse aprendizado. Como diriam muitos dos nossos mestres ainda atuantes nos cursos de Matemática: "Ora bolas ! Essas *perfumarias* são coisas *lá da Educação*!".

Nosso objetivo aqui será o de lançar um olhar em profundidade em todo esse sistema de valores que constitui a cultura da excelência. Acreditamos que entender um pouco essa cultura significa começar a divisar um dos determinantes do fracasso do ensino da Matemática tanto do 3° grau, quanto no 1° e 2° graus. Cremos nisso pois muito dos professores de Matemática de nossas escolas do curso fundamental e secundário passaram um bom número de anos nos ambientes dos cursos de Matemática. Devido a isso, não escaparam às influências, tanto das positivas quanto das perversas, da cultura da excelência.

II – Objetivos

Os objetivos desse trabalho serão:

(1) Explicitar diversas formas como a cultura da excelência determina as ações discursivas – no sentido de Austin – de professores e alunos do ambiente acadêmico de um curso de Matemática.

(2) Ratificar a Teoria da Argumentação como instrumento eficaz de Análise do discurso falado.

**III – Referenciais Teórico-Metodológicos**

Um dos conceitos fundamentais desse trabalho é o conceito de *cultura*. Devido às suas conseqüências, que serão de nosso especial interesse, nos nortearemos pelo conceito de cultura dado por Geertz. Segundo ele, o conceito de cultura:

*"(...) denota um padrão de significados transmitidos historicamente, incorporado em símbolos, um sistema de concepções herdadas expressas em formas simbólicas por meio das quais os homens comunicam, perpetuam e desenvolvem seu conhecimento e suas atividades em relação à vida"* [1]

Podemos dizer então que cultura de um grupo social o conjunto de significados que os elementos desse grupo utilizam, de forma generalizada, de modo a dar coerência às suas relações com a Natureza e com os outros homens. Em outras palavras, a cultura seria o suporte simbólico que daria aos homens a sua coerência de mundo, dentro de um determinado ambiente social.

Pelo que acabamos de colocar, o conceito de *significado* será central em nosso trabalho. Não trabalharemos aqui com um conceito estático de significado, como se este já estivesse definido desde sempre em um determinado meio. Pelo contrário, para nós significado pressupõe a idéia de construção: os significados seriam construídos num processo de interação simbólica entre os homens, em que cada sujeito negociaria com os demais o sentido que desejaria atribuir a alguém ou alguma coisa. Um significado adquire uma alguma estabilidade quando passa a gozar de uma certa unanimidade dentro do grupo em que se está inserido.

Para que haja a negociação de significados, é necessária a expressão dos mesmos para que a mesma ocorra. A *linguagem* desempenha nesse ponto um papel fundamental: entendemos como linguagem a qualquer forma de expressão através de signos ideológicos, através da qual se queira trazer à baila algum significado. Teremos então como exemplos de linguagens a pintura, a música, a expressão através da fala, etc.

Não compartilhamos aqui da visão de que linguagem é a expressão do psiquismo de um indivíduo ou de que se origine a partir de uma consciência metafísica. Pelo contrário, para nós *pensamento é linguagem, consciência é linguagem.* Dentro dessa perspectiva lingüística da consciência, o pensamento e a consciência emergem a partir da articulação de significados trazidos pelo material verbal produzido socialmente. Estamos todos imersos numa corrente ininterrupta de *enunciações* que exprimem sentimentos, conceitos, idéias produzidos desde já há muito pelos nossos antepassados. Os nossos pensamentos e a nossa consciência das coisas se originam exatamente a partir desse fluxo dinâmico, que se permite variações, que são adaptações ligadas ao momento histórico vivido. Se privássemos a nossa consciência desse rico material semiótico, pouco ou quase nada restaria. Podemos inferir de, tudo o que expusemos, a relação simbiótica existente entre *pensamento, ideologia e linguagem.*

Um outro conceito básico em nosso trabalho é o de *argumento.* Apesar de a idéia de argumento possuir implicações bem amplas, estaremos interessados principalmente nas estratégias argumentativas utilizadas nas linguagens falada e escrita. Portanto, argumento para nós será qualquer estratégia utilizada em nível de discurso falado ou escrito de modo a obter a adesão de outrem a uma determinada opinião. Podemos citar como exemplos de argumentos as estratégias utilizadas pelo professor, numa aula tradicional de Matemática, para convencer os seus alunos da veracidade de suas colocações: ele quase sempre utiliza-se de exemplos, de analogias e também faz uso de argumentos matemáticos definidos a partir da linguagem formal da Matemática.

Nunca é demais ressaltar o valor ontológico implícito na idéia de argumento: por questão de clareza, se retomarmos o exemplo acima do professor de Matemática podemos dizer ao argumentar, o ele não está só tentando passar ao aluno o conteúdo matemático. Existem uma série de valores aí subjacentes sendo trazidos à baila tais como: mostrar competência tanto para os alunos como para os colegas; ser responsável pela transmissão do conhecimento matemático; os alunos devem aprender pela clareza da exposição; a classificação dos alunos pela competência etc. Enfim, o professor quando argumenta está se afirmando sua existência como membro do ambiente onde imperam esses valores: são a cultura e a ideologia do ambiente onde atua como sujeito determinando as ações do professor nesse ambiente.

Para finalizar, apenas mencionaremos que também serão utilizadas aqui variados conceitos definidos por Perelman e Tyteca em seu *Tratado da Argumentação* [2].

**IV – Procedimentos Metodológicos**

Nessa pesquisa realizamos um *estudo de caso*: como já dissemos, exemplificaremos alguns modos como a cultura da excelência influencia o discurso de indivíduos em uma Universidade Pública determinada. No entanto, não perdemos de vista os fatores contextuais que agem nesse traço da cultura do meio acadêmico: tanto as políticas públicas para o ensino superior em geral, quanto reformas localizadas na própria Universidade e mesmo políticas intradepartamentais foram objeto de nossa atenção. Portanto, lançamos um olhar em profundidade numa realidade singular para entendê-la em toda a sua complexidade, expondo alguns dos fios que a ligam ao tecido social mais amplo. Podemos então situar nosso trabalho dentro do espectro qualitativo.

A coleta dos dados foi feita através de:

*Duas entrevistas semi-estruturadas: uma com professores e outra com alunos:*

Os professores foram entrevistados individualmente e também foram indagados sobre questões variadas referentes ao ensino-aprendizagem da matemática em seus diversos graus. Escolhemos para entrevista de quatro a cinco docentes, de forma a que fornecessem uma amostragem ampla de opiniões: alguns dos mestres tinham fortes ligações com a Educação Matemática, seja por terem feito cursos na área ou por trabalhos desenvolvidos; um outro número tinha preocupações com o ensino da matemática, apesar de não terem maiores interesses na Educação Matemática em si; por fim, pelo menos um dos entrevistados era conceituado como o matemático típico, preocupado antes de tudo com a qualidade do conteúdo matemático a ser transmitido. As informações que permitiram enquadrar os indivíduos em uma das três categorias que enunciamos foram obtidas em conversas prospectivas com os possíveis entrevistados, assim como por sondagens feitas através de informantes.

No caso dos alunos, foram escolhidos quatro deles, em situações acadêmicas diversas. No entanto, todos eles comungavam de uma mesma situação: tinham fracassado uma ou mais vezes na disciplina Cálculo I - um dos grandes tabus dos cursos de Matemática, e dos cursos de Licenciatura em Matemática em particular. Fizemos esse tipo de escolha pois é notório o alto índice de reprovação na disciplina que tem sido, por sinal, um dos alvos das preocupações da Educação Matemática. Essa reprovação em alta escala é, em nossa opinião, um dos efeitos mais visíveis da cultura da excelência nos ciclos básicos dos cursos de Matemática. Algumas questões que serão colocadas aos estudantes foram sobre razões que os levaram a não lograrem êxito na disciplina; a imagem que faziam do professor ideal de matemática; o que consideravam fundamental num "bom" curso de matemática, e na Licenciatura em particular, etc.

Não foi por nós escolhido nenhum representante dos assim chamados "bons" alunos pois acreditamos que eles pouco teriam a acrescentar no que diz respeito à cultura da excelência e os valores a ela associados: em nossa opinião, eles fariam pouco mais do que reproduzir esses valores – afinal de contas eles são uns dos maiores beneficiados nessa cultura.

*Debate entre professores sobre questões ligadas à excelência no curso de Licenciatura*

Esse foi o momento central da pesquisa pois nele foram mais facilmente alcançadas situações de conflito. O debate foi fundamental para a pesquisa pois, é em situações de conflito, quando os indivíduos são contraditados, que eles são levados a argumentar para manterem seus pontos de vista como plausíveis: é precisamente nesses momentos que dizem não aquilo que pensam que o outro quer ouvir, mas aquilo que é o mais próximo daquilo que de fato pensam. É justamente nesse ponto que esperávamos que a ideologia da excelência, que é *a consciência* dos indivíduos no meio acadêmico, pudesse mais se evidenciar em seus discursos – e parece-nos que isso aconteceu.

Nos debates e entrevistas foram gravadas as falas dos diversos interlocutores. Fez-se a análise das diversas falas tendo a Nova Retórica como instrumento.

A Nova Retórica de Perelman está profundamente inserida no contexto de nosso estudo. Isso acontece pois esse campo do conhecimento estuda os modos como argumentamos para defesa de nossas opiniões ou hierarquizamos certas idéias na formação de juízos de valor - quando procedemos dessa forma, estamos tentando, velada ou explicitamente, tentando convencer (a nós próprios ou a outra pessoa) da veracidade daquilo que está sendo articulado. Ora, em nossa opinião, aquilo que acreditamos ser real ou verdadeiro está indissoluvelmente associado ao "pool" de significados em que estamos imersos em determinado tempo histórico.

**V – Conclusões**

Trabalho em andamento.

**Bibliografia Assinalada**

[1] GEERTZ, C. – *A Interpretação das Culturas,* Rio de Janeiro, Guanabara Koogan, 1989 – p.103.

[2] PERELMAN, C. & TYTECA, º - *Tratado da Argumentação: A Nova Retórica*, São Paulo, Martins Fontes, 1996.

# A AQUISIÇÃO DO CONCEITO DE FUNÇÃO: PERFIL DAS IMAGENS PRODUZIDAS PELOS ALUNOS.

Airton Carrião-Machado
Orientadora: Maria Manuela M. S. David
Faculdade de Educação - UFMG

O principal objetivo deste trabalho é estudar a aquisição do conceito de função por parte de um aluno. Sendo que a principal questão de nossa pesquisa é: Qual ou quais imagens o aluno possuí do conceito de função?

## 1. Histórico do trabalho

Optamos estudar a aquisição de um conceito nos alunos de bom resultado escolar em Matemática, tal escolha foi motivada por um interesse inicial em estudar a questão do sucesso no ensino de Matemática. Na elaboração do projeto da dissertação, percebemos que a questão do sucesso era muito mais complexa do que imaginávamos inicialmente, tornando-se assim, inviável um estudo que envolvesse todos os seus aspectos em uma simples dissertação. Desta forma optamos por observar apenas um dos aspectos que influenciam no sucesso, que é cognitivo mas especificamente a aquisição de um conceito matemático por parte dos alunos. Utilizando como principal referência em nosso estudo as idéias socioculturais (ou sociohistóricas).

A opção pelo conceito de função se deve basicamente a três motivos: o primeiro, foi o fato de ser ele um conceito que, via de regra, é introduzido para os alunos via definição formal. O segundo é de ser considerado pelos professores um conceito que apresenta problemas para a aquisição por parte dos alunos. E o terceiro está ligado ao fato desse conceito levar um longo período para tornar-se autônomo, ou seja, foram milhares de anos, desde as idéias iniciais de funcionalidade, até que pudesse se tornar um objeto de estudo dentro do campo da Matemática científica.

## 2. Resumo dos capítulos da dissertação

Primeiro capítulo: Concepções de Matemática.

São apresentadas algumas definições, começando por esclarecer o que se entende por conhecimento. São apresentadas as idéias de conhecimento como ação e como saber, além do conhecimento como Ciência, onde está inserida a Matemática. Em seguida apresentamos algumas concepções de Matemática que se colocam dentro da discussão da relação Matemática versus realidade. Ao se apresentar essas concepções de Matemática, quer-se entender as condições de produção de um conceito matemático, e a forma como ele veio a se estabelecer como objeto de estudo na escola.

Segundo capítulo: A educação Matemática.

Procuramos traçar um painel da Educação Matemática no Brasil, delimitando-a inicialmente como campo científico e dando em seguida um breve histórico de seu desenvolvimento no Brasil, apresentando algumas de suas tendências, baseadas em Fiorentini (1994). Esse estudo servirá de referência para a analisar a mediação do professor e do livro didático, principais responsáveis pelo modo como os conceitos matemáticos chegam na sala de aula.

Terceiro capítulo: A aquisição de conceitos.

Apresentamos a nossa trajetória desde o interesse inicial pelos alunos de sucesso em Matemática até à mudança de objeto de pesquisa para a aquisição de um conceito matemático. Em seguida apresentamos alguns modos de se compreender a aquisição de um conceito matemático, como a idéia de imagem do conceito de Vinner (1994), e por último apresentaremos a idéia de perfil conceitual de Mortimer (1994) que é o nosso principal instrumento de análise dos dados.

Quarto capítulo: Os mediadores.

Com o intuito de contextualizarmos nossa pesquisa fazemos uma descrição de alguns dos elementos que fazem a mediação entre o aluno e o conceito, durante o processo de aquisição do conceito. Os elementos de mediação que vamos descrever nesse capítulo são os seguintes: a escola, o professor e o livro didático.

Quinto capítulo: Os sujeitos.

Fazemos uma descrição dos "sujeitos" de nossa pesquisa que são os alunos e o conceito de função, que foi o nosso escolhido. Os primeiros são os agentes da ação de aquisição do conceito, e o outro é objeto dessa ação.

Sexto capítulo: O perfil conceitual de função.

Nesse capítulo apresentamos o perfil conceitual de função, caracterizando cada uma de suas zonas e estabelecemos algumas relações entre o perfil, a história e o ensino do conceito. Apresentamos também uma discussão dos resultados dos testes aplicados aos sujeitos da pesquisa baseada no perfil de função.

Finalizamos nosso trabalho com algumas considerações que pretendem ressaltar as principais contribuições do nosso estudo para o campo da Educação Matemática.

**3. O cenário da pesquisa**

O trabalho foi desenvolvido em uma escola publica onde acompanhamos alunos do 1º ano do segundo grau.

Foi escolhida uma escola da rede municipal de Belo Horizonte. Esta escolha foi feita levando-se em consideração principalmente a indicação de professores da própria rede municipal, sendo feita de maneira informal, pedindo que indicassem uma escola que fosse considerada de sucesso dentro da rede, e que tivesse também um alto índice de aprovação dos alunos. Das escolas indicadas optamos por uma que fosse mais tradicional em seu projeto pedagógico, isto é, que não houvesse ainda incorporado a proposta da "Escola Plural", pois consideramos que a maior parte das escolas brasileiras, públicas ou não, ainda estão presas a modelos pedagógicos tradicionais, com seriação, avaliação formal, visão conteudista das disciplinas, etc.

A Escola Municipal GCL está localizada em um bairro de classe média, foi fundada em março de 1979, tem 2433 alunos, divididos em três turnos. Apresenta um bom estado de conservação, porém seu espaço físico não oferece conforto, nem salas para atividades extra. Não apresenta problemas de disciplina nem de reprovação, seu quadro docente é composto de professores experientes e o vestibular é um dos seus principais objetivos.

O professor acompanhado é muito experiente, apresenta influências da tendência formalista, porém são claros os sinais de que o mesmo passa por um processo de mudanças em suas concepções de Educação Matemática. É marcante, por exemplo a importância que ele atribui ao uso da matemática aplicada ao quotidiano, considerando que o ensino deveria se basear nesse tipo de aplicação.

O livro didático utilizado era do Gelson Iezzi, que apresenta uma estrutura fortemente marcada pelas idéias da tendência tecnicista formalista.

Foram escolhidos 21 alunos para serem observados, 15 pelo professor - os que ele considerava de sucesso em Matemática - e 6 que tiveram bom resultado em um teste aplicado com questões não escolares. Esses alunos, em sua maioria, apresentavam bom resultado em todas as disciplinas durante toda a vida escolar, sem apresentar discrepância entre as notas das diversas disciplinas.

**4. O desenvolvimento da pesquisa**

Foram aplicados três testes aos alunos com o objetivo de identificar quais eram as imagens por eles apresentadas do conceito de função após o contato escolar com o conceito. Fizemos também observação de sala de aula e entrevistas com o professor e alguns alunos.

O objetivo do primeiro teste era verificar se existe alguma concepção espontânea do conceito de função. Para tanto foram apresentados problemas cotidianos, que podem ser representados por funções, mas cuja solução não exige a definição formal, sendo possível respondê-los usando somente o conhecimento matemático elementar. Este teste também foi aplicado a uma turma de oitava série para verificarmos a existência de uma concepção espontânea do conceito de função.

O segundo teste tinha como objetivo Verificar se a representação de uma função na forma de gráfico (imagem pictórica) apresentaria alguma diferença significativa com relação à representação algébrica, nas idéias utilizadas pelos alunos para resolver cada um dos casos.

No terceiro teste o objetivo colocar o aluno frente à necessidade de externar as idéias (imagens) de função que possuía. Para isso foram elaboradas questões onde estas idéias eram necessárias para se concluir se a lei apresentada era ou não uma função.

Os testes foram aplicados com intervalos de pelo menos uma semana entre um e outro e sempre a grupos de 3 ou 4 alunos. Foram realizadas entrevistas com todos os alunos para discutir as soluções apresentadas no primeiro teste, e nos demais testes essas entrevistas eram feitas quando julgávamos necessário discutir alguma solução.

Encontramos no trabalho de (Vinner, 1994) uma boa interpretação da relação entre o aluno e um conceito: é a idéia de Imagem do Conceito (*Concept Image*), que é algo não-verbal associado mentalmente pelo aluno ao nome de um conceito. Como, por exemplo, o que ele lembra ao ouvir o nome "função"

A partir das respostas apresentadas nos testes observamos que, mesmo os alunos que obtém sucesso escolar em Matemática, em uma boa escola, apresentaram várias imagens do conceito, ou seja, eles apresentaram várias leituras para uma mesma definição, as utilizando de acordo com o contexto da questão. Vinner, (1994: 68) apresenta também tal observação: "o mesmo indivíduo pode reagir de forma diferente frente a um certo termo (nome do conceito) em diferentes situações". Porém, ele não estuda metodicamente as diferentes idéias (Imagens do Conceito) que um aluno pode apresentar relacionadas a uma mesma definição.

Buscamos então, um modelo de análise que pudesse detalhar melhor a diferença de idéias apresentada pelos alunos. Foi assim que passamos a utilizar a idéia de Perfil Conceitual, apresentada por Mortimer (1994), que é um modelo que descreve as mudanças no pensamento individual como resultado do processo de ensino (Mortimer, 1995, pg. 272).

A idéia de perfil conceitual é baseada no perfil epistemológico de Bachelard (1984), e é definido em Mortimer (1994, pg. 42) como "um sistema supra-individual de formas de pensamento que pode ser atribuído a qualquer indivíduo dentro de uma mesma cultura". Este sistema tenta localizar as diferentes leituras que um indivíduo pode fazer de um conceito em diferentes zonas (categorias) dentro de um perfil conceitual.

Mortimer afirma que cada zona do perfil conceitual tem diferenças epistemológicas e ontológicas e é fortemente influenciada pelo contexto e pelas experiências porém, dentro de uma mesma cultura, as categorias que caracterizam o perfil são as mesmas.

A partir das imagens identificadas traçamos um perfil conceitual de função, caracterizando cada uma de suas zonas e estabelecendo algumas relações entre o perfil, a história e o ensino do conceito.

**5. As zonas do perfil**

Foram delimitadas cinco zonas distintas no perfil: as duas primeiras referem-se às idéias prévias do conceito de função — Conceito primitivo de função e Instinto funcional. As demais se referem às imagens formadas após o contato formal com o conceito e são: Variação funcional, Lei Algébrica e Conceito formal.

A primeira zona do perfil conceitual de função - Conceito primitivo de função: relação de ordem - se relaciona com a idéia de ordenar, ou seja, organizar dados segundo uma certa característica ou comportamento.

Consideramos que a noção de ordenar tem origem na idéia de correspondência um a um, ou correspondência biunívoca (bijeção). Essa é a idéia que está na origem também da contagem. Encontramos a idéia de correspondência um a um desde a pré-história, onde homens faziam marcas em ossos ou em pedaços de madeira, provavelmente pastores para conferir o seu rebanho, associando cada animal a uma marca.

Observa-se que a idéia de ordem, pelo menos em sua forma mais elementar, pode ser encontrada mesmo em pessoas que não passaram pelo processo de escolarização. Na escola dá-se continuidade ao desenvolvimento dessa idéia, exigindo que a criança realize vários tipos de tarefas que envolvem correspondências entre conjuntos como, por exemplo, o trabalho com a contagem, na qual a idéia de ordem se faz presente.

A principal dificuldade do aluno que está se utilizando dessa zona está no fato de trabalhar apenas com subconjuntos discretos, como uma coleção de números naturais, e fica sempre limitado a um pequeno número de elementos. Nessa zona, o aluno não consegue resolver problemas que envolvam conjuntos não-discretos ou infinitos, como o conjuntos dos reais. Ele encontrará também dificuldade para resolver problemas que mesmo envolvendo conjuntos discretos e finitos, trabalhe com um grande número de elementos.

Essa limitação aos conjuntos discretos apresentada nesta zona constitui um obstáculo que consideramos ontológico pois, para superá-lo, será necessário que o aluno tome conhecimento de conjuntos que não sejam discretos. Ao nosso ver, esse obstáculo, entre o discreto e o contínuo, impede, ou ao menos dificulta muito, uma visão global do problema.

Acreditamos que exista também um obstáculo epistemológico, porque o aluno, apesar de perceber que existe uma certa ordem nos dados, não tenta (ou não consegue) estabelecer uma regra de comportamento para a função; ao invés disso, ele associa, 1 a 1, os valores do domínio (discreto e com poucos elementos) as suas imagens, o que pode inviabilizar a resolução de problemas que envolvam conjuntos com um grande número de elementos.

A segunda zona do perfil conceitual de função - Instinto de funcionalidade - está relacionada ao conceito de proporcionalidade e à idéia de relação entre grandezas.

Os gregos já apresentavam esse "instinto funcional" em suas tabelas astronômicas, que eram funções tabuladas, e se utilizavam da interpolação linear para construí-las. Já apresentavam também a idéia de dependência funcional. Não existiam, porém, um conceito geral de função nem uma generalização dos procedimentos. Existiam apenas relações isoladas entre conjuntos discretos de números. Consideramos que esse avanço apresentado pelos gregos é muito próximo do que ocorre com o estudante quando toma contato com esta nova zona do perfil.

A principal característica dessa zona é a utilização de regras que resolvem apenas casos particulares; não se busca uma forma geral de resolução, nem a generalização dos procedimentos. Consideramos que o estudante a partir da 6ª série (aproximadamente com 12 anos de idade), quando estuda proporção, já apresenta as características dessa zona.

Essa zona apresenta o mesmo obstáculo ontológico da 1ª zona, ou seja, só admite a resolução de problemas que envolvam conjuntos discretos, porém, diferentemente da anterior, nessa se admitem conjuntos com muitos elementos. Difere também quanto ao obstáculo epistemológico, pois não efetua a associação 1 a 1 dos elementos, e sim estabelece soluções particulares para cada caso, como a "regra de três", por exemplo, que, apesar de resolver alguns problemas satisfatoriamente, não dá uma visão geral do comportamento da variação, impedindo o aluno de dar uma solução geral para os problemas.

Oliveira (1997), citando Cotret, aponta também a idéia de proporção como um obstáculo epistemológico do conceito de função. Quando se expressa a relação entre grandezas através de proporções, consideram-se 4 elementos aleatórios. Segundo a autora, "esta forma de proceder dissimulava a relação de funcionalidade que podia existir entre as 2 variáveis em jogo."(OLIVEIRA, 1997: 24). Desse modo, o que se perde não são os próprios elementos, mas as relações entre eles.

A terceira zona do perfil conceitual de função - Variação funcional: funções bem comportadas - relaciona-se com o estudo da variação de determinados elementos, ou seja, com a descrição do comportamento de uma variável. Contudo essa variação supõe-se "bem comportada". Estamos entendendo por "bem comportada" as funções cujos gráficos sejam uma "curva suave", ou seja, descritos por um traçado contínuo, sem saltos nem mudanças abruptas de movimento no seu traçado.

Esta zona rompe com o obstáculo ontológico dos conjuntos discretos que encontrávamos nas duas anteriores, passando a utilizar-se do contínuo em suas interpretações. Nesse sentido, assemelha-se às interpretações da variação dadas por Oresme (séc. XIV) e Galileu (séc. XVI), que descrevem o comportamento de um movimento a partir de sua representação gráfica. Apesar do conjunto dos número reais não estar definido de forma rigorosa nessa época, no nosso entender, Oresme o estava utilizando implicitamente quando descreveu o movimento em função do tempo.

Ao nosso ver, a visão de função bem comportada é construída pelo aluno principalmente na escola, pois, ao ter o primeiro contato formal com o conceito de função, na 1ª série do 2º grau, ele o tem quase exclusivamente com funções que são representadas graficamente por curvas suaves, como as funções polinomiais, modulares, exponenciais, logarítmicas, seno e cosseno. A única função que se estuda no 2º grau e que não é bem comportada é a função tangente porque, embora o livro apresente as funções cossecante, secante e cotangente, não faz a construção do gráfico das mesmas.

Essa zona apresenta um obstáculo epistemológico, relacionado com a necessidade da variação ser bem comportada, não considerando, portanto, como função um grande número de funções como as descontínuas, por exemplo.

Apesar dessa zona nos parecer realmente uma zona intermediária, tendo características da segunda e da quarta, consideramos que ela tem grande importância, pois com ela se inicia a idéia de representar de forma geral um determinado comportamento, saindo dos casos particulares e, principalmente, passando a interpretar problemas que envolvam um conjunto que não é discreto (como o dos números reais).

A quarta zona do perfil conceitual de função - Lei Algébrica - caracteriza-se pela algebrização do conceito de função, por uma maior preocupação com os aspectos quantitativos, afastando-se da análise qualitativa das variações, que é característica da zona anterior.

A interpretação algébrica do conceito de função, que se iniciou com Fermat e Descartes, faz com que este conceito vá se afastando gradativamente do estudo da variação das quantidades. Com Euler, o conceito de função passa a ter o sentido de uma expressão analítica tornando-se um conceito mais geral e independente de situações experimentais.

Essa 4ª zona apresenta uma forte influência quantitativa, o que não corresponde inteiramente ao momento histórico descrito. Usando sempre a expressão algébrica que representa a função como uma "máquina" de obter as imagens para a construção de uma tabela de valores, esse aluno, geralmente, usa as tabelas como sua principal fonte de dados para a interpretação do comportamento de uma função.

No nosso entender, essa idéia quantitativa é formada principalmente na escola. Isso pode ser verificado observando-se o livro didático, onde as funções dadas a título de exemplo são analisadas e têm seus gráficos construídos a partir de tabelas de valores. Essas tabelas são construídas calculando-se, através lei de formação, a imagem de alguns elementos do conjunto domínio, tomados aleatoriamente.

Essa zona apresenta como obstáculo epistemológico a necessidade que o aluno sente de que a lei de formação da função seja dada por uma expressão matemática explícita de uma variável x, dificultando desta forma que o aluno identifique como função os problemas que envolvam o conceito.

A quinta zona do perfil conceitual de função - Conceito formal - reporta-se à idéia traduzida pela definição formal de função que encontramos em Bourbaki. Consideramos também características dessa zona todas as idéias que estão próximas dessa definição como, por exemplo, as que surgiram historicamente a partir de Dirichlet.

A definição de função que é apresentada nos livros de Matemática, em geral está situada nesta zona. Portanto os alunos, mesmo os que não atingiram essa zona, já tiveram algum contato com ela.

Percebemos que existe uma grande distância entre a definição de função apresentada por Bourbaki, a mais utilizada hoje nos livros e no campo científico, e a idéia de variação. O conceito de função, ao se tornar mais geral e abrangente, afastou-se dos problemas quotidianos, descontextualizando-se, ou seja, tornou-se formal.

A formalização do conceito de função, que o dissocia, ao menos aparentemente, de qualquer problema cotidiano, torna mais difícil para o aluno a internalização das idéias dessa zona e, com isso, tem dificuldades em tomar consciência de seu perfil.

Entendemos que tomou consciência do perfil aquele aluno que foi capaz de se utilizar, de forma segura e adequada, das imagens que possui de cada zona nas situações apropriadas. Para que o aluno tome consciência do perfil, ele tem de superar os obstáculos epistemológicos e ontológicos de cada zona.

As zonas do perfil apresentam uma certa graduação quanto ao grau de dificuldade apresentada para os alunos, pois sempre que atinge uma nova zona, o aluno encontra obstáculos que devem ser superados.

**6. Conclusões e contribuições**

Esses dados nos levam a algumas conclusões. A primeira conclusão é que os alunos, mesmo antes do contato formal com o conceito de função, já trazem algumas concepções prévias, como a idéia de ordem e de proporção presentes nas duas primeiras zonas do perfil conceitual.

A segunda conclusão é que, mesmo tendo tido contato escolar com a definição formal e com vários tipos de função, a maioria os alunos se utiliza de suas concepções prévias, quando elas se mostram adequadas para resolver um determinado tipo de questão sem que isso signifique que não tenham ainda construído outras zonas do perfil.

A terceira conclusão que podemos tirar é que a forma descontextualizada como geralmente é trabalhado o conceito de função não favorece a sua aplicação em problemas quotidianos, levando inclusive os alunos a terem dificuldade de perceber as situações em que ele está envolvido.

Outra conclusão é que os alunos se utilizam de várias zonas do perfil dependendo do contexto e em alguns casos, principalmente quando o aluno não tomou consciência do perfil, um mesmo aluno se utiliza de várias zonas (imagens) em um mesmo contexto.

Sugerimos uma estratégia de ensino do conceito de função estruturada a partir das concepções prévias dos alunos, através de uma sequência de atividades organizada de acordo com as zonas do perfil conceitual, criando gradativamente um contexto favorável à apresentação da definição formal. Acreditamos que esse tipo de estratégia favorece o aluno a tomar consciência do seu perfil conceitual, podendo assim se utilizar de todas as zonas, reconhecendo qual imagem é a mais adequada a um determinado contexto. Isso, por sua vez, é considerado um fator importante para a obtenção de um bom resultado em Matemática.

O estudo das concepções prévias dos alunos é um interessante campo de pesquisa para a Educação Matemática, campo esse já bastante explorado no ensino de Ciências, mas ainda pouco estudado pela Educação Matemática e para o qual este trabalho pretendeu dar sua contribuição.

## DISCUTINDO OS RACIONAIS NA 7ª SÉRIE VISANDO A NOÇÃO DE DENSIDADE

Mestranda: Dora Soraia Kindel
Orientadores: Janete Bolite Frant
Joaquim Rodrigues Gimenez
Universidade Santa Úrsula

### PROBLEMA

Este estudo tem como perspectiva a construção e discussão de alguns aspectos do conjunto dos racionais visando os reais ao término do 2º segmento do 1º grau. A investigação trata, especificamente na 7ª série, da implementação de uma seqüência de atividades envolvendo alguns aspectos dos números racionais e do processo de construção do conteúdo por parte dos alunos. Serão trabalhados: as noções de ordem, convergência, densidade, intervalos e sucessões nos racionais. Pretendemos que a análise das relações e dos significados produzidos pelos alunos no processo de implementação desta seqüência possa fornecer subsídios para uma abordagem dos números racionais distinta da axiomática.

Para mapear os aspectos pretendidos levanto as seguintes questões - problema:

1. Quais parecem ser os conteúdos sobre frações valorizados nos livros didáticos da 7ª série e contíguos. Quais suas intenções didáticas e curriculares ?
2. Como propor uma seqüência curricular sobre frações e decimais na 7ª série envolvendo, um currículo coerente de modo que os alunos se posicionem frente às diversas situações problema da seqüência planejada? De que modo acontece esse posicionamento pelos alunos frente:

- às diferentes expressões simbólicas convencionais.
- aos diferentes aspectos do número racional (proporção, medida, quantidade).
- a algumas características e propriedades de tipo numérico (ordem, intervalo, família).
- à construção de noções topológicas e métricas no interior dos números racionais.

### OBJETIVOS

O objetivo desta pesquisa é investigar os diferentes modos de como os alunos se posicionam em relação a situações - problema que envolvem os racionais. Identificar algumas dificuldades e êxitos encontradas na construção deste conteúdo. E por fim, investigar de que maneira a intervenção do grupo contribui para a construção do conhecimento de cada indivíduo. A pesquisa foi desenvolvida levando em conta os seguintes objetivos específicos:

1) verificar de que maneira estes alunos percebem cotas em conjuntos no interior dos racionais;
2) verificar como estes alunos percebem intervalos numéricos;
3) verificar como estes alunos identificam frações em determinados intervalos e de que forma resolvem situações de aproximação e acotamento;
4) verificar de que forma ordenam os racionais, distinguindo o caso contínuo e discreto; qual é a sua concepção intuitiva de densidade.
5) verificar que relação estabelecem entre o número decimal e a fração; de que forma reconhecem soluções de problemas com decimais e se aplicam conteúdos aprendidos anteriormente; se existem hierarquias implícitas do conteúdo;

### METODOLOGIA

Observando-se o sistema de ensino vigente e entrevistando alguns professores de matemática, o objetivo fundamental do primeiro segmento do 1° grau parece ser, para a comunidade matemática escolar, a construção dos naturais com as quatros operações fundamentais. Esta posição se revela nos livros didáticos, nos currículos e na linguagem dos profissionais, além das muitas pesquisas tratando deste assunto. Nos segmentos mais avançados (segundo segmento do 1º grau e no 2º grau), entretanto, a resposta dos profissionais e a posição dos livros didáticos apresentam uma falta de objetivos trazendo apenas uma listagem descontínua de conteúdos por tópicos. Este tratamento implica em atitudes por parte dos professores em sala de aula que não favorecem ao estudante a construção de relações a partir destes conteúdos.

Em particular o currículo de 5ª á 8ª série apresenta, hoje, lacunas no que diz respeito à ampliação do conjunto dos racionais para o conjunto dos números reais. A partir da 5ª série vão sendo introduzidos, nesta ordem, o conjunto dos inteiros, dos racionais negativos e os números decimais e sua representação. A mera introdução de alguns irracionais, como $\sqrt{n}$, para $n \neq a^2$ e $\pi$, exemplificando os números que não são números racionais não permite que os alunos elaborem o conceito de número real, pois não leva à construção de noções e concepções do que sejam os conjuntos numéricos nem valoriza as diferentes representações para um mesmo número.

Considerações semelhantes foram desenvolvidas nos trabalhos de Douady (1986) e Romero (1997) entre outros.

Com o conjunto dos números reais, assim como acontece em todos os conceitos de matemática avançada, existe uma distância entre a organização e estruturação cognitiva e curricular dos conceitos e a sua formalização matemática (Tall 1991, Douady 1991). Possivelmente uma das mais sérias conseqüências da prática pedagógica vigente é o alto índice de reprovação nas séries iniciais do segundo grau. Uma das dificuldades que aparece logo no 1° ano é o estudo de funções definidas sobre os reais e o próprio conjunto dos reais.

A matemática escolar apresenta tradicionalmente os conjuntos numéricos da seguinte forma: $N \subset Z \subset Q \cup I = R \subset C$, esta organização se baseia no processo de axiomatização aritmética sendo que o principal representante desta escola foi Karl Weierstrass. A preocupação dos matemáticos era a construção da aritmética como um sistema orgânico com fundamento lógico.

" *Os matemáticos do século XIX haviam levado a cabo a tarefa de fundamentar a análise e precisar os seus conceitos. (...) Uma das ocupações principais desse tempo consistia na chamada "aritmetização da análise" ou seja, na eliminação de entidades mais ou menos "fantasmagóricas " da época anterior, como os "infinitesimais", e sua substituição por conceitos definidos de modo mais claro e preciso a partir dos números naturais. O próprio Cantor teve participação ativa e proeminente nesta tarefa, definindo os números reais como classes de equivalência de sucessões convergentes de números racionais"* (.Abe, Jair Minoro e Nelson Papavero, 1991, p. )

Esta visão também é comumente encontrada nos livros - texto de matemática ou nas aulas, dito pelo professor:

- no conjunto N não podemos dividir 1 por 3, daí "surge" o conjunto $Q^+$;
- ainda em relação ao conjunto N não podemos subtrair 5 de 2, daí "surge" o conjunto Z;
- o $\sqrt{n}$ para n não quadrado perfeito e o $\pi$ não pertencem à nenhum dos conjuntos anteriores, eles pertencem aos reais;
- logo, $N \subset Z \subset Q \subset R$

Esta colocação simplista leva professores e alunos a acreditar que se "compreendemos bem" os números naturais a construção dos outros conjuntos numéricos flui naturalmente. Desta forma os alunos acreditam na aplicação direta de propriedades dos naturais a outros conjuntos (Streefland 1993). Um caso exemplar: 3+1=4 e 4+1=5 então ¾ = (3+1) / (4+1) = 4/5. O erro didático, neste caso, consiste em não reconhecer as características diferentes dos números que estão sendo introduzidos (Kerslake 1986); o erro matemático consiste em manter as características dos números naturais para os racionais. Somos levados a acreditar que ¾ = 4/5 pois se somarmos uma unidade ao numerador e ao denominador da primeira fração obteremos a 2ª fração. Este exemplo é bastante significativo já que nos obriga a pensar simultaneamente na didática e no conteúdo matemático. Além disso, todo professor de 2° segmento do 1° grau ou de 2° grau vê ocorrer em sua sala de aula algumas vezes esta situação.

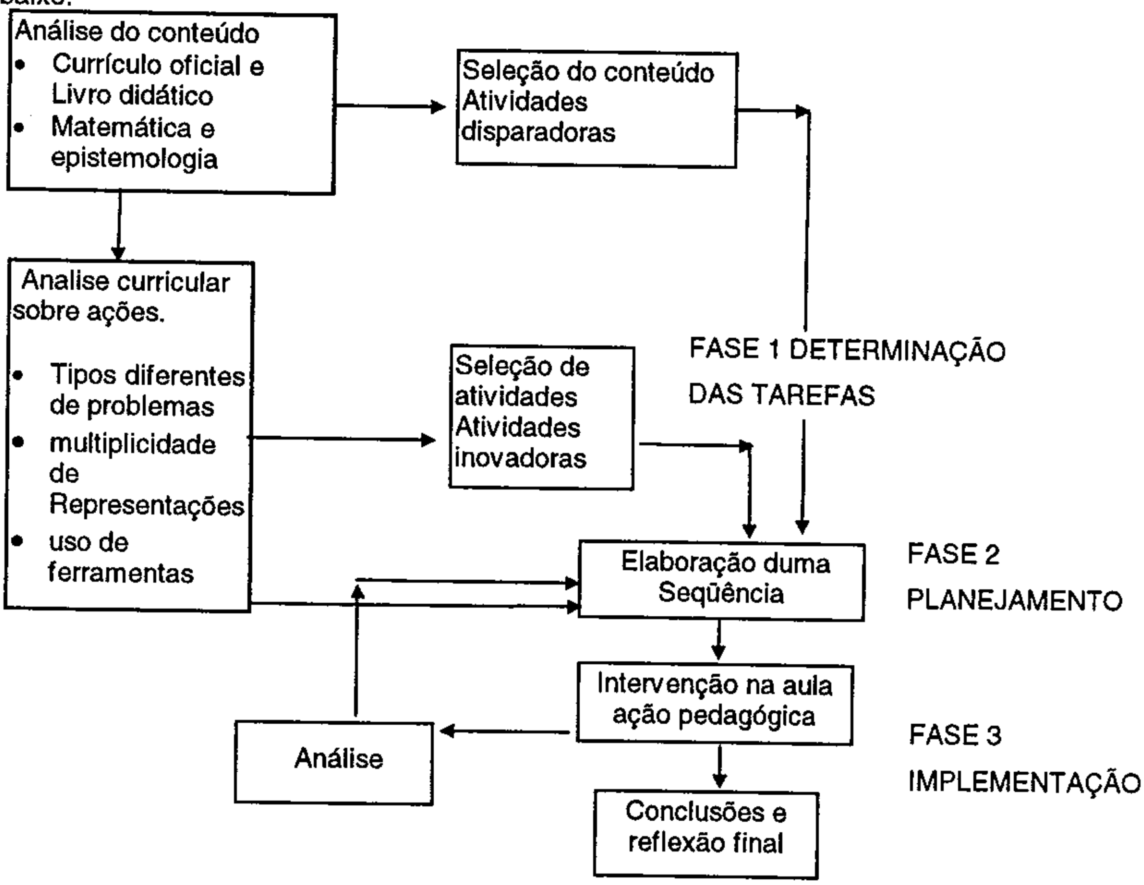
Para a proposta estruturalista o processo ensino/aprendizagem da aritmética como um sistema orgânico vem a seu encontro. No momento em que a compreensão do número torna-se fundamental, a estrutura interna dos conjuntos numéricos não é mais suficiente. Na Matemática Moderna o modelo é a chave de sua apresentação em detrimento da compreensão. Mas, quando se tira a estrutura o que fica em seu lugar?

Como professora, sentindo-me desconfortável em participar deste processo perverso do ensino passei então a observar, detalhadamente, a reação dos alunos e suas dificuldades diante do que não compreendiam, isto é, daquilo que não fazia sentido para eles neste contexto. Desenvolvi então esta pesquisa de modo que pudesse elaborar um estudo de intervenção construtiva neste processo, pensando em atuar no programa de matemática do 2° segmento do primeiro grau, em particular na 7ª série, pois é nesta que se caracteriza a maior ruptura em relação aos conteúdos que vêm sendo anteriormente trabalhados (Atweh et col.1996).

As pesquisas sobre a ampliação do conjunto dos números racionais para o conjunto dos reais apresentam resultados que revelam que diferentes aspectos da construção das frações devem ser considerados, tais como: a fração como partição, como proporção, como linha numérica, operador e como medida (Dienes 1971, Kieren 1976). No Brasil ,as pesquisas de Santos (1993,1994) centram-se na compreensão das frações na resolução de problemas na formação dos professores. No âmbito do desenvolvimento cognitivo, as pesquisas de Spinilo e outros (1991) analisam o processo de construção das frações nas primeiras séries.

Moura (1994) abordando as dificuldades de alunos do 3° grau com a noção de limite, usou séries com frações e inteiros e concluiu que a representação gráfica do limite é de importância

fundamental para se interpretar, compreender e construir a sua definição formal, para isto é importante quebrar a dicotomia "limite / aproximações" (Moura 1994:144).
Os trabalhos citados não incorporam respostas sobre o que fazer para um trabalho com o segundo segmento do 1º grau em relação a ampliação do racional para o real. É necessário introduzir novos focos de pesquisa como analisar o que acontece se forem considerados em sala de aula os seguintes aspectos dos racionais: relação funcional / razão (Freudenthal 1983) e decimal / medida (Brousseau 1981). importante são os aspectos topológicos (Giménez 1991) que precisam ser desenvolvidos para uma melhor compreensão dos intervalos encaixantes (Douady 1991). Neste sentido é necessário não só interpretar os aspectos topológicos da reta de forma intuitiva e geométrica mas também aritmetizar estes resultados. (Moura 1994: 144). A partir destas implicações formulamos nosso objetivo.
O objetivo desta pesquisa é investigar os diferentes modos de como os alunos se posicionam em relação a situações - problema que envolvem os racionais. Identificar algumas dificuldades e êxitos encontradas na construção deste conteúdo. E por fim, investigar de que maneira a intervenção do grupo contribui para a construção do conhecimento de cada indivíduo.
Num primero momento, situamos as variáveis presentes no problema consideradas na literatura : (a) aspectos matemáticos, (b) cognitivos - didácticos - sociais - e (c) curriculares. Estamos interessados em mostrar o que acontece nos currículos oficiais e nas propostas dos livros didáticos. Isso fornece um quadro da situação do problema no Brasil e serve para identificar quais foram as linhas de construção de uma seqüência de atividades que elaboramos para esta pesquisa. E po fim, de posse dos resultados obtidos apresentamos uma proposta de seqüência de trabalho.
Para a análise didática do conteúdo trabalhado pelos alunos na implementação da seqüência, propomos um processo de pesquisa - participativa com caráter diagnóstico e empírico (Arnal 1992).
A nossa pesquisa se enquadra no paradigma qualitativo, portanto nosso interesse é a construção social da realidade, uma forte relação entre o pesquisador e o problema de pesquisa, e analisamos condições situacionais que a caracteriza (Denzin e Lincoln 1994:4). Mais especificamente consideramos uma observação naturalista, no interior do fenômeno pesquisado, baseada na realidade, orientada para o descobrimento, descritiva, indutiva, asumindo a realidade como sendo dinâmica, holística e considerando como critério de validade a apresentação de fatos reais , ricos e profundos (Cook e Reichard 1982:29).
As fases do desenvolvimento da pesquisa serão apresentadas esquematicamente na figura abaixo:



## CONCLUSÃO

Este trabalho apresenta alguns resultados no que diz respeito às formas com que os alunos desenvolvem noções comparações entre sequências, classificação da representação decimal inclusive algumas não usuais, comparação entre frações.

## REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS


ARCAVI, Abraham, Bruckheimer, Maxim, Bem- Avi, Ruth. "História da matemática para professores: o caso dos números irracionais". Rio de Janeiro: Série BERGE, Claude, "Topological Spaces", Oliver & Boyd Ltd, London, 1963, 263 p. translated by E. M. Patterson.

BREKKE, Gard, "A decimal number is a pour of whole numbers", PME 20, Vol. 2, ed. Luis Puig Angel Gutiérres, Valencia - Espanha, 1996, 137 - 144.

COBB, Paul et col., "Reflexive Discourse and Collective Reflection", Journal for Research in Mathematics Education, 1997, vol 28, nº 3, 258- 277.

COLL, César, "Psicologia e Currículo: uma aproximação psicopedagógica à elaboração do currículo escolar", Série Fundamentos, Ática, São Paulo: 2ª ed., 1987; trad. Psicologia y curriculum, Paidós Ibéria, Barcelona, 1987, 190 p.

COLL, César et col., "Desenvolvimento e psicológico e educação", ed. Artes Médicas,Porto Alegre, vol.2,1996, 348 p.

DOUADY, R., "Jeaux de cadres et dialectique outil- object. Recherches en Didactique Mathematiques, 1986, 7, 5- 31.

DOUADY R.BISHOP, A J Y MELLIN- OLSEN, S., "Tool, object, setting, window: Elements for analysing and constructing didactical situations in Mathematics., Mathematical knowlwdge: its growh through teaching. Dordrecht: Kluwer A P., 1991.

ROMERO, Isabel, A., "La introducción del número real en enseânsa secundaria: una experiencia de investigación- accioón, Colección Mathema, Comares, Granada- Espanha, 1997, 357 p.

FREUDENTHAL, Hans, "Didactical Phenomenology of Mathematical Structures", D. Reidel Pub. Co, 1983. *cap. 5 e 6 (133 a 205)*

GARDINER,A "Infinite Processes, Background to Analisys", Springer Verlag, Nova Iorque - USA, 1982, 300 p.

GREENFIELD, Patrícia Marks. O desenvolvimento da raciocínio na era eletrônica. Os efeitos da tv nos computadores e videogames. Ed. Sammus,*129 a 146 (Educação Multimídia)*, 162 p.

HERSHKOWITZ, Rina , Arcavi, A ., Geometrical Adventures in Functionland, Mathematics Teacher, 346- 352.

HART, Kathleen., "Ratio and Proportion". USA, NCTM - 2, 1988 p. 198 - 219,1946

KIEREN, Thomas E., Personal Knowledge of Rational Numbers: Its Intuitive and formal Development, 162 - 181

LESH, Richard, Post T.& Behr, Merlyn, Proporcional Reasoning 93- 118

LINS, Rômulo C., Joaquim Gimenez. Perspectivas em aritmética e álgebra para o século XXI. Campinas- S.P., 1997.(coleção Perspectivas em Educação Matemática) 170 p.

LIMINI, Mirela Rigo, "Elementos Históricos y Psicogenéticos en la construcción del continuo Matemático", Educación matemática, I, vol. 6, abril 1994, 19 -31.

OHLSSON, Stellan; mathematical Meaning and Applicational Meaning in the Semantics of Fractions and Related Concepts 53 - 92.

PÉTER, RÓZSA, Jeaux avec l'infini: Voyage à travers les mathématiques, Éditions du Seuil, desconhecido, 1957, 305 p; trad: Jáek a végtelennel.

POWELL, Arthur B., "Algumas considerações sobre o papel da Experiência e da Reflexão na aprendizagem de matemática nas Escolas" , Conferência dfeita em Maputto, 1993. ( xerox)

SCHLIEMANN, Analúcia D & David Carraher. Razões e proporções na vida diária e na escola. Estudos em psicologia da educação Matemática, Recife, Ed. Universitária da UFPE, 1993. P. 13-37.

SMOLKA, Ana Luiza B., "A prática discursiva na sala de aula: uma perspectiva teórica e um esboço de análise", Caderno CEDES, julho de 1991 nº 24, Papirus, 51 - 65.

SPINILLO, Alina Galvão. Proporções nas séries iniciais do primeiro grau. IN: Estudos em Psicologia da Educação Matemática, Recife, UFPE, 1993, 40-59.

VYGOTSKY, L. S., "Pensamento e Linguagem", Martins Fontes, São Paulo, 1987, 132 p.; trad: Thought and language, sem referências complementares.

ZIZEK, Slavoj,."O mais sublime dos histéricos", ed. Jorge Zahar, .Rio de Janeiro, 1991, 230 p.;trad. Les Plus Sublime Des Hysteriques _ Hegel passe, point Horse Ligne, Pars, 1988,.

# FUNÇÕES: UMA INVESTIGAÇÃO DA APRENDIZAGEM CONCEITUAL A PARTIR DO ENFOQUE DAS REPRESENTAÇÕES SOCIAIS

Flávio Moraes Lima
Orientadoras: Monica Rabello de Castro e Janete Bolite Frant
Mestrado em Educação Matemática da Universidade Santa Úrsula – RJ

Todo professor, ao planejar uma aula ou um curso, tem em mente algumas metas que deseja alcançar. Uma das expectativas mais freqüentes é a de que seus alunos aprendam determinados conceitos, concernentes ao tópico que se irá trabalhar. É com isto em mente, que o professor seleciona e organiza as atividades que pretende propor aos alunos, a metodologia a ser adotada nas aulas e as formas de avaliação que serão utilizadas. Todo este planejamento, no entanto, é muitas vezes visto pelo professor como algo desnecessário, sendo feito, um grande número de vezes, de maneira extremamente burocrática. Refletir sobre a nossa prática, nossos objetivos, muitas vezes, é algo bastante incômodo. Quantos de nós já parou para pensar porque ensinamos certos conteúdos? O que nos leva a privilegiar certos aspectos da matemática em detrimento de outros? Quantos de nós ficamos sem resposta, quando nossos alunos nos perguntam sobre a utilidade de se estudar certos conteúdos matemáticos?

Se, entre os professores, existe uma certa unanimidade sobre a importância dos alunos aprenderem determinados conceitos matemáticos – como o de funções, por exemplo – e, se além disto, esta aprendizagem é um dos objetivos de nossa prática, é preciso que tenhamos clareza sobre aquilo que desejamos que nossos alunos aprendam. Caso contrário, teremos dificuldades em justificar, não só para os nossos alunos mas para a sociedade como um todo, o porquê de nossa prática. Daí a urgência em se refletir sobre alguns pontos que considero nebulosos e que se situam na base de nossa prática. Se pretendemos que nossos alunos aprendam certos conceitos matemáticos precisamos, antes de tudo, saber responder às seguintes questões:

- O que é um conceito?
- Como eles são produzidos?
- Que processos envolvem sua aprendizagem?
- Como podemos avaliar este processo?

Tendo em vista a abrangência das questões levantadas acima, centraremos nossa investigação no conceito matemático de função. Esta restrição, no entanto, se restringirá aos aspectos concernentes às duas últimas questões.

O conceito de função vem sendo objeto de inúmeras pesquisas em Educação Matemática. Contudo, quando procuramos objetivar tal conceito, quase sempre nos deparamos com dificuldades. Se hoje existe um certo consenso de que o conceito não se limita à definição de função, sendo algo mais abrangente do que esta, isto não impede, no entanto, que ainda existam muitas controvérsias a respeito desta questão.

Tomemos, como exemplo, a posição defendida por Vinner apresentada em trabalho de Hershkowitz e Schwarz (1998): enquanto o conceito deriva de sua definição matemática, a imagem conceitual é o produto resultante dos processos da aprendizagem conceitual na mente dos indivíduos, ou seja, é uma representação interna, individual, do conceito. Esta posição propõe uma anterioridade da definição em relação ao conceito – este decorre de sua definição -, o que nos parece ser uma inversão no processo de produção conceitual. Além disto, a afirmativa de que *"a imagem conceitual é a representação interna do conceito ou o reflexo do conceito na mente"*, está ancorada num modelo de representação clássico, que distingue um mundo interno – lugar da consciência e de fenômenos de natureza psicológica, onde se situa a imagem conceitual – de um mundo externo – onde se situa o conceito. Neste modelo, a representação ocupa um lugar de intermediário entre o pensamento - pertencente ao mundo interno e, portanto, inacessível – e a sua comunicação.

Se nos colocamos numa perspectiva cujo objetivo é investigar os processos relativos à aprendizagem conceitual, as dificuldades decorrentes deste modelo são enormes. Como poderemos avaliar este processo se o pensamento de nossos alunos nos é inacessível? Por outro lado, qual a vantagem de se distinguir conceito de imagem conceitual se esta última pertence a um campo ao qual não temos acesso? Uma outra pergunta a que teríamos que responder seria sobre a diferença de natureza entre as representações internas – objeto da consciência – e as representações externas – utilizadas na comunicação e na interação social.

Bakhtin (1929) nos propõe um modelo alternativo para esta questão. Procurando caracterizar a natureza do campo ideológico, Bakhtin o identifica com o campo semiótico. Os signos, no entanto, não são para Bakhtin meros reflexos internos da realidade exterior. Pelo contrário, buscando demonstrar a natureza material e objetiva dos signos Bakhtin nos diz que

*"(...) todo fenômeno que funciona como signo ideológico tem uma encarnação material, seja como som, como massa física, como cor, como movimento do corpo ou como outra coisa qualquer. Nesse sentido, a realidade do signo é totalmente objetiva (...) Um signo é um fenômeno do mundo exterior. O próprio signo e todos os seus efeitos aparecem na experiência exterior."*(Bakhtin, 1929, p 33)

Deste modo, Bakhtin rompe com a tradição filosófica que atribui ao signo o papel de representante do mundo externo na consciência. A este respeito, vale destacar, a crítica que Bakhtin faz à filosofia idealista que situa o fenômeno da compreensão ao nível interno da consciência. Ele nos diz:

*"O idealismo e psicologismo se esquecem que a própria compreensão não pode manifestar-se senão através de um material semiótico, que o signo se opõe ao signo, que a própria consciência só pode surgir e se afirmar como realidade mediante a encarnação material em signos. Afinal, compreender um signo consiste em aproximar o signo apreendido de outros já conhecidos; em outros termos, a compreensão é uma resposta a um signo por meio de signos. (...) Em nenhum ponto a cadeia se quebra, em nenhum ponto ela penetra a existência interior, de natureza não material e não corporificada em signos."*(Bakhtin, 1929, p34).

A vantagem deste modelo, no que diz respeito à questão da aprendizagem, é o fato de conceber o pensamento como algo acessível. Se não existe uma diferença qualitativa entre o pensamento e a sua expressão, podemos ter acesso direto ao pensamento de nossos alunos através de sua fala. Além disto, ele deixa claro que a compreensão de um conceito ocorre exclusivamente no campo semiótico, onde a cada novo signo contrapomos outros já conhecidos. A importância deste fato é que ele nos aponta, claramente, que rumo tomar para investigarmos as questões anteriormente levantadas. Investigaremos a produção e aprendizagem conceitual a partir desta perspectiva formulada por Bakhtin. Neste sentido, a fala de nossos alunos ocupará um lugar privilegiado neste trabalho, uma vez que a palavra é o principal veículo das interações sociais e, consequentemente, da formulação e da compreensão de novos conceitos.

Nesta mesma linha de pensamento iremos encontrar, mais recentemente, Moscovici, Jodelet e outros formuladores da teoria das representações sociais. Este campo de pesquisa, inaugurado na década de 60 por Moscovici, tem como principal objetivo investigar os fenômenos relativos à produção de conceitos do dia a dia. Apesar da distinção feita por Moscovici entre os universos reificados - característicos dos pensamentos eruditos e científicos - e os consensuais – que correspondem às atividades intelectuais produzidas a partir das interações sociais cotidianas - acreditamos ser possível estabelecer algumas aproximações entre os processos de produção de novos conceitos científicos e os processos que envolvem a formulação de representações sociais. O próprio Moscovici nos fornece elementos neste sentido, ao indicar que não é o fato das representações sociais serem produzidas e compartilhadas socialmente que as distingue, por exemplo, de um conceito científico. Esta diferença se daria num aspecto funcional que seria, esta sim, uma característica exclusiva das representações sociais. Vejamos, portanto, como Jodelet define o que vem a ser uma representação social: *"uma forma de conhecimento, socialmente elaborada e partilhada, tendo uma visão prática e concorrendo para a construção de uma realidade comum a um conjunto social."*(Jodelet, 1989, p36)

Vimos, portanto, que a teoria das representações sociais podem nos trazer importantes subsídios para respondermos às questões anteriormente formuladas. Veremos como os conceitos de ancoragem e objetivação – mecanismos básicos do processo de produção de representações sociais – podem nos ser muito úteis para enfrentarmos as questões do que é um conceito e de como este é produzido.

Quanto as demais questões – que processos envolvem a aprendizagem de um conceito e como podemos avaliar este processo –, serão examinadas a partir deste mesmo referencial teórico, mas no âmbito específico da aprendizagem conceitual de funções. Para isto será feita uma pesquisa de campo, onde iremos propor, a um grupo de alunos de 8ª série, uma série de atividades que sejam compatíveis com os nossos referenciais teóricos. Estas atividades apresentarão, entre outras, as seguintes caracterísitcas:

1. Serão propostas a pequenos grupos de alunos de modo a possibilitarem a interação social destes alunos, a troca de idéias, a comunicação entre eles. O trabalho em grupo, por permitir uma maior interação entre os alunos, é uma condição básica nesta pesquisa, uma vez que estamos partindo do pressuposto de que o conceito se estabelece como um acordo socialmente produzido.

2. As atividades se constituirão, basicamente, de questões abertas, onde a atenção esteja voltada muito mais para os diferentes caminhos que possam levar à solução, do que para a solução em si. Como estamos preocupados em investigar o processo de aprendizagem conceitual, as atividades devem ser elaboradas de forma a possibilitar tal investigação. Pretendemos examinar como se dão os processos de ancoragem e objetivação na aprendizagem de funções e, para isto, precisamos propor situações que, sobretudo, propiciem a fala dos alunos.
3. As atividades apresentarão situações em que os alunos sejam levados a fazer conjecturas, a apresentar e discutir seus argumentos. A capacidade argumentativa está, a nosso ver, intimamente relacionada com a produção de novos significados para um dado conceito. É a partir do pontos de vista distintos que se faz necessária a argumentação, cujo principal objetivo é convencimento do interlocutor. Neste processo é que poderão surgir novos acordos e, consequentemente, novos significados para um determinado conceito.
4. As atividades propiciarão aos alunos a oportunidade de trabalharem com diferentes representações de funções e, para isto, os alunos disporão de computadores e software que possibilitem um acesso mais rápido e dinâmico a estas representações. As vantagens do uso desta tecnologia, principalmente no que diz respeito à aprendizagem de funções, pode ser constatada nos inúmeros trabalhos que vêm sendo produzidos com este enfoque em educação matemática.
5. Estas atividades serão registradas através de gravações e/ou filmagens para que não se perca o material básico que servirá de objeto de análise para este trabalho, ou seja, a fala dos alunos. Além disto, os registros por escrito dos próprios alunos também servirão como fonte de dados para esta pesquisa.

Nossa análise dos dados recairá, sobretudo, nas falas e nos argumentos produzidos pelos alunos durante a realização das atividades. Precisamos, portanto, de referenciais teóricos que nos permitam levar a cabo esta análise. Para isto, além dos referenciais teóricos anteriormente mencionados, será utilizada a nova retórica, de Perelman, que tem como um de seus principais objetivos estabelecer uma tipologia que nos permita identificar, classificar e relacionar os diferentes argumentos que aparecem nos mais variados .

Veremos, no decorrer das diferentes etapas desta pesquisa, como este instrumental teórico nos permitirá vislumbrar algumas alternativas que nos possibilitem responder às questões investigadas.

**Referências Bibliográficas:**

BAKHTIN, Mikhail, Marxismo e Filosofia da Linguagem, Hucitec, São Paulo, 8ª edição,1997, p. 196

SCHWARZ, Baruch e HERSHKOWITZ, Rina, Prototypes: Brakes or Levers in Learning the Function Concept? The role of Computer Tools. Paper submitted to the Journal for Research in Mathematics Education, 1998.

JODELET, D. "Représentations Sociales: un domaine en expansion", Les Représentations Sociales, Presses Universitaires de France, Paris, 1989.

MOSCOVICI, S. La psychanalyse, son image eat son public, Presses Universitaires de France, Paris, 1976.

SÁ, Celso Pereira de, "Representações Sociais: o conceito e o estado atual da teoria", O conhecimento no cotidiano, Editora Brasiliense, São Paulo, 1993.

# PRODUÇÃO DE SIGNIFICADOS PARA A FUNÇÃO DO PRIMEIRO GRAU NA REPRESENTAÇÃO EM EIXOS PARALELOS

Mestrando: Hélcio Fidélis
Orientadores: Janete Bolite Frant e Monica Rabello de Castro
Instituição: Universidade Santa Úrsula

**RESUMO**

O objetivo desse trabalho é investigar o processo de produção de significados para a função do primeiro grau por alunos do segundo ano do segundo grau. A pesquisa de campo foi realizada num Colégio de Aplicação da Universidade do Estado do Rio de Janeiro.

Os conteúdos matemáticos foram desenvolvidos a partir da representação de função do primeiro grau num sistema não usual, chamado representação em eixos paralelos (REP - proposto por Abraham Arcavi, 1996).

Fundamentando-se nos trabalhos de Arcavi (1996) e Nahmias de Hershkowitz (1997), Lins (1993, 1997) e no Tratado da Argumentação de Perelman(1997) pretende-se analisar a produção de significados para a função do primeiro grau na REP, salientando-se a importância das múltiplas representações, o passear entre elas, a relevância do diálogo entre os envolvidos e o aspecto pessoal da produção de significados.

Resultados parciais da pesquisa mostraram que os alunos produziram significado matemático preferencial para a função do primeiro grau ao usar a representação em eixos paralelos. Construíram objetos matemáticos específicos desta representação tais como foco e sistema de dupla representação e descreveram suas produções.

## OBJETO DE ESTUDO

O propósito deste trabalho será o de identificar e analisar significados produzidos por alunos do segundo ano do segundo grau para a função do primeiro grau usando a representação em eixos paralelos (REP).

É difícil ter uma idéia da origem do conceito de função, pois existem controvérsias até mesmo por parte dos historiadores. Temos informações que os matemáticos já antigamente trabalhavam com grandezas variáveis relacionando-as a outras grandezas. De fato, evidências de tabelas - que associam comprimentos da sombra de uma vara a certas horas do dia - encontradas na Índia, no Egito e na Grécia mostram que o homem tem, desde a Antigüidade, a noção intuitiva de função.

A origem da representação gráfica também é discutida. Consta na História da Matemática (Boyer, pág. 192) que o matemático Nicole Oresme (séc. XIV) sugeriu uma representação gráfica para a maneira pela qual as coisas variam.

Argumenta-se, também que a idéia de função usando coordenadas foi expressa publicamente pela primeira vez por René Descartes (1596-1650) e que é atribuído a Leibniz (1646-1716) a palavra função "praticamente no mesmo sentido em que é usada hoje" (Boyer p.297).

Foi a partir do método analítico de representar funções que a matemática passou por profunda revolução e o conceito de função foi passando por vários estágios de desenvolvimento.

Sua formalização, no entanto, é recente. O desenvolvimento da teoria das funções é obra do século XIX que só foi possível depois de um longo período - cerca de um século e meio - de desenvolvimento dos métodos e técnicas do Cálculo, desde o início dessa disciplina no século XVII. De fato, os trabalhos sobre cálculos, por carecerem de uma fundamentação lógica adequada, foram muito criticados. Uma das principais críticas partiu do Bispo e filósofo inglês George Berkeley (1685-1753) num panfleto de 1734(Boyer p.316).

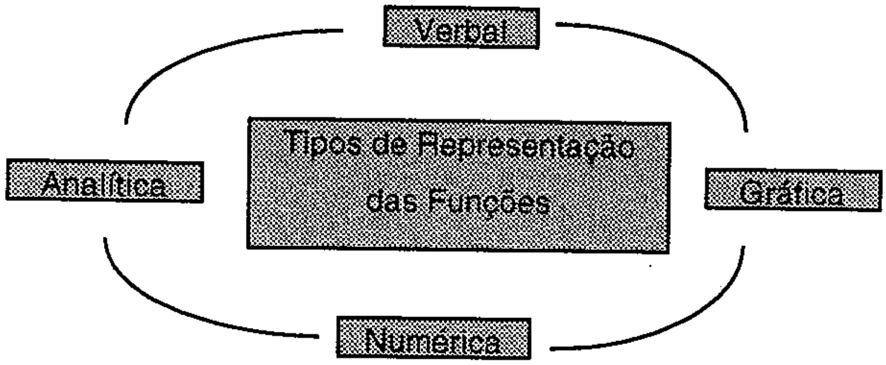
René Descartes (1596-1650), filósofo e matemático francês teve uma participação de grande importância para o desenvolvimento da noção de função. Ao estudar a relação entre duas grandezas, Descartes adotou um sistema de eixos concorrentes, representando a primeira grandeza sobre um dos eixos e a segunda, sobre o outro. Desta forma ele pode determinar as coordenadas de um ponto no plano.

Como caso particular daquele criado por Descartes temos os sistema de eixo ortogonais que é usado até os dias de hoje

Nos livros didáticos mais usados atualmente, destacam-se duas características para o estudo de função: a concepção de função como expressão analítica que reflete a tendência de alguns grandes matemáticos durante o processo histórico da definição de função e a introdução do conceito como conjunto de pares ordenados e como caso particular das relações (Peano).

Há um consenso entre os pesquisadores em Educação Matemática que a flexibilidade na passagem de uma representação a outra é fundamental para a construção do conceito.

As representações mais freqüentes para função são: Algébrica ou analítica (A), Gráfica ou pictórica (G), Tabular ou numérica (N), Verbal ou oral (V)




Seria interessante se pudéssemos oferecer aos alunos um currículo que os permitisse trabalhar em, e com todas, essas representações. Hoje, os livros textos privilegiam a casa 1, isto é, o aluno resolve uma expressão algébrica usando a álgebra, isto é de forma analítica. Algumas vezes, observamos que, é pedido ao aluno traçar o gráfico de uma função apenas como mais uma tarefa pois não acrescenta nenhuma informação ao problema original. Neste momento a tabela, quando usada, é usada como "muleta" (Frant, 1993).

**FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA E METODOLÓGICA**

Nosso objetivo é identificar e analisar a produção de significados de alunos do segundo ano do segundo grau para a função do primeiro grau usando a representação em eixos paralelos. Para atender ao objetivo de nossa pesquisa, esta se fundamentará em Hershkowitz, Arcavi e na teoria da argumentação de Perelman (1996). Trata-se da análise dos argumentos dos alunos quando justificam suas crenças em relação a função do primeiro grau na representação em eixos paralelos. E na teoria de Lins sobre produção de significados

**PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS**

A pesquisa, de caráter qualitativo, foi desenvolvida visando identificar e analisar os significados produzidos por alunos do segundo ano do segundo grau para a função do primeiro grau usando a Representação em Eixos Paralelos.

O local escolhido para a realização da pesquisa de campo foi o Colégio de Aplicação da Universidade Estadual do Rio de Janeiro, e os sujeitos escolhidos foram 2 alunos de 2º grau.

***COLETA DE DADOS***

Foi usado para coleta e registro de material, filmadora, gravador, registros dos alunos e o diário do pesquisador.

Para fortalecer a análise das descobertas levantadas na pesquisa as principais técnicas utilizadas na coleta de dados consistiram de entrevistas, observações e filmagem dos encontros semanais, coleta de material solicitado, transcrição e análise de fitas de vídeo e áudio. O uso de várias técnicas para a coleta de dados é também conhecido como triangulação (ver Miles/Huberman,1988, Ely,1996)

Foi criado, também, um diário de campo. O diário foi usado como registro da coleta de dados, e para registros de observações, e mais tarde servirão como subsídios para a análise.

Como o trabalho tem o objetivo de identificar e analisar a produção de significados para a função de primeiro grau na REP, foi de fundamental importância que os alunos participassem dando suas opiniões, levantando dúvidas e fazendo conjecturas. Como pretendemos apresentar os resultados da pesquisa através da análise dos argumentos dos alunos, direcionamos nossos encontros, para o debate fazendo com que os alunos justificassem suas afirmações.

*CRONOGRAMA*

| Encontros | datas/horário | Objetivos |
|---|---|---|
| 1.o - | 27/maio/1997 (13:00-14:40) | Representar na REP uma função do 1.0 grau (a>1) encontrada a partir de uma situação problema. Determinar a imagem de um número pela REP |
| 2.o | 10/06/1997 (13:00-14:40) | Representar na REP uma função do 1.0 grau (0<a<1) encontrada a partir de uma situação problema. |
| 3.o | 17/06/1997 (13:00-14:40) | Analisar a existência e identificar as características das funções que não possuem foco. Analisar a posição dos focos em relação ao eixo paralelos. Descrever as características das funções cujos focos estão sobre uma reta. |
| 4.o | 08/07/1997 (13:00-14:40) | Analisar a existência e identificar as características das funções que não possuem foco. Analisar a posição dos focos em relação ao eixo paralelos. Descrever as características das funções cujos focos estão sobre uma reta. Descrever um processo para determinar a raiz de uma função usando a REP. Determinar a função do 1.0 grau sendo dado o foco. |
| 5.o | 21/10/1997 (13:00-14:40) | Resolver exercícios aplicando as noções de REP. |

***PRÉ-ANÁLISE***

Apresentamos a pré-análise de um fragmento realizada através do material escrito, das gravações das falas dos alunos e a análise de gravações em vídeo

# A FUNÇÃO LINEAR E SUAS REPRESENTAÇÕES NO PROCESSO DE CONSTRUÇÃO DO CONHECIMENTO: UM ESTUDO DE CASO SOBRE A FUNÇÃO AFIM

Ronald Ferreira dos Santos
Profa.Dra. Gilda Helena B. de Campos
Profa.Dra. Janete Bolite Frant
Instituto de Educação Matemática
Universidade Santa Úrsula

## I. Introdução

É muito comum ouvirmos afirmações no sentido de que os alunos não conseguem transferir conhecimentos matemáticos para outras disciplinas, tais como *Física*, *Química* entre outras. Como exemplo, poderíamos citar a aplicação da função afim aplicada às leis do movimento na *Física*. Os alunos quando estão estudando as leis do movimento ( $S = So + vt$ ) não associam a equação do movimento com as equações de 1° grau da matemática ( $y = ax + b$ ). Considerando que **So** e **b** são constantes e que $t$ e $x$ são variáveis, podemos afirmar que a equação $S = So + vt$ significa que quanto mais tempo o corpo fica em uma velocidade **v** constante, maior é o espaço percorrido. Assim como em $y = ax + b$, quanto maior o valor de $x$, maior será o valor de $y$. A leitura e compreensão de ambas equações são análogas.

Na busca de respostas, entrevistamos informalmente alguns professores de física e, perguntamos qual a percepção em relação ao fato de os alunos não estabelecerem esta associação chamou-nos atenção algumas respostas tais como: ***" Dificuldade na comparação de ambas, talvez decorrente da associação do fator físico", " Isso acontece porque os alunos não associam as duas disciplinas. Talvez porque na matemática não seja mostrado a utilidade prática da função".***

Estas afirmações nos conduziram a busca de respostas que pudessem explicar porque os alunos não conseguem fazer as associações devidas, porque não conseguem manipular função afim aplicada à outras ciências que não a matemática?

Lecionando há muito tempo para alunos da 1ª série do 2° grau, constatamos que os alunos apresentam dificuldades para relacionar representações diferentes na função afim (algébrica, tabular e gráfica ). Não conseguem transpor os conhecimentos de uma forma de representação para outra, comprometendo o conhecimento do todo, isto é, não aprendem o significado da função. Começamos, então, a investigar se esta situação era comum a outros professores da mesma disciplina. Observamos, a partir daí, que estes professores também percebiam o fenômeno de forma similar e lidavam com as mesmas dificuldades. A falta de material de apoio pedagógico sempre era apontada como um dos principais fatores para a não compreensão da temática pelos alunos. Decidimos analisar diferentes livros didáticos oferecidos comercialmente para a 1ª série do 2° grau.

Em todos os livros analisados a ênfase maior sempre era dada a representação algébrica. Quando havia a representação da função sob outra forma, esta era utilizada como apoio. A forma gráfica que, apesar de estar sempre presente, não é explorada com eficiência e de maneira que evidencie para o aluno a sua importância não explorando a eficiência que a visualização proporciona. Em um dos livros pesquisados , isto é bem evidente quando se aborda o estudo da função afim $y = ax + b$ , com $b = 0$, classificada como função linear, onde é apresentada uma tabela com um único par ordenado, prevalecendo a característica da função em conter a origem $(0,0)$.

Constatamos que os livros pesquisados também não propunham situações que permitissem conexões entre as diversas representações da função afim. Verificamos que todos os livros, sem exceção, enfatizavam à representação algébrica e, acreditamos que este enfoque algebrista afasta a matemática do cotidiano dos alunos provocando desestímulo e contribuindo, muitas vezes, para o crescimento do índice de evasão escolar.

Sabemos que a atividade matemática não é somente olhar para coisas prontas, como se todo o conhecimento estivesse preparado e que devemos discutir as diversas funções de cada elemento e, estimular e orientar a construção e a apropriação do conhecimento pelo aluno. A aprendizagem está ligada à compreensão do significado de um objeto o que pressupõe vê-lo em suas relações com outros objetos. Deste modo, acreditamos que o computador é uma ferramenta que surge, de forma acessível, neste final de século, permitindo o trabalho que preserva e respeita a individualidade de cada aluno, que passa a ter a seu dispor a máquina e o tempo necessário para que, com a orientação do professor, com atividades bem delineadas, possam gerenciar o seu processo de aprendizagem e construir os conceitos matemáticos.

Esperamos encontrar, neste trabalho, caminhos que nos conduzam a uma matemática mais prazeirosa tanto para os alunos como para os professores, que desejam mudar e ser agentes de transformação da educação, inovando sua prática pedagógica.

II - Objetivo

Considerando a necessidade de alterar o enfoque exclusivamente algébrico no processo de aprendizagem de função afim, este estudo se propõe à:

1. Compreender como os alunos da 1ª série do 2ª grau constróem o conhecimento acerca do conceito de função afim e suas representações: algébrica, tabular e gráfica.
2. Investigar o uso do computador como ferramenta capaz de propiciar a transferência de conhecimento entre as diferentes formas de representação da função afim, utilizando para tal a ferramenta Excel, do MSOffice.

3. Propor uma mudança curricular no tocante ao ensino de função afim na 1ª série do 2º grau.

**III- Metodologia**

Estamos desenvolvendo nesta dissertação uma pesquisa qualitativa descrita como um estudo de caso onde organizaremos os dados sobre o objeto da pesquisa, preservando a unidade social à qual pertence. O objeto do estudo, é , pois, um grupo de seis alunos da mesma série e turma de um colégio municipal localizado no município de Cabo Frio, RJ. São descritas as características da turma, do currículo regular de matemática da série a fim de evidenciar a temática selecionada para esta dissertação. Desta forma, este estudo poderia ser qualificado como um estudo etnográfico, pois é uma pesquisa de campo na qual o comportamento humano é estudado no seu contexto ou ambiente natural, visando descrever, analisar e interpretar esse comportamento. Como professor da turma, o autor desta dissertação poderá intervir, após a pesquisa realizada no desenvolvimento da prática pedagógica na escola.

Esta pesquisa está sendo realizada no laboratório de informática do Colégio Municipal Rui Barbosa. Este laboratório é composto de 10 computadores PC 486, com 8 MG de memória, um computador PC pentium com multimídia, uma impressora modelo HP 692-C. Os computadores possuem instalado o sistema Windows 95, os produtos de software Word 6.0 e Excel, entre outros.

Para tal pesquisa, já em andamento, selecionamos, aleatoriamente, seis alunos da 1ª série do 2º grau, que trabalham aos pares. Os alunos desenvolvem as tarefas propostas pelo professor, podendo haver interação entre os grupos e, até mesmo, a interferência do pesquisador, sempre que percebermos que os caminhos tomados pelos grupos estiverem desviados dos objetivos selecionados e, fundamentando-se em Vygostsky (1989), especificamente no conceito de Zona de Desenvolvimento Proximal (ZDP). A interferência poderá ocorrer como caracterizada na pesquisa etnográfica, definida por Thiollent (1996).

Estamos realizando este trabalho de campo em seis sessões, tendo sido previstas 1:30h cada sessão, que estão sendo gravadas em videocassetes e/ou áudio cassetes para que possamos transcrevê-las ou observar o vídeo, a fim de identificar e interpretar o momento significativo para a construção do conhecimento. Sempre que determinado aspecto não estiver esclarecido ou, a fim de que possamos reavaliar nossas conclusões, poderemos consultar o material gravado.

Das seis sessões previstas, a primeira foi dedicada a aplicação de testes diagnósticos específicos, realizados sem o auxílio do computador, para que localizássemos onde se encontram os alunos em relação a construção do conceito de função. A segunda sessão foi destinada à familiarização dos alunos com o ambiente Windows e com o programa a ser utilizado, o EXCEL. Destinamos uma parte desta sessão a atividades livres para que os alunos pudessem explorar o produto de software e a interface do Windows.

As outras sessões foram destinadas ao desenvolvimento das tarefas e/ou situações de aprendizagens onde os alunos utilizam o Excel. Apresentamos desafios, isto é, atividades planejadas para que se verifique como os alunos constróem o conceito da função afim, e como o computador pode auxiliá-los.

A fundamentação teórica para averiguar a construção do conhecimento deverá repousar em Vygotsky, sobretudo no que se refere as raízes genéticas do pensamento e da linguagem e na zona de desenvolvimento proximal, ZDP. Evidentemente, nos referenciamos à Piaget no tocante à epistemologia genética e aos métodos utilizados.

**IV. Comentários provisórios sobre o desenvolvimento da pesquisa.**

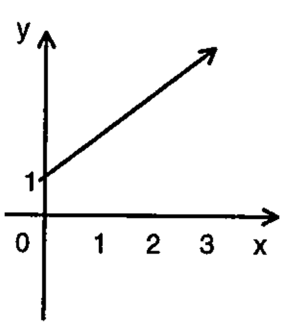
Estamos, no momento, trabalhando com as atividades e as situações pedagógicas. Há evidências da facilidade dos alunos ao trabalharem com as novas tecnologias como o computador. Há também um aumento da motivação do aluno em relação ao uso de um laboratório informatizado para o desenvolvimento das atividades. Apresentamos , abaixo, a primeira atividade que foi desenvolvida pelos alunos. Os relatórios de análise das observações durante o desenvolvimento da atividade ainda estão sendo gerados e deverão ser divulgados ao término da pesquisa de campo.

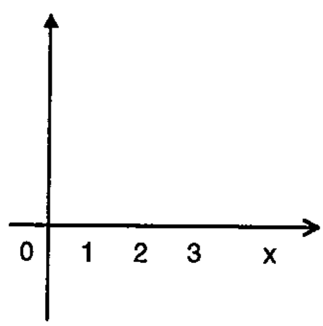
**Atividade 01**

1ª parte -Dada a tabela de valores que representa o espaço percorrido pelo móvel A no intervalo de tempo de 0 a 5 segundos, construa uma tabela no mesmo intervalo de tempo que mostre o deslocamento de um móvel B, de modo que os dois móveis nunca se encontrem.

| A | S |
|---|---|
| 0 | 1 |
| 1 | 2 |
| 2 | 3 |
| 3 | 4 |
| 4 | 5 |
| 5 | 6 |

| B | S |
|---|---|
| 0 | |
| 1 | |
| 2 | |
| 3 | |
| 4 | |
| 5 | |





Referências Bibliográficas

**THIOLLENT**, Michel.Metodologia da Pesquisa-ação. Cortez, Rio de Janeiro, 1996

**VYGOTSKY**, Lev Semyonovitch. Pensamento e Linguagem. Ed. Martins Fontes, São Paulo, 1a edição,6a reimpressão, do original Thougth and Language. Ed. The Massachusetts Institute of Technology, Massachussetts. 1996.

______________ .A Formação Social da Mente. O Desenvolvimento dos Processos Psicológicos Superiores. Ed. Martins Fontes, São Paulo, 5a edição, 2a tiragem, do original Mind in Society - The Development of Higher Psychological Process. Ed. The President and Fellows of Harvard College. 1996.

# PENSANDO ALGEBRICAMENTE ANTES DA 7ª SÉRIE: UMA OUTRA PERSPECTIVA SOBRE OS PROCESSOS DE CONSTRUÇÃO DO CONHECIMENTO

Rosana de Oliveira[1]
Orientadoras: Profª. Drª. Janete Bolite Frant
Profª. Drª. Monica Rabello de Castro
Universidade Santa Úrsula

## 1-INTRODUÇÃO.

Na matemática da escola de 1º grau, predomina o ensino da aritmética e da álgebra.

Nos primeiros anos da vida escolar o ensino está voltado, exclusivamente, para a aritmética, embora na 5ª série inicie-se o ensino de equações, os professores de matemática, respaldados pela força dos livros didáticos, acreditam que a introdução da álgebra, aconteça realmente na 7ª série. É nesta série, que introduz-se o cálculo com letras, iniciam definindo expressão algébrica, monômio, polinômio e operações algébricas. Após um longo convívio com uma aritmética "pobre" e nenhuma preocupação com a educação algébrica, é natural, que nossos alunos, mostrem estranheza ao se depararem com objetos matemáticos diferentes de números.

Os estudantes, mesmo aqueles considerados mais habilitados, acomodam-se na idéia de álgebra como manipulação técnica e não avaliam a cada passo seus procedimentos. Seguem modelos, transformando problemas simples em representações algébricas e na busca de soluções, mergulham em manipulações, sem perceber que a manipulação em si pode conduzir a erros (Arcavi - 1995).

O meu trabalho vem propor que podemos e devemos começar o aprendizado da álgebra antes da 7ª série. Como sou professora de 5ª à 8ª série, realizei este trabalho com alunos de 5ª série. O objeto matemático envolvido nesta pesquisa, foram as seqüências, que só aparecem como tópico, no 2º grau, sob a forma de PA (Progressão Aritmética) e PG (Progressão Geométrica), pude constatar que meus alunos na 5ª série são capazes de produzir resultados bastante sofisticados.

## 2-O PROBLEMA.

O objetivo desta pesquisa foi identificar, analisar e discutir o pensamento algébrico de alunos da quinta série do primeiro grau. Especificamente, observamos as "marcas" que indicam como os alunos produziram significados, enquanto o buscavam um termo geral para seqüências.

Algumas questões nortearam a nossa pesquisa:

- Identificar e analisar as crenças e justificações que os alunos utilizam para trabalhar os diversos conceitos que envolvam as operações aritméticas;
- Avaliar como os alunos constróem uma regra geral para Seqüências numéricas e não numéricas;
- Avaliar como os alunos constituem o objeto Seqüência e a relação deste com outros objetos;
- Avaliar como os alunos produzem significados para Seqüência.

## 3 - METODOLOGIA.

### 3.1 - Concepção de Conhecimento

A forma como concebemos a construção do conhecimento tem influência direta nas práticas pedagógicas dos professores e nas relações que se estabelecem na sala de aula. Todo professor tem uma concepção de conhecimento, consciente ou não e é essa concepção que norteia sua prática pedagógica. Para podermos falar de ensino e aprendizagem de Álgebra e de como os alunos constróem conhecimento ou produzem significado para Álgebra, precisamos dizer como concebemos conhecimento.

A partir da segunda metade desse século, as discussões sobre a relação entre pensamento e linguagem começam a sofrer transformações. Até então havia um certo consenso de que o sujeito falava a partir de um conjunto de "códigos" disponíveis e que a linguagem era um veículo que o sujeito utilizava para expressar o pensamento. Uma nova visão parte da premissa de que o indivíduo não pensa sem uma linguagem, a linguagem sendo um elemento constituinte do pensamento. Esta corrente é conhecida como relativismo ou pragmatismo. Numa nova visão pragmática da linguagem, a relação entre sujeito e objeto fica redimensionada, pois o objeto é constituído também pela linguagem. Pode-se dizer que o objeto passa mesmo a existir a partir de

---

[1] Mestre em Educação Matemática - USU/RJ Endereço: Estr. da Meringuava 1805,Bl.2 ap.103 Jacarepaguá - RJ - CEP:22.723-440 Tel: (021) 440-1424

um conjunto de significações que podem ter origens diversas. Neste caso, torna-se sem significado a dicotomia entre realidade interior e exterior uma vez que se torna muito tênue esta fronteira.

Sob o nosso ponto de vista, a maneira de podermos avaliar o processo de produção de conhecimento do sujeito é através da linguagem, entendendo que não existe pensamento sem linguagem. Consideramos que a linguagem não é apenas a escrita ou a fala, mas também gestos, entonações, olhares, desenhos e etc. Acreditamos que o objeto se constitui pela linguagem. Mesmo quando, aparentemente, o sujeito interage diretamente com um objeto, fazendo uso dos sentidos, estão presentes todos os mecanismos sociais que o envolvem. Significa dizer que mesmo quando a relação parece ser direta, na realidade estão presentes as convenções sociais, os sentimentos, as convicções, e todo este conjunto dá sentido a interação do indivíduo com o objeto. Usando de força de expressão, poder-se-ia dizer que a relação entre o sujeito e o objeto é, na realidade, uma relação entre sujeito e sujeitos.

Qualquer professor já deparou-se com aquela célebre afirmação de um aluno, que nos incomoda profundamente. Após nos esforçarmos para "transmitirmos o *nosso* conhecimento", ele responde: - Não entendi nada. E nós ficamos nos perguntando (por vezes chegamos a lhe perguntar), não entendeu o quê? Não entender nada parece muito. Esta é uma afirmação bastante incomoda, para quem pretende "transmitir conhecimento". Nós a consideramos de grande importância. Ela reflete que o conhecimento do aluno, não é o mesmo conhecimento do professor. Mas o que nós entendemos por aquela afirmação do aluno? Entendemos: - "Professor, isso não quer dizer nada para mim"; ou - "Não consigo fazer relação disso com nada do que conheço"; ou ainda; - "Isso não tem nenhum significado para mim". É neste ponto que queremos insistir.

Quando nós, professores, nos colocamos numa posição de "transmitir conhecimento" para o aluno, esta postura traduz que pretendemos falar de um *texto* matemático sob a nossa perspectiva, sobre o nosso conhecimento. O que acontece, na prática, é que o professor investe-se da tarefa de ensinar. Mas sob essa perspectiva, o ensino pode levar os alunos a desqualificarem seus conhecimentos, podendo abandoná-los e supervalorizarem o conhecimento do professor. Em outras palavras, o professor crê que o seu conhecimento é legítimo enquanto o conhecimento do aluno não.

Concordamos com Lins (1993) quando, em seu Modelo Teórico dos Campos Semânticos, ele define conhecimento como o par (crença-afirmação, justificações). Para uma mesma crença e diferentes justificações teremos diferentes conhecimentos.

O Modelo Teórico dos Campos Semânticos (MTCS), traz uma perspectiva diferente, admite que o conhecimento do aluno não é o mesmo do professor porém, ambos, são considerados legítimos e portanto é preciso saber sobre o conhecimento do aluno que objetos ele constitui para *textos* que o professor lhe oferece, como ele produz o seu conhecimento.

*"Conhecimento é entendido como uma **crença,** algo que o sujeito acredita e expressa, e que se caracteriza portanto como uma **afirmação** junto com que o sujeito considera ser uma **justificação** para sua **crença-afirmação**"* (Lins - 1993).

Esta concepção nos permite fazer a seguinte interpretação da situação a seguir. Um aluno de 5ª série e um professor de Matemática, ao serem questionados sobre qual o próximo termo da seqüência 6,9,12,15..., ambos sabem responder e afirmam ser 18. Porém, se pede para justificarem suas crenças-afirmações, o aluno justifica, dizendo que a seqüência caminha de 3 em 3 logo o próximo termo é, 15 mais 3 igual a 18, e o professor justifica dizendo que, como o termo geral da seqüência é 3n +3, onde n é a posição dada, como o próximo termo é o 5º, então 3 vezes 5, 15, mais 3 igual a 18. Enquanto o aluno apoia-se no que está "vendo", nas relações ali estabelecidas, o professor estabelece uma regra geral para encontrar qualquer termo da seqüência. Segundo o MTCS, os dois, possuem conhecimentos diferentes, porque apesar de partilharem da mesma crença, utilizaram justificações diferentes. Quando um sujeito se depara com um *texto*, no nosso caso o *texto matemático* das seqüências, ele começa a dirigir sua atenção para aquele texto, pensa e fala sobre este texto, produz significado para esse texto. O sujeito constitui objetos a partir desse texto. O objeto para nós será sempre um **objeto de pensamento**[2].

Vale ressaltar que, nesse processo, se estabelece uma relação dinâmica entre o sujeito e o objeto, que sob o nosso ponto de vista, traduz - se numa relação íntima entre o pensamento do sujeito e o seu objeto de pensamento.

---

[2] Essa concepção de objeto de pensamento é fruto das discussões do Grupo de Pesquisa "Tomada de Consciência da Matematização", do MEM/USU, onde participaram: Frant, Kindel, Rabello e Oliveira (1997).

Quando o aluno entra em contato com seus *interlocutores* (ou de alguma forma é cobrado por outros colegas, pelo professor, ou por ele mesmo) e é posto a falar sobre determinado texto, o aluno estará produzindo significados e portanto constituindo objetos. A medida em que o aluno produz significados para um objeto, constituindo objetos de pensamento, este se modifica passando a ser outro, num processo que é dinâmico. O que queremos dizer com isso é que o texto, que foi posto a disposição do sujeito, vai dar origem a construção de conhecimentos num processo dinâmico que recria algumas das suas características, abandona outras, podendo mesmo haver resgate de características abandonadas, sem que isso obedeça a nenhuma hierarquia.

Quando o sujeito volta a sua atenção para o *texto,* no nosso caso o texto matemático das seqüências, ele produz significado para esse texto e constitui objetos. Quando o sujeito, a partir desses objetos, enuncia crenças e as justifica então produz conhecimento. Sob este ponto de vista, o conhecimento não está no *texto,* e sim no sujeito que se propõe a falar sobre determinado *texto.* Nesse sentido, concordamos com Lins quando ele diz que:

*"conhecimento é algo do domínio da* ***enunciação*** *e que* ***todo conhecimento tem um sujeito*** *e não do domínio do* ***enunciado,*** *podemos também expressar esse fato dizendo que conhecimento é do domínio da* ***fala,*** *e não do texto. Deste ponto de vista, a Matemática é um* ***texto*** *e não* ***conhecimento,*** *tem-se* ***conhecimento*** *apenas na medida em que as pessoas se dispõem a* ***enunciar*** *este* ***texto.*** *A um* ***conhecimento*** *que* ***fala*** *deste* ***texto,*** *a Matemática, chamaremos, naturalmente ,de* ***conhecimento matemático.****"* (Lins, 1994).

Lins define a Matemática como um *texto.* Sob o nosso ponto de vista, um *texto* pode ser entendido como o conhecimento produzido pelo outro. Dito de uma outra forma, um livro texto é conhecimento para o autor, porém para o leitor (aluno ou professor) é apenas um *texto.* Numa aula expositiva, por exemplo, o que o professor diz é conhecimento para o professor, porém é *texto* para o aluno.

Estaremos analisando a linguagem, no nosso caso, a fala do aluno, e através dessa análise, levantando alguns significados que o aluno produz para as seqüências, e alguns objetos que o aluno constitui. A partir desses objetos, quais as crenças que ele enuncia sobre este objeto, como ele justifica essas crenças, que conhecimentos ele produz.

Os sujeitos são indivíduos e indivíduos vivem socialmente e partilham uma linguagem. Esta linguagem modifica-se na interação com o outro, isto é, ela se reconstrói a cada momento. Quando o sujeito volta a atenção para o texto, no debate com o texto constitui objetos de pensamento. Acreditamos que o sujeito só produz conhecimento em direção a uma demanda "imposta" pelo outro. É a partir da sua relação com o mundo, com os outros indivíduos que a dinâmica do processo ensino-aprendizagem se estabelece.

Na nossa pesquisa, o texto matemático utilizado constitui-se de seqüências numéricas e não numéricas que compuseram as atividades. Os sujeitos envolvidos foram os alunos de uma turma de $5^a$ série e sua professora de Matemática. Na análise estaremos fazendo um levantamento das crenças e justificações enunciadas pelos sujeitos, procurando que conhecimentos os alunos envolvidos na pesquisa produzem.

Para termos uma mostra de como se deu a análise, tomemos como exemplo a seguinte situação: ao serem questionados sobre quem seria o quinto termo da seqüência 6, 9, 12, 15,... os alunos afirmam que o quinto termo é 18. Num momento sua justificação era porque a seqüência "caminha de 3 em 3" , num outro, a justificação era a relação que se estabelecia entre a seqüência 3, 6, 9, 12,... e a seqüência dada anteriormente. Pudemos perceber isso quando o aluno afirma que se na seqüência 3, 6, 9, 12,... o quinto termo é 15 então na seqüência 6, 9, 12, 15,... o quinto termo é 18. Os alunos produziram significados, constituíram objetos e ao emitirem crenças e justificá-las produziram conhecimentos. Podemos perceber, através de suas justificações, que os conhecimentos produzidos pelos alunos, naqueles dois momento, foram diferentes. A seguir estaremos descrevendo uma caracterização para os tipos de processos de conhecimentos produzidos pelos alunos.

### 3.2- Tipologia

O nosso objetivo é buscar compreender como os alunos constróem uma rede de significados para seqüências. Não estaremos preocupados com o fato deles chegarem ou não ao termo geral esperado. Chegar ou não ao termo geral de uma seqüência é apenas mais uma possibilidade nessa rede de significados que eles produzem.

Acredito que a construção do conhecimento não se processa de forma linear, discordando daqueles que acreditam que o conhecimento se constrói através de "estágios" seqüenciais. A minha conjectura e que pretendo mostrar através deste trabalho, é que os alunos ao buscarem o termo geral para uma seqüência, percorrem caminhos não lineares. Dependendo da seqüência proposta, eles atuavam em alguns campos, e quando foram propostas novas seqüências, eles retomavam ou não, esses campos, não necessariamente na mesma ordem. O que aconteceu foi um passeio entre os campos. Esta tipologia foi criada para analisar estes passeios e seus campos de atuação.

É importante observar que o nosso olhar estará dirigido para dois focos distintos: um deles estará voltado para a análise da relação entre uma crença e sua respectiva justificação, o outro para a relação dinâmica que se estabelece entre crenças e justificações, no calor do debate. Em ambos os casos o interesse estará voltado para a produção de significados.

Para análise do primeiro foco estabeleço quatro campos pelos quais os alunos transitam na busca do termo geral de uma seqüência.

**Termo Seguinte.**⇒ Neste campo o aluno identificava a relação que se estabeleceu entre os termos dados, identificava o próximo termo, enunciando através da fala e da escrita o próximo termo e enunciando através da fala e da escrita qual a razão da seqüência. Era capaz também de escrever a seqüência termo por termo em busca de uma posição pedida.

**Relação Entre Posição e o Termo.** ⇒ Neste campo o aluno buscava relações entre os termos e suas respectivas posições, precisava visualizar o termo pedido da seqüência para criar relações, usava algumas relações (que se tornaram crenças) que estabelecidas anteriormente, como ponto de partida para descoberta de novas relações.

**Termo Geral.** ⇒ O aluno enunciava através da fala a regra, verificando seu funcionamento, convencia-se que ela funcionava para todos (esse convencimento vinha a partir de algumas tentativas bem sucedidas).Utilizava esta regra para encontrar qualquer termo e enunciava através da escrita.

**Isomorfismo de Estrutura de Objetos.** ⇒ Quando o aluno conseguia identificar num problema isomorfo o tipo de estrutura de uma outra seqüência, ele estabelecia relações entre as estruturas isomorfas, em busca do termo geral de uma seqüência.

Para análise do segundo foco, estabeleço quatro modelo que indicam como acontece essa relação entre crenças e justificativas.

No **Modelo A (crenças diferentes, justificações diferentes)-** o aluno enuncia uma crença e sua respectiva justificativa, na relação com seus interlocutores, ambos são abandonados, e uma nova crença é enunciada com uma nova justificativa.

**Modelo A (A1 , J1) (A2 , J2) (A3 , J3)**

No **modelo B (crenças iguais, justificações diferentes)-**, o aluno para uma mesma crença utiliza justificativas diferentes, ele enuncia uma crença e sua respectiva justificativa, se não há acordo seus interlocutores, para uma mesma crença ele busca uma nova justificativa, nesse processo ele pode voltar a usar justificativas anteriores.

**Modelo B** (A1 , J1) (A1 , J2) (A1 , J3)

No **modelo C, (crenças diferentes, justificações iguais)-** o aluno diante de novas crenças, utiliza a mesma justificativa, enuncia uma crença e sua respectiva justificativa, se não há acordo entre seus interlocutores, ele enuncia uma nova crença e utiliza a mesma justificativa.

**Modelo C** (A1 , J1) (A2 , J1) A3 , J1)

No **modelo D, (justificações transformam-se em crenças e vice-versa)-** o aluno parte de uma crença (A), e enuncia sua justifica (J1) , num outro momento utiliza essa justificativa (J1) como uma nova crença (J1), e enuncia a justifica (J2), J2 passa a ser uma nova crença e enuncia a justificativa (J3) e assim por diante.

**Modelo D** (A1 , J1) (J1 , J2) (J2 , J3)

No capítulo em que analisaremos as falas dos alunos, durante o processo de produção de significados para seqüências, a tipologia e os modelos baseados no MTCS ficarão mais claros .

### 3.3 - Procedimentos Metodológicos.

O trabalho de campo, foi realizado numa Escola Pública de Angra dos Reis, Rio de Janeiro e se desenvolveu da seguinte forma: o primeiro momento aconteceu nos meses de março, abril, maio e junho de 1996, com uma turma de 5ª série, formada por 35 alunos divididos grupos. As atividades propostas eram problemas simples envolvendo os diversos conceitos das operações aritméticas. O segundo momento aconteceu nos meses de agosto, setembro, outubro, novembro e dezembro de 1996, com um grupo de três alunos, escolhidos aleatoriamente, onde as atividades exploravam situações problemas em busca por leis de formação. A análise do primeiro momento foi realizada através de material escrito e de gravações das falas dos alunos, e a do segundo momento além dos instrumentos já usados foi acrescentada a análise de gravações em vídeo. As atividades foram divididas em dois episódios:

1) "Sondagem de Esquemas de Algebrização" analisei como os alunos trabalharam com os diversos conceitos das operações aritmética, com que flexibilidade (ou reversibilidade) estão

operando. 2) "Busca por Leis de Formação" observamos e analisamos, especificamente o processo de produção de significados, embora o ponto de chegada seja o termo geral de uma seqüência, considero esta, apenas mais uma etapa na rede de significados que ele produz.

**4 - Conclusão**

A análise partiu de um levantamento de crenças e justificações dos alunos envolvidos em atividades sobre seqüências numéricas e não-numéricas. Esta análise fortaleceu a nossa crença que o conhecimento não se constrói de forma linear. Os alunos produziram significados bastante sofisticados para o texto matemático Seqüências e constituíram uma rede de objetos para falar sobre elas, possibilitando-nos perceber que precisamos ouvir mais os alunos.

A Tipologia para Seqüências foi criada a partir de um trabalho de pré-análise do material de pesquisa. Após a utilização da Tipologia observamos que ela traz a tona relações sutis que envolvem o conceito de seqüências. O professor, na sua prática cotidiana, quando ensina este conteúdo não estimula o debate que permitiria o aparecimento dessas relações para os alunos. Os conhecimentos construídos do tipo Termo Seguinte tratavam da relação existente entre um termo e o seu termo seguinte ou entre qualquer termo e o seu termo seguinte. Os conhecimentos construídos do tipo Relação entre Posição e Termo envolvem as relações entre determinado termo e sua posição e um outro termo e sua respectiva posição. Os conhecimentos do tipo Termo Geral tratam da relação que se estabelece entre qualquer termo da seqüência e sua respectiva posição. Os conhecimentos do tipo Isomorfismo de Estrutura de Objetos, tratam das relações que se estabelecem entre os objetos constituídos de duas seqüências, os alunos compararam a estrutura de formação de uma com a da outra. São relações sobre outras relações. No tipo Relação entre Posição e Termo isso também acontece, a diferença é que lá a relação se dá no interior da seqüência, enquanto aqui a relação se estabelece entre duas seqüências distintas e ainda considera a "fluência" da seqüência.

Os objetos constituídos pelos alunos nos fazem acreditar que essa pesquisa deve servir de subsídios para que o professor possa ouvir seu aluno de uma outra forma, buscando perceber através de suas falas quais objetos eles estão constituindo e, desse modo, poder também falar desses objetos tornando o diálogo com seu aluno mais significativo para os dois.

Os significados e textos matemáticos que emergiram das falas dos alunos nos permitiu ratificar a escolha de uma abordagem em que pensar algebricamente é estar envolvido em atividade algébrica e esta não se restringe ao cálculo com letras. Consideramos que as expressões utilizadas pelos alunos são as "marcas" que nos permitiram discutir este pensamento. Os alunos constituíram o objeto Seqüências, estabelecendo uma rede de significados que envolvem o texto matemático Seqüências em relação com outros objetos constituídos por eles. Portanto, é coerente e razoável apontar os conhecimentos produzidos por esses alunos como modo de pensar algebricamente as Seqüências. É nesta perspectiva que compreendemos o trabalho com Álgebra antes da 7ª série.

O Modelo da Dinâmica dos Diálogos criados a partir da concepção de conhecimento de Lins (1997) nos permitiu avaliar a dinâmica das trocas entre os sujeitos envolvidos, a importância do outro na construção do conhecimento e das negociações e acordos feitos pelos sujeitos na produção de significados e constituição de objetos. Este Modelo não se aplica exclusivamente a nossa pesquisa, uma vez que fala objetivamente da dinâmica dos diálogos, não importando o tema. Consideramos de extrema importância para a relação ensino - aprendizagem a compreensão das implicações que decorrem do caráter dinâmico das trocas no interior dos diálogos entre os alunos e com o professor. Verificamos que os diálogos possibilitaram produções que provavelmente não seriam possíveis de outra forma. A necessidade de sustentar um ponto de vista, de convencer o outro, ou a escolha de uma maneira melhor de ver o problema, a adesão à idéia do outro, foram elementos que se mostraram fundamentais à obtenção dos resultados alcançados pelos alunos.

Acreditamos que esta pesquisa possa ser útil ao professor enquanto referencial dos objetos matemáticos que envolvem o conceito de Seqüências.

**Bibliografia:**

**LINS, R.** O Modelo Teórico dos Campos Semânticos: Uma análise epistemológica da álgebra e do pensamento algébrico. Blumenal : Revista Dynamis, 1994.

**LINS, R.C. e GIMENEZ,J.** Perspectivas em Aritmética e Álgebra para o Século XXI: Perspectivas em Educação Matemática. Campinas - SP: Papirus, 1997.

**OLIVEIRA, R.** Pensando Algebricamente Antes da 7ª série: Uma Outra Perspectiva Sobre os Processos de Construção do Conhecimento. USU, Dissertação de Mestrado defendida em dezembro de 1977,

## TRANSFORMAÇÕES DE FUNÇÕES QUADRÁTICAS[1]

**Telma A. Souza Gracias**
**Marcelo C. Borba (orientador)**
**UNESP, Rio Claro - SP[2]**

O conceito de função é considerado como um dos mais importantes na Matemática (Caraça, 1958), sendo visto como pré-requisito para o estudo vários outros assuntos.

Uma análise de trabalhos que envolvem o estudo de funções quadráticas (Movshovitz-Hadar, 1988; Zaslavsky, 1990; Afamasaga-Fuata'i, 1992; Carneiro, 1993, por exemplo), permite perceber que, de uma maneira geral, o enfoque utilizado tem excessiva ênfase algébrica, com exceção para o trabalho de Afamasaga-Fuata'i (1992). Embora reconheçamos a relevância de contrastar a concepção dos estudantes sobre função com definições e estruturas matemáticas formais, consideramos que uma maior ênfase nos aspectos gráfico e visual pode auxiliar o estudante a construir um quadro mais completo e amplo sobre funções quadráticas.

A utilização da calculadora gráfica, desde que acompanhada de atividades adequadas, oferece aos estudantes a opção de trabalhar com a visualização, além da álgebra, em um ambiente rico em investigação e mais empírico. Cabe ressaltar que não se espera neste enfoque que os estudantes trabalhem exclusivamente com gráficos e com visualização, embora esta seja a ênfase.

Considerando a relevância de um enfoque com ênfase em visualização num ambiente de investigação mais empírico, apresentaremos um breve estudo sobre transformações envolvendo funções quadráticas, que pode ser feito em salas de aula com o auxílio de um *software* gráfico ou de uma calculadora gráfica.

Vamos estudar o efeito dos parâmetros *a*, *b* e *c* no gráfico da função quadrática escrita na forma geral $y=ax^2+bx+c$. Mais especificamente vamos investigar o movimento dos vértices das parábolas quando modificamos os parâmetros das funções.

**I) Estudo do parâmetro *a***

Quando variamos o parâmetro *a*, deixando os parâmetros *b* e *c* fixos, o vértice da parábola se move linearmente sobre a reta, cuja equação é $y=\frac{b}{2}x+c$. [3]

Vejamos por que:

$$x_v=-\frac{b}{2a}\rightarrow 2ax_v=-b\rightarrow a=-\frac{b}{2x_v}$$

Logo,

$$y_v=\frac{-b^2+4ac}{4a}=\frac{-b^2+4\left(\frac{-b}{2x_v}\right)c}{4\left(\frac{-b}{2x_v}\right)}=\frac{-b^2-\frac{2bc}{x_v}}{\frac{-2b}{x_v}}=\frac{\frac{-b^2x-2bc}{x_v}}{\frac{-2b}{x_v}}=\frac{-b^2x_v-2bc}{-2b}=\frac{bx_v+2c}{2}$$

Então, $y=\frac{b}{2}x+c$ é a equação da reta que passa pelos vértices das parábolas das funções quadráticas escritas na forma $y=ax^2+bx+c$ quando variamos o parâmetro *a* e fixamos os parâmetros *b* e *c*.

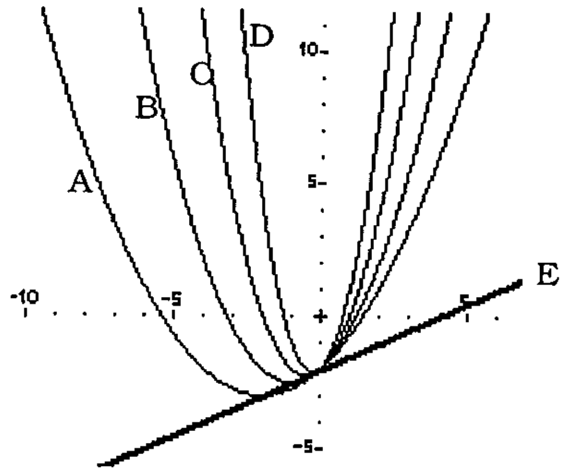
O vértice é $V=\left(\frac{-b}{2a},\frac{-b^2}{4a}+c\right)$

---

[1] Este artigo refere-se à dissertação de Mestrado "Calculadoras gráficas: uma proposta didático-pedagógica para o estudo de funções quadráticas" defendida em 1996.

[2] GPIMEM - Grupo de Pesquisa em "Informática, outras Mídias e Educação Matemática"

[3] Quando o efeito do parâmetro *a* no gráfico da função quadrática escrita na forma $y=ax^2+bx+c$ é analisado considerando $b, c \neq 0$ é possível notar que a variação neste parâmetro não produz apenas variação na abertura da parábola; produz também um movimento linear dos vértices das parábolas.



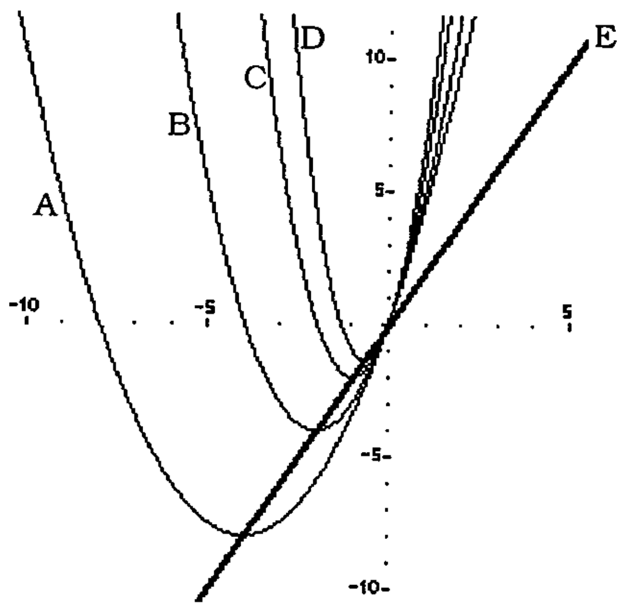

A: $f(x) = \frac{1}{4}x^2+x-2$
B: $f(x) = \frac{1}{2}x^2+x-2$
C: $f(x) = x^2+x-2$
D: $f(x) = 2x^2+x-2$
E: $f(x) = \frac{1}{2}x - 2$

Vejamos o que acontece quando consideramos as funções do tipo $y=ax^2$ e $y=ax^2+bx$, consideradas como casos particulares da mais geral.

i) $y=ax^2+bx$

Como c=0, $y=\frac{b}{2}x$ é a equação da reta que passa pelos vértices das parábolas das funções quadráticas escritas na forma $y=ax^2+bx$ quando variamos o parâmetro *a* e mantemos fixo o parâmetro *b*. Neste caso uma das raízes destas funções é a origem (0,0) e a outra é dada por (-b/a,0).

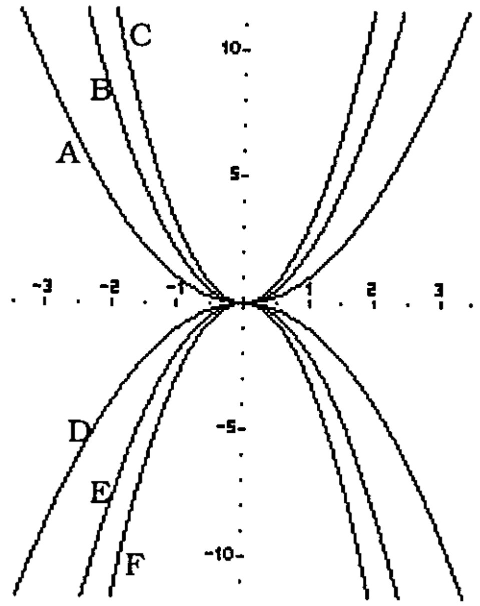
O vértice é $V=\left(\frac{-b}{2a},\frac{-b^2}{4a}\right)$




A: $f(x) = \frac{1}{2}x^2+4x$
B: $f(x) = x^2+4x$
C: $f(x) = 2x^2+4x$
D: $f(x) = 3x^2+4x$
E: $f(x) = 2x$

ii) $y=ax^2$

Neste caso, para qualquer valor de *a*, o vértice está na origem (0,0), pois $x_V=y_V=0$. A raiz também é (0,0), coincidindo com o vértice.



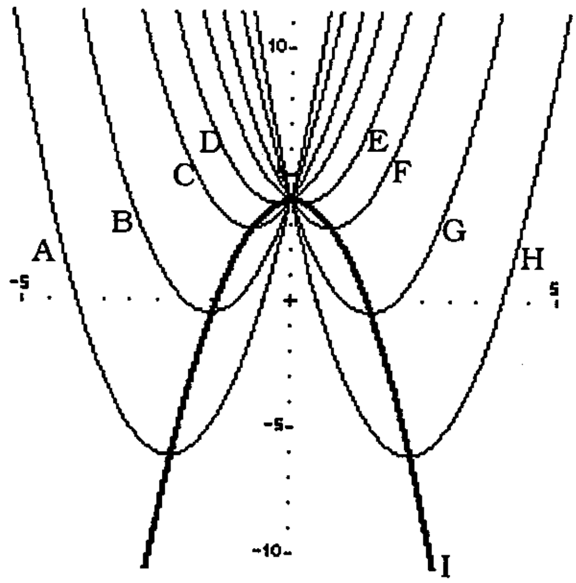

A: $f(x) = x^2$
B: $f(x) = 2x^2$
C: $f(x) = 3x^2$
D: $f(x) = -x^2$
E: $f(x) = -2x^2$
F: $f(x) = -3x^2$

**b) Estudo do parâmetro *b***

Quando variamos o parâmetro *b*, deixando os parâmetros *a* e *c* fixos, então o vértice da parábola se move segundo uma parábola, cuja equação é $y=-ax^2+c$ (Isto é demonstrado de forma análoga ao feito no item anterior. Neste caso, a partir de $x_v$ isola-se o *b*, que é substituído em $y_V$).

Assim, $y=-ax^2+c$ é a equação da parábola que passa pelos vértices das parábolas das funções quadráticas escritas na forma $y=ax^2+bx+c$ quando variamos o parâmetro *b* e fixamos os parâmetros *a* e *c*.

O vértice é $V=\left(\frac{-b}{2a},\frac{-b^2}{4a}+c\right)$

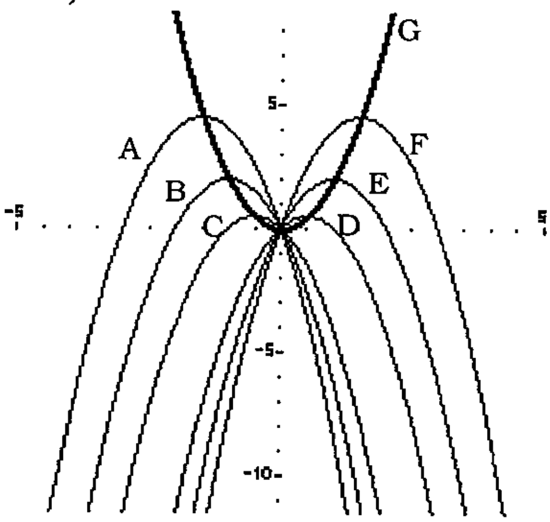



A: $f(x) = 2x^2+9x+4$
B: $f(x) = 2x^2+6x+4$
C: $f(x) = 2x^2+3x+4$
D: $f(x) = 2x^2+x+4$
E: $f(x) = 2x^2-x+4$
F: $f(x) = 2x^2-3x+4$
G: $f(x) = 2x^2-6x+4$
H: $f(x) = 2x^2-9x+4$
I: $f(x) = -2x^2+4$

Vejamos o que acontece quando consideramos as funções do tipo $y=ax^2+bx$:

Como $c=0$, $y=-ax^2$ é a equação da parábola que passa pelos vértices das parábolas das funções quadráticas escritas na forma $y=ax^2+bx$, quando variamos o parâmetro *b* e mantemos fixo o parâmetro *a*. Neste caso uma das raízes destas funções é a origem (0,0) e a outra é dada por $(-b/a,0)$.

O vértice é $V=\left(\frac{-b}{2a},\frac{-b^2}{4a}\right)$




A: $f(x) = -2x^2-6x$
B: $f(x) = -2x^2-4x$
C: $f(x) = -2x^2-2x$
D: $f(x) = -2x^2+2x$
E: $f(x) = -2x^2+4x$
F: $f(x) = -2x^2+6x$
G: $f(x) = 2x^2$

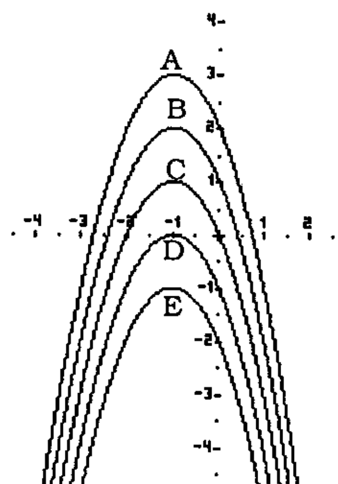
**c) Estudo do parâmetro *c***

Quando variamos o parâmetro *c*, deixando os parâmetros *a* e *b* fixos, então o vértice da parábola se move verticalmente para cima ou para baixo.

Vejamos por que:

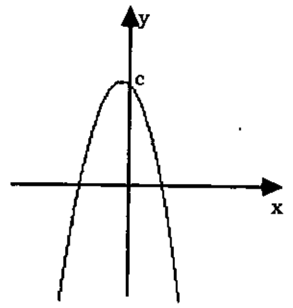
O vértice da parábola é dado por $V=\left(\frac{-b}{2a},\frac{-b^2}{4a}+c\right)$. Como $x_V$ não depende de *c*, ele é o mesmo para funções que tenham os parâmetros *a* e *b* fixos. Logo, o parâmetro c irá modificar somente o $y_V$, que será responsável pelas translações verticais.

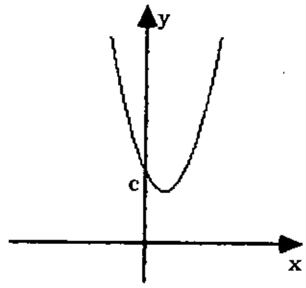
Neste caso a equação que passa pelos vértices é $x = -b/2a$.




A: $f(x) = -x^2-2x+2$
B: $f(x) = -x^2-2x+1$
C: $f(x) = -x^2-2x$
D: $f(x) = -x^2-2x-1$
E: $f(x) = -x^2-2x-2$

O *c* indica a interseção da parábola com o eixo y, pois, fazendo x=0 em $y=ax^2+bx+c$, obtemos y=c. É possível, então, descobrir o valor de *c*, olhando para o gráfico da função quadrática: basta verificar qual é a interseção da parábola com o eixo dos y (onde x vale zero).




Neste breve estudo sobre transformações envolvendo funções quadráticas, foram considerados, além do aspecto algébrico, aspectos visuais. Tal estudo pode ser desenvolvido em salas de aula com o auxílio de um *software* gráfico ou de uma calculadora gráfica.

Borba (1994), por exemplo, abordou o tema transformações de funções utilizando um *software* de representações múltiplas, *Function Probe,* em experimentos de ensino com alunos do ensino médio em Cornell, NY. Ao investigar o parâmetro *b* da função quadrática, um estudante, Ron, percebeu o movimento dos vértices de funções com diferentes valores de *b*, mas *a* e *c* fixos e *a*, $c \neq 0$. Embora esta identificação não seja algo original em matemática, é relevante na medida em que foi desenvolvida por um estudante do ensino médio.

Este trabalho vem se juntar ao estudo de Borba (1994) e a outras pesquisas nesta área (Borba, 1995 e Souza Gracias, 1996, por exemplo) corroborando a idéia de que a utilização de recursos gráficos permite o desenvolvimento de um enfoque com maior ênfase em visualização, que conte também com um método de investigação mais empírico. Isto torna possível o estudo de alguns temas que seriam difíceis de ser feitos quando se utiliza apenas o lápis e o papel, como é o caso de transformações de funções quadráticas. Recomendamos, portanto, a utilização de facilidades gráficas a fim de tornar o estudo mais dinâmico e empírico, o que pode vir a gerar polêmica em sala de aula e discussão de conteúdo matemático

## BIBLIOGRAFIA


Afamasaga-Fuata'i, K. (1992). *Students' strategies for solving contextual problems on quadratic functions.* Tese de doutoramento, Cornell University, Ithaca, NY, USA.

Borba, M.C. (1995). *O uso de calculadoras gráficas no ensino de funções na sala de aula.* Livro de Resumos da Semana de Estudos em Psicologia da Educação Matemática em Recife - UFPE, 27-31 Março, p. 67-72.

Borba, M.C. (1994c). *Students' understanding of transformations of functions using multi-representational software.* Tese de doutoramento, Cornell University, 1993. Lisboa: Associação de Professores de Portugal.

Caraça, B.J. (1958). *Conceitos fundamentais da matemática.* 3a. ed. Lisboa: Tipografia Matemática Ltda.

Carneiro, V.C. (1993). Reconstrução de conceitos: o uso de disparadores no estudo de funções. *Zetetiké,* no. 1. Campinas, SP: Universidade Estadual de Campinas, Faculdade de Educação, CEMPEM.

Movshovitz-Hadar, N. (1988). *Picturing quadratic functions.* A paper presented at the 5th Conference of Israel Computer Using Educators Association, Tel-Aviv, April.

Souza Gracias, T. A. (1996). *Calculadoras gráficas: uma proposta didático-pedagógica para o tema funções quadráticas.* Dissertação de Mestrado, UNESP, Rio Claro-SP, 1996.

Zaslavsky, O. (1990). *Conceptual obstacles in the learning of quadratic functions.* A paper presented at the Annual Meeting of the American Educational Research Association, Boston, April.

# REVISITANDO A RAIZ QUADRADA: UMA PROPOSTA ALTERNATIVA DE ENSINO

Vera Fazoli Viana
Estela Kaufman, José Paulo Carneiro
USU, FFC, ETFC, IUCAM

Questões relacionadas aos processos do ensino ou da aprendizagem de matemática são preocupações da maioria dos professores desta disciplina.

Ao longo da minha vivência profissional como professora de matemática nos diversos níveis de ensino, pude constatar que muitas vezes a matemática não é tratada como uma maneira de pensar ou como uma ciência. O ensino de matemática é caracterizado por um currículo a ser cumprido, uma lista de tópicos a ser estudada.

As idéias discutidas neste trabalho surgiram das inúmeras e fecundas conversas com professores de matemática preocupados com o ensino da raiz quadrada e seus algoritmos no ensino fundamental, o que tem sido uma dificuldade no processo ensino-aprendizagem de matemática. Nas reuniões escolares, nos seminários ou durante as aulas de instrumentação para o ensino da matemática ministradas por mim, muito se discutia sobre a validade de se ensinar algum algoritmo da raiz quadrada. O argumento usado pelos que condenavam o uso do algoritmo tradicional é o de que, se é para o aluno aprender uma regra mecânica e automatizada, sem significado para ele e cujos porquês ele desconhece, então é melhor ensinar-lhe a usar a calculadora. Havia, contudo, a recomendação, feita por todos, de que se trabalhasse bem o conceito de raiz quadrada e que os cálculos fossem feitos com base no conceito, por tentativas, através de aproximações sucessivas.

Não havia entre os professores uma preocupação em verificar quais os conteúdos de matemática que eram necessários para a construção do conceito de raiz quadrada. É fato que, na construção de um conceito matemático, são trabalhados alguns conteúdos que, como foi possível comprovar, facilitam sua compreensão. Tais conteúdos, quando abordados de maneira empírica, priorizando o concreto, são essenciais como fatores facilitadores da aprendizagem de um conceito.

Durante os primeiros anos de minha atividade como professora de matemática, o senso comum guiou minha prática pedagógica. Sentia-me orgulhosa em apresentar os conteúdos de forma correta, de ter controle de turma e de avaliar os alunos com uma prova bimestral única. Minhas ações demonstravam que considerava os alunos como seres passivos, e o conhecimento como o processo de reter informações apresentadas em aulas expositivas extraídas de livros-textos. Contudo, apesar de me parecer natural agir assim, o bom senso levava-me a criticar e a questionar algumas destas condutas. Passei, então, a procurar respostas para meus questionamentos em artigos, cursos, congressos de educação matemática e conversas com professores mais experientes.

Há muito tempo estava preocupada em encontrar uma maneira simples de explicar o porquê do algoritmo tradicional da raiz quadrada. Não queria uma explicação baseada nos produtos notáveis, por ser muito algebrizada para os alunos do ensino fundamental. Tal maneira foi encontrada quando li um artigo do professor Luciano Rampazzo, no qual ele relatava uma experiência nesse sentido. A partir daí, adaptei suas sugestões à realidade de meus alunos e consegui realizar uma experiência em que são trabalhadas diversas idéias relacionadas com tal algoritmo da raiz quadrada. Dentre estas idéias, destacou-se o fato de ter trabalhado, partindo da idéia de áreas de quadrado e retângulo, com a determinação do n-ésimo número ímpar, a soma dos n primeiros números ímpares, médias geométrica e aritmética.

A escolha do tema raiz quadrada foi um processo de reflexão durante a minha práxis em turmas do ensino fundamental, em colégios da rede pública e particular. Nos últimos cinco anos, os algoritmos para o cálculo da raiz quadrada não mais constavam dos livros didáticos. Sentindo que este conteúdo estava sendo alijado do contexto, perguntava-me o porquê.

O problema que foi abordado neste trabalho consistiu em explicar os possíveis algoritmos da raiz quadrada de uma maneira criativa, motivadora, através de descobertas que possibilitaram ao aluno a construção de cada idéia matemática envolvida, culminando nos algoritmos. É preciso que se atente para o fato de que a importância não está nos algoritmos em si, mas no processo de exploração e descobertas ocorridas no envolvimento e no trabalho dos alunos.

As questões que foram levantadas são as seguintes:

1- Como os professores e alunos, na prática, lidam com os cálculos da raiz quadrada e com o seu resultado?

2- Como alguns métodos para o cálculo da raiz quadrada podem ou não ser aplicados a estudantes do ensino fundamental?

3- Como utilizar o cálculo da raiz quadrada no resgate de conteúdos matemáticos relevantes para o ensino fundamental?

Vários métodos estão disponíveis para calcular a raiz quadrada de um número positivo, desde pressionar uma tecla da calculadora até o uso do algoritmo tradicional que vem sendo ensinado, embora sua razão seja desconhecida pelos professores e pareça magia para os estudantes do ensino fundamental. Menos empregados são os processos iterativos, muito eficientes, conhecidos pelos Babilônios há milhares de anos - também encontrados em Herão e reestruturados por Newton - bem como o método instrutivo que usa frações contínuas. Os professores tendem a pensar - embora questionavelmente - que estes métodos estão além do nível dos alunos do ensino fundamental.

O objetivo deste trabalho é apresentar algumas abordagens que justifiquem o uso destes algoritmos para o cálculo da raiz quadrada, tais como:

- Identificar quadrados perfeitos utilizando áreas de quadrados e retângulos;
- Utilizar diferentes processos numa primeira aproximação para o cálculo da raiz quadrada;
- Determinar raízes quadradas aproximadas usando as médias geométrica e aritmética;
- Determinar raízes quadradas por tentativas, fazendo aproximações sucessivas.

A fundamentação teórica deste trabalho baseia-se nas teorias construtivistas de Piaget e Vygotsky, visto que ambas colocam a necessidade de estudar a gênese dos processos mentais. Piaget fala da construção do conhecimento a partir do mecanismo de equilibração, enquanto que Vygotsky explica essa construção através do mecanismo de internalização. Os dois consideram essa construção a partir da interação do sujeito com o seu meio, seja ele físico (para Piaget) ou sócio-cultural (para Vygotsky).

A necessidade dos professores propiciarem situações reais de ensino, onde os alunos possam interagir com o objeto de estudo, possibilitando chegar às abstrações, vem conquistando importância crescente nos terrenos da epistemologia e da didática e foi amplamente considerada neste trabalho. Sobre esta questão Piaget, (1973:64-65), propõe:

*"(...) os alunos reputados fracos em Matemática assumem uma atitude totalmente diferente quando o problema emana de uma situação concreta e tem a ver com outros interesses: a criança é bem sucedida, então, em função de sua inteligência pessoal, como se tratasse de uma questão apenas de inteligência. Eis aí um primeiro resultado essencial que deve ser ressaltado: todo aluno normal é capaz de bom raciocínio matemático desde que se apele para a sua atividade e se consiga assim remover as inibições afetivas que lhe conferem com bastante freqüência um sentimento de inferioridade nas aulas que versam sobre essa matéria."*. Além disso, o resgate da auto-estima do aluno que tem dificuldades em alguma disciplina é de grande importância, pois isto tem influência direta em sua aprendizagem.

*"O fato de que o entendimento entre as mentes é impossível sem alguma expressão mediadora, é um axioma da psicologia científica"* (Vygotsky, 1993:5) que teve forte influência neste trabalho. Nele o professor é considerado um importante elemento mediador, seja em seu papel disparador de levantar questões que proporcionem a interação social através dos trabalhos de grupo, possibilitando outras formas de aprendizagem, seja ao apresentar um problema que exige a formação de conceitos, tendo em mente que *"o adolescente formará e utilizará um conceito com muita propriedade numa situação concreta, mas achará estranhamente difícil expressar esse conceito em palavras, e a definição verbal será, na maioria dos casos, muito mais limitada do que seria de esperar a partir do modo como utilizou o conceito"* (Vygotsky, 1995:69). Ao sugerir as atividades aos alunos, foi sempre levado em consideração o fato de que seria uma ilusão pensar que o professor, ao enunciar um conceito ou apresentar métodos de resolução de problemas, teria a garantia da aprendizagem dos alunos. O mesmo ocorrerá na construção do conceito de raiz quadrada.

Para responder as questões citadas anteriormente foi adotada nesta pesquisa uma metodologia constando de duas partes; uma quantitativa e uma qualitativa.

A parte quantitativa consistiu na aplicação de um questionário entre os professores de matemática do ensino fundamental do município de Campos dos Goytacazes (RJ), com o objetivo de investigar as razões que os levaram ou não a ensinar o cálculo da raiz quadrada e que métodos foram ou não utilizados. Foi feito um levantamento das escolas públicas e particulares deste município para que fosse escolhida uma amostra aleatória dos pesquisados.

A parte qualitativa consistiu num estudo de casos em uma turma do ensino fundamental de uma escola estadual e em uma turma da 1ª série da Licenciatura em Matemática de uma faculdade, ambas no município de Campos dos Goytacazes (RJ).

Nas duas turmas que participaram da pesquisa, foram elaborados e aplicados instrumentos cujos objetivos eram propiciar aos alunos o trabalho com diferentes abordagens para o cálculo da raiz quadrada, identificando os conceitos matemáticos envolvidos neste cálculo, e criar um espaço de construção e reflexão.

A seguir, está relatada a atividade que envolve médias aritmética e geométrica.

Como veremos, através de um quebra-cabeças foi possível trabalhar as médias geométrica e aritmética, um conteúdo que dificilmente é abordado neste nível de ensino

Se a e b são números naturais tais que a ≠ b, temos que:

| | |
|---|---|
| $\sqrt{a \times b}$ | $\dfrac{a+b}{2}$ |
| $\sqrt{1 \times 9} = \sqrt{9} = 3$ | $\dfrac{1+9}{2} = \dfrac{10}{2} = 5$ |
| $\sqrt{8 \times 2} = \sqrt{16} = 4$ | $\dfrac{8+2}{2} = \dfrac{10}{2} = 5$ |
| $\sqrt{50 \times 2} = \sqrt{100} = 10$ | $\dfrac{50+2}{2} = \dfrac{52}{2} = 26$ |

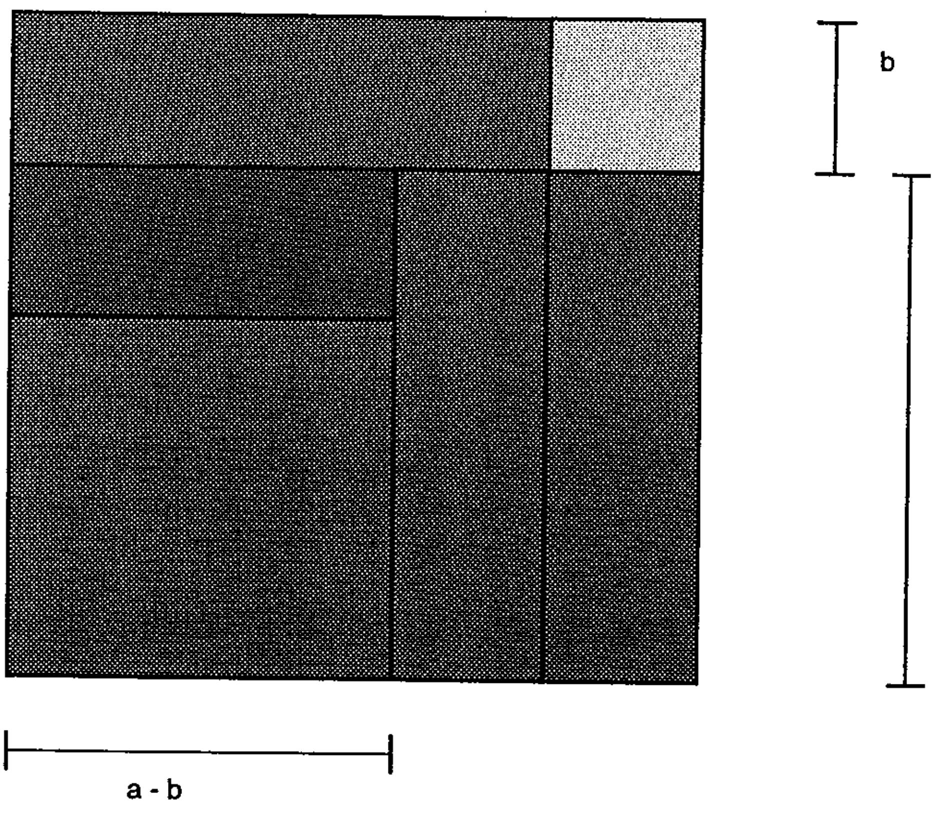
Os números da coluna da esquerda são menores do que os números da coluna da direita. Será que isto ocorrerá sempre?

Vamos mostrar que isto é sempre verdadeiro através de um quebra-cabeças.

Os alunos receberam as seis figuras geométricas que encontram-se abaixo e, sobrepondo as figuras, concluíram que o lado do quadrado maior tem a mesma medida de um dos lados do retângulo menor; o retângulo maior tem um dos lados com a mesma medida do lado do quadrado menor e que , se eu sobrepuser o retângulo e o quadrado menores no retângulo maior eles se encaixam perfeitamente, isto é, a área do retângulo maior é igual à soma das áreas do retângulo e do quadrado menores.

Foi pedido que montassem um quadrado utilizando todas as peças recebidas.

A figura ficou assim:



Sendo assim:

O quadrado formado pelas seis figuras tem área $(a+b)^2$.

Como a figura é formada por um quadrado de área $(a-b)^2$ e quatro quadrados de área ab ( pois, como vimos, a área do quadrado maior é igual à soma das áreas do retângulo e do quadrado menores), podemos escrever que:

$(a+b)^2 = (a-b)^2 + 4ab$

Ora, se $(a+b)^2 = (a-b)^2 + 4ab$ então $(a+b)^2 > (a-b)^2$ e $(a+b)^2 >$ 4ab.

$4ab < (a+b)^2$

$$ab < \frac{(a+b)^2}{4}$$

$$\sqrt{ab} < \sqrt{\frac{(a+b)^2}{4}}$$

$$\sqrt{ab} < \frac{a+b}{2}$$

Vamos calcular a raiz quadrada de 120 usando esta desigualdade.

$$\sqrt{120} = \sqrt{1´\ 120} < \frac{1+120}{2} = \frac{121}{2} = 60{,}5.$$

$$\sqrt{120} = \sqrt{2´\ 60} < \frac{2+60}{2} = \frac{62}{2} = 31.$$

$$\sqrt{120} = \sqrt{3´\ 40} < \frac{3+40}{2} = \frac{43}{2} = 21{,}5.$$

$$\sqrt{120} = \sqrt{6´\ 20} < \frac{6+20}{2} = \frac{26}{2} = 13.$$

$$\sqrt{120} = \sqrt{10´\ 12} < \frac{10+12}{2} = \frac{22}{2} = 11.$$

$$\sqrt{120} = \sqrt{\frac{120}{11}´\ 11} < \frac{\frac{120}{11}+11}{2} = \frac{\frac{241}{11}}{2} = \frac{241}{22} @ 10{,}95.$$

$$\sqrt{120} = \sqrt{\frac{120}{10{,}95}´\ 10{,}95} < \frac{\frac{120}{10{,}95}+10{,}95}{2} @ 10{,}95.$$

Sendo assim $\sqrt{120} @ 10{,}95$.

Alguns alunos concluíram que não precisaríamos fazer tantos cálculos se tivéssemos começado pelos fatores inteiros cuja diferença é a menor possível (no caso 10 e 12). Nos outros exemplos já não foram feitos tantos cálculos, pois os alunos usaram esta descoberta.

Neste trabalho, considerou-se que uma tarefa a ser cumprida, em um dado momento, não pode ser considerada, simplesmente, certa ou errada: deve ser ela entendida (em todas as ocasiões, inclusive durante a realização de uma prova) como uma permanente busca de múltiplas respostas a determinadas perguntas. Neste aspecto, não existe o conceito de erro no que ele tem de desestimulador. Todas as tentativas para se chegar ao resultado são válidas, uma vez que o aluno foi incentivado a justificar cada uma de suas hipóteses.

Constatei que o livro-texto é para o professor algo dotado de propriedades que o tornam infalível, devendo ser seguido como uma espécie de manual. Sua escolha se dá muito mais pela beleza de sua encadernação do que pela forma de apresentação do conteúdo. Notei, na análise dos livros, que os autores atendem a este anseio dos professores elaborando verdadeiros manuais, cobertos de regras que devem ser seguidas por quem almeja acertar.

Percebi que os alunos, em geral, confundem diferentes representações da mesma situação com situações diferentes. Nas abordagens propostas foram utilizados materiais muito simples e de fácil confecção que permitiram a utilização de diferentes representações em função da imagem mental. No entanto, convém lembrar que a utilização de materiais didáticos não é a solução para todos os problemas que os professores enfrentam no cotidiano. É preciso ter de forma clara as razões fundamentais pelas quais os materiais ou jogos são importantes, que tipo de conteúdos podem ser trabalhados com os materiais propostos e em que momentos devem ser usados.

Estou convencida de que o professor não deve procurar "receitas prontas". O que o professor precisa é mudar o seu fazer pedagógico, analisar qual matemática acredita ser importante para os alunos, refletir sobre que tipo de aluno pretende formar para atuar na sociedade, para, a partir daí, repensar as aulas que ministra. Todo o campo educacional precisa sofrer uma mudança de métodos: o professor como transmissor e o aluno como receptor de conhecimentos devem se transformar no aluno ativo que interage com seu objeto de conhecimento, sendo orientado pelo professor.

Espero ter contribuído com esta pesquisa para fortalecer o movimento de Educação Matemática e ficarei imensamente gratificada se o leitor tiver oportunidade de aplicar as abordagens propostas e obter resultados que comprovem as conclusões aqui expostas.

Bibliografia:

D'AMBROSIO, Ubiratan. Educação matemática: da teoria à prática. Campinas: Papirus, 1996.

EVES, Howard. Introdução à história da matemática. Campinas: Unicamp, 1995.

PIAGET, Jean. Seis estudos de psicologia. 20. ed. Rio de Janeiro: Forense Universitária, 1994.

—. A epistemologia genética. Lisboa: Moraes, 1986.

—. Para onde vai a educação?. Rio de Janeiro: José Olympio, 1973.

RAMPAZZO, Luciano. A raiz quadrada. Mimeografado.

VYGOTSKY, Lev S. A formação social da mente. São Paulo: Martins Fontes, 1984.

—. Pensamento e Linguagem. 5. ed. São Paulo: Martins Fontes, 1993.

# FORMAÇÃO CONTINUADA DO PROFESSOR DE MATEMÁTICA: AVALIAÇÃO ATRAVÉS DA PRÁTICA DO PROFESSOR EM SALA DE AULA.

Mestrando : Claudio Cesar Manso Passos
Orientadores : Drª. Estela Kaufman Fainguelernt
Dr. José Paulo Quinhões Carneiro
Instituição: Instituto de Educação Matemática da Universidade Santa Úrsula.

## Introdução

Na sociedade contemporânea, cada vez mais se torna necessário o trabalho do professor, enquanto agente da mediação nos processos constitutivos da cidadania dos alunos. Repensar a sua formação contínua, a partir da análise das práticas pedagógicas e docentes, torna-se necessário. É nesse contexto que se discute a identidade profissional do professor, tendo como um de seus aspectos a questão dos saberes que configuram a docência.

Observou-se durante todos esses anos de prática de sala de aula de segundo grau (ensino médio), que alguns professores de Matemática apresentavam defasagem de conteúdos devido à sua formação precária. Outros, afastados de sala de aula por um longo período de tempo, se encontravam na mesma situação. Além disto, o professor sofre modificações quanto à maturidade e experiências adquiridas desde quando acaba o seu curso de graduação; surgem novos conteúdos matemáticos, novas tecnologias, novas técnicas de ensino; os conhecimentos sobre epistemologia e psicologia cognitiva evoluem .

Isso assumia contornos mais delicados quando esses professores se viam obrigados a ensinar aquilo que não dominavam. A sua falta de segurança eles passavam também para os seus alunos que, por sua vez, acabavam por detestar aquilo que não compreendiam, e, consequentemente, não construíam o seu conhecimento.

Nessas situações aquele professor, consciente de suas limitações, procurava um espaço para dirimir suas deficiências. Buscava, portanto, os cursos de formação continuada para se atualizar. Será que só isso bastava? Ele conseguia interiorizar o quê e como o conteúdo lhe era passado? A sua conduta ele a mudava? Os sujeitos atuantes no processo, professor e aluno, tornavam-se mais ativos, mais conscientes do seu papel, mais críticos ou continuavam agentes passivos, contemplativos e receptivos, mudando apenas o seu discurso ?

É necessário que, quando se pensar em reformulação do ensino, e em particular no ensino da Matemática, se considere os sujeitos do processo ensino - aprendizagem, o aluno e o professor. O professor, responsável pela formação integral de seu aluno, tanto no aspecto intelectual como no de prepará-lo para o exercício pleno de sua cidadania, requer uma prévia preparação para aquele fim.

Qualquer profissional consciente que queira progredir, deve procurar cursos que o capacitem a uma melhor atuação em sala de aula. Por outro lado, o sistema onde ele se encontra inserido deve incentivá-lo nesta busca. Além disto, o professor deve, continuamente, trocar experiências com colegas de formação igual ou superior e com colegas que trabalhem em escolas cujas realidades sociais sejam diferentes daquelas escolas onde trabalha. Para o professor, os cursos de capacitação se constituem, também, na oportunidade de se sair de uma rotina que se estabeleceu com o decorrer dos anos, caracterizada pela pouca vontade de renovar, pois para isso lhe é exigido trabalho e pesquisa

Os cursos de capacitação visam formar profissionais mais competentes, mais atualizados, capazes de desempenhar com mais segurança o seu papel seja em que grau de ensino que atue. Acredita-se que a este objetivo, é relevante acrescentar o acompanhamento desses mesmos profissionais em sua prática na sala de aula.

O salário aviltante recebido pelo professor dificulta a procura ou não dos cursos de capacitação. O aperfeiçoamento requer determinadas condições que não estão ao alcance de muitos professores. Tem um custo financeiro, seja em aquisição de livros e outros materiais, seja em termos de taxas a serem pagas por curso a fazer. Por isto, é importante que haja cursos que fornecem bolsas.

Para a realização do presente trabalho, inicialmente, tentou-se traçar uma linha de atividades que pudessem norteá-lo e que ainda estão sendo, gradativamente, executadas.

1) Levantamento de todo um histórico da educação brasileira, bem como da Matemática e do seu ensino naquele contexto, para que, assim, se possa comprender a evolução dos cursos de capacitação dos professores de Matemática desde o Brasil - Colônia até os nossos dias.

2) Traçado do perfil do professor-aluno dos cursos de formação continuada para professores de segundo grau, realizados a partir de janeiro/97, no Instituto de Educação Matemática da Universidade Santa Úrsula, pelo corpo docente do seu Curso de Mestrado, dentro do Projeto Pró-Ciências, do convênio CAPES / FAPERJ.

3) Análise das avaliações dos cursos feitas pelos professores alunos.

4) Entrevistas com os monitores dos cursos, procurando relatar, posteriormente, suas experiências e observações.

5) Acompanhamento de alguns professores que assistiram os cursos, procurando relatar o seu modo de pensar e agir antes e depois dos cursos, comparando como repercutiu em cada um deles.

6) Observação dos professores que ministram os conteúdos visto nos cursos, avaliando se estão aplicando o que aprenderam, e relatando esta prática, e comparando os resultados.

O convênio CAPES/FAPERJ instituiu o Programa para a Melhoria do Ensino de Ciência e Matemática no segundo Grau (Pró-Ciências) destinado a "melhorar o domínio de conteúdos específicos de todos os professores que atuam nas áreas de Física, Biologia, Química e Matemática no ensino médio." O que não impede que o profissional dessas áreas de ensino se atualize quanto aos aspectos didáticos e metodológicos relacionados a esses conteúdos. Na Universidade Santa Úrsula a equipe do Mestrado em Educação Matemática teve aprovados pela FAPERJ os seus projetos para o Pró-Ciências dando origem a cursos de aperfeiçoamento para professores de Matemática de segundo grau. Esses cursos constituem o objeto do nosso estudo.

**O Problema**

No desenvolvimento deste trabalho surgirão algumas questões que merecerão ser analisadas com profundidade, questões que serão tiradas de nossa própria experiência no magistério de segundo grau, especialmente na Escola Técnica Federal de Química/RJ-UnED de Nilópolis, bem como de experiência de professores que assistiram o curso já citado.

Os cursos de formação continuada de professores de Matemática de 2º grau, em especial os ministrados na U.S.U., têm sido eficazes? Como nós professores de Matemática de 2º grau utilizávamos os conteúdos trabalhados nos cursos, antes da realização deles e como passamos a utilizá-los? Poderíamos comparar os resultados obtidos?

**Objetivos**

Na formação continuada do professor recai o peso de dar-lhe condições para ter uma concepção adequada e atualizada da Educação Matemática e poder mediá-la.

A valorização da metodologia incluindo a opção por processos participativos no processo de ensino-aprendizagem, com este binômio centrado na ação do aluno em resolução de problemas, investigação e exploração de situações desafiadoras, como foi feito durante o curso, não exclui o aprofundamento adequado do conteúdo.

Foi, tendo em vista a participação do professor-aluno durante o curso, que procurou-se formular os objetivos deste trabalho. Deve-se identificar os motivos que levam o professores a freqüentar os cursos de formação continuada dados na U.S.U., bem como identificar os fatores que influenciam o seu aproveitamento; identificar se os conteúdos abordados, os métodos adotados e os recursos utilizados atingiram seus objetivos.

Como a prática escolar é um dos indicadores de sucesso do curso, o nosso objetivo é verificar como o professor reagiu ao curso, se ele interiorizou o conteúdo e metodologia à sua prática, se ele passou a envolver os seus alunos em experiências reais, numa situação de investigação, de dar significados, de interpretar e de buscar soluções.

**A política brasileira, a educação no Brasil. A Matemática e o ensino da Matemática neste contexto.**

Procura-se caracterizar a política brasileira desde o Brasil-Colônia até nossos dias, analisando a educação dentro de cada época, a Matemática construída e o seu ensino.

Inicialmente, observa-se que na Colônia a economia brasileira era baseada na grande propriedade e na mão de obra escrava. A classe dominante era detentora dos bens culturais importados. Mesmo aí, somente uma minoria de donos de terra e senhores de engenho, destes excluídos os primogênitos e as mulheres, tinham o direito à educação. Esta tinha como características o dogma, a autoridade, a tradição escolástica literária, um grande desinteresse pela ciência e pelas atividades técnicas e artísticas.A Matemática, assim, estava praticamente ausente dos cursos de Filosofia ministrados pelos padres da Companhia de Jesus, mas mesmo dentro deste contexto houve defensores do ensino das matemáticas, como o padre Christopher Clavius, na Escola de Roma (Itália). Com a ascensão ao poder do Marquês de Pombal, e com a expulsão dos jesuítas dos domínios de Portugal, a uniformidade dada pelos jesuítas foi substituída por uma diversificação das disciplinas isoladas. Professores leigos começaram a ser introduzidos no ensino, e, pela primeira vez, o Estado assume os encargos da educação. As aulas régias, avulsas, dadas em lugares diferentes, sem articulação e sem planejamento de trabalho escolar, foram introduzidas com a reforma pombalina. Os mesmos métodos pedagógicos anteriores se repetiram. Porém os conteúdos escolares começaram a ser modificados. Introduziu-se novas disciplinas como a Aritmética, a Álgebra e a Geometria. Portanto, somente no final do século XVIII, são incluídas no currículo escolar brasileiro aa matemáticas. Com a vinda da Família Real Portuguesa ao Brasil mudanças sensíveis aconteceram. Foram criadas as primeiras escolas de ensino superior no Brasil : a Academia Real da Marinha e a Academia Real Militar, esta, mais tarde, transformada em Escola Central e em Escola Militar de Aplicação. Aí começa o ensino sistemático das matemáticas no país.As disciplinas estudadas foram inicialmente Aritmética, Geometria, Trigonometria, Desenho, Geometria Analítica, Cálculo Diferencial e Integral, Geometria Descritiva, Mecânica, Balística, Trigonometria Esférica, Física, Astronomia, Geodésia, Geografia Geral, Tática, Estratégia, Castrametração, Fortificação de Campanha, Reconhecimento de Terreno, Química, Fortificação Regular e Irregular, Ataque e Defesa de Praças, Arquitetura Civil, Estradas, Portos e Canais, Mineralogia, Artilharia, Minas e História Natural. O corpo docente do curso das matemáticas era constituído de cinco professores, dos quais quatro eram brasileiros e um português. Dos brasileiros, três eram graduados pela Universidade de Coimbra e um pela Academia Real dos Guarda-Marinhas de Lisboa. O português era graduado por essa mesma Academia.

Após a Independência A academia Real Militar passa a se chamar Imperial Academia Militar. Dez anos após, esta Academia é extinta e se instituiu a Academia Militar e de Marinha do Brasil. Neste mesmo ano as duas escolas se separam, a do exército passa a ser chamada de Academia Militar e, após sete anos, com novos estatutos, passa a ser Academia Militar da Corte.

Por volta da metade do século XIX, com as tímidas mudanças políticas e sociais acontecendo no país, a classe dominante, percebendo a necessidade de engenheiros civis, pressiona o Imperador para que introduza disciplinas de engenharia civil na Escola Militar. Com a reforma dos estatutos daquela instituição sente-se o prenúncio da criação de uma escola de engenharia separada daquela escola. Com esta reforma, por decreto imperial, fora mantido o curso de Matemática constituído das disciplinas : Aritmética, Álgebra Elementar, Geometria, Trigonometria Plana, Desenho, Álgebra Superior, Geometria Analítica, Calculo Diferencial e Integral, Mecânica Racional Aplicada às Máquinas, Física experimental, Trigonometria Esférica, Astronomia e Geodésia. Pelo mesmo decreto é instituído o grau de Doutor em Ciências, que, inicialmente, foi concedido a todos os professores daquela instituição.

Em 1858, o ensino civil e o ensino militar se separam. Cria-se a Escola Central, posteriormente chamada de Escola Politécnica, com a finalidade de formar engenheiros.Nesta escola o curso de Matemáticas era constituído das disciplinas : Álgebra, Trigonometria Plana, Geometria Analítica, Física Experimental, Meteorologia, Desenho Linear, Topográfico e de Paisagem, Geometria Descritiva, Cálculo Diferencial e Integral, Cálculo das Probabilidades, das Variações e Diferenças Finitas, Química, Desenho Descritivo e Topográfico, Mecânica Racional e Aplicada às Máquinas em geral, Máquina a vapor e suas aplicações, Mineralogia, Geologia, Desenho de Máquinas, Trigonometria Esférica, Ótica, Astronomia, Geodésia, Botânica, Zoologia, Desenho Geográfico.

Por este decreto, era concedido o grau de Doutor aos professores das duas instituições separadas, e a todo aluno graduado pela Escola Central que tivesse cumprido, com aprovação, todas as disciplinas e, também, defendido tese, com aprovação.

Com a Proclamação da República, a descentralização do ensino aconteceu, ficando a União com o direito de criar instituições de ensino superior e secundário em todo o âmbito nacional. Aos Estados era delegada a competência de legislar sobre a educação primária e profissional. Aí se observa nitidamente a dualidade existente desde a Colônia, de um lado a herança de uma sociedade escravocrata e, do outro, a continuidade do antagonismo em torno da centralização e descentralização do poder. Daí a falta de organicidade do sistema de educação. Várias reformas se fizeram na busca dessa organicidade.

A burguesia industrial, em ascensão, a classe média emergente copiavam o modelo de comportamento da classe latifundiária. As classes dominantes, portanto, criaram mecanismos de defesa para as pretensões educacionais daquelas, oferecendo educação técnica abundante dada a escassez da demanda de mão de obra qualificada determinada pela industrialização do país.

Nos anos vinte vários movimentos, armados ou não, acontecem. A característica comum a eles foi a contestação e a oposição á velha ordem oligárquica latifundiária. As elites vêem minadas suas bases de sustentação, perdendo o Governo a sua autoridade. Assim, em 1930, o Governo do Presidente Washington Luiz é derrubado.

Instalou-se o novo governo sob a Presidência de Getúlio Vargas. O movimento que o levou ao poder estava baseado em forças antagônicas que começaram a radicalizar as suas posições. De um lado os tenentes, que desejavam que mudanças radicais fossem efetuadas e de outro os conservadores e os moderados, que reivindicavam uma constituição.

Surge neste momento o movimento renovador da escola nova que tem a ABE (Associação Brasileira de Educação) o seu órgão representativo e seu centro divulgador, que luta mais tarde pela aprovação do Projeto de Lei das Diretrizes e Bases da Educação Nacional.

O sistema econômico, a herança cultural, a demanda social de educação continuam fazendo com que o sistema dual de educação persista, uma educação para a elite e outra, diferente, para o povo.

Em 1932, é lançado o Manifesto dos Pioneiros da Educação Nova, no início portanto, do Governo Vargas. No plano ideológico, as conferências da ABE representavam o confronto de correntes opostas, a dos reformadores que se batiam pelos princípios de gratuidade, obrigatoriedade de ensino, pela laicidade, pela co-educação e pelo plano nacional de educação, e a do grupo dos católicos, que viam na interferência do Estado um perigo ao monopólio, e na laicidade e co-educação, uma afronta aos princípios da educação católica.

O Governo Provisório e o Ministério da Educação e Saúde Pública, a partir de 1931, através de Decretos, efetivaram a reforma que leva o nome de seu primeiro Ministro, Reforma Francisco Campos. Esta reforma deu certa organicidade ao ensino para todo o país e estabeleceu, para cada disciplina, os objetivos a serem alcançados, inclusive em Matemática, e a listagem dos conceitos a serem trabalhados em cada série e mostrando uma tentativa de articulá-los. Além dessas características havia a da flexibilidade entre o ensino secundário e os demais ramos do ensino médio, e entre esses e o ensino superior.

A ABE, nesse início de Governo, com a sua luta por uma educação renovada, foi agente importante na criação das universidades no Brasil. Surge em São Paulo a primeira universidade brasileira, a USP, que, com a sua Faculdade de Filosofia Ciências e Letras começou um novo ciclo para o ensino e desenvolvimento das matemáticas no Brasil. Foram contratados professores reconhecidos mundialmente...

Em 1935, é também criada no Rio de Janeiro, a Universidade do Distrito Federal, que mais tarde se transformaria em Universidade do Rio de Janeiro, Universidade do Brasil e finalmente Universidade Federal do Rio de Janeiro.

Um grande marco no ensino das Ciências no Brasil, foi a criação da Sociedade Brasileira de Ciências, chamada depois de Academia Brasileira de Ciências.

Na segunda metade da década de 1950, é realizado o primeiro Colóquio Brasileiro de Matemática, em Poços de Caldas, MG, quando foram realizadas vinte conferências e diversos cursos focalizando temas sobre os quais os pesquisadores brasileiros estavam trabalhando.

Em 1952, foi fundado o Instituto de Matemática Pura e Aplicada (IMPA) como órgão do CNPq, tendo o Prof. Leopoldo Nachbin como um dos seus pesquisadores. O primeiro diretor do IMPA foi o Professor Lelio Gama.

O trabalho decorre assim, fazendo em cada fase da política brasileira, um paralelo com o que acontecia na educação brasileira e na Matemática neste contexto, além de passar pelo ensino da Matemática.

**Observações sobre o desempenho dos professores em atividades de formação continuada**

Como um adiantamento ao trabalho que está sendo realizado, apresentam-se algumas observações já feitas sobre o desempenho dos professores em atividades de formação continuada, durante os referidos cursos.

O grupo de professores-alunos, bastante heterogêneo, inicialmente foi dividido em grupos de 4 pessoas. Segundo eles, em sua avaliação, as atividades em grupo foram válidas porque aqueles com mais dificuldades eram auxiliados pelos colegas. A troca de experiência das diversas realidades fez com que os participantes fizessem uma análise crítica de sua atuação em sala de aula.

Apesar da opinião quase que generalizada expressa acima, houve pessoas que expressaram que, em alguns grupos, houve divergências até pessoais. Aqueles que apresentavam maior rendimento "menosprezavam" os que apresentavam maior dificuldade.

Sentiu-se que alguns professores instrutores, nesses grupos, partiam de situações problemas, o que permitia que os professores - alunos se engajassem nas diversas atividades e apresentassem diversas maneiras de resolução do problema.

Em relação a isso, uma das técnicas utilizadas por Vygotsky, em sua teoria,era o de introduzir obstáculos ou dificuldades na solução dos problemas ou de colocar o sujeito frente a frente com uma tarefa que excedesse os seus conhecimentos e capacidade, procurando, com isso, evidenciar o início rudimentar de novas habilidades.

Os professores - alunos discutiam as prováveis soluções dentro do grupo, recorriam àqueles com maior conhecimento, no caso das dificuldades que eles próprios não conseguiam sanar. A comunicação entre os componentes do grupo para dirimir a situação de dificuldades foi muito importante. Segundo Vygotsky é necessário que se fale enquanto se age. A fala e a ação fazem parte de uma mesma função psicológica, dirigida para a solução do problema. Quanto mais complexa for a ação exigida pela situação problema e menos direta a solução, maior é a importância da fala na operação como um todo.

Portanto quando os grupos relatavam a solução dada para um determinado problema, via-se que com esta comunicação os professores-alunos adquiriam maior capacidade na solução de outros mais complexos.

# AS CONCEPÇÕES DE AÇÃO, PROCESSO E OBJETO PARA O CONCEITO DE FUNÇÃO E A LINGUAGEM MATEMÁTICA DE PROFESSORES DO 2º GRAU

Edna Maura Zuffi[1]
Orientadora: Profa. Dra. Jesuína L. A. Pacca[2]
Faculdade de Educação -USP

## 1. Introdução:

As **concepções de ação, processo e objeto**, propostas por Dubinsky & Harel (1992) para os conceitos matemáticos e, em particular, para o conceito de função, enquadram-se em um projeto mais amplo de nossas investigações atuais sobre a expressão dos professores do 2º grau através da linguagem matemática. Tal abordagem, colocada pelos autores acima citados, é apenas um dos aspectos que vêm sendo pesquisados em nosso trabalho, mas que consideramos bastante relevante. Através da investigação da presença destas concepções nas expressões orais ou escritas destes professores, buscamos compreender melhor a conceituação do senso comum para os diversos entes matemáticos (e para "funções", particularmente) e sua influência na formação destes professores.

Este referencial está baseado num trabalho anterior de Dubinsky (1991), em que este se utiliza do conceito de "Abstração Refletiva" ("Reflective Abstraction"), introduzido por Piaget, para descrever a construção de estruturas lógico-matemáticas por um indivíduo, durante seu desenvolvimento cognitivo. O autor acredita que conteúdos da Matemática avançada (como, por exemplo, "funções") também podem ser analisados à luz deste conceito.

Segundo Dubinsky, a abstração refletiva é pensada a partir do que Piaget chamou de *coordenações gerais de ações*, as quais referem-se a uma ou mais ações, para construir novas ações ou objetos. Assim, a abstração refletiva será a construção de objetos mentais e de ações mentais sobre estes objetos, quando aplicada em um nível mais avançado.

Em seu artigo de 1992, Dubinsky e Harel procuram esclarecer mais detalhadamente a construção de processos e objetos matemáticos via abstração refletiva. Para estes autores, ações repetíveis, tais como calcular valores para funções algébricas, ou escrever programas computacionais para funções, podem auxiliar na *interiorização* de <u>ações</u> como <u>processos</u>, os quais podem, por sua vez, ser "encapsulados" como <u>objetos</u>.

Deste modo, os conceitos matemáticos podem ser apreendidos como:

i) concepções de **ação**, caracterizadas pela manipulação física ou mental de objetos. Para o caso de funções, por exemplo, seria centrar-se na habilidade de substituir números numa expressão algébrica e executar os cálculos. É uma concepção estática, no sentido de que o sujeito só consegue executar um passo de cada vez. (Por exemplo, o sujeito que pode fazer a composição de duas funções específicas, dadas por expressões algébricas, mas não quando a função é dada em casos mais gerais).

ii) concepção de **processo**: envolve a idéia de uma transformação dinâmica de quantidades, de acordo com meios repetíveis e que começa sempre com objetos do mesmo tipo. Os sujeitos são capazes de combinar processos ou de revertê-los. (No caso de funções, noções de bijeção tornam-se mais acessíveis).

iii) concepção de **objeto**: uma função é concebida como um objeto, se é possível executar ações sobre ela, ou transformá-la em geral. Esta noção é construída ao se "encapsular" um processo.

Em seus estudos com um grupo de 22 estudantes de graduação que tiveram um tratamento instrucional através de atividades computacionais, direcionado a uma concepção de processo, para o conceito de função, os dois autores constataram que esta foi fortalecida entre os alunos, mas que algumas restrições ainda permaneciam: por exemplo, o que Dubinsky e Harel chamam de *"restrição de manipulação"*, na qual, para se ter uma função, alguns alunos acreditavam que se deve ser capaz de executar manipulações explícitas, para a saída de um dado; a *"restrição de quantidade"*, na qual se acredita que as entradas e saídas, para a função, devem ser números; e a *"restrição de continuidade"*, em que o gráfico da função deve ser contínuo. Tais restrições, mesmo com o tratamento instrucional, foram evidenciadas por alguns alunos, que tiveram traços da concepção de ação mais acentuados,

[1] Depto. de Matemática- ICMC-USP, com apoio parcial da CAPES
[2] IFUSP - Com apoio parcial do CNPq

enquanto outros estiveram na transição e outros, com uma concepção de processo mais forte. Os autores constataram, então, que, na prática, a interiorização de ações como processo não parece ser uma tarefa fácil.

Deste modo, resolvemos verificar em nossas investigações sobre as formas de utilização da linguagem matemática dos professores do 2º grau, o quanto destas concepções poderiam estar evidenciadas através de suas expressões (orais ou escritas), uma vez que estes professores já haviam passado pelo ensino superior, onde, supostamente, tiveram um contato mais aprofundado com o conceito de função, de modo a tê-lo já encapsulado como objeto, ou, pelo menos, tê-lo interiorizado como processo. Acreditávamos, a princípio, que a passagem por cursos de Análise e Álgebra mais avançados pudessem revelar, nas concepções destes professores, mais aspectos das concepções de processo e objeto. Entretanto, este não parece ser o caso, como mostraremos a seguir.

## 2. Aspectos metodológicos da pesquisa:

Inserindo-se dentro de um contexto da pesquisa qualitativa, nossa investigação inicialmente direcionou-se à observação da prática pedagógica de uma professora de Matemática da 1ª série do 2º grau, na cidade de São Carlos.

A partir de elementos evidenciados nesta observação, foi proposto um questionário contendo 20 questões, o qual foi respondido por escrito, por 6 professores de Matemática atuantes em diferentes escolas do nível médio, e, inclusive, pela primeira professora observada (para os quais utilizamos os pseudônimos: *Meg*, *Sam*, *Rom*, *Mark*, *Luck* e *Red*). As respostas fornecidas por estes professores revelaram, em seus detalhes, que a concepção de ação ainda predomina em sua expressão escrita através da linguagem matemática, havendo também indícios deste fato observados na prática de sala de aula da professora que foi acompanhada.

Uma complementação dos registros iniciais da observação em campo revelou-se necessária, a fim de atendermos a um maior rigor na coleta e análise dos dados, que se espera em uma pesquisa qualitativa. Deste modo, uma nova fase da investigação está em execução, com a observação de outros dois professores da 1ª série do 2º grau, com o objetivo de se buscar dados no ambiente natural onde a linguagem matemática do professor se articula, que é a sala de aula.

## 3. Alguns resultados preliminares:

A partir dos dados obtidos com as respostas ao questionário, foram construídas 17 unidades de significados que envolvem as concepções dos professores para o conceito de função. A partir desta análise, destacamos 5 destas unidades que, a nosso ver, apontam para evidências do predomínio da concepção de ação na expressão dos professores, além de confirmar que estes também apresentam indícios das "restrições de continuidade e de quantidade" que foram destacadas em Dubinsky & Harel (1992).

A seguir, segue um resumo das principais idéias contidas nestas 5 unidades, bem como alguns exemplos representativos extraídos das respostas:

a) todos os professores entrevistados parecem detectar a necessidade de se estabelecer correspondência com todos os elementos do domínio da função, porém, há dificuldades quanto a esta propriedade, quando a expressão algébrica que determina a função é simétrica nas variáveis x e y;

> Perguntado se (questão 12) $y^2+x^2=1$, (questão 13) $y^2-x^2=0$ e (questão 15) $y=5x+y^2+2$ representam funções, 3 (entre 6) professores não mencionaram em suas respostas nenhuma necessidade de restrição ao domínio para se obter função nestes casos.
>
> Meg (resp.12) "Sim, se colocarmos uma variável na dependência de outra. Por exemplo:
>
> $y^2 = 1 - x^2$
>
> $y = \sqrt{(1-x^2)}$"
>
> Meg (resp.13) "Sim, pois $y^2 - x^2 = 0 \Rightarrow y^2 = x^2 \Rightarrow y = x$, isto é a cada valor de $x$ corresponde um valor de $y$."
>
> Rom (resp.12) "$y^2+x^2 = 1$ pode ser função.
> se $x \in D$ e $y \in CD \Rightarrow y = \sqrt{(1-x^2)}$
> se $y \in D$ e $x \in CD \Rightarrow x = \sqrt{(1-y^2)}$"
>
> Rom (resp.13) "$y^2 - x^2 = 0$ pode ser
> $y = x$"

b) evidencia-se na expressão escrita destes professores uma ambigüidade nos significados das notações "x" e "y" que, ora assumem um valor único (e específico) do domínio da função, ora têm caráter de variável que pode assumir infinitos valores (entretanto, esta última mostra-se menos freqüente);

Perguntado o que é o "x", o "y" e o "f" na expressão "y=f(x)" :

Meg (resp.5) "*y* é a imagem de um elemento"

Rom (resp.5) "*y* é um elemento do conjunto contra domínio...*x* é um elemento do conjunto A..."

Mark (resp.5) "y→ imagem do elemento do domínio;

x → elemento do domínio

f → relação entre os valores x e y, já definidos"

c) há dificuldades em lidarem com a possibilidade de inversão dos papéis de "x" e "y" como variáveis dependente e independente, respectivamente;

Nas respostas (15): Meg, Luck e Red não viram a possibilidade dessa inversão para se determinar uma função, enquanto que Rom, Mark e Sam, embora o tenham notado, apresentam dificuldades em lidar com as notações para este caso:

Rom (resp.15) "$x = (-y^2 + y + 2)/5$ é função real. Pois temos uma sentença matemática onde y está em função de x."

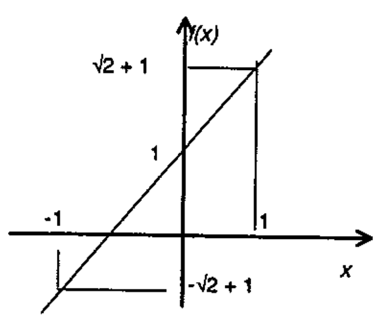
Mark (resp.15) "f: D →CD
x →f(y) $x \in D$
$y \in CD$" (note que, embora ele use x no domínio, a função é aplicada em y)

Sam (resp.15) "É função do 2°. grau: $x=(-y^2+y-2)/5$, para cada valor de y, existe um único valor de y. f(y)=x." (é um pequeno lapso, mas que pode ter raízes na troca dos papéis de x e y).

d) as respostas mostram algumas evidências de que a variação dos elementos do domínio, embora ocorra sempre em subconjuntos de números reais, tem "modelos" sempre sobre números inteiros, ou, no máximo, com algumas poucas raízes quadradas não exatas (quando a expressão algébrica que determina a função assim o exige);

Encontramos evidências em várias respostas dos professores, entre elas, a de Rom, quando solicitado para que ela atribuísse 5 valores e construísse o gráfico da função: $f(x) = \sqrt{2}x + 1$ , tomando valores inteiros no domínio, mesmo que a expressão algébrica que determina a função contenha um número irracional.

| *x* | *y* |
|---|---|
| -1 | $-\sqrt{2} + 1$ |
| 0 | 1 |
| 1 | $\sqrt{2} + 1$ |
| 2 | $2\sqrt{2} + 1$ ou $\sqrt{8}+1$ |
| 3 | $3\sqrt{2} + 1$ ou $\sqrt{8} + 1$ |




e) As respostas apontam para uma forte associação entre a funções e as ferramentas que as descrevem, particularmente as expressões algébricas simples (que são "computáveis" com números, atribuídos um a um e que, por outro lado, apresentam gráficos contínuos).

Meg (resp. 8 e 9) (a simples presença de uma expressão algébrica já é identificada com uma função): "Não, é uma equação do 1°. grau.

Para ser função do 1°. grau, a notação é $y = 5x + 4$." e "Desde que escrita na forma $y=5x+4$ ou $f(x)= 5x + 4$" (além do tipo de exemplos apresentados)

Rom (várias respostas): uso do termo "sentença matemática" (nas entrevistas se esclareceu que se tratam de expressões algébricas) (ver também os exemplos dados);

Red: em todos os exemplos dados, as funções são determinadas por expressões algébricas;

Mark e Sam: exemplos dados por expressões algébricas em sua maioria (exceção para dois com diagramas de flechas);

Mark e Luck: além das expressões algébricas, fizeram uso de um gráfico nas respostas (12) e (13) (Embora Luck, em sua definição formal, acene para a possibilidade de funções como conjuntos de pares ordenados, não apresenta nenhum exemplo como tal).

## 4. As observações em sala de aula:

Embora nossas observações em sala de aula sobre a linguagem dos professores utilizada para o ensino de funções ainda não se encontrem finalizadas, uma primeira análise dos dados já obtidos tem nos fornecido fortes indícios para acreditar que este outro instrumento de pesquisa é de grande importância para revelar nuanças dos cinco padrões citados anteriormente, ou complementá-los com novos elementos, a partir da prática pedagógica dos professores.

Algumas evidências que reforçam estes padrões podem ser já encontradas nas formas de expressão do primeiro sujeito investigado, a professora *Meg*:

Ao iniciar o assunto *"Função polinomial do 2° grau"*, Meg escreve este título na lousa, mas a seguir, passa a escrever sobre técnicas de se resolver equações do 2° grau: ((L) indica o que ela escreve na lousa e (F), as suas falas):

(L) *Função Polinomial do 2o. grau.*

A seguir, Meg recorda aspectos das funções de 1° grau e de inequações que as envolvem. Os alunos vão "recitando" os procedimentos para a análise de sinais, para a resolução da inequação. Fica claro aqui, que a sequência em que a professora coloca os temas, deixa muito confuso o que é a função de 1o. grau, o que é "achar a raiz da função", que nada mais é do que identificar um único elemento da relação que determina a função.

(F) *A função do 2o. grau é definida assim:* (L) $y=ax^2+bx+c$

(F) *Vamos usar o delta para a equação do 2o.grau. Lembram do delta?*

(L) $\Delta=b^2-4ac$.

(F) *É do 2o. grau porque tem* $x^2$.

(L) $ax^2 +c=0$

$x^2 - 4=0$

$x^2 = 4$

$x= \pm \sqrt{4}$

(F) *O a nunca falta, porque, se a faltar, não vai ser equação do 2o. grau, vai ser do 1o. (...) Eu apliquei a operação inversa: de - passou pra +. Qual é a inversa do quadrado? É a raiz quadrada. Eu pergunto: por que o ± ? Porque -2 e +2 elevados ao quadrado dão 4.*

Novamente a seqüência da fala e da escrita da professora reforça a identificação da equação com a função do 2o. grau. Observe-se que ela escreveu a expressão da função ($y=ax^2+bx+c$) e, em seguida, a expressão de $\Delta$, que é usada para resolver a equação de 2o. grau. Depois passou a resolver outra equação incompleta ($ax^2+c=0$). Ela também não explicita que os símbolos a, b e c passam a ter significados diferentes do contexto da função de 1o. grau, com a qual ela iniciou a aula. Em seguida, Meg faz os gráficos das funções $y = x^2 - 4$ e $y = -x^2+1$ na lousa, destacando apenas as raízes em cada um deles e escrevendo, ao lado do segundo, a equação "$-x^2+1=0$", o que evidencia a associação da função com a expressão algébrica que a determina, e mais, acaba ligando à função do segundo grau, apenas os valores de suas raízes, além de antecipar a forma parabólica da curva que representa esta função. Em seguida, volta a se referir ao $\Delta$:

(L) $\Delta=b^2-4ac$.

$\Delta > 0$ (F) *Por exemplo, delta = 25, 36, ... delta que tem raiz exata - tem que ter duas raízes diferentes. (...)*

Aqui, os exemplos para o $\Delta$ como quadrados perfeitos, deixam claro que, embora o domínio seja o conjunto dos números reais, seus valores são tomados sempre dentro do conjunto de números inteiros. (Meg não tratou, em momento algum das aulas observadas, de casos em que $\Delta > 0$, mas não sendo quadrado perfeito (por exemplo, 10, 23, etc...).

A seguir, a professora apaga a "prévia" que fez na lousa e retoma o assunto inicial:

(L) *Função Polinomial do 2o. grau.*

(L) *1) Equação do 2o. grau.*

(L) *Chamamos de equação do 2o. grau à sentença* $ax^2+bx+c=0$, *com* $a\neq0$, a, b, c *números reais, onde* x *é a incógnita.*

(L) *Exemplos: a)* $3x^2-5x+1=0$ ($a=3$, $b=-5$, $c=1$) ...

Em seguida, vai resolvendo equações do 2o. grau. Coloca 8 exemplos e as resolve. Também usa como resposta da equação, o termo "conjunto verdade", que é o conjunto formado pelos valores soluções, sem, entretanto, explicitar aos alunos qual é o significado deste conjunto. A aula termina e o conceito de "função polinomial do 2o. grau" deixa de ser tratado. Foi apenas introduzido no início, como se fosse algo menos relevante do que o tema "equações do 2o. grau", reforçando a identificação entre estes dois, e associando ao primeiro, um conjunto finito de valores, dado pela solução da equação que fornece os zeros da função.

## 5. Conclusões preliminares:

Com as unidades obtidas do questionário e as observações da sala de aula em mente, observamos que a concepção de ação parece predominar na expressão dos professores, através da linguagem matemática que eles utilizam, embora os sujeitos entrevistados apresentem respostas escritas com um certo nível de formalismo. Suas formas de expressão nos levam a crer que as variações que ocorrem nas imagens da função, conforme variam os elementos do domínio, não parecem ser abordadas como um processo, ou uma transformação global entre dois conjuntos, mas ocorrem ponto-a-ponto, com as variáveis assumindo um valor de cada vez, segundo a "regra" ou "lei" que determina a função, e que é explicitamente manipulável. Estas "regras", nas "imagens conceituais" (Vinner, 1991) destes professores, resumem-se a expressões algébricas simples, representáveis em gráficos contínuos, mas com os elementos tomados um a um, dentro de conjuntos com números inteiros, na maioria das vezes.

Uma razão para o predomínio desta concepção parece ser encontrada em nossas observações em sala de aula, onde temos verificado que a prática pedagógica do professor tem fortes influências sobre as "imagens do conceito" de função que ele possui. Como, no ensino de nível médio, este conceito é introduzido pela primeira vez, espera-se que uma concepção de ação faça parte de uma fase inicial de sua gênese, para os alunos deste nível, o que não obriga, entretanto, que a ação pedagógica do professor permaneça nessa fase. E ainda, não se esperava que sua própria concepção estivesse tão fortemente marcada pela concepção de ação, uma vez que os professores de 2º grau entrevistados tiveram uma formação matemática muito mais avançada.

Se, por um lado, a prática pedagógica é conseqüência do modo como o professor se relaciona com o conhecimento, por outro lado, este conhecimento parece ir-se estreitando pelas limitações desta prática, à medida em que o professor vai se distanciando dos significados e saberes que vão além daqueles que ele ensina.

## 4. Bibliografia


**André**, M.E.D.A., *Etnografia da Prática Escolar,* Papirus, Campinas, SP, 1995.

**Anghileri**, J., *Language, aritmetic, and negotiation of meaning,* For the Learning of Mathematics, 15(3), p.10-14, 1995.

**Dubinsky**, E., *Reflective abstraction in advanced mathematical thinking,* in "Advanced Mathematical Thinking, D. Tall (Ed.) – Mathematics Education Library, v.11 – Kluwer, the Netherlands, p. 95-123, 1991.

**Dubinsky**, E. & **Harel**, G., *The nature of the process conception of function,* p. 85-106, in "The concept of function - aspects of epistemology and pedagogy", Dubinsky & Harel (Ed.), M.A .A . Notes, v.25, 1992.

**Machado**, N.J., *Matemática e Língua Materna: análise de uma impregnação mútua,* 3ª. edição, Cortez, São Paulo, SP, 1993.

**Meira**, L.L., *Aprendizagem e ensino de funções,* Estudos em Psicologia da Educação Matemática, Ed. Universitária da UFPE, Recife, p. 62-84, 1993.

**Norman**, A., *Teachers' mathematical knowledge of the concept of function,* p. 215-232, in "The concept of function - aspects of epistemology and pedagogy", Dubinsky & Harel (Ed.), M.A .A . Notes, v.25, 1992.

**Oliveira**, N. de, *Estudo histórico, epistemológico e da transposição didática do conceito de função,* IV Encontro Paulista de Educação Matemática, S. Paulo, p. 157-164, 1996.

**Pacca**, J.L.A. & **Villani**, A., *A competência dialógica do professor de Ciências no Brasil,* 20ª. Reunião Anual da ANPED, 1997.

**Sfard**, A., *Operational origins of mathematical objects and the quandary of reification - the case of function,* p. 59-84, in "The concept of function - aspects of epistemology and pedagogy", Dubinsky & Harel (Ed.), M.A .A . Notes, v.25, 1992.

**Sierpinska**, A., *On understanding the notion of function,* p. 25-58, in "The concept of function - aspects of epistemology and pedagogy", Dubinsky & Harel (Ed.), M.A .A . Notes, v.25, 1992.

**Vinner**, S., *The Role of Definitions in the teaching and learning of Mathematics,* in "Advanced Mathematical Thinking, D. Tall (Ed.) – Mathematics Education Library, v.11 – Kluwer, the Netherlands, p. 65-81, 1991.

# A FORMAÇÃO DO PROFESSOR DE MATEMÁTICA NA PERSPECTIVA DO DESENVOLVIMENTO PROFISSIONAL: O CASO DO PROGRAMA MAGISTER DE SANTA CATARINA

Gilvan Luiz Machado Costa[1]
Geraldo Perez[2]
UNESP-Rio Claro

## INTRODUÇÃO

Na realização de nossa pesquisa estivemos particularmente preocupados com o seguinte problema:

***Quais as contribuições do programa Magister de Matemática no desenvolvimento profissional dos seus professores/alunos para que se produza uma cultura profissional compatível com as mudanças, sugeridas pela Proposta Curricular de Matemática de Santa Catarina, na cultura escolar?***

Algumas constatações e convicções foram decisivas na definição do nosso foco de pesquisa:

- o Sistema Estadual de Registros e Informação Escolar (SERIE) mostra que uma parcela significativa dos alunos das escolas públicas de Santa Catarina apresenta um desempenho baixíssimo em Matemática, sendo essa disciplina a responsável pela maior reprovação, consequentemente evasão da escola de grande parte desses alunos;

- de acordo com uma análise preliminar pautada nos cursos de capacitação ocorridos em 1996, um número representativo de professores de Matemática de Santa Catarina não conseguiu transformar sua concepção de Matemática e de ensino, ou seja, os conteúdos matemáticos continuam tendo uma abordagem internalista, desconsiderando os aspectos históricos, sociais e culturais.

- o Programa Magister de Matemática é uma formação inicial, com algumas características de uma formação continuada, dada a sua clientela: professores da rede pública estadual de ensino.

- consideramos o professor como elemento fundamental para que as mudanças na sala de aula de Matemática, na escola e na comunidade efetivamente ocorram.

Em nosso trabalho traçamos os seguintes **OBJETIVOS**:

- **Pesquisar quais os pilares de uma formação de professores na perspectiva do desenvolvimento profissional.**

- **Investigar se a Proposta Curricular de Santa Catarina está sendo discutida no Programa Magister de Matemática.**

- **Verificar qual a cultura profissional dos professores/alunos do Programa Magister de Matemática.**

- **Investigar as contribuições do referido Programa no desenvolvimento profissional de seus professores/alunos.**

## I. METODOLOGIA DE PESQUISA

Para tentar dar conta desses objetivos, optamos pela metodologia de pesquisa qualitativa do tipo **Estudo de Caso Etnográfico**, <u>no sentido ao utilizado por Marli André</u>.[3] Com base principalmente em entrevistas e análise de documentos, fizemos um exame detalhado de um Programa de Formação de Professores de Matemática, Programa Magister, onde estivemos

---

[1] Professor da UNISUL, Mestrando em Educação Matemática, UNESP, Rio Claro, São Paulo.
[2] Professor Doutor da UNESP, Rio Claro, São Paulo.
[3] Marli ANDRÉ. **Etnografia da prática escolar.** Campinas, Papirus, 1995, p.31.

particularmente preocupados com a influência dessa formação na prática, nos hábitos, nas crenças, nos valores, nas atitudes de seus professores/alunos, ou seja, na influência dessa formação na forma como seus professores/alunos vivem a sua profissão. Entendemos que nosso trabalho insere-se nessa abordagem de pesquisa, dado o nosso interesse em um determinado Programa de Formação de Professores, o Magister, e com a possibilidade deste estar organizado na perspectiva do desenvolvimento de uma nova cultura profissional de seus professores/alunos.

## II. A PROPOSTA CURRICULAR DE SANTA CATARINA

Em nossa pesquisa a Proposta Curricular de Matemática de Santa Catarina foi fundamental. Entendemos que ela preconiza novas características para a sala de aula de Matemática, no que diz respeito ao conhecimento matemático escolar, seu ensino, a aprendizagem e as interações professor/aluno/conhecimento matemático, além de um envolvimento efetivo desse profissional no Projeto Político Pedagógico de sua escola. Pensamos que essa nova cultura escolar, define um novo papel e novas responsabilidades, consequentemente, um novo conhecimento para o professor. Isso exige mudanças na formação desse profissional. Essa formação, que nos parece apropriada e àquela organizada **na Perspectiva do Desenvolvimento Profissional.**

## III. DESENVOLVIMENTO PROFISSIONAL DO PROFESSOR DE MATEMÁTICA E AS ESCOLAS PÚBLICAS

O conceito de desenvolvimento profissional de desenvolvimento de Imbernón nos parece pertinente, porque inclui:

> *"a formação do professor, tanto inicial como continuada, como um processo dinâmico e evolutivo da profissão e função docente(...) uma atitude de constante aprendizagem por parte dos professores, sobre tudo as aprendizagens relacionadas as escolas(...) engloba os processos que melhoram o conhecimento profissional, as habilidades e as atitudes dos profissionais da comunidade escolar; portanto, afeta as equipes de gestão, o pessoal não docente e os professores."*[4]

Para o mesmo autor se o desenvolvimento profissional é uma evolução contínua e um processo dinâmico, considera difícil estabelecer etapas estanques em seu desenvolvimento. Entretanto, de acordo com o contexto em que se aplica a profissionalidade ou pelas características da formação, destaca a etapa inicial de formação básica e socialização profissional como fundamental.

A formação inicial deve proporcionar aos licenciados de Matemática um conhecimento que gere uma atitude que valorize a necessidade de uma atualização permanente em função das mudanças que se produzem e fazê-los criadores de estratégias e métodos de intervenção, cooperação, análise, reflexão e a construir um estilo rigoroso e investigativo.

Para Imbernón é necessário que a formação inicial do professor seja flexível, capaz de desenvolver

> *"uma atitude crítica no licenciando de maneira cooperadora e colegiada e uma constante receptividade para o novo, já que a formação inicial tem de preparar para uma profissão que demanda continuar estudando durante toda a vida profissional (...) não se trata, pois, de aprender um ofício que predominam estereótipos e técnicas predeterminadas sendo que se trata de aprender os fundamentos de uma cultura profissional, que significa saber porque se faz, o que se faz e, quando e porque será necessário fazê-lo de um modo distinto."*[5]

**Consideramos dois eixos de investigação da perspectiva do desenvolvimento profissional que nos pareceram fundamentais na formação do professor de Matemática para que se instaure uma nova cultura profissional: ENSINO REFLEXIVO E O TRABALHO COLABORATIVO.**

---

[4] Francisco IMBERNÓM. **La formación y desarrollo profesional del profesorado: hacia una nueva cultura profesional.** Barcelona, Graó Editorial, 1994, p. 45.
[5] Ibid., p. 55.

## IV. O PROGRAMA MAGISTER DE MATEMÁTICA E SEUS PROFESSORES/ALUNOS

Santa Catarina possui um Programa de Formação de Professores em caráter especial e emergencial, o Programa Magister, que representa o nosso "caso" no presente trabalho. Fizemos uma apresentação, a partir de uma análise de documentos, do Programa Magister e descrevemos, com base principalmente nas entrevistas, os professores/alunos de Matemática, considerando: 1. a vida profissional e 2. o Programa Magister, mostrando-o na visão de seus professores/alunos.

## V. O PROGRAMA MAGISTER NO DESENVOLVIMENTO PROFISSIONAL DE SEUS PROFESSORES/ALUNOS

Neste capítulo apresentamos uma discussão sobre as contribuições do Programa Magister de Matemática para o desenvolvimento profissional de seus professores/alunos. Nessa discussão confrontamos com parte da literatura, as categorias descritivas que emergiram, principalmente a partir das entrevistas que fizemos com doze professores/alunos de três Universidades diferentes: UNISUL-Universidade do Sul de Santa Catarina, FEBE-Fundação Educacional de Brusque e UNOESC-Universidade do Oeste de Santa Catarina que oferecem o Curso de Ciências com Licenciatura Plena em Matemática pelo Programa Magister:

### V.1. O envolvimento dos professores/alunos do Magister de Matemática com a profissão

### V. 2. A cumplicidade do Programa Magister com a Proposta Curricular de Matemática de Santa Catarina

### V. 3. O Programa Magister no desenvolvimento da cultura profissional de seus professores/alunos

### V. 4. O Magister de Matemática e as novas tecnologias.

## VI ALGUMAS PROPOSTAS E CONTRIBUIÇÕES PARA O DESENVOLVIMENTO PROFISSIONAL DO PROFESSOR/ALUNO DE MATEMÁTICA DO PROGRAMA MAGISTER.

Com base nos objetivos propostos em nossa pesquisa tecemos algumas considerações; apresentamos algumas propostas e contribuições para que os encontros periódicos proporcionados pelas aulas do Programa Magister possam contribuir para os professores/alunos darem os primeiros passos no desenvolvimento de uma nova cultura profissional que julgamos necessária para que se tornem profissionais capazes de transformar o Ensino de Matemática em Educação Matemática, no sentido preconizado pela Proposta Curricular de Matemática de Santa Catarina[6]. Assim, entendemos, esses futuros licenciados/pesquisadores de suas práticas pedagógicas poderão tornar-se **professores reflexivos críticos,** preocupados e capazes de contribuir para que os seus alunos das Escolas Públicas, adquiram uma cidadania de valor.

---

[6] SANTA CATARINA. **Proposta Curricular de Santa Catarina: Educação Infantil, Ensino Fundamental e Médio: Disciplinas Curriculares**, op. cit., p. 106.

# OS MATEMÁTICOS NA FORMAÇÃO DE PROFESSORES

Maria Eliza Furquim P. Nakamura
Altair F. F. Polettini
UNESP/Rio Claro

*"A formação de professores de matemática é, /.../, um dos grandes desafios para o futuro. A proposta de Beatriz D'Ambrósio sobre quais deverão ser as características desejadas em um professor de matemática no século XXI parecem a resposta a esse novo papel do professor de matemática. Ela diz que o professor deverá ter:*

*1. Visão do que vem a ser matemática*

*2. Visão do que constitui a atividade matemática*

*3. Visão do que constitui a aprendizagem da matemática*

*4. Visão do que constitui um ambiente propício à aprendizagem matemática"* (D'Ambrósio,1997:87)

Em nossa pesquisa de mestrado estaremos propondo, esclarecendo aos professores e interessados um pouco da atividade matemática ao estar investigando sua área de estudo, procurando indícios de como se dá a produção do conhecimento matemático. Para isso entrevistamos cinco matemáticos e na análise dos depoimentos estaremos tentando perceber as concepções tidas por este grupo em relação à matemática e se possível ao ensino e aprendizagem desta.

Sabemos que matemáticos trabalham nas Licenciaturas em Matemática formando futuros professores de matemática que irão atuar nas diversas escolas de 1º e 2º Graus, assim diversos são nossos questionamentos frente à esta situação, já que pensamos na formação integral do professor, um profissional crítico que atue em nossas escolas no sentido de promover transformações.

Assim nos perguntamos:

Qual a metodologia utilizada por estes profissionais em sala de aula? Estudos como o de Silva(1993) apontam que a prática científica acaba deslizando para a prática pedagógica deste professor.

Assim, nos parece que *"a experiência de um matemático como aluno pode não ser o melhor modelo para a aprendizagem de seus estudantes. Ironicamente, a preparação matemática de professores secundários é freqüentemente legada a esses mesmos matemáticos que em geral não são nem formados para, nem sensíveis à aspectos pedagógicos do ensino da matemática para estudantes jovens."* (Boletim SBEM-jul/97:3; tradução e adaptação de Lilian Nasser, publicado pelo matemático Hyman Bass)

O que acreditam que seja necessário para a formação integral do profissional em Educação, no caso aqui, professor de matemática. Será apenas necessário conhecer muita matemática? Sabemos que não, esta é uma idéia arraigada nas pessoas, mas como coloca D'Ambrósio (1997) a tarefa de formação de professores de matemática é muito mais ampla.

Há uma preocupação com a formação político/crítica ?

O que significa aprender matemática para os matemáticos? O que apontam como relevante na formação destes professores que estarão atuando em nossas escolas em pleno adentrar do século XXI? Pretendem continuar trabalhando com esta matemática obsoleta que faz parte de nossos currículos?

Pesquisas revelam que as concepções de ensino e aprendizagem, e ainda as concepções de matemática influenciam na forma como trabalham a matemática em sala de aula, daí a importância de questionar e tentar perceber as concepções de Matemática tidas pelos matemáticos, tendo em vista que Thompson (1992) afirma que

*"Estudando a fonte das crenças dos professores sobre ensino e aprendizagem da matemática, pesquisas tem mostrado que aquelas crenças, na sua maior parte são adquiridas durante a anos de escolaridade destes professores e são formadas pelas suas experiências enquanto estudantes de matemática""*(Thompson,1992:35-tradução nossa)

Questionamos, também, a forma que esses matemáticos trabalham com a matemática em sala de aula, pois a vivência enquanto estudante de matemática, a vivência com apenas uma metodologia de ensino pode acabar caracterizando a metodologia deste futuro professor em sua sala de aula.

Acreditamos na importância enfrentar diversas situações e metodologias de ensino e aprendizagem, e ao mesmo estar refletindo sobre elas enquanto estudantes de licenciatura, para que estes, mais tarde, já professores encontrem formas alternativas de trabalhar a matemática, sendo críticos ao método tradicional, este que vem contribuindo à muitos anos com os altos níveis de reprovação nas escolas.

*"A idéia de que a matemática oferece mais obstáculos à aprendizagem que as demais disciplinas, idéia confirmada na prática das salas de aula por muitos e muitos anos, é certamente mais velha que o século XX."*(Lellis e Imenes, 1995:5)

Sabemos, por estudos e leituras realizadas que os matemáticos não estão muito preocupados com questões referentes ao ensino e aprendizagem da matemática e tampouco com aspectos da própria Matemática e da Filosofia da Matemática, neste sentido Dossey (1992) comenta que

*"a natureza da Matemática não está estabelecida como um tema de discussão entre os matemáticos./.../ Em realidade, a maioria dos matemáticos profissionais pensam pouco sobre a natureza de seu tema de estudo enquanto trabalham dentro dela."*(Dossey,1992:42)

Nesta direção os autores abaixo expressam que *"professores são freqüentemente educados por matemáticos que não estão, em geral, interessados em assuntos educacionais ou filosóficos sobre a incerteza da matemática."*(Skovsmose e Borba, 1997:19-tradução nossa)

A concepção de matemática como uma ciência fixa, absoluta, como a súmula da certeza, das verdades imutáveis e métodos irrefutáveis, na qual seus objetos são perfeitos existentes fora do espaço e do tempo, independentes a história e a construção humana, vem sofrendo transformações, e hoje as tendências apontam a matemática como um corpo de conhecimento falível, sujeito à erros e retrocessos, permanentemente em expansão e ainda considera o contexto humano da criação matemática e sua gênese histórica (Ernest,1992; Boavida,1993).

Assim, acreditamos, a forma de se conceber a matemática influencia na maneira de trabalhar a matemática em sala de aula como evidencia Dossey(1992)

*"A concepção de matemática tida por professores pode ter um grande relação com o modo como o ensino da matemática é caracterizado em sala de aula. A sutil mensagem comunicada ao aluno sobre matemática e sua natureza pode,/.../, afetar o modo que eles vêem a matemática e o seu papel no mundo."*(Dossey,1992:42-tradução nossa)

Não queremos discutir aqui a importância da pesquisa em Matemática, ela faz parte do avanço da ciência e da tecnologia numa sociedade e este profissional é de extrema importância na continuidade das pesquisas nesta área. Existem reflexões neste sentido, como as de Davis e Hersh(1986)

*"é difícil prever um fim de toda produção matemática, a não ser como parte do fim do esforço da humanidade de lutar por mais conhecimento e mais poder. O fim deste esforço pode, em verdade, ocorrer algum dia. Perceber se este fim seria um triunfo ou uma tragédia está além de qualquer horizonte visível no momento."*(Davis e Hersh, 1986:51)

No entanto, o que estamos questionando é a atuação deste profissional em Licenciaturas em Matemática sem, nos parece, ter preocupações com um curso que tem como objetivo formar educadores, profissionais da educação e não futuros pesquisadores em matemática, o que pode acontecer, mas não é o objetivo central do curso, o que deve ser explicitado no Projeto Pedagógico.

Assim também acreditamos na necessidade de um projeto pedagógico bem definido nos cursos de Licenciatura, no qual é esclarecido as metas, os objetivos, o currículo, os profissionais que deverão atuar e os alunos que queiram formar.

Os métodos de avaliação utilizados nestes cursos, devem ser revistos, analisados já que o índice de evasão nas licenciaturas, segundo dados de Bicudo(1998)-SBPN é preocupante. Inúmeros são os fatores que contribuem para este fato, principalmente a desvalorização do magistério que não anima as pessoas à continuarem nesta profissão já que a previsão de salários justos é decepcionante. Nos parece importante estar verificando os métodos de avaliação utilizados por estes que atuam nas licenciaturas, estar discutindo-os e promovendo mudanças.

No entanto, geralmente, estes matemáticos não estão voltados à estas discussões, mas precisam avaliar, e avaliam seus alunos enquanto professores. Em nossa pesquisa percebemos a seleção prévia feita pelos matemáticos ao afirmarem que reconhecem os alunos que tem o "dom" para matemática, ou, ainda, que tem facilidade. Como se adquirir o conhecimento matemático fosse privilégio de alguns poucos capazes de aprender seus conceitos abstratos. Assim nos perguntamos, quais os critérios utilizados para esta seleção? Vários pontos devem ser esclarecidos e discutidos com os matemáticos que estão atuando ou desejam atuar em nas Licenciaturas em Matemática.

**Considerações finais**

Estes são alguns questionamentos e considerações frente a este assunto, portanto, sem conclusões definitivas, este texto pretende ser uma colaboração para o tema.

**Referências Bibliográficas**


BOAVIDA, A. M. D. R. L.. Resolução de problemas em Educação Matemática: contribuindo para uma análise epistemológica educativa das representações pessoais dos professores. Tese de doutorado, 1993.

BOLETIM da SBEM – JULHO/97. Os matemáticos como educadores. Tradução e adaptação: Lilian Nasser.

D'AMBRÓSIO, U.. Educação Matemática : *da teoria à prática.* 2ª ed.-Campinas, São Paulo: Papirus, 1997.

DAVIS, P. J. e HERSH,R.. A experiência matemática. Rio de Janeiro: Alves, 1985. ( Tradução de João Bosco Pitombeira)

DOSSEY, J. A.. The nature of mathematics: its role and its influence. Handbook of research in Mathematics Teaching and Learning Grows, D. (Ed),1992,USA,p.39-48.

ERNEST, P.. The Philosophy of Mathematics Education. London: Falmer Press, 1991.

IMENES, L. M. P.. Um estudo sobre o fracasso do ensino e da aprendizagem em matemática. Dissertação de mestrado em Educação Matemática. UNESP, Rio Claro, 1989.

SILVA, M. R. G.. Concepções didático-pedagógicas do professor-pesquisador em matemática e seu funcionamento em sala de aula de Matemática. Dissertação de mestrado em Educação Matemática. UNESP, Rio Claro, 1993.

THOMPSON, A.G.. Teachers' beliefs and conceptions: a synthesis of the research. Handbook of research in Mathematics Teaching and Learning Grows, D. (Ed), 1992, USA,p.127-146.

# QUAL É A FORMAÇÃO DO LICENCIANDO EM MATEMÁTICA NA UNESP, CÂMPUS DE RIO CLARO: UM ESTUDO DE CASO.

Silvia Regina Viel[1]
Geraldo Perez[2]
UNESP - Rio Claro

Trata-se de uma pesquisa centrada na formação do professor de Matemática, através da metodologia de pesquisa qualitativa do tipo etnográfica, caracterizada como um estudo de caso. São utilizados como instrumentos para a coleta de dados a análise de documentos, entrevistas e questionários dirigidos à professores, alunos, e pessoas que estão ligadas a formação desses professores de Matemática.

Estamos centrando em especial a Licenciatura em Matemática da UNESP, especificamente do Câmpus de Rio Claro, onde nossa pergunta central é como vem sendo formado o professor de Matemática, isto é, o aluno da licenciatura em Matemática da UNESP, Câmpus de Rio Claro, já que estudos atuais sobre as licenciaturas vem mostrando problemas na formação de professores.

Estaremos utilizando um referencial teórico baseado na formação de professores e no desenvolvimento profissional, trabalhando principalmente com as idéias de reflexão e trabalho coletivo.

Estaremos contando com um breve histórico da UNESP e mais detalhadamente do Câmpus de Rio Claro, salientando alguns pontos importantes para a atual situação do curso de Licenciatura em Matemática.

Mostraremos de forma detalhada quais as atividades desenvolvidas no Departamento de Matemática, assim como sua estruturação e algumas concepções dos formadores desse professores.

Salientaremos, ao final do trabalho, quais as atividades e experiências que contribuem para a boa formação do professor de Matemática e as reflexões a cerca do que se pode implementar para que tal formação se consolide.

---

[1] Mestranda em Educação Matemática, UNESP, Câmpus de Rio Claro.
[2] Prof. Dr. do Departamento de Matemática, UNESP, Câmpus de Rio Claro.

# ATITUDES PROFISSIONAIS E PERSPECTIVA COGNITIVISTA NO FUTURO PROFESSOR DE MATEMÁTICA

Wilson Santana da Cunha – Mestrando em Educação
Orientador. – Prof. Dr. Augusto João Crema Novaski
Pontifícia Universidade Católica de Campinas

Apesar das constantes discussões acerca da formação do professor de matemática, notadamente perduram ainda as crenças e concepções da Matemática voltada para uma mistificação do sujeito, onde as competências inatas do aluno falam mais alto do que um sério questionamento do papel docente na formação do cidadão.

Ao Professor na sua prática docente, não compete somente o uso de técnicas para testar as capacidades intelectuais dos sujeitos envolvidos na ação educativa, mesmo que a memorização seja um requisito para o futuro "sucesso" do aluno, pois segundo Sacristán:

> *Em educação, não existe um saber – fazer desligado de implicações de valor, de conseqüências sociais, de pressupostos sobre o funcionamento dos seres humanos, individualmente ou em grupo, de opções epistemológicas acerca do conhecimento que se transmite.* (In. Nóvoa , 1995:82)

Mas o que ainda persiste na atuação docente é a do profissional envolvido em repassar os conteúdos do livro, com a predominância da figura do Professor e de preleções exaustivas ou de demonstrações de enunciados e teoremas através da lousa. Essa concepção de uma Matemática pronta e acabada, sem vinculações com a história e única, ainda persiste na maioria das escolas e academias até mesmo pelo caráter ideológico que se apossou da Matemática.

Pensamentos e colocações como a de Bertrand Russel " *A Matemática possui não apenas verdade, mas beleza – Uma beleza fria e austera, como a de uma escultura* " (*Apud.* D´Ambrósio, 1996:13) ou a de Carl Jacobi " *O único fim da Ciência[Matemática] é a honra do espírito humano*" (idem :13), serviram para concretizar a idéia de uma Ciência pura e neutra, com instrumentos formais e ligados a uma concepção do ensino da Matemática com o fim único de aprimorar os conhecimento matemáticos, desvinculando a Matemática do seu contexto macro.

Mas sabemos que as Ciências e a Matemática são estudadas para servirem a algum propósito, estão a serviço deste ou daquele grupo social, atendendo as suas necessidades em estabelecer um patamar de satisfação para todos ou de um pequeno grupo dominar uma maioria, assim desenvolveram armas bélicas com o único fim de acabar com vidas e assim desenvolveram vacinas, com o objetivo de salvar vidas.

Entretanto, pessoas necessitam de um extenso caminho até chegar aos processos mais complexos das Ciências, logo a indagação é sobre a formação daquele que forma os alunos do Ensino Fundamental e Médio. No geral, na formação do futuro Professor de Matemática ainda permeiam essas máximas, onde a preocupação maior está na assimilação dos conteúdos matemáticos, em detrimento dos conteúdos pedagógicos(em saber como transmitir tal conteúdo na sua futura sala de aula).

Essa relação de competência acadêmica(saber o conteúdo) e a competência pedagógica (saber como transmitir o conteúdo) irá se solidificar pelo contrato didático.

Seguindo a ótica de Perrenoud:

> *"O contrato didático regula o estatuto dos saberes na sala de aula. Os alunos esperam compreender, grosso modo, as lições e os trabalhos, habituam – se a um tratamento explícito dos erros e da ignorância, sabem quando tem o direito de ser ajudados e quando devem desenvencilhar – se sozinhos, acostumam – se a uma dose aceitável de incerteza, interiorizam certos processos de delimitação das actividades e dos objectos de conhecimento, de administração da prova lógica ou empírica, sabem que tipo de perguntas e respostas podem ser formuladas no diálogo professor – alunos ".* ( 1997:27)

Mas os pressupostos de mudanças de atitudes, crenças e concepções vão além do que uma mudança de postura por um simples exercício de reflexão, pois a inércia e a passividade somente poderão ser reavaliadas por atitudes mais firmes. Mas *a priori*, a mudança de atitude está relacionada com a mudança de concepção da Matemática.

A transformação do papel do profissional de ensino, está interligada com uma concepção de uma Matemática viva, dinâmica, onde o papel do Professor no processo de ensino – aprendizagem seja significativamente de sentir a aquisição do conhecimento voltado para entender os processos do nosso cotidiano que necessitem da compreensão matemática, com a finalidade da nossa própria superação. E poder a partir de então, enquanto sujeitos da história na aquisição do conhecimento, exercer o papel de sujeito crítico e reflexivo na sociedade.

A correlação em sala de aula, deve constituir - se num conjunto de procedimentos didáticos, baseados numa relação assintótica, onde:

> " *Os conhecimentos que detém o professor e alunos seriam apenas diferentes, residindo nesta diferença a sua especificidade. A aula seria um encontro entre esses diversos conhecimentos, um espaço no qual suas asserções seriam confrontadas, surgindo dai um novo conhecimento, construído na própria relação* ". (Elcio et all. In. Zetetiké n.º 06, 1996:15)

Entretanto, notadamente temos uma relação de poder em sala de aula, onde prevalece uma postura distante do professor, sem um diálogo com os alunos. Nessa postura conservadora, o professor ao se deparar com a heterogeneidade da turma, tem a rotina e improvisação como características constantes no seu dia – a – dia (Perrenoud,1997).

A não adoção de uma postura crítico/reflexiva está, na maioria das vezes, relacionada com o excesso de aulas desse profissional, ao medo do desamparo promovido pelas mudanças, à falta de perspectivas financeiras em função de sua qualificação e de atitudes otimizadas em sala de aula que não requeiram mais esforços, exemplo disso é a adoção de mesma tarefa para todos, o caráter pouco interativo nas instruções,... (Perrenoud,1997).

Face a essa pedagogia tradicional, devem marcar a formação do futuro professor, procedimentos que lhe dêem condições de:

> " *Dominar os acontecimentos, de fazer participar todos os que aparecem estar distraídos ou aborrecidos, de encorajar os que hesitam em participar, de limitar a intervenção excessiva de alguns alunos e aceitar outras sem nunca perder o controlo".* (Perrenoud, 1997:62)

Para adquirir tais procedimentos, é primordial uma formação na licenciatura que lhe dê acesso à pesquisa. Ao futuro Professor devem ser asseguradas condições mínimas para um efetivo exercício da sua teoria acumulada com a prática, é significativa a atitude de termos, no mínimo, trezentas horas para a prática de ensino nos cursos de licenciaturas (L.D.B.,1996:art.65).[1]

Mas a aquisição da teoria e prática deve ter uma combinação com a investigação. Ao inserir o futuro Professor em investigação, devemos nos ater a uma investigação que procura descobrir o encoberto, ver com outros olhares o problema e tirar conclusões que vão além do senso comum. A prática de pesquisa na formação do futuro professor não significa a disposição de uma mão – de – obra barata, mas sim capacitá – lo em adquirir uma formação aberta. Essa formação, embutida numa aprendizagem significativa, é que irá propiciar a formação de capacidades para o futuro Professor conviver com a intensidade de diversidade e mudanças que permeiam a profissão docente.

Podemos imaginar a aprendizagem enquanto mudança no comportamento de uma pessoa (ou de qualquer organismo), em função de experiências sofridas por este. Mas o processo de aprendizagem é bem mais amplo e profundo do que podemos imaginar.

Uma mesma aprendizagem pode ter valores diferentes de uma pessoa para outra, mas o conceito de aprendizagem de uma pessoa está suficientemente próxima ao da outra, ou seja, a aprendizagem vai depender dos atores envolvidos nela e na forma de como vai se dar esse processo, dependendo da maneira como vamos abordar o conteúdo o seu grau de relevância nas estruturas cognitivas do aluno.

Para uma compreensão razoável sobre esse processo e sua real necessidade enquanto elemento da competência pedagógica, é que questionamos: em quem nos apegar?

Quando nos referimos à competência pedagógica, queremos centralizar principalmente o processo de ensino – aprendizagem numa visão cognitivista. Nossa opção, aponta para a teoria de David Ausubel, não só pela sua característica genérica, em trabalhar com crianças, jovens e adultos, mas também pelo resgate que Ausubel faz do próprio conhecimento do aluno com uma certa ênfase, o que faz do nosso pensamento entrar em intercessões significativas com Ausubel.

---

[1] Lei 9394/96. Mas é deprimente quando exime a prática para a formação docente do ensino superior.

## A TEORIA DE AUSUBEL NO ENSINO DE MATEMÁTICA

Uma teoria deve se basear em conceitos e práticas existentes e pertinentes em uma dada época, mas envolta de proposições que a façam perdurar nas mudanças de épocas, mesmo que mudem alguns aspectos, a essência de uma teoria deve permanecer.

Com a educação o pensamento é o mesmo, os conceitos e práticas devem estar alocados às necessidades da pessoa, desde o momento da aprendizagem até a sua fase adulta, criando condições para que esse sujeito tenha capacidade e competência de gerar novos conceitos e prática que contribuam para a resolução de seus problemas e da comunidade como um todo.

Esta concepção de um novo sobrepondo o velho também é defendida por Thomas Kuhn (1991), que no seu trabalho sobre a "Revolução Científica", defende que um velho paradigma para ser rejeitado, necessita da incorporação do novo paradigma de forma consensual pela comunidade científica. O processo cumulativo de informações e de ver o passado também influenciarão a ação docente e o rompimento dos paradigmas atuais em busca de novos paradigmas, para um afloramento de uma nova ação docente.

Nesse processo de superação, de armazenamento de informações e acúmulo de discussões que nos remetem à discordância e concordância, é que se insere David Ausubel.

Segundo Ronca:

> " *Ausubel faz muitas criticas ao ensino da Matemática e das Ciências, que são baseados principalmente na repetição mecânica de fórmulas, na aprendizagem de problemas – padrões e, principalmente, depois do advento da' Matemática Moderna ', na manipulação repetitivas de símbolos, dos quais, muitas vezes, os alunos não percebem o significado".* ( In Penteado, 1980:68)

Podemos resumir em uma só frase a preocupação central de Ausubel quando propôs uma teoria de ensino e aprendizagem centrada na estrutura cognitiva do sujeito:

> " *Si tievesse que reducir toda la psicologia educativa a um solo principio, enunciaría éste: de todos los factores que influyen en el aprendizaje, el más importante consiste en lo que el alumno ya sabe. Averígüese esto, y enseñese consecuentemente".* ( Ausubel, 1976:06)

Ausubel caracteriza as estruturas cognitivas como o armazenamento de informações no cérebro de forma organizada, onde essas informações obedecem a uma hierarquia conceitual, por conseguinte, os elementos menos importante de conhecimento estão ligados a conceitos maiores, mais gerais e mais inclusivos. Segundo Moreira, *"algumas experiências afetivas sempre acompanham as experiências cognitivas . Portanto, a aprendizagem afetiva é concomitante com a cognitiva".* (Moreira,1983:61)

A aprendizagem se distingue então, em três dimensões estreitamente articuladas :

- Aprendizagem de habilidades: Podemos caracterizá – la em aprender a nadar, jogar bola, etc.
- Aprendizagem afetiva: Aos estímulos afetivos ou emoções, dor, prazer, etc.
- Aprendizagem cognitiva: Resulta do armazenamento organizado de informações na mente.

Na sala de aula, a assimilação de novos conceitos vai depender da forma como este seja lançado pelo professor aos alunos e na relação afetiva que este tenha alcançado com os seus alunos. Essa relação afetiva é um dos motivadores no processo de ensino – aprendizagem e na construção do conhecimento pelo aluno.

Para Ausubel, os problemas da aprendizagem consiste na ansiedade elevada do aluno com relação a disciplina ou por experiências de fracassos crônicos num determinado conteúdo ( pela deficiência do ensino). Carecendo de confiança para aprender significativamente, resta ao professor a aprendizagem por repetição do conteúdo, pois caso contrário os alunos não encontram outra alternativa que não seja o pânicol " *Este fenômeno les es muy familiar a los professores de matemáticas por el difundido predominio del* ***choque del número*** *ou de la* ***ansiedade del número".*** ( Ausubel, 1976:56)

Ausubel vê sentido e uma real aprendizagem, quando o aluno compreenda e incorpore em si tal conteúdo e se este estiver relacionado a um outro conteúdo que ele já sabe, relacionado a algum aspecto da sua estrutura cognitiva, podendo tanto ser uma imagem, um conceito ou uma proposição.

Esse processo de articulação entre o que sabe e o que está aprendendo, Ausubel denominou de Aprendizagem Significativa, sendo definida por ele como:

> *" Um processo no qual uma nova informação é relacionada a um aspecto relevante, já existente, da estrutura de conhecimento de um indivíduo.(...). Com a contínua aprendizagem de novas informações, relevantes á informação já armazenada, a natureza e a extensão das associações neurais também aumentam".* (Apud. Novak, 1981:56 – 57)

A esse processo de assimilação de novas informações de uma estrutura de conhecimento já existentes, Ausubel definiu tais entidades psicológicas como *Conceitos Subsunçores*, ou somente *Subsunçores*[2] *( subsuncor)* . Os *Subsunçores* estão ligados a formação de conceitos, *"é um tipo de aprendizagem por descoberta envolvendo formulação e testagem de hipóteses".* (Idem:59)

Quando na estrutura cognitiva não há a disposição de conceitos relevantes, os organizadores prévios (ancoradouro na estrutura cognitiva para o novo conhecimento), servem de elementos de ligação entre novas aprendizagens e *Subsunçores* relevantes específicos.

Mas o que acontece quando a nova informação não se relaciona a conceitos já existentes na estrutura cognitiva? – Ao processo de armazenamento arbitrário de novas informações na estrutura cognitiva, Ausubel denominou de Aprendizagem Mecânica. Ela também ocorre quando não há um esforço consciente para relacionar o novo conhecimento à estrutura de conceitos já existentes na estrutura cognitiva.

Ausubel não vê uma dicotomia entre a Aprendizagem Mecânica e a Aprendizagem Significativa, mas sim um continuum, onde nas estruturas mentais o conteúdo adquirido se incorpore nessas estruturas de maneira substantiva e não arbitrária.

Segundo Novak:

> *"duvidamos que qualquer aprendizagem escolar ocorra de uma maneira absolutamente mecânica; o problema está no grau de significação da nova aprendizagem".* (Ibidem:)

O esquecimento de um conteúdo, por isso mesmo, depende do seu grau de significância associado ao processo de aprendizagem e a sua reaprendizagem vai depender da retenção anterior.

A aquisição de novos conceitos via Aprendizagem Significativa é armazenada de forma alterada devido à assimilação com conceitos *Subsunçores*, diferenciando mais os *Subsunçores* aos quais está ligada. Essa diferenciação é progressiva, logo, um conteúdo deve ser colocado de forma que, a sua introdução contenha elementos significativos para um posterior aprendizado dele como um todo e não enquanto parte.

Dentro da teoria de Ausubel, o processo de ensino – aprendizagem, poderia ser caracterizado por procedimentos do professor para uma Aprendizagem Significativa dos seus alunos, tais como:

> *"1- Identificar os conceitos com maior poder exploratório (...) e organizá - los hierarquicamente... ;*
>
> *2 – Identificar quais os Subsunçores(idéias claras, proposições,...) relevantes à aprendizagem do conteúdo a ser ensinado...;*
>
> *3 – Diagnosticar daquilo que o aluno já sabe; (...) quais os(Subsunçores) que estão disponíveis na estrutura cognitiva do alunos;*
>
> *4 – Ensinar utilizando recursos e princípios que facilitem a passagem da estrutura conceitual da matéria de ensino para a estrutura cognitiva do aluno de uma maneira significativa...".* (Moreira, 1983:71)

Não queremos caracterizar tal proposta como uma receita, mas sim elementos constantes na ação educacional, com a finalidade de conseguir um estreitamento na relação do professor/aluno.

---

[2] Podemos traduzir Subsunçor como " facilitador", já que o termo não tem uma tradução para o português.

A formação de um profissional com tais características é almejada para um que um novo paradigma na educação supere o ensino tradicional vigente, que, apesar das discussões e estudos relativos ao assunto, ainda persiste na meio educacional, como se a visão do medo da morte profissional recaiu sobre uma parcela considerável do magistério.

Na proposta de formar professores, o medo do novo, o medo do que está atrás do muro não pode sobressair sobre as angústias e desejos de mudança e melhoria que tanto apregoam.

É esse modelo de educação que irá transformar a ação educativa em sala de aula, com vista de um profissional tão vivo quanto a Matemática que ele socializará em suas aulas.

## BIBLIOGRAFIA CONSULTADA


AUSUBEL, David P. Psicologia Educativa – Un punto de vista cognoscitivo. Cidad del México : Trillas, 1976.

D'AMBRÓSIO, Ubiratan. História da Matemática e Educação. In. *Caderno do CEDES* - 25, Campinas, SP : CEDES ; Papirus, 1996.

ELCIO et all. O conceito didático e o currículo oculto: um amplo olhar sobre o fazer pedagógico. In. *Zetetiké* – 06 (julho/dezembro), Campinas, SP : UNICAMP – FE, CEMPEM, 1996.

KUHN, Thomas. *A estrutura das revoluções científicas.*5ª ed. São Paulo : Perspectiva, 1997.

MOREIRA, Marco Antônio. *Ensino e aprendizagem – enfoques teóricos.* 3ª ed. São Paulo : Moraes, 1983.

NOVAK, Joseph. *Uma teoria da educação;* trad. Marco A Moreira. São Paulo : Pioneira, 1981.

PARRA , Cecília. SAIZ, Irma. *Didática da Matemática: Reflexões Psicopedagógicas.* Porto Alegre : Artes Médicas, 1996.

PENTEADO, Wilma M. A.(org.). *Psicologia e Ensino.* São Paulo : Papelivros, 1980.

PERRENOUD, Philippe. *Práticas pedagógicas, profissão docente e formação – perspectivas sociológicas.* Lisboa : Publicações Dom Quixote, 1997.



Mestrando. Wilson Santana da Cunha . E – Mail : wscunha@yahoo.com
Linha de Pesquisa : Universidade e a Formação do Professor Para o Ensino Fundamental e Médio

# ALUNOS LATINOS EM AMBIENTE DE APRENDIZAGEM

Rosa M. Mazo Reis & Rosane Mello
Universidade Santa Úrsula

**Resumo:**

Visando olhar uma classe de matemática bilíngüe de perto, estas pesquisadoras observaram seis classes, duas vezes por semana durante oito semanas, de quarta, sétima, e oitava séries, em duas escolas públicas urbanas americanas. Baseadas em observações, observações participativas (como especialistas bilíngüe de matemática), notas de campo, e entrevistas algumas descobertas interessantes foram feitas. (Estudo de caso)

Descrevendo em resumo, as seguintes condições foram encontradas: os alunos foram mantidos sob controle estrito nos durante quase todo tempo; este controle foi caracterizado por uma estrutura de sala de aula autoritária na qual os alunos foram mantidos muito "ocupados". O objetivo principal em mantê-los ocupados era de controlar o seu comportamento, não sendo tão importante o aprendizado. Como conseqüência alguns alunos não foram encorajados a expressar suas necessidades, suas idéias, ou a si próprios.

Professores, assim como os alunos estavam ocupados. Eles fizeram quase todo o planejamento explicando usando exemplos, perguntando e respondendo suas perguntas, pedindo aos alunos para repetirem regras, etc. Durante as entrevistas, os professores disseram que esperavam os alunos passivos.

Estas salas de aula são caracterizadas através de um grupo étnico. O objetivo seria de oferecer aos alunos um currículo contextualizado, um currículo que atendesse às suas necessidades. O que realmente resultou foi um grupo segregado, sem voz ou desejos reproduzindo o antigo modelo cultural eurocentrico. Não foi dada muita atenção para a pedagogia ou cultura latina; os professores ensinaram as lições para cobrir o currículo padrão. A partir da evidência desta pesquisa, a perspectiva social e pedagogia estavam com pouca prioridade na lista de preocupações dos professores.

Conceitos básicos:

Na literatura há temas comuns sobre este estudo. A relação de poder entre professor e aluno é explicada. Fatores como a falta de apoio administrativo e condições de trabalho pobres resultam em baixa moral dos professores e descontentamento; estas, por sua vez, resultam em baixas expectativas dos professores sobre si mesmos e sobre seus alunos . (Cummins & Skutnabb-Kangas, 1988). Quase todos trabalhos hoje requerem matemática e educação matemática de nossos cidadãos. Isto é vital para a manutenção e aperfeiçoamento de nossa economia (Noddings, 1994). Ela introduz o conceito que a realidade tem a ver com a atenção, propósito, e as motivações que os alunos trazem para o processo de aprendizagem. Em vários países tem havido debate sobre os efeitos da educação bilíngüe (Secada 1989; Skutnabb-Kangas 1986; Clarkson & Galbraith 1992). Os pesquisadores concordam que o nível de competência dos alunos na sua língua original e em inglês, o idioma da instrução, trazem influências significativas em seu desempenho matemático. Fashed (Powell & Frankenstein 1997) escreveu sobre a importância das experiências e cultura de matemática de professores e alunos: Matemática pedagógica sem um contexto cultural, alegando ser absoluta, abstrata e universal, é a razão principal, acreditamos, para a alienação e fracasso para grande maioria de alunos nesta matéria. Davis e Maher (1997) mostrou um modo para desenvolver idéias matemáticas que usam "paradigma de assimilação" como as metáforas básicas para o processo de pensamento, e eles argumentam que pensar basea-se em mapear dados de entrada com a nossa própria coleção de "paradigmas de assimilação". Moschkovich (1996) explorou como os alunos latinos constróem significado matemático durante conversações bilíngüe (espanhol e inglês) e usou um " modelo de descontinuidade " porque existem significados múltiplos para termos matemáticos em cada idioma (campos semânticos). Perspectivas de cognição (Greeno 1994) apresentam uma visão do aprendizado de matemática como a participação em uma comunidade onde os alunos aprendem a matematizar situações e a usar o idioma para comunicar isto. Os alunos poderiam alternar de código entre idiomas: matemática em espanhol, cotidiano em espanhol, matemática em inglês e cotidiano em inglês.

**Metodologia:**

Nossos resultados estão baseado na observação participativa de fevereiro até maio. Coletamos perfis da população, trabalhos escritos, entrevistas transcritas, e fizemos notas de campo, rascunhos, e registros de pesquisa. Selecionamos e entrevistamos seis professores, um especialista de matemática e um diretor. Tínhamos mapas de localização dos alunos nas salas de aula e as folhas de perfil de alunos. Dados estatísticos foram produzidos dos perfis de alunos que foram usados para categorizar a população de pesquisa. Observadores participativos ativos buscam fazer o mesmo que os participantes no cenário de pesquisa estão fazendo para entender melhor o processo. Um observador participativo chega a sala de aula com dois propósitos: (1) se engajar nas atividades da aula e (2) observar as atividades, as pessoas e aspectos físicos da aula. Como especialistas bilíngües em matemática, nossa função era observar ambientes de classe e dar aulas; cumprindo os dois propósitos acima. Nós nos consideramos como observadores participantes, devido a nosso papel na escola e nossa experiência profissional anterior e presente.

Nossa primeira idéia foi estudar como as crianças latinas constróem idéias matemáticas. Outras pesquisas que estudam como as crianças constróem idéias matemáticas encontraram que depois que as crianças construíssem as próprias representações, elas ouvem às idéias de outros alunos (Maher & Martino, 1992). Naquele momento as idéias originais podem ser contestadas ou apoiadas. Por isto, trabalhamos com grupos pequenos. Depois de nosso primeiro dia observando as salas de aula, descobrimos que os alunos estavam se sentando em grupos mas eles não estavam trabalhando como um grupo.

Lendo e relendo nossas notas de campo, o **papel do professor** mostrou-se como **um domínio principal**. Assim estreitamos nosso enfoque, considerando o papel de professor em classes bilíngües de matemática. Como um estudo de caso, está enfocando um único fenômeno. Esta abordagem objetiva revelar a interação entre os fatores significativos característicos do fenômeno. Além dos fenômenos óbvios nós temos outros implícitos, assim alguns vezes pesquisamos aspectos sociais e outros aspectos correlacionados com o papel de um professor. Nossa hipótese surgiu "em situ". Controle estrito foi exercido sobre os alunos em quase todo tempo; este controle foi caracterizado por uma **estrutura de sala de aula autoritária** na qual os alunos foram mantidos muito " ocupados ".

Estudo:

A população estudada era predominantemente de classe baixa, imigrantes recentes do México, República Dominicana, Honduras, e alguns alunos de outros países da América Central. A partir da pesquisa aprendemos que bons professores fazem com que o aprendizado seja divertido desafiador e pessoal. Podemos observar um aumento e decréscimo nas preferências de quartas para a oitava série. Matemática é a matéria preferida para 50% do alunos da quarta série. Na oitava série essa preferencia já decresceu, e só 25% dos alunos da oitava série tiveram a mesma escolha. Por outro lado 9% dos alunos da quarta série tinham escolhido o inglês como sua matéria favorita. Já na oitava série a predileção pelo inglês aumentou para 33%. Um dos grandes e persistentes mitos da educação em nossa cultura é que as crianças tendem a relutar em aprender a medida que crescem. Na verdade elas ficam relutantes em ir à escola, onde elas são tiranizados, arregimentados, aborrecidos com tolices, e muito efetivamente impedidas de aprender. A preferência para o inglês foi aumentada, disseram os alunos, "porque usando minhas leituras que eu posso aprender, saber mais, e é interessante". A perspectiva de professores sobre isto é diferente, eles disseram: " Se não fosse pelo trabalho duro que nós fazemos, estas crianças não estariam aprendendo nada!".

Freqüentemente o conflito entre a casa e a escola produz alienação ou fracasso. Professores, especialmente aqueles bilíngües que perseguem uma perspectiva cultural cruzada levam anos a aprender a complexidade de integração dentro desta diversidade cultural. Porque a cultura está constantemente mudando, os professores precisam ser cautelosos sobre todas as generalizações a respeito dos latinos. A maioria das generalizações se aplicam apenas para uma parte da população e muitas são exageradas, incluindo generalizações populares na mídia sobre o a classe baixa e estilos de aprendizagem. "Assistência social é suficiente"; "eles não querem"; "é o modo que eles são"; são exemplos das generalizações feitas.

Todos os professores pesquisados também são imigrantes; eles vêem de Porto Rico (4), Honduras (1) e Colômbia (1). Um tem título de Doutor em Educação e os outros fizeram ao menos três cursos na graduação para ter o certificado bilíngüe, nos surpreendemos por estes professores não ganharem nem um centavo a mais que um professor de classe regular. Estes professores ensinam em um estilo antigo: fazem os alunos ficarem quietos, gritam, usam pedaços de madeira para fazer barulho e manter a atenção de alunos. Suas convicções têm uma conexão com sua experiência pessoal. A maioria deles parecem sem esperança. Esperança é uma necessidade ontologica. Como professoras sabemos que, a falta de esperança nos paralisa e nos faz cair em um fatalismo onde é impossível reunir a força necessária para lutar para a reconstrução do mundo. É contagioso, os alunos podem perder a esperança por causa de nossa baixa expectativa.

Alunos, neste ambiente bilíngüe, desenvolvem idéias matemáticas. O desenvolvimento de idéias matemáticas dos alunos tem uma relação estreita com como os professores ensinam lições de matemática. Professores representam um papel muito importante neste processo. Eles são responsáveis por criar um ambiente apropriado para seus alunos. As convicções dos professores e o modo que eles lecionam matemática provocam as reações nos alunos; são componentes do ambiente de classe. O ambiente foi centrado no professor, um professor que mantém os alunos ocupados. O propósito principal desta ocupação foi controlar seu comportamento. Nosso resultados nos conduziram por conseguinte ao comportamento de alunos; eles **não foram encorajados a expressar** suas necessidades, as idéias, ou a si mesmos. **Professores** assim como alunos, estavam ocupados. Eles fizeram quase todo o planejamento e explicam usando exemplos, perguntando e respondendo suas perguntas, pedindo os alunos para repetirem regras, mas eles não prestaram atenção à resposta dos alunos nem para o processo de aprendizagem.

Os professores arrumaram as carteiras dos alunos em diferentes tipos de organização, mas observamos a " carteira do badboy" em todas as classes. "Badboy aqui pode ser um aluno ou aluna. Lugar de "badboy". Há menos " badboys " na quarta série do que na oitava. Estes alunos foram colocados nos cantos, perto do professor ou perto do quadro. Eles não receberam atenção especial; eles somente ficaram lá. Os professores prestaram atenção a eles dizendo, fique quieto ou não perturbe. Significa seja invisível; você está excluído.

Os padrões de interação entre os professores e alunos conduzem os alunos a serem passivos durante o processo de aprendizagem, e nós precisamos de alunos ativos para ter um real aprendizado. Professores esperaram os alunos passivos. Respondendo as perguntas do perfil, os alunos nos falaram que eles aprenderam quando os professores explicaram a eles considerando-os alunos passivos. Isso implica também os alunos passivos. Estas salas de aula, caracterizadas como um grupo étnico, têm o objetivo de trabalhar por um currículo contextualizado, um currículo que atenda as necessidades de alunos latino. Alunos latinos precisam ser parte de nossa sociedade, serem os participantes ativos no processo de desenvolvimento, seres humanos com auto-estima alta e preparados para exercitarem um papel efetivo em nossa sociedade. Na realidade, era um grupo segregado sem voz ou necessidades. Os professores deram aulas para cobrir o currículo padrão reproduzindo o antigo modelo cultural eurocentrico sem preocupações pedagógicas ou com a cultura latina.

Conclusão:

Há evidência que a perspectiva social e a pedagogia tinham baixa prioridade na lista de tópicos das preocupações do professor. A prioridade é cobrir o currículo. Acreditamos que sem uma perspectiva social o conhecimento é sem sentido. Lições de matemática são fortemente afetadas pelas convicções dos professores. Em geral, as convicções dos professores tem sido de mostrar um papel crítico que afeta o ambiente de aprendizagem. Estas convicções incluem freqüentemente: matemática está composta de um jogo de regras procedimentais para serem memorizadas, deveriam ser apresentados tópicos isolados sem levar em consideração a resolução de problemas, e o ensino é falar e mostrar. Esta aprendizagem não cumpre as necessidades de nossa sociedade.

**Referências bibliográficas:**


Clarkson, P. C. & Galbraith, P. (1992). Bilingualism and Mathematics learning: Another perspective. Journal for research in Mathematics Education, 23, (1), 34-44.

Cummins, J. & Skutnabb-Kangas, T. (1988). Minority Education: From shame to struggle. Philadelphia: Multilingual Matters Ltd.

Davis, R. B., & Maher, C. A. (1997). How students think: The role of representations. In L. English (Ed.), Mathematical reasoning: Analogies, metaphors, and images, 93-115. Hillsdale, NJ: Lawrence E. Erlbaum Associates.

Greeno, J. G. (1994). Some further observations of the environment/model metaphor. In Journal for Research in Mathematics Education, 25, (1), 94-99. Virginia: The National Council of Teachers of Mathematics.

Maher, C. A. & Martino, A. M. (1992). Teacher building on students' thinking. The Arithmetic Teacher, 39, (7), 32-37.

Moschkovich, J. (1996). Learning math in two languages. In L. Puig & A. Gutiérrez (Eds.), Proceedings of the 20th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education, 4, 27-34, Valencia, Spain.

National Council of Teacher of Mathematics (1989). Curriculum and Evaluation Standards for School Mathematics.

Noddings, N. (1994) A curriculum that cares about individual. In R. B. Davis, Journal of Mathematical Behavior, 13, (1) , 87-104. Norwood, NJ: Ablex Publishing Corporation

Powell, A. B. & Frankenstein, M. (1997). Ethnomathematics: Challenging Eurocentrism in Mathematics Education. Albany, NY: State University of New York Press

Secada, W. G. (1989). The relationship between degree of bilingualism and arithmetic problem solving performance in first-grade Hispanic children. Paper presented at annual meeting of the American Educational Research Association. San Francisco, CA

Skutnabb-Kangas, T. (1986). Who wants to change what and why – conflicting paradigms in minority education research. In B. Spolsky (Ed.), Language and education in multilingual settings, 153-181. Clevedon: Multilingual Matters.

# PROBLEMAS GERADORES E A PRODUÇÃO DE SIGINIFICADOS PARA OBJETOS MATEMÁTICOS

Mestranda: Tânia Margarida Lima Costa
Orientadoras: Janete Frant e Mônica Rabello

A importância da pesquisa em Educação Matemática começa a ser reconhecida no meio acadêmico desde o início do século. É grande o número de pesquisas que se dedicam à apresentação, implementação, discussão e avaliação de propostas para a melhoria do ensino e da aprendizagem da matemática. Nos últimos anos essas pesquisas realizadas em Educação Matemática deram origem a algumas tendências sociais: Um ensino comprometido com as transformações sociais, Etnomatemática, Construtivismo, Modelagem e a Resolução de Problemas.

Todas essas tendências apresentam em comum as seguintes características:

- supõem a participação ativo do aluno no processo de aprendizagem;
- sugerem uma relação professor-aluno onde todos podem aprender e todos tem o que ensinar;
- buscam um sentido para ensinar Matemática que vai além do próprio conteúdo.

Duas tendências estão permeando O Projeto de Pesquisa " Problemas Geradores e a Produção de Significados para objetos matemáticos": a Etnomatemática e a Resolução de Problemas.

A Etnomatemática, porque ela se refere às diferentes formas de matemática que são próprias de grupos culturais. É a matemática usada por um grupo cultural definido na solução de problemas e atividades do dia a dia. Nosso grupo de pesquisa será composto por alunos da sexta série, caracterizando portanto um grupo cultural específico. A Etnomatemática, procura partir da realidade e chegar à ação pedagógica de maneira natural mediante um enfoque cognitivo com forte fundamentação cultural, procura entender os processos de pensamento, os modos de explicar, de entender e de atuar na realidade, dentro do contexto cultural do próprio indivíduo. No momento em que os alunos da sexta série colocarem suas idéias, elaborarem conjecturas, ao resolverem uma situação problema Geradora poderemos identificar os argumentos que estes alunos estarão usando nas suas justificativas de modo a explicitar seus pensamentos.

Escolhemos a Resolução de Problemas porque entendemos que ela proporciona o desenvolvimento da capacidade de utilização do pensamento reflexivo e o desenvolvimento da habilidade de resolver situações problemas. Na verdade enfrentamos situações problemas o tempo todo na nossa rotina. Percebemos como é importante desenvolver experiências que proporcionem aos alunos encontrarem várias alternativas para resolverem uma situação problema, permitindo a verificação das alternativas possíveis possibilitando os alunos fazendo escolhas de foram consciente.

Os Problemas Geradores devem ser considerados como "atividade" no sentido desenvolvido por Leontiev, que defende a idéia de vincular a **necessidade** como elemento preponderante para suscitar no aluno motivo para executar certas ações. A atividade: Problemas Geradores é uma atividade orientadora no sentido de criar possibilidades de intervenção que permite trabalhar e desenvolver o conhecimento do aluno. Os problemas Geradores tem aspecto de jogo. Eles apresentam na sua composição regras, instruções básicas e uma situação para ser resolvida em grupo ou individualmente. O problema Gerador pode ser portanto uma alternativa de trabalho para o ensino de matemática dinamizando o "problema" que passa a ser visto como um problema em movimento. Os problemas Geradores possibilitam a apreensão dos objetos matemáticos e a compreensão do mundo através da troca de seus significados. Estamos chamando de Problemas Geradores, os problemas que apresentam uma multiplicidade de características na sua composição e na sua estrutura:

1. Mutitopicais

Diversos tópicos do conteúdo da matemática podem ser utilizados pelos alunos na resolução dos problemas de forma natural e intuitiva. O aluno identifica e usa o conhecimento que ele acha mais "apropriado" para resolver a situação proposta. Entendendo que o que é apropriado é apropriado para o aluno.

2. Estrutura Dinâmica

A estrutura dos problemas favorece que os dados e as informações dos problemas sejam apresentados de forma não usual para o aluno. As informações estão nas múltiplas representações visuais, nos diagramas, em jogos de palavras, em gráficos, em tabelas, nos diálogos e nos desenhos. O aluno é colocado em uma situação de surpresa diante do enunciado do problema.

3. Processo de Resolução em Aberto

Cada aluno pode utilizar uma linguagem própria , ou até mesmo utilizar uma linguagem matemática para resolver a situação problema. Os alunos ficam bem à vontade para fazerem os registros sobre como resolveram a situação, sem ficarem presos aos procedimentos normalmente utilizados como algoritmos e expressões algébricas. Os alunos percebem que não precisam ficar presos a formalização da matemática para se expressarem. Particularmente me matemática, que depende fortemente de um sistema de códigos símbolos, a escrita é um elemento importante para o processo de decodificação, o que permite a contextualização. O aluno é levado a comunicar-se matematicamente, descrevendo, representando e apresentando resultados com precisão e argumentando sobre suas conjecturas, fazendo uso da linguagem oral e relacionando a linguagem e as suas representações matemáticas.

4. Respostas Múltiplas

Os Problemas Geradores oferecem a oportunidade de encontrarmos para um mesmo problemas mais de uma resposta dependendo da maneira como cada um analisa as informações.

5. Dados não Numéricos

Alguns Problemas Geradores não apresentam no corpo do seu enunciado dados numéricos.

Devemos ressaltar que os Problemas Geradores não podem ser confundidos com os problemas típicos que aparecem na maioria dos livros didáticos. Os livros que apresentam apenas esse tipo de problema são denominados de livros paradidáticos. Os livros paradidáticos na sua grande maioria não são trabalhados de forma adequada pelo professor; são usados muito mais como passatempo, e não como um material que pode contribuir com a aprendizagem. As práticas da utilização desses problemas na sala de aula mostram que a postura do professor não muda porque ele acredita que essas atividades só servem para agradar o aluno e para passar o tempo. Os Problemas Geradores aparecem jogados nos finais dos capítulos intitulados de desafios e são pouco explorados pelo professor. O que estamos propondo com esse trabalho é algo bem diferente do que encontramos na prática da sala de aula, o professor trabalhando com esses problemas na sala, promovendo a discussão dos problemas e socializando os diferentes processos e as diversas soluções.

Tendo em vista o objetivo de analisar outras situações que podem favorecer a aprendizagem da matemática e passam despercebidas pelo professor na sala de aula, estamos desenvolvendo esse projeto de pesquisa para verificar o que a análise desse tipo de problema, o problema gerador, pode contribuir para o ensino de matemática.

Aplicaremos em encontros fora do horário de aula, quatro Problemas Geradores em um grupo de quatro alunos da sexta série do ensino fundamental. Os alunos deverão fazer o registro por escrito das primeiras idéias que aparecerem tão logo recebam o problema. As conjecturas que estiverem sendo elaboradas passo a passo devem ser anotadas. Nestas justificações que serão dadas pelos alunos ao resolverem os problemas vamos buscar respostas para as perguntas: Que tipos de argumentos os alunos estão utilizando nas suas justificações? Como os alunos produzem suas hipóteses e inferem suas generalizações? Que significados matemáticos estão sendo produzidos pelos alunos e como estão sendo produzidos esses significados.

Durante a atividade os alunos poderão se comunicar, trocar idéias com os colegas e com o professor. Esta atividade será gravada em video cassete. No final de cada encontro o professor entrevistará os alunos sobre o desenvolvimento da atividade e seus sentimentos em relação ao trabalho. O material será coletado através do registro escrito, das discussões que vão acontecer em sala durante a atividade e das entrevistas feitas pelo professor.

A Fundamentação Teórica do Projeto está baseada em duas Teorias : O Modelo Teórico dos Campos Semânticos e a Teoria da Argumentação. O Modelo Teórico dos Campos Semânticos é um modelo que apresenta uma concepção de conhecimento pautada nas justificações que são dadas pelos indivíduos a partir de uma crença afirmação. No exato momento em que os alunos estão fazendo as suas justificações ocorre a produção de significados. Notamos como o modelo prioriza as justificações na produção do conhecimento, e esta idéia vem de encontro com o que acreditamos, por esta razão estamos dando tanta importância as justificações que são dadas pelos alunos no momento em que eles estiverem resolvendo as situações problemas. Os alunos estarão fazendo as suas justificações através do registro escrito e através das discussões em sala de aula com os colegas e com o professor, durante o processo de realização da atividade. Nas justificações orais e escritas encontraremos as conjecturas elaboradas pelos alunos através de argumentos. Como vamos precisar analisar estes argumentos e procurar saber o por quê dos alunos estarem dizendo o que estão dizendo, escolhemos como ferramenta de análise a Nova Retórica inaugurada por Perelman, por entender que essa teoria aborda o problema da análise do discurso ou seja a análise da fala dentro de uma perspectiva atual. Na verdade estes argumentos estarão sendo revelados por meio da linguagem que é a linguagem corriqueira que usamos no nosso dia a dia, uma linguagem ambígua e cheia de múltiplas interpretações. A Teoria da Argumentação vai nos permitir analisar a linguagem dos alunos presentes nas justificações considerando toda a sua complexidade. Desta forma conseguiremos identificar quais e que tipos de argumentos os alunos estão utilizando, como os alunos produzem suas hipóteses, inferem suas generalizações e como e que significados estão sendo produzidos.

O Projeto de Pesquisa vai oferecer aos professores subsídios para que eles trabalhem com os alunos na sala de aula de forma sistemática uma atividade interessante e agradável que aproxima o aluno do conhecimento matemático e proporciona o desenvolvimento da arte de argumentar e consequentemente de justificar suas crenças.

# METODOLOGIA DE PESQUISA EM EDUCAÇÃO

Maria Aparecida Viggiani Bicudo[1]
UNESP - Rio Claro

Pesquisar ***Educação***. Tema difícil, porque o próprio objeto de pesquisa não se deixa aprisionar em ***conceitos*** limpos e claramente definidos.

Ao tematizar-se ***Educação,*** é necessário que se diga o que se entende por isso ou mesmo que se fique em um momento prévio, interrogando-se ***o que é isso a educação?***.

Entendo a educação como um processo de ***vir-a-ser*** da construção do humano, em que está embutida a avaliação, compreendida também como processo. Este, constituído pela análise crítica e reflexiva, pontuando aspectos relevantes, positivos ou não, do percurso trilhado e indicando os caminhos que se abrem. Desse modo, viabiliza que o movimento do ***vir-a-ser*** esteja ***presente*** naquele processo, permitindo que seja assumido em seu passado e no seu ***devenir***, de maneira consciente e comprometida.

***Metodologia*** é um termo hoje empregado para indicar o conjunto dos procedimentos técnicos de averiguação ou de controle possuído por uma disciplina ou grupo de disciplinas[2]. Com esse sentido, fala-se em ***Metodologia das Ciências Naturais***, por exemplo. Em conexão estreita com esse sentido, vem-se constituindo ***Metodologia*** como disciplina filosófica relativamente autônoma e que se dedica à análise crítica das técnicas e procedimentos empregados por uma ou mais ciência[3].

Assim, falar de ***Metodologia de Pesquisa em Educação*** solicita que se tome uma posição quanto à disciplina ou conjunto de disciplinas que tratam de ***educação*** e, também, uma análise crítica dos procedimentos assumidos em consonância com os aspectos ontológicos e epistemológicos pertinentes à ciência trabalhada pelas referidas disciplinas.

Portanto, não se pode falar de metodologia sem que se situe a ***interrogação*** perseguida e sem que se contextue a perspectiva da qual se interroga e da qual se olha as disciplinas ou o campo de investigação.

Uma interrogação que indague pela História do fazer educacional, buscando compreendê-lo na dimensão espaço-temporal exige recursos dos procedimentos apropriados da pesquisa histórica. Exige, ainda, que se exponha a concepção de História com a qual se trabalha. Se ***fatual***, os procedimentos serão de um tipo, se sócio-cultural, serão de outro.

A interrogação que indaga por aspectos de ensino, de aprendizagem, da escolarização, da escola, da avaliação institucional, da produção do conhecimento de uma área específica, etc, indica o caminho da investigação e a sustenta. Para tanto, o pesquisador há que ficar atento ao que quer saber, ou seja, à pergunta. Há de conhecer os possíveis procedimentos e há que ter uma visão abrangente da região onde se locomove, pesquisando. Há, também, que buscar o rigor, evitando ficar tão somente à mercê dos seus próprios "insights" e do seu olhar subjetivo.

Usar grandes categorias como pesquisa quantitativa, pesquisa qualitativa, pesquisa etnográfica, histórica etc, não revela a preocupação daquele que investiga. Ao se fazer isso, defini-se, *a priori*, os procedimentos e, depois, acerta-se o que se vai perguntar, como será formulada a pergunta e de que modo serão obtidos os dados e as argumentações teóricas que se tecem em uma rede aparentemente arrumada de modo lógico, dando a aparência de ***pesquisa***. Pesquisa que, por pontuar o tido como positivo pela comunidade científica, acaba mesmo por ser aprovada pelos menos alertas e combativos.

Eu, particularmente, trabalho com pesquisa qualitativa que tem por terreno e por horizonte a Fenomenologia. Essa minha opção é produto de minha história de vida como pesquisadora. Tem a ver com a minha interrogação primeira, sempre dirigida para ***o que é isto?***, para ***o porquê desse modo?***, para ***o que essa afirmação me diz?***, para ***o que isso significa para os outros?***, para ***o movimento do vir-a-ser***, portanto, da vida. Aos poucos fui entendendo

---

[1] Professora Titular de Filosofia da Educação – Instituto de Geociências e Ciências Exatas - UNESP -Câmpus de Rio Claro, 1998.
[2] Cf. Abbagnano, Nicola. *Dicionário de Filosofia.*
[3] Idem, Ibid.

que a pesquisa positivista, quantitativa, qualitativa ou histórica, não respondia às minhas perguntas. Estas foram encontrando respostas ou amparo para buscá-las na Fenomenologia.

O que é Fenomenologia? Qual sua concepção de mundo, de realidade, de tempo, de espaço, de linguagem, de conhecimento? São perguntas que necessitam ser formuladas, indicando a investigação teórica daqueles interessados em começar a trabalhar com os procedimentos tidos como apropriados à investigação fenomenológica.

Entendo que as mesmas perguntas têm de ser formuladas e perseguidas por aqueles que fazem outras opções. Lembro, porém, que as opções nunca são gratuitas, nem ocorrem por acaso e sem estudo e vivência no mundo da pesquisa. Mas são fruto de um trabalho que não é fácil e nem imediato e em que dúvida e comprometimento com o ***rigor*** certamente estão presentes.

Na pesquisa qualitativa fenomenológica, persegue-se a interrogação formulada, que sempre se dirige ao fenômeno, investigando sua estrutura, ou que se dirige às formas de expressão cultural mediante as quais a percepção e compreensão do fenômeno são expostas.

No primeiro caso, trabalha-se com dados obtidos por meio da descrição minuciosa e exaustiva do percebido pelo sujeito, escolhido como sujeito de pesquisa. A descrição é um recurso que permite ao investigador detectar as perspectivas pelas quais o fenômeno está se mostrando. Um passo importante nesse movimento de busca é a análise da linguagem utilizada ao efetuar a descrição para que, as concepções implícitas, dita pelo sujeito sejam trazidas à luz do entendimento da comunidade de pesquisadores. Outro momento importante, nessa modalidade de pesquisa, é a busca dos aspectos invariantes detectados nas diferentes descrições e a respectiva discussão dos significados a eles atribuídos pelos sujeitos investigados, pelos autores estudados e situados na dimensão da região do objeto investigado.

Nesse procedimento, a concepção de realidade com a qual se trabalha diz de uma relidade mundana, que se tece na rede dos sentidos e dos significados contextuados, histórica e socialmente. Assim, nessa concepção estão presentes ***linguagem, tempo*** e ***espaços vividos***. Está presente, também, o entendimento de ***verdade*** enquanto aquilo que se mostra de modo claro, que é perspectival e que é elaborado na esfera da intersubjetividade. Na modalidade de pesquisa qualitativa fenomenológica, a dimensão da ***intersubjetividade*** é a constituída pelo investigador, seus companheiros pesquisadores, demais autores que falam do tema evidenciado, pelos sujeitos investigados e pela contextualização histórica desse assunto. Há um ***rigor*** para que não se deslize, sucumbindo-se às categorias previamente determinadas, nem aos apelos de explicações fundamentadas nos constructos e nas proposições genéricas de uma teoria determinada. Mas, também, para que não se fique na dimensão das opiniões subjetivas, que sucumbem aos desejos e tendências particulares.

No caso de investigarem-se as expressões culturais, os procedimentos avançam na esfera da ***hermenêutica***, interpretando-se os símbolos culturais e respectivos significados em uma dimensão histórica e cultural em que o "texto" investigado se insere.

Nessa abordagem, as questões da linguagem, escrita e falada, da expressa pela pintura, pela escultura, etc, estão presentes e são tratadas. A busca é pelo ***significado*** do interpretado, entendendo-se nesse movimento a subjetividade, e seus aspectos intersubjetivos e objetivos. Portanto, entendendo-se a cultura, a história e, por que não dizer, a mundaneidade do mundo.

# A QUESTÃO DA OBJETIVIDADE NA PESQUISA QUALITATIVA

Monica Rabello de Castro
IEM/USU

Ser objetivo. Esta é uma das preocupações centrais do pesquisador do século XX, já que não existe hoje unanimidade quanto ao que significa ser objetivo. Nossas metodologias abriram novos caminhos para a pesquisa e o debate sobre objetividade vem ganhando cada vez mais importância. Mas estas indagações a respeito da objetividade só passaram a ter sentido quando o próprio estatuto de Ciência começa a ser questionado e, portanto, modificado. A mudança de estatuto requer novos paradigmas e esse debate ainda não se encerrou. Hoje podemos identificar uma ciência do passado.

O estatuto dessa ciência do passado estabeleceu um valor de *bom senso* baseado em uma lógica única sancionada por uma razão universal fundada sobre a existência de critérios últimos de avaliação da verdade. Todos os mistérios da natureza, mesmo os da natureza humana, pareciam poder ser conhecidos e controlados porque para conhecer a verdade era preciso apenas um pouco mais de tempo. Este *bom senso* dava uma aparência de estabilidade à humanidade pois, segundo Hilbert, "a Ciência estaria pronta, completa e definitiva". O conhecimento progrediria por adição e não haveria lugar para rupturas, uma vez que seu progresso era inquestionável. A objetividade apresentava-se como o próprio projeto da civilização, um projeto de unificação das ciências em um único e grande tipo de fazer que diferenciaria de uma vez por todas a ciência de toda outra atividade humana.

No entanto, esse projeto de civilização encontrou sua turbulência no próprio seio da atividade científica. O teorema da incerteza de Gödel, a relatividade de Einstein, as geometrias não euclidianas e outras novidades científicas puseram o antigo estatuto em questão. Essas novidades científicas impuseram uma redefinição da relação entre verdade, realidade e objetividade. Se antes se acreditava que a Ciência era real por seus objetos e hipotética pela relação que engendrava entre os objetos, a ciência do nosso século tem por objetos "metáforas", no sentido bachelardiano do termo. O fenômeno não é senão uma hipótese pois a relação entre pesquisador e fenômeno é também um produto de sua teoria. Não seria exagero dizer que o pesquisador que faz a ciência da natureza hoje *cria* seu objeto.

Uma analogia que poderia esclarecer essa relação entre o pesquisador e seu objeto é, por exemplo, a mediação feita por um acelerador de partículas. As partículas só são *visíveis* através da máquina, mas a máquina já é em si mesma uma teoria. As partículas, elas mesmas, não são senão hipóteses da mesma teoria que criou a máquina. O que se "vê" é a resposta da máquina a estímulos enviados pela máquina, só que os estímulos modificam o que se quer ver, ou seja, as partículas. Bachelard enfatiza esta situação afirmando que "não são os objetos que vêm nos surpreender, mas é o espírito que constrói sua própria surpresa".

Essa crescente complexidade da relação entre o sujeito e o objeto de pesquisa nas ciências contemporâneas trouxe outra dimensão aos atributos da objetividade. E são, curiosamente, as contribuições das ciências da natureza que trazem novidades para o debate sobre objetividade, sobretudo no campo das ciências humanas e sociais. Além disso, são essas ciências começam a investigar a importância da linguagem para a definição de critérios de objetividade. O pesquisador que faz ciência da natureza hoje, e aqui desejo exagerar, *cria* seu objeto de uma maneira fortemente lingüística. Partícula é alguma coisa *descrita*, jamais *vista*. Poderíamos dizer que tudo funciona "como se" ela estivesse lá onde acreditamos que ela está e se comporta "como se" ela fosse do jeito que cremos que ela seja.

Não se trata aqui de conceber as ciências humanas e as ciências da natureza como tento o mesmo estatuto. Essa pretensão foi a expressão ideal do positivismo que permanece até os dias de hoje sob novas vestimentas. Mas pode-se dizer que as transformações sofridas no seio das ciências humanas trouxe conseqüências para as ciências humanas sobretudo no que diz respeito ao privilégio que as ciências da natureza tinham até o início do nosso século.

Existe uma forte tendência hoje a pensar os objetos científicos como construções de uma linguagem especializada e que os critérios de validação e falsificação da verdade devem se remeter à linguagem que os descreve. Da mesma maneira, as regras da sintaxe científica devem ter em conta a ampliação de definição dos objetos científicos e seus referentes uma vez que a análise de um fenômeno pode conceber a existência de duas teorias igualmente reconhecidas definidas a partir de objetos contraditórios. Foi o caso da análise dos fenômenos da luz a partir das teorias corpuscular e ondulatória.

A proximidade com o real deixou de ser, portanto, o critério de validação das produções científicas. Não se trata mais de explicar o fenômeno "tal como ele é" ou "mais próximo possível do que ele é", mas de encontrara explicações úteis à produção de tecnologias (no sentido largo do termo), sendo menos importante "o que é" do que "como se ele fosse". Uma boa teoria será aquela que funciona bem, que produz bons resultados apesar de contradições, aspectos incompletos, incoerências internas, etc. Esses atributos eram anteriormente indispensáveis a uma boa teoria. Alguns consideram essa posição um "relativismo desmesurado" ou um "ceticismo da modernidade", no entanto, a objetividade pode ser redefinida de forma precisa (para cada comunidade científica) e novos critérios são definidos para o fazer científico. Sob este ponto de vista, a objetividade se fasta de seu aspecto místico, de sua relação com o absoluto.

Uma nova visão de objetividade coloca a questão da objetividade bem mais sobre acordos e convenções criados no interior de uma dada comunidade científica (ou comunidade semiótica) que sobre a ligação entre ciência e realidade. Nesse caso, os critérios de objetividade poderão variar de um campo a outro, de uma comunidade científica a outra. Poderíamos falar da objetividade matemática, que utiliza uma linguagem quase monosêmica ou de objetividade histórica, onde a linguagem é necessariamente polisêmica, ou ainda falar de uma objetividade artística, onde a linguagem constituirá a infração da própria linguagem. A objetividade, nesse caso, seria definida em relação à linguagem compartilhada por uma comunidade científica dada.

O debate sobre metodologia de pesquisa não pode prescindir da discussão sobre objetividade uma vez que vivemos hoje sobre a tensão entre dois paradigmas muito distantes um do outro. O que é ser objetivo hoje? Como podemos nos certificar de estarmos sendo rigorosos? O que distingue o fazer científico de outros fazeres? Espero que estas perguntas aqueçam o debate sobre a questão metodológica neste encontro.

# METODOLOGIA DE PESQUISA EM EDUCAÇÃO

Vani Moreira Kenski
Faculdade de Educação- USP.

Para mim, falar de metodologia de pesquisa em Educação é falar, principalmente, das escolhas teórico - metodológicas que fiz e dos caminhos que venho percorrendo nesta trajetória como pesquisadora. É falar também das trocas e procedimentos que realizo com meus alunos e orientandos, procurando, através da ação conjunta e do diálogo, estabelecer parcerias intelectuais, que muito nos tem ajudado no desenvolvimento de nossos estudos.

A base teórico metodológica em que oriento minhas pesquisas, tem suas origens em propostas amplas, utilizadas principalmente nas Ciências Sociais, em dois encaminhamentos diferentes e sucessivos. O primeiro deles diz respeito ao movimento, iniciado pelos historiadores franceses como Jacques Le Goff, Georges Duby e Pierre Nora, chamado "ego- história". Este movimento teve vários desdobramentos em diversos países e áreas do conhecimento. Em Educação, tornaram-se famosos com a denominação de "histórias de vida escolar", com vários encaminhamentos de pesquisas.

Gosto de iniciar minhas pesquisas e a de meus orientandos na perspectiva da ego-história. Isto tem significado para nós em descobrir as raízes, na nossa história de vida, da questão que temos desejo de investigar. Acredito que antes de conhecer o meu objeto de pesquisa na realidade externa preciso conhecer as minhas ligações históricas com o problema a ser pesquisado. Os meus preconceitos, minhas aversões, meus afetos, as origens em minha trajetória de vida de quando comecei a me relacionar com este tipo de questão e que aflorou, neste momento, em um questionamento a ser investigado cientificamente. Conhecendo, assim, a mim mesma e minhas relações com o problema posso então ir a campo, à observação empírica ou teórica, para desvendar e refletir. Sinto-me mais segura para saber o que estou a indagar e poder olhar com talvez mais sutileza e empatia o que ocorre com as demais pessoas no trato com a mesma questão.

A coleta de dados torna-se mais rica e viva. Estou envolvido, aberto e orientado para o que pretendo realmente investigar. Os dados levantados e sistematizados apresentam ao pesquisador novas evidências, novos "olhares" sobre a questão, novas indagações. Com os dados coletados e sistematizados, começa então um outro momento fértil de investigação. A postura do pesquisador, neste instante, corresponde a do detetive tentando esclarecer um *crime*. É neste momento que o pesquisador precisa estar atento para poder utilizar-se dos diversos ferramentais teórico-metodológicos existentes para melhor poder analisar os dados de que dispõe. Para a orientação ampliada dos encaminhamentos de análise recorro então aos princípios da proposta teórico crítica não- dogmática, apresentada pelo sociólogo alemão Dieter Prokop.

A proposta de Prokop é a de integrar diversos modos de explicação e análise (abordagens qualitativas e/ou quantitativas), procurando apropriar-se das contribuições de diversas correntes teóricas para *melhor* compreender as questões estudadas. Através de perguntas ligadas aos objetivos da pesquisa, os dados levantados "falam" e encaminham, gradativamente, possibilidades de análise em que se mesclam posicionamentos teóricos diferenciados mas que, em conjunto, contribuem para os esclarecimentos necessários à compreensão do problema.

Em um processo de interrogação permanente, de cada encaminhamento de análise originam-se novos questionamentos que podem ser melhor respondidos através de abordagens diferenciadas. Não se trata, no entanto, de uma simples apropriação mecânica de idéias esparsas reunidas artificialmente a fim de justificar os propósitos evidenciados previamente pelo pesquisador. A utilização de referenciais teóricos diferenciados busca o aprofundamento gradativo de análise com a certeza, no entanto, da impossibilidade de alcance da completa explicação da questão estudada. A ênfase deste tipo de procedimento está na adoção de uma postura dialético crítica não dogmática pelo pesquisador na busca de um ferramental teórico de análise que melhor responda às perguntas apresentadas pela pesquisa.

Neste tipo de encaminhamento de reflexões e análises sobre os questionamentos oriundos de nossas investigações torna-se de fundamental importância o não isolamento do pesquisador. Ao contrário, é no calor dos debates e reflexões coletivas, acontecidas nas reuniões dos Grupos de Pesquisa, que são abertos novos caminhos de análises, novas abordagens e muitos aspectos conclusivos e "descobertas" que auxiliam a todos os participantes.

Assim, instala-se um novo *método de trabalho* em que o pesquisador vê o seu trabalho analisado e discutido sob diferentes óticas e em que surgem múltiplas *verdades.* O grupo de estudos e pesquisas - onde todos fazem atentas e cuidadosas leituras que auxiliam o encaminhamento das análises e apresentam vivências e observações diferenciadas que auxiliam à melhor compreensão das questões - torna-se sobretudo um grupo de *suporte* indispensável que rompe com a solidão e o isolacionismo do pesquisador tradicional, criando um novo hábito de fazer e de pensar pesquisa.

A troca intelectual entre *pares* - alunos e professores identificados e com preocupações investigativas próximas e dentro da mesma área do conhecimento - auxilia a todos. A discussão de um determinado tema de pesquisa esclarece e indiretamente beneficia a compreensão de todos os demais objetos de pesquisa dos participantes. O coletivo inteligente fortalece e abre os horizontes dos pesquisadores no exame de seus problemas.

Mais ainda, rompe-se dessa forma as visões cristalizadas, o direcionamento único da pesquisa para "as certezas" apontadas por um determinado autor, ou linha de pesquisa ou o enclausuramento em um determinado tipo de abordagem.

O saber, ou o encaminhamento de análises de cada pesquisador é permeado pelas trocas, os diálogos permanentes, os entrechoques de opiniões em encontros sucessivos e constantes. Para isto, é necessário que o clima nestes encontros seja o mais aberto e sem preconceitos possível, que haja espaço para a expressão livre e espontânea de cada um. Que os participantes leiam muito. Que estejam atualizados com as produções teóricas mais significativas e mais recentes da área em questão e que possam contribuir para o alcance de resultados de que todos os pesquisadores e suas pesquisas se beneficiem.