PONTIFÍCIA UNIVERSIDADE CATÓLICA DE SÃO PAULO

Endereço para Informações:
Programa de Estudos Pós-Graduados em Educação Matemática
Rua Marquês de Paranaguá, 111 - Consolação
01303-050 - São Paulo - SP
Fone: (0 __ 11) 256.1622 (ramal 202) - Fax: (0 __ 11) 3159.0189
Maiores informações poderão ser obtidas pela Home Page
http://www.pucsp.br/~pgedmat - e-mail: pgedmat@exatas.pucsp.br

ANAIS
DO
V ENCONTRO BRASILEIRO DE ESTUDANTES DE PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA

"Educação Matemática: realizações, Avanços e Perspectivas"

Marcelo Borba
GPIMEM
UNESP

02, 03 e 04 de Novembro de 2001

São Paulo - SP
2001

PONTIFÍCIA UNIVERSIDADE CATÓLICA SE SÃO PAULO

Centro de Ciências Exatas e Tecnologias
Programa de Estudos Pós-Graduados em Educação Matemática
São Paulo –SP

Editoração: Rosemary Aparecida Romagnoli

Coordenação de V EBRAPEM: Rosemary Aparecida Romagnoli, Francisco José Brabo Bezerra, Claudia Cardoso Vieira Brazil. Jayme do Carmo Macedo Leme, Marcia Maioli, Marisa da Silva Dias, Marli Baron Campaña, Rita de Cassia Gomes Machado, Sonia Regina Facco.
Comissão de Apoio: Acylena Coelho Costa Alessandro Jacques Ribeiro Armando Traldi Junior Elenilton Vieira Godoy Isva Maria Barreto Almeida Jane Cardote Tavares Leila Modanez Marcia Stochi Veiga Micheline R. Kanaan da Cunha. **Web page designer:** Francisco Olimpio da Silva (Analista Acadêmico Administrativo – PUCSP).

Encontro Brasileiro de Estudantes de Pós-Graduação em Educação Matemática, 5., São Paulo, 2001
Anais do V Encontro Brasileiro de Estudantes de Pós-Graduação em Educação Matemática : Educação matemática : realizações, avanços e perspexctivas ; coord. Rosemary Aparecida Romagnoli ... et al. - São Paulo : Centro de Ciências Exatas e Tecnológicas/PUCSP, 2001.
... p. ; ... Cm

1. Educação matemática. 2. Matemática - Estudo e ensino. I. Romagnoli, Rosemary Aparecida. II. Pontifícia Universidade Católica de São Paulo. Centro de Ciências Exatas e Tecnológicas. III. Titulo : Educação matemática : realizações, avanços e perspectivas

CDD 510.7

Ficha Catalográfica

SUMÁRIO

APRESENTAÇÃO

Este livro contém os trabalhos apresentados no V Encontro Brasileiro de Estudantes de Pós-Graduaçao em Educação Matemática (V EBRAPEM), realizado no período de 02 a 04 de Novembro de 2001 no Programa de Estudos Pós – Graduados em Educação matemática da PUC-SP (Campus Paranaguá).

O Ebrapem vem sendo realizado desde 1997, contando com a participação de mestrandos, doutorandos, professores-doutores, professores, etc. Constitui-se num espaço específico para discutir pesquisa acadêmica elaborada nos programas da área, oferecendo, um perfil da investigação cientíca em Educação Matemática no Brasil.

Em 2001 o Ebrapem escolheu o tema "Educação Matemática: realizações, avanços e perspectivas" com o objetivo de proporcionar reflexões com o que foi conquistado, quais as atuais conquistas e em quais condições poderemos abordar novas situações, com novas hipóteses.

Dos Anais constam os artigos enviados pelos professores convidados para as discussões em mesa redonda e para a palestra e os trabalhos completos de mestrandos e doutorandos ou mestres e doutores recém-formados que inscreveram seus trabalhos nas apresentações.

A Comissão Organizadora agradece as contribuições de todos que contribuíram e apoiaram este evento.

ARTIGOS DOS PROFESSORES CONVIDADOS

EDUCAÇÃO MATEMÁTICA: REALIZAÇÕES, AVANÇOS E PERSPECTIVAS.

MARIA CRISTINA SOUZA DE ALBUQUERQUE MARANHÃO
PROFESSORA DO PROGRAMA DE ESTUDOS PÓS GRADUADOS EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA
PONTIFÍCIA UNIVERSIDADE CATÓLICA DE SÃO PAULO

Comparando os anos 70, quando do Movimento da Matemática Moderna, com os dias de hoje, constata-se um grande aumento tanto no número de eventos de Educação Matemática, científicos ou não, como no número de publicações neste domínio, no Brasil. Além disso, não tenho dúvida que este seja um campo que vem se consolidando em nosso país, não como antes, primordialmente de atividade e de estudo, mas de atividade, estudo e de pesquisa institucionalizada. Existem hoje as sociedades regionais e nacional de Educação Matemática, programas de estudos pós graduados, linhas e grupos de pesquisa em Educação Matemática em universidades, além de associações científicas e comitês em órgãos de fomento, nos quais a Educação Matemática está representada. Este seria, a meu ver, o principal avanço.

Estamos, como antes, vivendo uma época em que uma trama enredando novas e antigas idéias é veiculada por documentos oficiais como diretrizes e propostas curriculares, exames e resultados de avaliações nacionais ou regionais, livros, periódicos, softwares, CDs, sites, entre outras inúmeras ferramentas ao alcance de professores, alunos e demais profissionais da educação. Atinge desde o ensino infantil até o curso superior e a formação de professores e deve provocar inúmeras transformações nas escolas e nas salas de aula. Merece um amplo debate nacional, dado que não foi tecida com a participação direta das pessoas envolvidas na atividade educacional. Embora represente enorme realização, devo considerar que, como nos anos 70, não foi suficientemente analisada em função das ocorrências, dos fenômenos nas salas de aula em nosso país. As práticas de sala de aula, envolvendo alunos, professores e saberes em jogo, devem ser focalizadas em pesquisas que considerem o contexto atual e o contexto particular em que cada uma se encontra.

Neste quadro, a meu ver, nossa principal perspectiva deve ser a cuidadosa, incessante, criteriosa, sistemática e criativa implicação dos participantes do sistema educativo na crítica e na pesquisa sobre os fenômenos presentes nas salas de aula brasileira, sob a influência dessa trama. As produções teóricas do campo precisam ser postas à prova, as pesquisas de base requerem pesquisas de intervenção no ensino, que por sua vez possibilitam reproduções visando a generalizações, ou replicações visando aos necessários ajustes a cada escola. Atualizações, no sentido de dialogar e confrontar antigas produções com novas, são necessárias porque permitem um avanço pautado no curso histórico da Educação Matemática, situando melhor nosso avanço futuro. Penso que, deste modo, a implantação dessa teia siga um curso de implementação criativa e adequada à sala de aula. Como conseqüência, temos a possibilidade de melhoria da qualidade de ensino, nos diversos segmentos de ensino.

EDUCAÇÃO MATEMÁTICA: TRANSFORMAÇÕES E DILEMAS

Prof. Dr. Marcelo de C. Borba[1]
Coordenador do programa de Pós-Graduação em Educação Matemática
Unesp-Rio Claro -SP

Não há dúvidas de que a Educação Matemática, enquanto campo de investigação, tem crescido. É grande a diferença em termos numéricos, mesmo quando comparamos o início da fase profissional dessa região de inquérito com a fase atual. Em diversas publicações, Dario Fiorentini identificou a profissionalização da área com a criação do Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática em Rio Claro, SP. Se compararmos aquele ano, 1994, com a fase atual, onde já há diversos programas de especialização e de mestrado que utilizam o nome de Educação Matemática ou Ensino de Matemática, a diferença é gritante. Se considerarmos o número de linhas de pesquisa e áreas de concentração em programas da área de Educação, o número seria então inimaginável, mesmo pelo mais "otimista" dos que vivenciaram a Educação Matemática brasileira dos anos 80. Se compararmos a fase atual com o final dos anos 70, aí já haverá uma diferença quantitativa tão grande, que provavelmente seria necessário uma aliança com as novas tecnologias para que pudesse ser representado e tratado de uma forma adequada.

Se olharmos para outro lado, podemos pensar que a criação da SBEM (Sociedade Brasileira de Educação Matemática) em si, no final da década de 80, já era um marco de tal crescimento, assim como um impulsionador do mesmo. O grande aumento do número de sócios e do número de regionais pode servir como um atestado irrefutável de tal crescimento e do progresso de que se tem feito. O surgimento dos Grupos de Trabalho (GT) na SBEM (Sociedade Brasileira de Educação Matemática) e do GT de Educação Matemática na ANPED (Associação Nacional de Pesquisa em Educação) seriam também marcos desse crescimento.

Recentemente já se vê mais um marco desse crescimento, com a criação da "Área de Educação Matemática" na CAPES. Seria um marco semelhante aos outros apontados acima e mais um atestado do crescimento da área. Afinal de contas, se temos uma região de inquérito, uma área, uma disciplina ou um enfoque, nada melhor do que crescer. Estaríamos sendo vítimas da "ideologia da certeza" tão presente na área de Matemática e Educação Matemática? Seria o "crescimento" um critério "científico" para analisar a área ou seria ele o senso comum da ciência, ou seja, algo que é tomado como certo, sem questionamento, dentro da ciência? Essa é a primeira série de perguntas que levantarei nesse artigo, que espero leve alguns dos leitores a formularem respostas.

Mas vamos ainda, por mais um instante, considerar que a idéia do "crescimento" não deva ser questionada. Diante dessa perspectiva, a meta é o crescimento da Educação Matemática em si. Nossos planos deveriam ser, portanto, abrir cada vez mais programas de pós-graduação (lato e stricto sensu, termos mais sócios na SBEM, termos mais regionais e distritais na SBEM e abrirmos GTs em todas as outras Sociedades possíveis (SBPC, SBF, SBHMat, SBM, etc...)). Igualmente deveríamos tentar ter comitês independentes no CNPq , no Finep, e talvez uma própria Secretaria Geral dentro do MEC ou um Ministério de Educação Matemática para ajudar na próxima aliança política do Governo.

Apesar do tom irônico do parágrafo acima, é importante que o questionamento essencial presente no mesmo seja realçado: será que o nosso caminho deve ser guiado pela idéia de "quanto mais melhor"? É bem possível que boa parte dos Educadores Matemáticos já tenha defendido a visão embutida na pergunta acima ou ainda a sustente no presente. Eu mesmo, confesso, já pensei dessa forma, sem considerar que isso pudesse ser possível de questionamento. A idéia desse artigo é levantar perguntas para que não tomemos por "natural", sobre a dinâmica da nossa área, algo que não necessariamente o é.

[1] Embora não sejam responsáveis pelo conteúdo deste artigo, gostaria de agradecer a Jonei Barbosa e Jussara Araújo, doutorandos do programa e membros do GPIMEM, por comentários feitos a uma versão preliminar deste artigo.

De todo modo, vamos retomar à pergunta anterior. Parece que nela talvez esteja embutida uma visão (matemática?) de que mais é melhor, de que o pequeno é desprezível. Mas se não soubermos o porquê de "querermos mais", isso pode significar menos ou nada. Por exemplo, uma criança quer mais bala sempre e é difícil convencê-la de que ela poderá enjoar, e nesse caso muito se torna nada em pouco tempo ou pouca saúde. Mas pode ser que a questão do 'mais' seja pensada em termos da história dos Impérios: Napoleão queria sempre mais terras, os Estados Unidos parecem sempre querer mais poder militar etc. Com as afirmações acima, pretendo ilustrar como que a idéia do "mais" pode significar coisas não desejáveis ou, no mínimo, que gere desconforto em outros: a criança pode passar mal, e os impérios podem desmoronar e perder até o pouco que tinham antes de ser império.

Se questionarmos a premissa de que "mais" é "melhor", é possível que mais GTs e mais comitês não sejam necessariamente interessantes para a Educação Matemática. Não afirmo o contrário também. Mas gostaria de levantar a questão de que talvez tal idéia esteja ofuscando a discussão sobre os fins da Educação Matemática, ou dos fins da Educação. Não é nesse artigo que serão discutidos questões filosóficas desse vulto, mas é importante notar que talvez tal debate tenha que ganhar novo fôlego, dentro da área.

Por outro lado, poderíamos discutir também situações complicadas que estão sendo criadas em nível epistemológico. Se levarmos em consideração que a CAPES deve refletir o movimento na área e entrarmos no sítio www.capes.gov.br, vamos ver que há a "Grande Área de Ciências Sociais Aplicadas", a "Grande Área Ciências Exatas" e a "Grande Área "Outros"", na qual está inserido o comitê de Ensino de Ciências e Ensino de Matemática, cuja a criação foi festejada por muitos como uma grande vitória. Para alguns da Educação Matemática, a criação do comitê já significa que existe a Educação, a Matemática e a Educação Matemática em mesmo nível. Para a Capes, segundo o seu sítio, significa que o "Ensino" é área e está na "Grande Área: Outros. Consulte você mesmo o sítio da CAPES para conferir. Seria isso um triunfo? É razoável que queiramos ser Grande Área? Devemos ser Área? Ou somente Linha de Pesquisa?

É razoável que queiramos nos tornar uma disciplina? É desejável? Por exemplo, os diversos membros da comunidade do que se convencionou chamar "Estudos Culturais" não vêem como desejável que haja departamento de Estudos Culturais nas Universidades, ou mesmo, Programas de Pós-Graduação com esse título. Eles querem, segundo o meu entendimento, serem caracterizados pela postura que adotam em relação à sua prática científica. Como se vê, com esse exemplo, menos bizarro do que o das crianças com balas, ou o do Império Estado-Unidense, é possível concluir que não seja desejável para uma dada comunidade que ela se transforme em instâncias burocráticas ou formais.

É possível, portanto, que a própria criação de programas como o que pertenço não tenha considerado questões como as colocadas acima. Mais ainda, no caso concreto da criação do comitê "ensino de. . " da CAPES, que foi criado há um ano, é necessário que ele seja debatido agora, que ele seja avaliado para verificar se vai ser promovido de experimental para efetivo. Será que "mais" aqui vai significar mais mestrados profissionais? Será que "área" ficará conhecida como a que começou a vulgarizar o sistema de pós-graduação, criando mestrados sem dissertação que terão a mesma validade do que hoje é o mestrado? Ou será que a área será conhecida como a que iniciou a revolução do Mestrado Profissional, achando de forma contundente a diferença entre o Mestrado e o Doutorado? Deve ter ficado claro de que lado eu estou, mas de todo modo, não é isso que importa para esse artigo, mas sim notar que mais, nem sempre será melhor, "ainda mais" se houver um preço alto.

Há também um outro aspecto: "mais" pode significar "menos" ou "divisão" dentro da Educação Matemática, independentemente de como ela seja classificada (Linha de Pesquisa, área de concentração, Programa, Sub-Área, Área, Grande Área). Por exemplo é possível que dentro em breve passem a existir duas categorias bem distintas: os programas de Educação Matemática da grande área "Outros" e outros das "Ciências Sociais Aplicadas". É possível que passe a existir a Educação Matemática preocupada com a Educação e o Ensino de Matemática preocupado com o

Ensino de Física, de Biologia e de Química. Será que isso é desejável? Eis mais uma pergunta que não tenho resposta.

De todo modo, um problema semelhante a esse acontece dentro da área de Educação. Recentemente, ouvi uma interessante pergunta de uma professora que pertence a um programa de Pós-Graduação da área de Educação que tem áreas de concentração (ou linhas de pesquisa) como "Políticas Públicas", "Formação de Professor" e . . . "Educação Matemática". A professora perguntou: por que isso? Por que não se discute matemática em "Políticas Públicas", ou em "Formação de Professor"? Perguntas similares foram também feitas quando da criação do GT de Educação Matemática na ANPED.

Há uma variante das perguntas anteriores que poderemos também nos colocar: é desejável uma separação da Educação Matemática e da Educação? Será que a criação de programas próprios, linhas de pesquisas próprias e comitês próprios é sempre desejável? Será que a criação de programas próprios e comitês próprios incentiva a separação ou não entre Educação e Educação Matemática? Será que o desenvolvimento de uma região de inquérito deve significar sempre formas orgânicas independentes de organização?

Mas será que o autor desse artigo é contra a Educação Matemática? Bom, é possível que eu assim seja entendido, mas nesse momento, creio que a questão não deva ser vista como sim ou não, como certo ou errado etc. Em outras palavras a lógica binária deve ser substituída por princípios um pouco diferentes, talvez mais próximos daqueles nos quais se apoiam a matemática fuzzy. Mais que isto: a questão não é tão simples que comporte apenas um sim ou não. De todo modo, o que tenho certeza no momento, é que a "estaca firme" do <u>crescimento</u> como caminho para Educação Matemática deve ser posta em discussão. Mas, para finalizar, vou explicar a trajetória desse texto e talvez ao menos a última pergunta ficará um pouco mais clara para o leitor. Além disso apontarei alguns caminhos que penso ser interessantes para que essa discussão prossiga.

O convite para a participação na mesa redonda de abertura em um Encontro que tem como tema "Educação Matemática: Realizações, Avanços e Perspectivas" me causou satisfação por vários motivos, dentre eles a possibilidade de estar presente, de forma oficial, em mais um EBRAPEM, conferência que conta com a apresentação de excelentes trabalhos de pesquisa, e é admirada por mim desde antes do seu início. Durante o tempo que tive para pensar e esquematizar o texto e pensar se haveria algo de novo para dizer, o tema do encontro me provocou profundas reflexões. Há, talvez, otimismos que podem cegar ou ocultar. Há *realizações*, há *avanços*, mas não *dilemas*, não há *problemas*. E mesmo *perspectivas*, colocado na seqüência, dá a impressão de que são perspectivas "positivas" ou, dentro do contexto deste texto, <u>perspectivas do "mais"</u>. Não se trata de uma crítica àqueles que pensaram esse título. Mas sim, de aproveitar a oportunidade do convite que me foi feito para gerar um questionamento que leve os educadores matemáticos, como eu, a pensar o que queremos, quais fins nos propomos a atingir. É claro que há maneiras de justificar a importância da existência da Educação Matemática, mas nesse texto optei por levantar questões que levem ao questionamento de uma certa "ideologia da certeza" que parece estar embutida na comunidade que se identifica com essa região de inquérito: aquela de que quanto mais melhor.

O texto até aqui está cheio de questões, sendo que para muitas delas eu não tenho nem esboço de respostas. De todo modo há também propostas, em particular para como se encaminhar a parte da discussão apresentada que se refere ao novo comitê. Tenho defendido junto à comunidade de Educação, tanto no encontro regional da ANPED, realizado em Marilia, SP, em maio de 2001, quanto na recente reunião do Forum de coordenadores de programas de Educação, que é necessário que seja intensificado um diálogo com o comitê experimental, independentemente do que venha a acontecer com esse comitê. Recentemente esse forum (reunindo em torno de 50 coordenadores) aprovou a sugestão, apresentada por mim, de que a diretoria da ANPED estabelecesse diálogos com o representante do novo comitê, Marcos Moreira, com o novo representante da área de Educação (em processo final de escolha), com entidades como a SBEM e com os setores educacionais de sociedades como a SBQ e SBF. Um seminário

fechado foi proposto para que se desse início a esse processo. É necessário que incentivemos esse tipo de articulação. Sugerimos, para início desse debate, que questões como as que se seguem fossem discutidas:

a) até o ano passado havia uma relação biunívoca entre o comitê de educação e a ANPED. Agora temos dois comitês, um deles experimental, que avaliam programas e projetos de pesquisadores da Educação. Como deve ser a relação da ANPED com esse novo comitê? Deveria a ANPED recuperar o espaço perdido de indicar três membros para esse comitê?
b) Esse comitê, ao que tudo indica, foi criado para viabilizar, entre outras propostas, os mestrados profissionais na área de Educação. Como enfrentar essa questão, de fora ou de dentro do comitê?
c) Como deve o Fórum de coordenadores se relacionar com esse comitê, visto que pode haver, ou já há, sócios institucionais da ANPED que passem a ser avaliados por esse novo comitê?
d) O novo comitê é experimental, com duração de um ano. Como deve a ANPED, com sua ampla experiência em avaliação, particiapr do processo de definição de sua permanência ou não?
e) Será que a ANPED, enquanto instituição (diretoria, Fórum etc..) e a área de Educação (excluída a parte que optou pelo novo comitê), está dando a devida importância ao que pode significar os desdobramentos desse novo comitê?
f) Considerando que os colegas, programas e projetos envolvidos com o comitê "ensino de. . " são da área de Educação e alguns são membros da ANPED, não seria importante convidar o representante desse novo comitê para discutir as questões acima, dentre outras, em fóruns como as reuniões anuais da ANPED?

É possível que perguntas como as acima levarão a área da Educação a entender o que está se passando em termos de política educacional com a criação do novo comitê. Espero, também, que as perguntas que estiveram presente ao longo do texto como um todo levem a comunidade de Educação Matemática a refletir sobre o que quer, para onde quer ir, sem ser arrastada pela idéia do "quanto mais melhor".

O IMPACTO DAS PESQUISAS EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA EM SALA DE AULA

Saddo Ag Almouloud
PUC/SP

A Didática da Matemática, que se desenvolveu a partir dos anos de 1970 no contexto marcado pela reforma da Matemática Moderna e pelo sucesso das teorias psicológicas de Piaget sobre o desenvolvimento da inteligência e a aquisição de conceitos fundamentais, insistiu, em primeiro lugar, sobre os problemas de ensino dos conceitos matemáticos em razão das exigências próprias ao saber matemático.

O estudo das representações dos alunos foi feito inicialmente na perspectiva piagetiana. Para a análise dos conteúdos matemáticos a ensinar, recorreu-se à análise epistemológica e histórica. A intervenção dos professores foi analisada, em primeiro lugar, em relação ao que o professor deveria introduzir e à maneira de introduzi-lo para a aquisição, pelos alunos, levando em consideração suas ***representações***. Mas, pesquisadores da área mostraram que não se deve unicamente limitar-se ao nível da classe para estudar o ensino; é preciso levar em consideração a organização do sistema educativo (programas, currículo, material pedagógico – livros didáticos... -, horários...) no qual a classe existe.

Os avanços das pesquisas em Educação, em particular em Educação Matemática conduziram a levar em consideração a existência de uma diferença entre a matemática que se pode ensinar na escola e a matemática tal como ela é entendida e praticada pelos matemáticos em nível da pesquisa (***transposição didática***)

Por sua posição social e sua formação, sua experiência profissional, o professor se apóia num conjunto de concepções sobre seu trabalho, sua disciplina, o ato pedagógico e as capacidades dos alunos.

A Didática, como ciência, não é caracterizada somente pelo fato de propor um projeto de estudo científico dos problemas de ensino da matemática. No início, os estudos didáticos consistem em tomar como primeiro objeto a estudar (a questionar, a modelizar e a problematizar segundo as regras da atividade científica), essencialmente o saber matemático, bem como a atividade matemática, não se preocupando com o aprendiz nem com o professor. Para explicar os fatos do ensino, a didática postulava que o "mistério" está na matemática e não nos sujeitos que devem aprender ou ensinar a matemática.

A abordagem clássica estuda os problemas de transmissão e de aquisição de noções matemáticas supostamente dadas, isto é, transparentes, não tematizadas pelo pesquisador. A problematização parecia se situar essencialmente ao lado dos aprendizes ou dos professores, no que diz respeito às suas capacidades cognitivas, suas concepções e preconcepções.

Nesse paradigma que dominava os estudos didáticos, pode-se considerar, (Chevallard e Bosch, 1999) que o projeto inaugurado pela teoria das situações criou uma *primeira ruptura* pondo a *matemática como a essência dos fenômenos didáticos*. O desejo de elaborar uma ciência desses fenômenos constitui então a *segunda ruptura*, que conduz a explicitar os modelos utilizados para os submeter às leis de uma verdadeira "epistemologia experimental".

Salientamos, enfim, que, em relação ao ponto de vista clássico sobre o saber matemático, a teoria das situações traz ainda uma nova ruptura epistemológica fundamental. Ela supõe, de fato, que os *conhecimentos matemáticos só podem ser compreendidos através das atividades que eles permitem realizar, então, os problemas que permitem resolver*. A matemática é, antes de tudo, uma *atividade que se realiza em situação e contra um meio*. Além disso, trata-se de uma atividade *estruturada*, na qual se pode destacar diferentes fases: ação, formulação e validação, bem como a devolução e a institucionalização.

Nesse sentido, a noção de *transposição didática*, deve ser interpretada como desenvolvendo a dupla ruptura epistemológica provocada pela teoria das situações, pois a noção

de transposição didática mostra que o *saber matemático (saber científico, ensinado ou a ensinar) está no centro de toda problematização didática*. A conseqüência desse fato é que esse saber jamais pode ser considerado algo inquestionável e que as pesquisas em Didática da Matemática serão condicionadas pelo tipo de modelização da matemática escolhida.

Nessa visão, a prioridade é dada à organização própria das noções científicas a adquirir. O trabalho de aprendizagem não vai mais ser encarado em nível do sujeito como sistemas autônomos de funcionamentos, mas em nível de um grupo de sujeitos e de interações entre sujeitos num grupo.

Essa teorização é caracterizada pela importância dada à noção de obstáculo e mais particularmente de obstáculo epistemológico e pela importância dada à noção de conflito sociocognitivo.

A noção prévia para bem compreender o construtivismo didático é a de "situação" ou exatamente de "conjunto de situações" que o professor deve organizar para permitir uma aprendizagem:

A descrição dessa nova abordagem apóia-se sobre os seguintes pontos:

- a aquisição de um novo conhecimento é inteiramente subordinada ao fato de que o sujeito se encontra colocado numa situação-problema que motiva objetivamente esse novo conhecimento a adquirir porque é a solução da situação-problema;
- o processo de aquisição tornou-se quase equivalente à resolução de situações-problema postas; isto é, a descoberta da insuficiência do que se pensava ser competência;
- a noção de conflito sociocognitivo se refere ao papel que as interações sociais podem ter no desenvolvimento intelectual, bem como no progresso dos conhecimentos;

Essa perspectiva retoma, em grande parte, o esquema desestabilização/reconstrução do construtivismo de Piaget. Mas aqui são as *interações sociais* entre alunos que devem permitir provocar ou ampliar a desestabilização necessária para a aquisição de um novo conhecimento por reconstrução. Concretamente, tem-se a idéia de que *a contradição* existente entre duas declarações, entre duas explicações ou entre duas estratégias *é mais facilmente percebida quando surge através de desacordo entre dois indivíduos no curso de um debate* que num trabalho individual.

O construtivismo didático dá ênfase à dimensão social e, em um nível menor, à dimensão histórica, na aquisição dos conhecimentos. Os processos de aquisição dos conhecimentos não são mais encarados em nível dos sujeitos individuais, mas em nível da classe: a aquisição deve resultar de um processo de adaptação dos sujeitos às situações que o mestre organizou e nas quais as interações com os outros alunos vão ter um papel importante. Por esse fato, o construtivismo didático coloca uma questão que ainda não está resolvida: qual é, afinal de conta, a instância (lugar, estrutura, autoridade) onde se efetua realmente a aquisição dos conhecimentos: o aluno como sujeito individual ou a classe?

Segundo Chevallard e Bosch (1999), a Didática da Matemática vista no campo da antropologia do conhecimento (ou antropologia cognitiva) considera o seguinte: *tudo é objeto*, fazendo a distinção dos tipos de objetos particulares: *as instituições, os indivíduos e as posições* que os indivíduos ocupam nas instituições

O *conhecimento* - e o *saber* sendo uma certa *forma de organização de conhecimentos*- entra então em jogo com a noção de "rapport"(relação): um objeto existe se ele tem um "rapport" (ou está relacionado com) com esse objeto. A noção de "rapport" trata das práticas sociais que se realizam na instituição e que envolvem o objeto em questão.

O problema da "natureza" dos objetos matemáticos e o de seu funcionamento na atividade matemática, conduziram Bosch e Chevallard (Bosch M. Chevallard, I., 1999) a estabelecer uma dicotomia fundamental distinguindo dois tipos de objetos: os objetos *ostensivos*, e os objetos *não-ostensivos*. Fala-se de *objetos ostensivos*, para se referir a todo objeto que tenha uma natureza sensível, uma certa materialidade, e que, desse fato, adquira para o sujeito uma realidade perceptível. Os objetos *não-ostensivos* são então todos esses "objetos" que, como as idéias, as instituições ou os conceitos, existem institucionalmente sem que, no entanto, eles estejam vistos, ditos, escutados, percebidos ou mostrados por conta própria. Eles só podem ser evocados (interpretados) ou invocados pela manipulação adequada de certos objetos ostensivos associados (uma palavra, uma frase, um gráfico, uma escrita, um gesto, ou todo um discurso). Assim os objetos "função" e "primitiva de uma função" são objetos não ostensivos que se aprende a identificar e a ativar por meio de certas expressões faladas ou escritas e gráficos colocados em jogo nas práticas e nas situações específicas. Ostensivos e não-ostensivos são objetos *institucionais* cuja existência não depende da atividade de uma única pessoa.

A contribuição essencial da teorização de Yves Chevallard situa-se no fato de que um objeto ostensivo é considerado, em primeiro lugar, como *instrumento* possível da atividade humana, isto é, como uma entidade que permite, em associação com outros, levar adiante uma tarefa. Assim, é reconhecido ao objeto ostensivo o que Chevallard chama de *valência instrumental*, ou *instrumentalidade*.

A "ostensividade" de um objeto lhe permite de fato funcionar como *signo*, ou, de preferência, como *significante* de outros objetos: a notação √ , a expressão "raiz quadrada" e uma certa representação gráfica num plano cartesiano dizem respeito a esse objeto não-ostensivo que é a raiz quadra (ou a função raiz quadrada). Para designar esse funcionamento do objeto ostensivo como signo, os autores falam da *valência semiótica* ou da *semioticidade* dos objetos ostensivos.

Descrever a atividade do professor é um projeto de pesquisa ambicioso, pois a atividade do professor é complexa. Vários pesquisadores estão analisando os conhecimentos do professor, o modo do qual podem ser identificados por um pesquisador, e a evolução possível desses conhecimentos na atividade profissional do professor. Um tema ainda em discussão trata das "*Rotinas" e "regulação" nas práticas do professor.* Este tema coloca questões relacionadas à compreensão do trabalho do professor, suas lógicas de ação e de seu sistema de decisão que orienta sua ação. Faz-se a hipótese que as "rotinas" (11ª École d'Été de Didactique des Mathématiques, Corps, agosto 2001) profissionais e os sistemas de suas inter-regulações, consideradas como tipo de ação didática no sistema de transmissão escolar dos saberes constituídos em disciplinas, permitem evidenciar a estabilidade de certas práticas.

Bibliografia

BOSCH, M. & CHEVALLARD, Y.(1999). La sensibilité de l'activité mathématique aux ostensifs. Objet d'étude e problematique. *Recherches en Didactique des Mathématiques.* Grenoble: La Pensée Sauvage-Éditions, v.19, n°1, p.77-124.

BROUSSEAU, G.(1975). *Etude de l'influence des conditions de validation sur l'apprentissage de un algorithme.* Bordeaux: IREM de Bordeaux.

BROUSSEAU, G., (1982). Les objets de la didactiques des mathématiques – Ingénierie didactique. *Actes de la deuxième École d'été de didactique des mathématiques.* Orléans: IREM d'Orléans, p.10-60.

BROUSSEAU, G., (1986). Fondements et méthodoes de la didactique des mathématiques. *Recherches en Didactique des Mathématiques.* Grenoble: La Pensée Sauvage-Éditions, v.7, n°2, p.33-115.

CASTORINA, J. A., LERNER, E., F. D., de OLIVEIRA, M. K.(1998). *Piaget-Vygotsky, novas contribuições para o debate.* 5ª ed. São Paulo: Editora Ática.

CHEVALLARD, Y., JOHSUA, M. A., (1982).Un exemple de la transposition didactique : la notion de distance. *Recherches en Didactique des Mathématiques.* Grenoble: La Pensée Sauvage-Éditions, v. 3, n. 1, p.159-239.

CHEVALLARD, Y., JOHSUA, M. A., (1991. *La transposition didactique.* Grenoble: La Pensée Sauvage-Éditions.

CHEVALLARD, Y.(1992). Concepts fondamentaux de la didactique: perspectives apportées par une approche anthropologique. *Recherches en Didactique des Mathématiques.* Grenoble: La Pensée Sauvage, v. 12.1, p.73-112.

DUVAL, R.(1995). *Semios et pensée humaine.* Peter Lang.

DUVAL, R.(1999). *L'analyse cognitive du fonctionnement de la pensée et de l'activité mathématique: cours sur les apprentissages intellectuels donné à la PUC/SP*

PERRIN-GLORIAN, M.J. (1994). Théorie des situations didactiques: naissance, développement, perspectives, *in* Artigue, M. & al. (org.) Vingt ans de didactique des mathématiques en France. *Recherches en Didactiques des Mathématiques.* Grenoble: La Pensée Sauvage-Editions, p.96-147.

PIAGET, J. (1964). *Six études de psychologie*, ed. Denoel.

PIAGET, J. (1977). *Problèmes de psychologie génétique et mes idées*, ed. Denoel-Gonthier.

EDUCAÇÃO MATEMÁTICA:
REALIZAÇÕES, AVANÇOS E PERSPECTIVAS

POR UBIRATAN D'AMBROSIO

A matemática nas escolas.

O ensino da matemática nos sistemas escolares geralmente se justifica por dois grandes objetivos:

- preparar o indivíduo para a cidadania;
- servir de base para uma carreira em ciência e tecnologia.

Eu acrescento mais um:

- estimular a criatividade.

Todos esses objetivos são igualmente necessários e são, obviamente, vinculados. Todos devem contemplar o conhecimento matemático atual, e devem ser examinados nas suas dimensões cultural, social, política e econômica. Tem havido muitos estudos sobre essas dimensões.

As ações para se responder a esses objetivos muitas vezes contestam o ensino tradicional. O rendimento é cada vez mais baixo. Em conseqüência, se organiza uma grande reação por parte de matemáticos, pais, administradores e, mesmo, professores e alunos, que procuram um bode expiatório para os resultados desastrosos. Invariavelmente, dizem que os culpados são os professores e os alunos.

Curiosamente, nonguém pergunta sobre o que se está estudando, isto é, os conteúdos matemáticos. Parece haver uma rejeição a uma análise da natureza do que se está ensinando. É provável, e assim creio, que o desacerto esteja não com o professor ou com o aluno, mas sim com o conteúdo que se pretende ensinar. A matemática que vem dominando os programas é, em grande parte, desinteressante, obsoleta e inútil para as gerações atuais.

Desmistificar a matemática.

A Educação para todos é um ideal de toda sociedade. Temos que dar a todas as crianças as mesmas oportunidades de acesso. A escola deve ser um instrumento para se contrapor ao desequilíbrio e às iniqüidades sociais, que são intrínsecos ao modelo de sociedade e economia da civilização moderna.

Isso é particularmente notado no caso da matemática. Há uma grande necessidade de termos a matemática atual, parte integrante da civilização moderna, ser acessível a todos. Se os Educadores Matemáticos não assumirem a desmistificação de seu ensino, este será feito por outros profissionais e a matemática perderá seu caráter de disciplina autônoma no currículo do futuro.
Essa necessidade é evidente na vida profissional. Aceitar que haja uma matemática essencial para o sistema de produção, mas que seja inacessível para aqueles que produzem, é um dos principais fatores de desigualdade social. A mistificação da matemática e, portanto, dos sistemas de produção, foi algo reconhecido já no início do século. O Cálculo merece uma referência especial, pois se tornou, para as carreiras científicas e tecnológicas, algo equivalente ao *pons asinorum* da Grécia Clássica.

Deve-se observar que uma preocupação com cursos de cálculo "rigorosos" dominou o ensino universitário de matemática no final do século XIX. É quando surgiram os grandes tratados de Cálculo. O livro de Camille Jordan tornou-se quase um padrão. Quando foi necessário um curso de

Cálculo mais rápido, mais voltado para a prática, surgiram livros como o de Granville. Pouco a pouco, o conceitual foi sendo abandonado e os cursos e livros de Cálculo serviam apenas para tirocínio, na verdade como elenco de exercícios. Ainda nos encontramos nessa fase.

Um livro notável, publicado em 1910, procurou desmistificar o cálculo. Seu autor, Silvanus P. Thompson, um prestigioso engenheiro inglês, diz no Epílogo do livro:

> "Pode-se ter certeza que quando este tratado *Calculus Made Easy [Cálculo Tornado Fácil]* cair nas mãos de matemáticos profissionais, eles (se não forem muito preguiçosos) se levantarão como um só homem, e dirão que o livro é péssimo. ... Uma outra coisa aqueles que se dizem matemáticos dirão sobre esse livro inteiramente ruim e pernicioso: a razão pelo qual ele é *tão fácil* é porque o autor deixou de lado todas as coisas que realmente são difíceis. E o fato chocante sobre essa acusação é que – *é verdade!* Essa é de fato a razão porque esse livro foi escrito – escrito para uma legião de inocentes que já foram desencorajados de adquirir os elementos do cálculo pela maneira estúpida como seu ensino é quase sempre apresentado. Qualquer assunto pode se tornar repulsivo se for apresentado destacando as suas dificuldades.

O princípio que Silvanus P. Thompson defende é que ninguém ensina gramática para uma criança que não fala fluentemente. E não se impede uma pessoa que não sabe fazer um relógio de usá-lo. Essa é a pedagogia da desmistificação, que muitos chamam de ingênua. A estratégia é familiarizar o aprendiz com as idéias, ilustradas por exemplos simples. Em pouco mais de 200 páginas, o livro explica os principais conceitos do cálculo.

Familiarizar o aprendiz, reforçar sua auto-estima, criar confiança nas suas habilidades, podem ser excelentes instrumentos pedagógicos. Essa é a proposta de Carl Rogers, infelizmente pouco conhecida. Na mesma direção vai a proposta da Inteligência Emocional, de Daniel Goleman. Muitos matemáticos dizem "com matemática é diferente". Essa não é a posição de Hassler Whitney que, como muitos outros, procuraram trabalhar sobre o emocional da criança, estimulando a auto-confiança e a criatividade na Educação Matemática.
Com a disponibilidade de calculadoras, principalmente as calculadoras gráficas, o ensino de Cálculo pode mudar radicalmente de orientação. No entanto, algumas escolas ainda insistem em fazer calcular "rigorosamente" funções, limites, continuidade e etc. Não é de estranhar o desencanto cada vez maior dos alunos com a matemática. O mesmo se pode dizer sobre a Física, a Química e, praticamente, todas as disciplinas tradicionais.

O descaso para com os que gostam de matemática.

Os alunos estão aprendendo mal os programas tradicionais. Mas talvez isso seja o menos importante. Dão um jeito de passar e logo em seguida esquecem o desinteressante, obsoleto e inútil. O mais grave é que insistir no desinteressante, obsoleto e inútil esgota tempo e energia do aluno e gera desencanto e desilusão com aprender. Com isso, os alunos não estão aprendendo coisas realmente importantes nos cursos de matemática e os talentosos, que tem interesse pela matemática, sentem-se perdidos.

Richard P. Feynman, um dos mais destacados físicos do século, incorfomado com o pouco interesse dos alunos da Universidade de Berkeley, uma das melhores dos Estados Unidos, com a Física, resolveu desenhar um novo curso de Física. Indiretamente, essa experiência tornou-se um importante estudo sobre o ensino de matemática. No Prefácio, ele deixa claro que sua preocupação era com os alunos que são considerados os bons alunos, mas que são muitas vezes estragados e perdidos nos cursos tradicionais. Feynman diz:

"Eles [os alunos] tinham ouvido sobre quão interessante e desafiador é a Física — a teoria da relatividade, a mecânica quântica, e outras idéias modernos. No fim de dois anos do nosso curso anterior [tradicional], muitos se sentiam desencorajados pois realmente havia poucas idéias grandes, novas, modernas apresentadas para eles. Eles eram obrigados a estudar planos inclinados, eletrostática, e assim por diante, e depois de dois anos estavam absolutamente emburrados. O problema era se poderíamos ou não fazer um curso manter o entusiasmo dos alunos mais capazes e interessados.

Apesar das grandes dificuldades na implemetação do programa, sua conclusão é inteiramente favorável a esse enfoque inovador. O curso, visando os alunos mais capazes, era difícil e os resultados deram origem a importantes reflexões sobre educação. O próprio Feynman analisa as possíveis razões para as dificuldades e quais as conseqüências.

Essa experiência toca uma questão da maior importância, que é a educação dos mais interessados numa determinada área de conhecimento. Educação para todos é um ideal democrático e tem como objetivo maior evitar exclusões. Nenhum aluno pode se sentir marginalizado no processo educacional. Alguns têm interesse por matemática e a eles deve ser dado todo o espaço para crescer intelectualmente e satisfazer seu interesse. Outros estarão mais interessados em dançar. A eles deve ser dada a oportunidade de aprimorar sua dança. Obrigar o dançarino a gostar de matemático e o matemático a dançar torna a experiência educacional frustrante. O cuidado com o apoio aos talentosos, em qualquer área de comportamento e conhecimento, deve ser prioridade do sistema educacional. A proposta de Feynman vai nessa direção.

Uma distorção no pensamento moderno leva a crer que matemática é mais importante que dança, e valoriza o bom matemático sobre o bom dançarino. E faz com que a sociedade acredite que estará progredindo se os resultados nos testes de matemática forem melhores, mesmo que tenha anulado bons bailarinos. O cuidado com o atendimento às tendências de cada indivíduo é fundamental. A escola tem sido desastrado no tratar essa questão. Com um discurso equivocado de que a matemática escolar é essencial para todos, formulam-se testes padronizados e cria-se, assim, a figura do excluído.

Formação de professores.

Uma boa formação de professores, e o mesmo se dá com profissionais de todas as áreas, deve ter como resultado indivíduos que sejam alertas para os avanços científicos e tecnológicos. Isso é essencial para que as escolas de formação sobrevivam.

Lamentavelmente, as novas direções de desenvolvimento da matemática, e da própria cognição, são praticamente ignoradas na formação de professores.

Mikhail Gromov, do Institut des Hautes Études Scientifiques da França, um dos mais destacados matemáticos da atualidade, diz:

> "nós matemáticos muitas vezes temos pouca idéia sobre o que está se passando em ciência e engenharia, enquanto os cientistas experimentais e engenheiros muitas vezes não se apercebem das oportunidades oferecidas pelo progresso da matemática pura. Este perigoso desequilíbrio deve ser restaurado trazendo mais ciências para a educação dos matemáticos e expondo os futuros cientistas e engenheiros a matemática central. Isto requer novos currículos e um grande esforço de parte dos matemáticos para trazer as técnicas e idéias matemáticas fundamentais (principalmente aquelas desenvolvidas nas últimas décadas) a

> uma audiência maior. Necessitamos para isso a criação de uma nova geração de matemáticos profissionais capazes de trafegar entre matemática pura e ciência aplicada. A fertilização cruzada de idéias é crucial para a saúde tanto das ciências quanto da matemática.

Se isso é apontado na formação de cientistas profissionais, com mais razão é urgente nos cursos de licenciatura.

Destaco a frase "principalmente aquelas desenvolvidas nas últimas décadas". Isso inclui Calculadoras e Computadores, Matemática Discreta, Matrizes, Probabilidades e Estatística, Programação Linear e Dinâmica, Pesquisa Operacional, Modelos, Matemática Experimental, Matemática Industrial, Fractais, Fuzzy, Caos. Muitos reclamam de falta de material didático em português sobre esses temas. Não é desculpa, pois há uma literatura crescente, e que será ampliada se houver demanda.

Destaquei a citação no parêntesis, pois esse é o ponto crucial. Quase todos os nossos currículos, em todos os graus de ensino, ignoram os avanços das últimas décadas. Com o argumento falso que é necessário uma base clássica para se entender o que é novo, tem se insistido numa pedagogia que eu chamo propedêutica, na qual se está, permanentemente, preparando para estudos seguintes.

Tendo em vista as novas tecnologias disponíveis na educação, é possível abandonar o caráter propedêutico e elaborar uma pedagogia baseada na recuperação de informação. Eu sou favorável a uma pedagogia semelhante ao que os pós-modernistas chamam desconstrução na análise literária, onde se deixa a mente brincar com pressuposições e intertextualidade.

Isso é possível em matemática. Um exemplo instigante é o curso de Física lecionado por Feynman, mencionado acima. O seu curso básico, para calouros da universidade, dispensa pré-requisitos matemáticos.

A razão pela qual menciono essa experiência é para destacar que toda a matemática necessária é desenvolvida no próprio curso, sempre fazendo referência à razão porque tal e qual teoria surgiu. Uma matemática avançada vai sendo desenvolvida à medida que se faz necessária.

Mesmo tratando temas da chamada matemática pura, o enfoque desconstrucionista oferece inúmeras possibilidades. Por exemplo, trabalhar o teorema de Fermat. Esse é um bom exemplo, sob vários aspectos. Nenhum resultado matemático se tornou tão popularizado quanto o teorema de Fermat nesses últimos anos. Saiu em primeira página nos principais jornais. Talvez seja um dos problemas numéricos mais fáceis de serem formulados. E que pode manter crianças fazendo matemática como que brincando por algum tempo. Sobretudo tendo uma calculadora.

Com uma calculadora abrem-se inúmeras possibilidades de se fazer matemática criativa com temas clássicos. Não consigo entender por que razão a calculadora ainda não se incorporou integralmente às aulas de matemática.

O mesmo pode ser feito através de um novo enfoque à resolução de problemas. A modelagem é a melhor exemplo desse enfoque.

Representações da realidade e modelagem.

O ciclo de aquisição de conhecimento é deflagrado a partir da realidade, que é plena de fatos que informam o indivíduo. Este processa a informação e define motivações e estratégias para ação e essa ação vai modificar a realidade, estabelecendo assim um ciclo:

...realidade→indivíduo→ação→realidade...

A ação resulta de estratégias motivadas pela necessidade e/ou desejo que cada indivíduo tem de explicar, conhecer, entender, lidar, manejar, conviver com a realidade, e obviamente resulta do processamento da informação que o indivíduo dela recebeu.[2]

Como se dá esse processamento ainda é inexplicado e constitui um dos problemas mais fascinantes da ciência atual, que são os estudos da mente.

Os mecanismos de captação de informação são melhor conhecidos. Mas a informação é múltipla na sua natureza, variada no seu grau de precisão e acuidade, e extremamente complexa. O que normalmente se faz é selecionar algumas dessas informações e definir estratégia para ação a partir dessa seleção. Obviamente, estaremos considerando informações parciais, selecionadas a partir do que é efetivamente real.

Por exemplo, uma árvore é objeto de minha atenção. A árvore me fornece muitas informações: cor, cheiro, altura, quantidade de folhas, de galhos, grossura, dimensão global, forma e tantas outras. Mas eu posso decidir ignorar essa multiplicidade de informações e selecionar apenas dimensão global, forma e cor e só me ocupar de informações sobre esses fatos. Não estarei mais lidando com a árvore como um todo, mas com uma representação parcial, limitada, dessa árvore, ou, como também se costuma chamar, com um modelo da árvore. A mente opera sobre representações do real. A construção de modelos e a elaboração sobre eles é o que se chama modelagem.

Projetos e modelos matemáticos.

Uma metodologia que tem sido pouco utilizada em matemática é o trabalho com Projetos. Há dimensões de natureza social, cognitiva e epistemológica que me fazem recomendar o método de Projetos. Destaco a dimensão cooperativa ou social na elaboração do conhecimento, a busca permanente de direções novas, a interdisciplinaridade necessária, e o objetivo de se chegar a um resultado, mesmo que não seja o melhor e o final. Sempre há o que aprimorar. Isso esvazia a arrogância implícita no se chegar à resposta precisa, correta, final. A busca permanente exige uma atitude de humildade. O caminho para a paz, que deve ser o objetivo maior da educação, exige que se substitua a arrogância da certeza pela humildade da busca permanente. Matemática tem tudo a ver com isso.

No método de Projetos, os modelos matemáticos, que utilizam informações descritas em termos matemáticos, usando representações numéricas e geométricas, são muito importantes.

Observe-se a ponte entre modelagem e resolução de problemas. Os problemas, como são geralmente tratados, são proposições sobre as representações e não sobre o fato real. Naturalmente, as representações são resultado de uma ação de quem primeiro recebeu informação da realidade, portanto subjetivas. E recebeu, na etapa de representação, os fatores de limitação que inserem o problema no contexto da disciplina.

[2] Isso é discutido no meu livro *Da Realidade à Ação. Reflexões sobre Educação (e) Matemática*, Summus Editorial, São Paulo, 1998.

Na aula de matemática, ao se falar em resolução de problemas, o que não se traduz em parâmetros matemáticos não é sequer considerado. Ao propor o problema em sala de aula o professor estará incorporando a "sua" representação do fato real usando linguagem matemática e, portanto, estará trabalhando "numa abstração" para o aluno. É muito importante que essa abstração, usando terminologia matemática, não desligue o aluno da realidade. Isso nos levou a conceituar, num estudo sobre resolução de problemas, "situações ou problemas realmente reais [really real situations or problems]" como sendo aqueles que se referem à realidade do aluno.

Por exemplo, um problema sobre "ir à feira comprar maçãs" para uma criança que jamais ferrou os dentes numa maçã, mas só come bananas, não pode ser bem conduzido. Provavelmente a criança se sairá melhor se o problema for formulado em termos de bananas. Sugestão para o professor em sala de aula: formule um projeto de pesquisa para verificar essa minha asserção.

Na verdade, a denominação modelo deveria estar reservada ao artefato que se obtém no final, isto é, a representação operacional. Por exemplo, ao se fazer um aviãozinho de varetas, a planta sobre a qual se trabalha não é o aeromodelo. Ele só o será quando estiver em operação como se fora um avião. Construir aeromodelos é o processo de se fazer e analisar uma representação, e de se construir e fazer funcionar o modelo. A modelagem, como eu a entendo, deveria contemplar o processo completo, sobretudo nos cursos mais elementares. Conduz a artefatos operacionais (tecnologia), a artefatos contemplativos (arte), e a mentefatos (teorias).

Por exemplo, uma igreja é um modelo de templo -- cultos que tem origem em ambientes místicos naturais -- enquanto a igreja como prédio, elemento arquitetônico, é um modelo de natureza artística e matemática. Todos esses aspectos, o místico, o artístico e o matemático, estão interligados na construção de uma igreja e dão origem a modelos teóricos. Por exemplo, a Geometria Euclidiana, é um modelo teórico.

Uma vez construído o modelo, passamos a tratá-lo como um sistema em si. Naturalmente, são sistemas muito mais simples que os fatos originais que provocaram a representação sobre a qual construímos o modelo. Estaremos lidando com as várias partes, com os componentes desse sistema, e igualmente com as relações entre esses componentes. A ação se exerce sobre esse sistema, sobre o modelo. Essa ação poderá ser de natureza a mais diversa. Posso analisar esse sistema, modelo da árvore, com um instrumental matemático, ou físico, ou mesmo interdisciplinar. Naturalmente a ação resultante terá limitações e mesmo poderá ir se afastando da realidade.

No exemplo acima, a árvore como um todo é um sistema muito mais complexo que o modelo adotado para analisar a árvore. Naturalmente, se quisermos informações sobre a árvore obtidas através do modelo, a cada instante será necessário verificar se não nos perdemos com o modelo, que pelas limitações impostas a ele pode cair num contexto abstrato, distinto da realidade.

Algumas vezes o objetivo é mesmo perder-se em fantasia e ficção, afastar-se da realidade, o que é muito válido e que é o mais comum nas artes. Mas outras vezes é muito importante nos mantermos próximos à vida, ao real, e faz-se necessário verificar, com freqüência, se o modelo está se comportando de acordo com a realidade. Esse é o caso dos chamados modelos matemáticos, já mencionados acima. Esses são caracterizados pela natureza dos parâmetros que se escolhem, que devem ser parâmetros quantificáveis e sujeitos a um tratamento matemático.

A modelagem está mais desenvolvida como modelagem matemática e deveria ser amplamente introduzida nos currículos. Há vários livros, em português, tratando da modelagem no ensino.[3]

Um exemplo de como isso pode ser feito nos cursos dos mais elementares aos mais avançados é a utilização de plantas e mapas.[4] Mapear o trajeto da casa para a escola, o bairro, a cidade, dão excelentes oportunidades de trabalhar com quantificações de espaços. Não vejo outro exemplo tão simples para trabalhar espaço e tempo, medidas e operações aritméticas. Sobretudo tendo uma calculadora. Além disso, cria oportunidade de discutir questões de natureza cultural, social, política e econômica.

A modelagem, além de contribuir para a ciência exatas, físicas e naturais e para a tecnologia, também abriu novos horizontes para o estudo das ciências da cognição. Hoje as ciências da cognição, que consideram o ser humano um processador de informação de um tipo muito especial, devem ser a versão moderna do que eram as chamadas teorias da aprendizagem. Essas ciências da cognição incluem elementos de psicologia, ciência da computação, particularmente inteligência artificial, lingüística, filosofia, fisiologia e muito mais.[5] A inteligência artificial vem se desenvolvendo rapidamente na busca do reconhecimento de parâmetros tais como emoções pelos computadores. Com isso, aumentam as possibilidades de modelagem, inclusive para o comportamento psico-emocional. Quando as nossas licenciaturas vão acordar para isso?

Conclusão.

O maior desafio é fazer uma matemática integrada no pensamento e no mundo moderno. A matemática é identificada, por muitos, como a espinha dorsal da civilização moderna. A urgência, sem o que não haverá futuro, é a obtenção de paz nas suas múltiplas dimensões: paz interior, paz social, paz ambiental e paz militar. Matemática tem tudo a ver com a busca de paz.

A renovação do ensino da matemática, e conseqüentemente a formação de professores, deve focalizar essa prioridade. A matemática estará preenchendo esses objetivos ao

- preparar o indivíduo para a cidadania;
- servir de base para uma carreira em ciência e tecnologia;
- estimular a criatividade.

Devemos partir para uma programação focalizando a aquisição de habilidade na utilização dos instrumentos comunicativos, analíticos e tecnológicos, intrínsecos ao conhecimento matemático, e não a simples transmissão de conteúdos, em sua maioria desinteressantes, obsoletos e inúteis. De outro maneira, a matemática poderá encontrar seu fim nos currículos escolares.

[3] Recomendo especialmente Maria Salett Biembengut e Nelson Hein: *Modelagem Matemática no Ensino*, Editora Contexto, São Paulo, 2000.
[4] Discuto esse tema no meu livro *Educação Matemática. Da Teoria à Prática*, Editora Papirus, Campinas, 1996.
[5] Veja o excelente artigo de F. R. Hickman: Formulation in Mathematical Modelling by Artificial Intelligence, *Mathematical Modelling Methodology, Models and Micros,* eds. J.S. Berry et al., Ellis Horwood Limited, Sussex, 1986; pp.261-286.

ARTIGOS DAS COMUNICAÇÕES ORAIS

UM BREVE HISTÓRICO SOBRE O PROCESSO DA CRIAÇÃO DAS UNIVERSIDADES CATÓLICAS BRASILEIRAS.

Adriana de Bortoli
Orientador: Marcos Vieira Teixeira
UNESP- Rio Claro

Nesse trabalho vamos explanar qual era a política que a Igreja Católica usava para a criação das Universidades Católicas.

Nosso objetivo aqui, é mostrar quando e como foram plantados os germes que vieram a ser as Universidades Católicas.

Para tanto vamos apontar qual era a ligação que a Igreja Católica tinha com a educação; também faremos uma apresentação cronológica no sentido em que foram criadas as Universidades Católicas.

Com relação à posição da Igreja Católica perante à educação acatamos as palavras de Barbosa (1999, p.60), na íntegra.

> "Para a Igreja, a educação sempre foi um valor. Essa constatação pode ser verificada em todos os documentos oficiais, que sempre reserva um espaço ao tema da educação, além dos documentos específicos: pontifícios, latino americano e caribenho e brasileiro. No entanto, apesar do discurso em prol das relações sociais, a universidade católica tem, em determinados momentos históricos, um comportamento empresarial".

O autor Sousa (1986, p.8) ao apontar a preocupação da Igreja para com a Universidade, diz que a igreja tem o direito institucional de possuir, manter, disseminar, desenvolver e orientar as que ela se vinculam confessionalmente. Tem, em conseqüência o dever correspondente de exigir delas submissão e fidelidade em tudo aquilo que expressem, substantiva ou adjetivamente, essa vinculação.

A idealização da Universidade Católica brasileira foi discutida e planejada em vários congressos ocorridos no Brasil desde o fim do século XIX e início do século XX, e pelo que nos parece a Igreja não tinha apenas preocupações com a educação, mas também pensava na fundação da Universidade Católica como uma forma de difundir a religião. Percebemos tal fato ao ler a obra *Direito Civil Eclesiástico Brazileiro* do Senador Cândido Mendes de Almeida (1864), onde ele se refere a criação da Universidade Católica do Brasil da seguinte forma: " É este a nosso ver o meio mais poderoso de manter puro o ensino católico, de combater com eficácia a indiferença religiosa senão o ateísmo dos governos que, na organização dos estudos sob sua direção e auxílio, não duvidam sacrificar aquele ensino", (Casali, 1995, p.101).

Como já foi falado anteriormente ocorreram no fim do século XIX e início do século XX, vários concílios e congressos católicos brasileiros. E como conclusão do Concílio Plenário Latino-Americano, ficou estabelecido de forma consensual que se instalassem Universidades verdadeiramente católicas e que, se isso não pudesse ser realizado imediatamente, que ao menos se preparassem os meios para tal, segundo Casali (1995, p.101).

De acordo com esse autor no Brasil ocorreu o primeiro Congresso Católico na cidade de Salvador (BA) de 3 a 10 de junho de 1900 , onde houve uma seção de Educação e Instrução, e como resultados dos trabalhos apresentados nessa seção teve-se as várias proposições aprovadas e uma delas era: "fundar estabelecimentos de ensino secundário e superior".

Casali fala da evidente preocupação da Igreja Católica com a educação mostrada em outros congressos de mesma procedência e destaca que até aconteceu no Rio de Janeiro em 30 de maio de 1934 o primeiro congresso católico de educação, e este teve como um dos itens submetidos à aprovação do Plenário "à criação da Universidade Católica".

Nesses congressos e concílios falavam-se na hipótese de que as universidades católicas que seriam futuramente instaladas no Brasil seguissem o modelo das universidades católicas da Bélgica e Irlanda (Casali, 1995, p.101).

Já em 1932 havia sido criado o Instituto Católico de Estudos Superiores (ICES) no Rio de Janeiro onde foi mostrado claramente a ideologia católica que emergia naquele momento: o idealismo e o elitismo.

Mas, segundo Moura (1978, p.57), para a criação dessa Universidade tiveram-se como diretrizes gerais os modelos do Rio de Janeiro, centro político e cultural que justamente atraia para si as vistas dos diversos Estados da Federação. Segundo o autor, a unidade de pensamento e de ação dos católicos foi uma das características daquele período. Mas, em cada Estado este pensamento sofreu modificações de acordo com as circunstâncias locais.

A primeira Universidade Católica brasileira foi a do Rio de Janeiro (RJ), instituída desde 1938 pelo então Cardeal D. Sebastião Leme. O Rio de janeiro já contava com a preocupação da igreja para com a educação, sendo assim existia no Rio, anterior a 1922 escolas católicas fundadas por jesuítas, tanto que em 1932 foi fundado no Rio de Janeiro o Instituto Católico de Estudos Superiores.

A segunda Universidade Católica brasileira foi a de São Paulo, fundada em 13 de agosto de 1946, à partir da junção da Faculdade de Filosofia e Letras São Bento fundada a 22 de julho de 1908 e com a Faculdade Paulista de Direito fundada a 10 de outubro de 1945. O título de Pontifícia foi concedido pelo Papa Pio X no ano de 1947. A unidade da Universidade Católica nasceu num momento de significativas mudanças na vida brasileira e da vontade política da comunidade católica de participar da construção de uma sociedade justa e fraterna.

A terceira Universidade Católica brasileira foi a de Porto Alegre (RS) criada em 1948. O embrião da PUCRS, o curso superior de Administração e Finanças nasceu em 15 de março de 1931 e logo mais deu origem a Faculdade de Ciências Políticas e Econômicas. A escola de serviço social surgiu em março de 1945 com a necessidade de um melhor atendimento da sociedade e da Igreja Católica, já que o mundo vivenciava o final da segunda guerra mundial, e com a necessidade de criar leis surgiu a Faculdade de Direito em janeiro de 1947. O próximo projeto foi inaugurar a Faculdade de Educação Ciências e Letras, fato que aconteceu em 1940. A idéia de criar uma Universidade tomou corpo à partir da criação das quatro faculdades mencionadas anteriormente. Um decreto assinado em 9 de novembro de 1948 pelo presidente Eurico Gaspar Dutra deu origem a Universidade Católica do Rio Grande do Sul que recebeu o título de Pontifícia em 7 de março de 1951.

A quarta Universidade Católica brasileira foi a de Recife (PE), foi criada a 27 de setembro de 1951 e reconhecida pelo governo federal a 18 de janeiro de 1952. Originou-se da primeira Escola Superior da região, a Faculdade de Filosofia Ciências e Letras Manoel da Nóbrega. Recife assim como o Rio de Janeiro possuía escolas católicas que foram fundadas por jesuítas.

A quinta Universidade Católica brasileira foi a de Pelotas (RS), criada em 1953 pelo então bispo titular da diocese Dom Antônio Zàttera. Iniciou suas atividades com cinco cursos: Filosofia, Letras Clássicas, Letras Neolatinas, Letras Anglo-Germânicas e Geografia e História. Tais cursos foram reconhecidos por meio do Decreto nº 38.308, de 14 de dezembro de 1955, publicado no Diário Oficial da União no dia 30 do mesmo mês e ano.

A sexta Universidade católica brasileira foi a de Santos, criada em 1954. Atualmente a ela pertence a maioria dos cursos: Letras, Pedagogia, Filosofia, Matemática, Psicologia, Ciência da Computação, Ciências Biológicas, História, Geografia e Tradução.

A sétima Universidade católica brasileira foi a de Campinas. O início da história da PUCCAMP se dá no dia 07 de junho de 1941, com o nascimento da primeira unidade que mais tarde viria a compor a Universidade, a Faculdade de Filosofia Ciências e Letras que passou a ser Universidade Católica em 1955 e Pontifícia Universidade Católica em 1972, título que foi concedido pelo Papa Paulo VI.

A oitava Universidade católica brasileira foi a de Belo Horizonte (MG), que nasceu numa cidade de estudantes e intelectuais, no ano de 1958. Foi criada diante de uma população agitada por amplos debates políticos, cultural e religioso, afim de dar a essa juventude uma opção de Universidade comprometida com a saúde física e mental das pessoas, com o resgate dos pobres e com a justiça e os direitos fundamentais dos cidadãos. Somente em 1984 recebeu o título de Pontifícia.

A nona Universidade católica brasileira foi a de Curitiba (PR), criada em 14 de março de 1959 pelo então Arcebispo Metropolitano de Curitiba, Dom Manuel da Silveira Délboux. Foi constituída pelas seguintes unidades:

- Escola de serviço social (fundada em 1944);
- Faculdade de Filosofia Ciências e Letras de Curitiba (fundada em 1950);
- Escola de Enfermagem Madre Leóurie (fundada em 1953):
- Faculdade Católica de Direito do Paraná (fundada em 1956);
- Faculdade de Ciências Médias (fundada em 1956);
- Faculdade de Ciências Econômicas (fundada em 1957);
- Círculo de Estudos Bandeirantes (fundada em 1929).

Por ter prestado serviços meritórios à sociedade e à Igreja, foi elevada à condição de Pontifícia em 1983.

A décima Universidade católica brasileira foi a de Goiania (GO) (primeira instituição Universitária do Brasil central), criada a 17 de outubro de 1959. É um fruto gerado da semente plantada por Dom Emanuel de Oliveira desde 1948. Foi fundada por Dom Fernando Gomes do Santos a Sociedade Goiana de Cultura, entidade jurídica destinada a organização em manutenção da Universidade Católica de Goiás. Essa sociedade realizou três projetos: a criação da Faculdade de Direito, a consolidação jurídica e patrimonial da sociedade e a criação da Universidade. Foi reconhecida como entidade de Fins Filantrópicos pelo Conselho Nacional de Serviço Social em 20 de março de 1974 recredenciada em 20 de setembro de 1995, bem como entidade de Utilidade Pública em 27 de maio de 1992 por decreto ao Governo Federal.

A décima primeira Universidade Católica brasileira foi a de Salvador (BA), criada em 1961, resultado de ingentes esforços das respectivas Igrejas locais. Tinha como objetivo cristianizar as elites dirigentes. A Universidade foi composta por três categorias de instituições: as incorporadas , as agregadas e as complementares. No início as incorporadas eram: a Escola de Serviço Social da Bahia e a Faculdade Católica de Direito da Bahia; como agregadas: a Faculdade Católica de Filosofia da Bahia e a Escola Bahiana de Medicina e Saúde Pública.

A décima Segunda Universidade Católica brasileira foi a Universidade Católica Dom Bosco de Campo Grande(MS), criada em 1993. Teve início com a criação do primeiro Centro de Educação Superior do Estado de Mato Grosso, a Faculdade "Dom Aquino de Filosofia Ciências e Letras" em 1961. Posteriormente novas faculdades foram criadas: a Faculdade de Direito- FADIR em 1965; a Faculdade de Ciências Econômicas, Contáveis de Administração- FACECA, em 1970; a Faculdade de Serviço Social- FASSO, em 1972. A integração dessas faculdades deu origem as Faculdades Unidas Católicas de Mato Grosso- FUCMT sob o parecer nº 1.907/76 aprovado pelo Conselho Federal de Educação, na sessão Plenária de 06 de junho de 1965 que se transformou em Universidade Católica Dom Bosco em 27 de outubro de 1993.

A décima terceira Universidade Católica brasileira foi a de Brasília(DF), criada em 1994. Deu início às suas atividades em 1974 com a Faculdade de Ciências Sociais, com os cursos de Administração, Economia e Pedagogia. Tornou-se em 1983, as Faculdades Integradas Católica de Brasília e somente em 1994 foi reconhecida como Universidade Católica de Brasília- UCB pelo então Conselho Federal de Educação.

Bibliografia

Barbosa, V. **O Pensamento Católico e a Universidade**. Faculdade de Educação da Pontifícia Universidade Católica de Campinas, Campinas, 1999. Dissertação (Mestrado em Educação).

Casali, O. **Elite Intelectual e Restauração da Igreja**. Petrópolis. Editora Vozes, 1995.

Moura, O. **Idéias Católicas no Brasil (Direções do pensamento católico no Brasil no século XX)**. São Paulo. Editora Convívio, 1978.

Sartori, L.M. **Sugestões de base para uma estrutura geral de ação católica brasileira**. In: REB, vol XII, 1952, p.34-40.

Sousa, J.N. **Perspectivas Cristãs da Universidade**, vol 2, Salvador, 1986.

<http://www.puccamp.br/html>. Acesso em 29 de março de 2001.

Analisando o desempenho de alunos do Ensino Fundamental em Álgebra, com base em dados do SARESP

Alessandro Jacques Ribeiro
Orientadora :Profa Dra Tânia M M Campos
PUC/SP – UNIP

Resumo

Este trabalho preocupou-se em levantar, identificar e analisar os procedimentos e estratégias que os alunos das 8ªs séries do Ensino Fundamental utilizam para resolver questões de Álgebra Elementar. Com base em uma análise feita nos documentos do SARESP (Sistema de Avaliação do Rendimento Escolar do Estado de São Paulo), edição de 1.997, elaborados pela Secretaria Estadual de Educação, foram aplicadas as mesmas questões de Álgebra, que este exame trazia, em uma amostra de 20 alunos da Rede Pública Estadual de São Paulo. Num segundo momento, os alunos puderam trabalhar em pequenos grupos com a participação do pesquisador, na resolução de questões abertas semelhantes àquelas aplicadas na etapa anterior, o que proporcionou a oportunidade de produzir um material rico para as análises e conclusões desta pesquisa. Tomando como base os trabalhos de Kieran (1992) e Cortés & Kavafian (1999), foram apresentadas as análises feitas a respeito das estratégias utilizadas pelos alunos dessa amostra, buscando identificar possíveis causas para os erros mais freqüentes. Espera-se que este estudo possa trazer contribuições para os professores, no sentido de se pensar em novas abordagens de trabalho com este conteúdo matemático nas salas de aula.

Buscando identificar as razões para o insucesso revelado no desempenho dos alunos em Álgebra

Considerando que pesquisas em Educação Matemática podem oferecer contribuições para o aperfeiçoamento dos programas de avaliação, na medida que utilizem indicadores revelados por avaliações sistêmicas, como as do SARESP, e os tratem de forma mais detalhada, nossa pesquisa procura identificar como os alunos procedem e quais estratégias utilizam ao resolver as questões de Álgebra propostas no referido exame.

Partindo dos dados obtidos nos documentos preparados pela SEE, em relação ao SARESP/97, nossa preocupação com o ensino/aprendizagem da Álgebra, que já era para nós bastante pertinente, ganhou ainda mais força, pois pudemos levantar que a média dos alunos em Álgebra ficou em torno dos 39%, um pouco acima da média da prova de Matemática como um todo, porém, ainda muito baixo se levarmos em consideração o quanto esse campo da Matemática é explorado no Ensino Fundamental.

Levando-se em conta nossa experiência em sala de aula, decidimos buscar suporte em resultados de pesquisas nacionais e internacionais sobre o tema, o que nos motivou ainda mais a estudar, e tentar compreender, o "porquê " dos alunos cometerem, tão repetidamente, os mesmos erros quando estão estudando Álgebra.

Gostaríamos de apresentar o que se entende por aspecto estrutural e processual da Álgebra, recorrendo a Kieran (1992), para deixar claro como utilizaremos essa teoria nas análises dos resultados de nossa pesquisa.

Quando estamos nos referimos ao aspecto processual da Álgebra, estamos considerando as operações aritméticas que são realizadas com números e que produzirão como resultado também números. Podemos citar um exemplo para ilustrar. Se tomarmos a expressão algébrica $5x - 2y$ e substituirmos x e y por 3 e 5, respectivamente, o resultado será 5. Sendo assim, observamos que esse exemplo esconde uma falsa impressão de estar trabalhando com as estruturas da Álgebra, porém, ele ilustra uma perspetiva processual da Álgebra.

Por outro lado, ao nos referirmos ao aspecto estrutural da Álgebra estamos levando em conta um conjunto diferente de operações que serão levadas a efeito, não sobre os números, mas sim, sobre as expressões algébricas propriamente ditas.

Mais uma vez podemos citar um tipo de exercício que pode nos auxiliar na compreensão desta perspectiva. Se tomarmos a expressão algébrica $7z + 4w - z$, veremos que essa pode ser simplificada para $6z + 4w$, ou podemos ainda multiplicar a expressão por w, e teremos $6zw + 4w^2$. Nesse exemplo, vimos que os objetos que foram trabalhados foram as expressões algébricas e não alguma instância numérica. As operações que foram realizadas não são computacionais, além de que os resultados obtidos ainda continuaram sendo expressões algébricas.

Levando em conta os trabalhos de Kieran, pretendemos utilizar como pontos de vista de análise em nossos resultados, se o aluno é capaz de:

- tratar as representações simbólicas como objetos matemáticos;
- operar sobre as estruturas algébricas;
- modelar situações-problema em estruturas algébricas.

Fomos buscar suporte na literatura e encontramos em Cortés & Kavafian (1999), uma pesquisa que pôde nos auxiliar na classificação e em nossas constatações referentes à persistência de erros que ocorrem quando estamos trabalhando com Álgebra. Os erros são classificados em cinco categorias levando-se em conta, por parte dos autores, por um lado erros conceituais e por outro, erros gerados pela falta de atenção. As cinco categorias são:

- erros decorrentes da utilização do conceito de equação e incógnita;
- erros de transformações algébricas idênticas nos dois membros das equações;
- erros decorrentes da escolha da operação prioritária;
- erros na escrita de uma nova equação: falta de atenção;
- erros de cálculos numéricos.

Com todos esses indicadores em mãos, tentaremos por intermédio de nossa pesquisa, encontrar resposta para a seguinte questão: Quais estratégias os alunos utilizam para resolver questões de Álgebra Elementar como as que aparecem no SARESP/97?

Nossa pesquisa com um grupo de alunos, utilizando alguns dos itens sobre Álgebra, da avaliação do SARESP/1997

Aplicamos nossa pesquisa em 20 alunos de duas escolas estaduais da Diretoria de Ensino de Caieiras. O pesquisador solicitou aos professores das respectivas escolas, que escolhessem os alunos de forma aleatória, pois não seria interessante à pesquisa que fossem escolhidos alunos com desempenho diferenciado em Matemática.

Nossa pesquisa foi dividida em duas partes: na primeira delas, reaplicamos as questões de Álgebra do SARESP/97, organizando-as em forma de um teste. Para essa primeira etapa de nossa pesquisa, utilizamos quatro sessões de 60 minutos cada. Foi divulgado aos alunos pelo pesquisador, a necessidade e importância da justificativa pela escolha da alternativa assinalada. Durante aplicação do teste, o pesquisador deixou os alunos resolverem os exercícios individualmente, sem nenhuma interferência sua.

Na segunda etapa de nossa pesquisa, optamos, após os resultados obtidos na etapa anterior, por reaplicar as questões que haviam apresentado ou índices muito baixos, ou índices muito elevados de aproveitamento, ou ainda, aquelas que nos permitissem colher mais dados e obter maiores referências para nossas análises. Sendo assim, propusemo-lhes questões abertas, sem as alternativas, para que pudéssemos obter, mais claramente, os procedimentos e estratégias empregadas pelos alunos.

Essa etapa de nossa pesquisa contou com a presença de 18 dos 20 alunos que participaram anteriormente. Utilizamos oito sessões de 50 minutos cada, onde os alunos trabalharam em duplas ou trios. Outro diferencial da etapa anterior, foi o fato do pesquisador estar mais participativo com os alunos durante as sessões, com o intuito de deixar de lado o contexto de avaliação.

Para apresentarmos os resultados e análises feitas em nossa pesquisa, escolhemos a questão 4 da primeira etapa (teste), a qual nos motivou a incluir as questões 2 e 3 da segunda etapa (entrevista). As questões de número 2 e 3, da segunda etapa, são provenientes da questão 4 do instrumento da 1ª etapa. Elaboramos estas questões, com o intuito de verificar se os alunos compreendem o que significa um número ser solução de uma equação e o quanto eles dominam a técnica algébrica de resolução de equações de 1° grau.

Seguimos com a apresentação das questões.

4ª Questão (1ª etapa):

O número natural 3 é solução da equação:

a) $2x - 8 = 1$

b) $\frac{x+2}{3} = \frac{x}{5}$

c) $5(x - 1) = 2(x + 2)$

d) $\frac{x-1}{3} = \frac{2}{5}$

Essa questão pode ser classificada tanto como uma questão processual, se resolvida por meio da substituição do 3 (que consta no enunciado da questão) nas equações fornecidas nas alternativas, como estrutural, se resolvida cada equação separadamente e encontrada sua raiz.

Obtivemos um índice de 40 % de acertos entre nossos alunos, enquanto o alcançado no SARESP foi de 33%. Identificamos as seguintes estratégias:

- **Estratégia 1:** cinco alunos que acertaram, resolveram a questão encontrando as raízes das equações (aspecto estrutural), sendo que três deles, mesmo cometendo pequenos erros de cálculos, ainda assim assinalaram a alternativa correta;
- **Estratégia 2:** um aluno que acertou, resolveu a questão pela substituição do 3 nas equações dadas nas alternativas (aspecto processual);
- **Estratégia 3:** um aluno que acertou, resolveu a questão justificando da seguinte maneira: *"no caso x valeria 3 e o resultado da conta vale 3"*, aparentemente ele utilizou-se do aspecto estrutural da Álgebra, resolvendo a equação (**conta**) e encontrando o valor de **x**.

2ª Questão (2ª etapa):

O número 3 é solução da equação $\frac{x+2}{3} = \frac{x}{5}$?

Mostre como você chegou a essa resposta.

É possível identificar, ao menos duas estratégias de resolução para esta questão. A primeira delas, que podemos classificar como processual, recorreria à substituição do 3 no lugar da incógnita x, e a posterior verificação da conservação da igualdade. A segunda estratégia, que podemos classificar como estrutural, levaria em conta o desenvolvimento algébrico da equação e verificação se o valor encontrado para a incógnita era o mesmo apresentado no enunciado do problema.

Nesta questão, o índice de acertos entre as equipes foi 50%, contra 40% de acertos na questão original da primeira etapa da pesquisa. Vejamos o desenvolvimento de cada equipe:

- equipe 1:

Verificamos que os alunos dessa equipe, dominam a técnica algébrica de resolução de equação de 1° grau, porém não têm disponível, pelo menos de imediato, o conceito de um número ser solução de uma equação, pois ao serem questionados pelo pesquisador como eles poderiam iniciar a resolução desta questão, responderam rapidamente:

A: *"nós iremos resolver a equação, começando por encontrar o MMC e depois fazendo as contas"*

- equipe 2:

Iniciaram a resolução usando a substituição do 3 no lugar da incógnita, porém não tinham disponível o conceito um número ser solução de uma equação, quando o pesquisador questionou o porquê de iniciar a resolução por este modo, os alunos responderam:

A: "não sabemos e não conseguimos";

P: "mas por que substituíram o 3 no lugar do x?"

A: "para começar, mas daqui pra frente não sabemos mais."

Percebemos aqui a presença da quinta categoria de erros de Cortés & Kavafian (1999), ficando evidente que os alunos não sabem lidar com o cálculo numérico envolvendo frações.

- equipe 3:

Resolveu corretamente a questão utilizando o aspecto processual e respondeu ao pesquisador:

P: *"Como vocês vão resolver essa questão?"*

A: *"Vamos substituir o 3 no lugar do x, e ver se dá certo?"*

P: *"Como assim? Dar certo?"*

A: *"Se o 3 for solução, a conta vai dar certinho."*

Vemos que os alunos percebem que se o número é solução da equação, ele torna a sentença verdadeira.

- equipe 4:

Outra equipe que se utiliza do aspecto processual para resolver a questão e sabe o significado de um número ser solução de uma equação, pois respondeu:

P: *"Como vocês vão resolver a questão?"*

A: *"Vamos substituir o x pelo 3."*

P: *"Por que?"*

A: *"Para ver se a conta dá exata?"*

P: *"Como assim?"*

A: *"Se der certo a conta dos dois lados, o 3 é solução."*

- equipe 5:

Esta equipe utilizou o aspecto estrutural para a resolução da questão, porém, não terminou o desenvolvimento do exercício, pois concluiu que o "resultado" era solução. Vejamos os registros:

P: *"Por que vocês responderam sim à questão?"*

A: *"Porque resolvemos a equação e encontramos o valor de x."*

P: *"Encontram? E qual é?"*

A: *"É 3."*

Notamos que, além dos alunos não possuírem o conceito de um número ser solução de uma equação, também cometem erros que podemos encontrar em nossa embasamento teórico, como:

- erro do 4° tipo, pois omitem o sinal de – de um dos membros da igualdade;
- erro do 5° tipo, ao realizarem o cálculo mental "10/2", e verificarem que é 3, tornando verdadeira a pergunta do enunciado.

- equipes 6 e 7:

Estas equipes não conseguiram resolver a questão, pois não tinham disponível nem o conceito de um número ser solução de uma equação, porque não se utilizam da substituição do 3 no lugar do x, mesmo quando questionadas pelo pesquisador, se não tinha "nada que se poderia fazer com o 3"; nem o domínio da técnica de resolução de equação fracionária do 1° grau, respondem ao pesquisador, que não sabiam resolver equações desse tipo.

- equipe 8:

Resolveu corretamente a questão utilizando a substituição do 3 no lugar da incógnita e, conforme suas respostas, pudemos concluir que eles também dominam o conceito de um número ser solução de uma equação.

3ª Questão (2ª etapa):

Resolva a seguinte equação:

$5(x - 1) = 2(x + 2)$

Esta é uma equação estrutural, pois tem como objetivo verificar se o aluno é capaz de manipular corretamente as estruturas algébricas e encontrar a solução da equação. Nessa fase, o índice de acerto ficou em 75%, estando bem acima daquele obtido na primeira fase (40%), e também em relação a 3ª questão dessa fase (50%).

Acreditamos que, apesar do produto de fatores e da presença de incógnitas em ambos os membros da equação, este índice de acertos justifica-se pelo fato da questão ser simples. Todas as equipes iniciaram a resolução da questão, aplicando técnicas algébricas, contudo, é interessante observar os erros que algumas cometem durante seu desenvolvimento.

• equipe 2:

Observamos que os alunos cometem erros que, segundo nosso embasamento teórico, podem ser classificados em:

- erro por falta de atenção na passagem de uma equação a outra: 5x-5 = 2x+4 ; 5x+2x = 5+4 ; ...
- erro de cálculo numérico: 1/7 = 7

• equipe 8:

Verificamos que esta equipe resolveu corretamente a questão, mas por falta de atenção, ou por não imaginar que a equação ainda não havia sido concluída, não encontraram a solução, e ao ser questionada pelo pesquisador, respondeu:

P: *"Vocês já terminaram?"*
A: *"Sim, já sabemos qual é o valor de x."*
P: *"Já sabem? E qual é?"*
A: *"O x vale 3."*

Conclusões e considerações finais

1 - Resposta à nossa questão

Pudemos perceber em nossa pesquisa que os alunos utilizam-se tanto do aspecto estrutural como do processual em suas estratégias de resolução de questões de Álgebra como as que foram propostas a eles. Aparentemente, aqueles que possuem um maior grau de "amadurecimento" algébrico e uma certa familiarização com o manuseio das estruturas algébricas, recorrem e obtém mais sucesso com a utilização do aspecto estrutural, como Kieran também constatou em seu estudo, do que os demais. Contudo, esses mesmos alunos, em algumas situações quando a utilização do aspecto processual tornaria a resolução mais rápida e econômica, não o fazem, fato que seria interessante de ser investigado.

2 – Relação entre a prova do SARESP, a nossa pesquisa e o desempenho dos alunos

Pudemos perceber na primeira etapa de nossa pesquisa, em que apareciam questões fechadas, como ocorre em exames do tipo do SARESP, o desempenho dos alunos foi bastante insuficiente. Já na segunda etapa de nossa pesquisa, momento em que as questões eram abertas, realmente pudemos constatar que os resultados foram bem mais satisfatórios, aliado a isso, as questões abertas nos propiciaram melhores condições de levantar e analisar os procedimentos e estratégias utilizados por eles.

3 - Relação entre o tipo de ensino e o desempenho dos alunos

Detectamos a grande diferença que faz o tipo de ensino utilizado por nós e nossa postura em sala de aula, no resultado do desempenho dos alunos.

Afirmamos isso com uma relativa segurança, devido à metodologia que utilizamos na realização de nossa pesquisa, pois na primeira etapa, em que a situação de avaliação esteve bastante presente, e o pesquisador/professor não participou de maneira alguma das atividades, os resultados não foram muito diferentes em relação ao SARESP. Já na segunda etapa de nossa pesquisa, o quadro mudou e a situação tornou-se bem mais animadora, pois foi nesse momento que o pesquisador/professor iniciou sua participação ativa na aplicação das atividades, esclarecendo e intervindo em momentos onde as dúvidas começavam a surgir entre os alunos.

4 - Relação entre os erros identificados e seus efeitos no desempenho dos alunos

É importante conseguirmos identificar os erros cometidos pelos alunos e saber como o trabalho com estes erros podem fornecer-nos condições de intervir no desempenho deles, como destacam Cortés & Kavafian (1999) em seus trabalhos.

Em nossa pesquisa, percebemos o quanto estes aspectos destacados por eles em seus trabalhos são importantes, pois foi na segunda etapa de nossa pesquisa que o professor/pesquisador pôde intervir e esclarecer dúvidas que, certamente, levaria os alunos a entraves na resolução das questões. Um exemplo disto ocorreu quando os alunos depararam-se com a seguinte inequação: - 8n + 3501 > 210 – 5n, ao desenvolverem esta inequação, muitos

cometeram o seguinte erro: - 8n + 5n > 210 – 3501 ; - 3n > - 3291 ; n > - 3291/-3 ; n > 1097 (nesse momento foi necessária a intervenção do pesquisador, pois os alunos não sabiam como trabalhar com "sinal de -" na incógnita quando da resolução de inequações).

5 - Algumas considerações finais

Gostaríamos de deixar registradas aqui, algumas sugestões e contribuições para o trabalho do professor no seu dia-a-dia em sala de aula.

Podemos iniciar uma mudança substancial no ensino/aprendizagem da Álgebra com o trabalho em equipe, no qual a participação ativa do professor, como encorajador e mediador no sentido de esclarecer dúvidas, intervir com provocações que estimulem os alunos a usarem toda sua criatividade e seguirem ao encontro de uma solução ou raciocínio que esteja prestes a se desencadear, poderá certamente fazer a diferença nos resultados obtidos por eles.

Acreditamos também que é importante estar alerta com o tipo de atividades que lançamos para nossos alunos. Nem sempre trabalhar somente com o aspecto estrutural da Álgebra, significa promover um desenvolvimento maior ou menor nas habilidades em lidar com estruturas algébricas, pois em diversas situações a resolução pelo aspecto processual toma a solução mais rápida e econômica. Esse é outro fator que devemos trabalhar em nossos alunos, pois estaremos contribuindo para cumprir um dos papéis da Matemática, que é o de desenvolver o raciocínio lógico e a agilidade na determinação de soluções para problemas.

Faz-se preciso uma profunda mudança também em nossa formação, pois, na maioria das vezes, ensinamos da forma como aprendemos e não estamos capacitados para, por exemplo, mudar nossas abordagens de ensino. Nesse sentido, acreditamos ser importante os cursos de capacitação em ensino da Álgebra para os professores, nos quais pudessem ser trabalhadas e discutidas com eles outras abordagens que valem a pena ser utilizadas em sala de aula, quando está se ensinando Álgebra.

Por último, deixamos como sugestão àqueles que estejam dispostos a contribuir de maneira efetiva para um crescimento na qualidade do processo de ensino/aprendizagem da Álgebra, que procurem desenvolver pesquisas relacionadas a como os professores de Matemática que trabalham com Álgebra, interpretam e ensinam este conteúdo, pois acreditamos ser este um dos maiores vácuos de pesquisa nessa área.

Referências Bibliográficas

• Cortés, A, Kavafian N. (1999). *Les principes Qui guident la pensée dans la résolution des équations.* ESA 7021, Cognition et activés finalisées CNPS, Université Paris 8.

• Kieran, C. *The early learning of algebra: A structural perspective.* Research Issues in the Learning and Teaching of Algebra. Ed. NCTN - Hillsdall, N.J.

__________ (1992). *The learnig and teaching of school algebra.* Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning.

• Kieran, C. & Sfard A . (1999). *Seeing through symbols: The case of equivalent expressions.* Focus on Learning Problems in Mathematics, v. 21, nº 1.

• Sfard, A . (1991). *On the dual nature of mathematical conceptions: Reflections on process and objects as different sides of the same coin.* Educational Studies in Mathematics, 22, 1-36.

__________ (1995). *The development of algebra: confronting historical and physhological perspectives.* Journal of Mathematical Behavior, v 14, 15-39.

A FORMAÇÃO DO PROFESSOR DE MATEMÁTICA NO BRASIL: BREVE HISTÓRICO

Ana Cristina Ferreira (anacf@unicamp.br)
Orientadora: Prof ª Dr ª Maria Ângela Miorim
UNICAMP (Univ. Estadual de Campinas)

Este artigo, embora inicial, tem como objetivo recuperar a história da formação de professores de Matemática no Brasil. Tomando como pano de fundo a história da educação em nosso país bem como as pesquisas desenvolvidas na área de formação de professores, pretendemos levantar elementos que nos permitam compreender um pouco melhor a estrutura das licenciaturas em matemática. Contudo, ressaltamos uma vez mais que esse trabalho se encontra em fase inicial e que apresentaremos apenas algumas questões preliminares.

O que nos motiva a apresentá-lo no Ebrapem é o desejo de promover o debate em torno da história da Educação Matemática em nosso país e suas influências sobre os atuais cursos de formação de professores de Matemática.

1. A formação de professores de matemática até o século XIX

Segundo diversos autores (Roxo, 1937; Klein, 1931) até o final da idade média em toda a Europa (e em alguns países mesmo depois) os *Elementos* de Euclides era a obra maior que norteava todo o ensino de matemática. Além disso, do século XII até finais do século XIV, apesar da criação e disseminação das universidades, pouca atenção era dada à matemática. Segundo diversos autores (ex: Mialaret, s/d; Karlson, 1961 apud Miorim, 1998), os mestres das universidades medievais nunca iam além dos rudimentos matemáticos; as duas primeiras regras e conhecimento da tabuada da multiplicação (Miorim, 1998).

Contudo, com o avanço das navegações e o crescimento do comércio e da indústria, bem como graças aos contatos com outros povos – especialmente os árabes que haviam traduzido diversos trabalhos gregos, hindus, persas, além de possuírem seus próprios – mudanças começaram a ocorrer. A escolástica – tendência dominante no ensino até então – começa a perder terreno para o humanismo. Para o ensino de matemática pouco muda, pois ambas a relegavam a um lugar secundário, de pouca importância.

Apenas a partir da segunda metade da Idade Média, "algumas vozes, inicialmente isoladas, começam a alertar para os problemas que tal omissão poderia causar" (Miorim, 1998, p. 35).

Na França do séc. XVI Bouelles dava os primeiros passos para uma futura reforma do ensino da matemática escrevendo livros sobre a teoria dos números e uma geometria, que já assumia uma atitude crítica em relação a Euclides (Roxo, 1937). A ele seguiram Rameé, Antoine Arnaud e Nicole (1667), Le Clerc (1739) e mais tarde, Clairaut (1713-1765) com uma das mais importantes obras nesse cenário de mudança.

Na Alemanha, Pestalozzi e mais tarde, Herbat, introduziam uma nova forma de se olhar o ensino a partir da psicologia experimental. Embora sua influência tenha sido maior no ensino primário (que de uma certa forma perdura até hoje) também no ensino secundário passaram a ser utilizados seus princípios. Por volta de 1890 começa a surgir nesse país um movimento generalizado pelo aperfeiçoamento do ensino secundário. "Várias associações de engenheiros e professores, que, a princípio, trabalhavam separadamente, acabaram por entender-se, unificados numa aspiração comum de reorganizarem o ensino da matemática, no sentido de dar às idéias baseadas nos grandes progressos, que a matemática realizara nos séculos XVIII e XIX, um desenvolvimento compatível com a sua significação cultural" (Roxo, 1937, p. 48).

Grandes mudanças se faziam notar no velho mundo; a revolução francesa, a ampliação do ensino às classes trabalhadoras – embora "apenas àquele que dizia respeito às partes técnicas e necessárias à formação profissional" (Miorim, 1998, p. 53) – a importância cada vez maior das ciências, entre outros, levavam a uma nova forma de se ver o mundo, a sociedade, o indivíduo e a educação. Discussões se produziam em todos os âmbitos sobre o que se deveria ensinar ao homem desses novos tempos, sobre que disciplinas teriam maior valor para sua formação e como

organizá-las. Os estudos sociológicos, científicos e, especialmente psicológicos, aparecem com renovada importância nesse debate.

Nesse contexto acontece, em 1908, o IV Congresso Internacional de Matemática. Nele, é constituída a primeira Comissão Internacional para o ensino da Matemática (IMUK). Essa comissão viria a desencadear importantes processos de mudança no ensino e, consequentemente, na formação de professores de matemática em diversos países do mundo.

Enquanto isso, em nosso Brasil colônia, os jesuítas educavam os filhos não primogênitos das poucas famílias abastadas. E mesmo esses poucos, quase nada aprendiam de matemática, uma vez que se "aos jesuítas de então faltava o gosto pela ciência, sobrava-lhes, todavia, um entranhado amor às letras, cujo ensino era sua maior preocupação" (Romanelli, 1984, p. 34).

Na Europa, no final do século XVIII, foi "fundada uma das primeiras faculdades na Europa, destinada exclusivamente para o ensino da Matemática - *Faculdade de Matemática da Universidade de Coimbra*. Em seus estatutos, estabeleceu a 'profissão de matemático'. Um dos objetivos dos estudos na faculdade era 'perpetuar o ensino público'" (Silva, 2001). A partir de então começaram a surgir cursos semelhantes em diversos outros países da Europa.

Em nosso país, embora a partir do séc. XVIII comecem a surgir discussões mais pontuais sobre a formação do professor em geral (Silva, 2001), em relação à formação do professor de matemática especificamente, pouco (ou quase nada) foi realizado nesse e no século seguinte.

"No Brasil, apenas a formação de professores para o ensino primário mereceu alguma atenção dos governantes brasileiros. Em 1835, foi criada a primeira Escola Normal em Niterói e, em 1842, a segunda na Bahia. Todavia, não houve qualquer tentativa de criação de escola para a preparação de professores para o ensino secundário. Os professores de Matemática que atuavam nas escolas secundárias obtiveram sua formação nas escolas politécnicas, escolas militares ou similares ou eram simplesmente leigos. Assim, no século XIX, não foi oferecida, no Brasil, nenhuma possibilidade de preparação de professores de Matemática, como ocorreu em Portugal ou em outros países europeus" (Silva, 2001, internet).

Essa situação reflete a própria história da educação e do ensino de matemática no Brasil. Enquanto em outros países há muito tempo as idéias iluministas tomavam vulto e proporcionavam mudanças no ensino, em nosso, a grande maioria das pessoas eram analfabetas (ou semi-analfabetas) e pouquíssimas tinham acesso às raras e mal estruturadas escolas.

Pela lei de 1827 adotou-se o método lancasteriano, de influência inglesa, para tentar solucionar o problema da insuficiência de professores: em cada escola haveria apenas um professor que 'dava lições' a alguns monitores e a jovens que desejassem tornar-se professores, estes eram responsáveis pela instrução de seus colegas (Larroyo apud Ribeiro, 1995).

Em relação à essa época afirma Ribeiro (1995, p. 47): "mesmo as 'escolas de primeiras letras' são em número reduzido, como limitado é o seu objetivo, seu conteúdo e sua metodologia. [...] Quanto à instrução secundária, assiste-se à proliferação das aulas avulsas e particulares, sem a devida fiscalização e unidade de pensamento".

Em 1890, a Reforma Benjamin Constant propõe como princípios orientadores a liberdade e a laicidade do ensino, como também a gratuidade da escola primária. "Uma das intenções era os tomar os diversos níveis de ensino 'formadores' e não apenas preparadores dos alunos; com vistas ao ensino superior" (Ribeiro, 1995, p. 73). Em relação ao ensino de matemática – fundamental dentro do positivismo – "estiveram contempladas todas as partes que compõem tanto a matemática abstrata como a Matemática concreta, dentro da hierarquia estabelecida por Comte" (Miorim, 1998, p. 88). Contudo, essa reforma foi alvo de inúmeras críticas e tudo o que se conseguiu foi acrescentar matérias científicas às tradicionais, tornando o ensino enciclopédico. Em poucos anos, já eram feitas modificações à proposta original e a parte literária voltava a ser ampliada.

O ensino da matemática nesse período era extremamente precário e restrito. A formação dos professores, consequentemente, seguia o mesmo caminho. Como afirma Ribeiro (1995, p. 94) embora comecem a surgir algumas poucas escolas normais (a maioria em São Paulo) no período entre 1894 e 1920, "não foram organizados cursos para a formação do magistério secundário e os critérios de seleção dos professores de nível superior não eram eficientes".

2. A formação de professores de matemática no século XX

No início do século XX, no Brasil – como na maior parte do mundo – a indústria se expandia, a agricultura passava por um período de crescimento e os centros urbanos ampliavam-se. Novas idéias nos chegavam da Europa e dos EUA. Porém, apenas a partir da 1ª Guerra começaria a se produzir um movimento de renovação social, cultural e educacional (Miorim, 1997).

Em 1928, o Colégio Pedro II – tido como modelo para nosso ensino secundário – apresentaria uma proposta de renovação radical para os programas de matemática (Miorim, 1997). Nela apareciam as idéias modernizadoras do movimento internacional iniciado com o IMUK. Graças à influência dessa instituição, as idéias ali produzidas seriam gradativamente expandidas a todas as escolas secundárias brasileiras.

A Reforma Francisco Campos (1931) foi a "primeira tentativa de estruturar todo o ensino secundário nacional e de introduzir nesse nível de ensino os princípios modernizadores da educação" (Miorim, 1997, p. 280). Com ela o ensino da matemática deixaria de ser apenas desenvolver o raciocínio através da lógica dedutiva para incluir também o desenvolvimento da "faculdade de compreensão e de análise das relações quantitativas e especiais, necessárias às aplicações nos diversos domínios da vida prática e à interpretação exata e profunda do mundo objetivo" (Decreto n.º 19890, 1931, apud Miorim, 1997, p. 281). Aqui entravam as idéias propostas pelo movimento tanto no conteúdo – que se voltava para a intuição e à aplicação e utilidade da matemática – quanto à metodologia de ensino – que agora considerava o interesse do aluno, renunciando à memorização e ao rigor excessivo em prol da atividade e descoberta.

Entretanto, essa proposta pareceu 'inovadora demais' para alguns segmentos e muitas críticas surgiram. Professores, inseguros diante da mudança e sem o apoio de livros didáticos elaborados a partir das novas idéias ou de orientação de qualquer natureza, logo atacaram a reforma. As maiores críticas porém, vieram dos defensores do ensino clássico que entendiam que a restauração das humanidades clássicas – devolvendo ao Latim sua importância – era a melhor forma de combater o enciclopedismo superficial e a especialização prematura (Miorim, 1998).

A partir desta década, contudo, a formação dos professores, de todos os níveis, tornou-se alvo de discussão, ao menos por parte de uma parcela dos acadêmicos brasileiros da época. O *Manifesto dos Pioneiros da Educação Nova* (1931) assinalava "a impossibilidade de se organizar o sistema e dar-lhe unidade de ação sem a unidade de formação de professores, os quais, de todos os graus de ensino, devem ter formação universitária" (Romanelli, 1984, p.149). Criticava-se nesse documento a forma como até então se selecionavam os professores e propunham que a reorganização do ensino superior fosse feita de tal forma, que das elites que ele preparasse fizessem parte o professorado de todos os níveis (Romanelli, 1984). Até então, os profissionais que lecionavam Matemática eram, em sua maioria, engenheiros.

A criação da Universidade de São Paulo (USP) em 1934 e em 1939, da Universidade do Brasil no Rio de Janeiro, deu novo alento à formação de professores de matemática. Com ela, foram estabelecidos cursos específicos cujo objetivo era precisamente a formação de professores para o ensino secundário. "A Universidade de São Paulo foi criada segundo as normas do decreto [nº 14343 de 1920] e apresentava a novidade de possuir uma Faculdade de Filosofia, Ciências e Letras que, segundo Fernando Azevedo, passou a ser a medula do sistema, tendo por objetivos a formação de professores para o magistério secundário e a realização de altos estudos desinteressados e a pesquisa" (Romanelli, 1984, p.132).

A formações do professor passava por duas etapas; uma desenvolvida na FFCL (Faculdade de Filosofia, Ciências e Letras) cujo objetivo era o estudo aprofundado da Matemática em suas diversas áreas e outra no Instituto de Educação cujo propósito era preparar pedagogicamente o futuro professor. Em 1938, "esse Instituto foi transformado em Seção de Educação da Faculdade de Filosofia, Ciências e Letras" (Silva, 2001, internet).

"No entanto, desde o início da criação dos cursos de bacharelado e licenciatura, houve uma nítida separação entre conteúdo específico e formação pedagógica. Na FFCL o objetivo era formar 'cientistas', ficando ao encargo do Instituto de Educação a formação do professor. Entretanto, as reportagens de jornais da época procuravam evidenciar que a criação da Faculdade de Filosofia, Ciências e Letras da Universidade de São Paulo tinha como principal objetivo a formação e aperfeiçoamento de professores do ensino secundário e superior do País" (Silva, 2001, internet).

Um fato importante para a história da matemática no Brasil é a vinda de matemáticos italianos para a USP nessa época. Organizada por Theodoro Ramos, a vinda de Luigi Fantappiè para a Matemática e Gleb Wathagin para a Física, trouxeram grande inovação para os cursos de Matemática do país. Ambos eram pesquisadores de renome e reconhecidos internacionalmente. Além de suas preocupações matemáticas destacava-se seu interesse pelo ensino. Fantappiè teve grande influência na reforma do ensino secundário em São Paulo no final da década de 30. Além de ministrar aulas em todas as séries do curso de Matemática, implantou o Seminário Matemático, ministrou inúmeras palestras pelo Brasil e fundou, juntamente com Giacomo Albanese e Gleb Wataghin o *Jornal de Matemática Pura e Aplicada* da USP. "A prática dos seminários matemáticos teve resultados muito positivos na formação dos brasileiros. Neles os matemáticos italianos comunicavam o resultado de suas recentes pesquisas, e estimulavam os alunos a exporem seus próprios trabalhos" (Silva, 2001, internet). Da mesma forma, Albanese também preocupava-se com as questões de ensino da Matemática. Sobre o ensino da Geometria, afirmava em 1936:

"Nas escolas secundárias, é especialmente recomendável não reduzir o ensino a uma árida exposição de teoremas, de fórmulas ou de relações trigonométricas, freqüentemente inútil e danosa, pois procedendo dessa maneira, a geometria perde sua real importância de ciência viva e fecunda e torna-se um inútil receituário vulgar e inconcludente" (Albanese apud Silva, 2001, internet).

Para ele, "numa primeira fase, seria conveniente exercitar principalmente a intuição, deixando a dedução para um estágio posterior. A fusão completa da intuição com a dedução deveria ocorrer apenas no ensino superior. Além disso, aconselhava que fosse construído um gabinete de Geometria composto de uma coleção de modelos e de instrumentos geométricos que servissem para instruir os futuros professores de Matemática" (Silva, 2001).

O trabalho de ambos matemáticos influenciou de forma consistente o ensino secundário e, consequentemente, a formação do professores. Atentos às novas propostas mundiais, traziam para o Brasil uma visão do ensino de Matemática mais intuitiva, menos formal e menos presa à fórmulas e regras, criticando os programas excessivamente carregados e sugerindo a utilização de materiais concretos como uma forma de aproximar o conteúdo dos alunos.

Nessa época, o curso de matemática voltado à formação de professores "tinha a duração de três anos e compreendia basicamente as disciplinas de: Geometria (analítica e projetiva), Análise Matemática, Física Geral e Experimental, Cálculo Vetorial, Mecânica Racional e Geometria" (Silva, 2001). As aulas eram ministradas, muitas vezes, sob a forma de seminários, o que alterou significativamente o processo de ensino-aprendizagem até então adotado. Os alunos participavam mais e as discussões giravam em torno de temas atuais, em contraposição aos antigos e ultrapassados livros e métodos de memorização.

"Percebe-se claramente [...] que houve uma transformação do ensino. Este passou a valorizar mais a participação do aluno nas aulas e possibilitou um convívio direto entre pesquisador e aluno. As aulas ministradas na forma de seminário, em que a contestação, refutação e crítica faziam parte integrante da formação do conhecimento, mostrou uma nova forma de ensino, que permitia aos alunos vislumbrarem a ciência como algo vivo. Em lugar de livros ultrapassados, os novos mestres traziam o conhecimento recém-criado e ainda em criação, e isso deve ter sido o principal motivo para o deslumbramento dos estudantes" (Silva, 2001).

Contudo, o enfoque do curso, durante muito tempo, esteve basicamente na transmissão do saber científico e, relegando a um plano secundário a formação pedagógica. O curso era voltado para a formação de pesquisadores em Matemática e, posteriormente, à formação de professores de Matemática.

"Nessa estrutura em que o saber científico ocupava um lugar destacado, não havia espaço para discussões mais amplas sobre o saber escolar, as influências da história da Matemática, filosofia,

análise das influências sociais e culturais no contexto escolar. Estávamos restritos a preocupações mais imediatas de garantir o domínio do saber científico e a aquisição de alguns métodos e técnicas essenciais que assegurassem a transmissão desse conhecimento aos alunos da escola secundária" (Silva, 2001, internet).

Além disso, a formação pedagógica do professor era curta, desprovida de reconhecimento por parte dos matemáticos e inadequação. Tratada de forma completamente fragmentada, não dava ao futuro professor os elementos necessários para relacionar os conteúdos aprendidos e as teorias estudadas à prática. Essa situação perdurou cerca de duas décadas.

Nos anos 50, questões relativas ao ensino da matemática – originadas a partir do debate mundial acerca do chamado movimento da Matemática Moderna – começaram a ser discutidas com mais intensidade, "devido especialmente à realização dos primeiros Congressos Nacionais de Ensino da Matemática" (Miorim, 1998, p. 111).

A partir do primeiro Congresso Nacional de Ensino da Matemática realizado em Salvador (BA) em 1955, os problemas relacionados ao ensino dessa disciplina bem como as reais condições de seu ensino em nosso país passaram a desfrutar de espaço. Professores da maioria dos estados brasileiros participaram desses congressos. Sua participação aumentava a cada evento. Isso serviu de estímulo para a criação de Círculos de Professores de Matemática e de uma Associação Brasileira dos Professores e Pesquisadores de Matemática, além de propostas de encontros e congressos estaduais.

Entretanto, com o golpe de 64 e o conseqüente esvaziamento das universidades acompanhado da repressão a todos os setores educacionais, houve uma queda significativa nesse processo. Nesse período, passa a prevalecer em todos os níveis de ensino, bem como na formação dos professores, a pedagogia tecnicista na qual "o elemento principal é a organização racional do trabalho educativo; o professor e o aluno são secundários e colocados em função e executores do processo pedagógico elaborado e coordenado pelos especialistas" (Gouveia, 1992, p. 36).

A formação do professor de matemática, assim como as demais licenciaturas, obedeciam à seguinte estrutura: um ciclo básico (compartimentando a formação geral) e um ciclo profissional (composto por cursos de curta duração e outros de longa duração). A intenção é profissionalizar no menor espaço de tempo possível, 'treinando' os profissionais para as demandas do mercado. Para atender às reformas educacionais são criados cursos de curta duração de Licenciatura de Ciências, formando professores de Ciências para lecionar no 1° grau que estavam habilitados para lecionar matemática, física e biologia. Segundo Gouveia (1992, p. 41):

"Não apenas os Estados se reestruturam para atender à legislação de 1971 mas, também, o C.F.E., através da Resolução nº 30/74, reformula a Licenciatura Curta determinando a formação de um só professor para o ensino de 1° grau, com a incumbência da matéria Ciências que inclui as disciplinas de Matemática e Ciências Físicas e Biológicas. Com esse fato fica oficialmente caracterizado o professor de Ciências para o 1° grau".

Somente a partir dos anos 80 o cenário sociopolítico e educacional começa a se abrir e amplas discussões são retomadas. Reiniciam as Conferências de Educação – fórum no qual os educadores podiam expressar suas idéias, discutir problemas e buscar alternativas para o ensino no país. A formação do professor – tanto das séries iniciais quanto nas licenciaturas – começa a sair do modelo tecnicista para ir ganhando gradativamente mais respeito e reconhecimento enquanto profissional que pensa e constrói conhecimento. Contudo, diversos resquícios permanecem. A licenciatura curta em ciências perdura por um bom tempo e a licenciatura plena em matemática continua a ser pensada em duas fases desvinculadas; parte específica e parte pedagógica.

Por outro lado, surgem os primeiros cursos de pós graduação em Educação Matemática e ao final desta década são defendidas as primeiras pesquisas brasileiras sobre formação de professores. Gradativamente, a preocupação com a formação de professores de matemática vem ganhando espaço e novas propostas e pesquisas são realizadas.

3. À título de conclusão

Nossa história nos mostra quão recente é a preocupação com a formação de professores em nosso país. Estivemos presos durante mais de três séculos à uma sociedade colonial e atrasada que pouco interesse manifestava em educar seu povo.

Recém saídos dessa situação, passamos um longo tempo 'importando' idéias de outros países e/ou amordaçados por uma ditadura. Podemos afirmar que há apenas duas décadas reiniciamos nosso processo de crescimento educacional.

Entretanto, muitos de nossos professores de matemática estudaram em escolas e universidades que seguiam às tendências descritas. Toda sua formação aconteceu dentro de uma visão da Matemática como algo estável, verdade absoluta a ser ensinada aos poucos talentosos capazes de compreendê-la e um lado, e com uma formação pedagógica precária, diminuta e pouco valorizada de outro.

Nosso ensino hoje é reflexo dessa história. Reler nosso passado pode nos ajudar a compreender um pouco melhor nossas dificuldades atuais e levantar novas possibilidades de crescimento.

* Essa pesquisa faz parte da tese de doutorado, em andamento, financiada pela FAPESP.

Bibliografia

Gouveia, Mariley Simões F. *Cursos de Ciências para professores do 1° grau: elementos para uma política de formação continuada.* (Tese de Doutorado, Universidade Estadual de Campinas, 1992).

Klein, Félix. *Matemática Elemental desde um punto de vista superior.* Geometria, Vol. II. Madri: Ed.??, 1931.

Miorim, Maria Ângela. As influências do Primeiro Movimento de Modernização do ensino de Matemática no Brasil. *Anais do II Encontro Luso-brasileiro de História da Matemática e II Seminário Nacional de História da Matemática*, Águas de São Pedro, 23 a 26 de março de 1997.

____________ *Introdução à História da Educação Matemática.* São Paulo: Atual Editora, 1998.

Ribeiro, Maria Luisa S. *História da Educação Brasileira: a organização escolar.* – 14ª edição. – Campinas, SP: Autores Associados, 1995.

Romanelli, Otaíza de O. *História da Educação no Brasil (1930/1973).* – 5ª edição. – Petrópolis: Vozes, 1984.

Roxo, Euclides. *A Matemática na Educação Secundária.* São Paulo: Companhia Editora Nacional, 1937.

Silva, Circe M. S. *A Faculdade de Filosofia, Ciências e Letras Da USP e a formação de professores de Matemática.* (texto disponível na internet:).

Ana Lúcia Manrique
Orientadora: Marli E.D.A. André
PUC-SP

Formulação do problema

Considerando as teses e dissertações defendidas desde a década de 70 no Brasil, pode-se dizer que poucos são os trabalhos acadêmicos relacionados ao tema formação do professor (André, 2001), principalmente, ao seu saber docente e à sua prática de sala de aula. Com isso, muitas são as questões ainda existentes sobre a formação docente. Alguns documentos oficiais confirmam a necessidade de pesquisas nessa área, pela distância existente entre o que se deseja que seja o ensino e como esse ensino está sendo realizado.

Nos *Referenciais para formação de Professores* (Brasil,1999) lemos que:

"apesar do empenho de muitos e do avanço das experiências já realizadas, há uma enorme distância – e não apenas no Brasil – entre o conhecimento e a atuação da maioria dos professores em exercício e as novas concepções de trabalho do professor que esses movimentos vêm produzindo. Trata-se, portanto, não apenas de realizar melhor a formação, mas de realizá-la de uma maneira diferente. Tais mudanças exigem, dentre outras questões, que os professores reconstruam suas práticas e para isso, é preciso 'construir pontes' entre a realidade de seu trabalho e o que se tem como meta" (p.16).

Essa afirmação, por fazer alusão a professores em exercício, refere-se a um tipo especial de formação: a formação contínua. A formação contínua é considerada hoje imprescindível para o professor que está em sala de aula, tanto para atualização de seus conhecimentos e técnicas na área específica que leciona, quanto para desenvolvimento de competências e atitudes. E sugere também pelo menos uma questão: qual é a concepção de formação de professor dos *Referenciais*? Uma formação de professor pode ser concebida de diferentes maneiras, considerando os objetivos, os conteúdos e os métodos. O texto *Modelos de formação contínua e estratégias de mudança*, de Lise Chantraine-Demailly (1995), tenta explicitar a diversidade de concepções de formação que existe hoje no contexto educacional. A autora define formação como conjuntos de procedimentos que o homem faz uso para tornar-se um ser social e esses procedimentos possuem *"uma função consciente de transmissão de saberes e de saber-fazer"* (p.142). Ela divide a formação em duas categorias: formais e informais. As informais são, principalmente, aquelas que se obtêm pela observação e pela imitação, ou seja, pelo contato entre as pessoas envolvidas em situação escolar; e as formais seriam as desligadas das atividades em tempo e espaço (não estão obrigatoriamente ligadas ao momento e ao lugar da necessidade) e, por isso, nem sempre levam em consideração muitos dos conflitos existentes no ensino.

Quanto às formais, distinguem-se quatro tipos que se diferenciam pelas relações existentes entre formador, professores participantes, poder institucional, saber e prática docente. A primeira, colocada por Demailly, é a universitária. Tem um caráter voluntário e está vinculada a valorização das competências e do prestígio do formador, possuindo a finalidade básica de transmissão de saber e de teoria. A segunda – a escolar – , em oposição à forma anterior, é de caráter obrigatório e institucional, ou seja, existe um poder legítimo organizador que é exterior ao formador e ao professor. A contratual, a terceira forma distinguida pela autora, tem a característica de possibilitar a diferentes parceiros uma relação contratual na qual se negociam o programa pretendido, o material e a metodologia a ser empregada. A última forma, a interativa-reflexiva, corresponde a uma aprendizagem em situação, embora as ações do cotidiano escolar estejam dissociadas em espaço e tempo dos momentos da formação. A ligação das iniciativas da formação com a situação de trabalho realiza-se por meio de resolução de problemas reais, nos quais saberes são postos em prática paralelamente ao processo de formação. A autora afirma ainda que a escolha de uma forma específica ou de uma forma-mista de formação depende do tipo de saberes que se quer

desenvolver visando a transformação e a melhoria do processo de ensino. E essa escolha é primordial para assegurar a mudança da prática escolar.

Direta ou indiretamente, as transformações da prática que se fazem necessárias são abordadas por diversos autores, tais como Carlos Marcelo, Marques e Praia, Isabel Alarcão, Pedro Demo e Antonio Nóvoa. Cada um deles trata de questões específicas de formação do professor, mas podemos destacar alguns aspectos que favorecem o desencadeamento dos processos de mudança.

Uma síntese reduzida, mas reveladora da amplitude e da diversidade de temas e enfoques de pesquisas sobre formação de professores é fornecida no artigo de Carlos Marcelo (1998). O autor centra-se no denominado paradigma do "pensamento do professor", sendo suas considerações tecidas em torno do tema "aprender a ensinar". Dois são os tópicos que Carlos Marcelo procura observar no desenvolvimento profissional dos professores; um deles é sobre os processos pelos quais os docentes geram conhecimento e o outro, sobre os tipos de conhecimentos que eles adquirem. Coloca que a recente preocupação em analisar os processos de mudança e inovação surge com as pesquisas centradas no processo de aprender a ensinar do professor. Apesar dos poucos trabalhos realizados com essa preocupação, afirma que *"o que leva a mudança são, fundamentalmente, fatores maturativos dentro do indivíduo e os fatores interativos entre as características pessoais e o estímulo que os professores recebem do ambiente"* (p.63). Dessa maneira, sugere que os processos de mudança sejam avaliados considerando aspectos fisiológicos, psicológicos e sociais que influenciam a pessoa do professor.

Nessa linha, Marques e Praia, em seu artigo Ensino-aprendizagem das ciências (1991), consideram que a mudança que se deseja nas ações do professor necessita de um tempo não só para a maturação das idéias, como também, das atitudes, por ser um processo complexo. Explicitam essa complexidade citando Benavente (1988): para quem a mudança

"não se processa de fora para dentro nem apenas de dentro para fora; criar condições estruturais, abrir espaços, fornecer apoios são actividades possíveis de fora para dentro; mobilizar energias, construir respostas, ensaiá-las, avaliá-las, transformar de facto as práticas institucionais, ocupando os espaços profissionais, são certamente mudanças de dentro para fora; só neste duplo movimento, nesta tensão entre estruturas e pessoas, entre fora e dentro, se gera a mudança" (p.17)

A autora chama a atenção para a dialética de responsabilidades dos diversos personagens envolvidos nos processos de mudança que necessitam encontrar campo fértil tanto na organização escolar como na pessoa do professor. O que torna evidente que o tempo é imprescindível para a efetivação da mudança.

Isabel Alarcão, em sua comunicação no primeiro congresso português de formação contínua de professores (1991), alarga a idéia sobre os processos de mudança, dizendo que esses processos estão centrados no professor que é *"alguém, uma pessoa"*. Para ela, as transformações podem ocorrer em diversas dimensões; uma delas seria a da

"valorização do professor como pessoa em situação ... (dimensão do desenvolvimento pessoal e social). Desta dimensão do ser em situação deriva a arte de se relacionar com outro ... (dimensão expressivo-comunicativa), com o saber (... dimensão do domínio da especialidade), com a mediação do saber (... dimensão pedagógico-didática), com o saber estar e agir no seu mundo e na sua cultura (... dimensão histórico-cultural) e no microcosmos do seu mundo, ou seja, na sua escola como comunidade (... dimensão institucional e administrativa) ... a dimensão investigativa, tão imanente ao sujeito pensante que é o homem, perpassa todas as outras" (p.72).

A autora explicita a inserção do professor, enquanto pessoa, em vários mundos, sendo a sala de aula um deles. Nela, o professor pode ser observado pelos relacionamentos que mantém com o saber e com os alunos. Embora a sala de aula faça parte de uma escola e esta de uma comunidade, estes podem ser vistos como dois outros mundos, nos quais o professor se relaciona com outros professores, com a direção, com pais e outras pessoas da comunidade. Dessa maneira, a autora mostra a necessidade de considerar os diversos relacionamentos existentes entre a pessoa do professor e os outros elementos do contexto escolar, quando se planeja uma formação com intuito de mudança da prática.

A primeira dimensão elencada por Isabel Alarcão diz respeito a valorização do professor, que está intimamente ligada com a forma como ele é visto pela sociedade em geral e por ele próprio. Pedro Demo, em seu livro *Ironias da educação – mudança e contos sobre mudança* (2000), tece algumas considerações sobre a maneira de ver o professor e infere que eles *"não estão habituados a aprender sistematicamente – internalizaram a idéia de que já aprenderam o que tinham para aprender; cumpre-lhes, agora, 'ensinar'; aprender é problema do aluno"* (p.16). A crença de que o professor na formação inicial aprende tudo o que precisa para desempenhar bem o seu trabalho e não tem necessidade de continuar a aprender durante o exercício da profissão, é uma afirmação que poucas pessoas concordam. Porém, quando Demo faz essa afirmação, nota-se que os alunos e outros personagens do contexto escolar – incluindo o próprio professor – possuem diversas representações sobre o ensino, que necessitam ser repensadas. Dessa maneira, percebe-se que identificar crenças e concepções de ensino, bem como, representações do papel de professor são vitais para uma estratégia de transformação da prática docente.

Nos trabalhos anteriores destaca-se a necessidade de pensar no sujeito e em suas relações com o meio. Antonio Nóvoa, em seu artigo *Formação do professor e profissão docente* (1995), afirma que, embora seja preciso olhar para a organização na qual o professor trabalha, é necessário articular a transformação da prática pedagógica com o desenvolvimento organizacional da escola. Fala de um círculo de responsabilidades entre professor e escola: *"As escolas não podem mudar sem o empenhamento dos professores; e estes não podem mudar sem uma transformação das instituições em que trabalham."* (p.28). Essa afirmação torna evidente que as escolhas feitas para uma formação de professor, as quais visam alterar a prática pedagógica, precisam considerar o contexto escolar, além dos diversos personagens que se relacionam com o professor. Assim, as transformações que se desejam para o professor necessitam também se estender aos locais em que ele leciona.

Tomando por base estes estudos que abordam a formação de professores, constata-se que alguns tópicos se destacam em relação ao tema processos de mudança.

- Existe uma concepção de formação que está subjacente ao processo de formação. Embora essa concepção não garanta o desencadeamento dos processos de mudança desejados, ela direciona o desenvolvimento de saberes pelo professor.
- Diversos são os aspectos a serem considerados quando se planeja uma formação com intuito de que ocorram mudanças na prática do professor; tanto aspectos pessoais devem ser levados em conta, quanto sociais e organizacionais.
- A questão da dialética também ficou bastante marcada: as transformações que se planejam para o professor necessitam estar conectadas com os outros elementos que pertencem ao contexto escolar. Além disso, o tempo é uma das mais importantes variáveis para a efetivação da mudança.

Partindo desta perspectiva, algumas questões se colocam:

1. Que transformações ocorrem nas concepções e na prática de professores que estão em processo de formação continuada?
2. Como se processam essas mudanças?

Compreender a forma como professores participantes de um processo de formação continuada se apropriam de certas ações vivenciadas e reconstróem suas práticas docentes é, portanto, o objetivo deste trabalho. Nesse sentido, a análise que será realizada visa apreender como se processam as transformações da prática docente e as alterações tão almejadas no ensino. E, por conseguinte, verificar se os alunos são os beneficiados com o processo de formação de que seus professores participam.

<u>Delimitação do problema</u>

A delimitação da pesquisa foi realizada com base em alguns critérios. Os sujeitos da pesquisa são professores de matemática. Essa escolha justifica-se por eu ser professora de

matemática e lecionar no ensino superior para futuros docentes. Além disso, participei como capacitadora em projetos de educação continuada para professores da rede estadual de ensino.

O conteúdo geometria foi escolhido por se articular com outros blocos da matemática, entre eles, grandezas, medidas e números. Outro fato que corrobora a escolha da geometria é que o pensamento geométrico desempenha papel primordial na aquisição de conhecimentos por favorecer o desenvolvimento de habilidades de percepção espacial. Essa percepção espacial permite ao indivíduo interpretar seu espaço físico, fazendo uso de uma linguagem adquirida na resolução de problemas geométricos.

A importância de aprender geometria é patente, pois: *"Sem conhecer a geometria a leitura interpretativa do mundo torna-se incompleta, a comunicação das idéias fica reduzida e a visão da matemática torna-se distorcida"* (p.5), como afirma Sérgio Lorenzato em seu artigo *Por que não ensinar geometria?* (1995). Porém, a quase ausência do ensino da geometria tem sido constatada em alguns estudos. Por exemplo, Regina Pavanello analisa o desenvolvimento do ensino da matemática e da geometria no Brasil no século XX, tendo em vista as modificações sócio-político-econômicas ocorridas no Brasil e no mundo (1993). Ela verificou que existe um certo "abandono do ensino da geometria" e que este é mais evidente nas escolas públicas. Entretanto, ressaltou a procura, por parte dos professores, pelos cursos oferecidos nas universidades.

Outras pesquisas apontam uma carência do ensino da geometria nas séries finais do ensino fundamental. O estudo de Geraldo Perez procurou revelar como o ensino de geometria se desenvolvia nas escolas públicas estaduais do Estado de São Paulo, no período de 1984 a 1990, *A realidade sobre o ensino da geometria no 1° e 2° graus, no Estado de São Paulo* (1995). Os professores de matemática do ensino fundamental pesquisados exemplificaram que não a ensinavam pelos argumentos: falta de metodologia apropriada; deficiência em conteúdo específico; falta de apoio para a construção e aquisição de materiais, além de falta de tempo para se concretizar o ensino. Os que afirmaram lecioná-la, fizeram referência a um ensino "calculista": o aluno faz contas e usa fórmulas.

Estes estudos mostram a importância do ensino de geometria, bem como, o seu abandono por parte dos professores das escolas públicas do Estado de São Paulo. Além disso, são apontadas algumas das dificuldades que os professores encontram para a efetivação do ensino da geometria.

Sob esta perspectiva e tendo professores de matemática que participam de um processo de formação contínua em geometria como sujeitos da minha observação e análise, proponho-me a refletir sobre as seguintes questões:

a) As concepções dos professores em relação à geometria e ao seu ensino sofreram mudanças?

b) Os professores alteraram suas posturas durante a formação?

c) As aulas dos professores participantes apresentaram modificações?

d) Que características tem esse processo de formação continuada que favoreceram os processos de mudança? Ou seja, que experiências de formação vivenciaram os professores que permitiram a eles pensar sobre suas concepções, suas atitudes e sua prática pedagógica e, em alguns casos, até reconstruí-las?

Os sujeitos escolhidos para esta pesquisa são professores de matemática que participam de uma formação em geometria, que está sendo desenvolvida pelo projeto de pesquisa que estuda os fenômenos do processo ensino-aprendizagem de noções geométricas nas séries finais do ensino fundamental. Esse projeto de pesquisa está sob a responsabilidade do professor doutor Saddo Ag Almouloud e tem vínculo com o Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática da Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, contando com apoio financeiro da FAPESP.

<u>O objeto de pesquisa: processos de mudança</u>

Como estou realizando as leituras referentes aos teóricos da minha pesquisa, irei apenas sinalizar quais serão as bases de meu estudo.

Carlos Marcelo Garcia, em seu livro *Formação de Professores – para uma mudança educativa* (1999), procura desenvolver uma "estrutura *conceitual da Formação de Professores"*.

Esse texto me interessa pelo enfoque dado à formação: um processo no qual o processo de mudança é um objetivo explicitado. Ele recorre a Berbaum que afirma que *"uma ação de formação corresponde a um conjunto de condutas, de interacções entre formadores e formandos, que pode ter múltiplas finalidades explícitas ou não, e em relação às quais existe uma intencionalidade de mudança"* (p.21). Além desse pesquisador, Carlos Marcelo ainda cita Honoré para mostrar que os processos de mudança estão no cerne do processo de formação. *"Como poderemos estabelecer e descobrir a possibilidade de aquele que já está formado se ultrapassar a si mesmo?"* (p.21). Para desenvolver o conceito de formação de professores, primeiramente apresenta orientações conceituais que contribuem para a estruturação da formação como uma disciplina; depois, refere-se a algumas teorias que estariam voltadas para a pessoa do professor, tais como: teorias sobre a mudança, a aprendizagem dos adultos, as etapas de desenvolvimento dos professores e os ciclos de vida dos docentes.

Duas dimensões dos processos de mudança são abordados por esse autor: o processo de formação e a pessoa do professor. O texto é bastante elucidativo quando fala sobre a formação do professor. E, quando se pensa na pessoa do professor, ele está explicitando o seu processo de aprendizagem e a sua história de vida. Mas, outro aspecto necessita ser colocado: a relação com o saber. Bernard Charlot, em seu livro *Da relação com o saber: elementos para uma teoria* (2000), afirma que *"o sujeito é relação com o saber"* (p.82). E diz ainda que *"a relação com o saber é relação com o mundo, relação consigo mesmo, relação com os outros. Analisar a relação com o saber é analisar uma relação simbólica, ativa e temporal"* (p.79). Assim, necessitarei estar entendendo melhor as relações com o saber para poder fundamentar os processos de mudança dos professores.

Além da relação com o saber, o tempo é um outro aspecto que irei acrescentar para uma compreensão do tema. Isso se deve ao fato de cada professor possuir uma identidade própria e o tempo de aprendizagem ser diferente para cada um. Tardif (2000) afirma que *"o tempo não é, definitivamente, somente um meio – no sentido de um 'meio marinho' ou 'aéreo' – no qual estão imersos o trabalho, o trabalhador e seus saberes; também não é unicamente um dado objetivo caracterizado, por exemplo, pela duração administrativa das horas ou dos anos de trabalho. É também um dado subjetivo, no sentido de que contribui poderosamente para modelar a identidade do trabalhador. É apenas ao cabo de um certo tempo – tempo de vida profissional, tempo de carreira – que o eu pessoal, em contato com o universo do trabalho, vai pouco a pouco se transformando e torna-se um eu profissional"* (p.239).

A socialização de saberes me parece ser um outro aspecto que irei ressaltar. Com um pequeno grupo de professores, em diversos ambientes – na formação, na escola e na sala de aula –, pretendo compreender como se processa a construção de saberes pelo professor. Essa posição defende que *"esses 'saberes' (esquemas, regras, hábitos, procedimentos, tipos, categorias etc.) não são inatos, mas produzidos pela socialização, isto é, através do processo de imersão dos indivíduos nos diversos mundos socializados (famílias, grupos, amigos, escolas etc.), nos quais eles constróem, em interação com os outros, sua identidade pessoal e social"* (Tardif, 2000, p.218). Parece-nos claro que somente essa socialização não prepara o professor para ser bem sucedido. Ela é importante, mas o emprego que se faz dessa socialização é que faz a diferença, ou seja, as discussões a respeito das situações enfrentadas como professor atuando em sala de aula, inserido na escola e participando de um processo de formação é que irão propiciar momentos para repensar as atitudes, os conhecimentos e as crenças permitindo alterar sua prática de ensino. Essas discussões ainda permitirão colocar em evidência um saber que advém das reflexões que os diversos papéis assumidos possibilitam elaborar. Nesse sentido, concordo com Nóvoa (1995): *"a formação não se constrói por acumulação (de cursos, de conhecimentos ou de técnicas), mas sim através de um trabalho de reflexividade crítica sobre as práticas e de (re)construção permanente de uma identidade pessoal. Por isso é tão importante investir a pessoa e dar um estatuto ao saber da experiência"*(p.25).

Essas são as bases que estarei desenvolvendo nos fundamentos teóricos para poder analisar as situações oferecidas na formação contínua, as quais favorecem os processos de mudança.

Referências Bibliográficas

ALARCAO, ISABEL. *Dimensões de Formação*. In Tavares, J. (org) Formação contínua de professores: realidades e perspectivas. Aveiro: Universidade de Aveiro, 1991, p.69-78.

ANDRÉ, MARLI E.D.A. (2001) *Ensinar e aprender: sujeitos, saberes e pesquisa*. In: Candau, V.M. (org.) Encontro de Didática e Prática de Ensino (ENDIPE), 2ª. edição. Rio de Janeiro: DP&A.

BRASIL (1999) *Referenciais para formação de professores*. Brasília: Secretaria de Educação Fundamental.

CHARLOT, BERNARD. (2000) *Da relação com o saber: elementos para uma teoria*. Porto Alegre: Artes Médicas Sul.

DEMAILLY, LISE CHANTRAINE. (1995) *Modelos de formação contínua e estratégias de mudança*. In Nóvoa, A. (org) Os professores e sua formação. Lisboa: Porto Editora, p. 139-158.

DEMO, PEDRO (2000) *Ironias da educação – mudança e contos sobre mudança*. Rio de Janeiro: DP&A.

LORENZATO, SÉRGIO (1995) *Por que não ensinar Geometria?* In: A Educação Matemática em Revista. ano 3, n. 4, SBEM, p.3-13.

MARCELO, CARLOS (1998) *Pesquisa sobre formação de professores: conhecimento sobre aprender a ensinar*. In: Revista Brasileira de Educação, n. 9, p.51-75.

MARCELO GARCIA, CARLOS (1999) *Formação de Professores – para uma mudança esducativa*. Porto: Porto Editora.

MARQUES, L. E PRAIA, J. (1991) *Ensino-Aprendizagem das Ciências: possíveis contributos para reflexão*. In: Aprender, 12. Porto, Portugal.

NÓVOA, ANTONIO (1995) *Formação de professores e profissão docente*. In Nóvoa, A. (org) Os professores e sua formação. Lisboa: Porto Editora, p.13-33.

PAVANELLO, REGINA M. (1993) *O abandono do ensino da geometria no Brasil: causas e conseqüências*. In: Zetetikê. Campinas, ano 1, n.1.

PEREZ, GERALDO (1995) *A realidade sobre o ensino da geometria no 1º. e 2º. graus, no Estado de São Paulo*. In: A Educação Matemática em Revista. ano 3, n. 4, SBEM, p.54-62.

TARDIF, M. & RAYMOND, D. (2000) Saberes, tempo e aprendizagem do trabalho no magistério. In: *Educação & Sociedade: revista quadrimestral de Ciência da Educação*. Campinas: CEDES, ano XXI, n.73, p. 209-244.

O Desenvolvimento Profissional de Professores de Matemática na Produção de Material Didático para o Ensino Médio

Ana Lucia Vaz da Silva
Orientadora: Estela Kaufman Fainguelernt
Franca Cohen Gottlieb
Universidade Santa Úrsula

Introdução

Nos últimos anos, nosso país vem sofrendo uma série de mudanças em suas políticas educacionais, reflexo de uma sociedade em transformação e de influências de políticas internacionais. Nesse contexto, a formação de professores adquire uma grande importância por ser um dos fatores determinantes na busca de novos caminhos para a educação.

Os cursos de formação inicial oferecem poucas oportunidades para que o futuro professor adquira conhecimento da vida escolar e das relações com o meio na qual ela se insere. A busca por outros caminhos torna-se necessária, e nesse sentido o professor deverá descobrir diversas formas de investir em sua formação continuada: participar de grupos de estudo, de grupos de pesquisas, de encontros e seminários nas áreas de Matemática e de Educação Matemática ou investir em cursos de pós-graduação.

No início do ano 2000, com a promulgação da nova Lei de Diretrizes e Bases n° 9394/96 da Educação Nacional e a recomendação dos Parâmetros Curriculares Nacionais do Ensino Médio, foi exigido pelo Ministério da Educação a implementação de um projeto-piloto interdisciplinar em todas as turmas de 1ª série do Ensino Médio nas Unidades Escolares Centro e Engenho Novo II do Colégio Pedro II.

Com essas novas perpectivas profissionais e educacionais de mudanças no colégio, um grupo de professores de Matemática, no qual eu fazia parte, decidiu formar uma equipe com o objetivo de produzir um material didático para o Ensino Médio que atendesse às novas mudanças curriculares e pedagógicas.

Os motivos expostos anteriormente, aliados a minha participação no grupo de professores durante a produção do material didático, foram determinantes na decisão do foco adotado nessa pesquisa de mestrado que foi desenvolvida na na linha de formação de professores do curso de mestrado em Educação Matemática na Universidade Santa Úrsula.

Problema

Que influências o trabalho em equipe e a produção de um material didático para o Ensino Médio exercem no *Desenvolvimento Profissional* do professor de Matemática?

Em busca desta resposta, surgiram outros objetivos norteadores que nos conduziram às seguintes ações:

➢ Identificar que fatores sensibilizam o professor de matemática a investir na sua própria formação.

➢ Indicar competências que o professor deve ter para trabalhar em equipe e produzir material didático.

➢ Apontar momentos que indicam mudanças no conhecimento matemático e pedagógico do professor.

➢ Identificar os reflexos da produção e utilização desse material na relação entre os professores, os alunos e a Matemática.

Referencial Teórico

A partir de uma visão crítica sobre a formação do professor de Matemática, buscamos consonância nas pesquisas sobre Desenvolvimento Profissional, onde o professor é um agente na sua própria formação. Nessa perspectiva as teorias de Donald Schön (2000) sobre o profissional reflexivo e as discussões de Philippe Perrenoud (1998) sobre as competências dos professores serviram como fundamentação para análise.

Uma primeira consideração diz respeito à necessidade do desenvolvimento das competências básicas, recomendadas pelo PCN do Ensino Médio, tanto para o exercício da cidadania quanto para o desempenho de atividades profissionais, que estão relacionadas na citação abaixo:

> *"...De que competências está se falando? Da capacidade de abstração, do desenvolvimento do pensamento sistêmico, ..., da criatividade, da curiosidade, da capacidade de pensar múltiplas alternativas para a solução de um problema, ..., da capacidade de trabalhar em equipe, da disposição para procurar e aceitar críticas, da disposição para correr risco, do desenvolvimento do pensamento crítico, do saber comunicar-se, da capacidade de buscar conhecimento."*
>
> (PCN do Ensino Médio, p.26, 1999)

Para atender uma demanda do Estado que cobra do professor um ensino por competências, existe uma necessidade deste investir na sua própria formação continuada, já que nos currículos de formações de professores o ensino não acontece dessa forma. Uma série de pesquisadores identificam que a maioria dos professores não estão suficientemente preparados para desenvolver certas competências nos alunos.

Todo profissional deve, considerando as imperfeições na compreensão do aluno, empenhar-se para desenvolver em si mesmo a habilidade de descobrir novos métodos. Deve conhecer a estrutura da sua escola , seu funcionamento, bem como, questões administrativas e pedagógicas.

Não basta oferecer mais recursos e cursos ao professor para que as competências sejam construídas, pois seu desenvolvimento passa pela integração e pela aplicação desses recursos nas situações práticas e isso deve ser aprendido e compreendido.

Segundo Schön (2000), o profissional desenvolve suas competências essencialmente na prática (reflexão-na-ação) e a partir da prática (reflexão-sobre-a-ação).

Dessa forma, destacamos a importância de criar, na formação inicial e na escola, condições que permitam ao professor desenvolver suas competências profissionais.

Segundo Perrenoud (2001), as competências profissionais podem ser desenvolvidas, *a partir da* prática, na medida em que é o ponto de partida de suas ações e o suporte de suas reflexões (reflexão sobre a ação). Neste caso pode ser a sua prática ou a de um colega. *Através da* prática, quando o professor se coloca experimentando novas condutas e descobrindo novas soluções adequadas a situação, e, *para a* prática, pois, a partir do momento que o início do aprendizado está na ação, seu desfecho também está. De um modo geral o professor valoriza principalmente os aprendizados que, sob e seu ponto de vista, têm influência direta sobre sua vida profisssional.

As competências profissionais são construídas por meio de um processo dinâmico, por meio de ações reflexivas que mobilizadas geram saberes e esses por sua vez, criam novas práticas. Utilizamos como referencial as 10 grandes famílias de competências, segundo Perrenoud (2000) que são: 1) organizar e dirigir situações de aprendizagem; 2) administrar a progressão das aprendizagens; 3) conceber e fazer evoluir os dispositivos de diferenciação; 4) envolver os alunos em suas aprendizagens e em seu trabalho; 5) trabalhar em equipe; 6) participar da administração da escola; 7) informar e envolver os pais; 8) utilizar novas tecnologias; 9) enfrentar os deveres e os dilemas éticos da profissão e 10) administrar sua própria formação contínua.

Durante essa pesquisa, o nosso olhar esteve voltado para algumas dessas áreas de competências, dentro delas destacaremos algumas mais específicas que estiveram diretamente relacionadas à esta pesquisa.

Na primeira área, as competências específicas utilizadas foram: *conhecer para determinada disciplina, os conteúdos a serem ensinados e sua tradução em objetivos de aprendizagem* e *construir e planejar dispositivos de seqüências didáticas*. Estas competências foram desenvolvidas durante toda a produção do material da qual a equipe de professores participou, pois o programa de matemática foi reformulado e, para isso, foram planejadas novas seqüências conceituais e didáticas. A equipe de professores se colocou como conhedores das áreas de conhecimento específico em termos de conceitos, procedimentos e atitudes, e, como planejadores do currículo e do ensino.

Na quarta família das competências, *suscitar o desejo de aprender, explicitar a relação com o saber, o sentido do trabalho escolar e desenvolver no aluno a capacidade de auto-avaliação*, foram competências específicas trabalhadas a partir do momento que a equipe delineou sua produção com vistas a um material que envolvesse o aluno no processo ensino-aprendizagem como instrumento construtor do seu conhecimento.

De acordo com esse referencial os professores se viram como figura central ao criar condições para aprendizagem de determinados procedimentos e, ao oferecer uma dinâmica de ensino que favorecesse não só a descoberta das potencialidades do trabalho individual, mas também, e sobretudo, o trabalho coletivo.

Elaborar um projeto em equipe, representações comuns; enfrentar e analisar em conjunto situações complexas, práticas e problemas profissionais; e formar uma equipe, foram as competências específicas desenvolvidas da área 5. Essas competências ultrapassam a mera capacidade de comunicação, pois são constrídas dentro de uma relativa transparência e de um certo equilíbrio entre os desejos de uns e de outros.

Considerando-se as novas recomendações previstas na nova LDB, a metodologia do ensino por competências, a transformação das escolas num espaço de construção coletiva e a conseqüente necessidade de reformulação de currículos, torna-se cada vez mais importante e inevitável o trabalho em equipe que pode proporcionar ao professor uma autonomia intelectual, visto que, favorece a criação de oportunidades para expor suas experiências e discutí-las com seus pares, criando dessa forma uma cultura de colaboração e cumplicidade.

> *"Trabalhar em equipe, é portanto, uma questão de competências e pressupõe igualmente a convicção de que a cooperação é um valor profissional."*
>
> (Perrenoud, p.81, 2000)

No trabalho em equipe, surgem oportunidades dos professores explicitarem e confrontarem os saberes produzidos na Sua Formação Inicial com os saberes construídos baseados em experiências acumuladas, por meio de suas práticas vivenciadas no dia-a-dia da profissão. Por meio desses confrontos, são feitas reflexões sobre ações do passado, podendo esclarecer aspectos problemáticos de conteúdo e de entendimento de relações. Nesse sentido, concordamos com Perez (1999), quando este afirma:

> *"O trabalho colaborativo se constitui, portanto, ao lado da prática reflexiva, como mais um elemento crucial para o desenvolvimento profissional do professor de Matemática e para a constituição de uma nova cultura profissional."*
>
> (Perez, p.275, 1999)

A reflexão coletiva habilita o professor a explorar capacidades individuais, descobrir suas potencialidades, definir melhor o trabalho, distribuir tarefas, abrindo caminhos à diversificação da situação ensino-aprendizagem. Com isso, o professor fica diretamente envolvido com sua produção, podendo gerar um significativo crescimento profissional.

Na área de competência 10, *saber explicitar as próprias práticas, estabelecer seu programa pessoal de formação contínua, negociar um projeto de formação comum com os colegas* (a formação da equipe) foram as competências específicas vividas e construídas pelo grupo de professores.

Nesse caso, o professor é visto como um agente de seu processo de aprendizagem e de desenvolvimento profissional, pois estabelece e implementa metas para seu crescimento pessoal e profissional e o dos colegas. Pensa sobre sua prática, tem consciência do seu papel social e toma decisões pedagógicas segundo suas próprias convicções e as do grupo. Evidencia autonomia intelectual e concebe seu processo de desenvolvimento profissional como permanente.

Considerando seus conhecimentos e experiências prévias atrelados ao processo de reflexão e de uma motivação, a partir de um dado momento, o professor torna-se o principal agente do seu processo de formação e passa a decidir os caminhos que deve e quer tomar. Passa

a atuar e decidir sozinho sobre algumas estratégias de ação. Segundo Ponte (1999), é neste momento que o professor inicia o trajeto do seu desenvolvimento profissional.

Aspectos Metodológicos

A metodologia utilizada nesta pesquisa se insere numa perspectiva qualitativa. É um estudo de caso de uma equipe formada por seis professores denominados **professores A, B, C, D, E e F** que trabalham no Colégio Pedro II.

A fase de coleta de dados para o desenvolvimento desta pesquisa foi de fevereiro de 2000 até maio de 2001 e foram utilizados como instrumentos: diário de campo, relatos dos professors, o material didático que foi produzido e entrevistas individuais gravadas com os seis professores da equipe.

Dividimos a análise em cinco etapas: Histórico da Formação da Equipe; Primeiros Encontros e Planejamento do Currículo de Matemática; Caracterização e Fases de Produção do Material; Desenvolvimento dos temas e Análise das Entrevistas Individuais dos Professores da Equipe

Para a última etapa foram feitas seis perguntas com o objetivo de focar os seguintes aspectos da pesquisa: formação inicial e formação contínua, o trabalho em equipe, o professor inserido na produção do material didático para o Ensino Médio e o perfil profissional do professor nesta fase. A técnica utilizada durante essa análise foi a descrição em paralelo do registro das informações da pesquisa e da análise desses dados. Esta forma de organização do texto é usada na técnica da narrativa.

Conclusão

Constatamos, por meio dos discursos dos professores, que o trabalho em equipe proporcionou auto-reflexões no tocante a políticas e práticas pedagógicas e avaliações sobre suas crenças, concepções e responsabilidades em relação à sua formação e ao processo ensino-aprendizagem do aluno.

Avaliamos que o professor, na produção do seu material didático, atua diretamente como sujeito do trabalho pedágogico, com isso propicia transformações na sua prática da sala de aula, passa a tomar consciência de suas teorias pessoais, de seus esquemas de ação e de suas rotinas. Esses aspectos promovem a construção e o desenvolvimento de competências, entre elas a autonomia do grupo de professores no que se refere a produção de textos matemáticos e são fatores que influenciam os professores a investirem na sua formação continuada.

As características pessoais, os interesses profissionais, as condições de trabalho, a colaboração e a participação dos integrantes e o amadurecimento nas relações inter-pessoais foram aspectos considerados nos depoimentos dos professores. Esses aspectos, com maior ou menor ênfase, conduzem o caminhar do desenvolvimento profissional do professor.

A reformulação do programa por meio de um trabalho em equipe desenvolveu um trabalho auto-reflexivo dentro da escola, contagiando outros professores na formação de novos grupos de estudo. O projeto de desenvolvimento comum dentro da escola, faz evoluir o conjunto do grupo, pois estão em condições mais próximas e convivendo diretamente com a prática. Quando os professores se envolvem em questões relativas ao seu trabalho, conseguem entender o que é preciso melhorar e aprendem a estar mais conscientes das perspectivas dos outros professores.

A produção do material didático foi mais uma experiência que surgiu do enfrentamento de problemas, pois o grupo foi levado a fazer uma análise dos obstáculos, refletir sobre as alternativas de solução e experimentar várias soluções que, por sua vez, proporcionaram mudanças na postura de trabalho dos professores e consequentemente apontaram novos caminhos para o desenvolvimento profissional.

Bibliografia

ARCAVI, Abraham. *E em Matemática, nós que ensinamos, o que constrímos?* Tradução: Janete Bolite Frant, Boletim do GEPEM n° 36, 2000.

BRASIL.MEC.SEMTEC. *Parâmetros Curriculares Nacionais para o Ensino Médio.* Brasília, 1998.

CARNEIRO, Vera C.. *Formação de Professores que ensinam matemática e investigação na sala de aula: caminhos para renovação das licenciaturas.* Boletim do GEPEM n° 38, 2001.

CARAÇA, Bento de Jesus. Conceitos Fundamentais da Matemática. Gradiva 2ªedição,1998
CARVALHO, D. L. de, *A concepção da matemática do Professor também se transforma.*
SERBINO, Raquel V. [et al.]. *Formação de Professores.* Fundação Editora da UNESP. São Paulo, 1998. - Seminários e dabates.
COLÉGIO PEDRO II. *Projeto Político-Pedagógico do Colégio Pedro II.* Rio de Janeiro, 2000.
COLL, César , e outros. *Aos Conteúdos Na Reforma.* ARTMED Editora, 1998.
FREIRE, Paulo. Pedagogia da Autonomia: Saberes necessários à prática educativa. São Paulo: Paz e Terra - Coleção Leitura,1996.
GARCÍA, Carlos M.. *Formação de Professores Para uma mudança educativa.* Porto Editora, 1995.
KALEFF, Ana Maria. *Educação Matemática na Universidade Federal Fluminense: Um Relato do Desenvolvimento Histórico dos Cursos de Formação de Professores de Matemática.* GEPEM, Boletim 38, 2001.
NCTM. *Normas Profissionais para o Ensino da Matemática.* Tradução: Ana paula Canavarro e outros, Associação de Professores de matemática, 1994.
OLIVEIRA, Rosana. *Pensando Algebricamente Antes da 7ª Série: Uma Outra Perspectiva Sobre os Processos de Construção do Conhecimento.* USU-RJ - Dissertação de Mestrado, 1997.
PAIVA, Maria Auxiliadora V..*Pesquisando a formação do professor: refletindoa partir de alguns trabalhos,* Anais do 3° SPEM- GT4- SBEM-RJ, 2000.
PERRENOUD, Philippe. *Formando Professores Profissionais. Quais as Estratégias? Quais as Competências?.* ARTMED Editora, 2001.
PERRENOUD, Philippe. *10 Novas Competências para Ensinar.* - Tradução: Patrícia Chittoni Ramos. - Porto Alegre, Artes Médicas Sul, 2000.
PERRENOUD, Philippe. *Construir as Competências desde a Escola.* - Tradução: Bruno Charles magne. - Porto Alegre, Artes Médicas Sul, 1999.
PEREZ, Geraldo. *Formação de Professores de Matemática sob a perspectiva do Desenvolvimento Profissional.* Pesquisa em Educação Matemática: Concepções e Perspectivas. Editora Unesp, 1999.
PIRES, Célia M. C.. *Novos Desafios para os Cursos de Licenciatura em Matemática.* Educação Matemática em Revista n° 8, SBEM, 2000.
PONTE, J. P.. *Da formação ao desenvolvimento Profissional.* In Actas do ProfMat, APM, Lisboa, 1998.
PONTE, J. P.. *Investigação em Educação Matemática. Implicações Curriculares.* Instituto de Inovação Educacional, 1998.
POLETTINI, Altair, F. F..*Análise das Experiências Vividas Determinando o Desenvolvimento Profissional de Matemática.* Pesquisa em Educação Matemática: Concepções e Perspectivas. Editora Unesp, 1999.
SANT'ANNA, Neide F. P.. *Aplicação da Teoria de Van Hiele no Acompanhamento da Mudança Curricular no Ensino no Colégio Pedro II,* PUC-RJ - Dissertação de Mestrado, 2001.
SANTOS, Vânia M. P. Dos [et al.]. *A pesquisa e a formação inicial e continuada de professores de matemática no Brasil.* Anais do 1° SPEM GT4. SBEM - RJ, 1996.
SILVA, M. R. G. da. *Concepções didático-pedagógicas do professor pesquisador em Matemática e seu funcionamento na sala de aula de Matemática.* Dissertação de Mestrado em Educação Matemática. UNESP, Rio Claro, 1993.
SCHÖN, Donald A.: *Educando o Profissional Reflexivo: um novo design para o ensino e a aprendizagem.* Tradução Roberto Cataldo Costa - Porto Alegre: Artes Médicas Sul, 2000.
SCHÖN, Donald A.: *The Reflective Practitioner.* Nova York: Basic Books, 1983.

DOMINAÇÃO E EXCLUSÃO: DISCURSO MATEMÁTICO

Ana Márcia Fernandes Tucci de Carvalho
Orientadora: Profª. Drª. Tânia Cristina Baptista Cabral
Universidade Estadual Paulista, UNESP, Rio Claro - SP

Resumo

Este trabalho discute um episódio ocorrido no subgrupo "Dificuldades Especiais dos Alunos de Licenciatura" do Grupo de Pesquisa-Ação – Rio Claro (GPA-RC), onde, por meio das sessões integradas [Baldino, Cabral, Carvalho, 2001], é possível tratar simultaneamente os objetos matemático, didático e pedagógico. A condução e a interpretação dos trabalhos nas sessões integradas são fundamentadas na teoria psicanalítica de orientação freudo-lacaniana.

O episódio mostra-nos a forma de dominação em um certo discurso que é assimilado pelos alunos de Matemática quando sustentado pelos professores ao longo de uma formação que visa, em instância determinante, a reprodução do matemático. Trata-se do funcionamento da identificação simbólica e da identificação imaginária na constituição do sujeito aprendente [Cabral, 1998]. No campo da identificação o aluno assume uma missão: ser matemático ao sustentar as formas discursivas pelas quais se faz reconhecer por seus pares.

Introdução

A dominação veiculada na forma de um discurso matemático que será evidenciada no episódio pode explicar, em parte, as dificuldades persistentes encontradas pelos alunos ao lidar com objetos matemáticos. Alguns alunos conseguem de algum modo atravessar o processo seletivo na instituição. Outros passam sem saber, decoram e aprendem a responder no momento certo. Outros, ainda, conseguem se fazer reconhecer como matemáticos, porque, além de mostrarem proficiência nos estudos, sabem, sobretudo, assumir uma posição que lhes permite exercer uma certa fala.

A característica das *sessões integradas* é que os objetos matemático, didático e pedagógico são distinguidos e tratados simultaneamente. O objeto matemático é tratado por alguém ao quadro de giz, que denominamos "aluno". Os objetos didático e pedagógico são tratados por todos que não estão ao quadro de giz, que denominamos "professores" ou "coordenadores". No caso desse episódio não havia aluno no quadro.

O episódio relata a indignação de uma pessoa com formação matemática consistente, que denominaremos Joana. Em uma dessas sessões, Joana, inquieta, faz uma queixa a respeito do tratamento dado por um professor ao tema derivada em uma apostila usada em um curso de cálculo I. Nesse caso, preferencialmente, foi tratado o objeto pedagógico do qual Joana fez parte com sua queixa. Isso nos permitiu estabelecer o relato a seguir, na forma de um estudo, para interpretar aquela queixa, a indignação e o que a fala de Joana, a sua queixa, trazia nas entrelinhas.

O GPA-RC, lugar onde ocorreu o episódio, tem por linha de pesquisa a *análise dos condicionantes da sala de aula e intervenção pedagógica.* O grupo funciona como gerenciador de intervenções nas diversas etapas de ensino, a partir da ação dinâmica dos professores/coordenadores, valendo-se para isso da *intervenção diferencial,* seguindo uma orientação psicanalítica freudo-lacaniana [Cabral: 1998].

Episódio: A inclinação da curva.

Em uma quinta-feira uma aluna apresentou à Joana uma apostila de cálculo diferencial I que usava para cursas a disciplina pela terceira vez. Essa aluna é do curso de Ecologia e estava muito preocupada com a resolução de alguns exercícios, pois a prova estava marcada para os próximos dias.

O primeiro exercício que propôs era:

"Encontrar a equação da reta que tangencia a curva $y=\sqrt{x}$ e que seja paralela à reta de equação $8x-4y+1=0$."

Na tentativa de que a própria aluna iniciasse o encaminhamento do exercício, Joana foi procurar as definições de derivada e de reta tangente; conceitos que seriam utilizados na resolução. Logo na primeira folha da apostila, deparou com a seguinte definição:

"Dada uma curva $y=f(x)$, seja $P(a,f(a))$ um ponto sobre ela. Definimos a inclinação da curva em P como o limite dos coeficientes angulares das retas passando por P e por outro ponto Q da curva, fazendo-se Q se aproximar de P".

A primeira reação de Joana foi de indignação. Qual o objetivo do autor em apresentar com outro nome um conceito tão conhecido em Cálculo I? Por que falar em "inclinação da curva"? Curva tem inclinação?

Joana pediu emprestada a apostila para discutir, junto ao GPA, sobre a conveniência da utilização de um termo tão diferente, no sábado seguinte. Estava certa que podia sustentar que havia *"imprecisão do professor"* e que isso poderia causar confusão nos alunos. Tal como a aluna que havia procurado Joana para auxiliar nos estudos, muitos alunos estavam repetindo a disciplina pela segunda ou terceira vez.

No GPA, conclamou o grupo para que concordasse com a interpretação dada por ela em que adotava uma posição de censura ao professor. Os argumentos eram que as palavras "inclinação" e "curva" não deveriam ser usadas simultaneamente, pois a primeira transmitia a idéia de que se tratava de uma reta e não de uma curva. Concluiu a argumentação observando que, sobretudo, tal definição não era usual. Joana chegou a fazer o seguinte comentário: *"Inclinação da curva? ! Imaginem uma curva bem velhinha usando uma bengala. Estará inclinada!"* Um dos coordenadores argumentou: *"Mas o professor da disciplina é tão cuidadoso..."* Ao que Joana retrucou prontamente: *"Você está sendo condescendente. Ora, 'inclinação da curva'? Não faz sentido, só confunde."*

Então, para outro coordenador, apresentou a apostila novamente, com o mesmo tom de desdém, fazendo pouco caso, e também o convidando para se juntar no protesto.

Após ler a definição, o coordenador virou-se para Joana e dialogaram:

C: *"or quê você não gosta de chamar a isso de inclinação da curva? Você preferia que se chamasse XPTO?"*

J: ***"Não é isso. É que é um absurdo, não faz sentido, curva não tem inclinação."***

C: *"Mas a definição é dele. Tudo o que ele escreve está certo, está bem caracterizado. Então ele chama isso de "inclinação da curva". Você protesta contra o uso dos termos? Por que isso a incomoda?"*

J: *"Por que ele não usa a palavra que já conhecemos? É a derivada da função. Curva não tem inclinação...Fica mais difícil para o aluno aprender com outro nome."*

C: *"Você está dizendo que a função do professor é tomar mais fácil para o aluno?"*

J: *"Não. Não é* isso (ênfase na fala) *que estou querendo dizer."*

C: *"Então, diga o que você está querendo dizer."*

J: *"Estou dizendo que não é necessário confundir, curva não tem inclinação, para que falar em inclinação da curva? Acho que não devia usar outro termo para a definição de derivada. Devemos empregar o termo conhecido."*

C: *"Então é uma questão pedagógica. Se é conveniente usar este termo, ou não, isso só pode ser decidido diante do efeito que esse uso tem numa sala de aula."*

Interpretação

Uma certa fala Matemática pode ser encadeada pelo discurso matemático e este tem de conferir aos objetos de seu campo sua forma de precisão, como se essa forma pré-

existisse, como se ela fosse natural. Tudo está fundado em definições e em regras de sintaxe da lógica que foram constituídas para evitar deslizes e ambigüidades. O dito rigor matemático então, sustentado pelo sujeito identificado com o papel que lhe é reservado, escapa da especificidade da fala e passa ao sentido do discurso. O papel que o sujeito desempenha é o de garantir que a Matemática possa exercer o sentido da fala do rigor no para si de seu discurso, isto é, garantir que termos usados rigorosamente são o próprio sentido do discurso. É, em parte, daí que o efeito autoritário aparece na sala de aula.

Numa primeira interpretação temos que o poder exercido por muitos professores em sala de aula é assimilado pelos alunos que também fazem uso de falas cujo efeito é a dominação. Os alunos criam uma imagem de si semelhante a este professor, imagem da qual passam a gostar e por meio da qual querem ser reconhecidos, modelos de ideais a serem imitados, características que não necessariamente são positivas.

No âmbito da teoria sobre os processos de identificações, diz-nos Zizek:

"a identificação imaginária é a identificação com a imagem na qual nos parecemos passíveis de ser amados, representando essa imagem "o que gostaríamos de ser", ao passo que a identificação simbólica se efetua em relação ao próprio lugar de onde somos observados, de onde nos olhamos de modo a parecermos amáveis a nós mesmos, merecedores de amor". [Zizek, 1992:104]

A indignação demonstrada por Joana é fruto de um discurso dominador incorporado durante tantos anos de estudo de matemática e fundamentado em exemplos múltiplos de sala de aula. A palavra que define, que dá nome ao objeto matemático, deixa de ser do domínio do corpo matemático, passa a ser da pessoa. Inclinação da reta e derivada da função passaram a ser palavras de Joana, passaram a fazer parte de seu discurso, tornaram-se seus instrumentos de dominação. Sendo palavras dela, somente ela pode decidir como devem ou não serem utilizadas. Joana passa a ter o controle sobre o termo, o poder de empregá-lo ou não e o juízo sobre sua boa utilização ou não. Inclinação da curva representava um corpo estranho dentro de seu universo simbólico, uma ameaça, e ela reagiu. Para que pudesse gostar de si e que os outros também pudessem gostar dela, era necessário a Joana defender o uso da palavra que define; isso é o que lhe foi ensinado, isso é o que lhe permitiu *ser para o outro*, ou seja, estar simbolicamente identificada com um certo olhar para o qual desempenha seu papel. No ensino tradicional,

"O efeito é o reforço dos processos identificatórios: o objetivo é produzir um aluno à semelhança do mestre." [Cabral, 2001: 113].

Joana age como lhe ensinaram, reproduz a experiência na qual tomou parte como aluna e que a faz hoje professora reconhecida boa matemática.

A indignação contra a introdução de um conceito antigo com um nome novo durante um curso de cálculo foi provocada pela ousadia apresentada pelo professor em inovar, o que afronta o discurso dominador implícito. A indignação proveio daí, embora tivesse de ser apresentada como argumentação sobre a incompetência pedagógica de usar tal novidade.

A argumentação de que "curva não tem inclinação" disfarça a razão verdadeira da queixa. Diz-nos Zizek que

"(...) o "segredo" a ser desvendado pela análise não é o conteúdo dissimulado pela forma (forma do sonho, forma da mercadoria), mas, muito pelo contrário, é essa própria forma." [Zizek, 1988:131].

A forma aqui é o próprio discurso dominador que, uma vez incorporado pelos alunos, futuros professores de matemática, não deixa a sala de aula, volta para o lugar do qual nunca saiu, e se reproduz.

Zizek, ao tratar de questões como o sonho em Freud ou a mercadoria em Marx, alerta-nos que não é possível confundir o *pensamento latente*, a significação, com o desejo inconsciente em ação, a própria *forma*, que se realiza através do *conteúdo manifesto*.

"A relação entre o "pensamento latente" e o que chamamos "conteúdo manifesto" do sonho – o texto do sonho, o sonho em sua fenomenalidade literal – é, portanto, a relação entre um

o pensamento inteiramente "normal", consciente/pré-consciente, e a tradução deste pensamento no "rébus" do inconsciente, do processo primário". O essencial do sonho não é o "pensamento latente", mas o trabalho (os mecanismos de deslocamento, condensação, figuração do conteúdo das palavras ou das sílabas etc.) que lhe confere a forma do sonho." [Zizek,1988:132].

O conteúdo manifesto foi a queixa de Joana, em sua fenomenalidade literal, na sessão integrada do GPA: *"curva não têm inclinação; deve-se usar a palavra usual, qual seja, derivada"*. O pensamento latente, foi um pensamento inteiramente normal que logo aflorou no diálogo e revelou o zelo pela preservação dos instrumentos simbólicos de dominação do discurso: *"essas palavras são minhas, não permito que sejam usadas de outro modo"*.

Entretanto, não se trata de saber por que o discurso dominador se apresenta sob a forma de uma queixa sobre o uso das palavras. Trata-se de saber que houve um trabalho, Joana dissimulou sua indignação quando conclamou as pessoas de um grupo para apoiar sua queixa e os argumentos com os quais tentava sustentá-la. *"Não é necessário confundir..."* é apenas dissimulação da *forma* da queixa, aqui representada pelo discurso dominador que é momentaneamente abandonado pelo professor e cuja ausência é reclamada por Joana.

Esse trabalho só pode ser evidenciado porque o modo como a sessão integrada é estruturada permitiu que Joana tivesse o espaço garantido para apresentar sua queixa, sua insatisfação, ainda que de uma posição magistral. É isso que se quer em uma sessão integrada, fazer aparecer aquilo que incomoda e um tratamento ser dado no e pelo grupo que acolhe o sujeito com seu sintoma, quer esse incomodo esteja relacionado ao objeto matemático, quer esteja relacionado ao objeto pedagógico. Joana não estava no quadro, mas fez queixa relativa ao uso de termos matemáticos com os quais tinha tanta familiaridade e que eram seus.

Nos termos althusserianos, da teoria da ideologia, Joana fez um apelo, ideológico, ao grupo, conclamou a todos: *"sejamos matemáticos"*. Nos termos da teoria freudo-lacanina, Joana mostrou-nos como I(A), a identificação simbólica, funciona, Joana revelou que missão assumiu durante muito tempo: ser matemática ao sustentar as formas discursivas pelas quais se fez reconhecer por seus pares durante parte de sua formação.

Podemos adiantar que Joana não está no grupo por acaso, pois, de algum modo, colocou em questão o traço que a permitiu ser reconhecida matemática por tanto tempo, ser amada por estar nessa posição. Nesse novo trajeto, Joana procura produzir um saber sobre sua posição relativa ao velho discurso matemático de dominação e sobre compromissos que está assumindo com algo que lhe parece novo: a fala da Educação Matemática. Isso Joana fez ao procurar o grupo e por ele ser acolhida.

Bibliografia:

BALDINO, Roberto; CABRAL, Tânia Cristina B. & CARVALHO, Ana M.F.T. de (2001). *Sessões Integradas*. www.grpa-rc.mat.br/

CABRAL, Tânia Cristina B.(1998). *Contribuições da Psicanálise à Educação Matemática: a lógica da intervenção nos processos de aprendizagem*. Tese de doutorado, FE, USP, São Paulo.

CABRAL, Tânia Cristina B. (2001). Lógica da intervenção didática. In Cury, Helena N. (org.): *Formação de Professores de Matemática. Uma visão multifacetada*. Porto Alegre, (RS): EDIPUCRS.

ZIZEK, Slavoj (1988). *O mais sublime dos histéricos. Hegel com Lacan*. Rio de Janeiro (RJ): Jorge Zahar Editor.

ZIZEK, Slavoj (1992). *Eles não sabem o que fazem. O sublime objeto da ideologia*. Rio de Janeiro (RJ): Jorge Zahar Editor.

Andreia Carvalho Maciel Barbosa
Estela Kaufman Fainguelernt
Franca Cohen Gottlieb
Universidade Santa Úrsula - USU

Introdução

Essa pesquisa foi desenvolvida na dissertação de mestrado, onde utilizamos um software educacional como recurso ao ensino da Geometria. A proposta alia a utilização dos recursos tecnológicos, no caso o software Cabri Géomètre II, com uma mudança metodológica que proporcione descobertas, que transforme e direcione a construção de conhecimento e onde professores e alunos efetivamente construam um ambiente pedagógico.

No momento existem muitos softwares educativos, com os mais diferentes objetivos. Para realizar a implementação da tecnologia no ambiente escolar passa-se por uma série de cuidados e questionamentos. Ao professor cabe avaliar a adequação do software aos conteúdos a serem abordados preocupando-se com "o como", "o porquê" e "para que", pois é um momento de tomada de decisão que não é neutra e representa uma opção por um modelo educacional.

A insatisfação com o modelo tradicional do ensino da Matemática conduz o professor a buscar novas alternativas para essa prática. A experiência que muitos professores devem ter vivenciado é passar longas horas discursando sobre conteúdos, resolvendo muitos exercícios, procurando explicar tudo bem detalhado e claro, aplicar uma avaliação e constatar que os alunos não aprenderam.

Este processo muitas vezes provoca angústia no professor e um pensamento: "eu ensinei tão bem e os alunos não aprenderam". E, às vezes, até o próprio aluno inserido nesse paradigma educacional diz "o professor é muito bom, suas aulas são ótimas, ele sabe muita Matemática, mas eu não consigo aprender" ou "eu é que não tenho cabeça para aprender Matemática". O professor precisa, então, compreender a profunda diferença que existe entre informação e conhecimento.

Especificamente no ensino da Geometria constata-se a necessidade de explorar a visualização do aluno e as articulações de propriedades geométricas feitas em situações diversificadas. A percepção e a representação particular do aluno faz com que ele construa significado para um determinado conceito geométrico. A partir da visualização pode-se levantar conjecturas, explorar o caráter de investigação conduzindo a generalização de propriedades e elaborando processos de justificativa, na resolução de problemas.

O Problema

Nessa pesquisa aliamos recursos tecnológicos ao ensino da Geometria e investigamos as mudanças ocorridas no aprendizado do aluno ao construir *objetos geométricos* utilizando os recursos do software Cabri Géomètre II. Analisamos também como os alunos utilizam esses *objetos geométricos* dinâmicos para justificar situações-problema.

Especificamente tivemos por objetivo:

- Analisar estratégias de investigação dos alunos quando envolvidos em situações-problema que envolvam *figuras geométricas* e suas propriedades.
- Analisar como os alunos modelam problemas com a ajuda do Cabri Géomètre II.
- Identificar as relações e propriedades geométricas utilizadas pelos alunos nas justificativas dos problemas.

Referencial Teórico

Garcia (1995) define educação como o conhecimento ligado à formação do homem, na perspectiva de um paradigma. No momento que esse modelo é questionado temos uma crise, que pode provocar o surgimento de um novo paradigma educacional.

O novo paradigma redimensiona as atitudes e modelos na educação. Abandonar o modelo de ensino tradicional, que ainda hoje é priorizado nas escolas, implica em experimentar novas metodologias. É aprender a fazer diferente, é modificar a estrutura escolar, ou seja, redimensionar o papel de professores, alunos, sala de aula, conteúdos, tecnologia e aprendizagem.

Dentro do novo paradigma, a sala de aula é um ambiente de cooperação e construção do conhecimento, onde todos desejam participar do processo. A aprendizagem ocorre em equipe e a tecnologia apresenta-se vinculada ao contexto sendo utilizada como recurso, pois acredita-se em uma sociedade em que o homem seja centro e a utilize. Nesse contexto esses recursos são manipulados pelo professor e pelo aluno.

Uma proposta pedagógica, com o uso de computador, que possa ser efetivamente aplicada surge da integração entre o modelo pedagógico escolhido e fatores estruturais como carga horária e grade curricular.

Banathy (1993) cit. Clunie (1996) acredita que ao operacionalizar um modelo de aprendizagem com o uso do computador deve-se considerar diferentes fatores como, o caráter sócio-político da sociedade, a natureza unitária ou pluralista da mesma, a noção de aprendizagem e de aluno. Segundo ele, deve-se orientar o trabalho de acordo com o nível de experiência-aprendizagem promovido por um conjunto de fatores que ajudam a organizar o pensamento.

Quando se enfatiza o fazer pedagógico apenas na utilização do recurso tecnológico reproduz-se o modelo de ensino descrito no paradigma tradicional. Para que ocorra uma mudança de paradigma faz-se necessário questionar diferentes abordagens de ensino.

Para tratar do uso do computador no processo educacional é necessário que se conheça suas potencialidades como recurso educativo, mas a tecnologia não é suficiente. Estão presentes também, diferentes aspectos como o cognitivo, o emocional, o técnico, o cultural e o sócio-político.

Dentre as abordagens utilizadas para compreender o processo educacional com fundamentação nas práticas com computador, a teoria proposta a partir das idéias de Vygotsky, valoriza a atividade social no processo de aquisição e desenvolvimento da linguagem e construção do conhecimento.

Surge em sua obra o conceito de zona de desenvolvimento proximal (ZDP) e com ela a noção de mediador como pessoa intervém para orientar a criança. Para criar uma ZDP deve-se criar um contexto para a interação. Acredita-se que o aprendizado ideal ocorre quando o aluno interage com o adulto em um nível imediatamente superior ao seu.

A perspectiva de Vygotsky, que Papert (1994) retoma, refere-se ao papel da palavra considerada elemento fundamental nas relações entre aluno, professor e computador. Na visão de Papert (1994), ao promover a aprendizagem utilizando o computador, além de produzir conceitos significativos deve-se identificar a zona de desenvolvimento proximal do aluno.

Dentro desse referencial o computador não detém o conhecimento, sendo o aluno que indica os caminhos. A escolha do software Cabri Géomètre II, além do reconhecimento das possibilidades de trabalho com o mesmo, levou isso em conta. Caracterizado como um micromundo, segundo Galvis (1991) e Ilabaca (1993), está entre os mais utilizados na área de Matemática. Sua elaboração tem uma perspectiva na prática pedagógica diferente, por exemplo, do Excel, que foi criado para atender uma demanda e adaptado ao ensino.

É um software voltado para o trabalho com Geometria Dinâmica e permite gerar atividades cognitivas diferenciadas. Uma das maiores riquezas no uso do Cabri Géomètre II é realizar construções geométricas como em uma folha de papel e movimentar essa construção pelo caráter dinâmico do software.

Nasser (1991) aponta a visualização como uma forma de guiar os alunos no processo de dedução, descobrindo a existência de regras e questionando sua veracidade. Nesse contexto, a atmosfera gerada pela Geometria Dinâmica é importante, fornecendo a possibilidade de construção de situações em que estimule-se a exploração e a justificativa do aluno.

Quando saímos da construção no papel ou no quadro negro para a representação através do software, mudamos de um referencial estático para um referencial dinâmico, pois ocorre uma mudança de perspectiva. Com a visualização, a movimentação e a mudança de perspectiva permitidas com o uso do Cabri Géomètre II temos a possibilidade de representar um novo panorama. Isso possibilita explorar figuras geométricas em várias posições, para que o aluno caminhe a uma representação de um protótipo próprio.

Para desenvolver e analisar essa pesquisa faz-se necessário definir termos: desenho, figuras geométricas e objetos geométricos, como em Sangiacomo (1996).

O *desenho da figura* ou simplesmente *desenho* é entendido como qualquer representação de um ente geométrico, *Figura Geométrica* é um conjunto de pontos no plano. é um conjunto de elementos geométricos ligados por relações e propriedades, e, *Objeto Geométrico* designa a figura que corresponde a classe definida por uma determinada figura geométrica.

Unindo a proposta de resolução de problemas (Polya, 1985) e utilizando o Cabri Géomètre II, surge uma forma de desenvolver atividades que permitam ao aluno trabalhar a percepção visual do problema, experimentar, investigar, conjecturar, comprovar e generalizar. O trabalho no software funciona como um suporte para o processo de justificativa do aluno.

***"Ao serem desafiados e ao mesmo tempo apoiados a articularem os significados e as conjecturas que vão fazendo sobre as 'invariâncias no meio das mudanças', é possível que as propriedades matemáticas, as técnicas, as idéias e as heurísticas se tornem não apenas o assunto, mas o objeto de estudo"* (Mason, 1996).**

Descrição Metodológica

No ano de 2001, ocorre a implantação do Projeto Político Pedagógico do Colégio Pedro II. A grade curricular do Ensino Médio, justificada pelos Parâmetros Curriculares Nacionais e pela nova Lei de Diretrizes e Bases, trouxe como novidade as disciplinas eletivas, que foram oferecidas para todos os alunos do 1ª série do Ensino Médio em todas as unidades e, em particular, para os alunos da 2ª série da Unidade Escolar Centro, que já havia experimentado a grade no ano 2000. Ao longo do Ensino Médio o aluno terá que escolher, de acordo com seus interesses, cinco disciplinas eletivas. Os alunos que se inscrevem na disciplina eletiva o fazem por opção.

A disciplina eletiva Tópicos da Matemática com o Uso do Computador abrange conteúdos de Geometria, Estatística, Gráficos e Funções utilizando softwares como recurso pedagógico. Os softwares utilizados são o Cabri Géomètre II para o ensino da Geometria e Excel, Grafmath, Grafith para outros conteúdos matemáticos.

Os seis alunos sujeitos dessa pesquisa estão cursando a 2ª série do Ensino Médio. Concentramos a pesquisa nas atividades realizadas com o Cabri Géomètre II. Os alunos envolvidos tiveram em séries anteriores, contato com a Geometria Plana usualmente apresentada nos livros didáticos tradicionais. Todas as diferentes etapas foram desenvolvidas no laboratório de informática.

Para cada aula elabora-se um grupo de "folhas-tarefa", contendo as atividades impressas a serem realizadas, algumas perguntas para responder e espaço para relatórios.

As atividades envolvendo o software Cabri Géomètre II, na disciplina Tópicos da Matemática com o uso do Computador, foram realizadas seguindo uma determinada proposta de trabalho que incluem o desenvolvimento de atividades dispostas em sete folhas-tarefa e dispostas em três blocos: *Atividade Disparadora, Grupo de atividades I e Grupo de atividades II.*

DESENVOLVIMENTO DA ATIVIDADE DISPARADORA E O PRIMEIRO CONTATO COM O CABRI

No primeiro encontro iniciamos o desenvolvimento da atividade disparadora. Os alunos receberam a folha-tarefa 1 composta de três páginas. A primeira com um texto, "A Matemática e o Caipira", a segunda com questões e espaços para respostas e a terceira contém um segundo texto, "Novamente a Matemática e o Caipira – Agora a Matemática e o Engenheiro", para concluir a atividade. Os textos foram adaptados da Revista do Professor de matemática (volumes 1 e 2).

Trabalhamos nessa primeira etapa a primeira das fases definidas por Polya (1995), a compreensão do problema, onde o aluno apresenta a sua representação acerca do mesmo. Comprovamos que a maneira de compreender e formular o problema é singular de cada aluno e constatamos que nas formulações e esboços de cada aluno existe uma coerência entre as representações e a modelagem do problema proposto.

Somente após a modelagem, a ilustração e a construção geométrica, os alunos foram apresentados ao programa Cabri Géomètre II. Até esse momento não havia contato algum com o software. Foi proposto, então, que o manipulassem livremente, enquanto a professora circulava entre os alunos interrogando e fazendo sugestões com o objetivo de estimular a procura de novos comandos.

Os alunos realizavam suas construções e faziam perguntas a medida que sentiam necessidade em utilizar algum comando ou realizar alguma construção. Na interação dos alunos com o Cabri Géomètre II surgiram obstáculos indicando a impossibilidade de realizar a construção desejada e em muitos momentos fez-se necessário um mediador, a professora ou algum outro colega que já tivesse realizado a descoberta.

Tivemos a preocupação também, durante o desenvolvimento da atividade livre, em explorar o caráter dinâmico do software para que os alunos começassem a perceber o que são os objetos geométricos, nesse primeiro momento de forma intuitiva.

Com a Geometria Dinâmica surge um vocabulário próprio que pauta os diálogos sobre as construções como: "puxa o ponto", "clica na reta", "aumenta o triângulo", "mede as áreas e divide". Essa nova forma de comunicação está intimamente ligada à definição de objeto geométrico e uma forma de expressão que não faz sentido no papel.

Essa dinâmica utilizada na apresentação do software foi a tônica de utilização do Cabri Géomètre II na pesquisa. Acreditamos que seja importante que o aluno aprenda a utilizar o software de acordo com as necessidades propostas na construção necessária ao problema, através de suas próprias descobertas, de seus questionamentos e na troca com os outros alunos e que o domínio do software ocorra progressivamente dessa forma.

Após a atividade livre os alunos construíram o esboço do problema no Cabri Géomètre II. Como a exploração do software não foi direcionada, cada aluno fez suas próprias descobertas e após esse momento resolvemos socializá-las e com isso ampliar o conhecimento dos alunos sobre o software.

Finalizamos a atividade disparadora com a leitura do texto "Novamente a Matemática e o Caipira - Agora a Matemática e o Engenheiro".

O texto possibilitou a discussão sobre a importância da Geometria em situações cotidianas que, às vezes, podem ser mais complexas que a compreensão de alunos, professores e matemáticos. Questionamos também que a resolução de um problema prático pode envolver domínio de várias áreas de conhecimento.

"A resolução de problema requer muitas vezes a exploração do contexto para além do que surge o enunciado" (Abrantes, 1996).

Nesse conjunto de atividades trabalhamos a interação do aluno com o software através da investigação. Os alunos levantaram conjecturas e iniciaram a distinção entre figura e objeto geométrico na busca de justificativas para atividade proposta.

DESENVOLVIMENTO DAS ATIVIDADES DO GRUPO I

Os objetivos nesse grupo de atividades foram promover maior integração do aluno com o software, fornecer o instrumental necessário às construções para a resolução de problemas e trabalhar o conceito de objeto geométrico com os alunos.

Nas atividades do grupo I, os alunos realizaram quatorze problemas de construção distribuídos nas folhas-tarefa 2, 3, 4 e 5. Analisamos construções: do triângulo equilátero e da divisão do segmento em sete partes congruentes.

Com o desenvolvimento dessas atividades trabalhamos a diferença do que Laborde chama de Desenho do Cabri e Figura do Cabri. Na primeira construção realizada, os alunos

tentaram inicialmente construir de duas formas: uma delas utilizando um triângulo qualquer e a outra por segmentos de reta, depois foram ajustando de forma que o triângulo parecesse equilátero.

A professora indagava *"Posso mexer no que você fez?"* e acontecia o que Laborde chama de deformação. A partir daí questionávamos o que é um triângulo equilátero e que, para construí-lo e não desarrumar, teríamos que construir a partir de suas propriedades.

Quando o aluno passa da construção do papel para a construção no software, a construção assume um caráter diferente pois os pontos tem que ser definidos. A diferença será percebida pela movimentação dos elementos básicos da figura.

Nessas atividades houve progressos na manipulação do software e questões importantes surgiram para que desenvolvêssemos mais questionamentos sobre os objetos geométricos. Apareceram mais indícios de busca de justificativa, mas alguns alunos ainda mostram-se resistentes, diferente de suas atitudes nas construções que logo procuram fazer e os motiva mais. Isso reforça nossa opção em procurar nas atividades do grupo II utilizar o software para levantar conjecturas e depois buscar justificativas.

DESENVOLVIMENTO DE ATIVIDADES DO GRUPO II

Analisamos aqui estratégias de investigação dos alunos relativos a duas situações-problema. Nosso foco era verificar como os alunos utilizavam os objetos geométricos construídos no Cabri Géomètre II, para conjecturar e relacionar propriedades geométricas na busca justificativas. As atividades propostas nesta etapa constam das folhas-tarefa 6 e 7.

Nas folhas-tarefa 6 e 7 foram propostos dois problemas, o primeiro envolvendo a posição de três pontos, e o segundo, razão entre duas áreas.

Foi pedido que os alunos construíssem a figura no Cabri Géomètre II explicando sua construção. Na realização dessas atividades constatamos que a construção do objeto geométrico não foi um entrave, pois envolvia construções realizadas nas atividades do grupo I.

Depois das construções propomos que os alunos utilizassem o software para investigar e levantar conjecturas, o que na visão de Nasser (1992), é um momento que buscam acreditar na validade da relação encontrada.

Após conjecturar sobre as relações pediu-se aos alunos que justificassem o resultado encontrado. Os alunos mostram que utilizaram o objeto geométrico construído nos seguintes aspectos: visualização, verificação, análise, construções auxiliares e cálculo de medidas. Houve interação entre a visualização no computador e o raciocínio no papel, mostrando que a utilização do software é uma etapa que atua como facilitador, motivador e disparador do processo de buscas por justificativas.

Considerações Finais

No desenvolvimento dessa pesquisa, trabalhamos uma perspectiva interativa e dinâmica do conhecimento geométrico. Encontramos no software um aliado na implementação do ambiente de aprendizado pretendido. Não buscamos *"uma versão computadorizada dos modelos atuais de ensino"* (Valente, 1993), mas uma proposta de Informática Educativa, inserida no novo paradigma educacional

Acreditamos que essa pesquisa contribua na utilização de softwares educativos em Educação Matemática, em particular no uso do Cabri Géomètre II. Embora tenha sido feita com seis alunos, seus relatos e suas dificuldades podem ser estendidos para um grupo maior e adaptadas a sua realidade.

Consideramos relevante a experiência de manipulação do software através da descoberta, como foi proposta na atividade livre, e as estratégias utilizadas para resolução de problemas utilizando o Cabri Géomètre II.

Através dos relatos dos alunos, pudemos comprovar também que, inicialmente, o procedimento de construção era confundido com a justificativa do problema, o que foi sendo diferenciado ao longo do desenvolvimento das atividades.

Os alunos mostraram, inicialmente, resistência à escrita e alguns sentiram dificuldade com as justificativas, onde verificamos uma maior precisão na linguagem ao longo da pesquisa.

O Cabri Géomètre II forneceu aos alunos recursos para estratégias de investigação, trabalhando a percepção visual do problema e calculando medidas desejadas, e ajudou no estabelecimento do plano de resolução do problema (Polya, 1995).

Comprovamos um progresso no encadeamento das idéias nas justificativas realizadas ao longo das atividades, o que pode ser verificado nas soluções da folha-tarefa 7. Isso foi evidenciado nos relatos, onde alguns alunos formularam e verificaram hipóteses auxiliares, comprovaram sua conjectura e as utilizaram para justificar o problema proposto.

Na continuidade dos processos estamos utilizando as macro construções para agilizar os processos de construção e intensificar a utilização do software para justificar situações-problemas. Os alunos vêm preparando seminários de alguns conteúdos para uso posterior com o software. Dentre alguns temas dos seminários temos as cônicas, conteúdo que despertou curiosidade dos alunos desde o desenvolvimento da atividade de exploração do software quando o aluno Michel descobriu o ícone.

O Cabri Géomètre II insere a Geometria em seu raciocínio lógico-dedutivo, proposta há muitos séculos nos Elementos de Euclides (Boyer, 1974), na era da tecnologia do século XXI, onde "mouses falantes" e "formas malcriadas e bagunceiras" dão forma às imagens mentais abstratas.

Referências Bibliográficas:

ABRANTES, Paulo e outros. *Matemática para todos: Investigação na sala de aula.* In ABRANTES (org.): Investigar para Aprender Matemática. Lisboa, 1996.

ALMEIDA, Maria Elisabeth de. *Informática e Formação de Professores.* Brasília, Proinfo, 2000.

BOYER, Carl Benjamin. *História da Matemática.* São Paulo: Edgard Blüncher Editora, 1974

CLUNIE, Gisela E. T., e outros. *Ambientes de Aprendizagem e Hipertecnologias: Uma Relação Promissora.* Programa de Engenharia de Sistemas e Computação UFRJ. Rio de Janeiro, 1996.

GARCIA, Pedro Benjamim. Paradigmas em Crise e Educação. In BRANDÃO (org.). *A Crise dos Paradigmas e a Educação.* São Paulo, Cortez, 1994.

ILABACA, Sánchez. *Informática Educativa.* Chile, Editora Universitária, 1993.

MASON, John. *O "quê", "o porquê" e o "como" em Matemática.* In ABRANTES (org.): Investigar para Aprender Matemática. Lisboa, 1996.

NASSER, Lilian. *O Desenvolvimento do Raciocínio em Geometria.* Boletim do GEPEM, 27, pp. 93-99, 1991.

PAPERT. *The Children's machine.* New York: Basic Books, Traduzido para o português como, *A Máquina das Crianças: repensando a escola na Era da Informática.* Trad. Sandra Costa. Porto Alegre: Artes Médicas, 1994.

POLYA, George. *A Arte de Resolver Problemas: Um Novo Aspecto do Método Matemático.* Rio de Janeiro, Interciência, 1995.

SAMPAIO, Marisa Narcizo. *A Alfabetização Tecnológica do Professor: a busca de um conceito.* Dissertação de Mestrado apresentada a COPPE, Programa de Engenharia de Sistemas e Computação UFRJ, 1996.

SANGIACOMO, L. *O Processo da Mudança de Estatuto: De Desenho para Figura Geométrica. Uma Engenharia Didática com o Auxílio do Cabri Géomètre.* Dissertação de Mestrado apresentada a PUC-SP. São Paulo, 1996.

SOUZA, Fernanda Cristina A. G. de. *Geometria Dinâmica: Um Estudo.* Dissertação de Mestrado apresentada a COPPE, Programa de Engenharia de Sistemas e Computação UFRJ. Rio de Janeiro, 1998.

VALENTE, José Armando. *Diferentes Usos do Computador na Educação. Em Aberto,* Brasília, ano 12, (57), 3-17, jan/mar. 1993.

A PERCEPÇÃO DOS PROFESSORES DE MATEMÁTICA ACERCA DAS ATIVIDADES DE FORMAÇÃO CONTINUADA

Andréia Maria Pereira de Oliveira (ampodeinha@uol.com.br)
Orientadora: Laurizete Ferragut Passos (laurizet@terra.com.br)
UNESP – Rio Claro

INTRODUÇÃO

O presente trabalho é uma apresentação da pesquisa desenvolvida em nível de mestrado junto ao Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática, financiada pela Coordenadoria de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior - CAPES. O objetivo é estudar a percepção dos professores de Matemática acerca da contribuição dos cursos de formação continuada sobre a sua prática de ensino. Tomo como foco o Projeto Integrado de Física e Matemática para professores da Rede Pública – UFSCar, Programa PRÓ-CIÊNCIAS, convênio CAPES/FAPESP/SEMTEC/SEE-SP. No momento da elaboração deste artigo encontro-me na fase de coleta e análise dos dados.

O CAMINHAR DA PESQUISA

Os desafios impostos aos professores para que atendam às exigências dos tempos atuais são inúmeros. Surgem questões que não cabe aqui respondê-las, mas abrir espaço para a reflexão: Será que os professores estão sendo formados para atender a essas exigências? Como os programas de formação podem contribuir para o desenvolvimento profissional dos docentes num contexto cada vez mais desafiador?

Atualmente, a formação dos professores passou a ter uma perspectiva mais ampla do que as vertentes da formação inicial e continuada. Polletini (1999) vai além, ao defender que o desenvolvimento profissional do professor não começa com a entrada na profissão docente mas leva em consideração as experiências anteriores, durante e depois da formação inicial. Passa-se a considerar todas as vivências, incluindo as experiências pessoais, ainda como aluno e durante toda a carreira, permanecendo a formação sempre inconclusa, justamente por sua característica profissional. Segundo Ponte (1998, p.3):

> *...o desenvolvimento profissional ao longo de toda a carreira é hoje, em dia, um aspecto marcante da profissão docente. A finalidade do desenvolvimento profissional é tornar os professores mais aptos a conduzir um ensino da Matemática adaptado às necessidades de cada aluno e a contribuir para a melhoria das instituições educativa, realizando-se pessoal e profissionalmente.*

O desenvolvimento profissional é um processo e, por isto mesmo, de natureza contínua e dinâmica, não fazendo sentido dividir em etapas estanques. Garcia (1999, p. 137) salienta que o desenvolvimento profissional pressupõe *uma abordagem na formação de professores que valorize o seu caráter contextual, organizacional e orientado para mudança.* A abordagem exposta suscita uma perspectiva para a superação individualista das atividades de formação dos professores. A literatura de pesquisa internacional tem mostrado preocupação com o desenvolvimento profissional dos professores, advogando uma perspectiva que coloque o professor num papel ativo na sua formação, contribuindo para mudanças efetivas na matemática escolar (Atweh & Ochoa, 2001). Estes autores citados defendem a escola como um espaço para o desenvolvimento profissional do professor, de modo que ele esteja envolvido na pesquisa da sua prática em colaboração com outros professores e pesquisadores. Estudos nacionais têm discutido sobre a formação na própria escola, sugerindo os trabalhos colaborativos como um caminho para o desenvolvimento profissional dos professores (Passos, 1997; Garrido, 2000; Kancian, 2001). Estes esforços têm encaminhado para uma formação no qual o professor seja um participante ativo.

Polettini (1999) apresenta cinco sugestões para programas de formação do professor de Matemática: incentivar a reflexão sobre quaisquer experiências passadas e presentes; buscar a discussão integrada do conhecimento do conteúdo, de como lecionar o conteúdo e do currículo sempre que possível; incentivar trabalhos colaborativos entre os alunos e entre os docentes; propiciar oportunidades de experiências com escolas e com alunos o mais cedo possível e, incentivar a discussão de uma visão de Educação Matemática e não de Ensino de Matemática permeando todo o trabalho. Estas sugestões indicam caminhos a serem percorridos para que os professores em formação possam compreender a complexidade da prática pedagógica.

Para o professor em serviço, o refletir e atuar sobre o seu contexto, tomando em conta as suas possibilidades e limitações, é um desafio permanente posto pela profissão. Neste contexto, os cursos de formação destacam-se como uma das modalidades comuns de formação continuada. García (1999, p.177) afirma que *não existe modelo de formação com maior tradição e reconhecimento do que os cursos de formação.* Assim, os cursos têm sido espaços utilizados pelas Secretárias de Educação e Universidades para a formação dos professores. Entendo programa e/ou cursos de formação como encontros com professores para abordar determinados temas, conteúdos, etc. com objetivos devidamente definidos. Utilizo cursos como sinônimo de programas de formação continuada a fim de evitar repetições.

Pode-se levantar da literatura o pressuposto que o impacto de programas de formação continuada tem um efeito restrito nas concepções e conhecimentos dos professores. García (1999) enfatiza como uma das críticas posta aos cursos de formação continuada o pouco efeito causado na prática dos professores. De uma forma geral, os cursos têm sido estruturados nos moldes da racionalidade técnica, cabendo aos docentes o papel de espectadores (Fiorentini, 1998). Os pressupostos conceituais do desenvolvimento profissional enfatizam a necessidade de considerar os próprios professores na organização e implementação de atividades desta natureza.

Saliento a necessidade de estudar de que forma os professores percebem a contribuição dos cursos de formação continuada nas suas práticas de ensino. É preciso ainda aprofundar a compreensão acerca de que maneira as formas de estruturar os programas de formação influenciam as práticas docentes. Diante disto, a presente pesquisa insere-se neste empenho e estou propondo trazer as falas dos professores para compreender o seu desenvolvimento profissional no contexto de programas de formação. Apresento a pergunta norteadora que foi se configurando:

Como os professores de Matemática percebem a contribuição dos cursos de formação continuada na sua prática?

A fim de operacionalizar a busca de evidências sobre esta questão, formulo três objetivos para esta pesquisa, a saber:

- Observar, descrever e analisar o envolvimento de professores num programa de formação continuada;
- Investigar e descrever a estrutura deste programa de formação continuada;
- Identificar, entender e discutir as percepções dos professores sobre a contribuição dos cursos de formação na sua prática.

Assim, investigar a percepção dos professores acerca da contribuição dos programas de formação continuada para sua prática pode trazer: implicações sobre a estrutura e estratégias de formação continuada, *insights* sobre os processos de mudanças dos professores, os obstáculos para usar inovações e o papel das experiências sobre as perspectivas de ensino.

O CONTEXTO

O contexto sob o qual esta pesquisa se debruçará será o Projeto Integrado de Física e Matemática para professores da Rede Pública – UFSCar, Programa PRÓ-CIÊNCIAS, convênio

CAPES/FAPESP/SEMTEC/SEE-SP. Trata-se de um curso de aperfeiçoamento destinado a professores do ensino médio, visando a melhoria do ensino das disciplinas de Matemática e Física nas escolas públicas da região do Estado de São Paulo, através do aperfeiçoamento dos docentes em serviço. O projeto busca atualizar conteúdos, métodos pedagógicos e propiciar a interação do ensino médio com a Universidade por meio de atividades inovadoras. Conforme consta no projeto do Programa PRÓ-CIÊNCIAS, utilizará um modelo construtivo-colaborativo, no qual cabe ao professor-aluno participar do planejamento das atividades, mediante reflexões com o grupo de professores e a orientação de um professor-pesquisador que, de maneira conjunta com o aluno-professor, desenvolve um trabalho de colaboração junto à sua própria formação.

A escolha do Programa PRÓ-CIÊNCIAS justifica-se por ser uma proposta que incentiva projetos de formação continuada para professores de Ciências e Matemática, do ensino médio, em interação com a Universidade. É proposto para todo país pela CAPES, contando com a parceria em nível estadual da FAPESP, responsável por gerenciar os recursos do programa e repassá-los à Universidade.

A METODOLOGIA

Busco trazer compreensões sobre as percepções dos professores acerca do programa de formação continuada em relação à contribuição que estes imprimem à sua prática. As pesquisas no campo da Educação e Educação Matemática estão freqüentemente utilizando-se da pesquisa qualitativa (Bogdan & Biklen, 1994; Alves-Mazzotti, 1998; André, 1995; Lüdke & André, 1986). Pela natureza do objeto de estudo, este projeto insere-se na perspectiva qualitativa. Para Patton (citado em Alves-Mazzotti, 1998):

> *a principal característica das pesquisas qualitativas é o fato de que estas seguem a tradição "compreensiva" ou interpretativa. Isto significa que essas pesquisas partem do pressuposto de que as pessoas agem em função de suas crenças, percepções, sentimentos e valores e que seu comportamento tem sempre um sentido, um significado que não se dá a conhecer de modo imediato, precisando ser desvelado.*

Deste modo a pesquisa qualitativa possibilita aproximar-se dos significados que as pessoas dão às questões focalizadas, tomando em consideração a compreensão das inter-relações de suas ações numa instância particular. Goodson (1992) advoga como uma necessidade escutar a pessoa [o professor] a quem se destina o desenvolvimento. Assim, o que se pretende é dar voz aos professores do estudo, para que estes possam falar sobre a contribuição desse curso de formação para a sua prática. A investigação qualitativa constitui-se no método adequado para esta pesquisa, pois permitirá observar as percepções do professor diante de um curso de formação.

Como instrumentos para a coleta de dados pretendo utilizar a observação participante, as entrevistas e a análise de materiais. Como o objetivo da pesquisa é estudar as percepções dos professores já referidas como o foco da minha pesquisa, as entrevistas bastariam para desvelar tal propósito. Porém, a observação participante do curso e a análise dos materiais produzidos pelos professores ajudarão a conduzir as entrevistas. Detalho a seguir os procedimentos para recolher os dados:

- OBSERVAÇÃO do desenvolvimento do Programa PRÓ-CIÊNCIAS e o acompanhamento dos professores-aluno durante o curso. O registro está sendo realizado em um diário de campo.
- ENTREVISTAS com os professores-aluno. Realizarei uma entrevista semi-estruturada no final do PRÓ-CIÊNCIAS procurando abordar aspectos sobre o desenvolvimento do curso e a percepção da contribuição do curso nas práticas pedagógicas. Os professores serão escolhidos a partir dos seguintes critérios: professores com anos de experiências diversos, disponibilidade em participar da pesquisa e professores de cada grupo temático do Programa PRÓ-CIÊNCIAS.
- ANÁLISE DE MATERIAIS utilizados no Programa PRÓ-CIÊNCIAS, especificamente os produzidos pelos professores-aluno escolhidos para o estudo, e do diário de campo.

OS CAMINHOS A SEGUIR

No momento estou concluindo a coleta dos dados e iniciando a sua análise. Segundo André (1986), é preciso que a análise não se restrinja ao que está explícito no material, mas procure ir mais a fundo, desvendando mensagens implícitas, dimensões contraditórias e temas sistematicamente "silenciados" (p. 48). A autora salienta a importância do cruzamento entre os dados coletados e a literatura da pesquisa para que possa estabelecer conexões e relações.

Para analisar os dados e fazer construções teóricas à luz da pergunta norteadora da pesquisa, seguirei os seguintes passos à princípio: leitura flutuante de todo material, leitura destacando elementos chaves, categorização, formulação de assertivas, testagem das assertivas junto ao material empírico, integração ao quadro teórico.

AGRADECIMENTOS

A professora Laurizete Ferragut Passos, orientadora da pesquisa, e ao professor Jonei Cerqueira Barbosa pelas valiosas sugestões e comentários críticos.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ALVES-MAZZOTTI, A. J., GEWAMDSZNADJDER, F. *O método nas ciências naturais e sociais: pesquisa quantitativa qualitativa*. São Paulo: Pioneira, 1998.
ANDRÉ, M. E. D. A . *Etnografia da prática escolar.* Campinas: Papirus, 1995.
ATWEH, B.; OCHOA, M. D. A. Continuous In-Service Professional Development of Teachers and School Cahnge: Lessons from Mexico. In: Atweh, B., Forgasz, H., Nebres, B. *Sociocultural research on mathematics: An internacional perspective.* Mahwah: Lawrence Erlbaum Associates, 2001.
BIKLEN, S; BOGDAN, R. *Investigação Qualitativa em Educação: uma introdução à teoria e aos métodos.* Lisboa: Porto Editora, 1994.
CANCIAN, A. K. *Reflexão e colaboração desencadeando mudanças – Uma experiência de trabalho junto a professores de matemática.* 2001. 163 fls. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista, Rio Claro, 2001.
FIORENTINI, D; SOUZA JR, A; MELO, G. F. A. Saberes docentes: um desafio para acadêmicos e práticos In: Geraldi, C. M. G., Fiorentini, D., Pereira, E. M. de A (org.) . *Cartografias do trabalho docente: professor(a)-pesquisador(a).* Campinas: Mercado de Letras, 1998.
GARCÍA, M. C. *Formação de Professores – Para uma Mudança Educativa.* Portugal: Porto Editora, 1999.

GARRIDO, E. *Pesquisa Universidade-escola e desenvolvimento do professor.* 2000. 102 fls. Tese (Livre-Docência em Educação) - Faculdade de Educação, Universidade de São Paulo, São Paulo, 2000.
GOODSON, I. Dar voz ao professor: as histórias de vida dos professores e o seu desenvolvimento profissional. In: Nóvoa, A. *Vida de professores.* Porto: Porto Editora, 1992, p.64-78.
LUDKE, M., ANDRÉ, M. E. D. A. *Pesquisa em educação: abordagens qualitativas.* São Paulo: EPU, 1986.
PASSOS, L. *A colaboração Professor-pesquisador no processo de formação em serviço dos professores da escola básica.* 1997. fls. Tese (Doutorado em Educação) – Faculdade de Educação, Universidade de São Paulo, São Paulo, 1997.
POLETTINI, A. F. F. Análise das experiências vividas determinando o desenvolvimento profissional do professor de matemática. In: Bicudo, M. A. V. *Pesquisa em Educação Matemática: concepções & perspectivas.* São Paulo: Editora UNESP, 1999, p. 247-261.
PONTE, J. P. Da formação ao desenvolvimento profissional. *Actas do ProfMat 98.* Lisboa: APM, 1998. p. 27-44
UNIVERSIDADE FEDERAL DE SÃO CARLOS. *Projeto integrado de Física e Matemática para professores da rede pública.* São Carlos, 2000. 88p.

ABSTRAÇÃO

Antônio Pádua Machado
Orientadora: Profa. Dra. Maria A Viggiani Bicudo
UNESP-Rio Claro

Abstração é um substantivo abstrato. É uma coincidência curiosa e esta afirmação já diz alguma coisa, isto é, não estamos falando de um ser, nem de um objeto; não é também uma qualidade, nem um estado, mas trata-se de uma ação, o que encaixa na definição gramatical. Antes que passemos às maiores considerações, diremos, do próprio senso, que *abstração* designa uma ação intelectual, deliberada, do sujeito.

O que tal ação realiza, os dicionários e outros textos trazem, cada qual nos seus termos, formando uma variedade de modos com que explicitam o significado. Procuramos realizar uma abordagem que trata do significado da *abstração* em alguns textos e que tenta aprofundar diferentes considerações, provenientes de diferentes concepções na filosofia da matemática. No final tomamos um certo desvio, olhando para pesquisas entre tipos de *abstração* e o desenvolvimento cognitivo, o que também julgamos interessante para a Educação Matemática.

Significados

Brugger(1969, pp. 39, 40), fala da "etimologia do vocábulo" e afirma que *abstração* significa "ato de prescindir", "separar de um todo parte de seu conteúdo"; que em linguagem filosófica não denominamos *abstração* a separação de uma parte concreta de um todo, como um ramo de uma árvore, mas somente a operação que separa de um todo concreto intuitivamente dado, uma nota a quem damos atenção especial, como a cor, a forma, incapaz de existência independente. Segundo o autor, essa separação não é real, mas mental, e afirma que este é o modo de pensar da psicologia moderna. Acentua que a *abstração* não consiste simplesmente em isolar um aspecto sensível de um todo igualmente sensível, mas que o processo abstrativo compreende ao menos duas fases, uma onde o essencial é tornado visível, e outra onde é isolado.

Lalande(1999, pp. 7, 8) não descreve o significado de *abstração* diretamente em termos de uma separação mental, mas como "a ação do espírito que considera separadamente um elemento (qualidade ou relação) de uma representação ou de uma noção colocando especialmente a atenção sobre ele e negligenciando os outros". Depois enfatiza que "se faz abstração dos elementos que são negligenciados, o contrário do que designa "abstrair" ou "considerar por abstração". E explica que a "abstração isola por intermédio do pensamento aquilo que não pode ser isolado na representação". São asserções que descrevem a *abstração* como uma ação exclusivamente mental.

Em Abbagnano(1999, pp. 4, 5, 6), *abstração* "é a operação mediante a qual alguma coisa é escolhida como objeto de percepção, atenção, observação, consideração, pesquisa, estudo, etc. e isolada de outras coisas com que está em uma relação qualquer". Próximo de Brugger, dos processos de "tornar visível" e de "isolar", Abbagnano considera também um processo abstrativo que tem "dois aspectos", um de "isolar a coisa previamente escolhida das demais com que está relacionada" (o abstrair de), e outro de "assumir como objeto específico de consideração o que foi assim isolado". Esses dois procedimentos já tinham sido distinguidos por Kant, que, porém, pretendia reduzir a abstração somente à primeira dessas formas. Dando mais significado, afirma o autor que "a abstração é inerente a qualquer procedimento cognoscitivo" e que tem sido utilizada desde a antigüidade com a finalidade de descrever processos desse gênero, e reúne alguns eventos de aplicação de *abstração*. Aristóteles a utilizava para explicar a formação das ciências teoréticas, isto é, da matemática, da física e da filosofia, dizendo, o filósofo grego, que "o matemático despoja as coisas de todas as qualidades sensíveis, como peso, leveza, dureza, etc. e as reduz à quantidade contínua e descontínua; o físico prescinde de todas as determinações do ser que não se reduzam ao movimento"; "o filósofo despoja o ser das determinações particulares, como quantidade, movimento, etc. e limita-se a considerá-lo somente enquanto ser". Lembra S.

Tomás, como quem reduz o conhecimento intelectual à *operação de abstração*: "abstrair a forma da matéria individual e assim extrair o universal do particular", como extraímos a esfericidade da bola, prescindindo da bola, sem afirmar que a esfericidade existe separadamente da bola, tal qual podemos conhecer as características universais do homem e de outros entes, prescindindo dos princípios individuais. Cita "A Lógica de Port-Royal" que resume o pensamento da escolástica sobre o processo abstrativo esclarecendo que "a limitação da nossa mente faz com que não possamos compreender as coisas compostas senão considerando-as por partes e contemplando as faces diversas com que elas se nos apresentam, o que se costuma chamar conhecer por abstração".

No que pontuamos até aqui, a "separação" é um ato essencial no significado de *abstração*. "Separar" de um todo parte de seu conteúdo, considerar "separadamente" um elemento sob especial atenção e "isolar" um objeto de outras coisas, são idéias centrais nos significados, que se mantêm no mesmo eixo de entendimento. Mas podemos distinguir a partir daqui, duas abordagens possíveis de *abstração*: uma como resultado da atenção, como em Aristóteles, onde a *abstração* é uma operação de caráter epistemológico que nos dá a conhecer objetos que já existem, e outra como apresentação de objetos, como em Frege, onde a *abstração* pode ser vista tanto da perspectiva epistemológica quanto ontológica, como uma forma de acesso aos objetos ou como uma maneira de criá-los. Segundo Silva(2001, p. 6), em qualquer desses caso a *abstração* é uma alteração da consciência e que ao abstrair passamos a ter consciência de algo novo, e que é procedimento inevitável na cognição matemática.

O pensamento aristotélico

A Filosofia da Matemática de Aristóteles, segundo Lear(1995, p. 232), considera que o matemático é apto para separar superfícies, volumes, comprimentos, pontos, etc. de objetos físicos e estudá-los. Quanto a Platão(p.232), Aristóteles considera um equívoco a pura atividade mental de abstração para a percepção de um reino separado de objetos. Opostamente, a "separação" de aspectos matemáticos de suas instanciações físicas é uma característica que revela o caráter empírico do pensamento aristotélico, o que é basilar para o significado de abstração presente em outros diferentes pensamentos.

Para Aristóteles, segundo Silva (2001, p. 3), os objetos matemáticos são apenas *abstração*, sem existência separada da existência dos objetos empíricos; são apenas aspectos deles, e que um objeto empírico é um objeto matemático quando podemos considerá-lo segundo seu aspecto matemático, ou seja, como um objeto matemático. Não há para Aristóteles, segundo o autor(p.70), objetos *exclusivos* do discurso matemático. Por ser assim, para Aristóteles a matemática estuda objetos apenas sob certos aspectos: uma bola *como uma esfera*, uma coleção de dois livros apenas *como dois*. Com isso, Aristóteles mostra sinais de uma ontologia empirista, doutrina filosófica para quem apenas os objetos dos sentidos existem.

A noção de "duas fases" no "processo abstrativo", presente no significado dado por outros autores, parece partir de Aristóteles, que tem a *abstração* como "a operação de ver objetos e coleções de objetos empíricos , como objetos matemáticos"(p.4), mas que além da "separação", comporta também, segundo Silva, um elemento de "idealização". Ao tratar a bola como uma esfera, primeiro abstrai dela sua forma aproximadamente esférica, depois, desconsiderando as diferenças, "idealiza-se" a esfera matematicamente perfeita. Isto combina, por exemplo, com o que vimos em Abbagnano, que primeiro isola a coisa escolhida das demais com que está relacionada, depois assume como objeto específico de consideração o que foi assim isolado. Para Aristóteles(p.5), a atividade matemática envolve sempre *abstração*, isto é, a "separação", não simplesmente lógica, mas real, dos aspectos reais suscetíveis de tratamento matemático, como a forma ou a quantidade. Segundo o autor, de fato isso se assemelha à filosofia empirista da matemática, para a qual, as asserções particulares ou universais da matemática são sobre objetos reais, justificadas a posteriori.

Variantes

A estratégia empirista(p.71), tradicional em filosofia da matemática, envolve a idéia de tomar "algo como algo", ou considerar algo sob um de seus aspectos, desprezando outros. Já para os psicologistas, como afirma Silva, a abstração opera isolando aquilo que nos interessa em nossas representações; e que os psicologistas podem ser vistos como numa vertente do empirismo, pois têm os objetos mentais também como objetos do mundo empírico.

Silva(p.72) aponta, além da concepção dos psicologistas, "modos alternativos" de conceber a *abstração*. Um modo é concebê-la como "uma operação lógica ou lingüística", que é uma maneira próxima àquela visão de Aristóteles. Desse modo considerada, "a abstração não incide sobre as representações mentais, mas sobre a linguagem". Esta alternativa é contrária ao que encontramos em Lalande, como já salientamos, que "isola por intermédio do pensamento aquilo que não pode ser isolado na representação". Segundo Silva(p.72), por esse modo utilizamos a *abstração* para restringir a linguagem que usamos para falar dos objetos empíricos "àquelas expressões invariantes sob certas transformações"; tratamos como idênticos os objetos que são iguais sob certos aspectos. Tratar uma bola como esfera é tratá-la segundo as propriedades da sua esfericidade. Nessa perspectiva, segundo o autor, a *abstração* não incide nem sobre os próprios objetos empíricos, nem sobre suas representações mentais, como querem os psicologistas, mas "somente sobre o modo de falar deles".

Outro modo de conceber a *abstração*, às vezes chamado de *abstração matemática*, exposto por Silva, é vê-la "como uma maneira de *caracterizar objetos* de um certo tipo". Pela *abstração*, o aspecto empírico se apresenta como um objeto de outra natureza, existindo abstratamente, com seu sentido próprio de existência, "par a par com os objetos empíricos", independente de um sujeito que o constitua como um objeto mental. Essa é uma abordagem de valor tanto epistemológico como ontológico, pois trata a *abstração* também como meio de criar os objetos.

Frege e Husserl

G. Frege(p.31), filósofo matemático alemão, criador da lógica moderna, entende o processo abstrativo dessa maneira. Sua definição de número como "número de um conceito" é um exemplo de definição em matemática dita *definição por abstração* ou "definição criativa". Por esse método criam-se novos objetos a partir de objetos dados, como Frege criou os números a partir de conceitos. Para esse efeito, define-se uma relação de equivalência R num domínio qualquer de objetos dados e, a cada objeto a desse domínio, introduz-se um novo objeto $[a]$, com a definição de identidade para os novos objetos, como está na nossa referência: $[a] = [b] \Leftrightarrow aRb$. Para os números, a todo conceito F, Frege cria o objeto NxF como o número que lhe é atribuído, sob a relação de equivalência, de equinumericidade ($\approx$): $NxF = NxG \Leftrightarrow F \approx G$. Ou seja, um número "é um atributo" dos conceitos equinúmeros. O que é posto em evidência nesse caso, é a idéia de contagem das unidades de significação do conceito. Então, por esse processo de abstração criativa, como afirma Silva(p.28), para Frege, "números são atributos de conceitos".

Outro exemplo de *definição por abstração*, a partir da relação de paralelismo entre retas, dado por Frege, é o da *direção de uma reta*, também citado por nossa referência: "define-se, por abstração, a direção de uma reta como o conjunto das retas paralelas à reta dada". O que a direção de uma reta é, é criado por *abstração*.

Outro expoente da filosofia da lógica que entende o processo abstrativo como Frege, é E. Husserl(Silva, op. cit. p. 67), também filósofo matemático alemão, que pretendeu preservar os sistemas formais de qualquer influência psicologizante, como expõe em sua obra "Investigações Lógicas". Combateu o naturalismo e o psicologismo na ciência; o naturalismo que tem a consciência como uma expressão vaga considerando que tudo é objeto natural ou físico, e o psicologismo, visto como um caso particular do naturalismo, que tem na sua teoria o conhecimento como uma psicologia, isto é, como uma descrição do comportamento do sujeito na atividade de conhecer (Husserl, 1980, p. vi). Esse autor procurou mostrar que as conseqüências dessas correntes não redundam no conhecimento científico, enquanto conhecimento universal e

necessário, visto que "a necessidade se reduz à freqüência e repetição" e "a universalidade se reduz a generalidades abstratas".

A "significação" é fundamental para Husserl (1982, pp. 295, 296), que a relaciona com a *abstração*. Afirma que a relação entre a significação e a expressão significativa, é a mesma que existe entre a "espécie", por exemplo, a "vermelhidão", e o objeto vermelho. A significação como espécie se produz por *abstração*; não no sentido impróprio que é dominante na psicologia empirista e na teoria empirista do conhecimento, incapaz, segundo ele, de apreender o específico ou essencial da espécie, mas tão somente particularidades superficiais.

Preocupado com uma fundamentação filosófica da lógica pura, Husserl(p.298) vê aí a questão da *abstração* plantada, por dois aspectos: um é que entre as distinções categoriais das significações se encontra a distinção entre objetos individuais e objetos universais; outro é que as significações em geral constituem o patrimônio da lógica pura. Isto nos dá noção da importância da "significação" para fundamentação da lógica, e também a noção de como Husserl necessita dela para se referir ao "pensamento universal" na abordagem da *abstração*.

Ao criticar a teoria das idéias abstratas do empirista Locke, Husserl(p.310) afirma que "na efetividade real não existe nada que se pareça a um universal"; somente existem, realmente, coisas individuais". Se nos ativermos à esfera do imediatamente dado ou vivido, ou falando como Locke, às "idéias", então as coisas aparentes são complexos de "idéias simples", de sorte que em muitos desses complexos podem reaparecer as mesmas notas fenomênicas(p.313). Mas, nós nomeamos as coisas, e as nomeamos, afirma Husserl, não somente com nomes próprios, mas principalmente por meio de nomes comuns. O feito de poder nomear muitas coisas, com um só sentido, mediante o mesmo nome universal, mostra que a esse nome deve corresponder um só sentido universal, uma idéia universal(p.310), como é o caso de Frege conceber os números ligados aos conceitos. Entendemos a intenção de Husserl, de criar nomes e atribuí-los às coisas, como Frege atribui números aos conceitos. É como definir uma relação de equivalência entre um conjunto de termos criados e outro conjunto de objetos existentes. Tal qual a *abstração criativa*.

O pensamento universal(p.310) se manifesta em significações universais, pressupondo, pois, que tenhamos a *capacidade de abstração*, isto é, a capacidade de separar das coisas fenomênicas – que nos são dadas como complexos de notas – idéias parciais, idéias de notas singulares e ligá-las a palavras como significações universais destas. A possibilidade e efetividade de tais separações estão garantidas, diz o autor, pelo feito de que todo nome universal tem sua própria significação, isto é, leva exclusivamente unida a ela a idéia de uma nota; e também, acrescenta, quando entendermos bem, podemos lançar mão de quaisquer notas e convertê-las em significações de novos objetos universais.

Husserl versus Mill

A outra possível abordagem da abstração, concebida como resultado da atenção, é também relatada por Husserl(p.319), que a considera uma teoria muito influente, e que fora formulada primeiramente pelo empirista inglês J. S. Mill, ao sustentar que a *abstração* é uma simples operação da atenção. Dissera Mill, que "sem dúvida não há nem representações universais, nem objetos universais; porém, que quando nós representamos na intuição, objetos concretos individuais, podemos aplicar atenção exclusiva ou interesse exclusivo às diferentes partes e lados do objeto. A nota que é separada não pode ser nem real, nem ser representada; é entendida por si e se converte no objeto de interesse exclusivo, separada de todas as demais notas". "Que assim se compreende o duplo sentido do termo "abstrair", às vezes num sentido positivo, noutras vezes negativo" – abstrair como separar o que interessa e abstrair como prescindir-se do que não interessa. Ainda(p.320), considera Mill que, "sem dificuldade, a atenção não é tão completamente exclusiva; deixa espaço na consciência para outros elementos da idéia concreta; apesar disso, a consciência se cansa em proporção à energia do esforço de concentração, a atenção se relaxa se a idéia concreta continua sendo contemplada, ou seja, se outros elementos entram na consciência". Por isto não temos conceitos universais; temos somente idéias complexas de objetos no concreto. Segue Mill argumentando quanto a nossa capacidade de atender exclusivamente a certas partes da idéia concreta, que com atenção exclusiva capacitamos tais partes para determinar exclusivamente o curso de nosso pensamento, e estamos prontos para manter um curso de meditação ou raciocínio sobre as partes, como se pudéssemos concebê-las separadas do resto. E diz que "o que nos capacita para fazer isto é o emprego de 'signos' e particularmente a mais eficaz e familiar classe de signos, a saber, os nomes".

Husserl objeta esse pensamento nominalista de Mill, dizendo, entre outras de suas razões, que aí "não são dadas certas diferenças na esfera dos nomes"; e que uma delas é a diferença entre "os nomes que nomeiam algo individual" (que não é exemplar de uma espécie) e "os que nomeiam algo específico".

Se nos limitarmos, para maiores simplicidades, aos nomes próprios, afirma Husserl, encontramos o seguinte: por um lado, temos os nomes da índole "Sócrates" ou "Atenas"; por outro lado, temos os nomes como "quatro", como membro singular na série dos números ou "do", a nota "do" como membro da escala musical, ou "vermelhidão" como nome de uma cor. "Os nomes correspondem a certas significações e por meio deles nos referimos aos objetos". Esses objetos são, primeiro, a pessoa de Sócrates, a cidade de Atenas ou qualquer outro objeto individual; segundo, são o número "quatro", a nota "do", a cor "vermelhidão ou outro "ideal" qualquer. Ninguém pode questionar o que mencionamos quando usamos as palavras com sentido; nem quais são os objetos que nomeamos, nem que valor possam ter para nós. É evidente que se digo "quatro" no sentido genérico, como "quatro é primo com relação a sete, menciono a espécie "quatro", tenho a espécie "quatro" objetivamente ante o ponto de vista da lógica, isto é, julgo a partir da lógica como objeto, e não a cerca de uma coisa individual".

No seu desacordo com a teoria de Mill e seus sucessores empiristas, que se dizem nominalistas(p.324), Husserl se preocupa com a ameaça que esta corrente traz ao conceitualismo, pois que os praticam segundo um cego jogo associativo dos nomes, como meros sons verbais, com o propósito de por a claro o sentido e a função teorética do universal.

A *abstração* como resultado da atenção é tida também como "força generalizadora", e os investigadores que seguem Mill colocam o problema nos seguintes termos(p.329): "de que maneira se produz a espécie como unidade indiferenciada frente à multiplicidade"?. Segundo Husserl, procuram resolver o problema sem recorrer à universalidade associativa, ou seja, sem aplicação universal de mesmo nome e conceito a todos os objetos de sua extensão. Mas o pensamento é: "A *abstração* como atenção produz generalização". De fato, considera Husserl, o atributo abstraído não é mais que um elemento no fenômeno da complexidade individual de atributos. Porém, nos inumeráveis complexos tais atributos podem oferecer "o mesmo" atributo, ou seja, um atributo de conteúdo inteiramente igual. Assim, a *abstração* como atenção (ou como pensamento exclusivo) comete a perda da diferença do abstraído quanto aos atributos não abstraídos, sua individualização. O reverso da atenção sobre um atributo é o ato de prescindir os demais, e aí não há como olhar as diferenças e todo atributo se apresenta como único. Por exemplo(p.330), "parece que para estar certo sobre que a proposição da soma dos ângulos de um triângulo é verdadeira universalmente, tenhamos que dar uma prova particular dela em cada triângulo, o que é impossível – ou tenhamos que demonstrá-la de uma vez para sempre sobre a idéia universal de triângulo, idéia sobre a qual todos os triângulos singulares participam sem restrição".

Berkeley afirmara que a prova sobre um triângulo retângulo isósceles vale para todos os triângulos, porque na realização da prova não se usa nenhuma das características desse triângulo. Mas para Husserl(p.331), a necessidade de rejeitar tal concepção é clara se recordarmos o fim a que serve a *abstração,* que é "por em claro a diferença entre as significações universais e as significações individuais". "A *abstração* deve ser, pois, aqui, o ato em que se realiza a consciência da universalidade, como cumprimento da intenção dos nomes universais".

Piaget

Diferente das abordagens puramente filosófica, J. Piaget, criador da epistemolomogia genética e para quem "a inteligência é adaptação e cuja função é estruturar o universo como o

organismo estrutura o meio ambiente", e seus colaboradores, na psicologia experimental procuram distinguir uma "abstração reflexionante" da "abstração apoiada sobre os objetos", da psicologia empirista, designada por "abstração empírica" (Piaget, 1995, p. 274). Esta, segundo suas definições, "tira suas informações dos objetos como tais, ou das ações do sujeito sobre suas características materiais", ao passo que "a abstração reflexionante" "apoia-se sobre as coordenações das ações do sujeito". Definem também a "abstração pseudo-empírica", a "que ocorre quando o objeto é modificado pelas ações do sujeito e enriquecido por propriedade tiradas de suas coordenações, como ordenar os elementos de um conjunto". Definem, assim, porque "ao agir sobre o objeto e sobre seus observáveis atuais, como na abstração empírica, as constatações atingem, de fato, os produtos da coordenação das ações do sujeito (...)".

A "abstração reflexionante" comporta dois aspectos inseparáveis(Piaget, op. cit. p. 274): "O 'reflexionamento', ou seja, a projeção a um patamar superior daquilo que foi obtido num patamar inferior, e uma 'reflexão', entendida como 'ato mental' de reconstrução e reorganização sobre o patamar superior daquilo que foi assim transferido do inferior".

Abordaram, entre outras muitas questões, a questão da compreensão da multiplicação numérica(pp. 30, 41), que julgaram ser bem menos natural que a da adição; "não a aquisição escolar das tabuadas de multiplicação e de adição, mas da significação da operação multiplicativa como tal, sob suas formas mais elementares, como 3 x 2 comparado a 2 + 2 + 2".

Afirmaram que aí há um problema do ponto de vista da "abstração reflexionante", que para abordá-lo, há vantagem em "encontrar um viés, de maneira a evitar toda alusão às designações lingüísticas ou simbólicas da multiplicação". A questão dos múltiplos comuns lhes parece preencher as condições, colocando-a como: construir duas coleções iguais de fichas, uma de peças azuis, colocadas 2 a 2 e a outra de peças vermelhas, colocadas 3 a 3. Uma vez o problema resolvido, solicitaram aos sujeitos que explicassem como fizeram, interrogando-os sobre a possibilidade de conseguirem outras igualdades com coleções menores ou maiores.

Fizeram experimentos com diferentes estágios de desenvolvimento. Com as crianças, por exemplo, de 7-8 anos(p.41), a multiplicação revelou-se parcialmente compreendida, como adição de adições, o que já apontaram como resultado de uma abstração reflexionante. No estágio de 9-10 anos, os número *n* e *n'* de "pacotes" de fichas utilizados em cada coleção para obter uma igualdade entre elas, ganhou outro entendimento, como os números de operações realizadas, indicando que a multiplicação "*n* x 2" e "*n'* x 3", finalmente é compreendida, como produto de uma "abstração reflexionante" mais profunda.

Uma síntese

Do analisado, obtemos claridade sobre uma nebulosa noção de *abstração* como "ação intelectual" e caminhamos para uma síntese onde a *abstração* é uma ação intelectual da consciência. Assumimos antes a consciência nos moldes de Husserl(1980. op. cit. p. ix), a "consciência de", como atividade constituída por atos com os quais visamos algo, como é a atenção, a imaginação e o ato pelo qual a vontade se determina a alguma coisa; a consciência como intencionalidade. O ato de "separar de um todo parte de seu conteúdo" ou o "ato de prescindir" que representam significados de *abstração* de diferentes autores sob a influencia aristotélica da "separação" de aspectos de objetos", é uma noção pratica, epistemológica, que põe a atenção (como consciência intencional) sobre objetos já existentes, como a esfericidade de um corpo ou o significado da multiplicação. Criar ou apresentar objetos, como faz Frege com os números a partir de princípios lógicos, e Husserl com os conceitos universais, são atos não empíricos, de caráter até ontológico, que também entendemos ser resultado da *abstração* como ação intelectual da consciência intencional.

Referências bibliográficas

Abbagnano, N., "Dicionário de Filosofia"; trad. Alfredo Bosi; Ed. Martins Fontes (SP), 1999; 3ª. ed. Tit. or. "Dizionaio de Filosofia"; Itália, 1971.

Brugger, W., "Dicionário de Filosofia"; trad. Antonio Pinto de Carvalho; Ed. Herder (SP), 1969; 2ª ed. Tit. or. "Philosophisehes Wörterbuch Wörterbuch, Alemenha, 1957.

Husserl, E., "Investigaciones lógicas, 1"; Trad. espanhola, Manuel G. Morente e José Goes; Edit. Alianza Editorial, Madrid, 1982; Tit. or. "LogischeUntersuchungen", Alemanha, 1929.

Husserl E., "Investigações Lógicas – Sexta Investigação", Trad. Andréia Maria Altino de Campos Loparié; Edit. Abril Cultural (SP), 1980; Tit. or. "Logische Untersuchun gen", Alemanha, 1929.

Lalande, A., "Vocabulário Técnico e Critico da Filosofia"; Trad. Fátima de Sá Correia e outros; Ed. Martins Fontes (SP), 1999, 3ª. ed.; Tit. or. "Vocabulaire Technique et Critique dela Philosophia; França, 1926.

Lear, J., "Aristotle: the disire to undertand"; Edit. Cambridge University Press (USA).

Piaget. J., "Abstração Reflexionante"; Trad. Fernando Becker e Petrolinna Beatriz G. da Silva; Edit. Artes Médica (RS), 1995; Tit. or. "Recherches Sur L'abstraction Réfléchiossante, França, 1977.

Silva, J. J., Textos sobre Filosofia da Matemática, Impres, UNESP/RC; 1º. sem. 2001.

As leituras de Euclides Roxo e a construção da proposta modernizadora do ensino da matemática.

Aparecida Rodrigues Silva Duarte
Orientador: Prof. Dr. Wagner Rodrigues Valente
PUC-SP

1. O Ensino da matemática na Primeira República

No final da década de 20, as atividades industriais no Brasil encontravam-se em plena expansão, acarretando um crescimento acelerado dos centros urbanos. Concomitantemente a essas modificações, apareceram novas propostas educacionais inovadoras, decorrentes da preocupação desta nova sociedade que surgia, preocupada com a formação profissional dos trabalhadores das indústrias.

O Colégio Pedro II, desde sua criação em 1837, era referência de ensino para os demais institutos de ensino secundário existentes no país. Nele, lecionava-se aritmética, álgebra, geometria e trigonometria isoladamente. Cada uma delas consideradas em separado, não havendo preocupação em relacionar esses ramos da matemática (VALENTE, 2001).

Eram utilizados, no início do século XX, os livros didáticos conhecidos pela sigla F.I.C., significando "Frères de l'Instruction Chrétienne", cuja característica era, justamente, o ensino de cada ramo da matemática de forma independente, além de apresentar grande quantidade de exercícios aos alunos (VALENTE, 1999, P.176-192).

As idéias de modernização do ensino de matemática no Brasil foram influenciadas pelo movimento internacional de reforma da matemática que culminou com a criação, em 1908, do IMUK (Internationale Mathematische Unterrichtskommission), isto é, "Comissão Internacional para o Ensino da Matemática". Este movimento, presidido por Felix Klein (1849-1925), fazia-se representar em vários países, (França, Alemanha, Inglaterra, Itália e Estados Unidos) em que se procurava discutir e tentar solucionar as dificuldades no ensino da matemática. Estas discussões internacionais fizeram surgir os novos programas de matemática implementados no Colégio Pedro II, a partir de 1929. O principal responsável por tais mudanças foi o professor Euclides de Medeiros Guimarães Roxo (1890-1950), defensor das propostas pedagógicas sugeridas por Klein.

Convém destacar, que Euclides Roxo iniciou sua vida profissional em 1915, como professor substituto de aritmética do Colégio Pedro II, pelo prazo de três anos. Com o falecimento do professor Eugênio de Barros Raja Gabaglia, assume a cátedra, em 1º de outubro de 1919, em conformidade com artigo 42 do Decreto 11530. De acordo com documento elaborado pelo próprio Euclides Roxo, constante no Arquivo Pessoal Euclides Roxo, (APER).

Em 1923, lança o livro "*Lições de Arithmética*", dando um passo inovador em relação aos livros da coleção F.I.C. Isto se dá pelo fato de que, Euclides Roxo estava sempre em contato com as novidades ocorridas nos países estrangeiros, por intermédio de seu amigo Paulo Mendes Viana, sócio da Editora Francisco Alves. Em seu livro, faz uma apropriação do livro de Jules Tannery, "Leçons d'Arithmétique", que por sua vez, sugeria alterações e mudanças para ensino francês na disciplina.

O livro de aritmética do professor Roxo é adotado no Colégio Pedro II, a partir de 1923. Na medida em que este colégio era modelo para os demais estabelecimentos de ensino existentes no país, o livro de Euclides Roxo foi muito bem aceito, difundindo-se por todo o Brasil, podendo ser considerado como precursor de suas propostas modernizadoras (VALENTE, 2001).

A partir de 1925, Euclides Roxo assume a direção do Externato Pedro II. Nesta posição privilegiada, e sem contar o fato de estar sempre atualizado com os lançamentos de livros de matemática, fazem com que, em 1927, lance sua proposta de renovação do ensino da matemática para a Congregação do Colégio Pedro II, nos moldes do que vinha ocorrendo em alguns países desenvolvidos da Europa.

Na defesa de suas idéias, lança mão dos métodos de ensino aprovados na Alemanha, introduzidos por Felix Klein, cuja principal proposta é a de incorporar, numa só disciplina, os ramos da matemática (aritmética, álgebra e geometria) até então ensinados em separado. Outras idéias igualmente inovadoras são adicionadas, tais como, utilizar a noção de função como eixo de fusão das diversas partes da matemática, permitindo ao estudante a familiarização com os fenômenos científicos e também com situações do cotidiano (VALENTE, 2001).

A reforma, sugerida por Euclides Roxo, é implantada no Colégio Pedro II, a partir de 1929. Seus pares, que não concordavam com esta proposta inovadora, eram minoria naquela ocasião. Assim sendo, Euclides Roxo consegue fazer as modificações almejadas, auxiliado por, entre outros, Cecil Thiré e Júlio Cesar de Mello e Souza, lentes do mesmo estabelecimento de ensino. As modificações foram implantadas a partir da primeira série e seriam gradativamente adotadas nas séries seguintes, de forma a permitir ajustes e promover a participação de professores, com críticas e sugestões no processo que estava sendo colocado em prática. No entanto, com a precipitação dos fatos políticos decorrentes do governo provisório de Vargas, aquelas modificações foram aceleradas, quando da Reforma Francisco Campos.

Com a vitória da Revolução, em novembro de 1930, formou-se o Governo Provisório, tendo Getúlio Vargas como presidente. Vargas tratou de organizar o ministério, chamando Francisco Campos para a pasta da Educação e Saúde Pública. Getúlio incorpora a idéia do nacionalismo, surgindo a centralização do poder, de modo que os estados perdem sua autonomia. Antes de 1930, cada província do Brasil trabalhava de forma autônoma, assim sendo, também ficava a critério de cada uma delas, a administração da parte educacional de seu território (VALENTE, 2001).

Nesta época, como já se mencionou, Euclides Roxo é o diretor do Externato Pedro II. Ligado à República Velha, publicamente avesso ao novo poder político vigente, coloca seu cargo à disposição, uma vez que tal cargo era de confiança, e portanto, de livre nomeação pelo presidente da República.

Apesar disso, em dezembro de 1930, Euclides volta a assumir importante cargo no Colégio Pedro II, desta vez como diretor do Internato, cargo este que ocupou até 1937. Ainda em 1931, Francisco Campos, convida Euclides Roxo para participar da comissão que tratará da reforma do ensino brasileiro, o qual aceita participar da elaboração dos novos programas de matemática do novo governo. Desta forma, as modificações no ensino ocorridas no Colégio Pedro II, acabaram por ser introduzidas em todo o país, quando da Reforma Francisco Campos (APER, 2001).

A Reforma Francisco Campos, em 1931, acolhe as alterações promovidas por Euclides Roxo para o Colégio Pedro II, mas sua implantação deu-se de forma abrupta, isto é, ao invés de um procedimento gradual como fora pensado inicialmente, estas foram introduzidas simultaneamente para todas as séries de ensino no país (TAVARES, 2001).

Euclides Roxo foi o primeiro a procurar introduzir no Brasil, os pontos de vistas inseridos no moderno movimento de reforma iniciado na Alemanha por Felix Kline, na conformidade dos dizeres do próprio Roxo, em documento em que relaciona sua vida profissional:

"Convidado pelo Ministro Francisco Campos para elaborar os novos programas de matemática baixados com o decreto 19890 de 18 de abril de 1931, redigiu os programas e as instruções pedagógicas para o ensino dessa disciplina de acordo com as modernas tendências e com os pontos de vista que foi o primeiro a preconizar entre nós. Tais instruções se encontram às páginas 51 a 60 do folheto "Organização do Ensino Secundário" junto a uma carta do professor Hahniemam Guimarães, ex-assistente técnico do Ministro na qual o mesmo atesta o que acima foi firmado" (APER,2001).

Ainda em 1929, Euclides Roxo lança seu novo livro, "*Mathemática Elementar*", apresentando a fusão dos conteúdos de aritmética, álgebra e geometria. Apesar de não ter a mesma aceitação que o anterior, "*Lições de Arithmética*", o qual continuava a ser bastante utilizado, o novo didático foi adotado pelo Colégio Pedro II.

Pelo fato do Colégio Pedro II ser historicamente referência para todo o Brasil, espalham-se as idéias modernizadoras por todo país. Surge, também, em conseqüência, forte resistência por parte de profissionais ligados ao ensino tradicional da matemática.

Os professores Almeida Lisboa, Ramalho Novo, Pe. Arlindo Vieira e o Ten. Cel. Sebastião

Fontes, são alguns dos que se manifestaram publicamente contra a reforma de ensino recém-implantada, por considerá-la antipedagógica.

Tais críticas provavelmente fizeram com que o professor Euclides Roxo procurasse igualmente, no mesmo jornal, defender a reforma aprovada para o Colégio Pedro II. A partir de 30 de novembro de 1930, começa a expor os motivos que o levaram a se engajar no movimento de renovação do ensino de Matemática, baseando-se no que já estava ocorrendo na Europa e Estados Unidos. Estes artigos, intitulados "*O Ensino da Matemática na Escola Secundária*" foram publicados sempre aos domingos, até 1º de março de 1931.

2. As idéias pedagógicas de Euclides Roxo

As idéias de Euclides Roxo defendidas no seu livro "*Curso de Matemática Elementar*" e também nos artigos dominicais do Jornal do Commércio, já citados anteriormente, tentavam justificar sua adesão ao movimento de reforma da matemática, "*perante os meios educacionais brasileiros, das últimas modificações introduzidas nos programas de Matemática do Colégio Pedro II*" (ROXO,1930 a).

Seus principais pensamentos, defendidos não só durante esse período, como também na Reforma Francisco Campos e posteriormente na Reforma Gustavo Capanema, diziam respeito, basicamente aos seguintes aspectos pedagógicos:

Defendia a fusão dos diferentes ramos da matemática, interligando-os em uma única disciplina. Considerava fundamental a introdução do conceito de função, de modo a possibilitar esta conexão entre as diversas partes da matemática (ROXO,1930 c).

Os conceitos a serem ensinados deveriam obedecer a uma seqüência que facilitasse o aprendizado dos conteúdos da matemática. Assim, necessário seria partir de um conhecimento intuitivo para depois atingir a forma mais abstrata e formal que a matemática adquiriu através dos séculos. Indispensável, portanto, que os professores tivessem uma base sólida em História da Matemática. Para Euclides Roxo, a escola deveria respeitar a lógica própria de cada indivíduo, defendendo que a lógica sistemática constituir-se-ia em ponto final e não ponto de partida: "*A intuição forma a base do conhecimento e, a princípio, só lentamente se penetra na consciência da lógica*". Buscava um ensino balanceado, unindo intuição e lógica. O ensino intuitivo seria utilizado nas séries iniciais do secundário, com o objetivo de preparar o aluno para as séries finais. Quando este já tivesse maturidade suficiente, ser-lhe-ia então, apresentado o método dedutivo (ROXO,1930 b).

As noções de cálculo, pela sua importância em praticamente toda área científica, seriam imprescindíveis ao homem culto. Além disso, argumentava, o cálculo diferencial e integral não pertence à alta análise e sim à matemática elementar. Logo, estas noções seriam parte integrante dos conteúdos a serem trabalhados no secundário (ROXO,1931 b).

Discute, em um dos artigos, a importância do ensino da matemática inter-relacionado com outras disciplinas. A finalidade da matemática no secundário era preparar o aluno para a vida, utilizando aplicações práticas, de modo a torná-lo um cidadão para viver com dignidade em uma sociedade democrática. Era importante ensinar a matemática em perfeita interação com as outras disciplinas do curso. (ROXO,1930 d).

Em suas explanações, distinguia o matemático do professor de matemática, especialmente o da escola secundária, salientando o caráter social que envolve o ensino da matemática:

"Ninguém contestará a um matemático normal o direito de ficar, como investigador ou estudiosos da Matemática, completamente indiferente ao valor social ou à significação humana da sua atividade. ... Desde porém que o matemático passa do papel de estudioso ou investigador ao de professor, cessa aquele direito à indiferença, pois ele passa a exercer um ofício, cujas funções são sociais, ou mesmo eminentemente sociais, e cujas obrigações são humanas". (ROXO,1931 a).

3. A predominância essencial do ponto de vista psicológico

No artigo intitulado "*O ensino da matemática na escola secundária – II – Principais escopos e diretivas do movimento de reforma*" publicado em 7 de dezembro de 1930, no Jornal do Commércio, enumera as principais tendências do movimento analisando, especialmente, "*a predominância* *essencial do ponto de vista psicológico*", primeira tendência a ser enumerada, segundo orientação de Felix Klein.

Euclides Roxo nos esclarece, a respeito desse tema:

"Quer-se, com isso, significar que o ensino não pode depender unicamente da matéria a ensinar, mas deve atender, antes de tudo, ao indivíduo (subjekt), a quem se tem de educar. Um mesmo assunto será exposto a uma criança de 6 anos e a uma de 10, de modos inteiramente diferentes e muito outra será, ainda, a maneira pela qual se explicará a um adolescente. Aplicado particularmente ao ensino da Matemática, esse princípio geral nos conduz a começar sempre pela intuição viva e concreta para, só pouco a pouco, trazer ao primeiro plano os elementos lógicos, e adaptar, de preferência, o método genético ou heurístico, que permite uma penetração lenta das noções". (ROXO,1930 b).

Persevera, que o ponto de vista psicológico a que se refere diz respeito ao ensino da matemática elementar e secundária:

"Não se trata, evidentemente de alta Matemática, exposta diante de homens, já instruídos, nos cursos públicos de faculdades e universidades; mas, se ficarmos no domínio do ensino elementar, no seu sentido mais lato, isto é, desde as primeiras noções do cálculo aritmético até as teorias da Geometria Analítica, o problema do método de ensino (...) é sempre o mesmo; interessar o aluno, provocá-lo à pesquisa, dar-lhe sem cessar o sentimento (ou, se quiserem, a ilusão) de que ele mesmo é quem descobre o que se lhe ensina".

4. A conferência de Poincaré e sua apropriação por Euclides Roxo

Além de se valer dos pensamentos de Felix Klein, neste artigo cita, entre outros, trechos da conferência realizada no Museu Pedagógico de Paris, em 1904, por Henri Poincaré, sobre "*Les définitions mathématiques et l'enseignament*", com objetivo de melhor justificar a teoria que preconiza a necessidade de fazer preponderar o ponto de vista psicológico no ensino da Matemática. Segundo Roxo, "*Ainda do mesmo ponto de vista, de uma maior subordinação do ensino à psicologia do estudante, a voz mais autorizada que se fez ouvir, em França, nos primórdios destes século*". (ROXO,1930 b).

Nesta conferência, Poincaré tratou das definições gerais em matemática e de questões correlacionadas. Poincaré questiona o porquê da maioria das pessoas terem dificuldades para compreender a matemática, se ela é uma ciência "*que só faz apelos aos princípios fundamentais da lógica*". O fato de que, no geral, as pessoas são incapazes de criar, não é o que deve preocupar o ensino, mas sim a falta de compreensão que manifestam sobre as demonstrações que lhes são expostas.

Examinar sucessivamente cada silogismo que compõe um teorema e constatar que está correto, não garante sua compreensão. Para Poincaré, as pessoas exigem mais que esta constatação. Euclides Roxo transcreve tal pensamento de Poincaré:

"Quase todos são muito mais exigentes, eles querem saber, não somente se todos os silogismos de uma demonstração estão corretos, mas o porque deles se encadearem em tal ordem, de preferência a outra ordem. Tanto que lhes parecem produzidos pelo capricho, e não por uma inteligência constantemente consciente do objetivo a alcançar, eles não crêem ter compreendido." (tradução nossa). (ROXO,1930 b).

Depreende-se das lições de Euclides Roxo, o qual adotou como referencial teórico os pensamentos de Henri Poincaré, que as pessoas tornam-se incapazes de compreender a matemática. Os teoremas se apóiam uns nos outros. Inicialmente conseguem perceber algumas evidências, que estão ligadas às outras por um fio tênue, que acabam por não deixar vestígios no cérebro e logo caem no esquecimento. Assim, os teoremas necessitam de outros que jazem esquecidos.

As definições matemáticas têm vários sentidos, podendo convir e serem compreendidos por alguns e não por outros. Nem sempre é culpa do professor.

Pode-se também perguntar para que servem as definições matemáticas. Necessitamos encontrar uma razão prática. Querem colocar uma imagem sensível de forma que a definição evoque

esta imagem, vendo-a transformar-se a cada etapa da demonstração.

Euclides Roxo concorda também nestes aspectos com Poincaré, pois não podemos mudar a mente dos jovens, nem isso é desejável. Devemos nos resignar à diversidade das mentes e não desejarmos querer muda-las: *"Evidentemente, seria um absurdo querer obrigar os jovens a mudarem a natureza de seus espíritos: "Nós não possuímos a pedra filosofal que nos permitiria transmutar uns nos outros os metais que nos são confiados; tudo o que podemos fazer é trabalha-los nos acomodando às suas propriedades"* (tradução nossa). (ROXO,1930 b).

Há, entre eles, lógicos como Weierstrass e intuitivos como Riemann. O mesmo ocorre com os estudantes. Uns preferem tratar os problemas pela análise e outros pela geometria. Roxo ao mesmo tempo em que questiona, responde: "*há os lógicos como Weierstrass e os intuitivos como Riemann: e é bom que assim seja, pois quem ousaria desejar que não tivesse existido Weierstrass ou que Riemann nunca houvesse escrito? Devemos pois, resignar-nos e até regozijar-nos com a diversidade dos espíritos*".

Abstrai-se do artigo de Roxo, todo ele amparado nas lições de Poincaré, que a lógica permite decompor cada parte da demonstração em grande número de operações elementares, todas elas corretas, o que não lhe permite ter uma visão geral de conjunto. Esta é dada pela intuição.

A lógica nos indica os caminhos em que não encontramos obstáculo, mas não nos mostra qual caminho nos leva a atingir um determinado objetivo. É facultativo da intuição ter em mente qual o objetivo que queremos alcançar. Assim, se manifesta Poincaré:

"O objetivo principal do ensino matemático é desenvolver algumas faculdades do espírito e entre elas a intuição não é a menos preciosa. É por ela que o mundo matemático permanece em contato com o mundo real e quando a matemática pura puder passar sem ela, é preciso sempre ter recursos para encher o abismo que separa o símbolo da realidade. O prático terá sempre necessidade dela e para um geômetra puro deve haver cem práticos".(tradução nossa). (ROXO,1930 b).

Devemos nos servir corretamente das premissas fornecidas pela intuição, para que aprendamos a raciocinar. Inicialmente, ao expor os primeiros princípios, deve-se evitar muitas sutilezas que podem se tornar desagradáveis e até inúteis: *"Não se pode tudo demonstrar e não se pode tudo definir; e será preciso sempre recorrer à intuição."*

Fechando a questão, Euclides Roxo situa a feição intuicionista como base para o moderno movimento da Matemática:

"Mesmo naqueles que se terão de ser professores e aos quais se tornará indispensável um conhecimento mais profundo e rigoroso dos primeiros princípios, deve-se cultivar a intuição, sem a qual eles se fariam uma idéia falsa da ciência: aliás, não poderiam desenvolver nos seus alunos uma qualidade que eles mesmos não possuíssem. Não quer com isso dizer que se despreze a arte de raciocinar certo; mas não faltam ocasiões para exercitar os alunos no raciocínio correto em partes de Matemática, onde não se apresentam os inconvenientes assinalado".(ROXO,1930 b).

5. Conclusão

A Reforma Francisco Campos, no que se refere ao ensino da matemática, acatou quase que integralmente as idéias modernizadoras propostas por Euclides Roxo, até então colocadas em prática no Colégio Pedro II. A partir da reforma então, teremos apenas a disciplina matemática, ao invés da clássica separação em três ramos (aritmética, álgebra e geometria).

Naquele período de implantação da reforma do ensino de matemática brasileiro, o professor Euclides Roxo teve importante participação, quando buscou no movimento internacional de modernização do ensino da Matemática, os princípios norteadores de sua proposta. Aquela participação, tanto na reforma de ensino ocorrida no Colégio Pedro II e mais tarde, na Reforma Francisco Campos, foi conseqüência de suas veementes defesas de seu pensamento no Jornal do Commércio e em seu livro, revelando como a educação recebe forte influência das relações políticas, sendo indissociável um movimento do outro. Não obstante, fica evidenciado que no ensino da matemática essa questão política raramente é discutida, não se explicando como ocorre a inclusão ou exclusão de um determinado conteúdo matemático. Tal fato, não pode ser explicado senão por meio de uma análise histórica.

Euclides Roxo, ao defender a predominância essencial do ponto de vista psicológico, como importante ferramenta no auxílio da pedagogia escolar, entra em choque com a posição assumida pelos professores de matemática tradicionais, que se importam apenas em "*ensinar a Matemática por um método exclusivamente dedutivo, fazendo derivar, logicamente, todas as suas proposições de uma série de axiomas previamente estabelecidos*", sem levar em consideração fatores pedagógicos e psicológicos próprios dos adolescentes. Assim, evocando primordialmente as idéias de Henri Poincaré, matemático e filósofo intuicionista, Roxo justifica seu pensamento perante a sociedade da época, acreditando na contribuição que prestava para o ensino moderno da matemática, o que acabou por prevalecer mesmo que por força ou obra de uma reforma imposta para todo o país.

No movimento renovador do ensino, a intuição ganha destaque como ferramenta para motivar o aluno a um aprendizado mais eficiente, contribuindo não só na melhoria da qualidade do ensino, como também para o aumento da demanda de estudantes interessados em dar continuidade ao estudo da ciência matemática, no Curso Superior. Portanto, com a adoção de alguns aspectos presentes e próprios da corrente filosófica do Intuicionismo, a par com a reformulações de conceitos até então empregados no ensino tradicional da matemática, surgem também discussões generalizadas no seio da sociedade brasileira, levando a uma reflexão acerca de um modelo até então aceito, sem maiores questionamentos.

Assim, nasce o desafio de responder a duas questões que afloram naturalmente: quais as dinâmicas que envolvem a relação entre o ensino da matemática e a filosofia da matemática? Como os aspectos intuitivo e lógico foram considerados na nova matemática escolar proposta no Brasil, a partir de 1931?

BIBLIOGRAFIA

APER – **Arquivo Pessoal Euclides Roxo**

POINCARÉ, H. (1904): **Les définitions générales en mathématiques**. L'Enseignement Mathématique, 6º année.

ROXO, E. (1930.a.): **O Ensino da Matemática Na Escola Secundária – I - O moderno movimento de reforma e seus precursores.** Jornal do Commércio, Rio de Janeiro, 30 nov.1930.

__________(1930.b.): **O ensino da matemática na escola secundária – II – Principais escopos e diretivas do movimento de reforma.** Jornal do Commércio, Rio de Janeiro, 07 dez.1930.

__________ (1930.c.): **O ensino da matemática na escola secundária – III – Principais escopos e diretivas do movimento de reforma – 1. Predominância essencial do ponto de vista psicológico – Conexão entre as diversas partes da matemática.** Jornal do Commércio, Rio de Janeiro, 14 dez.1930.

__________ (1930.d.): **O ensino da matemática na escola secundária – IV – Principais escopos e diretivas do movimento de reforma – 2. Subordinação da escolha da matéria a ensinar às aplicações de matemática ao conjunto de outras disciplinas.** Jornal do Commércio, Rio de Janeiro, 21 dez.1930.

__________ (1931.a.): **O ensino da matemática na escola secundária – VIII – Principais escopos e diretivas do movimento de reforma – 3. Subordinação do ensino de matemática à finalidade da escola moderna.** Jornal do Commércio, Rio de Janeiro, 18 jan.1931.

__________(1931.b.): **O ensino da matemática na escola secundária – XIII – Principais escopos e diretivas do movimento de reforma – Inclusão das noções de cálculo infinitesimal** Jornal do Commércio, Rio de Janeiro, 1º mar.1931.

TAVARES, J.C. (2001): **As atas da congregação do Colégio Pedro II.** Dissertação de Mestrado, em preparação, PUC-SP.

VALENTE, W. (1999): **Uma história da matemática escolar no Brasil (1730-1930).** São Paulo: Editora Annablume.

__________ (2001) "O conceito de função: política e educação matemática no Brasil dos anos 1930-1945" *in:* **Caderno de Resumos do VII Encontro Nacional de Educação Matemática:** Sociedade Brasileira de Educação Matemática - Rio de Janeiro - IM/UFRJ. 19 a 23 de julho de 2001.

ALAVANCA META NUM LIVRO DE MATEMÁTICA DE 1929?

Arlete Petry Terra Werneck
Orientador: Profº Wagner Rodrigues Valente
PUC-SP

Resumo

Neste trabalho é feita a análise de parte do capítulo I de um livro de matemática de 1929. Esta análise visa a observação da existência, ou não, da meta matemática, e se esta, se constitui em alavanca meta.

A meta matemática se constituindo em alavanca meta, é observada normalmente no discurso do professor de matemática. No entanto, sua constatação está ligada ao desempenho dos alunos. Se estes, se sentiram motivados, ou não, com o discurso do professor.

A existência de meta matemática em livros didáticos é praticamente inquestionável. No entanto, afirmar a existência de alavanca meta inserida num livro, apenas com sua análise, é difícil. Os dados empíricos são fundamentais para esta constatação. Na análise do livro, observa-se se a meta matemática, nele contida, se constitui em recursos que poderiam ajudar o aluno em reflexões tais, que o fizesse aumentar o seu conhecimento. Dessa maneira, seria permitido considerá-la passível de funcionar como alavanca meta.

Palavras chave

Alavanca Meta; Livro Didático; Geometria.

Introdução

A década de 20 do século passado é o marco da Modernização da Matemática no Brasil. Nessa época Euclides Roxo – diretor do Colégio Pedro II, colégio este que servia de modelo para todos os demais Colégios do país – propôs à Congregação deste Colégio a unificação das disciplinas Aritmética, Álgebra e Geometria numa única disciplina: Matemática (TAVARES, em preparação).

Essa idéia modernizadora de fundir as matemáticas gerou, em 1929, o livro *Curso de Mathemática Elementar* escrito por Euclides Roxo. Este livro, destinado à primeira série do Ensino Secundário (na linguagem atual, à quinta série do ensino fundamental), está, segundo Euclides Roxo, "de acordo com o moderno movimento de reforma da matemática", que ocorria desde meados do século XX.

Na opinião de Euclides Roxo, este livro representa a primeira tentativa feita no Brasil para a renovação dos métodos de ensino da Matemática no *curso secundário*.

Portanto, o livro Curso de Mathemática Elementar – o primeiro no Brasil a inter-relacionar as matemáticas, até então, ensinadas de maneira estanque – está "uma proposta que utilizou o que hoje chamam de 'jogo de quadros' para fazer a tal fusão e possibilitando ao aluno uma construção do conhecimento matemático com seus três campos interligados, correlacionados, o que até então era inédito."(SÓRIO, em preparação).

Se, naquela época, já se utilizavam de jogos de quadros – sem, na verdade, essa denominação – é bem possível encontrarmos outras formas didáticas de fazer com que o aluno compreenda melhor um determinado conceito.

Atualmente, existem pesquisas com o intuito de verificar o meta-conhecimento utilizado na matemática. Mais especificamente na álgebra linear, Dorier e seu grupo de pesquisa, observam a alavanca meta em questões aplicadas em universitários do primeiro ano de ciências. Essas pesquisas analisam o discurso do professor frente a uma sala de aula, se este, se utiliza ou não da meta-matemática é, se esta, se constitui em algo motivador (alavanca) para que o aluno, através de um desequilíbrio dinâmico entre o meta-conhecimento e conhecimento – na visão construtivista, DORIER, 2000 -, consiga atingir o equilíbrio, adquirindo um novo conceito.

A alavanca meta, de acordo com o grupo de pesquisa de Dorier, é um recurso utilizado no ensino a elementos de informações ou conhecimentos da matemática. Isso pode dizer respeito ao funcionamento da matemática, sua utilização, sua aprendizagem, podem ser elementos gerais ou particulares (p. 150). Esse recurso, utilizado adequadamente, age como um facilitador para a apropriação de um determinado conceito. Portanto, um recurso bastante positivo.

Esse trabalho de utilização da alavanca meta deve ser muito bem preparado, e ser transmitido corretamente, no momento propício, com atividades apropriadas, caso contrário, não contribuirá para o processo de ensino(DORIER, 2000). Se mal utilizado, pode se constituir em um obstáculo.

Fazer o aluno refletir é um fator fundamental constituinte do processo de aprendizagem.

Diante dessas pesquisas que analisam o discurso do professor para uma melhor compreensão dos alunos na sala de aula, proponho, neste trabalho, analisar se a meta matemática contida nos exercícios do livro de Euclides Roxo, constitui-se em questões que possibilitem a reflexão do aluno, tornando-a passível de constituir-se em alavanca meta.

Procedimento Metodológico

Esse movimento de reforma teve seus precursores, tais como Petrus Ramus, Clairaut, Légendre e, em 1882, à luz de Pestalozzi, na Alemanha, foi adotado na primeira série do ensino secundário, "um curso prévio de Geometria, a assim chamada propedêutica geométrica, na qual os alunos deviam familiarizar-se com os conceitos que mais tarde formam a estrutura didática da Geometria" (ROXO, E. Jornal do Comercio 30/11/1930).

A geometria euclidiana, criticada por uns e, acatada pela maioria, se esforçava, segundo Euclides Roxo, em "conservar um encadeamento lógico inteiramente livre da mistura de recursos intuitivos", enquanto que o movimento internacional de reforma de matemática, além da fusão das ciências matemáticas, intencionava, antes das demonstrações lógicas, um curso propedêutico da geometria, ou seja, uma construção intuitiva da geometria.

Não é esperado encontrar questões de reflexão passíveis de se constituir em alavanca meta em *todo* o livro. Portanto, a decisão de analisar o primeiro capítulo que trata de "Corpo Geométrico, Superfície, Linha, Ponto", foi devido a parte em que Euclides Roxo revela o que se pode concluir com a resolução dos exercícios propostos. Pelos estudos em didática da matemática na linha francesa, sabe-se perfeitamente que para adquirir novos conceitos através de exercícios, estes constituem-se em situações problemas.

Neste primeiro capítulo, a estrutura dos exercícios é a seguinte: ele deve ser resolvido. Em seguida, no mesmo exercício, existem questões permitindo que o aluno reflita sobre o que acabou de fazer. Estas questões de reflexão já o direcionam para as propriedades de reta a serem alcançadas.

De acordo com o livro, desses exercícios pode-se concluir (institucionalizar) as seguintes propriedades da reta :

"I. *Por dois pontos só se pode fazer passar uma reta.*
II. *Duas retas só se podem cortar em um ponto.*
III. *O segmento de reta é o caminho mais curto entre dois pontos."*

No primeiro capítulo do livro são apresentadas algumas descrições, onde podemos observar a meta matemática, no entanto, neste trabalho, vamos nos ater apenas as descrições de *ponto* e *reta*, que são fundamentais para a institucionalização acima citada.

Antes das descrições do livro de Euclides Roxo, é interessante verificar as noções de *ponto, linha* e *reta* contidas no livro de Malba Tahan(1965), Esse livro descreve a noção, que

muitos matemáticos e filósofos, alguns mundialmente conhecidos têm de certos assuntos polêmicos. Sobre *ponto* e *linha reta*, a discussão é grande. No entanto, vou me ater apenas aos Nomes mais conhecidos:

"**Euclides e o Ponto**: ...*Ponto é aquilo que não tem partes.*
Aristóteles e o Ponto: *Ponto é aquilo que é indivisível em todos os sentidos, mas tem uma posição.*
Cauchy e o Ponto: *A existência do átomo basta para realizar o ponto Matematicamente.*
Euclides e a linha: *A linha é o comprimento sem largura.*
Euclides e a linha reta: *A linha reta é a que repousa igualmente sobre todos os pontos.*
Arquimedes e a linha reta: *A reta é a mais curta das linhas que tem as mesmas extremidades.*
Legendre e a linha reta: *Linha reta é o caminho mais curto entre dois pontos."*

As descrições a seguir são do livro Curso de Mathematica Elementar de Euclides Roxo.

A meta matemática pode estar sutilmente inserida num assunto, passando quase que imperceptível por nossos olhos.

"**Pontos** – Num cubo ou num paralelepípedo, três ou mais arestas se encontram num *vértice*; o vértice não é uma parte de nenhuma das arestas, mas pertence tanto a uma como à outra; supondo que uma formiguinha vai caminhando sobre uma aresta até passar para outra, ela tem que passar pelo vértice; este separa uma aresta da outra, é o **ponto** em que uma acaba e a outra começa.

Quando cortamos um sólido, algumas arestas ficam divididas em duas partes pelos *pontos* em que o corte encontra a aresta.

Sempre que supomos uma linha dividida em duas partes, estas são separadas uma da outra por um ponto.

Representamos um ponto, pela interseção de dois traços ou por uma pinta (de lápis, de tinta, de giz)."

Aqui a meta matemática está no parágrafo a seguir:

"Qualquer dessas representações tem tamanho e assim não pode ser um verdadeiro ponto; elas, contudo, nos auxiliam a conceber o ponto e dele se aproximam tanto mais, quanto mais finos forem os dois traços que se cortam, quanto mais reduzida for a pinta ou marca de lápis ou de giz.

Quando um ponto separa uma linha em duas partes, ele não é uma porção de nenhuma dessas partes, embora pertença a ambas; ele não tem comprimento e como pertence à linha, que não tem largura nem espessura, ele não tem tamanho, não tem nenhuma dimensão, não tem grandeza, só tem posição"(p.19).

A meta matemática, no próximo item, pode ser observada nas palavras "cantos" e "duas superfícies".

"**Linha**: Nos diferentes modelos apresentados em aula notamos cantos ou *arestas*; em cada aresta termina uma face e começa outra; essa separação entre duas superfícies é o que se chama uma **linha**; as arestas são linhas. A linha não faz parte de nenhuma das duas superfícies por ela separadas; não tem largura nem espessura, mas tem forma, tamanho e posição. Se o sólido se mover, a linha move-se também e toma diferentes posições sucessivas. Se considerarmos o tamanho de uma linha, notamos que ele é uma espécie diferente do tamanho de um sólido ou de uma superfície; o tamanho ou a grandeza de uma linha chama-se **comprimento.**"(p.18)

Nesta próxima descrição, no primeiro parágrafo, percebe-se a meta matemática principalmente quando se pede: "dobre uma folha de papel" e "coloque uma régua sobre o papel e passe a ponta do lápis".

"**Linha reta** – Dobre uma folha de papel; o risco marcado pela dobra é **reto**; coloque uma régua sobre o papel e passe a ponta do lápis ao longo da borda da mesma; o traço obtido é reto.

Do mesmo modo um fio esticado, um raio de luz que entra num quarto escuro através de um pequeno orifício, etc. são retos. Algumas arestas dos sólidos apresentados são **retas**, outras são **curvas**.

Quando olhamos ao longo do bordo de uma régua, de modo que vejamos juntas as duas extremidades, todos os pontos situados entre estas parecem coincidir com as extremidades.

Os pontos da borda reta formam um **segmento de reta** ou simplesmente um **segmento**; se imaginarmos este prolongado quanto quisermos *indefinidamente*, obteremos uma **linha reta** ou, simplesmente, uma **reta.**"(p.20).

Análise dos exercícios

1. Verifique se a borda de uma régua, se um pedaço de arame ou se a vareta são retos.
2. Marque, fazendo visadas com *balizas*, um alinhamento no pátio do colégio.
3. Dobre uma folha de papel e verifique se a *dobra* é reta.
4. Trace, com a régua, uma linha e coloque a régua invertida sobre o traço e desloque-a ao longo deste. Quando resultará daí que o traço é reto?
5. Marque dois pontos A e B sobre o papel e ligue-os por um segmento reto e por uma linha curva qualquer. Veja se pode traçar outros segmentos, que passem pelos dois pontos, em posições diferentes do primeiro. Que é que conclui?
6. Prolongue o segmento AB além de A e de B. Até onde podemos imaginar prolongado o segmento AB?
7. Marque, sobre o pátio, com duas balisas A e B, o segmento AB e prolongue-o além de A e de B, por meio de visadas. Até onde poderemos prolongar esse alinhamento?
8. Marque um ponto A. Trace uma reta que passe por ele. Se for possível, trace outras retas que passem por A. Observe o número de retas que podem ser traçadas por A e as suas direções. Quando várias retas partem de um ponto em direções diferentes, elas se chamam **raios**. Também se chama raio ou **semi-reta**, uma reta que, partindo de um ponto, se prolonga só num sentido.
9. Trace duas retas AB e CD e ache o ponto em que elas se cortam (**ponto de intersecção**).

   Isto é sempre possível? Duas retas podem cortar-se em mais de um ponto?
10. Marque três pontos ao acaso. Veja se é possível traçar uma reta que passe por todos eles. Pode-se traçar uma reta que contenha três pontos quaisquer? Faça a experiência para quatro pontos.
11. Um cordel passa em duas argolas, fixas no chão, nos pontos A e B e descreve uma linha curva ou sinuosa qualquer. Para torná-lo reto devemos esticá-lo. Desse modo, o pedaço de cordel, compreendido entre A e B é o mais curto possível. Para ir de A à B pelo caminho mais curto, seguimos o segmento de reta AB (mesmo os animais fazem isso instintivamente).

Mas onde está a alavanca meta nesses exercícios? Acredito estar nas questões de reflexão, por exemplo: Duas retas podem se cortar em mais de um ponto?; Veja se pode traçar outros segmentos, que passem pelos dois pontos, em posições diferentes do primeiro. Que é que conclui?; etc.

Estas questões, que estão próximas dos alunos, isto é, não existe uma barreira intransponível entre o exercício que acabara de ser feito e a questão de reflexão, podem ser facilmente respondidas, trazendo ao aluno, através da reflexão, um novo conhecimento (PIAGET e BETH).

Estes exercícios são situações problemas que se utilizam da mudança de quadros para chegar a resolução. Os quadros trabalhados são o intuitivo e o geométrico. A estrutura dos exercícios é que partem da geometria intuitiva(ROXO) e através de reflexões se fazem chegar ao conceito. Entendo esses problemas também como situações a-didáticas . Segundo BROUSSEAU (1987) citado por ALMOULOUD, (2000) , algumas de suas características são as seguintes:

- *o problema matemático é escolhido de modo que possa fazer o aluno agir, falar, refletir, evoluir por sua iniciativa própria.*
- *O problema é escolhido para fazer adquirir pelo aluno novos conhecimentos inteiramente justificados pela lógica interna da situação e que ele pode construir sem apelo as* ***razões didáticas.***

Conclusão

Segundo DORIER, a distinção entre meta matemática e matemática não é absoluta: o reconhecimento do caráter meta em certos conhecimentos dependem da experiência anterior dos estudantes confrontada com esses conhecimentos. Assim, alguns métodos destacam a meta para alunos que não conhecem completamente sua aplicação, enquanto que para o professor ou para alunos mais avançados essa meta é quase matemática, para eles a distinção entre meta matemática e matemática é irrelevante.

As questões integrantes dos exercícios: Duas retas podem se cortar em mais de um ponto?; Veja se pode traçar outros segmentos, que passem pelos dois pontos, em posições diferentes do primeiro. Que é que conclui?; etc., são passíveis se constituir em alavanca meta, pois fazem com que o aluno raciocine sobre o que acabou de realizar, possibilitando sua reflexão. No entanto, nada se pode afirmar, se não temos a pesquisa empírica para comprovar a hipótese de que estes exercícios se constituem em alavanca meta. Seria necessário ter dados em mãos, para ver se o aluno se motivou ou não com as questões de reflexão. Se essas questões o permitiram subir ao menos um degrau no seu conhecimento.

Referência Bibliográfica:

ALMOULOUD, S.A. *Fundamentos da Didática da Matemática*. Programa de Estudos Pós-Graduados em Educação Matemática. PUC-SP. 2000.

DORIER, J.L. et all. *On the Teaching of Linear Algebra*. Kluwer Academic Publishers. Netherlands, 2000

ROXO, E.M.G. *O Ensino da Matemática na Escola Secundária*. Jornal do Commercio, 1931.

SÓRIO, W. F. *Um livro de Matemática para a Reforma Francisco Campos, 1931*. Dissertação. Mestrado em Educação matemática. PUC-SP, em preparação.

TAHAN, M. *Os problemas das definições em matemática*. Edição Saraiva. São Paulo. 1965.

TAVARES, J. C. *Colégio Pedro II e o debate sobre a Modernização do Ensino de Matemática*. Dissertação. Mestrado em Educação Matemática. PUC-SP, em preparação.

ESTUDO SOBRE A APLICAÇÃO DE UMA SEQÜÊNCIA DIDÁTICA PARA O ENSINO DOS NÚMEROS DECIMAIS

Autora: Barbara Lutaif Bianchini
Orientadora: Bernardete Angelina Gatti
PUC/SP

Pelas avaliações de rendimento escolar desenvolvidas por Secretarias de Educação e pelo Ministério da Educação, constata-se que o desempenho em matemática é sempre muito baixo, evidenciando esses resultados problemas de aprendizagem em conceitos fundamentais. Vejam-se, por exemplo, os resultados do SAEB/95 e 97 (avaliação nacional) e os resultados do SARESP/96, 97 e 98 (avaliação do Estado de São Paulo).

A matemática, de fato, apresenta-se como uma área na qual os alunos da escola básica mostram dificuldade na aprendizagem. Esse é um problema complexo, envolvendo muitos fatores. Alternativas de solução para a questão não podem vir de um único lugar. Tanto devem ser buscadas no sistema educacional, como nas escolas e salas de aula. Sob esse aspecto, cremos ser necessária a procura de novas posturas por parte de coordenadores pedagógicos e professores, por exemplo, compreendendo e trabalhando com os alunos não como quem apenas recebe informações, mas como seres ativos, que refletem, argumentam, percebem contradições, têm dificuldades e que vão, a partir disso, construindo seu próprio conhecimento. É necessário o estabelecimento de um novo tipo de relacionamento didático professor-classes e um novo relacionamento com os próprios conteúdos.

Quando se pensa em qualidade de ensino e melhor desempenho qualitativo dos alunos em determinada disciplina, mudar apenas os conteúdos selecionados e organizados numa proposta curricular não significa diretamente mudar o ensino, ou melhorá-lo, nem que isso vai ser refletido na aprendizagem concreta dos alunos. A atividade de ensino é mediada por uma gama de fatores que envolvem o *locus* social e cultural, a individualidade dos professores e dos alunos em suas concepções e atitudes, a escola e sua ambiência, etc. Toda reflexão sobre processos de ensino e de aprendizagem implica, necessariamente, uma análise consistente da totalidade desses processos e suas imbricações. Essa compreensão reflete na mudança da prática pedagógica na escola, como um conjunto, e na do professor na sala de aula, em particular.

O professor é um elemento catalisador, agente efetivo do qual depende a concretização ou não de uma perspectiva de ensino. Esse elemento central, potencialmente desencadeador de mudanças na qualidade da aprendizagem na sala de aula, pelo que se tem de dados, necessita de incentivos para mudanças de sua postura, suas crenças, que vêm sendo cristalizadas em sua formação e por eles apropriadas. Isso quer dizer que alterações significativas não se darão pela simples busca de novas técnicas para a prática de ensino, sem um rompimento da concepção tradicional de ciência e de ensino dominante. Pensamos, no entanto, que essas mudanças devem atingir não só os professores, como também os demais profissionais da educação que lidam com o fazer pedagógico.

A motivação do presente estudo surgiu a partir de nossa prática, tanto como docente, quanto como pesquisadora em ensino de matemática. Entre tantos problemas nesse ensino sempre nos chamou a atenção a questão dos números decimais: a compreensão do significado destes números e as operações com eles. Durante nossa atuação como professora na escola pública, percebemos que, muitas vezes, para o aluno, os números decimais surgem como um conteúdo de difícil compreensão, cujas regras são memorizadas, mas os erros de compreensão persistem do início da aprendizagem deste conteúdo até o final de sua escolaridade.

A importância do estudo do ensino dos números decimais, para nós, reside no fato de que no cotidiano das pessoas é mais comum encontrar situações que envolvem número racional representado na forma decimal do que na forma fracionária.Essa freqüência do uso dos números decimais se tornou ainda maior com o advento da calculadora, sendo que hoje em dia os alunos convivem com este objeto quando efetuam compras em quase todos os estabelecimentos

comerciais. Os números decimais estão presentes nas balanças digitais, nas bombas de combustíveis, na cronometragem dos tempos de jogos de futebol, de corridas automobilísticas, na medida de tempo da maioria dos esportes olímpicos mostrados exaustivamente nos canais de televisão, tornando-se essencial a disputa por milésimos de segundo na busca de recordes mundiais. Daí a importância do milésimo na vida do esportista e do telespectador.

A presença das medidas em nossas vidas é notável. O combustível do automóvel é medido em litros e seus submúltiplos, a capacidade da lata de refrigerante é medida em mililitros, distâncias são medidas em quilômetros, alturas de crianças são medidas em metros e centímetros, o nosso dinheiro, com os centavos, etc. Podemos acrescentar que o estudo de medidas contribui para o desenvolvimento cognitivo das crianças, possibilitando-lhes desenvolver senso de estimativa, de posição e de localização.

Com essa preocupação, desenvolvemos um trabalho de investigação exploratória com Sandra Magina (1996) a respeito de números decimais, que se constituiu de observações empíricas e assistemáticas. Verificamos, por meio dele, que os alunos trabalham relativamente bem no conjunto dos naturais, sem muitos tropeços, mas não com os números decimais.

Por essa razão, propusemo-nos a desenvolver o presente estudo. Ele se realizou com crianças da 3ª série da rede pública e com ele tentaremos verificar como essas dificuldades se caracterizam e que processos o ensino dos números decimais envolvem. A opção pela 3ª série do ensino fundamental justificou-se porque é nessa série, em geral, que o contato e o trabalho com os decimais se iniciam.

O objetivo desta pesquisa é investigar se uma determinada proposta didática para a introdução de números decimais a alunos de 3ª série do ensino fundamental - que implica uma nova forma relacional professor-aluno e um novo modo de adentrar no tema - facilita a compreensão do conceito de decimais e seu uso por essas crianças.

Pretendemos verificar se, ao introduzir uma seqüência didática, em situação de sala de aula, utilizando a abordagem de medidas para a introdução aos números decimais, os efeitos são relevantes para a aprendizagem desses números: facilitam que os alunos aprendam o significado de número decimal? Que dificuldades encontram? Essas dificuldades já estão descritas na literatura? Foram superadas com a seqüência de ensino? Apareceram outras dificuldades?

Para tanto, baseamo-nos em estudos e idéias da didática francesa da matemática, em que a questão dos números decimais mereceu larga atenção. Baseamo-nos, sobretudo, nos estudos de Brousseau (1980; 1981; 1983; 1986; 1988); Douady (1983; 1986) e Duval (1993; 1995).

O aluno tem o primeiro contato com os números decimais na escola, em geral, na 3ª série do ensino fundamental, quando tem por volta dos 8 ou 9 anos de idade (em muitas escolas públicas há alunos, nessa série, em faixas etárias mais elevadas). Na 5ª série do ensino fundamental seu estudo é realizado de forma mais completa, quando se ensina também operações de radiciação e de potenciação com números decimais. Durante as séries seguintes, esses números aparecem em outras situações, como elementos de problemas, participando de expressões numéricas, nos sistemas de medidas.

As ampliações de conjuntos numéricos são momentos singulares no processo de ensinar e de aprender a aritmética, a álgebra e as medidas. Mais do que dar conta de novas classes de problemas, oriundas de novos contextos, os diferentes conjuntos numéricos implicam, com certeza, novos tipos de números com repercussões nas operações que se realizam com tais números. É imprescindível ao professor reinterpretar para os alunos as operações fundamentais nesses novos conjuntos numéricos, bem como as novas propriedades que vão dar consistência a tais conjuntos. Sem esses trabalhos de natureza essencialmente conceitual, as noções e princípios, bem como os algoritmos, terão suas compreensões prejudicadas.

No ensino brasileiro, o estudo dos números racionais na forma decimal sucede o dos números racionais na forma fracionária. Os números decimais são definidos como um tipo de fração que possui denominador 10, 100, 1000.... Diferentemente dos números naturais, os racionais convivem com várias notações (a/b, decimal e percentual) em que uma ou mais delas podem trazer mais significados, para os alunos, do que as outras. As crianças que convivem com calculadoras podem ter, na notação decimal, idéias mais significativas sobre os números racionais.

Druck (1994), interessada em salientar as dificuldades conceituais sobre a noção matemática de fração, destaca que o professor interessado numa formulação rigorosa deveria começar por especificar melhor aquilo que se chama de *todo* ou *unidade*, noção bastante flexível, que varia conforme o contexto ou problema. É preciso ficar claro que, uma vez fixado, o *todo* funciona como *padrão* único de referência para o problema - nesse sentido, *unidade*. Mas, dependendo do problema, também é necessário ficar claro que se pode dispor de um estoque de vários "todos" equivalentes - o que nos permite obter as frações impróprias, maiores que a unidade. Se a unidade for um conceito que o aluno domina, será mais simples ensinar o conceito de números decimais. Devemos destacar que se ele trabalha bem com as frações impróprias, como por exemplo, 13/5, o estudo das frações decimais será facilitado, porque o aluno deverá reconhecer e separar a unidade para representar o número decimal, 13/10 = 1 + 3/10 = 1,3.

Brousseau (1983) afirmou que "O erro não é somente o efeito da ignorância, de incerteza, de azar, mas o efeito de um conhecimento anterior que teve seu interesse, seu sucesso, mas que agora se revela falso ou simplesmente inadaptado. Os erros deste tipo são imprevisíveis e constituem os obstáculos" (RDM 4.2, p. 171). Esses erros provocados por obstáculos irão resistir por muito tempo: "A superação de um obstáculo exige um trabalho de natureza própria na colocação de um conhecimento, ou seja, interações repetidas, dialéticas do aluno com o objeto de seu conhecimento" (RDM 4.2, p.175). Um obstáculo não se manifesta somente por erros, mas também pela impossibilidade de encarar certos problemas e de resolvê-los eficazmente.

Brousseau realizou um estudo em 1976 pelo qual verifica que o tipo de conhecimento anterior dos alunos sobre os números inteiros pode provocar obstáculos na aprendizagem sobre os números decimais. Esse conhecimento tal como foi estruturado , segundo o autor citado, pode criar dificuldade: em aceitar que o resultado de uma divisão seja um número maior e que na multiplicação seja um número menor; em procurar um decimal entre dois outros; em aceitar a dupla escrita (1,5=1,4999...); em conceber o produto de dois decimais; em conceber um novo tipo de divisão.

Pérez (1998) destacou os principais erros que os alunos do ensino fundamental produzem quando operam com números decimais: erros relacionados com a leitura e a escrita dos números: valor posicional; erros relacionados com o zero; erros relacionados com a ordem entre os decimais; erros relacionados com as operações. Podemos enumerar algumas causas dos erros: conhecimento insuficiente das regras de numeração decimal; a forma como é apresentado o número decimal; teoremas implícitos que os alunos fabricam e aplicações práticas, reais e mais ou menos familiares aos alunos.

Utilizaremos também algumas idéias de Raymond Duval (1995). Segundo ele, não é possível estudar tudo o que se refere ao conhecimento sem recorrer à noção de representação, isto porque não existe conhecimento que possa ser mobilizado por uma pessoa sem uma atividade de representação. As representações gráficas são representações semióticas, da mesma forma que as figuras geométricas, que a escrita algébrica ou as línguas. As representações semióticas têm então dois aspectos: a forma (ou o representante) e o conteúdo (ou o representado). Duval (1995) chama de registro uma maneira típica de representar um objeto matemático, um problema ou uma técnica. Existem vários registros possíveis de representação para um mesmo objeto, por exemplo, no caso dos números decimais: o registro de representação na língua natural: um meio; o registro de representação fracionária: ½; o registro de representação decimal: 0,5 e o registro figural. Duval (1995) afirma que no ensino da matemática não prestamos atenção a esta dualidade forma/conteúdo das representações semióticas e à variedade dos registros de representação que se utiliza. E isso por uma razão muito simples, segundo Duval (1995): "um objeto matemático não deve ser confundido com a representação que se faz dele, é o *conteúdo representado* que é importante e não a forma sob a qual é representado. Porém, não podemos nos esquecer de que

as representações semióticas, que consideramos como representações 'materiais', são um suporte para as representações mentais".

Portanto, é essencial para a compreensão do conceito de número decimal a mobilização de vários registros de representação: fracionária, decimal, figural, da língua natural, pois cada um deles tem suas características próprias. Sendo assim, pretendemos fazer com que os alunos compreendam que um número decimal pode ser representado por qualquer um desses registros, e que o conhecimento de um deles não implica, necessariamente, no conhecimento e necessidade de utilização de outros registros.

O ensino de matemática é geralmente organizado como se a coordenação dos diferentes registros de representação introduzidos ou utilizados se efetuasse rapidamente e espontaneamente, como se os problemas não existissem. Duval se pergunta se podemos considerar o registro da linguagem natural como um registro de partida no que diz respeito ao raciocínio e responde que a linguagem natural deve ser considerada tanto quanto um registro de partida, quanto um registro de chegada. Concordamos com Duval quando afirma que não podemos negligenciar ou descartar a linguagem natural no quadro do ensino da matemática, ela é um registro tão fundamental quanto os outros registros. "A coordenação de diferentes registros de representação é uma condição necessária para a compreensão" (Duval, 1995, p.59).

Os números decimais são ensinados, em geral, a partir da 3ª série do ensino fundamental e por isso decidimos estudar a questão nessa série. Para essa pesquisa seria necessário que os alunos não conhecessem, ainda, os números racionais na forma decimal, e este era o caso dos alunos dessa 3ª série. A professora concordou em trabalhar na nossa proposta de introduzir o assunto através de uma seqüência de ensino e em discutir sobre a sua aplicação em sala de aula. Isso possibilitaria que os alunos pudessem aprender esse assunto de uma outra forma. Optamos por aplicar a seqüência didática em situação de sala de aula com alunos e professora no próprio ambiente e horário escolar. A justificativa para essa escolha é que o desenvolvimento do trabalho da pesquisa se tornaria mais coerente com as situações do trabalho regular na escola. Trabalhamos com a professora, e esta com os alunos, na introdução ao estudo dos números racionais na forma decimal, em parte do mês de novembro do ano de 1998.

Procedimentos da pesquisa: nosso trabalho se iniciou com a elaboração de uma seqüência de ensino para a introdução do conceito de número decimal, propondo uma aprendizagem voltada para a introdução do número decimal a partir da noção de medidas. Distinguiremos a seguir as seis fases desse estudo: a) elaboração da seqüência de ensino inspirada pelos conceitos de Brousseau, Douady, Duval e outros pesquisadores da didática da matemática francesa; b) contatos com a professora, familiarização com a classe (observação da classe) e preparação da professora, que se deu de forma continuada, no período de desenvolvimento da seqüência didática; houve também adaptações na seqüência de ensino à linguagem dos alunos;c) verificação, em sala de aula, dos conhecimentos prévios dos alunos sobre "medidas";d) desenvolvimento da seqüência didática com a classe e observação do trabalho;e) coleta da produção das atividades dos alunos; f) análise da produção dos alunos.

Estaremos aqui nos baseando em algumas idéias de Régine Douady (1986) para uma nova abordagem pedagógica na introdução dos números decimais. A proposta de Douady parte da medida de segmentos que são menores do que a medida de um cartão que faz o papel de unidade. Essa proposta não é sugerida em nenhum livro didático brasileiro por nós pesquisado. Optamos por introduzir a noção de número decimal por esse caminho, para que o estudo desses números viesse a ter melhor significação para os alunos.

Na seqüência didática desenvolvida, dois conjuntos de atividades foram propostos, distingüindo-se pelo fato de que as atividades 1 a 9 trabalham com a construção da idéia de que os números naturais são insuficientes para expressar medidas, e as atividades 10 a 21 objetivam construir a noção completa de número decimal. No trabalho realizado com a classe, antes de adentrar nas atividades da seqüência didática propriamente dita, preparamos um conjunto de seis atividades (atividades prévias) que a professora desenvolveu com seus alunos. O objetivo foi introduzir os alunos em atividades de medida. Nas atividades 1 a 9, os alunos foram colocados em uma "situação de comunicação" do tipo emissor-receptor. Essa forma de trabalho implica tratar os problemas dando a oportunidade de cada aluno criar um enunciado diferente. As atividades 10 a 21 tinham por objetivo fazer o aluno perceber algumas relações entre os números racionais escritos na forma fracionária. Em algumas atividades, os alunos deveriam dividir um inteiro em partes iguais e descobrir o que cada parte representava em relação ao inteiro. O aluno deveria estar representando não só figurativamente, como também na forma fracionária. Em outras atividades pedíamos que o aluno medisse um segmento dado com o cartão e queríamos explorar se o aluno sabia expressar essa medida com algum tipo de medida menor do que a unidade dada Na sequência didática chegamos a trabalhar com adição e subtração de números racionais escritos sob a forma decimal.

Na proposta didática adotada, a decisão de trabalhar em duplas foi importante, porque propiciou o diálogo entre os participantes, além de ser estimulante e promover um auxílio mútuo entre eles. Sabemos que as mudanças ocorrem aos poucos. Notamos que as atitudes dos alunos e da professora no início da aplicação da seqüência e no final estavam bem modificadas. O conteúdo estava sendo apresentado de uma outra forma, os alunos se mostravam envolvidos com as atividades apresentadas, a ação pedagógica era diferente. Tentamos modificar os procedimentos de ensino utilizados anteriormente pela professora, e percebemos mudanças em aspectos do contrato didático em vigor. Em nossa pesquisa, procuramos trabalhar com o número racional na forma decimal com o auxílio da representação figural, da fração decimal, de sua localização na reta numérica, com a linguagem escrita. Enfim, procuramos tratar esse conteúdo entrelaçando as idéias das relações que envolvem cada uma de suas representações, procurando passar de uma representação para outra em quase todas as atividades da seqüência.

Em nossa pesquisa, percebemos que a "unidade" em muitos casos não ficou clara aos alunos, o que gerou alguns equívocos, principalmente na representação figural dos números racionais escritos na forma decimal. O aluno necessitou ampliar seu conceito de unidade. As unidades, até então consideradas como um todo, passam a ser divididas.

Notamos que, alguns alunos, quando localizavam na régua graduada acertavam a posição exata do número racional escrito na forma decimal, porém o representavam de modo incorreto. Por exemplo, na atividade 19, a dupla localizou 1,9 corretamente, só que indicou 1/9. Tentamos não subdividir o assunto números racionais na forma decimal e estudá-lo separadamente e nem transmitir aos alunos nenhum tipo de técnica: nem para somar, nem para subtrair. E isso também ocorreu com as frações decimais.

Os alunos de 3ª série na qual foi aplicada a seqüência apresentaram algumas dificuldades relacionadas à linguagem: tanto na compreensão do enunciado de algumas questões como nos momentos em que tinham que responder questões utilizando a linguagem natural escrita. Como exemplo, podemos citar a criação da palavra "tri-metade".

Nas atividades propostas, os alunos desenharam, expressaram e mediram medidas menores do que a unidade e perceberam que para medir segmentos menores do que a unidade fixada será preciso subdividir a unidade. Encontramos, por exemplo, na atividade 11, um número elevado de alunos que se preocupava em escrever que dividiram em partes "iguais". A citação dos alunos sobre as partes iguais nos pareceu um efeito positivo do contrato didático, pois numa das primeiras aulas a que assistimos, a professora chamou a atenção da classe sobre isso. Na atividade 17 atividade apareceu, pela primeira vez, um erro relacionado com o emprego da vírgula: o aluno escreveu 1/6 no lugar de 1,6. Este tipo de erro, o de trocar a vírgula pelo traço de fração, foi apontado por Brousseau (1986).

Os alunos apresentaram um resultado melhor quando adicionavam os números na forma decimal do que quando representavam figurativamente. Sabemos que para adicionar, o que está envolvido é a técnica: somar os décimos com os décimos e os inteiros com os inteiros" e para realizar a representação é necessário um esforço cognitivo maior, porque estão envolvidos o reconhecimento da parte inteira e da parte decimal.

Pelas análises qualitativas e quantitativas, concluímos que houve uma evolução conceitual dos alunos que participaram das atividades da seqüência, considerando que eles

desconheciam o assunto, números decimais, ensinados pela escola. Analisando as respostas dos alunos encontramos mais evidências de aprendizagem do que de dificuldades, diante disso, podemos dizer que a seqüência didática aplicada atingiu seus objetivos.

Bibliografia

BROUSSEAU, G. Fondements et méthodes de la didactiques des mathématiques. *Recherches en Didactique des Mathématiques,* Grenoble, v.7, n.2, p. 33-115, 1986.

BROUSSEAU, G. Les obstacles épistémologiques et les problèmes en mathématiques. *Recherches en Didactique des Mathématiques,Grenoble,* n.4.2, p.165-198, 1983.

BROUSSEAU, G. Problèmes de didactiques des décimaux, . *Recherches en didactique des mathématiques ,* Grenoble, v.2, n.1, p.37-127,1981.

BROUSSEAU, G. Problèmes de l'enseignement des décimaux. *Recherches en didactique des mathématiques,* Grenoble, v.1, n.1, p.11-59, 1980.

BROUSSEAU, G. Le contrat didactique: le milieu. *Recherches en Didactique des Mathématiques,* Grenoble, v.9, n.3, p.309–336, 1988.

DOUADY, R. , PERRIN, M. J. *Liaison école: collège mesure des longueurs et des aires.* Paris: IREM, 1983. (Brochure n. 48)

DOUADY, R. et PERRIN-GLORIAN, M. J. *Nombres decimaux, liaison ecole- college.* Paris: IREM, 1986. (Brochure n.62)

DRUCK, I de F. Dificuldades conceituais no ensino de frações: parte II. *Revista do Professor de Matemática,* Rio de Janeiro, p. 10-20, abr. 1994.

DUVAL, R. Registres de représentation sémiotique et fonctionnement cognitif de la pensée. *Annales de Didactique et de Sciences Cognitives.* Strasbourg: IREM, v. 5, p. 37-65, 1993.

DUVAL, R. *Sémiosis et pensée humaine: registres sémiotiques et apprentissages intellectuels. Bern:* Peter Lang, 1995. 395p.

MAGINA, S. , BIANCHINI, B.L. Introdução aos números decimais: um novo conceito ou uma extensão dos naturais?. In: ENCONTRO PAULISTA DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA (EPEM), 4., 1996, São Paulo, *Anais do IV Encontro Paulista de Educação Matematica.* São Paulo,1996. p.171-178

PÉREZ, J. C. *Números Decimales¿Por qué? ¿ Para qué?.* Madrid: Sintesis, 1988. 211p. (Matemáticas: cultura y aprendizaje, 5).

UM OLHAR ETNOMATEMÁTICO PARA O ENSINO DA MATEMÁTICA

Berlane Silva Martins
Prof. DR. Ubiratan D'Ambrosio
Universidade de São Paulo - Faculdade de Educação

Introdução

Esse trabalho é parte integrante da pesquisa de mestrado, na área de Ensino de Ciências e Matemática do programa de pós-graduação da Faculdade de Educação - Universidade de São Paulo. Ele visa desenvolver junto aos docentes de matemática atuantes na Rede Pública de Ensino do Distrito Federal, - ensino médio, um trabalho de caráter investigativo a respeito de sua formação continuada.

Assim, a indagação desse trabalho, se refere às possibilidades de desenvolver uma proposta etnomatemática em um curso de formação de professores atuantes no ensino regular, visando a produção, organização e difusão do conhecimento matemático escolar.

Tal investigação ocorreu, em sua primeira etapa, sob a forma de um curso de noventa horas, oferecido pela Faculdade de Educação - Universidade de Brasília, durante o primeiro semestre do ano corrente, intitulado "Um Olhar Etnomatemático para o Ensino da Matemática".

O curso contava com a participação de vinte professores-alunos que se dispuseram a uma investigação de suas concepções, bem como de sua atuação em sala de aula.

Justificativa

O presente trabalho propõe uma mudança de atitude na formação do professor por meio de uma investigação na relevância dos conceitos matemáticos e no tratamento que é dispensado a eles.

Essa formação, deve visar à investigação, à resolução de problemas, às aplicações, assim como uma análise histórica e sociológica da realidade e do desenvolvimento do conhecimento matemático como uma criação humana, como tal, entender suas riquezas e fraquezas.

Faz-se necessário, a sensibilização do docente para a reflexão sobre o seu papel em relação ao conhecimento, ao educando e à escola. O professor deve reconhecer, no conhecimento matemático, seu valor formativo, instrumental e científico na formação de cidadãos capazes de críticas e condutas sociais que respondam a uma nova perspectiva de futuro.

Desse modo, justifica-se o desenvolvimento da matemática como instrumento para compreensão, pelo sujeito, dos conteúdos considerados indispensáveis para que viva socialmente e de modo digno. Assim, como a investigação para a (re)construção de conceitos e significados que subsidiarão a prática pedagógica do docente.

Objetivo Geral

Desenvolver uma postura de investigação no ensino da Matemática, fundamentado em três eixos: linguagem, corpo de conhecimento e manifestação sociocultural.

Objetivos Específicos

- Resgatar a dimensão humana do conhecimento matemático como construção / elaboração sociocultural;
- Entender os processos de produção, organização e difusão de modos próprios de conhecer, explicar e desempenhar-se que grupos pertencentes a contextos socioculturais específicos desenvolvem na sua ação sobre a realidade;
- Incentivar a criação de espaços para reflexões, ações e possíveis transformações no contexto na qual a matemática é posta em prática no contexto escolar e fora dele;
- Resgatar o papel do docente em relação à escola, à comunidade e à sociedade por meio de uma prática pedagógica que reconheça o caráter formativo, instrumental, científico e ético do conhecimento matemático.

Metodologia

O trabalho foi desenvolvido, em sua maior parte, por meio de leituras e discussões de textos, fundamentando o trabalho teórico, bem como, a elaboração de projetos, possibilitando ao professor identificar no processo de investigação das atividades matemáticas a construção do conhecimento.

Discutiu-se desde a concepcão e o significado da Etnomatemática até a sua insercão num contexto de sala de aula, bem como o papel e a postura do docente.

Foi aplicado um questionário aos professores no início e final do curso a fim de observar se houve ou não mudanca de concepcão em relacão à discussão Etnomatemática, bem como à postura ante ao conhecimento matemático e ao seu ensino.

Os projetos elaborados com vistas a aplicacão em suas escolas, propõe o contexto real, lúdico ou matemático a partir do qual os problemas serão gerados e resolvidos. Dessa forma, o docente poderá abordado algumas das tendências da Educação Matemática, como a etnomatemática, a modelagem matemática, a história da matemática, a resolução de problemas, dentre outras, a fim de mostrar as ferramentas que pode possibilitá-lo a concretizar as propostas pedagógicas, num processo de ensino-aprendizagem que propicia diferentes modos de explicar e entender a realidade.

Estes, terão acompanhamento sistemático pela pesquisadora, integrando-se na segunda etapa da pesquisa.

Avaliação

Tendo em vista que este curso refere-se a uma proposta de construção e investigação do conhecimento, tendo como conseqüência uma abordagem interdisciplinar, a avaliação requer que privilegie-se os processos de análise e construção do saber.

Para que o professor tenha uma visão global de seu próprio desenvolvimento e desempenho de habilidades durante o curso, a avaliação se deu por meio da construção de um portfolio ou porta-fólio.

Cosete Ramos diz: "Os Portfolios de Avaliação consistem em pastas, geralmente grandes, que contêm amostras dos melhores trabalhos do estudante, trabalhos esses ilustrativos do seu pensar, sentir, agir; de suas capacidades e de suas realizações." (1997, p. 160)

Ementa

O curso visa desenvolver junto aos docentes as competências que eles próprios deverão trabalhar com seus alunos no decorrer do Ensino Médio, segundo o Currículo da Educação Básica das Escolas Públicas do Distrito Federal.

- Apreender a linguagem matemática, lendo e interpretando fenômenos naturais, físicos e socioeconômicos, sendo capaz de exprimi-los com clareza oral, textual e gráfica;
- Apropriar-se dos processos de resolução de problemas utilizados na matemática para enfrentar situações novas, adaptando-se com flexibilidade às mudanças;
- Desenvolver a capacidade de analisar, conjecturar, experimentar e questionar processos físicos, naturais, sociais, econômicos e culturais, para a produção de argumentações logicamente consistentes;
- Compreender o valor da matemática como construção humana, entendendo como ela se desenvolveu por acumulação, continuidade ou ruptura de paradigmas, relacionando etapas da história da matemática com a evolução da humanidade;
- Utilizar-se dos conhecimentos matemáticos para intervir crítica e solidariamente na realidade, considerando a diversidade sociocultural."(Secretaria de Educação, 2000, p. 204)

Considerações Finais

O curso foi avaliado positivamente tanto pelos seus participantes como por seu ministrante, uma vez que resultou num comportamento favorável dos docentes em discutir, avaliar e re-avaliar sua postura, bem como aplicar os projetos construídos.

Foi proposto por eles, os professores-alunos, a continuidade do curso na forma de grupo de estrudo, o qual foi acolhido pela FE/UnB e a Sociedade Brasileira de Educacão Matemática – Regional Distrito Federal.

A proposta de apresentação desse trabalho é a análise e conclusão dos dados colhidos nesse curso. Análise, que encontra-se em fase de elaboração.

Bibliografia

BELLO, Samuel E. López. **O Lugar da Etnomatemática no Contexto da Produção do Conhecimento para o Século XXI.**

CARVALHO, João Bosco Pitombeira de. **As Propostas Curriculares de Matemática** in Os Currículos do Ensino Fundamental para as Escolas Brasileiras – Elba Siqueira de Sá Barreto (org.). SP: Editora: Autores Associados. Fundação Carlos Chagas.

COSETE, Ramos. **Sala de Aula de Qualidade** Total. Quality mark, 1997.

COSTA, Florinda. **Etnomatemática: um novo modo de ver e de estar no ensino da Matemática** In Revista: Educação e Matemática novembro/outubro, 1999 (p. 3–7).

CURY, Helena Noronha. **Concepções e Crenças dos professores de Matemática: pesquisas realizadas e significados dos termos utilizados** In *Boletim de Educação Matemática – BOLEMA* – ano 12 – nº 13, 1999 (p. 29 – 43)

D'AMBROSIO, Ubiratan. **Etnomatemática** (entrevista) In Nova Escola, agosto, 1993 (p.10-17)

________________. **Tantos Povos, Tantas Matemáticas** (entrevista) In Revista: Educação, ano23 – nº 199, novembro, 1997.

________________. **Um Enfoque Antropológico à Matemática e ao seu Ensino** In *Etnomatemática: arte ou técnica de explicar e conhecer.* SP: Ática, 1993.

________________. **Educação Matemática: Da teoria à prática**. Papirus, 1996

________________. **Da realidade à ação. Reflexões sobre educação (e) matemática.** São Paulo. Summus. 1986

________________. **O ensino de ciências e matemática na América Latina**. Campinas. Unicamp. Papirus. 1984

________________. **Transdisciplinaridade.** São Paulo: Palas Athena,1997.

________________. **Educação para uma sociedade em transição.** Campinas, SP: Papirus, 1999.

__________. **Ação Pedagógica e Etnomatemática como marcos conceituais para o Ensino da Matemática** In BICUDO, Maria Aparecida V.– *Educação Matemática*. Editora Moraes, p.73–100

__________. **Um Espaço para a História no Futuro da Educação Matemática Brasileira** – *Artigo utilizado nas aulas de Tendências em Educação Matemática*, UNESP/IGCE, Departamento de Matemática, 1990.

__________. **Matemáticas de Ontem ou de Hoje na Educação para o Amanhã** - Conferência

D'AMBRÓSIO, Beatriz S. **Formação de professores de matemática para o século XXI: O grande desafio.** Proposição n.º1 (10). Março. 1993, vol. 4, pp. 35-41

______________. **Como Ensinar Matemática Hoje?** – Texto.

DIMENSTEIN, Gilberto. **Ensaio: Educar é ensinar o encanto da possibilidade** – Texto in Internet

Entrevista com Ubiratan D'Ambrosio In Revista da Sociedade Brasileira de Educação Matemática – SBEM. Ano 6, nº 7, julho –1999 (p. 5-10)

FERREIRA, Eduardo Sebastiani – **Etnomatemática: Uma proposta metodológica**. Rio de Janeiro: MEM/USU, 1997

______________. **Por uma Teoria da Etnomatemática**. IMECC – UNICAMP (texto)

GERDES, Paulus. **O despertar do pensamento geométrico.** Dresden: Instituto Superior Pedagógico

______________. **Sobre o Conceito de Etnomatemática**. Tradução da primeira parte do livro ESTUDOS ETNOMATEMÁTICOS (em alemão). ISP (Maputo) – KMU (Leipzig), 1989.

GRUPO DE ETNOMATEMÁTICA DA USP. **Compreendendo os Sentidos da Etnomatemática: a Etnomatemática é fazer sentido.** Tradução de BARTON, Bill *Making sense in Ethnomathematics: Ethnomathematics is making sense.* Educational Studies in Mathematics 31, Netherlands, Kluwer academic Publiser, 201-233, 1996.

LORENZATO, Sérgio, VILA, Maria do Carmo. **Século XXI: qual Matemática é recomendável?** In Revista Zetetiké, Ano 01, SP: Campinas: Ed. da UNICAMP, 1993.

KNIJNIK, Gelsa. **Da Etnomatemática** In *Exclusão e Resistência: Educação Matemática e Legitimidade Cultural.* Porto Alegre: Artes Médicas, 1996.

Memória Viva: um filme de Octavio Bezerra sobre Aloísio Magalhães, FUNARTE/DECINE – CTAv: Ministério da Cultura, 1998. (documentário)

Sua Educação é sua, sendo sua não é da gente, SEC-MEC/Projeto Interação?Grupo Mamulengo SÓ RISO, 1982. (vídeo)

Revista da Sociedade Brasileira de Educação Matemática – SBEM. Ano I, nº 1

O DESENVOLVIMENTO PROFISSIONAL DE PROFESSORES QUE ENSINAM MATEMÁTICA NA EDUCAÇÃO INFANTIL

Doutoranda: Celi Aparecida Espasandin Lopes
Orientadora: Anna Regina Lanner de Moura
Faculdade de Educação – UNICAMP

1. Introdução

Esta pesquisa tem se desenvolvido em uma escola particular de Campinas, com um grupo de cinco professoras e duas coordenadoras do curso de Educação Infantil. Este grupo constitui-se a partir de uma carta-convite que a pesquisadora enviou aos professores que atuavam com crianças na faixa etária de cinco a seis anos e desejassem discutir questões relativas ao ensino e aprendizagem da Estocástica.

Desde fevereiro de 2000, o GEPEPEI (Grupo de Estudos e Pesquisas sobre a Estatística e a Probabilidade na Educação Infantil) reuni-se quinzenalmente para estudar o referencial teórico sobre o tema, planejar e discutir atividades de ensino para as aulas e analisar o desenvolvimento dos alunos frente a essas atividades propostas.

Este estudo desenvolve-se num momento no qual o mundo encontra-se em rápida mudança, um mundo de informações, uma sociedade do conhecimento, que tornam imprescindível o conhecimento da probabilidade de ocorrência de acontecimentos para agilizar a tomada de decisão e fazer previsões. Da mesma forma que se torna cada vez mais precoce o acesso do cidadão a questões sociais e econômicas nos quais tabelas e gráficos sintetizam levantamentos; índices são comparados e analisados para defender idéias.

Consideramos relevante que o ensino da Probabilidade e da Estatística faça parte do currículo de Matemática no Ensino Fundamental e na Educação Infantil, pois possibilita ao estudante desenvolver a capacidade de coletar, organizar, interpretar e comparar dados para obter e fundamentar conclusões, que são a base do desempenho de uma atitude científica. Tanto alunos como professores devem de fato pensar/refletir criticamente sobre os conceitos estatísticos e probabilísticos e não simplesmente utilizá-los como ferramenta de forma mecânica e alienada.

É papel da escola proporcionar ao estudante, desde a Educação Infantil, a formação de conceitos estatísticos e probabilísticos que o auxiliarão no exercício de sua cidadania. Pois, ao cidadão não basta entender as porcentagens expostas em índices estatísticos, como o crescimento populacional, taxas de inflação, desemprego, entre outras. É preciso que ele saiba analisar/relacionar criticamente os dados apresentados, questionando/ponderando até mesmo sua veracidade. Assim como não é suficiente ao aluno desenvolver a capacidade de organizar e representar uma coleção de dados, faz-se necessário interpretar e comparar esses dados para tirar conclusões.

Estatística e Probabilidade, em sala de aula, poderiam ser temas explorados através da matematização - entendendo que matematizar significa, segundo Skovsmove (1990), em princípio, formular, criticar e desenvolver modos de compreensão. Para que esse processo se efetive é necessário que tanto alunos quanto professores estejam no domínio da situação de aprendizagem.

Ao desenvolvermos o projeto de Mestrado, optamos pelo enfoque curricular e abandonamos as experiências e contatos realizados com o tema na Educação Infantil e Formação do Professor. O referencial teórico nos levou a utilizar o termo Estocástica quando nos referíssemos ao ensino da Estatística e da Probabilidade de forma interrelacionada, pois pesquisadores mundiais dessa área têm recomendado um trabalho inseparável desses dois temas. Davis & Hersh (1986) consideram que a estocastização do mundo significa adotar um ponto de vista em que a incerteza, a sorte ou a probabilidade, é admitida como um aspecto real, objetivo e fundamental. Sendo assim, ao pensarmos esse projeto de Doutorado consideramos a pertinência de focalizarmos o ensino da Estocástica na Educação Infantil, considerando a formação e a prática pedagógica do professor.

Partindo então, de nossa pesquisa de mestrado e nossas experiências com o ensino de Estatística, levantamos questões que nos direcionaram e nos motivaram a elaborar esse projeto com o intuito de aprofundar nossa visão acerca do ensino da Estocástica e contribuir para que ele possa tornar-se uma realidade nos cursos da Escola Básica Brasileira.

2. A Educação Infantil e o ensino da Estatística e da Probabilidade

A Educação Infantil tem se revelado ao longo dos últimos anos como uma área de preocupação e interesse de educadores e pesquisadores, que procuram concretizar um trabalho educativo. Atualmente, no Brasil, as crianças que freqüentam nossas escolas, nesse nível escolar, têm idades de zero a seis anos.

Moura (1995) considera que a finalidade da educação das crianças menores de seis anos consiste não em acelerar, porém em ampliar o desenvolvimento infantil. Para isso, aponta ser necessário considerar as possibilidades da criança, seus interesses e inclinações, lembrando que ela não apenas se prepara para a vida, mas já a vive.

Nesse cenário, a Matemática tem se justificado pelas necessidades das próprias crianças de construírem e recriarem conhecimentos, desenvolverem a imaginação e a criatividade, bem como, por uma necessidade social de instrumentalizá-las para a vida no mundo. Cada vez mais e mais rapidamente tem-se exigido diferenciadas habilidades e competências matemáticas dos cidadãos.

Fischbein (1975) afirma em sua obra que o ensino da Estocástica deveria ocorrer desde a Educação Infantil e Fundamental, que este trabalho não só é possível como necessário tendo em vista que a ausência do mesmo possibilita as pessoas enraizarem-se em intuições errôneas.

Acreditamos que o desenvolvimento do pensamento estatístico e probabilístico, que deve ser inserido no contexto escolar, possa apresentar significativas contribuições para a formação dessa criança. A realização de experimentos que envolvem a aleatoriedade e estimativas, bem como, a vivência de coletar, representar e a analisar dados que sejam significativos e inseridos no seu contexto podem ampliar seu universo de competências e acentuar seu potencial criativo.

O Referencial Curricular Nacional para a Educação Infantil publicado pelo MEC considera que as crianças têm e podem ter várias experiências com o universo matemático, que lhes permitem fazer descobertas, tecer relações, ir organizando o pensamento, o raciocínio lógico e situando-se no espaço. Ressaltam-se os critérios: identificar as noções que as crianças possuem; selecionar os conteúdos e, viabilizar as ações em sala de aula.

Embora apresente essas considerações, surpreende-nos que tal referencial não ressalte ou acene para um trabalho que desenvolva o raciocínio estocástico. Ao desenvolvermos nossa pesquisa de mestrado, realizamos um levantamento de alguns currículos internacionais de Matemática, nos quais observamos recomendações e orientações do ensino de Estatística e Probabilidade desde a Educação Infantil.

Consideramos que a resolução de problemas aliada à realização de experimentos pode desencadear nesse nível de ensino, o desenvolvimento do pensamento estocástico, necessário ao aluno por possibilitar-lhe a capacidade de análise crítica e subsídios para a tomada de decisões, face às incertezas da vida cotidiana.

Torna-se necessário pensar uma Matemática Escolar que propicie cada vez mais a investigação, a reflexão e a criatividade, rompendo com o determinismo que predomina nos currículos dessa disciplina, e mais propriamente com o pensamento determinista, inibidor da idéia de movimento e transformação. Esse enfoque se for dado desde a Educação Infantil, pode possibilitar a formação de um aluno que pense mais amplamente a respeito de diferentes questões e estabeleça adequadamente estratégias e técnicas para a resolução de problemas que permeiam sua vida.

Shaughnessy (1992) apresenta criticas quanto à demora das mudanças no ensino da estocástica e cita Garfield (1998) que apresentou quatro aspectos para o impedimento do efetivo ensino de estocástica como o papel da probabilidade e da estatística no currículo; as ligações

entre pesquisa e instrução; a preparação de professores de matemática; e a maneira pela qual a aprendizagem atualmente está sendo acessada.

Afirma que a menos que a Estocástica comece a entrar no curso principal de nossas escolas de maneira mais ampla, o número de pessoas que fazem pesquisa nessa área vai continuar a ser pequeno. Destaca que as pesquisa em Educação Estatística tem relatado a importância da inclusão desse tema em nossas escolas, porque as pessoas vão usar e abusar disto nas mais diferentes áreas do conhecimento, independente de as ensinarmos ou não.

3. Formação de Professores e Educação Matemática

> **Se considerarmos a necessidade de formar estudantes habituados a raciocinar estocasticamente, torna-se preciso repensar o papel do professor no processo de ensino/aprendizagem.**
>
> **Muitos pesquisadores como, Godino, Batanero e Flores (1998), apontam para as dificuldades existentes na formação de professores em estocástica como um dos principais obstáculos a serem vencidos. Segundo eles, não se pode reduzir-se ao desenvolvimento de estruturas conceituais e ferramentas para a resolução de problemas, mas também orientar os alunos no sentido de construírem formas de raciocínio e um sistema sólido de intuições corretas.**
>
> **Além dessas questões relacionadas a um conteúdo específico, também a atuação dos professores enquanto educadores matemáticos devem estar voltadas para a consciência da ação política envolvida em sua prática pedagógica. Segundo Kincheloe (1997), ao agirem assim, os professores legitimam certas crenças e deslegitimam outras.**

Para que o ensino da Matemática possa contribuir para a efetivação desse fato, talvez deva-se desenvolver uma Matemática significativa, na qual se considere seu papel na vida dos estudantes, desenvolvam atitudes positivas em relação a essa disciplina, proporcionem um espaço pedagógico que valorize o processo ao invés do fato, as idéias ao invés das técnicas, que proponha uma grande diversidade de problemas envolvendo outras áreas ou mesmo áreas internas à própria Matemática. É importante que alunos defrontem-se com problemas variados do mundo real e que tenham possibilidades de escolherem suas próprias estratégias para solucioná-los.

Acreditamos ser necessário que nós, os professores, os incentivemos a socializarem suas soluções, aprendendo a ouvir críticas, a valorizar seus próprios trabalhos bem como os de outros. Nesse contexto, o trabalho com probabilidade e estatística pode ser de grande contribuição, tendo em vista sua natureza problematizadora, viabilizando o enriquecimento do processo reflexivo.

O trabalho com estocástica em sala de aula deverá promover discussões e reflexões para a solução de uma situação-problema que seja levantada pela classe ou instigada pelo professor. Este deverá promover, a todo o momento, o debate, mantendo aberto o "canal de diálogo" com os alunos. Tais posturas são fundamentais para desenvolver a "atitude democrática por meio da educação matemática". (SKOVSMOVE, 1990: 115)

Paulo Freire (1997) também considera que a produção do conhecimento com criticidade deve ser um trabalho conjunto de professor e aluno; que o pensar certo, superando o pensamento ingênuo, precisa ser construído pelo próprio aprendiz em conjunto com o professor e seus pares.

Desenvolver uma atitude de respeito aos saberes que o estudante traz à escola, adquiridos em seu meio cultural, envolve a discussão de temas como; a poluição dos rios e mares, os baixos níveis de bem-estar das populações, o abandono da saúde pública, as políticas assistenciais, greves, desemprego, entre outras. Essas são questões presentes diariamente em jornais, reportagens de televisão ou manchetes de revistas. É claro que o nível do aprofundamento de cada uma delas deve sempre considerar e respeitar a faixa etária na qual se está desenvolvendo o estudo. É possível que estes sejam os primeiros momentos do exercício de reflexão para que possamos estar viabilizando a formação de cidadãos críticos, éticos e reflexivos.

4. O problema e a pesquisa proposta

Acreditamos que para desenvolver o ensino da Estocástica, o professor precisará, além de atualizar e construir seus próprios conhecimentos sobre o tema, refletir sobre o quanto ele se opõe ao determinismo, ao mesmo tempo em que poderá visualizar o fato de que vivemos em um mundo que é simultaneamente estocastizado e determinista. Além disso, segundo Godino et al (1998, p.2-3), "um ponto importante no plano de formação de professores sobre um conteúdo matemático específico é a reflexão epistemológica sobre o mesmo, ainda que pode ajudar os professores a compreender seu papel dentro das matemáticas e outras matérias, sua importância na formação dos alunos, assim como a dificuldade dos mesmos no uso dos conceitos para a resolução de problemas".

Essa reflexão epistemológica torna-se essencial no caso da estocástica. Pois esse assunto pode ser difícil de ensinar devido as suas características especiais, tanto de aprofundar questões mais amplas a partir de dados analisados, como de efetuar juízos de valor sobre os modelos apropriados para trabalhar os dados. Mas, principalmente, pelo processo de reflexão sobre idéias controvertidas, como o azar e a causalidade.

O professor defronta-se com um desafio maior no processo de aquisição desse conhecimento, pois cabe a ele possibilitar oportunidades aos alunos explorarem questões e idéias que envolvam pensamento estatístico e probabilístico. Acreditamos que ao criar suas situações didáticas ele também possa construir conhecimento, o que possivelmente influencia a sua prática. Isso nos remete a seguinte questão: *Que alterações um processo de reflexão sobre o ensino de Estatística e Probabilidade pode provocar no desenvolvimento profissional de professores que ensinam Matemática?*

Para responder a essa questão, coletamos dados (observações, entrevistas, registros) e estamos analisando segundo categorias construídas a partir das reflexões sobre o material empírico, considerando o papel fundamental que a teoria exerce nesse processo de construção.

5. Considerações Finais

Estamos analisando os dados coletados em duas fases distintas. Numa primeira fase, os referentes às entrevistas e ao encontro inicial, em princípio separadamente e posteriormente cruzando as análises com o intuito de definir regularidades a cerca das elaborações dos professores.

A segunda fase da análise considera os dados referentes ao relatório escrito e em vídeo dos encontros e das reflexões sobre a aplicação em sala de aula das atividades elaboradas pelos professores. Considera ainda, a elaboração de atividades e o relatório da prática do professor.

Este trabalho está no momento de redação do relatório para qualificação e acreditamos que apresente contribuições significativas para a investigação sobre a prática pedagógica e formação de professores que ensinam Matemática. Traz considerações sobre o processo de desenvolvimento profissional de um grupo de professoras ao ensinarem e aprenderem as noções básicas de estatística e probabilidade na Educação Infantil. Também deve contribuir muito para com as pesquisas de educação estatística que emergem timidamente em nosso país, na escola básica.

6. Bibliografia

BESSON, J. L. **A ilusão das estatísticas.** São Paulo: Editora UNESP, 1995.

CARDEÑOSO, J. M. & AZCÁRATE, P. Tratamiento del conocimiento probabilístico en los projectos y materiales curriculares. **Revista sobre la enseñanza y aprendizaje de las matematicas.** nov./1995.

CURCIO, F. R. **Developing Graph Compreension**. USA: NCTM, 1989.

D'AMBROSIO, B. S. Formação de professores de Matemática para o século XXI: o grande desafio. **Proposições.** vol. 4, nº 1 [10], 1993.

D'AMBROSIO, U. **Educação Matemática:da teoria à prática.**Campinas: Papirus, 1996.

DAVID, F. N. **Games, Gold and Gambling**. London: Charles Griffin, 1962.

DAVIS, P. J. **O Sonho de Descartes.** Rio de Janeiro: Francisco Alves, 1986.

FISCHBEIN, E. *The intuive sources of probabilistics thinking in children.* Dordrecht: D. Reidel,1975.

FREIRE, P. **Pedagogia da Autonomia – saberes necessários à prática educativa.** R.J.: Paz e Terra, 1997.

GERALDI, C.M. G. et at. **Cartografias do Trabalho Docente.** Campinas: Mercado de Letras,1998.

GODINO, J. D., BATANERO, C., CAÑIZARES, M. J. **Azar y Probabilidad**. Madrid: Sínteses,1996.

GODINO, J.D.,BATANERO,C.,FLORES,P.**El análisis didáctico del conteúdo matemático como recurso en la formación de professores de matemáticas.** Universidad de Granada,1998.

HACKING, I. **The Emergence of Probability**. USA:Cambridge, 1975.

HAYLOCK, D. **Mathematics Explained for Primary Teachers.** London: P.C.P, 1995.

HOPKINS, C., GIFFORD, S., PEPPERELL, S. **Mathematics in the Primary School**. London: David Fulton, 1996.

HUFF,D.**Como mentir com estatística.**Trad:Ediouro S/A.SãoPaulo: Ediouro, 1992.

KINCHELOE, J. L. **A formação do professor como compromisso político.** Porto Alegre: Artes Médicas, 1997.

LOPES, C. A. E. A Probabilidade e a Estatística no Ensino Fundamental: uma análise curricular. **Dissertação de Mestrado. Campinas: FE/UNICAMP,1998.**

LÜDKE,M.ANDRÉ,M.**Pesquisas em educação: abordagens qualitativas.**São Paulo: EPU,1986.

MORRIS,R.**Studies in Mathematics Education: The teaching of statistics.**Paris: UNESCO. 1989.

MOURA, A. R. L. **A Medida e a Criança Pré-Escolar**. Tese de Doutorado. Faculdade de Educação. UNICAMP-SP. 1995.

PERRENOUD, P. **Práticas Pedagógicas, Profissão Docente e Formação: perspectivas sociológicas.** Lisboa: Dom Quixote, 1997.

PONTE, J.P.et al.**Desenvolvimento Profissional dos Professores de Matemática: que formação?**Lisboa: Escola Superior de Educação de Lisboa,1996.

PORTER,T.**The Rise of Statistical Thinking 1820–1900.**New ersey:Princeton, 1986.

PRIGOGINE,I. **O fim das certezas: tempo, caos e as leis da natureza.**São Paulo: UNESP, 1996.

Referencial Curricular Nacional para a Educação Infantil: Ampliação do Universo Cultural. Brasília:MEC–Secretaria do Ensino Fundamental. Versão Preliminar. Janeiro/1998.

SANCHO, J. M. **Los Professores y el Curriculum.** Barcelona: Horsori, 1990.

SHAUGHNESSY, J. M. Research in probability and statistics: reflections and directions. In: GROUWS, D. A. (ed.). **Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning.** USA: NCTM, 1992.

TEACHING CHILDREN MATHEMATICS.**Data Exploration.**EUA:NCTM,vol.2,nº.6, February, 1996.

VARGA, T., DUMONT, M. **Combinatoire, Statistiques et Probabilités de 6 à 14 ans.** Paris: O.C.D.L., 1973.

A LÓGICA: ELEMENTO DE INTER-CONEXÃO NO DESENVOLVIMENTO CONCEITUAL DA MATEMÁTICA

Cezira Bianchi
Orientador: ***Prof Dr Antônio Marmo de Oliveira*, Universidade Guarulhos**

Dada a importância do raciocínio lógico na Matemática, defende-se nesta dissertação o uso da Lógica sob dois aspectos: como elemento articulador de todos os ramos da Matemática e como elemento embasador da formação de professores de Matemática. Fundamenta-se na necessidade do professor de Matemática ser capaz de justificar suas exposições e resoluções, identificar padrões, elaborar ou invalidar conjecturas e ministrar suas aulas usando argumentação e contra-argumentação.

A relação entre o lógico e o matemático deve ser lembrada, por ser fundamental e indispensável (necessária, apesar de não ser suficiente). A abordagem lógica no ensino da Matemática é a abordagem dedutiva dos conteúdos e esta tem se mostrado um grande fracasso no ensino, devido à concepção da lógica como lógica do produto, um conceito matemático a ser "digerido" pelo aluno, acabado, pronto, imutável, ao invés de entender esta lógica como um processo a ser desencadeado, levando o aluno à elaboração deste conceito. Propõe-se pois a utilização da Lógica no ensino da Matemática, orientando o estudo, aprofundando-o, desenvolvendo-o, de forma que as etapas do aprendizado se darão através de uma seqüência tal que a Matemática seja aprendida como um processo e não como um produto já pronto.

Procura-se contribuir com a compreensão de quanto a Lógica pode alicerçar solidamente o conhecimento matemático, de forma que o educador possa intencionalmente dirigir sua abordagem na relação Lógica / Matemática. Para levar o educando a ver o conhecimento matemático como um processo, o educador precisa compreender como se dá a relação entre a lógica do conhecimento matemático e a história de seu desenvolvimento (não como uma seqüência de fatos, mas como essência da evolução histórica).

Uma característica importante deste trabalho é a sua dimensão interdisciplinar, devida às conexões existentes entre o território teórico abrangido e os domínios de outras disciplinas científicas e que fazem da área de estudos lógico-filosóficos, uma área para a investigação pluridisciplinar. Basta reparar na convergência com disciplinas que têm contribuído decisivamente para o estudo de aspectos importantes da linguagem, da mente, do raciocínio e da cognição do ser humano, em especial, o caso das chamadas ciências cognitivas. Outra característica importante deste trabalho é a visão da Filosofia da Matemática que lhe está subjacente, voltada ao valor intrínseco dos conceitos, teorias, argumentos e problemas examinados.

A crise na formação de professores, não só os de Matemática, existe e pretende-se contribuir para a formação do professor de Matemática, restabelecendo a relação entre a lógica e os processos matemáticos, propondo alternativas que alcancem efetividade didática e aderência à Lógica particular de construção da Matemática.

À busca das contradições da matemática, e procurando que sempre surjam outras contradições, propõe-se um tratamento diferenciado à transmissão dos conhecimentos, embasado na Lógica, seja ela Formal ou Matemática, acompanhando o conceito a ser trabalhado a partir da apresentação de modelos ou problemas extraídos de seu desenvolvimento histórico. O trabalho da aprendizagem iniciar-se-á heuristicamente, com o desenvolvimento do raciocínio indutivo, mas será sedimentado com a apresentação axiomática, desenvolvendo assim o raciocínio dedutivo.

A educação deve estar em conexão com a inteligência, tendo em vista que seu papel, no século XXI deve ser o de produzir pessoas inteligentes e não pessoas com muito conhecimento. O único guia de sobrevivência neste mundo de avanço tão rápido é nossa inteligência, considerada aqui como a capacidade de raciocinar, tirar conclusões, analisar, sintetizar e iniciar ou criar coisas novas a partir das já conhecidas. O desempenho humano que antes era apresentado como um fenômeno comportamental, resultante de emoções e motivos inconscientes, sabemos hoje ser ligado à existência de ferramentas cognitivas, que ligam-se a fatores, emocionais, atitudinais e motivacionais, que são originados, regulados e diferenciados através de processos cognitivos.

A inteligência é a capacidade do indivíduo de aprender rápido e adaptar-se a novas realidades, que atualmente são extremamente mutáveis. A inteligência é um poder, um produto concreto. A característica mais diferenciada nas pessoas é a modificabilidade cognitiva, estrutura responsável pela capacidade do indivíduo para adquirir novos modos de pensamento e sentimento, que está sujeita à mudança se fornecermos certas condições e oportunidades. A essência da inteligência é, pois, a modificabilidade, a adaptabilidade.

Nossa proposta, a nível pedagógico, pode ser assim resumida:

Pedagogia Tradicional	Pedagogia Ativa	Proposta
Intelecto	Sentimento	Ambos são importantes
Aspecto lógico	Aspecto psicológico	Aspecto lógico e o psicológico
Disciplina e Diretivismo	Espontaneidade, não-diretivismo	Espontaneidade, não-diretivismo
Quantidade	Qualidade	Qualidade
Objetivos expressos em termos de conteúdos, que são conceituais.	Objetivos expressos em termos de habilidades a serem desenvolvidas. Os conteúdos são conceituais	Objetivos expressos em termos de habilidades a serem desenvolvidas. Os conteúdos são conceituais, procedimentais e atitudinais.
Centro de gravidade é o conteúdo	Centro de gravidade em atividades e/ou problemas heurísticos quaisquer.	Centro de gravidade em atividades e/ou problemas heurísticos que possam levar às habilidades.
O importante é o saber	O importante é saber fazer.	O importante é o saber, o saber fazer e o ser.
Prof. é o ator principal	Professor orientador/facilitador	Professor orientador/facilitador
Aluno passivo	Aluno é centro da aprendizagem	Aluno é centro da aprendizagem
Aluno aprende observando	Aluno aprende fazendo	Aluno aprende descobrindo, conjecturando, provando, refutando e construindo a teoria usando conceitos gerados pela prova.
Ênfase nas estruturas internas da Matemática. Privilegia-se a Mat. Pura	Ênfase nas relações da matemáticas com outras ciências empíricas. Privilegia-se a matemática Aplicada.	Ênfase nas relações da matemáticas com ciências empíricas e em suas estruturas internas. Privilegia-se a Matemática como um todo.
Método de Ensino expositivo.	Métodos: Modelagem e/ou Resolução de Problemas	Métodos: Modelagem e/ou Resolução de Problemas. Apoio na História da Matemática como estratégia que possa suscitar o descobrimento matemático.

A formação de professores é um dos problemas mais sérios do nosso sistema de ensino porque, apesar de haver consenso entre os educadores de que a formação que o professor tem na faculdade é inadequada, há enorme dificuldade na reorientação dessa formação, devido a falta de referências teóricas advindas de pesquisadores brasileiros em ação.

Podemos perceber o quanto tem declinado o ensino de Geometria em nossas escolas de vinte anos para cá. A razão do declínio do estudo da geometria deve-se não à insatisfação quanto ao conteúdo que tal campo matemático apresenta, mas pelas dificuldades conceituais que acabam sendo causadas nas argumentações lógicas, que constituem a essência da Geometria Euclidiana. Pela verificação nos mais de vinte anos lecionados em cursos superiores, 75% trabalhando com futuros professores, afirmo que a maioria das dificuldades conceituais nos alunos está relacionada com a maneira de organização do raciocínio e construção de argumentações lógicas.

Já conhecemos as atitudes que dão certo para o ensino da Matemática: o uso de recursos didáticos; a flexibilidade e a espontaneidade; o problematizar, o contextualizar e o refletir; ter um projeto da escola, a criatividade, integração dos professores na busca por alternativas, pesquisar e estudar. Acrescenta-se a estas a Lógica, isto é, problematizar com Lógica, contextualizar e refletir com Lógica, integração dos professores com a Lógica, relacionar o saber, usando a Lógica. A filosofia da matemática embasou este trabalho, bem como outras filosofias que possam ter surgido no interior da lógica, como a metafísica, a ontologia, a teoria do conhecimento, a epistemologia genética, etc. Com respeito à lógica propriamente dita, houve uma preocupação central de propor, para os cursos de licenciatura, abrangência de noções e princípios mais elementares da lógica, regras de inferência, leis algébricas (a Lógica é uma Álgebra Booleana), paradoxos e falácias, etc...

Objetiva-se enfocar a utilização da lógica matemática, entendida em um sentido amplo, como ponto comum no emprego de modelos e técnicas formais de solução de problemas e de demonstrações de propriedades fundamentais da matemática. Não somente o raciocínio usado na matemática, mas também os princípios subjacentes - ou seja, toda a matemática - são pura lógica. A Lógica Matemática aprendida pelo futuro Professor de Matemática pode vir a ser a pilastra de sustentação maior para a formação de um verdadeiro Educador de Matemática.

Pretende-se proporcionar aos alunos e professores oportunidades de levantar questões de todos os tipos, refutando inclusive conceitos que podem parecer, pela institucionalização deste saber, inquestionáveis e "imexíveis". À medida que possibilitamos ao aluno condições de questionar logicamente conteúdos dos mais variados tipos, secularmente expostos de forma fria e acabada, abrimos espaço para que este aluno elabore questionamentos sobre o mundo no qual ele está inserido.

Idade	Tempo diário	Conteúdos de Lógica a serem trabalhados na Educação Básica
10 /11 anos	10 min	O aluno pode trabalhar com descrição de formas; seguir direções; sinônimos e antônimos; analogias; partes do inteiro; conectivos lógicos "e" e "ou"; negação; dobraduras; seguir pistas; rotação e translação ; manipulação mental de dois objetos; quantificadores. Abordagem de causa e efeito. Compreender a natureza como um sistema em equilíbrio, com ênfase na conservação e no equilíbrio ao invés das transformações.
11/12 anos	15 min	Descrição de formas; seguir direções; sinônimos e antônimos; analogias; partes do inteiro; conectivos lógicos "e" e "ou"; negação, enfatizando a negação do "e" e do "ou"; o "ou" exclusivo; dobraduras; seguir pistas; rotação e translação ; manipulação mental de dois objetos; quantificadores existencial e universal; negação de proposições quantificadas. Abordagem de causa e efeito. Compreender a natureza como um sistema em equilíbrio, com ênfase na conservação e no equilíbrio ao invés das transformações.
12/13 anos	15 min	Descrição de formas; seguir direções; sinônimos e antônimos; analogias; sínteses; partes do inteiro; conectivos lógicos "e" , "ou", o "ou" exclusivo , "se.. então"; dobraduras; seguir pistas; rotação e translação ; manipulação mental de dois objetos, etc. Abordagem de causa e efeito. Afirmações com e sem valor verdade. Negação de proposições quantificadas. Compreender a natureza como um sistema em equilíbrio, com ênfase na conservação e no equilíbrio ao invés das transformações.

13 /14 anos	20 min	Conectivos lógicos "e" , "ou", o "ou" exclusivo, "se.. então" e "se e somente se". Abordagem de causa e efeito. Implicações e Equivalências. Aprendizagem de conceitos básicos, através de lições diárias com exercícios da vida real em uma Lógica informal e simples. Negações notáveis. Hipótese e tese, condição necessária e condição suficiente. Compreender a natureza como um sistema em equilíbrio, com ênfase na conservação e no equilíbrio ao invés das transformações.
14/15 anos	20 min	Conectivos lógicos "e" , "ou", o "ou" exclusivo, "se.. então" e "se e somente se". Implicações e Equivalências. Negações notáveis. Construir a compreensão da Lógica além dos conceitos básicos, através de lições diárias com ex. da vida real. Alguns silogismos do cotidiano. Análise de argumentos simples. Análise de demonstrações simples. Análise de expressões do idioma analítico usadas na Matemática. Compreender a natureza como sistema em equilíbrio, com ênfase na conservação e no equilíbrio ao invés das transformações.
15/16 anos	30 min	Conectivos lógicos "e" , "ou", "ou" exclusivo, "se.. então" e "se e somente se". Implicações e Equivalências. Regras de inferência. Formas do Condicional. Construção da Lógica além dos conceitos básicos, através de lições diárias com exercícios da vida real. Alguns silogismos em linguagem cotidiana. Análise de alguns argumentos em linguagem matemática. Processo e análise de demonstrações simples. Equivalências notáveis.
16/17 anos	30 min	Conectivos lógicos "e" , "ou", "ou exclusivo", "se.. então" e "se e somente se". Implicações e Equivalências. Regras de Inferência. Falácias Lógicas, Argumentação e Filosofia, que podem dar o embasamento do edifício lógico a ser construído pelo aluno. Formas de Condicional. Equivalências notáveis. Tautologias e Contradições. Processo e análise de demonstrações simples. Passagem do geral para o particular. Generalização de propriedades. Diferença de contexto entre o científico e o cotidiano.
17/18	30 min	Conectivos lógicos "e" , "ou", "ou exclusivo", "se.. então" e "se e somente se". Implicações e Equivalências. Regras de Inferência. Falácias Lógicas.

anos		O significado de paradoxo. Processo e análise de demonstrações. Silogismos categóricos, hipotéticos e disjuntivos. Deduções e induções. Formas de Condicional. Equivalências notáveis. Tautologias e Contradições. Passagem do geral para o particular. Generalização de propriedades. Diferença de contexto entre o científico e o cotidiano.
18 anos em diante	30 min	Argumentações dedutivas e indutivas. Sofismas ou Falácias. Paradoxos. Textos de Lógica tradicional com um foco prático. Usa-se as habilidades lógicas na prática, embora utilizando conceitos abstratos. Processo e análise de demonstrações. Silogismos categóricos, hipotéticos e disjuntivos. Deduções e induções. Formas de Condicional. Equivalências notáveis. Tautologias e Contradições. Consistência e inconsistência. Passagem do geral para o particular. Generalização de propriedades. Diferença de contexto entre o científico e o cotidiano.
Estudantes mais velhos e adultos.	—	Assim como se pode ensinar truques novos a um cão velho, a aprendizagem de Lógica não tem idade para começar.recomenda-se começa com o mesmo curso que para os alunos dos 13 aos 18 anos, mas seguindo o ritmo de cada um. É ideal também que os pais aprendam lógica com seus filhos.

Esta proposta de ensinar com Lógica ressalta o trabalho indispensável do professor junto a seus alunos, como o "arquiteto da aprendizagem", ao observar a seqüência de temas, a interdependência entre eles e a participação ativa e criativa dos alunos, que podem ser desafiados constantemente a refletir, discutir com o grupo, elaborar hipóteses e estratégias e a enfrentar situações inusitadas. O ensino de Lógica Matemática pode ajudar na resposta à questões que diutumamente aparecem na prática pedagógica. A questão da necessidade de valorização dos conteúdos, apesar de não ter sido abordada explicitamente, aparece subjacente, visto a relação entre forma e conteúdo ser imprescindível na prática pedagógica. Não basta que o educador conheça o conteúdo a ser ministrado, ele precisa entender o processo ocorrido no descobrimento matemático que gerou a descoberta aquele conteúdo.

Procurou-se estabelecer um paralelismo entre o método tradicional, que enfatizava o raciocínio dedutivo e o método mais divulgado em nossos dias, que privilegia o raciocínio indutivo, para sugerir que o caminho correto é começar pelo método heurístico, onde se desenvolve o raciocínio indutivo, mas com uma continuidade, para que o aluno possa formalizar a teoria subjacente, desenvolvendo assim o raciocínio dedutivo.

O uso da modelagem e do ensino através da resolução de problemas são os métodos que têm se revelado mais eficazes, mas é desejável que a escolha dos modelos e dos problemas desencadeadores da aprendizagem baseie-se na História da Matemática e no problema gerador daquele determinado conteúdo, de forma que o aluno possa perceber o processo do descobrimento matemático. No desenvolvimento dos conceitos, sempre permeados pela lógica, há que se observar a lógica do processo e não a lógica de um produto acabado e definitivo.

Sugeriram-se esquemas de aprendizagem a serem usados no processo educativo centrados na lógica do processo, não na lógica do produto, esquemas centrados na Heurística.

Atualmente, nos cursos de licenciatura, as disciplinas pedagógicas são ministradas paralelamente às disciplinas de conteúdo, não havendo, na maior parte dos casos, preocupação com o essencial: a interdisciplinaridade. E a lógica pode ser o articulador desta, por ser mais que interdisciplinar, ser transdisciplinar. Propôs-se o uso da lógica interdisciplinar e transdisciplinarmente, para que o aluno adquira bom raciocínio lógico, preparando-se para enfrentar o mundo moderno, onde mais que conteúdo, se valoriza a criatividade, iniciativa, compreensão de mundo e o raciocínio rápido. Com isso não se pretendeu, de modo algum, desconsiderar a especificidade das disciplinas, sejam elas de conteúdo ou pedagógicas, mas mostrar que na aprendizagem de um conteúdo, a forma do processo de ensino aprendizagem precisa reproduzir as etapas essenciais da evolução histórica deste conteúdo.

Não se pôde prescrever um método seguro para a consecução dos objetivos apontados, mas o incremento a pesquisas nestes moldes poderá conduzir provavelmente à reformulação das propostas metodológicas da matemática. O que se pretendeu foi colaborar com a minimização do fracasso em matemática e propor o conteúdo a ser abordado nas licenciaturas, imprescindível para que o professor de matemática possa ensinar centrado no desenvolvimento do raciocínio lógico. Esta reflexão pretende ter contribuído para o repensar e para a análise crítica da didática atual, que precisa deixar de cercear as tendências naturais dos estudantes, substituindo esta prática por outras que objetivem levá-los a um seguro e efetivo progresso intelectual. A análise realizada não se esgotou, apenas visou contribuir para que os coordenadores de cursos de licenciatura e os educadores em geral possam planejar, desenvolver e analisar experiências de ensino que se utilizem intencionalmente da Lógica como elemento articulador da forma-conteúdo.

Precisamos fazer com que a criança e o adolescente passem a gostar de pensar, de aprender. Se o professor simplesmente apresenta um conteúdo, como se fosse um "pegue ou largue", se o aluno larga, fica para trás, experimenta o fracasso e isto se torna um círculo vicioso... A atividade científica é uma constante aprendizagem; as tentativas frustradas e os insucessos ocasionais, decerto comuns na pesquisa matemática, vão forjando a maturidade do raciocínio, a busca de diferentes métodos e a gênese de novas idéias, pois raramente a solução de uma questão difícil ou demonstração de uma relevante conjectura pode ser creditada à intuição isolada de um único pesquisador.

A Lógica, como a Matemática, precisa ser usada em sala de aula, objetivando desenvolver o raciocínio, a análise e a síntese, a comparação e a ordenação, capacidades estas que podem contribuir para facilitar o acesso do homem ao conhecimento. No método tradicional de ensino da Matemática, ela sempre foi considerada uma teoria axiomática construída a partir de premissas evidentes, com uma complexidade abrangente de teoremas, de forma que todo o sistema fosse deduzido logicamente. A Matemática existiria independentemente do homem, não tendo necessidade de exprimir ou se basear no mundo real. Na pós-modernidade, o ensino da Matemática passou a ter sua ênfase colocada na descoberta do mundo, com o ensino tendo a obrigatoriedade de ser vivo, centrado em atividades práticas, levando ao desenvolvimento da observação e imaginação, privilegiando-se pois a aquisição do raciocínio indutivo.

Esta dissertação alertou para o motivo que tem levado professores a reclamarem tanto de que o aluno "não sabe matemática": apesar do hercúleo esforço de apresentar a matemática em suas conexões com o real falta o "arremate" deste ensino, a apresentação da teoria gerada pela descoberta, de forma a desenvolver também o raciocínio dedutivo. Falta o entendimento que a Matemática não está no mundo mas também não está no homem; ela está nos processos mentais de análise através dos quais o homem apreende o mundo, sendo uma forma de agirmos sobre a realidade, mudando-a ou preservando-a. É preciso que o aluno perceba que a matemática é um conjunto de regras e métodos que foram construídos em um processo gerado por uma necessidade social. A matemática de uma cultura é usada para agir sobre a realidade desta mesma cultura, seja resolvendo problemas, seja reforçando uma forma de pensar que já esteja sedimentada nesta cultura. Além de ferramenta desta cultura, é também produto dela. A Matemática é produto e processo da cultura.

O que se defendeu foi o ponto de partida em situações problema do mundo observável para desenvolver, heuristicamente, a matemática, para que a sistemática desta teoria seja inteligível para o aluno, que percebe como se constrói uma teoria: definições e axiomas gerados pela prova, por exemplo. A partir deste entendimento, pode-se partir para a abstração, com a construção axiomática da teoria. Desta forma, na abordagem heurística estaremos desenvolvendo o raciocínio indutivo e na sedimentação axiomática, o raciocínio dedutivo. Com estes dois tipos de raciocínio lógico, o aluno desenvolver-se-á em toda suas potencialidade e capacidade crítica e criativa. O processo heurístico fornecerá a motivação e o sistema de atitudes convenientes para o estudo e a retomada da teoria pronta reforçará o sistema cognitivo do aluno, com a abstração (representação, generalização e síntese).

Ensinar a pensar logicamente é uma prática que, se for usada pelo professor no dia a dia, tornará o aluno intelectualmente independente, com capacidade para resolver problemas que surjam em sua vida, apto pois a continuar se auto-aperfeiçoando, após deixar a escola. Na Psicologia da Aprendizagem nasceu a perspectiva dialética do sistema cognitivo, que o considera um sistema dual, com um pólo aberto e um fechado, em interação mútua. A transmissão do conhecimento é ligada ao pólo aberto do sistema, e a construção é ligada ao pólo fechado. A cada transmissão de conhecimento que ocorre, responsabilidade do meio, corresponde uma construção, que é uma auto-organização, que cabe ao aprendiz. Temos no processo de conhecimento, a aquisição e o desenvolvimento cognitivo. No primeiro, ao aprender, o sujeito assimila o que é novo ao conjunto de conhecimentos; no segundo, o novo conhecimento favorece o desenvolvimento das estruturas cognitivas. Toda aprendizagem é uma aventura psíquica, é entrar em contato com o novo. A cada encontro com o novo, o sistema se auto-reorganiza e se desenvolve. Nisto se vê a interdependência entre a aprendizagem e o desenvolvimento.

O professor está sempre lidando com dois momentos: o da aula expositiva, ligada ao pólo aberto do sistema cognitivo e o momento de dar tempo ao aluno para que ele construa e reorganize o seu conhecimento. Aprender não é reproduzir a realidade, é construir um significado próprio e pessoal para o conhecimento. A aprendizagem será tão mais significativa quanto mais o aluno puder relacionar o novo conteúdo aos conhecimentos prévios que possui. O professor é um guia, um mediador entre o aluno e o conhecimento, e pode ensiná-lo a aprender a aprender, usando a Lógica. O professor pode saber quais as ações que serão eficazes: são aquelas contingentes, que atuem no momento certo e de acordo com a necessidade do ser que aprende.

O conhecimento matemático, parte do conhecimento humano, não foge à regra, no rumo de se tornar cada vez mais elaborado. Conhecer nosso processo de conhecimento, nossa história individual e coletiva, faz-se fundamental. A criança constrói o número, que a humanidade construiu. O papel da Matemática e da Lógica é o fornecimento de ferramentas que possam permitir a cada um a construção do conhecimento futuro.

Afinal, parafraseando Alvin Tofler, neste milênio, o analfabeto não será o que não sabe ler e escrever, mas o que não conseguir aprender, desaprender e reaprender. Que esta dissertação possa motivar estudos posteriores para que a Lógica passe a ser meio e método de transformação do conhecimento real (pela análise crítica), contribuindo para o aprender, desaprender e reaprender.

Cibele de Almeida Souza
Orientador: Prof. Dr. Saddo Ag Almouloud
PUC/SP

Este artigo tem por objetivo apresentar resultados parciais de um trabalho sobre o ensino da distribuição binomial de probabilidades em cursos de graduação, especialmente naqueles nos quais os alunos são usuários da Estatística, ou seja, naqueles cursos em que a Estatística é a única ou uma das poucas disciplinas da área matemática.

Baseados nos trabalhos que conhecemos no desenvolvimento da pesquisa, formulamos uma questão principal: será que uma seqüência didática que se utiliza da dialética ferramenta-objeto, de mais de um registro de representação, da ruptura do contrato didático vigente e considera ainda as já conhecidas dificuldades dos alunos é suficiente para que eles compreendam e utilizem corretamente a distribuição binomial?

Leituras a respeito do ensino-aprendizagem de probabilidade e, particularmente, sobre o ensino-aprendizagem da distribuição binomial, aliadas a um estudo do próprio objeto estatístico de interesse e de algumas teorias da Didática da Matemática (registros de representação e contrato didático entre outros), fundamentaram a elaboração de uma seqüência didática piloto, que foi aplicada em alunos do segundo ano do curso de Publicidade e Propaganda de uma faculdade particular de São Paulo. A análise dos resultados dessa seqüência, junto com releituras e novas leituras, formaram a base da seqüência didática que aplicamos para finalizar nossa pesquisa.

Diversos autores já levantaram dificuldades enfrentadas pelos alunos em probabilidade e algumas delas estão presentes também na distribuição binomial. Coutinho (1994), analisando as concepções de alunos brasileiros do primeiro ano de um curso superior e também de alunos franceses do segundo grau, percebeu que, na ausência de informações explícitas, todos os eventos de um espaço amostral são considerados equiprováveis. Particularmente na distribuição binomial, a equiprobabilidade imaginada pelos alunos conduz à probabilidade de um evento igual a 0,5, uma vez que nela existem apenas dois resultados possíveis, mutuamente exclusivos. Girard (1997) observou que, este fenômeno ocorre com freqüência.

Uma outra dificuldade enfrentada pelos alunos está ligada às relações existentes entre a distribuição binomial e outras distribuições de probabilidade, como a de Poisson, a hipergeométrica e a normal. Algumas vezes uma distribuição é teoricamente correta mas outra oferece uma "boa" aproximação, sendo então utilizada no lugar daquela. As dificuldades que os alunos enfrentam são: o que é uma "boa" aproximação? Como saber quais são os casos nos quais as "boas" aproximações devem ser utilizadas? Por que usamos as aproximações e não as distribuições teoricamente corretas? Dantal e Raymondaud (1997) fizeram uma pesquisa em livros didáticos franceses usados no segundo ano do ensino médio da área de exatas e verificaram que às vezes o próprio enunciado do exercício a resolver dificulta a escolha da distribuição adequada. Nós fizemos a análise de alguns livros didáticos usados em cursos superiores paulistas – Barbetta (1999), Bussab e Morettin (1987), Stevenson (1986) e Triola (1998) – e verificamos que raramente aparecem discussões sobre a utilização de uma ou outra distribuição.

Existem ainda outras dificuldades relacionadas com probabilidade que aparecem também na distribuição binomial: os problemas com o vocabulário e com os contextos utilizados, explicitados por Maury (1984), ou com conceitos matemáticos, aspecto considerado por Girard (1997).

As dificuldades relatadas não são as únicas que encontramos, mas já justificam um trabalho direcionado ao ensino-aprendizagem da distribuição binomial.

Paralelamente às leituras sobre o ensino-aprendizagem de probabilidade, levantamos alguns autores da Didática da Matemática. Consideramos a dialética ferramenta-objeto de Douady (1986), os registros de representação de Duval (1993), o contrato didático de Brousseau (1983) e os obstáculos, ainda de acordo com Brousseau (1983).

Com o objetivo de fundamentar a construção da nossa seqüência didática, elaboramos uma seqüência piloto sobre a distribuição de probabilidades binomial, que foi aplicada em quatro turmas do terceiro semestre do curso de Publicidade e Propaganda de uma faculdade particular da cidade de São Paulo em março de 2000. Duas das turmas eram do curso diurno e duas do noturno. A seqüência foi feita em duplas, cujo número variou de 8 a 15. Nossa intenção era detectar qual o procedimento dos alunos e possíveis dúvidas causadas pela maneira como a seqüência foi formulada. Em outras palavras, nosso objetivo era detectar os problemas que iriam aparecer na realização do teste. Que tipo de problemas? De interpretação de enunciados, de utilização da árvore de probabilidades, de cálculos de probabilidades, de independência de eventos. Esses alunos estavam, no momento da aplicação da seqüência, cursando o segundo semestre de Estatística e o pesquisador era o professor deles. O primeiro semestre da disciplina foi cursado com outro professor, de modo que não sabíamos como foi feito o estudo inicial de probabilidade. O programa da disciplina nos orientou sobre os conhecimentos que os alunos teriam no instante da aplicação da seqüência. A análise da produção dos alunos nesta seqüência piloto revelou alguns erros que foram considerados na elaboração da seqüência didática que aplicamos.

Detectamos vários problemas e dificuldades: a seqüência piloto foi muito longa; alguns enunciados confundiam os alunos por causa do vocabulário utilizado, conforme destacou Maury(1984); algumas passagens se mostraram desnecessárias, pois eram etapas realizadas naturalmente pelos alunos, sem que houvesse necessidade de pedir que o passo fosse dado. Levantamos ainda dificuldades no que diz respeito a conceitos matemáticos, confirmando o que escreveu Girard (1997), como por exemplo simplificação de frações. Apareceram também dificuldades em conceitos probabilísticos, tais como o uso da árvore de probabilidade, união e intersecção de eventos.

Uma das atividades do teste piloto era assim: considere uma moeda viciada, de modo que, ao ser lançada, a probabilidade de sair cara é 0,25. Se essa moeda for lançada duas vezes, qual é a probabilidade de sair uma cara e uma coroa? Algumas duplas resolveram esta atividade da seguinte maneira: 0,25.0,75 + 0,25.0,75 = 1+1 = 2. Espantou-nos aqui não apenas o fato desses alunos errarem a conta em si, mas também, o que talvez seja mais grave, o fato deles não perceberem que calculavam o valor de uma probabilidade, de modo que o resultado não poderia ser 2!

A seqüência didática que construímos teve por base a dialética ferramenta-objeto. No início, foi solicitado aos alunos que resolvessem um problema, ou pelo menos parte dele, usando conhecimentos que eles já tinham, ou seja, utilizando conceitos matemáticos como ferramentas explícitas. Neste momento foi usada uma árvore de probabilidades, com o objetivo de ajudar os alunos encontrarem novas maneiras de resolver o problema. Eles exibiram e discutiram as soluções encontradas. Em certos momentos, houve institucionalizações. O papel da combinação na distribuição binomial e a própria fórmula da distribuição foram institucionalizados. Os alunos foram em seguida solicitados a resolver problemas que continham os tópicos institucionalizados.

No que diz respeito aos registros de representação, Duval (1993) escreve que a coordenação entre vários registros de representação é uma condição necessária para que o objeto matemático não seja confundido com sua representação e também para que ele possa ser reconhecido em cada uma das suas representações. Qualquer que seja a representação de um objeto matemático, ela mostra alguns dos aspectos do mesmo. Assim, transitando por mais de um registro, os alunos podem ter compreensão mais ampla do objeto. Podemos ter vários registros num mesmo quadro e um mesmo registro pode ser utilizado em vários quadros. No quadro probabilista, ou seja, aquele que reúne os conhecimentos sobre probabilidade, os enunciados geralmente são dados no registro da linguagem natural, mas a resolução pode utilizar o registro simbólico (fórmulas), o de tabelas ou o de árvores. O mesmo registro em linguagem natural pode ser utilizado ao mesmo tempo no domínio da realidade ou no quadro probabilista. Em nossa seqüência didática usamos pelo menos três registros: o da linguagem natural, o da árvore de probabilidades e o da fórmula. A árvore de probabilidade desempenhou o papel de uma representação intermediária, pois foi uma ponte entre os registros da linguagem natural e as fórmulas.

Foi ainda considerado o contrato didático de Brousseau (1983), que é uma relação estabelecida entre o professor e os alunos, implícita na maior parte, no que diz respeito ao conhecimento matemático visado, estabelecendo quais são as responsabilidades de cada uma das partes. Os alunos que realizaram a seqüência estão acostumados a ter aulas expositivas tradicionais, com realização de exercícios para fixação. Nossa seqüência, baseada na dialética ferramenta-objeto, possibilitou que os alunos trabalhassem sem que o professor fizesse intervenções expositivas a todo instante. Isto ofereceu condições a que ocorresse uma quebra do contrato didático, que é o que de fato nos interessava, pois os alunos puderam atuar de uma maneira diferente daquela com a qual estavam acostumados. A quebra do contrato é necessária para que aconteça um salto no desenvolvimento dos alunos, isto é, para que eles superem suas próprias dificuldades.

Conhecendo as dificuldades no que diz respeito à equiprobabilidade de eventos, interessamo-nos por Brousseau (1983), para quem os erros que manifestam um obstáculo são persistentes. Eles voltam a aparecer muito depois do indivíduo ter rejeitado aquele modelo que, conscientemente, sabe não ser mais útil. A ultrapassagem de um obstáculo exige um trabalho específico de interações repetidas com o objeto matemático. Imaginamos que o engano sobre a equiprobabilidade pode ser transposto com atividades adequadas. Se utilizamos um experimento aleatório com dois resultados mutuamente exclusivos e probabilidades diferentes de 0,5, os alunos têm condições de perceber que nem sempre os resultados são equiprováveis. Este aspecto também foi considerado em nossa seqüência.

A análise dos resultados da seqüência didática está em andamento, e será tema de um próximo artigo.

<u>Referências Bibliográficas:</u>

[1] BARBETTA, Pedro Alberto. 1999. *Estatística aplicada às ciências sociais*. 3ª edição, Florianópolis, Editora da UFSC.

[2] BROUSSEAU, Guy. 1983. Les obstacles épistémologiques et les problèmes en mathématiques. *Recherches en didactique des mathématiques*, Vol. 4, nº 2, pp. 165-198.

[3] BUSSAB, Wilton O., MORETTIN, Pedro A. 1987. *Estatística básica*. 4ª edição, São Paulo, Atual Editora.

[4] COUTINHO, Cileda de Queiroz e Silva. 1994. *Introdução ao conceito de probabilidade por uma visão freqüentista*. Dissertação de mestrado, PUC/SP.

[5] DANTAL, Bernard, RAYMONDAUD, Hubert. 1997. Analyse d'activités d'introduction et de sujets de baccalauréat. In: IREM de Reims. *Enseigner les probabilités au lycée*. Reims, IREM de Reims, pp. 383-404.

[6] DOUADY, Régine . 1986. Jeux de cadres et dialectique outil-objet. *Recherches en didactique des mathématiques*, Vol. 7, nº 2, pp. 5-31.

[7] DUVAL, Raymond. 1993. Registres de représentation sémiotique et fonctionnement cognitif de la pensée. *Annales de didactique et de sciences cognitives*. Vol. 5, pp.37-65.

[8] GIRARD, Jean-Claude. 1997. Quelques hypothèses sur les difficultés rencontrées dans l'enseignement des probabilités. In: IREM de Reims. *Enseigner les probabilités au lycée*. Reims, IREM de Reims, pp. 215-223.

[9] MAURY, Sylvette. 1984. La quantification des probabilités: analyse des arguments utilisés par les élèves de classe de seconde. *Recherches en didactique des mathématiques*, Vol. 5, nº 2, pp.187-214.

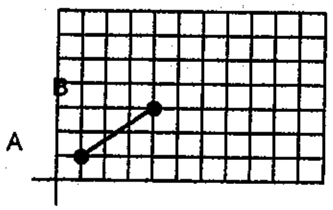
[10] STEVENSON, William J. 1986. *Estatística aplicada à administração*. São Paulo, Harbra.

[11] TRIOLA, Mário F. 1998.*Introdução à Estatística*. 7ª edição, Rio de Janeiro, LTC.

GEOMETRIA URBANA

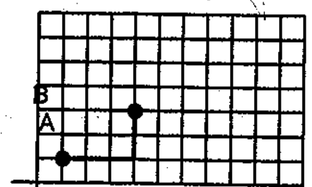
Claudianny Amorim Noronha
JOHN ANDREW FOSSA (ORIENTADOR)
Universidade Federal do Rio Grande do Norte (UFRN)

A Geometria Urbana utiliza-se da modelagem da geometria dos grandes centros urbanos, baseando-se na "Geometria do Táxi" que, segundo ABREU (1982, p32) é um termo introduzido por Krause e também conhecido como Métrica Reticular, Métrica do Quarteirão, Geometria de Manhattan, etc, segundo este autor. A referida geometria é munida de uma função de distância mais adequada para representar o espaço urbano, diferenciando-se da geometria euclidiana.
Os estudos de Apolônio e os resultados obtidos a partir deste são todos pensados de forma a levar em consideração apenas a métrica euclidiana, cuja abstração leva um conceito de distância no qual ao considerarmos dois pontos A(X_1, Y_1) e B (X_2, Y_2) a distância *d* entre eles é a soma do quadrado da diferença de abscissas e ordenadas, $de(A,B) = \sqrt{(\Delta x)^2 + (\Delta y)^2}$.
Exemplo: A distância euclidiana entre os pontos A(1,1) e B(4,3).



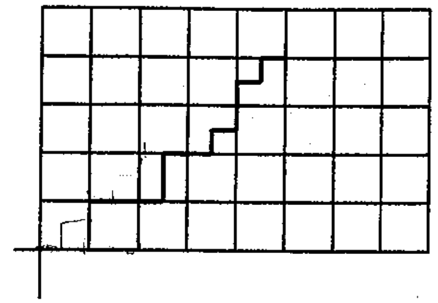
$$de(A,B) = \sqrt{(4-1)^2 + (3-1)^2}$$
$$de(A,B) = \sqrt{(3)^2 + (2)^2}$$
$$de(A,B) = \sqrt{9+4} = \sqrt{13} = 3{,}6$$

Já a Geometria Urbana, que considera o espaço urbano como o plano, define a distancia *d* entre dois pontos, A(X_1,Y_1) e B (X_2, Y_2), através da soma das distancias horizontais e verticais, $|dq(AB) = |x_2 - x_1| + |y_2 - y_1|$. Para isto, usamos o módulo, ou seja, o valor absoluto, das diferenças para garantir que a distância seja não-negativa. A distância dos quarteirões (dq) corresponde melhor aos movimentos dos carros e pode ser obtida através da soma das distâncias horizontais e verticais. Assim, a distância horizontal <u>x</u> entre quaisquer dois pontos é a diferença entre os valores das coordenadas de <u>x</u> desses pontos. Semelhante a distância vertical <u>y</u> que é a diferença entre os valores de <u>y</u>.
Exemplo: Um carro sai do ponto A(1,1) para o ponto B(4,3). Considerando que este carro não poderá passar por cima das casas e prédios, como faremos para calcular a distância que ele percorrerá entre os dois pontos?

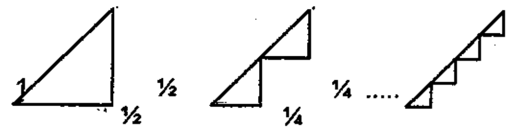


$$dq(A,B) = |3-1| + |4-1|$$
$$dq(A,B) = 2+3 = 5$$

Assim.a distância percorrida pelo carro será de 5 quarteirões.
Qualquer segmento horizontal ou vertical conta como uma "rua" na Geometria Q. Por exemplo, a figura abaixo mostra alguns desvios em que um veículo que saiu do ponto (1,1) para o ponto (5,4) e no caminho obrou nos pontos (5/2,1), (5/2,2), (7/2,2), (7/2,5/2), (4,5/2), (4,7/2), (9/2,7/2) e (9/2,4).

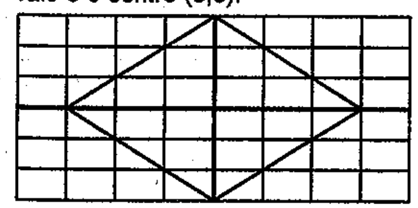


Mesmo ao considerarmos um "caminho" <u>no limite</u> (ou seja, com um número infinito de desvios) a *dq* não será ≥ *de*. Pois, dq(x,y) = de(x,y) se, e somente se, xy for um segmento horizontal ou vertical. Observe abaixo a seqüência de caminhos entre os pontos *x* e *y*.



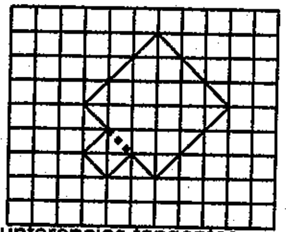
Assim, o n-ésimo caminho será: (1/n)+ (1/n)+ (1/n)+ ...+ (1/n)+ (1/n)=(1/n).(2n)=2.
Sendo esta fórmula válida para todo n $\in \mathbb{N}$ o resultado basta para observarmos que todos os caminhos, independente do número de dobras (ou desvios) têm a mesma distância dq(x,y)=2.
Assim, o $\lim_{n\to\infty}$ (1/n).(2n) = $\lim_{n\to\infty} 2 = 2$.

As propriedades abaixo mostram que $\Re$ com função de distância <u>dq</u>, é um espaço métrico com todos os direito que isto o confere:
dq (A,B) ≥ 0
dq (A,B) = 0 se, e somente se, A = B
dq (A,B) + dq (B,C) ≥ dq (A,C)
dq (A,B) = dq (B,A)
Levando em conta a fórmula de distância Q as cônicas da Geometria Urbana passam a apresentar-se também de forma diferente, algumas propriedades não são mantidas, a exemplo da propriedade focal que citamos quando falamos da hipérbole, mas as definições são as mesmas dadas do ponto de vista da geometria euclidiana. Vamos analisar rapidamente as cônicas do ponto de vista da geometria urbana.
A *circunferência* é conhecida como *circunferência euclidiana* (Ce) quando usarmos a função de distância *de*. Mas, quando usarmos a função da *dq*, obteremos uma Q-circunferência (Cq). Se juntarmos a esta os ponto do seu interior, o resultado será um Q-circulo.
Exemplo: Como determinar graficamente uma área de influência representada por um círculo de raio 3 e centro (0,0).

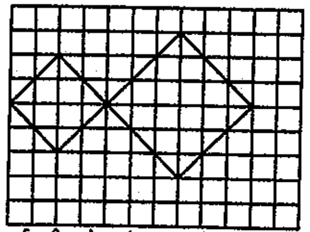


Para esta
C={P/dq(P,(00)=3}

Apesar da diferença de forma devido a mudança do conceito de distância, a Q-circunferência mantém a mesma definição da circunferência euclidiana, ou seja, é o conjunto de pontos eqüidistantes de um dado ponto, H, seu centro:
De maneira geral um Q-circunferência cortará outra em dois pontos como no caso euclidiano.
Há dois tipos de tangência: as que podem ficar tangentes em um único ponto ou em um número infinito de pontos, como mostra a figura abaixo.



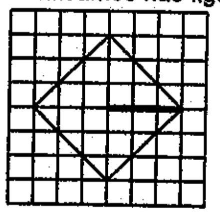
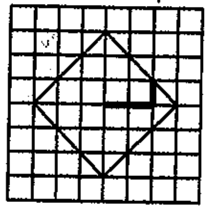
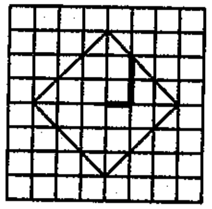
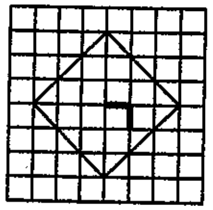
Q-circunferências tangentes em muito ponto



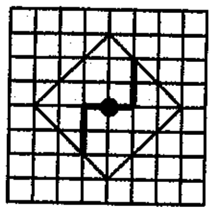
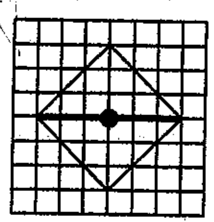
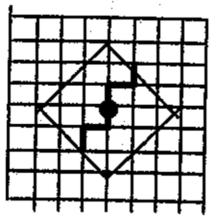
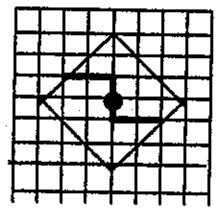
Q-circunferências tangentes em um único ponto.

A expressão analítica de uma Q-circunferência, em termos das coordenadas dos seus pontos, parte de sua definição: C={P/dq(P,H)=r}. Assim, sejam P={x,y} e H={h,k}. Então a Q-circunferência será dada por: $|x-h|+|y-k|=r$.

É interessante notar a aparência dos raios de uma Q-circunferência, pois estes podem ser representados graficamente não apenas por um só segmento de reta, mas por vários, como verificamos nas figuras abaixo com Cq de r = 3.

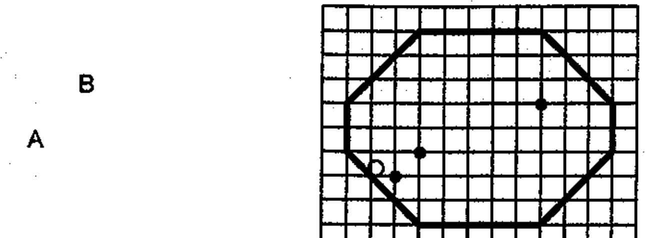





O diâmetro de um Q-circunferência é uma corda que contém o centro e corta a Q-circunferência em duas partes congruentes, como podemos observar nas figuras abaixo.

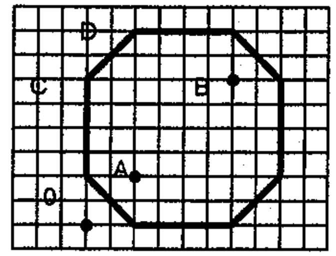





A *Q-elipse*, assim como a Q-Circunferência, possui a mesma definição de uma elipse na Geometria euclidiana, ou seja, é o lugar geométrico que satisfaz a condição de que a soma das distâncias de qualquer ponto da figura a dois pontos fixos seja constante. Esta definição pode ser expressa da seguinte forma na geometria urbana, {p/d_Q (P,A) + d_Q (P,B) = s}. E, sejam os pontos A= (f, g) e B = (l, m), então qualquer ponto P = (x, y) que satisfaz a equação $|x-f| + |x-l| + |y-g| + |y-m| = s$, pertencerá à elipse.

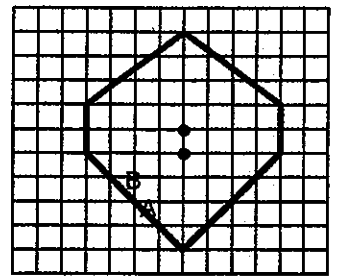
Exemplo: Como determinar graficamente uma área de influência representada por uma figura, cuja soma (s) da distância de qualquer um de seus pontos aos pontos A = (1, 1), B = (6, 3) seja sempre 13.



A Q-elipse pode assumir a forma de um Q-octógono regular, como exemplo temos a figura abaixo com focos em A=(2,2) e B=(6,6) e com s = 12, nesta os lados horizontais têm um comprimento de quatro unidades, por exemplo, para o segmento CD, temos: dq(C,D)= dq((0,6),(2,8))= $|2-0|+|8-6|=4$.

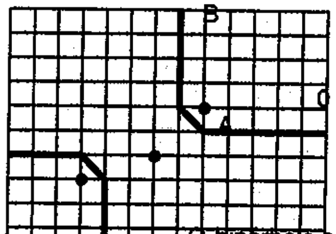


Como na geometria euclidiana, os focos também determinam um segmento inclinado. No exemplo acima é possível perceber que a figura mais parece um octógono da geometria euclidiana, mas se aproximarmos os focos de forma a deixa-los sobre o mesmo horizontal ou sobre o mesmo vertical esse formato poderá mudar, como no exemplo abaixo, para A = (0, 0), B = (1, 0) e s = 9.

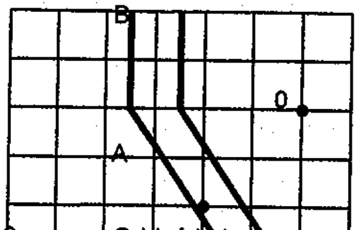


Podemos perceber na figura acima que quando mais aproximados os focos mais a Q-elipse se parece com uma Q-circunferência. O que observamos o índice de *excentricidade da elipse*. Na geometria euclidiana esse índice é demonstrado por e = c/a, tendo sempre que 0< *e* < 1 e a elipse é mais circular quando *e* esta mais perto de 0. No caso da Q-elipse não é diferente, sendo que a excentricidade é determinada por e = 2c/s, mantendo *s* constante, vemos que *e* se aproxima mais a zero quando *c* (distância do centro da elipse a um dos focos) é menor, justificando o fato da Q-elipse ficar mais Q-circular quanto mais os focos se aproximam um do outro.

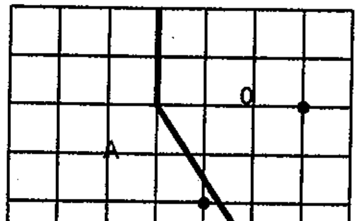
A *hipérbole* da geometria-Q também não tem uma definição diferente daquela vista na geometria-E, ou seja, a condição de manter constante a diferença das distâncias P a dois pontos fixos determina uma Q-hipérbole, que será dada pela expressão $\{P/ \mid d_Q(P, A) - d_Q(P, B) \mid = s\}$.
A Q-hipérbole pode representar várias formas, se investigarmos a família de hipérboles de mesmo foco, dada através da expressão $\{H/H = \{P/ \mid d_Q(P, A) - d_Q(P, B) \mid = s\}\}$, perceberemos que a cada vez que especificarmos um valor para *s*, teremos uma hipérbole da família. Por exemplo, observaremos nas figuras abaixo, como seria uma Q-hipérbole com focos A= (-3, -1) e B= (2, 2), d_Q= 8 , s = 6 , s = 1 e s = 0.



Q-hipérbole com s = 6

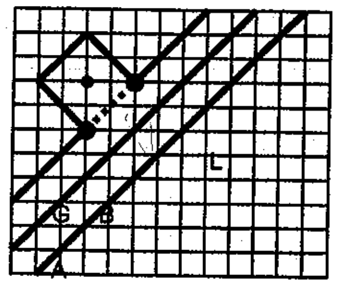


Q-hipérbole com s = 1



Q-hipérbole com s = 0

O lugar geométrico, da geometria-E, que é eqüidistante de um ponto e uma reta é uma parábola. Com a *Q-parábola* não é diferente. Por exemplo, se quisermos que a distancia de P a G seja igual a distância de P a L, tendo como conjunto de solução $\{P/d_Q(P, G) = d_Q(P, L)\}$, poderemos determinar dois desses pontos, considerando que $d_Q(G, L) = 4$, cortando esta distância ao meio. Assim achamos os pontos A e B tais que $d_Q(A, G) = 2 = d_Q(A, L)$ e $d_Q(B, G) = 2 = d_Q(B, L)$. O segmento AB é uma intersecção e todos os pontos pertencentes a este segmento é eqüidistante de G e L e, assim, o segmento faz parte da solução desejada. Do ponto B, cada passo que fazemos para cima conserva a condição de eqüidistância. O mesmo acontece indo de A para a esquerda.



A parábola na geometria urbana também tem seu formato modificado de acordo com a posição dos focos.
As cônicas da geometria Urbana possuem muitas outras propriedades, as quais poderão ser demonstradas em outra oportunidade.

Pretendemos com este trabalho, inicialmente, identificar conceitos e idéias que os alunos de 7ª e 8ª série possuem sobre cônicas e função de distância e a partir daí, propor e experimentar atividades que terão como base à modelagem dos grandes centros urbanos, nestas atividades os alunos, ao se depararem com situações de orientações no espaço urbano, terão a oportunidade de construir o conceito de cônicas, utilizando-se para isso de sua intuição. Poderão, assim, compreender melhor de gráficos que dependem da noção de distância, especialmente as cônicas. Esta compreensão será reforçada ainda mais pela comparação de gráficos nesta geometria com os gráficos equivalentes na geometria euclidiana.
As atividades deverão ser aplicadas em horário de aula. Os resultados serão avaliados no decorrer das aulas, através de observações e diálogo com a turma e posteriormente, durante a correção das atividades propostas. Através de questionamentos e da aplicação de atividades, esperamos que os alunos demonstrem o que já conhecem e tenham a oportunidade de construir o que ainda não conhecem no que diz respeito às definições de cônicas e de distância e a partir dos resultados poderemos propor atividades que incentivem os estudos das cônicas no ensino fundamental.

BIBLIOGRAFIA

ABREU, J. F. e BARROSO, L.C. Alguns aspectos da "geometria do táxi" na geografia. Revista Geografia e Ensino, Belo Horizonte, n.1, a. 1, p. 31 – 46, mar.1982.
FOSSA, J. A. Geometria Urbana. No prelo.

AS CONTRIBUIÇÕES DA MATEMÁTICA NA FORMAÇÃO DE LEITORES JOVENS E ADULTOS

Cleusa de Abreu Cardoso
Orientadora: Maria Manuela Martins Soares David
Co-orientadora: Maria da Conceição Ferreira Reis Fonseca
Programa de Pós-graduação Conhecimento e Inclusão Social em Educação/FaE-UFMG

Introdução

A partir de minha experiência como educadora e formada de educadores de jovens e adultos, revelam-se para mim a possibilidade da disciplina Matemática estar envolvida em tarefas que costumeira e erroneamente atribuímos aos professores de Português: o ensino da leitura, da interpretação e da produção de textos.

A Matemática integra os significados de diversos tipos de textos que estão no entorno social. Para a compreensão desses textos não basta decodificar termos matemáticos que neles encontramos, mas também compreender por que as informações contidas neles são expressas daquela forma e, oportunamente, compreender como tais formas de expressão inserem-se no corpo de conhecimento da Matemática. Sendo assim, colocamos a Matemática, juntamente com os conhecimentos lingüístico, textual e de mundo, como um conhecimento prévio à leitura de textos diversos.

Então, propomos investigar nesta pesquisa *as contribuições da matemática na formação de leitores*, buscando ultrapassar soluções um tanto simplistas sobre as possibilidades de contribuições, coletadas ao longo da trajetória acadêmica e profissional da autora deste trabalho. Os leitores que temos em mente são alunos da Educação de Jovens e Adultos (EJA) que vivem um processo de escolarização correspondente ao 1° segmento do Ensino Fundamental. Procuraremos identificar e justificar as possíveis contribuições que vamos encontrar, tendo em vista as especificidades da EJA e da Educação Matemática, no âmbito escolar, deste público.

Portanto, a escola é o ambiente eleito para realizarmos parte de nossa pesquisa. Nossa opção pelo âmbito escolar acontece por pensarmos que ele tem um importante papel na formação de sujeitos, e por isso mesmo queremos assumir a defesa do direito à escolarização do jovem e do adulto da EJA. A opção pelo âmbito escolar acontece também por pensarmos que a escola deve ter como compromisso essencial a formação de leitores. Além desses fatores *"a educação de jovens e adultos compreende um leque amplo e heterogêneo de experiências educativas de formatos e modalidades diversos (...)"* (SOARES, 1999:1), por isso consideramos importante explicitarmos de onde estamos falando.

Acreditamos que essa pesquisa pode ser um dos necessários investimentos na pequena e recente área da Educação de Matemática de Jovens e Adultos, podendo auxiliar o tratamento das dificuldades que os educadores enfrentam em seus trabalhos. Entendemos também que a pesquisa pode nos aproximar da discussão sobre os papéis do ensino de Matemática diante de uma demanda com as especificidades da EJA. Ao mesmo tempo, acreditamos que essa investigação leve-nos a refletir sobre aspectos metodológicos e alternativas de trabalhos realizados no 1° segmento do ensino fundamental. A partir disto, apresenta-se a possibilidade de promover um diálogo entre a produção sobre Leitura e Escrita e a produção sobre Matemática, especialmente o ensino desses para jovens e adultos.

FORMAÇÃO DE LEITORES E PRODUTORES DE TEXTOS, COMPROMISSO DA ESCOLA

Temos feito um esforço em clarear, até para nós mesmas, o vínculo entre leitura, escrita e escola.

Assumir o compromisso com a formação de leitores competentes está na ordem do dia. Igualmente podemos falar sobre a formação de produtores de textos. E não nos faltam incentivos para assumirmos esses compromissos.

Alguns autores atribuem à escola a posição primeira na introdução de alunos nas práticas de uso da escrita. Colocam o ler e também o escrever como tarefas da escola, com indicações

para que essas tarefas componham um amplo processo: a formação de leitores (Kleiman & Moraes, 1999; Neves *et al.*, 2000).

Danyluk (1991); Kleiman & Moraes (1999); Neves *et al.* (2000) consideram que as atividades de leitura e escrita não são responsabilidades de uma única disciplina escolar, a de Língua Materna. Ângela Kleiman e Silvia Moraes (1999) nos ajudam a justificar essa "atribuição de atividades" às disciplinas escolares ao afirmarem que em todas as práticas sociais de leitura e produção de textos, várias esferas estão envolvidas, o que joga por terra a noção de que usar a escrita (aqui entendida como a leitura e produção de textos) envolve apenas questões de língua.

Também na produção sobre Matemática e Educação Matemática podemos encontrar algumas considerações que respaldam nossas preocupações em assumirmos, através da Matemática escolar, a formação de leitores e produtores de textos. São trabalhos, como os de CARAÇA (1998), CARVALHO (1995), DUARTE (1986), DANYLUK (1991), MIGUEL & MIORIM (1986), que, com o pretexto de discutir Matemática e o seu ensino, demonstram, na realidade, uma preocupação com a formação cultural, política, social dos indivíduos. São idéias que perpassam nossa proposta, por isso nos servem de apoio.

Mas assumindo a responsabilidade ou com a formação de leitores, ou produtores de textos, ou ambas, vamos ter que (re)pensar nossas ações na escola, nossos procedimentos disciplinares; levando em consideração o que é próprio, específico da modalidade educacional em que atuamos. Acreditando nisso, temos investido numa discussão sobre o que pode ser específico da Educação de Jovens e Adultos, a modalidade educacional a que se dedicará nossa pesquisa. Considerações da mesma natureza pretendemos fazer sobre as práticas de educação matemática para este público.

SOBRE AS ESPECIFICIDADES DA EDUCAÇÃO (MATEMÁTICA) ESCOLAR DE JOVENS E ADULTOS

Freqüentemente, podemos encontrar no discurso (oral e escrito) da e sobre a EJA referências as suas especificidades. Mas quais são elas? Ou como podemos falar delas mais claramente? É suficiente dizermos que a EJA tem especificidades porque trabalhamos com um grupo que tem vivências marcadas pela exclusão social? Especificidades que interferem na organização do espaço escolar e em propostas educativas que adequam conteúdos, estratégias de ensino, horários de aulas às realidades dos alunos são próprias da EJA? Pretendemos refletir sobre como tais questões poderiam contribuir no delineamento dessas especificidades, não perdendo de vista, é claro, nossa preocupação com a formação de leitores.

Falar em Educação de Jovens e Adultos nos remete, primeiramente, ao aspecto etário, que por si só constitui uma especificidade, a etária.

Definitivamente, o aspecto da exclusão é intrínseco à EJA. A condição de excluído da escola regular, por exemplo, é inerente ao aluno da EJA, mas não é restrita a ele. É importante mencionar que a exclusão escolar pode ser influenciada também por fatores de ordem sócio-econômicos, que muitas vezes impedem que esses alunos se dediquem às iniciativas de EJA. Além disso, ser (ou ter sido) excluído da escola pode gerar um sentimento de desconforto pessoal, que se traduz em sentimentos de inferioridade em relação a outras pessoas, de humilhação e também insegurança quanto a capacidade de aprender e poder realizar atividades na escola.

> **Um outro aspecto envolvido nas especificidades da EJA chamamos de urgência, que tem duas (inevitáveis) componentes. A primeira delas é a urgência da certificação, que preme muitas iniciativas dessa modalidade educacional. A existência dessa componente pode representar um risco ao optar-se por uma educação em um tempo reduzido. A outra componente do aspecto urgência revela-se pelas experiências profissionais, sociais e pessoais dos jovens e adultos (da EJA, especialmente). Tais experiências têm orientações diversas, são intensas, envolvem e exigem o domínio de conhecimentos e práticas de leitura (e produção de textos) cada vez mais complexas e se manifestam com certa (e não ignorável) freqüência. Manifesta-se assim um outro aspecto que consideramos importante no esboço das especificidades da EJA: freqüência.**

Os aspectos de exclusão, urgência e freqüência compõem a especificidade sócio-cultural do grupo com o qual trabalhamos. Essa especificidade (e seus aspectos) junto com a especificidade etária estão relacionadas e, se levados em consideração, podem interferir nos programas de EJA. Mas como as especificidades e seus aspectos que aqui levantamos influenciam na abordagem dos conteúdos escolares, especialmente no conteúdo de Matemática?

O caso da Educação da Matemática para de Jovens e Adultos: suas especificidades

A vida social e/ou profissional dos alunos com os quais trabalhamos impõe freqüentes circunstâncias, que muitas vezes demandam urgentes tomadas de decisões e avaliações. Para lidar com muitas dessas circunstâncias, pensamos que o domínio de conceitos e procedimentos da Matemática trariam importantes contribuições, pois poderiam fornecer informações, modelos ou a possibilidade de compartilhar posturas para a composição de critérios.

Precisamos estar atentos para a natureza dessas circunstâncias, que muitas vezes se apresentam na escola, inclusive nos momentos de ensino da Matemática. Tais circunstâncias sempre terão uma relação direta com a vida cotidiana dos alunos, resta-nos saber se é para uso imediato ou se representa uma demanda de aproximação a um conhecimento sistematizado. Os alunos da EJA não vão à escola em busca apenas de conhecimentos que forneçam um instrumental para uso imediato na vida diária. Não nos esqueçamos de que eles desenvolveram estratégias de resolução para seus problemas, embora (seja possível que) manifestem desejo de otimizar essas mesmas estratégias. Os alunos buscam na escola um ensino de caráter sistematizador, reelaborador e/ou alargador de conceitos, habilidades e até mesmo de técnicas.

Todas as considerações que fizemos até agora partem do que imaginamos sobre as experiências profissionais, sociais e pessoais dos alunos da EJA. Nossas preocupações com a formação de leitores podem estar apoiados nessas experiências, que podem envolver usos cada vez mais complexos de leitura.

Percebemos então que é necessário refletirmos sobre a forma de organização do conteúdo matemático na escola, questionando a linearidade desse conhecimento, pretendendo transgredi-la. Não podemos lidar, como no ensino regular, com a idéia de pré-requisitos na EJA. Os alunos dessa modalidade educacional freqüentemente demandam conhecimentos matemáticos cuja abordagem não é compatível com o nível de escolarização no qual estão. E muitas vezes é urgente que tenham acesso a tais conhecimentos. Isso se deve ao fato de estarem expostos às complexidades da vida, que são permeadas pelos padrões cultos, que na realidade são estabelecidos pelos padrões escolares.

Poderíamos pensar que a exposição às complexidades da vida não é um fenômeno só da EJA. O que é verdade. Mas na Educação de Jovens e Adultos elas assumem contornos muito específicos, dada a freqüência com que os alunos, muito mais do que quaisquer outros alunos de outras modalidades educacionais, estão expostos a essas complexidades.

Portanto, toda discussão sobre as especificidades da Educação de Jovens e Adultos (EJA) deve realmente começar por considerar aspectos que se relacionam ao público atendido por ela. Esses aspectos determinarão, além das especificidades da EJA, ações de (re)organização do espaço escolar, que necessariamente passa pelo (re)pensar do papel das disciplinas escolares *para essa modalidade educacional*. Pois consideramos, como GOMEZ (1997:47), que a escola *"(...) pode e deve oferecer a possibilidade de compensar em parte os efeitos de tão escandalosa discriminação no desenvolvimento individual dos grupos mais marginalizados"*.

Buscar Respostas

Mesmo considerando importante a preocupação com a formação, na Escola, de leitores e produtores de textos não podemos sustentar o propósito de investigar a leitura e a produção de textos porque torna a pesquisa demasiadamente abrangente, tendo em vista que essas duas competências são fundamentalmente diferentes. Por isso optamos por restringir nossos estudos à Leitura.

Temos pensado que as atividades de identificar e justificar as contribuições da matemática na formação de leitores possam surgir do estabelecimento de uma relação entre estudos sobre Leitura e (Educação) Matemática. Notamos que existem esforços em estabelecer tal relação, no entanto, neles, não encontramos respostas para nossas preocupações. O que vamos fazer é buscar na literatura sobre Leitura estudos que descrevem e analisam a compreensão do texto escrito. Acreditamos que essa busca subsidiará o estabelecimento da relação que nos interessa para uma posterior definição das ditas contribuições.

Ainda fazendo parte de nossa abordagem metodológica, prevemos um momento em que vamos confrontar as possibilidades de contribuições reveladas na atividade de fundamentação teórica, descrita anteriormente. Trata-se do acompanhamento de uma escola que desenvolva trabalhos com turmas de EJA de 1° segmento do ensino fundamental. A nossa aproximação desta escola se dará através da identificação da preocupação com a formação de leitores em sua proposta político-pedagógica. Esta etapa é importante porque julgamos ser necessário discutir o tratamento que devemos dispensar, na escola, à relação que procuramos estabelecer (entre Leitura e Matemática). Além disso, esta etapa contribuirá para que possamos discutir os contornos que tal relação assumiria na EJA, que, como qualquer outra modalidade educacional, envolve especificidades.

Bibliografia

CARAÇA, Bento de Jesus. *Conceitos fundamentais da matemática*. Coleção Ciência Aberta. Lisboa: Gradiva, (1947) 1998.

CARVALHO, Dione Lucchesi de. *Metodologia do ensino de Matemática*. São Paulo: Cortez, (1990) 1995.

DUARTE, Newton. *O ensino de matemática na educação de adultos*. São Paulo: Cortez, 1986.

GOMEZ, Angel I.P. Socialización y educación en la época postmoderna. Ensayos de Pedagogía Crítica. Madrid: Editorial Popular, 1997.

KLEIMAN, Ângela B. & Moraes, Silvia E. *Leitura e interdisciplinaridade*: tecendo redes nos projetos da escola. Campinas, SP: Mercado das Letras, 1999.

MIGUEL, Antônio & MIORIM, Ângela. *O ensino de matemática* no 1° grau. São Paulo: Atual, 1986.

NEVES, Iara C.B. *et al.*(orgs). *Ler e escrever*: compromisso de todas as áreas. Porto Alegre: Editora da Universidade, (1998) 2000.

SOARES, Leôncio J.G. *As políticas de EJA e as necessidades de aprendizagem de jovens e adultos*. IV Encontro de Educação de Jovens e Adultos Trabalhadores. 12° Congresso de Leitura do Brasil. Campinas, 1999.

SOARES, Magda B. *Letramento*: um tema em três gêneros. Belo Horizonte: Autêntica, 1998.

O ENSINO DE MATEMÁTICA NAS ESCOLAS PÚBLICAS BRASILEIRAS: REFLEXÕES SOBRE UM NOVO CENÁRIO SOCIAL EMERGENTE

Conceição Clarete Xavier
Profa. Dr. Dione Luchesi de Carvalho
UNICAMP

INTRODUÇÃO: O CENÁRIO E OS ATORES

O cenário pouco mudou, os diálogos também, entretanto, o contexto dos atores passa por enormes transformações! Refiro-me às aulas na escola pública: as mesmas carteiras enfileiradas, a comunicação de sempre, onde deve-se manter os olhos ora na nuca do colega da carteira da frente ora na lousa, o professor, dono absoluto da verdade, frente à classe proferindo dogmas, os alunos, "a quem cabe apenas obedecer" (PARO, 1996), comandos, ouvindo passivamente, nem sempre silenciosamente, todo um saber estranho ao seu mundo à sua prática social...E lá fora ...corre a vida!

Dentro da sala, o diálogo de sempre, as mesmas exposições e admoestações:
- Rapaz! Vamos prestar a atenção aqui porque isso vai "cair" na prova!
- Professor, não entendi nada!
- Vamos fazer silêncio, é por causa da conversa que vocês não aprendem!

Lá fora, é o lugar da luta, do confronto, da briga pela sobrevivência, lá existe um outro mundo, regido por novas tecnologias de comunicação e de produção, lá imperam novas formas de relações sociais criadas dentro do mundo do trabalho, onde o lucro torna-se essencial e a exploração do homem pelo homem continua sendo o fator fundamental da produtividade.

O contexto em que situa-se a escola, no atual momento histórico, é extremamente contraditório: de um lado, surgem relações sociais criadas pelas novas formas assumidas pelo capitalismo, onde um discurso extremamente complexo, apresenta novas demandas quanto à formação e qualificação do trabalhador; este, no atual momento, deverá ser "um novo tipo de trabalhador, um trabalhador que apresente um novo tipo de qualificação, que esteja disposto a colaborar e a oferecer sugestões. Em síntese, um trabalhador que "vista a camisa da empresa".(SANTOS, 1997), no outro extremo, temos a escola pública da miséria, carente de infra-estrutura, com o trabalhador- professor sendo remunerado pelo salário da fome, impossibilitado pelas atuais condições de sobrevivência, de atualizar-se, para atender às demandas colocadas pelo novo contexto relativamente à sua formação.

O jornal FOLHA DE SÃO PAULO em sua edição de 23/07/2001 apresentou um estudo realizado com dados de 1999 incluindo 29 países da OCDE (Organização para a cooperação e o Desenvolvimento Econômico) e 18 de um grupo denominado WEI (Sigla em inglês para indicadores Mundiais de Educação) onde podemos constatar que:

" o Brasil tem a terceira pior média salarial anual para professor em início de carreira,R$3.758 ou R$313,16 por mês, superando Indonésia e Peru.

(...) também o Brasil tem salas de aulas mais cheias que a maioria das nações pesquisadas: Enquanto o Brasil tem no ensino médio 38,6 alunos por professor, os países da OCDE têm, em média,14,1. Entre os do WEI, todos em desenvolvimento, a média é de 21,14 crianças por professor. As turmas de Quinta a Oitava série também estão cheias: 33,7 estudantes por professor, contra média do WEI de 21,2 e da OCDE de 15,2."

Emoldurando esse triste cenário da educação oferecida pelas escolas públicas surge "O Movimento dos Sem Universidade", formado por um enorme contigente de jovens sem acesso à universidade pública e que reivindica uma política de atendimento específica à sua condição.

A justificativa colocada pelo movimento é: "Entrar numa faculdade pública no Brasil é coisa de rico. É conhecida a explicação: pobre estuda em escolas públicas precárias, pobre não tem dinheiro para cursinho e, quando trabalha, não tem tempo para estudar tudo o que não aprendeu até chegar a hora do vestibular"(Folha de São Paulo, 23/07/2001).

Entretanto, a escola pública continua sendo a única opção acessível à população de baixa renda que necessita garantir alguma sobrevivência no mercado de trabalho .Uma pesquisa realizada em 1998 pelo IPEA (Instituto de Pesquisa Econômica Aplicada), mostrou que trabalhadores com 8 anos de escolaridade ganham 36% a mais do que os não qualificados , os que possuem ensino médio, recebem 170% a mais, e ainda os que possuem curso superior recebem 516% a mais que os companheiros sem qualificação para o mercado.

Porém o quadro é bem mais aterrador se configuramos o momento atual de desemprego, onde não é mais o acesso à escola que garante emprego. Conforme Oliveira (2000), afirma no livro "Educação Básica Gestão do Trabalho e da Pobreza", colocar a educação básica como fator de mobilidade social e de empregabilidade, escamoteia as questões relativas ao aspecto político do problema. É como se a questão se restringisse apenas ao aspecto conjuntural, bastando que se apliquem intervenções pontuais, como mecanismos de melhor distribuição de renda.

"Sendo assim diante de uma realidade tão excludente, merece ao menos ser considerada a hipótese de que nem todos terão possibilidades de ascensão social, nem mesmo todos terão direito a emprego Todos precisarão, no entanto, estar integrados e de alguma forma garantir sua sobrevivência." (OLIVEIRA, 2000).

Qual seria então, o papel do ensino em todo esse contexto? Qual seria a psicopedagogia de uma aula comprometida com as lutas do trabalhador nesse cenário? O presente trabalho, pretende, à partir de pesquisa em andamento, em escolas estaduais, no turno noturno, reduto da população trabalhadora de baixa renda, fazer uma reflexão sobre as práticas de ensino de matemática e sobre a questão do sentido e do significado dos conceitos matemáticos, dentro desse novo quadro social.

ABRE-SE A CORTINA: O ESPETÁCULO VAI COMEÇAR

Alguns atores começam ocupar o cenário um pouco antes do toque da sirene e, no caso do turno noturno, geralmente são trabalhadores-professores e alunos que já cumpriram uma jornada de trabalho, os primeiros em outras escolas, ou ainda, como os alunos, desempenhando diferentes funções em outros setores como comércio, indústria, o setor burocrático etc.... Existem também aqueles trabalhadores que realizam tarefas domésticas ou outras formas de trabalho como artesanatos e trabalhos encomendados pelas empresas no próprio domicílio.

Outro grupo que atua nesse cenário é o dos desempregados. Para estes, o momento de vir para a escola constitui-se em atividade importante e central do dia! É como se "o trabalho" de comparecer à escola aliviasse um pouco da culpa que lhe é imputada socialmente pela condição de não trabalhador, que acarreta rótulos de " vagabundo", " preguiçoso", "sem iniciativa", ou ainda incapaz, deficiente, incompetente, merecedor de piedade, etc....nos mesmos moldes em que se atribuíam tais adjetivos no sec XIII àqueles que por força do contexto histórico- social não conseguiam integrar-se ao sistema ;O trabalho, torna-se assim, um suporte privilegiado de inscrição na estrutura social ,(CASTEL, 1998).

Daniéle Linhart, no seminário" Os Estudos do Trabalho: Novas Metodologias e Novas Áreas de Pesquisa", promovido pelo GEPEDISC/UNICAMP-11/2000, afirma que a condição de trabalhador é fundamentalmente fator de identidade para o sujeito, e que este, ao ser excluído do mercado de trabalho, desenvolve diversas psicopatologias cuja origem encontra-se articulada à nova condição de desempregado/desfiliado . Acredito que uma das formas que tal sujeito encontra para a auto- defesa de sua saúde mental, seria a freqüência às aulas; Consideramos também, nesse caso, com toda a certeza, a escola enquanto fator de melhoria da qualificação para uma possível inserção no mercado de trabalho, é a Escola Esperança....

.Antunes (2000), observa que atualmente, podemos considerar Classe Trabalhadora todos aqueles que vivem da venda da força de trabalho, esse seria o seu núcleo central; ou seja, a classe trabalhadora hoje é aquela que vive do trabalho e do salário: os assalariados no setor do comércio, cujo trabalho é precarizado ou terceirizado, os que se empregam na esfera da produção, seja no âmbito doméstico, através de trabalhos entregues pelas fábricas para serem realizados no domicílio, seja realizando tarefas no âmbito do lar, ou na produção de novos trabalhadores, como na escola; SANTOS (1997), pondera que esta...

"é uma das instituições básicas para a produção e reprodução da força de trabalho. Ela se insere no interior do processo de produção de mercadorias, processo complexo em que trabalhadores produzem novas gerações de trabalhadores. Isto é força de trabalho sendo usada na produção de outra força de trabalho. É a força de trabalho vendida pelos trabalhadores de ensino, no interior de uma certa instituição de ensino- uma escola- que contribui para a formação de futuros trabalhadores."

Antunes(2000), observa que também é classe trabalhadora o desempregado, pois este se caracteriza como aquele que no momento, não encontra quem queira comprar sua força de trabalho.

Todos chegam com suas mochilas, pastas, bolsas, alguns com marmitas disfarçadas entre o material escolar para que não apareça a condição de bóias- fria.

As moças, ao adentrarem à escola, ostentam batom nos lábios, os cabelos molhados no banho tomado às pressas no trabalho, onde a maioria enquanto "secretária do lar", como gostam de se auto- denominar, geralmente reside. Suave odor de sabonete no ar, um corpo cansado da lida...

O que esse segmento espera de um primeiro horário de aula ?E se for um primeiro horário de aula de matemática? O que esperam aprender?

Para que? Por que? Qual a psicopedagogia de uma aula de matemática que possa atender aos interesses dessa clientela nos dois primeiros horários antes do recreio? Vamos ao primeiro ato.

NOS DOIS PRIMEIROS HORÁRIOS A AULA É DE MATEMÁTICA!

Uma das questões que tomou-se consenso dentro da Psicologia é que a aprendizagem deve estar investida de um sentido e um significado, esta é uma das questões centrais na obra vygotskiana. Segundo MOYSÉS (1997);

" Ao assimilar o significado de uma palavra o homem está dominando a experiência social. No entanto, essa depende da individualidade de cada um. É essa individualidade que faz com que uma mesma palavra conserve, ao mesmo tempo, um significado - desenvolvido historicamente- compartilhado por diferentes pessoas e um sentido todo próprio e pessoal para cada um.

O sentido de uma palavra depende da forma com que está sendo empregada, isto é, do contexto em que ela surge. O seu significado, no entanto, permanece relativamente estável. É formado por enlaces que foram sendo associados à palavra ao longo do tempo, o que faz com se considere o significado um sistema estável de generalizações, compartilhado por diferentes pessoas , embora com níveis de profundidade e amplitudes diferentes."

É importante destacar que estamos nos referindo a aprendizagem enquanto construção conjunta de conhecimentos, decorrente da interação entre professores – alunos- objeto de conhecimento; Para que tal processo ocorra é fundamental que o saber que se busca seja significativo para todos os envolvidos no processo.

Entretanto, segundo SMOLKA (2000):

"Não podemos "observar" os processos de construção de conhecimentos, os processos de significação e de produção de sentidos. Mas via procedimento analítico, podemos "tornar visíveis" alguns aspectos dos processos que buscamos compreender. Assim, na análise da intrincada trama de referentes e referências, deparamos- nos com a complexidade de objetos de conhecimento sempre multifacetados e podemos perceber como eles se configuram no próprio processo de interlocução".

Para melhor visualizarmos esta questão, tomarei o contexto de uma aula de matemática em uma escola estadual, numa turma de oitava série onde o professor inicia a aula utilizando expressões do tipo :

Na aula de hoje trabalharemos com os RADICAIS....

- Hoje resolveremos algumas expressões que contenham RADICAIS!

- Vamos aplicar aqui uma potenciação para eliminar os RADICAIS ?

Como os alunos percebem tais expressões? Qual o seu sentido para essa clientela?

Perguntamos aos alunos da turma da oitava série, em sua maioria residentes na favela "Pescoço do Peru", próxima da escola, e que já haviam assistido aulas durante um mês sobre o tema "Os Radicais", o que significava para eles RADICAL, obtivemos como respostas:

- É alguma coisa muito explosiva!
- É velocidade! Feras radicais! Adrenalina!

É alguém que só quer seguir regras !

A professora admirava-se com as respostas relativamente ao seu significado matemático, pois os alunos já operavam expressões compostas por radicais, tais como somas, subtrações , multiplicações e segundo ela já haviam aprendido o conteúdo Radicais. Observamos aqui o caráter mecanicista do "ensino" de matemática, pois, como em outras situações, constatamos que os alunos operam mecanicamente, sem ter a menor idéia do SIGNIFICADO dos resultados que obtêm . Diríamos que existe, da parte da instituição escolar uma concepção de aprendizagem, que se traduz por um verdadeiro adestramento, um condicionamento, sem que aconteça um real aprendizado, uma significativa produção de conhecimento.

Num segundo momento de atividades, pedimos aos alunos, que escrevessem histórias, onde aparecessem além das palavras utilizadas no nosso diálogo inicial outras do universo da matemática, tais como:

Raiz, quadrada, potenciação, dez, raiz cúbica, radical, regra, cem , nove, mudança, raiz quadrada de 81, professor, diferente, dificuldade , raiz cúbica,

Obtivemos dos alunos histórias que falavam sobretudo em castigo, professor ruim, prova ,bomba, reprovação...não aprendizado...como por exemplo a história abaixo:

"Hoje era um dia muito ruim, por que era dia de prova de matemática . Fui para aula e o meu professor era ruim, dava castigo .Na prova ia cair raiz quadrada, potenciação, expressão , multiplicação. Fui fazer a prova estava queimando os meus neurônios, muita dificuldade e adrenalina. Aí eu coloquei a raiz de 81 é = a 9. Caiu também a raiz quadrada de 100, raiz cúbica de 8. Eu ia explodir, acho que vou tomar bomba. A lei do radical é muito *compricado*. Algumas dava errado.4 elevado ao quadrado, 2 elevado à terceira potência energético muito doido . Terminei, que alegria!" (Aluno nº 1)

"Matemática me lembra dificuldade, me lembra professor ruim que me lembra castigo que me lembra radical lembra expressão que me lembra explodir que me lembra bomba ." (Aluno nº 2)

Aqui podemos perceber claramente que os alunos apresentam histórias impregnadas de SENTIDO, ou seja a sua subjetividade está presente através de situações desagradáveis, tristes, angustiantes e opressoras vivenciadas na instituição escolar pelo sujeito; podemos também distinguir elementos específicos da cultura dessa clientela, inerentes a sua condição existencial.

O conteúdo matemático, por ser apresentado ao aluno destituído de significado, e sem que se atente para a subjetividade do sujeito aprendente e dos sentidos formados à partir de suas vivências, remete ao aluno desgosto, incompreensão, apatia e mesmo revolta pelas reprovações a que é submetido no mundo da escola (ele não é dez em conseguir sobreviver em condições tão adversas de vida?). Nesse cenário, o conteúdo cai no vazio, no incognicível, na ineficácia....e, portanto é ridicularizado.

É possível que o aprendiz pense sobre determinado assunto e não consiga exprimi-lo através de palavras; segundo Vygotsky (1987):

" exatamente porque um pensamento não tem um equivalente imediato em palavras, a transição do pensamento para a palavra passa pelo significado.[...] A comunicação só pode ocorrer de forma indireta "

Em certos momentos, a instituição escolar com suas práticas e formas de comunicação tradicionais assemelha-se a um diálogo de surdos que sequer conseguem se comunicar através da linguagem de gestos, MOISÉS(1997), observa que:

"... O compartilhar dos significados é fundamental para que haja compreensão nas relações interpessoais. A possibilidade de haver equívocos, distorções e inúmeros outros problemas ligados a essa questão é algo para o qual o professor deveria estar permanentemente atento".

Quero ainda analisar um outro aspecto dessa questão: a presença da prática social dos indivíduos no seu processo de criação de sentidos/ significados .A clientela em questão tem a vivência em sua maioria , no mundo das favelas, com sua cultura específica, o seu modo particular de apreender o mundo, daí, a presença de expressões inerentes à sua vivência, ao seu vocabulário e de significados diversos daqueles que a escola atribui:" adrenalina", "velocidade", "explosivo"... para referir-se a Radicais.

Observamos , ainda, tomando-se o encadeamento lógico e a criatividade de suas histórias, algumas ilustradas por desenhos expressivos, tradução de um talento artístico latente, característico de sujeitos intelectualmente capazes, criativos, e portanto, torna-se uma contradição o seu não aprendizado e dificuldade em matemática.

Mas as aulas expositivas de matemática continuam, o professor lá na frente , no primeiro e segundo horário, explicando, explicando.....para esses alunos desatentos que querem é conversar sobre suas vidas, suas lutas, ou sozinhos pensarem no seu mundo e voar....porque amanhã é outro dia de trabalho e lá não se tem tempo para e nem é permitido pensar. Mas já está no terceiro horário, estômago roncando, merenda à vista é só agüentar mais um pouquinho!

CRIANDO UM ESPAÇO-TEMPO PARA APRENDIZAGEM..

A rotina da escola continua , sai exposição de matemática entra aula expositiva de Ciências, ácidos, medida de PH, poluição do planeta, ecologia.....

- Eu já expliquei ! Vamos fazer o exercício....Quem for acabando e fazendo tudo certo pode mostrar-me e sair aos pouquinhos para merendar diz o professor cansado e humano.

-Esse tanto de exercício a gente não dá conta!!!! E só termina depois do sinal!

-Ontem a supervisora não gostou porque soltei vocês 4 minutos antes, então....

E nem se pensa que aconteceu antes uma aula de matemática, que os conteúdos se interpenetram, esta aula não precisaria ser interrompida pela sirene, seria muito mais interessante compartilhar espaços , tempos de aprendizagem , saberes e significados entrelaçados na música da matemática e na dança da química, na coreografia da geografia e na vida.....FOME!!!!SINAL DO RECREIO!

- A merenda anda bem gostosa , está valendo ....risos conversas...

HORA DO RECREIO

"Aluno, aluna,
Você que só ouve,
quando a vontade é de falar.
Você que se cala ,.
quando a vontade é de gritar.
Você que se assenta,
quando a vontade é de caminhar.
Você que se enclausura,
quando a vontade é derrubar paredes.
Você que só vê o quadro,
quando a vista pede céu e montanha.
Você que se isola,
quando o momento é de se agrupar.
Você que se entristece,

quando é hora de alegria.
Você que reza para Nossa Senhora,
E ela não ouve....
Aproveite o recreio
Que é o melhor da escola!"

(Rogério Brito- Prof. de uma escola estadual).

Pensando nas aprendizagens que ocorrem também na horário do recreio, que passamos, eu e a professora, a criar dentro da sala, de aula as rodas de discussões, quando à partir dos sentidos atribuídos pelos alunos aos conceitos matemáticos, buscamos construir os seus significados. Assim, buscamos ouvi-los mais à respeito de suas experiências , mencionadas nas histórias, dentro da escola , e especialmente, os repetentes, sobre as dificuldades que tiveram com os radicais e que os levou a uma reprovação em matemática.

A experiência de poder falar/ ser ouvido pareceu-me uma das mais gratificantes vivenciadas pelos alunos e por nós (eu e a professora), na escola; a princípio desordenadamente, falando todos ao mesmo tempo, depois, diante da necessidade de se colocar regras mínimas para o andamento do trabalho, buscando ouvir/falar cada um em sua vez. Esperamos assim buscar novas formas de caminhar!

BIBLIOGRAFIA

ANTUNES, RICARDO.(1999).*Os sentidos do trabalho.* São Paulo.: Boitempo Editorial.
CASTEL,ROBERT.(1999).*As metamorfoses da questão social* Petrópolis, R.J: Vozes
Folha de São Paulo. Organização luta por acesso a escola Pùblica.S.Paulo,23/07/2001,p.C5.
MOYSÉS,LÚCIA.(1997).*Aplicações de Vygotsky à Educação Matemática* .Campinas, S.P. Papirus.
OLIVEIRA,DALILA.(2000).*Educação básica gestão do trabalho e da pobreza* .Petrópolis, R.J.:Vozes.
PARO,VITOR H (1996). *Por dentro da Escola Pública.* São Paulo: Xamã.
SANTOS, ODER.(1993).*Pedagogia dos conflitos Sociais* Campinas, S.P. Papirus.
- Novo Mundo do trabalho Nova Pedagogia Capitalista .Trabalho & Educação Revista do NETE, Belo Horizonte, n.2, ago/dez.1997
SMOLKA,ANA.(2000).A memória em questão: Uma perspectiva histórico- cultural. Educação & Sociedade. Revista do CEDES, Campinas , S.P.,n.71.
VYGOTSKY,L.S. (1987) . *Pensamento e linguagem. São Paulo* S.P. Martins Fontes.

ENSINO DE UMA DISCIPLINA BÁSICA DA ÁREA DE MATEMÁTICA (GEOMETRIA ANALÍTICA E CÁLCULO VETORIAL) NUM CURSO DE ENGENHARIA

Cristiana Abud da Silva Fusco
Marcos Tarciso Masetto
PUC-SP

Na minha prática docente na Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, desde 1985, já tive a oportunidade de lecionar várias disciplinas de matemática para alunos dos cursos de Matemática, Física, Ciência da Computação, Economia, Administração de Empresas e, mais recentemente, para alunos do curso de Engenharia Elétrica.

Entre as disciplinas lecionadas encontra - se Geometria Analítica e Cálculo Vetorial (GACV) para cursos de Matemática e Engenharia Elétrica. As ementas da disciplina para os dois cursos são praticamente idênticas.

No entanto, sempre tive preocupação com algumas questões: Uma disciplina básica de Matemática para o ensino superior deve ser ensinada da mesma maneira em diferentes cursos? Não é possível fazer algumas adaptações e/ou aplicações que tornem a disciplina mais atraente para o aluno conforme o curso no qual se encontra? Acredito que cursos que formam profissionais diferentes têm necessidade de que as disciplinas sejam direcionadas para essa formação, e que exemplos de aplicações na área profissional do aluno fazem com que a aprendizagem venha a ser mais significativa, possibilitando assim que o conteúdo abordado torne-se mais próximo da realidade na qual este futuro profissional irá atuar.

Não foram poucas as vezes que ao terminar a explicação de determinados tópicos de GACV para alunos do curso de Engenharia Elétrica , apareceram questões do tipo: Para que serve isso? Quando o Engenheiro Elétrico vai usar? Como? Não tem nenhum exemplo prático desse uso? Estas questões que para mim já chegaram a ser constrangedoras, tornaram-se um desafio. É fundamental que o aluno compreenda o porque da existência da disciplina GACV da área de matemática no primeiro ano do curso de Engenharia Elétrica, bem como suas implicações nas séries posteriores. Por vezes isto é difícil de trabalharmos porque em geral ministramos a matéria da mesma maneira como nos foi ensinada, e na graduação nem sempre nossos professores se preocuparam em discutir conosco a importância de suas disciplinas para a nossa formação, como e onde utilizar aqueles conhecimentos.

Em função dessas preocupações geradas em sala de aula, procurei realizar uma pesquisa junto aos alunos de GACV do primeiro ano de Engenharia Elétrica da PUC-SP na qual eu pudesse oferecer melhores condições de aprendizagem. Como sabemos que as diferentes disciplinas colaboram para a formação doengenheiro, a primeira pergunta que eu precisava responder era : qual é a formação de engenheiro que se pretende neste curso em que trabalho?

Vivemos um momento atual de mudanças sob diversos aspectos, tais como o tecnológico e o social que exigem na formação de um engenheiro um atendimento às novas exigências da sociedade. Além dos conhecimentos técnicos , o engenheiro deve estar preparado para atuar no mundo em mudanças, inclusive sendo capaz de utilizar novas ferramentas como os recursos de rede, isto é, de Internet que estão fortemente presentes no dia-a-dia do mercado de trabalho. O engenheiro do século XXI, além de ser capaz de resolver problemas, deve possuir habilidades de liderança , de trabalho em equipe, de iniciativa e criatividade. Enfim, o novo engenheiro deve ter consciência do seu papel de agente colaborador na evolução econômica e social. Faz-se necessário reforçar a idéia de que um curso de engenharia não deve ter como objetivo único e/ou primeiro a formação de um especialista com conhecimentos puramente científicos e que se preocupe em oferecer soluções apenas ténicas para os problemas de sua área, mas que leve em consideração também outras variáveis tais como pessoas envolvidas, meio –ambiente, momento político em que o país se encontra. A tecnologia em que estamos mergulhados simboliza uma

grande complexidade que envolve ciência, técnica, sociedade , fatores econômicos, políticos e sociais.

As Diretrizes Curriculares para os Cursos de Engenharia , versão de 25/02/99, apontam para diversos aspectos na formação deste engenheiro do século XXI :

- a formação técnico-científica com capacidade crítica e criativa
- sólida formação em ciências básicas e de engenharia , para que este futuro profissional tenha capacidade de adaptar-se rapidamente às novas tecnologias.
- capacidade de atender às mudanças de demanda social por tecnologia que avançam e são novas, mas baseiam-se nos mesmos princípios básicos das ciências físicas , químicas e biológicas.

A preocupação das comissões dos cursos de engenharia atende às tendências atuais de formação do engenheiro do século XXI , tendências estas que colocam o caráter informativo, a aquisição de conhecimento técnico- científico como objetivo a ser alcançado juntamente com os demais objetivos relacionados a habilidades e atitudes. Hoje em dia busca-se uma parceria entre conhecimento, habilidades e atitudes que possibilite ao formando atuar de forma competente e dinâmica na sociedade atual.

O conjunto das competências acima indicadas apontam para o engenheiro que se quer formar.

Uma segunda pergunta que me coloquei foi a seguinte: Qual a contribuição da disciplina GACV para a formação deste engenheiro esperado para o século XXI?

Em função das exigências do novo perfil do engenheiro esperado para atuar neste novo século, a primeira mudança necessária diz respeito ao processo de aprendizagem, no qual professor e aluno aparecem como sujeitos deste processo e co-responsáveis pelas ações a serem desenvolvidas. Estas ações normalmente são realizadas na sala de aula, enquanto espaço aberto de construção e reconstrução de saberes, destacando-se as diversas interações e convivências que nela ocorrem.

Sendo GACV uma disciplina de conteúdo básico de matemática aplicável em todos os cursos de Engenharia, acreditei que esta disciplina poderia estar contribuindo não só com os conhecimentos específicos de matemática ,mas também poderia estar auxiliando a desenvolver habilidades e atitudes desejáveis na formação de um profissional engenheiro do século XXI. A partir destas convicções, elaborei um plano de trabalho para ser aplicado durante seis meses em uma turma de primeiro ano do curso de Engenharia Elétrica da PUC-SP. Neste plano procurei colocar um conjunto de atividades que contribuísse na formação desse futuro engenheiro . O plano foi dividido em cinco unidades: Introdução do curso, Vetor no plano, Vetor no espaço, Operações com vetores, Estudo da reta. Cada unidade continha: Objetivo, Conteúdo, Bibliografia, Técnicas (estratégias de aula) , Material, Avaliação, Observações.

A título de exemplo, passo a descrever três unidades.

A primeira unidade tratou de introduzir os alunos no curso. Para isso, estabeleci como objetivos: conhecer a função da disciplina GACV no curso de engenharia; aprender a se comunicar nas formas escrita, oral e gráfica; constituir um grupo de estudo; sentir-se participante/responsável do processo de aprendizagem. Para atingir tais objetivos usei as técnicas do desenho em grupo e do debate com a classe. O material que eu utilizei foi composto de cartolinas, pincéis atômicos e máquina fotográfica e para avaliar se os alunos atingiram ou não os objetivos eu usei a observação e a análise da produção de desenhos e a apresentação.

Na segunda unidade o tema era vetor no plano e os objetivos eram : que o aluno revisse alguns conhecimentos matemáticos que serviriam como pré-requisito de um novo conhecimento, situasse historicamente o conceito de vetor, adquirisse conhecimento novo relativo a vetor, utilizasse o computador com o software Cabri-Géomètre, aprendesse a trabalhar em equipe, aprendesse a se comunicar, utilizasse os conceitos de GACV em problemas da área de Engenharia . O conteúdo trabalhado foi o conceito de vetor e os sistemas de coordenadas no plano e no espaço. Nesta unidade utilizei uma combinação de técnicas: aula expositiva dialogada, pequenos grupos para resolução de exercícios, leitura trazendo perguntas, laboratório de computação, discussão com a classe a respeito dos resultados do laboratório, seqüência didática. Para avaliar se os alunos atingiram ou não esses objetivos, utilizei como técnica a produção de material escrito pelos grupos, a observação das atividades no laboratório, o debate com a classe e um teste individual (verdadeiro ou falso).

A terceira unidade tinha como tema vetor no espaço e os objetivos eram : que o aluno adquirisse novo conhecimento, aprendesse a trabalhar em equipe, aprendesse a se comunicar nas formas escrita, oral e gráfica. O conteúdo trabalhado foi o de vetor no espaço, base e dependência linear (conceituação geométrica).Nesta terceira unidade as técnicas de aula utilizadas foram: pequenos grupos para aprofundamento de conhecimento através de exercícios, aula expositiva dialogada com exposição de exemplos e contra-exemplos, leitura para aprofundamento de conhecimento. Para avaliar se os alunos atingiram ou não esses objetivos, utilizei como técnica a produção de material escrito pelos grupos e um teste individual de múltipla escolha.

A pesquisa continua em andamento, pois os dados obtidos ainda estão sendo classificados, mas os primeiros resultados apontam para:

1) os alunos perceberam melhor o papel da disciplina GACV na sua formação
2) os alunos tiveram oportunidade de participar na aula através de técnicas diferenciadas que permitiram a eles ir adquirindo os conhecimentos necessários de GACV sem que necessariamente estivessem sendo submetidos exclusivamente às tradicionais aulas expositivas.
3) com a utilização de diferentes técnicas e com o sistema de avaliação contínua os alunos aprenderam a desenvolver habilidades consideradas importantes por comissões de engenharia para a formação do engenheiro: aprender a se comunicar nas formas escrita, oral e gráfica, aprender a utilizar novas tecnologias (computador com o Cabri-Géomètre), aprender a situar historicamente os conceitos, aprender a aplicar conceitos da área de matemática (GACV) em engenharia.

Enfim, a pesquisa está apresentando para mim respostas para as duas grandes questões que eu me colocava no início do trabalho, ou seja, qual é a formação de engenheiro que se pretende no curso em que trabalho e qual a contribuição da disciplina GACV para a formação do engenheiro esperado para o século XXI. Também estou obtendo respostas no sentido de como trabalhar GACV, disciplina básica de primeiro ano, para que os alunos como futuros engenheiros a valorizem e como motivar os alunos para que tenham uma melhor aprendizagem. Essas conclusões com certeza já modificaram a minha docência na engenharia o que contribui para uma melhor formação desse futuros profissionais engenheiros.

Referências bibliográficas

1. Bazzo, W; Pereira, L. T. do Vale - "Introdução à Engenharia" Florianópolis - SC - Ed. da UFSC, 1993.
2. Bazzo, Walter Antonio, "Ciência, tecnologia e sociedade: e o contexto da educação tecnológica", Florianópolis, SC. Ed. da UFSC, 1998.
3. Bongiovanni V.; Almouloud, S. A. "Cabri-Géomètre e as cônicas" em Anais do IV Encontro Paulista da Educação Matemática (IV EPEM) - São Paulo - SP - Ed. Atual ,1996.
4. Boulos, P. e Oliveira, I. "Geometria Analítica: um tratamento vetorial". São Paulo, SP. MacGraw-Hill, 1987 ,2ed.
5. Bringhenti, Idone - "O ensino na Escola Politécnica da USP: fundamentos para o ensino de engenharia" São Paulo - SP - EPUSP , 1993.
6. Cavalca, Antonio de Pádua Vilella, "Espaço e representação gráfica: visualização e interpretação", São Paulo, EDUC, 1998.

7. Garcia, Carlos Marcelo, "A formação de professores: novas perspectivas baseadas na investigação sobre o pensamento do professor", in Nóvoa, org., "Os professores e sua formação", 2ª ed., Lisboa, Publicações Don Quixote Ltda., 1995.
8. Gómez, Angel Pérez, "O pensamento prático do professor – A formação do professor como profissional reflexivo" in Nóvoa, Antonio, org. ,"Os professores e sua formação", 3ª Ed. , Lisboa, Publicações Don Quixote Ltda., 1997.
9. Masetto, M. T. - "Aulas Vivas"- São Paulo - SP - MG Editores Associados ,1992
10. Masetto, Marcos (org.),"Docência na Universidade", Campinas, SP. Ed. Papirus, 1998.
11. Meirieu, P., "Aprender...sim, mas como?"- Porto Alegre, RS. Artes Médicas,1998.
12. Moreira, Antonio Flavio B. (org.) ,"Currículo: Questões Atuais". Campinas, SP. Ed. Papirus, 1997.
13. Nóvoa, Antonio (coordenação), vários autores, "Os professores e sua formação" , 2ª ed. Lisboa, Publicações Dom Quixote, 1995.

O CONCEITO DE MOVIMENTO QUALITATIVO E QUANTITATIVO NA ALFABETIZAÇÃO ESCOLAR

Daisy Faulin
Orientadora: Anna Regina Lanner de Moura
Faculdade de Educação- FE/UNICAMP

Ao longo de nossa vida profissional, trabalhando por mais de dez anos com alfabetização matemática, perpassamos várias tendências teórico-metodológica, desde a tradicional que promulga o aprender pela repetição, a construtivista radical que nega a possibilidade da mente refletir aspectos objetivos da realidade, diminuindo o papel que os educadores ocupam no processo de ensino-aprendizagem, ao construtivismo social, que enfatiza o papel fundamental do conflito cognitivo na construção da objetividade. Durante este período em que vivenciamos essas diferentes tendências, percebíamos que trabalhávamos exaustivamente com as crianças durante todo o ano letivo, e no ano seguinte, ao abordarmos um novo conceito a criança não se mostrava capaz de fazer relações com o conceito estudado no ano ou semestre anterior. Parecia que todo o conhecimento até então trabalhado estava fragmentado, compartimentado no pensamento da criança. Esta percepção nos incomodava, porém, não tínhamos um conhecimento teórico profundo e experiência suficientes para justificar porquê isso ocorria. Assim, a partir de 1990, passamos a buscar propostas que estivessem ligadas ao cotidiano da criança, pois entendíamos que a linguagem numérica se constrói na dinâmica do dia a dia. Iniciávamos o desenvolvimento do conceito de linguagem numérica pré-simbólica com atividades apresentadas na forma de jogos, que solicitassem comparação de conjuntos usando os conceitos de, igualdade e desigualdade, de maior que, menor que, de representação da quantidade de objetos através de algarismos, fazíamos lista do número de sapato das crianças da classe, lista do número de telefones das crianças, trabalhávamos tabela e gráfico das datas de nascimento, do tamanho da roupa de cada um, elaborávamos o calendário e outros. Esse trabalho, envolvia as crianças que participavam integralmente das atividades com alegria e satisfação. Essa abordagem possibilitava o enriquecimento das discussões sobre os temas estudados, trabalhávamos um universo diversificado de exemplos de aplicações dos conceitos pré-numéricos e numéricos. Com o tempo fomos tomando ciência de que a criança apenas se tornava habilidosa em manejar superficialmente regras e símbolos, não fazia conexões mais simples do pensamento numérico como estabelecer equivalências, entender grandeza, unidade, unidade relativa como uma dezena, uma centena etc. Incomodáva-nos, que mesmo partindo do conhecimento cotidiano da criança, a compreensão do conceito pré-simbólico e simbólico lhe permanecia abstrata. Começávamos a perceber que desenvolvíamos, não obstante todo o material sensível, uma alfabetização matemática, partindo do abstrato -número convencional- para que a criança chegasse ao próprio pensamento abstrato -idéia de número. Na verdade, não proporcionávamos à criança a oportunidade de elaborar o pensamento numérico, daí a sua grande dificuldade em fazer conexões numéricas como a relação entre unidade de contagem do aspecto discreto e unidade de contagem do aspecto contínuo da realidade.

A partir de 1994, com uma experiência profissional amadurecida e muitas leituras teóricas sobre as diferentes metodologias de ensino, passamos a fazer uma pesquisa mais crítica sobre os materiais, livros didáticos e paradidáticos que chegavam às nossas mãos. Nessa análise, verificamos uma certa predominância do rigor da linguagem numérica, preocupações exageradas com a simbologia, em detrimento do saber pensar sobre os conceitos matemáticos. Entendemos que estas abordagens partem de pressupostos de que a criança, ao iniciar a escolarização, já tem um domínio numérico culturalmente adquirido. Promulgam que se deve respeitar esse domínio considerando-o como ponto de partida para uma aprendizagem significativa. Da mesma forma que

fazíamos anteriormente, essa abordagem considera a iniciação ao pensamento numérico através da percepção de movimentos **quantitativos isolados dos qualitativos.**

Ao perscrutarmos as pesquisas com enfoque no tema observamos a tendência a mesma concepção de iniciação numérica. As investigações que abordam as elaborações pré-númericas, procuram desenvolver estudos sobre a construção deste conceito, desconsiderando as elaborações humanas e a dinâmica de continuidade e ruptura que o conceito perpassou até os dias atuais, considerando para o estudo desse conceito a sua forma atual, já elaborada, complexa e sistematizada, focalizando seu interesse nas representações formais e simbólicas do conceito. A seleção do conteúdo é determinada em função da estrutura da disciplina que é lógica, formal e dedutiva (FAULIN, 2001).

Foi, portanto, a partir desses estudos que em 1999 começamos a fundamentar nosso trabalho.

Para tentar entender o movimento conceitual que havíamos observado ao longo dos vários anos de trabalho com alfabetização matemática, foi necessário buscar respostas e fundamentos teóricos de uma abordagem pedagógica que possibilitasse à criança participar ativamente do desenvolvimento conceitual, entendido como uma síntese histórico-cultural da atividade humana sobre a realidade e que se entende como um potencial educativo do conceito. O estudo desta abordagem vem buscando fundamentos em KOPNIN, 1978; FISCHER, 1969; CARAÇA, 1999, LIMA,1994, e outros.

Entendemos que ao abordar a iniciação numérica a partir unicamente do estudo dos movimentos quantitativos isolados dos qualitativos desconsidera-se um fator essencial para a formação do pensamento numérico da criança, da capacidade de pensar, também, numericamente o mundo.

A análise do desenvolvimento científico explicita a relação entre o processo de produção da existência do ser humano, a evolução dos modos de produção da sociedade e a ciência elaborada a partir desses modos de produção, no constante processo de intervenção intencional na realidade. LIMA (1994) considera que é sabido pela humanidade que o ser humano iniciou e sempre inicia a sua caminhada de racionalização da natureza a partir dos movimentos qualitativos, das variações da qualidade das coisas que lhe cercam e que lhe são significativas.

Nesta pesquisa entendemos que na alfabetização escolar a qualidade deve ser definida inicialmente, em função das necessidades humanas de forma sensitiva, através da cognição sensorial, pois é desta maneira que todos formam inicialmente as idéias do mundo objetivo.

Entendemos também que ao desconhecer o movimento histórico do desenvolvimento conceitual, a alfabetização matemática tem sido desenvolvida na escola de uma forma fragmentada, já que o faz sob o ponto de vista unicamente quantitativo, desconsiderando o movimento inicial **qualitativo.**

Ao elaborar atividades que envolvam conceitos pré-numéricos, consideramos que o(a) educador(a) deva ter claro, que o movimento dos conceitos matemáticos refere-se ao movimento real e objetivo, das variações **quantitativas** e das formas. Assim, a quantidade é indissociável da qualidade que a gera por estar presente em todos os movimentos da natureza (CARAÇA,1999) e *"cada conceito que compõe o movimento conceitual deverá ser apreendido a partir da qualidade da qual é atributo, mas deve-se transformar numa explicação principalmente quantitativa dos movimentos reais. "* (LIMA, 1998:95)

O conceito pré-numérico e númerico é um movimento dialético, desigual e combinado de idéias, acumulativo e de superação de permanente transformação de **qualidade** em **quantidade** e **quantidade em qualidade (CARAÇA, 1999)**; cada salto é significativo na aprendizagem e só acontece a partir das sínteses anteriores mais simples.

Neste sentido, é importante notar que, o movimento do conceito numérico coincide com a síntese do movimento histórico significativo de sua criação (CARAÇA, 1999); portanto abarca a linguagem e a operacionalidade e é nesta identidade que a linguagem matemática pré-numérica integra a cultura, a arte, a afetividade e apreende e interpreta a realidade social vivida.

Temos observado que o currículo, a metodologia e a didática matemática tem privilegiado a combinação linguagem/operacionalidade a partir do aspecto operacional (DAVYDOV, 1982), o qual descordamos, pois para nós, as relações entre linguagem e operacionalidade, são dinâmicas e se encontram em permanente transformação e permuta (LIMA, 1994). É esta fluidez que é determinante e é dela que se origina a relatividade das relações. A combinação destes dois movimentos desiguais é feita pelo trabalho humano.

Durante os vários anos que vimos trabalhando com alfabetização matemática, vimos constatando que na escola atual, a aprendizagem da operação lógica matemática a que se reduz o conceito, necessita apenas de treino e se realiza como simples somatória fragmentada de habilidades e competências. Os conceitos matemáticos são submetidos por suas técnicas e algoritmos, são reduzidos aos mecanismos operacionais de cálculo que só permitem criar dentro do já criado. Desta forma, o conceito se torna intransponível e assume o caráter de verdade imutável.

Ao abordarmos o conceito matemático consideramo-o como síntese evolutiva histórico-cultural do modo de o ser humano conhecer determinados aspectos da realidade. A forma algorítmica do conceito não é negada, é apenas considerada como ponto de chegada e não de partida, como na pedagogia tradicional, a educação penetra nas peculiaridades essenciais, nos nexos internos do conceito, procurando eliminar o aspecto intransponível de sua forma abstrata ao possibilitar a ação e elaboração de pensamento, linguagem e afetividade por parte da criança (LANNER DE MOURA, 2000)

Entendemos como KOPNIN (1978), que a linguagem numérica é um movimento evolutivo que parte dos reflexos e correspondências mais simples criando redes e nexos crescentes mais amplos, abrangentes e profundos. Portanto, a aprendizagem da linguagem numérica acontece como movimento crescente em todas as direções, dimensões e sentidos do pensamento e se realiza como uma rede interativa de nexos e correspondências profundamente interligados que atribui à leitura de qualquer fato um significado humanamente pleno e integral.

Ao entender a linguagem numérica como um movimento evolutivo, passamos a conceber o movimento conceitual como LIMA (1998). Para este autor, o movimento conceitual mobiliza toda a sensibilidade, pois não é lógica é principalmente intuitiva e a intuição segundo KOPNIN (1978), exige a tensão da imaginação, a intelectualidade, a emoção, o conhecimento cultural enfim, todas as faculdades cognitivas do ser humano e nela se deposita toda a experiência do desenvolvimento individual e social, tendo-se em vista toda a complexidade da inter-relação da teoria e prática da criança com o objeto.

Neste sentido, concordamos com ABREU (1999:17) que *" é preciso que o ato criativo se torne conteúdo escolar"*, pois *"o intelecto humano ao criar um conceito dialoga com todas as áreas do conhecimento lógico/artístico/social/cultural numa dinâmica que, por não ser somente 'racional' escapa a qualquer computador."* (LIMA, 1994:7)

Possibilitar à criança, situações de variações qualitativas e quantitativas para que crie formas de determinar se há ou não variação, sem que use a linguagem numérica conhecida, é permitir que trabalhe com a idéia do fazer corresponder os elementos de um conjunto aos elementos de outro, que segundo CARAÇA (1999) é a idéia basilar do pensamento matemático que está na origem do pensamento numérico e da idéia de equivalência. Trabalhando dessa forma com o controle de variações além de formar o pensamento de equivalência cria a linguagem para defini-lo.

O ensino de matemática centrado na repetição mecânica da leitura e escrita dos números ignora esta fase de formação do pensamento numérico, justificando que vivenciá-la significaria subestimar o conhecimento numérico que a criança traz enquanto usuária do número.

Considerando que o movimento histórico corresponde ao processo lógico do pensamento, do simples ao complexo, do não desenvolvido ao desenvolvido; esse movimento reflete o processo

real de mudança das formas de valor, portanto do verdadeiro conhecimento numérico da realidade o que significa aprender a pensar, no caso do exemplo dado, numericamente no universo do número natural. Trabalhando nos nexos mais simples do conceito, ao contrário de estarmos subestimando os conhecimentos que supostamente a criança já tenha elaborado, lhe é dada a possibilidade de fazer parte do movimento criativo do conceito de forma a construir um modo de pensar a realidade com este conceito, tornando possível a elaboração de definições provisórias mediante uma dinâmica relacional, criança-grupo-classe.

O movimento de adentrar-se nas peculiaridades e nas abstrações mais simples é orientado pela atividade de ensino mediante dois elementos que a constitui e que interdependem. Um consiste nos princípios da dialética de construção do conceito matemático fundamentado em CARAÇA (1999), o outro, na história do conceito.

Entendemos que o conhecimento científico é externo ao ser humano que aprende. Para construir sua compreensão é preciso que o traga para sua subjetividade. Este movimento de internalização se concretiza pelo dialético da negação e da negação da negação do aspecto puramente mecânico do conceito, porque solicita as funções cognitivas e afetivas daquele que aprende.

Nas considerações acima, apresentamos em síntese os aspectos que estão em construção e que tecem a afinidade teórica desta pesquisa que têm como tema mais geral de investigação a educação conceitual e como tema específico o desenvolvimento conceitual dos movimentos qualitativos e quantitativos de número natural.

A construção teórica requer estudos e produção em duas fases metodológicas. Uma das fases se configura em estudos e elaboração do referencial que fundamente a educação conceitual em diferentes perspectivas teóricas como : a lógica-filosófica em KOPNIN (1978); a psicológica em DAVYDOV (1982); a antropológica em CHILDE (1977); a matemática e a histórico-cultural em CARAÇA (1999), LIMA (1994), DANTZIG(1970), IFRAH (1987) e outros. A outra fase, que tem bases na anterior consiste em analisar o material empírico proveniente da elaboração, e do desenvolvimento, em sala de aula, de atividades de ensino, fundamentadas nos pressupostos da educação conceitual (LANNER DE MOURA, FAULIN ,CATALANI & MELO, 2000) .

Nesta segunda fase, o movimento da pesquisa pressupõe a elaboração, vivência e análise de atividades de ensino. Sua elaboração fundamenta-se nos pressupostos acima mencionados e a vivência, na participação do sujeito da pesquisa vinculada a um processo reflexivo-ativo-explicativo, desencadeado pela dinâmica relacional criança-grupo-classe.

Estamos desenvolvendo análise sobre o material empírico construído nesta dinâmica relacional. Deste modo, a atividade de ensino poderá nos oferecer indicadores de qualidades subjetivas das elaborações das crianças. Tais elaborações, manifestas no processo de recriação das formas mais simples do movimentos dos conceitos qualitativos e quantitativos, podem oferecer indicadores que contribuirão para configurar uma trajetória evolutiva ou não, individual ou do grupo-classe, de (re) criação ou não do conceito. As conclusões sobre esses indicadores nos permitirão fazer conjecturas sobre a natureza, desenvolvimento e aprendizagem destes dois conceitos matemáticos na alfabetização escolar.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS :

CARAÇA, Bento de J. *Conceitos fundamentais da matemática.* Lisboa, Editora Gradiva, 1999.

CHILDE, G. *A evolução cultural do homem* R. J., Guanabara Koogan, 1981

DANTZIG, T. *Número, a linguagem da ciência.* R.J., Zahar, 1970.

DAVYDOV, V. V. *Tipos de generalización en la enseñanza.* Havana Editorial Pueblo y Educación, 1982.

FAULIN, D. *El concepto de movimento cualitativo y cunatitativo en la alfabetización escolar*, Argentina, RELME 15, 2001.

IFRAH, G. *Las Cifras: história de una gran invencion*. Madrid, Alianza Editorial, 1987.

KOPNIN, P. V. *A dialética como lógica e teoria do conhecimento*. Rio de Janeiro, Ed. Civilização Brasileira, 1978.

LANNER DE MOURA , A . R. *A medida e a criança pré-escolar*. Tese de Doutorado. Faculdade de Educação, UNICAMP –Campinas, 1995.

LANNER DE MOURA, *Educação Conceitual*. Campinas, PRAPEM-UNICAMP(mimeo), 2000.

LANNER DE MOURA, FAULIN ,CATALANI & MELO, *A educação conceitual matemática como perspectiva de pesquisa na prática pedagógica e formação de professores*, Maderia/Portugal, Profmat 2000, 2000.

LIMA, L. C. *Momentos de criar matemática*. São Paulo, Ed. Ciarte, 1994.

O CURRÍCULO DE MATEMÁTICA E O ATENDIMENTO ÀS NECESSIDADES BÁSICAS DE APRENDIZAGEM DE JOVENS E ADULTOS NO ENSINO MÉDIO

Denise Alves de Araujo
Maria Manuela M.S. David (orientadora)
Maria Conceição F.R. Fonseca (co-orientadora)
Faculdade de Educação - UFMG

Esse trabalho faz parte de uma pesquisa que está sendo desenvolvida na Faculdade de Educação da Universidade Federal de Minas Gerais e se insere em dois campos: o da Educação Matemática e o da Educação de Jovens e Adultos (EJA).

Nas práticas educativas desenvolvidas com jovens e adultos, a todo momento nos deparamos com questionamentos referentes ao ensino e à aprendizagem de Matemática, à organização curricular desse conhecimento, ao "uso" da Matemática em contextos não escolares, e ao confronto do conhecimento adquirido nesses contextos com sua versão escolar.

Muitos educadores têm-se preocupado com o papel que deve ser atribuído à EJA e com as possibilidades e limitações do ensino escolar para esse público. No entanto, em relação à pesquisa mais voltada para o *ensino-aprendizagem* de jovens e adultos, a maior parte dedica-se à alfabetização. Dentre os trabalhos ligados à matemática, por sua vez, há um grande número que se ocupa da aprendizagem e/ou uso da matemática em contextos extra-escolares sob a perspectiva da psicologia cognitiva tais como ABREU (1980), ACIOLY (1985), MAGALHÃES & SCHLIEMAN (1989) e CARRAHER (1988). Aqueles trabalhos que se voltam para o ensino de matemática escolar desenvolvem-se principalmente em experiências de alfabetização, ou, quando muito, do 1º segmento do ensino fundamental (DUARTE, 1987; SOUZA, 1988; CARVALHO, 1995). De número bem reduzido são as pesquisas sobre o 2º segmento do Ensino Fundamental e sobre o Ensino Médio, principalmente aquelas que se dedicam especificamente a Educação Matemática.

O objetivo da pesquisa que venho desenvolvendo é identificar e analisar o currículo de Matemática (ensino médio) expresso no material didático produzido por instituições que atendem o público da EJA. Para isso foram selecionadas três escolas de Belo Horizonte. Umas das escolas é pública (rede municipal de ensino) e as outras duas são particulares, sendo uma preparatória para exames de certificação e a outra semestral com avaliação no processo.

No Brasil é muito comum que os professores da escola básica em geral, não só usem, como direcionem toda a sua prática pelo livro didático. Particularmente, chama a atenção o fato de que escolas, principalmente os "supletivos" particulares, sem nenhuma proposta pedagógica elaborem seu próprio material didático, que certamente muito influencia a prática de seus professores.

Propomos, então, analisar a *qualidade* do material produzido e sua adequação ao público da EJA. *Qualidade*, entretanto, é um termo relativo pois, para muitos a qualidade no ensino médio pode ser medida através dos índices de aprovação no vestibular, da empregabilidade dos alunos egressos, ou mesmo da proximidade com o modelo de escola regular, dentre outras possíveis opiniões. Optamos, então por uma análise que toma como referência a pesquisa em EJA desenvolvida na América Latina buscando dialogar com ela. Passamos a considerar como indicadores de "*qualidade*" as *necessidades básicas de aprendizagem* (neba) ou *competências* indicadas na Conferência *Educação para todos* (1990, Tailândia) e aprofundadas por alguns autores. Dentre eles, Sylvia Schmelkes aponta quatro componentes para as neba: informação, conhecimentos, habilidades e valores que nos servirá como base para a construção de categorias de análise do material didático coletado.

Nos propomos nesse trabalho a apontar como o Ensino de Matemática pode contribuir para a satisfação das neba, principalmente, através do material didático. Procuraremos então identificar em que momento e de que maneira esses componente são contemplados no material didático de

Matemática ou se um determinado componente se sobrepõe a outro. Assim a questão central da pesquisa é: **Como o currículo de Matemática do ensino médio, explícito no material didático, contempla as necessidades básicas de aprendizagem dos alunos da EJA ?**

O material didático é uma fonte limitada para se apreender o currículo de Matemática que vem sendo construído nesses cursos, mas pretendemos destacar a importância desse elemento avaliando sua qualidade de acordo com a pesquisa na EJA, para que possamos clarear as possibilidades educativas destes.

Em março de 1990, em Jomtien, na Tailândia, representantes de 155 governos, agências internacionais, organizações não-governamentais e associações profissionais participaram da Conferência Mundial "Educação para Todos". Nesse encontro foi elaborada uma Declaração, na qual os governos dos países participantes se comprometiam a assegurar Educação Básica de qualidade para crianças, jovens e adultos. A realização desse evento foi impulsionada por quatro organismos internacionais : Unesco (Organização das Nações Unidas para a Educação, a Ciência e a Cultura), Unicef (Fundo das Nações Unidas para a Infância), Pnud (Programa das Nações Unidas para o Desenvolvimento) e o Banco Mundial que trabalham na continuidade dessa iniciativa.

Os avanços na EJA após a conferência da Tailândia ficaram aquém do proposto nas metas que foram estabelecidas. No Brasil, por exemplo, não houve significativo aumento da oferta de oportunidades educativas para jovens e adultos. A aparente diminuição da taxa de analfabetismo no país (hoje, em torno de 14%) foi conseqüência mais de uma mudança da faixa etária predominante e do acesso, cada vez maior, de crianças à escola do que de esforços governamentais na Educação de Jovens e Adultos.

A alfabetização de adultos vem sendo empurrada para um plano assistencialista em programas que não condizem com os avanços da pesquisa na EJA e que pouco se preocupam com a continuidade dos seus trabalhos. Ao mesmo tempo que o governo tenta transferir para a sociedade civil as responsabilidades com a EJA, proclamadas na nova LDB, ignora propostas e iniciativas de associações e das próprias prefeituras na formulação de políticas públicas. A situação dos outros segmentos de escolarização não é melhor. O ensino público vem acelerando os alunos "atrasados" e muito pouco atende aos adultos que buscam (e desejam) o retorno à escola. A iniciativa privada se aproveita, então, dessa demanda, principalmente de Ensino Médio, proliferando cursos em tempo reduzido (os supletivos) e preparatórios para exames de certificação.

Uma das metas acordadas em Jomtien tratava do atendimento *as Necessidades básicas de Aprendizagem* (Neba), definidas como:

> *"(...) aquellos conocimentos teóricos y prácticos, destrezas, valores y actitudes que, en cada caso y en cada circustancia y momento concreto, resultan indispensables para que las personas puedan encarar sus necessidades básicas en siete frentes: 1) la sobrivivencia, 2) el desarrallo pleno de las capacidades, 3) el logro de una vida y un trabajo dignos, 4) una participación plena en el desarrollo, 5) el mejoramento de la calidad de vida, 6) la toma de decisones informadas, y 7) la possibilidad de continuar aprendiendo." (in TORRES, 1999: 11)*

Definir o que é *"necessário"* e *"básico"* para ser aprendido não é uma tarefa simples. A necessidade pode ser algo que pertence a cada grupo cultural mas também está ligada a interesses individuais. Na proposta da Tailândia os Direitos Humanos são considerados fundamentais para se definir as necessidades básicas de aprendizagem convertidas em conhecimentos, habilidades e valores a serem desenvolvidos no plano educativo.

O *básico* não pode ser entendido como sinônimo de *mínimo* ou *simplificado*, até porque as competências para satisfazer as necessidades consideradas básicas podem ser, muitas vezes, complexas. (SCHMELKES, 1996). Os documentos do encontro na Tailândia indicam dois critérios para se definir as necessidades realmente básicas de aprendizagem que

são: a) a capacidade para responder às necessidades básicas das pessoas e b) a capacidade de servir de alicerce para a aquisição de conhecimentos mais avançados.

SCHMELKES destaca que as competências (ou necessidades básicas) abarcam quatro componentes: ***informação, conhecimentos, habilidades e valores.***

Há um consenso quanto a busca por uma Educação que use como princípios as demandas do jovem e do adulto, que também crie novas demandas e que considere verdadeiramente as experiências (inclusive escolares) dos educandos. Porém, algumas diretrizes são necessárias para que não se obtenha uma Educação que de tão diferenciada leve a uma grande perda em qualidade. Concordamos com RIVERO (1998) que as propostas devem ser diferenciadas para obter resultados semelhantes.

A produção de material didático seria inviável se pretendesse exprimir toda a diversidade cultural em que vivem as pessoas atendidas pelos diversos programas de EJA. No entanto é possível discutir princípios que possam nortear a produção e utilização desses materiais sem deixar de lado as especificidades de cada grupo.

Embora a "visão ampliada" proposta em Jomtien considere que a Educação se realiza em diversos espaços, dentro e fora do aparato escolar, e que ela se inicia com o nascimento e dura toda a vida, sentimos a necessidade de restringir o nosso campo de pesquisa para torná-la viável. Optamos, então por nos concentrar na Educação escolar de jovens e adultos.

Em geral a discussão que se faz em torno de competências a serem desenvolvidas através da escola (ou de outras iniciativas de Educação) são muito amplas. Quando se transfere essa discussão para o ensino-aprendizagem de um campo específico do conhecimento (a Matemática, no caso dessa pesquisa), essas discussões se tornam, muitas vezes, distantes da prática, atingindo-a, quando muito, superficialmente.

As disciplinas escolares não abarcam a complexidade do atendimento às NBA que vão muito além do âmbito escolar. No entanto os campos específicos de conhecimentos podem, até certo ponto, contemplar esse atendimento em seus currículos. A partir dessa discussão mais geral é que nos propomos nesse trabalho a apontar a nossa interpretação do que seriam as *necessidades básicas de aprendizagem de Matemática*.

Em geral as pessoas não colocam em dúvida a permanência, ou mesmo a existência da Matemática nos currículos. Mesmo que a maioria das pessoas não consiga oferecer justificativas que vão além do domínio das operações básicas, a necessidade de aprender Matemática é um consenso. Alguns autores chegam a afirmar que o saber matemático, dentre outros, é condição necessária para exercer a cidadania na sociedade em vivemos.

Mesmo que muitos professores se afirmem certos da importância de ensinar Matemática, não apresentam, muitas vezes, a mesma clareza quanto a "o quê" da Matemática deve ser ensinado. Quando se trabalha com tempo reduzido, como é comum na EJA, costuma indicar uma saída: ensinar o básico. Porém, quase sempre, esse básico é representado pelo *mínimo* de conteúdo ou por "todo" conteúdo visto de forma superficial. Concordamos como FONSECA (1999:36) ao afirmar que *"a 'busca do essencial' não poder ter a conotação de mera exclusão de alguns conteúdos mais sofisticados, dando a sensação de que os alunos jovens e adultos 'receberiam menos' do que os alunos do curso regular".*

Definir os conhecimentos e habilidades básicos de Matemática no sentido já anteriormente descrito pode ser o caminho para se conseguir amenizar a diminuição do tempo de permanência na escola. Não se trata de escolher entre ensinar ou não *função*, por exemplo. Mas, antes, de se questionar qual é (e qual foi) a importância desse conhecimento para a sociedade. E além disso, esclarecer se ele possui princípios que são alicerces para outros conhecimentos.

Nessa pesquisa, venho fazendo o exercício de criar categorias de análise para materiais didáticos de Matemática elaborados por escolas que atendam ao público da EJA e que reflitam toda essa discussão em torno das necessidades básicas de aprendizagem . Para isso, tomamos "emprestado" as denominações usadas por Schmelkes para os componentes que formam as competências básicas a serem desenvolvidas através da Educação: informação, conhecimento, habilidades e valores. Concentramos nosso estudo na Matemática escolar, nos aspectos perceptíveis no material didático. A seguir indicamos algumas questões que tem nos orientado em análises iniciais:

Informação: Que informações a Matemática pode oferecer que se relacionem com a realidade ? Que informações são necessárias para compreender melhor o porquê de se estudar Matemática (localização histórica, justificativas) ? Que informações gerais podem compor contextualizações para a Matemática (dados de gráficos e tabelas, por exemplo) ?

Conhecimento: Como se compreende ou se constrói um conhecimento: problematizando, contextualizando ou generalizando ? Quais são os conhecimentos básicos em Matemática ? Como se pode usar dados (informações) como base para se construir um conhecimento que atue sobre a realidade transformando-a?

Habilidades: Quais são as habilidades básicas em Matemática ? Como as habilidades vão além de se conhecer os algoritmos e se tornam uma aplicação intencional do conhecimento ? Como as habilidades de leitura e escrita são incorporadas à Matemática?

Valores: Em que situações se favorece o desenvolvimento da criatividade e da autonomia? Como informações, conhecimentos e habilidades refletem uma preocupação com o entorno social?

Referências Bibliográficas

ABREU, Guida Maria Correa Pinto de. *O uso da matemática na agricultura: o caso dos produtores de cana de açúcar.* Recife, UFPE - mestrado em Psicologia. 209 p. (dissertação de mestrado). 1988

ACIOLY, Nadja M. *A lógica matemática no jogo do bicho: compreensão ou utilização de regras?* Recife, UFPE - mestrado em Psicologia. 131p. (dissertação de mestrado). 1985

CARRAHER, Terezinha N. *Adult mathematical skills: the contribution of schooling.*`1 18p. (Apresentado à American Educational Research Association; New Orleans - EUA; 1988)

CARVALHO, João Pitombeira de. *Observações sobre os currículos de Matemática.* PRESENÇA PEDAGÓGICA. Belo Horizonte, vol. 2, n.7, p.54-6, jan./fev., 1996

DUARTE, Newton. *O ensino de Matemática na educação de jovens e adultos.* São Paulo: Cortez: Autores Associados, 1985

FONSECA, Maria C.F.R. O *ensino de Matemática e a Educação Básica de Jovens e Adultos.* PRESENÇA PEDAGÓGICA, Belo Horizonte, vol 5, n.27, p. 28-37, maio/junho, 1999

MAGALHÃES, Verônica P. & SCHLIEMANN, Analucia D. *Social interation and problem solving in na inflationary society.* 8p. (Apresentado no simpósio "Social interactions and cognitive development"; 10th Biennal Meetings of ISSBD; Jyvaskyla - Finlândia; 1989).

RIVERO, José. Educación y Pobreza - *Políticas, estratégias y desafios.* Seminário Regional Programas de Educación Compensatória en América Latina y El Caribe. Buenos Aires: 1998. (mimeo) 1 - 31

SCHMELKES, Sylvia. *Las necessidades básicas de aprendizaje de los jóvenes y adultos en América Latina.* In: OSÓRIO VARGAS, Jorge e RIVERO HERRERA, José (comps). Construyndo la modernidad educativa en América Latina: nuevos desarrollos curriculares en la educación de personas jóvenes y adultas. Lima: OREALC; UNESCO; CEAAL; Tarea, 1996. 332p. 13 - 43. Apresentado no Seminário - Taller Regional "Los Nuevos Desarrollos

Curriculares en la Educación com Jóvenes y Adultos en América Latina", 21 a 26 jan. 1996, Nuevo León, México.

SOUZA, âNGELA MARIA CALAZANS DE. *EDUCAÇÃO MATEMÁTICA NA ALFABETIZAÇÃO DE ADULTOS E ADOLESCENTES SEGUNDO A PROPOSTA DE PAULO FREIRE.* VITÓRIA, UFES - PÓS- GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO. 136 P. (DISSERTAÇÃO DE MESTRADO). 1988

TORRES, Rosa María. Educación para Todos*: La propuesta, la respuesta.* (1990-1999). Documento presentado en el Panel "Nueve Años después de Jomtién", Conferencia Anual de la Sociedad Internacional de Educación Comparada, Toronto, 14-18 Abril, 1999. 1 - 69

REPRESENTAÇÕES DOS ALUNOS SOBRE OS FATORES QUE INFLUENCIAM NA SUA RELAÇÃO COM A MATEMÁTICA

Denise da S. R. Capuchinho
Maria Manuela M. S. David
Universidade Federal de Minas Gerais

Histórico:

A idéia inicial desta pesquisa, de caráter qualitativo, era fazer um levantamento dos fatores que podem influenciar na aquisição do pensamento matemático. Este, sendo entendido como um processo mental, não pode ser observado diretamente, mas estudos anteriormente realizados no Centro Pedagógico (CP) e Colégio Técnico Federal (Coltec), escolas situados no campus da Universidade Federal de Minas Gerais; e a bibliografia consultada nos levaram a considerar como manifestações observáveis do pensamento matemático os seguintes modos de cognição: modelação, pensamento autônomo e flexível, inferência, prova e demonstração, generalização e abstração, simbolismo (DAVID & LOPES, 2000; SCHOENFELD, 1992; NRC, 1989).

Pode-se observar que essas formas de pensamento se tomadas isoladamente, algumas delas, como as três primeiras principalmente, podem ser consideradas características gerais do pensamento e não apenas formas de pensamento matemático. Porém, quando tomadas em seu conjunto entendemos que estas formas de pensamento são consideradas características da atividade dos matemáticos quando estão resolvendo problemas e acreditamos também que devem estar presentes na atividade matemática em sala de aula. Entende-se que pensar matematicamente em sala de aula passa, além disso, pela socialização desses processos e formas de raciocínio que são característicos da atividade dos próprios matemáticos (LAMPERT & BLUNK, 1998; SCHOENFELD, 1992; NRC, 1989).

Esses estudos nos permitiram identificar alunos que evidenciam o uso dessas formas de pensamento mesmo quando os procedimentos utilizados pelos professores estavam mais inibindo do que encorajando o seu uso. Daí, emergiu a necessidade de estar investigando que outros fatores, além da influencia do professor, podem estar contribuindo para aquisição do pensamento matemático por parte dos alunos. Contudo, durante a realização dessa investigação foi se tornando evidente que não era possível separar a questão da aquisição do pensamento matemático de outras questões mais gerais. Assim, o objetivo desta pesquisa passou a ser o estudo dos fatores que influenciam na relação dos alunos com a matemática. Nosso principal interesse serão os fatores que influenciam positivamente nessa relação, que nos poderão dar elementos para a discussão da nossa proposta inicial.

Metodologia:

Uma boa amostra é aquela que nos oferece a maior diversidade de dados que podemos extrair dela, sendo assim, para a realização desta proposta de estudo, escolhi o Coltec para estar coletando os dados para esta pesquisa.

Esta escolha decorre de dois motivos principais: 1.) nos estudos anteriormente realizados no CP e no Coltec, foi levantado a hipótese de um fator que poderia estar contribuindo para a manifestação do pensamento matemático, ou seja, de uma certa forma interferindo na relação dos alunos com a matemática, que foi a estrutura e a proposta pedagógica dessas escolas; 2.) a distribuição das vagas é feita de forma a manter a mesma relação candidato/vaga, em cada faixa sócio-econômica, ou seja, cada faixa sócio-econômica tem o número de vagas proporcional ao número de candidatos inscritos naquela faixa. Sendo assim são selecionados os melhores alunos provenientes de diversas escolas, condição social, famílias, entre outras variáveis, isto me permite ter uma amostra de alunos bem diversificada. Além disso o processo de seleção e o elevado índice de candidato/vaga me permite encontrar com "maior facilidade" alunos com um raciocínio independente e uma postura de grande autonomia no que diz respeito ao seu processo de aprendizagem. Caso eu escolhesse essa escola de forma aleatória correria dois riscos: primeiro de não encontrar uma amostra rica, ou seja, de perder por exemplo um fator que já estou

considerando como interessante analisar: a estrutura e a proposta pedagógica do Coltec; segundo, a dificuldade de encontrar alunos que façam uso de formas de pensamento matemático.

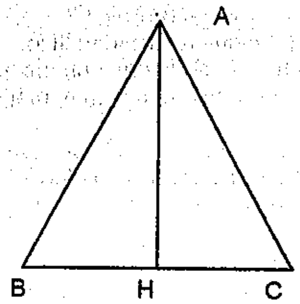
Assim o Coltec parece ser um contexto ideal para que apareça um número maior de fatores/influências diferentes no que diz respeito a aquisição do pensamento matemático pelos alunos.

No Coltec, escolhi um professor que adota um discurso que torna a aula imprevisível, isto é o desenrolar da aula não é muito linear, porque o professor segue e explora as colocações feitas pelos alunos, isto me permite identificar com maior facilidade o uso, ou não, dos modos de cognição por parte dos alunos. Certamente nossa pesquisa evidenciará que a atuação deste professor é um dos fatores, porém não é o único, que contribui na relação dos alunos com a matemática.

À esse professor solicitei que me indicasse dentre as turmas que lecionava as que possuíssem um maior número de alunos com facilidade em Matemática, isto é, as melhores turmas em Matemática, certamente nessas turmas haveriam também alunos com dificuldade em Matemática. Nessas turmas apliquei um questionário sócio-econômico para poder descrever a minha amostra em seu contexto. Solicitei também a indicação de alunos dessas turma que tivessem facilidade em matemática e alunos com dificuldade em matemática. Esse professor classifica os bons alunos em matemática em três grupos: 1.) os alunos brilhantes, resolvem os problemas de forma criativa, sempre buscando soluções menos trabalhosas, mesmo para aqueles problemas considerados fora de seu alcance, em geral, estes alunos não tem interesse por questões rotineiras, preferindo as que apresentam algum desafio, porém nem sempre eles obtêm bons resultados escolares; 2.) os que tem facilidade em matemática, isto é, gosta da disciplina e resolve facilmente os problemas apresentados, porém suas soluções não são necessariamente "brilhantes, 3.) o aluno de "bom resultado", isto é, aquele que obtêm boas notas (MACHADO, 1998).

Realizei observações de sala de aula para subsidiar a indicação do professor, por exemplo vejamos o episódio a seguir, que confirma a indicação do professor de que o aluno FM17 (a primeira letra é para denominar se o aluno tem facilidade (F) ou dificuldade (D); a segunda é para especificar o gênero masculino (M) ou feminino (F) e o número é a ordem em que foram entrevistados) tem facilidade e FM12 é brilhante:

"O professor nesta aula foi ao quadro discutir as soluções dos problemas da Avaliação Bimestral. Na questão a seguir, que iremos discutir as soluções de dois alunos, o professor elaborou com o objetivo de avaliar distância de ponto a reta e condições de perpendicularismo: Calcule a altura relativa ao lado BC, no triângulo de vértices A(-3, 0), B(0, 0) E C(6, 8). E na correção em sala de aula o professor resolveu do seguinte modo:



Após o professor ter feito esta solução, o aluno FM17 interrompeu dizendo que fez de um

$$BC: y = ax + b \Rightarrow y = \frac{4}{3}x \qquad H = BC \cap AH \Rightarrow \frac{4}{3}x = -\frac{3}{4}x - \frac{9}{4} \Rightarrow \ldots \Rightarrow x = -\frac{27}{25}$$

$$y = \frac{4}{3}\left(-\frac{27}{25}\right) = -\frac{36}{25}$$

$$a = \frac{8-0}{6-0} = \frac{4}{3} \qquad b = 0 \qquad H\left(-\frac{27}{25}, -\frac{36}{25}\right)$$

$$AH: y = -\frac{3}{4}x + b \qquad dAH = \sqrt{\left(-\frac{27}{25}+3\right)^2 + \left(-\frac{36}{25}-0\right)^2}$$

jeito mais fácil, então o professor pediu para ele dizer como ele fez. FM17 explicou que usou a fórmula da área de triângulo base vezes altura dividido por dois e meio do módulo do determinante dos vértices do triângulo.

5- A(-3,0) ; B(0,0) e C(6,8)

$$\begin{vmatrix} -3 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \\ 6 & 8 & 1 \end{vmatrix} \begin{matrix} -3 & 0 \\ 0 & 0 \\ 6 & 8 \end{matrix} \qquad D = 0-(-24) \qquad D = 24$$

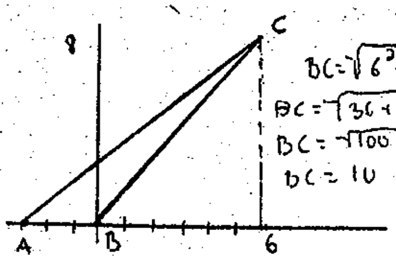
Área do triângulo $= \frac{|D|}{2} = \frac{24}{2} = 12$

$BC = \sqrt{6^2+8^2}$

$BC = \sqrt{36+64}$

$BC = \sqrt{100}$

$BC = 10$



$AA = \frac{BC \times h}{2} = 12 \Rightarrow BC = 10$

$\frac{10 \times h}{2} = 12$ / $10h = 24$ / $h = \frac{24}{10}$ / $\boxed{h = 2,4}$

5) A altura h de um triângulo ΔABC, relativa ao lado BC deste triângulo é a distância $d(A,\overleftrightarrow{BC})$ do vértice A à reta $\overleftrightarrow{BC}$ que contém o lado $\overline{BC}$ do triângulo.
Cálculo da equação da reta $\overleftrightarrow{BC}$:
$\overleftrightarrow{BC}: y = mx + n$ Como $B=(0,0)$ e $C=(6,8)$ e $B \in \overleftrightarrow{BC}$ e $C \in \overleftrightarrow{BC}$, então:
$m = \frac{y_C - y_B}{x_C - x_B} = \frac{8-0}{6-0} = \frac{4}{3}$ Como a reta passa pela origem ($B=(0,0) \in \overleftrightarrow{BC}$), então $n=0$ Assim, temos:
$\overleftrightarrow{BC}: y = \frac{4}{3}x \Rightarrow 4x - 3y = 0$ Aplicando a fórmula da distância de um ponto a uma reta: $d(P,r) = \frac{|ax_P + by_P + c|}{\sqrt{a^2+b^2}}$ sendo $P=(x_P, y_P)$ e $r: ax+by+c=0$ obtemos:
$h = d(A,\overleftrightarrow{BC}) = \frac{|4(-3)+(-3)(0)+(0)|}{\sqrt{(4)^2+(-3)^2}} = \frac{|-12|}{\sqrt{25}} = \frac{12}{5}$, donde $h = \frac{12}{5}$ unidades

Solução do aluno FM17 da turma M35 na prova:

Na outra turma M32 o aluno FM12 usa a fórmula direto de distância entre um ponto e uma reta:

Solução do aluno FM12 da turma M32 na prova:

É interessante observar nesta resolução feita por FM12 como que ele expressa seu raciocínio no papel fazendo um uso adequado da simbologia e linguagem matemática."

Num segundo momento fiz entrevistas com os alunos selecionados pela observação de sala de aula e indicação do professor (onze alunos que evidenciam o uso de formas do pensamento matemático e sete com dificuldade em Matemática), priorizando fatores, como a história de vida e história escolar desses alunos, fatores de ordem afetiva/emocional, influência familiar.

Referencial Teórico Metodológico:

Estamos nos apoiando na Análise do Discurso e de Conteúdo das entrevistas com os alunos, buscando identificar os fatores que influenciam na relação dos alunos com a matemática através das representações que os alunos têm deles.

Essas teorias serão consideradas como estratégia de análise, de acordo com Pêcheux: "a análise de discurso não pretende se instituir como especialista da interpretação, dominando o sentido dos textos; apenas pretende construir procedimentos que exponham o olhar-leitor a níveis opacos à ação estratégica de um sujeito (...). O desafio crucial é o de construir interpretações, sem jamais neutralizá-las, seja através de uma minúcia qualquer de um discurso sobre o discurso, seja no espaço lógico estabilizado com pretensão universal". A segunda teoria se faz pertinente por possuir duas funções que na prática podem ou não dissociar-se (BARBIN ,1977):uma função heurística: a análise de conteúdo enriquece a tentativa exploratória, aumenta a propensão à descoberta, é a análise de conteúdo "para ver o que dá"; e uma função de "administração da prova", hipóteses sob a forma de questões ou de afirmações provisórias servindo de diretrizes, apelarão para o método de análise sistemática para serem verificadas no sentido de uma confirmação ou de uma infirmação, é a análise de conteúdo "para servir de prova". Podemos entender como Análise de conteúdo, segundo Bardin, "um conjunto de técnicas de análise das comunicações visando obter, por procedimentos, sistemáticos e objetivos de descrição do conteúdo das mensagens, indicadores (quantitativos ou não) que permitam a inferência de conhecimentos relativos às condições de produção/recepção (variáveis inferidas) destas mensagens.

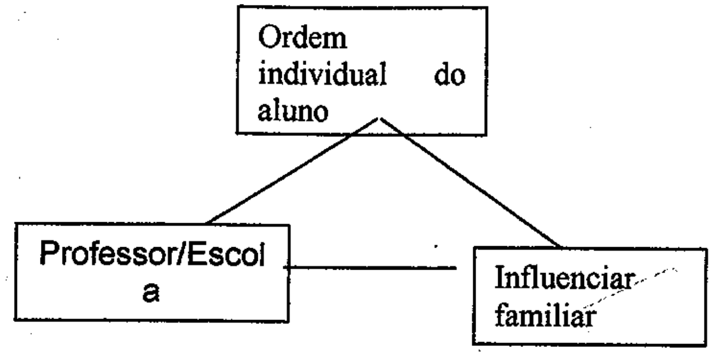
Considerações Finais:

Na pesquisa estou em fase inicial de análise dos dados coletados e numa primeira leitura das entrevistas, de acordo com a teoria da Análise de Conteúdo, foi possível identificar na fala dos alunos as seguintes influências positivas e negativas :

Alunos	Influências positivas	Influências negativas
FM2	Ver aplicação prática da matemática	• Não ver aplicação prática • Bloqueio • Comportamento dos professores
FM4	Sentar em grupos em sala de aula	• Ter que decorar

		• Pressão
FM5	• Professor da 7ª série do Cp • O ensino do Coltec • Brincar c/ programação, computador • Quebra-cabeça, cubo mágico, lego, jogo engenhoso, difícil • Liberdade da forma de pensar	Ter que decorar
FF6	• O ensino do Coltec • Pai (Eng. Civil)	
FM7	• O ensino do Coltec • Olimpíadas de matemática • Professores • Repetição • Liberdade , independência	Barreira
FM8	Boa escola e bons professores	Liberdade para os que não tem interesse
FM10	• Família(vô contador; tios engenheiros) • Convivência: Dinheiro/preço de carros • Professores bem humorados • Laboratórios • Liberdade	
FM12	• Concentração, confiança, segurança, paz e atenção • Família • Liberdade	• Problemas na família • Problemas psicológicos • Problemas financeiro • Pressão
FF13	• Família (mãe prof. de mat.) • Professores e escolas c/ seus materiais • Disposição do aluno pra aprender • Diversidade social do Coltec	
FM17	Notas boas, competição	
FF18	• Sentir –se útil • Brincar com matemática	
DM1	• Competição, colegas • Professores • Pai (Eng. Mec.)/mãe (Administradora)	Quando sente dificuldade
DM3	Rigidez; é obrigado a estudar	Liberdade
DF9	Família	Pressão
DM11	• O ensino do Coltec • Desafio • Estuda em grupos • Família (pai Eng.)	
DM14	• Estudar em grupos • Liberdade de pensar	
DF15	• Família (mãe prof. de mat.)	
DM16	Bons professores	Geometria

Como podemos perceber os alunos expressam mais as influências positivas do que as influências negativas, que por um lado reforça a escolha do Coltec, mas deverá ser melhor analisado. E de acordo com esse quadro estamos elaborando nossa análise em torno de três ordens diferentes de fatores; os relacionados com a influencia do professor e da escola; os relacionados com a influencia familiar e os de ordem individual. Segundo o depoimento de uma aluna na entrevista podemos esquematizar essas três ordens de fatores do seguinte modo:



"... o aprendizado para mim ele é um triângulo... de um lado está a família e o incentivo dela... uma família é:: essencial... a família estar incentivando (...) ...tem o professor (...) ... alguns que estimulam o aluno a pensar... estes é que são essenciais e tem o aluno por si só neste triângulo... então a base está assim oh.... a base está o professor... e os pais cada um... nas pontas...e em cima está o aluno... nesse aluno eu falo na disposição dele aprender a matéria (...) ... pra mim é esse o ciclo assim... do aluno...assim é isso a base... a síntese... o professor eu incluo também a escola... com os materiais dela ... porque quanto mais... se você tiver uma ferramenta tal qual o computador... que estimula a criatividade... eu acho importantíssimo pra qualquer matéria...(...) eu estou incluindo o computador que dá recursos gráficos... visuais... essas coisas assim... isso eu incluo com o professor..."

Gostaria de ressaltar que foram poucos os casos estudados, mas percebemos, a partir de um dado momento, que cada nova entrevista não apresentava elementos novos para nossa análise. Isso nos dá alguma segurança quanto ao número de casos investigados. Além disso, o esquema acima tem-se mostrado apropriado para a discussão desses casos.

Referência Bibliográfica:

BARDIN, L. Análise de Conteúdo. Edições 70, 1977.

DAVID, M. Manuela M. S. & LOPES, Maria da Penha. Falar sobre matemática é tão importante quanto fazer matemática. Revista Presença pedagógica. V.6, nº32, mar./abr. 2000, p.17-32.

LAMPERT, M and BLUNK, M. L. (eds.) *Talking Mathematics in School.* Cambridge: Cambridge University Press, 1998.

MACHADO, A. C. A Aquisição do Conceito de Função: Perfil das imagens produzidas pelos alunos. Belo Horizonte: Universidade Federal de Minas Gerais, 1998. (Dissertação, Mestrado em Educação), p.12-18.

MAINGUENEAU, D. Novas Tendências em Análise do Discurso. Campinas, SP: Pontes: Editora da Universidade Estadual de Campinas, 3ª edição, 1997.

NRC (NATIONAL RESEARCH COUNCIL) Everybody counts: A report to the national on the future of mathematics education. Washington, DC: National Academy Pres. 1989.

SCHOENFELD, A. H. Learning to think mathematically: problem solving, metacognition, and sense making in mathematics. In: D. A. GROOUWS (Ed.) *Handbook of research on Mathematics teaching and learning.* New York :Macmillan, 1992, p.334-370.

Autora: Dulcyene Maria Ribeiro
Orientador: Sergio Roberto Nobre
UNESP - Rio Claro

Resumo

Manoel de Azevedo Fortes (1660-1749), foi engenheiro-mor e tenente-mestre-general do reino de Portugal, professor e diretor da Academia Militar de Lisboa a partir de 1719, e também, prestou trabalhos à Academia Real de História Portuguesa. Dentre as suas publicações destacam-se: "Tratado do modo mais fácil e mais exato de fazer as cartas geográficas"(1722), "O Engenheiro Português" (1728) e "Lógica Racional Geométrica e Analítica" (1744). Apesar de nunca ter estado no Brasil, sua influência foi grande na engenharia do país, o que se deu especialmente na formação dos engenheiros que aqui trabalharam e que foram seus alunos em Portugal. Ele demonstra em alguns documentos de prestação de contas, sua preocupação, com a formação que os futuros engenheiros estavam recebendo e, por isso, elabora diversas obras.

A análise das obras de Fortes (o que já foi realizada com a obra "O Engenheiro Português" e que está sendo feita com a obra "Lógica Racional Geométrica e Analítica"), visa além de um estudo histórico da Matemática nelas contida, identificar sua importância para o desenvolvimento da Matemática em Portugal e no Brasil e se houve influência desse autor no desenvolvimento da Matemática brasileira.

Considerações Iniciais

O estudo das obras de Azevedo Fortes, faz parte de um projeto mais abrangente, desenvolvido por membros do Grupo de Pesquisa em História da Matemática e/ou suas Relações com a Educação Matemática (GPHM), vinculado ao Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática, do câmpus da UNESP, em Rio Claro, intitulado "A Matemática em Portugal e no Brasil no século XVIII".

A obra "O Engenheiro Português" (1728) foi estudada através de um projeto de iniciação científica, desenvolvido entre setembro de 1998 e agosto de 1999, financiado pela Fapesp. O estudo da obra "Lógica Racional Geométrica e Analítica" (1744) faz parte do projeto de dissertação que está sendo desenvolvido junto ao Programa de Pós-Graduação descrito acima e, é financiado pela Capes.

Na seqüência introduz-se um resumo sobre a Matemática de Portugal e Brasil, no período, em que esse autor viveu.

Pequeno resumo histórico sobre o desenvolvimento da Matemática no Brasil e em Portugal

Existem alguns trabalhos desenvolvidos no Brasil que abordam, a instalação da Matemática Superior no país, mostrando o tipo e a qualidade do ensino das ciências exatas, sejam elas, Ciências Matemáticas ou Ciências Físicas e Matemáticas, transportadas da Europa.

O desenvolvimento da Matemática Superior, sob o ponto de vista institucional, se deu inicialmente na Academia Militar, depois nas Escolas de Engenharia, e posteriormente, nas Faculdades de Filosofia, Ciências e Letras. Mas, as matemáticas foram ensinadas também, em níveis inferiores, nos Colégios Jesuítas, nas Escolas Militares do exército e da marinha, bem como em outros estabelecimentos de ensino.

A Matemática no Brasil esteve totalmente vinculada a Portugal. Encontram-se tentativas de desenvolver no país uma ciência em estilo e padrão da ciência que se fazia nos países do velho continente europeu.

Entendendo como se organizavam as instituições de ensino superior portuguesas, em Lisboa, Coimbra e Évora, bem como as principais personalidades acadêmicas destas instituições e também os lentes das cadeiras de Matemática, pode-se perceber como estava o ambiente

matemático (ensino e pesquisa) português dos séculos XV e XVII e parte do século XVIII. Pedro Nunes (1502-1578) teve uma importante participação no século XVI, sendo o primeiro lente provido da cadeira de Matemática e Astronomia na Universidade de Coimbra. Suas contribuições para a náutica astronômica foram muito valiosas, sendo constantemente consultado pelos navegadores portugueses de sua época.

No final do reinado de D. João V houve um acontecimento de grande importância, relacionado com os anseios de parte da elite intelectual progressista portuguesa, que foi a publicação, em 1746, da obra, de Luís Antônio Verney (1713-1792), intitulada *Verdadeiro Método de Estudar*. Criticou-se o então sistema pedagógico dos jesuítas e pregou-se uma reforma no sistema de ensino português, chamando a atenção para a importância do ensino da Física e da Matemática, então decadente em Portugal. Criticou-se também o isolamento de Portugal dos demais países europeus, fato que impediu a circulação das idéias e provocou o atraso cultural do país apontando o rumo da experiência para a ciência. Esta obra foi um verdadeiro marco do sistema educacional português e impulsionou a evolução do ensino daquele país.

Pouco antes da publicação da obra de Verney, mas na mesma década, em 1744, outra obra foi publicada despertando o interesse dos intelectuais portugueses, "Lógica Racional Geométrica e Analítica", de autoria do engenheiro Manoel de Azevedo Fortes. Esta obra também chamou a atenção das autoridades para o abandono e decadência do ensino das matemáticas no país.

Estas duas obras foram, sem dúvida, revolucionárias para os padrões da sociedade portuguesa de então, que sofria de forte repressão cultural.

O estudo das obras de Fortes, especialmente "O Engenheiro Português", nos permite uma visão geral sobre a formação transmitida aos engenheiros militares, do início do século XVIII.

O Autor: Manoel de Azevedo Fortes

Manoel de Azevedo Fortes foi engenheiro, nasceu em Lisboa em 1660 e morreu em 1749. Foi educado no Colégio Imperial de Madrid desde os dez anos. Estudou na Universidade de Alcalá de Hinares e depois no Colégio de Plessis, na França. Em 1697, foi irmão da Confraria dos Paços da Graça. Mais tarde, passou a Sena, na Itália, onde foi opositor a uma cátedra de Filosofia. Anos depois regressou a Portugal e foi nomeado engenheiro-mor em 23 de outubro de 1719. Foi também, professor da Academia Militar de Lisboa. Em 1734, como Campo Maior foi arruinado por um raio, ele reconstituiu-a; edificou paióis de pólvora; desenhou ainda a nova praça da Vila de Zibreira. Foi cavaleiro de Cristo em 1705 e na mesma data tenente de mestre de campo general. Publicou entre outras, as seguintes obras: *Representação a Sua Majestade sobre a forma e direção que devem ter os engenheiros para melhor servirem neste reino e suas conquistas* (Lisboa, 1720); *Tratado do modo mais fácil e mais exato de fazer as cartas geográficas* (1722); *O engenheiro português* (1728-1729); *Lógica racional, geométrica e analítica* (1744); *Oração Acadêmica pronunciada na presença de suas majestades, indo a Academia do Paço em 22 de outubro de 1937*; *Evidência apologética e crítica sobre o primeiro e segundo tomo das "Memórias Militares", pelos praticantes da Academia Militar desta corte* (Lisboa, 1733). Era, sem dúvidas, homem notabilíssimo por prendas de espírito e na sua profissão. Essa frase pode ser comparada à frase, *"escreveu em sinos virtuosos passos da sua vida"*, de José Gomes da Cruz, escrita num "elogio fúnebre" à Manoel de Azevedo Fortes, cinco anos após sua morte. Esta frase foi arquitetada, com base na pessoa de Azevedo Fortes. Homem forte e honroso em seu trabalho e sensível às causas sociais. Diz-se que grande parte de suas economias foram destinadas a Santa Casa de Misericórdia.

Fortes nunca esteve no Brasil, mas além dos autores que vieram posteriormente e usaram suas obras, sua influência também foi grande na Engenharia do país no período o qual ainda estava vivo. Isto se deu especialmente na formação dos engenheiros que aqui trabalharam e que foram seus alunos em Portugal. Um importante exemplo a isto foi José Fernandes Pinto Alpoim (1698-1770), engenheiro militar, autor daqueles que são considerados os primeiros livros de

Matemática produzidos no Brasil, "Exame de Artilheiros" e "Exame de Bombeiros". Fortes, também foi responsável pelo projeto de construção do forte de São Pedro em Macapá, que foi construído pelos engenheiros Henrique A. Galluzzi e Gaspar João Gronfelts, no período de 1738 a 1764.

Informações e características gerais sobre as obras

A Obra: O Engenheiro Português

A obra "O Engenheiro Português" pesquisada é uma reedição em fac-símile realizada pela Imprensa Nacional Casa da Moeda, em 1993. Por isso, na apresentação do livro, se transcreveu parte do artigo que o Coronel de Engenharia Albino J. Rodrigues escreveu em agosto de 1947, para ser publicado na Revista de Engenharia, no número comemorativo do terceiro centenário da Arma de Engenharia, pois é de 13 de julho de 1647 a data do decreto que instituiu a "Aula de Fortificação e Arquitetura Militar" e criou a Arma de Engenharia.

A obra é composta de dois volumes: o primeiro editado em 1728 e o segundo em 1729, em Lisboa. O primeiro tratado ou tomo da obra possui 537 páginas e 11 estampas de dupla página. Compreende a geometria prática sobre o papel e sobre o terreno, o uso dos instrumentos mais necessários aos engenheiros, o modo de desenhar e dar aguadas nas plantas militares e a trigonometria plana. O segundo tomo possui 492 páginas e 22 estampas e compreende a fortificação regular e irregular, o ataque e defesa das praças e o uso das armas de guerra. O Tratado da Geometria Prática desenvolve-se por três livros e um apêndice: Livro I - Longimetria, que trata da medida das distâncias; Livro II – Planimetria, que trabalha com a medida das áreas; Livro III – Estereometria, que trata da medida dos sólidos; Apêndice - Trigonometria retilínea.

Com o fim das páginas destinadas ao prólogo, iniciam-se as páginas que trazem as censuras e licenças necessárias para que a obra pudesse ser impressa. São censuras do Brigadeiro de Infantaria, João Massé e do Padre João Baptista Carbone, da Companhia de Jesus, matemático do reinado e, licenças do Santo Ofício e do Ordinário. Há ainda uma licença do Paço, emitida por Luís Francisco Pimentel. Todas estas licenças e censuras citadas, datam do ano de 1727 e, logo após as páginas que contém estas censuras e licenças, aparece uma página assinada por outros examinadores, na qual dizem estar as cópias do livro, de acordo com o original. No entanto, esta última página, está datada de abril de 1729, o que se pode concluir que, embora estando o livro, em sua página de abertura, com publicação em 1728, Fortes já o havia escrito, até mesmo antes de 1727, mas só passou a ser comercializado em 1729.

Por fim, antes de iniciar o Tratado da Geometria Prática, propriamente dito, em face da portada do primeiro volume, figura o retrato do autor pintado por Quillard e gravado por Rochefort, com um dístico Latino, o qual segue abaixo e, ao lado, sua tradução:

Haec Azevedi viva est scribentis imago,	Viva é esta imagem de Azevedo, o escritor,
Est quoque bellantis Martis imago sua.	Sua é também de beligerante de marte (Deus da Guerra).
Scribens arte docet superari Palladis artes,	Escrevendo com arte ensina a superar as artes de Pallas (Atenas-Minerva),
Scribat, vel pugnet Vincere castra docet.	**Escreva ou combata, ensina a vencer a caserma (escola filosófica).**

A Obra: Lógica Racional Geométrica e Analítica

O trabalho está sendo feito através de um microfilme da obra original, fornecido pela Biblioteca Nacional do Rio de Janeiro, onde o original pode ser encontrado com a seguinte localização: Livros Raros 42,2,2.

Foi impressa em Lisboa, na Oficina de José Antônio Plates, em 1744. Está dividida em três partes, encadernadas em um único volume, e cada uma delas está dividida em livros e estes em

capítulos. No final de cada uma das partes há um apêndice. A primeira parte (da Lógica Racional), possui 151 páginas e contém 4 livros; a Segunda (da Lógica Geométrica), 270 páginas e 5 livros; e a terceira (da Lógica Analítica), 224 páginas e 6 livros. A obra conta ainda, com uma dedicatória feita pelo autor, ocupando 3 páginas, um antilóquio, com 16 páginas e licenças da Academia Real e do Santo Ofício, com 2 e 8 páginas, respectivamente. Por ordem do próprio autor, a obra é dedicada ao sereníssimo Senhor D. Antônio, infante de Portugal.

Em sua impressão, nota-se a frase: *"Obra utilíssima e necessária para entrar em qualquer ciência e ainda para todos os homens, que em qualquer particular, quiserem fazer uso de seu entendimento e explicar as suas idéias por termos claros, próprios e intelligíveis".*

No livro I da terceira parte (Lógica analítica), o autor define o que é uma grandeza e acaba fornecendo também, a definição de Matemática, como vê-se a seguir:

"Grandeza é tudo aquilo que pode crescer ou diminuir; e assim tem por objeto todas as coisas criadas, não só as corporais, mas também as espirituais, porque podemos considerar as espirituais criadas em maior e menor número. A esta ciência ainda que aqui tratada, como particular de um modo inteligível, dão o nome de matemática, porém são muitas as suas partes e se divide em Matemática Pura (Aritmética (ciências dos números) e Geometria (ciência da medida dos corpos)) e Matemática Mixta (aquela que se aplica ao conhecimento das coisas naturais, que os filósofos chamam Física)".

Algumas considerações finais

Fortes escreveu várias obras que retratam os fatos ocorridos na Academia Militar e outras úteis aos praticantes desta academia, como por exemplo, as obras já citadas neste trabalho: "O Engenheiro Português" (1728), "Lógica Racional, Geométrica e Analítica" (1744) e "Tratado do modo mais fácil e mais exato de fazer as cartas geográficas" (1722). O estudo destas obras, nos permite uma visão geral sobre a formação transmitida aos engenheiros do início do século XVIII. A Matemática ensinada por Fortes era muitas vezes uma Matemática elementar, pode-se dizer que se assemelhava à Matemática feita nos cursos de Ensino Médio e Fundamental das escolas de hoje. Mas é bom deixar claro, que seus interesses estavam voltados à prática da Engenharia Militar e da Fortificação e não a uma Matemática teórica.

Em alguns documentos de prestação de contas de seus trabalhos à Academia Real de História Portuguesa, Fortes mostra irritabilidade para com seus superiores, por não ter seus pedidos atendidos. São pedidos de recursos financeiros e humanos, para que as cartas geográficas do reino e das províncias portuguesas pudessem ser elaboradas. Nestas reclamações, ele demonstra toda sua preocupação com a formação que os futuros engenheiros estavam recebendo e, que para suprir a falta de material teórico a ser usado pelos seus auxiliares, ele mesmo estava compondo um método de se fazer os mapas com toda clareza. Tal método ficou conhecido como, "Tratado do modo mais fácil e mais exato de fazer as cartas geográficas" (1722).

Hoje, o objetivo de um estudo histórico dessas obras de Fortes é relatar a Matemática nelas contida e, paralelamente, verificar se houve influência do autor no desenvolvimento da Matemática brasileira.

Grande parte do conhecimento histórico luso-brasileiro, no que diz respeito às contribuições científicas e educacionais, é desconhecido. Existem algumas análises sobre a vida e a obra de Luís Antônio Verney (1713-1792), as quais descrevem sobre sua importância em Portugal, e conseqüentemente no Brasil, principalmente durante a reforma pombalina, mas pouco se fala sobre outros autores que também tinham suas preocupações educacionais. Por isso, é importante estudar a Matemática em Portugal, especialmente no período de colonização do Brasil. A obra de Azevedo Fortes é de grande valia neste processo.

É preciso também destacar, que Fortes é fonte de referência a vários autores que escreveram textos que tratam de Engenharia, Engenharia Militar e Construção de

Fortificações, livros estes, que foram amplamente usados no Brasil. No entanto, até o momento não se conhece referências sobre seu trabalho em textos de Matemática.

Bibliografia Específica

FORTES, M. de A. *O Engenheiro Português*, Lisboa, na Oficina de Manoel Fernandes da Costa, 1728.

FORTES, M.A. *Lógica Racional Geométrica e Analítica*. Lisboa: Impresso na Oficina de José Antônio Plates, 1744.

Bibliografia Geral

CALDEIRA, J. *Viagem pela História do Brasil*. 1.ed. São Paulo: Companhia das Letras, 1997. 351p .

CAVIGLIA, B. *Algumas notícias sobre el Marechal Diogo Funck*. Porto Alegre: Oficinas gráficas da Livraria do Globo, 1937.

D'AMBROSIO, U. *O Iluminismo e seus reflexos na Matemática luso-brasileira*. *In* Anais – Actas do Encontro luso-brasileiro de História da Matemática e Seminário Nacional de História da Matemática – Editor Sergio Nobre. Águas de São Pedro: 1997. p. 53-66.

FAUVEL, J. e GRAY, J. *The History of Mathematics - A Reader*. London: Macmillan Press and Open University, 1987.

LEME, L. da C. *Elementos da Arte Militar*. 1862.

MAY, K. O. *Bibliography and Research Manual from Antiquity to the Present*. Toronto: University of Toronto Press. 1973. 818 p.

MOREIRA, J. de S. *Curso Elementar de Fortificação para uso dos Officiais de todas as armas*. Lisboa, 1844.

OLIVEIRA, M. M. de A Engenharia Militar de Batina. *A Defesa Nacional - Revista de Assuntos Militares e Estudos de Problemas Brasileiros*, n. 784, 2° quadr. 1999, pág. 33 - 45.

PRADO JR., C. *Formação do Brasil Contemporâneo*. 4.ed. São Paulo: Editora Brasiliense, 1953. 389p.

RIBEIRO, D. M. Os princípios da Geometria no livro "O Engenheiro Português" (1728) de Manoel de Azevedo Fortes. *Anais do III Seminário Nacional de História da Matemática*.

RIBNOKOV, K. *Historia de las Matemáticas*. Trad. Concepción Valdés Castro. Moscou: Editorial Mir, 1987.

SILVA, C. P. *A Matemática no Brasil. Uma História do seu Desenvolvimento*. 1.ed. Academia Colombiana de Ciências Exactas, Fisicas y Naturales, 1998.

TELLES, P. C. da S. *História da Engenharia no Brasil (Século XVI a XIX)*. Livros Técnicos e Científicos Editora S. A.

A IMPORTÂNCIA DAS VARIÁVEIS NO ESTUDO DE FUNÇÕES
E O CABRI GÉOMÈTRE COMO UMA DAS FERRAMENTAS DE ENSINO

Edelweiss Brandão Pelho.
Benedito Antonio da Silva - Orientador.
Pontifícia Universidade Católica- SP.

1. INTRODUÇÃO:

Uma das dificuldades dos alunos no processo de ensino aprendizagem da matemática é a construção do conceito de função, fato este constatado em nossa prática de ensino e em diversas investigações sistemáticas sobre esta aprendizagem, sendo que algumas são analisadas nesta pesquisa.

Apesar do conceito de função começar a ser trabalhado a partir da 6ª série do ensino fundamental, o que se constata é que os alunos chegam ao ensino médio sem compreender o seu significado e decorrente disto, surgem dificuldades no estudo de função exponencial, função logarítmica função trigonométrica e também na aplicação deste conceito em outras disciplinas em que se faz necessário a sua utilização.

A aprendizagem deste conceito é de grande importância não só pela sua aplicação e utilização em outras disciplinas, tais como a física, a química, a biologia, a economia,... mas também pelo fato de ser pré-requisitos necessário ao estudo de cálculo diferencial e integral nos cursos da área de exatas, podendo acarretar com isso dificuldades ao alunos que optarem por esta área.

Verificamos em nossa prática de ensino e na maioria dos livros didáticos observados, que no ensino médio, introduz-se o conceito de função por meio de uma definição direta e formal, na idéia de par ordenado e no estabelecimento de relações entre dois conjuntos, transformando- se em uma definição estática e de memorização, resultando a não compreensão por parte dos alunos.

É comum alguns livros didáticos abordarem este conteúdo na seguinte ordem: par ordenado, produto cartesiano, conceito de relação, gráfico de uma relação e conceito de função. Alguns livros definem este conceito da seguinte maneira: dado dois conjuntos não vazios A e B, uma função de A em B é uma relação que a cada elemento de A, faz corresponder um único elemento de B, outros definem por meio de dois conjuntos, o domínio e o contra domínio e uma regra que associa a cada elemento do domínio um único elemento do contradomínio.

Na maioria dos livros didáticos utilizados atualmente, a dependência funcional foi totalmente eliminada da definição corrente de função sendo definida como uma relação entre elementos de dois conjuntos, não necessariamente números, algumas definições incluem a menção de regra, porém não de dependência.

Para Freudenthal é essencial ao se caracterizar função enfatizar a noção de dependência: *"Nosso mundo não é um sistema relacional estático, mas um reino de mudanças, um reino de objetos variáveis dependendo uns dos outros; as funções são um tipo especial de dependência, isto é, entre variáveis, que são distinguidas como dependentes e independentes."* (Freudenthal, 1982,p.12).

Acreditamos que muitas dificuldades ocorram devido ao formalismo existente, sendo portanto necessário resgatar o caráter dinâmico e útil deste conceito, por meio de uma abordagem que proponha situações que permitam ao aluno compreender o conceito de variável, expressar a dependência de uma variável em relação a outra e identifique variável dependente e independente.

Algumas pesquisas como a de Scwartz, (1995) em sua dissertação de mestrado sobre as concepções de função de alunos ao término do ensino médio, mostram que maioria dos alunos nesta fase escolar apresentam apenas uma concepção elementar de função. Concluiu por meio da aplicação de uma seqüência didática em alunos do terceiro ano do ensino médio, que alguns alunos montam automaticamente tabelas, chegando algumas vezes a esboçar gráficos para concluir se uma relação era ou não função, adotando apenas um critério figurativo, ou seja, caso o gráfico apresente uma curva conhecida é função, caso contrário não é. Ressalta também em sua pesquisa que para quase a totalidade dos alunos a expressão algébrica não tem significado em si mesma como objeto matemático, sendo sua finalidade apenas de possibilitar o esboço de uma representação gráfica, levando-o a concluir que isto ocorre devido ao hábito dos professores trabalharem partindo sempre de representações algébricas para a representação gráfica e não vice-versa.

Schwarz B., Dreyfus T. e Bruckheimer M.,(1989) do Weizmann Instituto de Ciências de Israel, desenvolveram e avaliaram um currículo Modelo de Representação Tripla para a introdução do conceito de função com alunos do ensino médio. As três representações em questão são: a algébrica, a gráfica e a tabular, utilizadas em um ambiente computacional criado com a finalidade de ajudar os alunos a suprir as dificuldades de transferência de conhecimento entre as diferentes representações de uma mesma função. Segundo os autores, embora o conceito de função não teoricamente ligado uma representação particular, para que ocorra a aprendizagem deste, há a necessidade de mudanças entre diferentes representações e estas passagens representam dificuldades para os alunos. Verificaram que aplicando o currículo houve um avanço na aprendizagem de funções, devido a prática desta transferência entre as representações. Porém destacam que deve haver um grande esforço em engenharia pedagógica que possibilite os professores dominar tarefas que contenham técnicas de trabalhos em grupos, sessões de computadores e lições convencionais.

Uma das possíveis causas das dificuldades da construção deste conceito, não só de alunos do ensino fundamental e médio, mas até mesmo de ensino superior, é a compreensão do conceito de variável e o relacionamento entre elas. Acreditamos que se deva rever o processo de ensino e aprendizagem de função no ensino médio quando se retoma este estudo normalmente iniciando com uma definição conjuntista, causando dificuldades ao aluno na compreensão do "novo" conteúdo, pois como muitos estudos mostram os estudantes tendem a evitar as definições e representações mais formais e interpretam função mais como procedimentos para computar uma grandeza em termos de uma outra.

Devido ao acima exposto, o nosso objetivo é de organizar uma seqüência didática conveniente que levem os alunos a construir o conceito de função; elaborando situações que abordem aspectos funcionais entre variáveis, trabalhando com as mudanças de diferentes representações algébricas, tabulares e gráficas, utilizando também um ambiente computacional como uma das ferramentas de ensino.

Pretendemos trabalhar com alunos da 2ª série do ensino médio, que já estudaram o conteúdo de função na série anterior, mas que provavelmente, como demonstram pesquisas citadas, não adquiriram este conceito. Com isto, pretendemos verificar a possibilidade de uma aprendizagem significativa deste conceito.

2. PROBLEMÁTICA

Hipótese da Problemática e Problema de Pesquisa:

Sendo uma das possíveis causas da dificuldade da construção do conceito de função a falta de compreensão das variáveis, bem como o relacionamento entre elas e conseqüentemente muitas vezes ocorre apenas uma aprendizagem mecânica e local, na qual o aluno sabe realizar operações sem compreender o significado de funções. Devido a isso, acreditamos que se deva rever o processo de ensino aprendizagem de função no ensino médio, quando se retoma este estudo, e normalmente inicia-se com uma definição formal, causando dificuldades para o aluno na compreensão deste "novo" conteúdo.

Pretendemos portanto testar estas hipóteses por meio de atividades a serem desenvolvidas que utilizem também o computador como uma das ferramentas de ensino e verificar se ocorre um progresso no processo de ensino aprendizagem deste conceito.

Esperamos que este trabalho provoque rupturas nos conhecimentos já adquiridos, dando lugar a novos pontos de vista e a uma nova maneira de tratar este conceito.

Com isso pretendemos responder o seguinte questão:

"Será que os alunos da 2ª série do ensino médio conseguem construir o conceito de função, rompendo com suas interpretações apenas operacionais e localizadas, a partir de um novo ponto de vista, com a aplicação de uma seqüência didática adequada, propiciando uma continuidade eficaz deste estudo?"

3. A SEQUÊNCIA DIDÁTICA:

Elaboramos uma seqüência didática composta de 3 atividades com o objetivo do aluno construir o conceito de função sem a utilização de definições e regras, visando a compreensão das componentes de variação bem como o relacionamento entre variáveis.

As atividades foram elaboradas de maneira que favoreçam a utilização das diferentes representações simbólicas do conceito de função: algébrica, gráfica, tabular, linguagem natural, bem como as mudanças entre estas representações. O trabalho em cada representação é organizado por meio de operações que os estudantes realizam.

As pesquisas de Schwartz, Dreyfus e Bruckheimer (1989) evidenciam que há necessidade de mudanças entre diferentes representações e que estas passagens representam dificuldades para os alunos. Portanto faz-se necessário facilitar a transferência de registros de várias representações, bem como fazer analogias entre elas.

Pretendemos também trabalhar a relação entre a linguagem em prosa, a linguagem algébrica, gráficos e tabelas, com atividades direcionadas no sentido de que o aluno trabalhe não só no ambiente computacional, mas intercale o uso do papel e lápis, tentando evitar que o trabalho se reduza apenas a uma atividade lúdica.

Começamos construindo tabelas, em um ambiente computacional, utilizando um programa simples que envolve uma relação funcional entre duas variáveis, visando fornecer um caminho alternativo para os estudantes virem a entender variáveis e o relacionamento entre elas.

Como pretendemos que o aluno domine tarefas que contenham sessões de computadores e lições convencionais, propusemos uma segunda atividade que inicia-se com lápis e papel, visando um mecanismo de conexão entre tabelas gráficos e expressões algébricas, tentando propiciar ao estudante uma melhor compreensão do modo que as propriedades de uma determinada representação relatam as propriedades das outras.

Intercalamos nesta atividade o uso do software Cabri Géométre como ferramenta para o ensino de função. O motivo da escolha deste software é o fato de ser um programa que oferece ao aluno a oportunidade de construir o seu próprio conhecimento, não vindo nada nele pronto e os gráficos construídos apresentam um caráter dinâmico que propicia uma melhor compreensão do relacionamento entre as variáveis. Além disso, a manipulação do programa não exige habilidades na área de informática, apenas exige conhecimentos matemáticos necessários.

A última atividade foi baseada num trabalho recentemente publicado por Carolyn Kieran e Anna Sfard, que visa relacionar expressões algébricas, tabelas, gráficos e textos (linguagem natural), realizando mudanças entre estas representações.

Pretendemos que o aluno verifique que a expressão algébrica, o gráfico e a tabela correspondentes estão ligados, ou seja, são representações de um mesmo objeto matemático: função.

Ao aplicarmos esta seqüência de ensino, pretendemos analisar se o nosso objetivo foi atingido, ou seja, se colaboramos para uma aprendizagem significativa do conceito de função sem a utilização de definições e regras.

BIBLIOGRAFIA:

BONGIOVANNI,V., CAMPOS,T., ALMOULOUD,S., Descobrindo o Cabri-Géomètre. Caderno de Atividades. Editora FTD S.A. São Paulo-SP. (1997).

FREUDENTHAL,H., Variables and functions. In G.van Barneveld & H.Krabbendam (Eds.). *Proceedings of Conference on Functions* (pp.7-20) Enschede. The Nertherlands:National Institute for Curriculum Development. (1982).

KIERAN, C. Teaching and Learning of School Algebra. *Handbbok of Research on Mathematics Teaching and Learning.* Cap.7. 1992.

KIERAN, C., BOILEAU, A., & GARANÇON, M. Processes of mathematization in algebra problem solving within a computer environment: A funtional approach. In C.A Goldin, & R.B. Davis. *Proceeding of the Eleventh Annual Meeting of PME.NA* (pp. 26-34). News Bronswick, NJ: Rutgers University Press. 1989.

KIERAN, C., SFARD, A *Seeing Trought Symbols: The Case of Equivalent Expressions.* Focus on Learning Problems in Mathematics. Winter Edition, 1999, Volume 21; Number 1, Center for Teaching/Learning of Mathematics.

SCHWARZ,B., DREYFUS,T., BRUCKHEIMER,M. Transfer Between Function Representations: A Computational Model. In G.Vergnaud, J.Rogalski, M.Artigue (Eds). *Proceedings of the Thirteenth International Conference for the Psycology of Mathematics Education,* Vol.3 (pp.143-150). Paris, France: G.R. Didactique.1989.

SIERPINSKA, A *On understanding the notion of function,* in "The concept of function-aspects of epistemology and pedagogy", Dubinsky (Harel, M.A.A.) Notes,v.25, p. 25-58, 1992.

Uma Análise da Perspectiva do Professor sobre o Currículo de Matemática na EJA

Edson Alves Cardoso
Orientadora: Profa. Dra. Ana Paula Jahn
PUC/SP

Resumo

Segundo dados do IBGE (1999), 13% da população brasileira é composta por pessoas analfabetas. Nesta perspectiva, a ampliação da oferta de Educação de Jovens e Adultos (EJA) é imprescindível. Inúmeras pesquisas tratam da primeira fase deste processo, a alfabetização, porém, a continuidade desta formação no segundo segmento, equivalente ao terceiro e quartos ciclos do Ensino Fundamental, ainda não é muito explorada, principalmente na disciplina de Matemática. O objetivo do presente trabalho é contribuir para a mudança deste quadro, buscando identificar e analisar as escolhas e principais fatores que são considerados pelos professores na elaboração de um programa ou plano de curso de Matemática para a EJA. Para tanto, realizamos um levantamento inicial no curso de Suplência II da Rede Municipal de Diadema, por meio da aplicação de um questionário a alunos e professores. A partir da análise dos dados colhidos, constatamos divergências nos pontos de vista entre estes alunos e os professores a respeito do curso oferecido e dos objetivos propostos para este curso. O aprofundamento desta análise se deu numa segunda etapa, com a elaboração e aplicação de entrevistas com professores de Matemática da maior escola daquela Rede Municipal. As análises destas entrevistas nos permitiram identificar os principais fatores que dizem respeito à visão do professor sobre o curso, seu aluno e suas estratégias de trabalho. A utilização das mesmas estruturas e conteúdos do Curso Regular de Ensino Fundamental neste curso de Suplência é apontada como fator dominante e significativo, não conseguindo criar condições que possibilitem um maior aproveitamento das características deste aluno, diferentes do adolescente. Este aspecto aliado à falta de formação específica para a EJA e à ausência de uma política educacional para este segmento da Educação, causa na maioria das vezes, frustração no professor não contemplando suas expectativas nem as de seu aluno jovem ou adulto.

Introdução e Justificativa

Este trabalho visa apresentar um estudo sobre um segmento da Educação que vem sendo muito discutido atualmente: a Educação de Jovens e Adultos (EJA). A Lei das Diretrizes e Bases da Educação (1996) busca fixar um Ensino Fundamental que garanta no mínimo oito anos de escolaridade aos brasileiros. Apesar disso, um contingente de cerca de 22 milhões de pessoas ainda permanece analfabeto em nosso país. Na procura por alternativas para este enorme contingente de excluídos (Oliveira, 1999, p. 60), a EJA se apresenta como uma das possibilidades que tomam força nos últimos anos.

Originalmente identificada apenas pela faixa etária a que se destinava, hoje as características da EJA incluem o mesmo público que a escola regular. Segundo Haddad e Di Pierro (2000, p. 127):

> *"...os programas de educação escolar de jovens e adultos, que originalmente se estruturavam para democratizar oportunidades formativas a adultos trabalhadores, vêm perdendo sua identidade, na medida em que passam a cumpri funções de aceleração de estudos de jovens com defasagem série-idade e regularização do fluxo escolar".*

Assim, o curso da EJA se destina àqueles que tiverem uma passagem curta ou não sistemática pela escola, determinando um universo relativamente homogêneo no interior da sociedade contemporânea. Estas características específicas do curso criam a necessidade de um enfoque diferenciado no tratamento dos conteúdos abordados nas diversas

disciplinas que o compõem, sendo que neste trabalho discutiremos questões relativas à Matemática.

Nesta perspectiva, a construção de uma proposta curricular que venha ao encontro dos anseios dos professores e que faça frente às demandas do curso é um desafio que se apresenta e que procuramos tratar neste estudo na medida em que, focando os saberes e fazeres docentes associados a um currículo real para a EJA, buscamos identificar e compreender as escolhas e as concepções dos professores acerca deste curso.

A partir deste tema central, iremos discutir os dados que colhemos em nossa pesquisa sobre alunos, professores e características desse curso, principalmente no que se refere às escolhas para o Plano de Curso adotado.

Buscamos neste trabalho, assim como o proposto por Fonseca (1998, p. 82) referindo-se aos formadores de Educadores Matemáticos de Jovens e Adultos,

"Contribuir para uma compreensão amadurecida da mudança de perspectiva que representa passar da preocupação com "o que dá para ensinar de Matemática numa escola de jovens e adultos" para a busca da "inserção da Matemática na Educação Fundamental de pessoas jovens e adultas".

A EJA no Brasil

A própria origem do nome *supletivo* se apresenta contrária à esta perspectiva de mudança, pois segundo Soares(1999, pp. 29-30):

"O conceito de ensino supletivo é muito restritivo se comparado ao entendimento que se tem hoje sobre educação de jovens e adultos. Ensino supletivo é uma concepção superada de educação compensatória, de reposição de conhecimentos àqueles que não estudaram na idade própria".

Enquanto que para a EJA:

"A educação de jovens e adultos é um conceito mais ampliado, mais próximo da realidade da população que a demanda. Não se trata de mera transmissão de conhecimentos nem de projetos aligeirados com vistas à rápida aquisição do diploma. Educação é processo, é conhecimento, é reflexão, é interação, que requerem "tempo" e "espaços" apropriados para serem vivenciados".

Estaríamos assim, tratando de uma nova concepção de educação de adultos, não mais aquela destinada apenas a repor, a ser um ensino de segunda classe, mas sim, a criar condições de construir uma escola diferenciada para este público especifico. A busca por esta escola passou por diversos momentos históricos e exigiu a criação de dispositivos legais específicos que serão brevemente descritos a seguir.

Atualmente a EJA se insere na Lei das Diretrizes e Bases da Educação Nacional (LDB) – Lei nº 9394/96 de 26/12/96 e o parecer CNE nº 11/2000 do Conselho Nacional de Educação. A LDB diz:

"CAPÍTULO II - DA EDUCAÇÃO BÁSICA - SEÇÃO III - DO ENSINO FUNDAMENTAL

Art. 32. O ensino fundamental, com duração mínima de oito anos, obrigatório e gratuito a escola pública, terá como objetivo a formação básica do cidadão..."

Estes disposições legais, a princípio deveriam fornecer o necessário para a implantação de salas de EJA no Brasil, porém, como diz Soares (1999, p; 29):

"... a LDB transferiu a obrigação de EJA para estados e municípios, sobrecarregando estes últimos no tocante ao atendimento do preceito constitucional referido. No entanto, concretamente, através do FUNDEF (Fundo de Manutenção e Desenvolvimento do Ensino Fundamental e Valorização do Magistério)) impossibilitou que os mesmos municípios mantivessem classes de jovens e adultos. Neste sentido, o FUNDEF vem representando um indicador de exclusão de jovens e adultos do direito à educação. De um lado, tem-se a garantia constitucional de um direito; de outro, o não cumprimento por parte do Estado, desse mesmo direito".

A partir disto, as verbas oficiais destinadas à Educação passaram a ser distribuídas de maneira específica, sendo que o Ensino Médio fica a cargo do Estado e a Educação de Jovens e Adultos, aos Municípios, depois de atenderem às demandas do Ensino Fundamental e da Educação Infantil. Apesar do não cumprimento das diversas metas governamentais, ou da não priorização de recursos em relação a EJA, algumas cidades investem neste segmento da Educação. Transpostos estes problemas, além da falta de recursos disponíveis para assegurar a sobrevivência do curso, outro ponto a ser discutido é a continuidade entre a Suplência I (equivalente à 1ª à 4ª serie do EF) e a Suplência II (equivalentes à 5ª à 8ª séries do EF). A ausência de um currículo específico que garanta a continuidade destas duas fases da Educação de Jovens e Adultos, é um empecilho para muitos, além de não ser tomada como prioridade pelos Estados e Municípios. Na maioria das vezes, apenas é oferecido o Ciclo I, a Alfabetização.

No caso brasileiro, a definição de jovem ou adulto, juntamente com os artigos pertinentes na LDB, determinam o campo de atuação da EJA. Em termos mundiais, os objetivos de uma proposta de educação voltada exclusivamente para jovens e adultos, estão sintetizados na Declaração de Hamburgo (V Conferência Internacional de Educação de Jovens e Adultos – CONFITEA):

"Por educação de jovens e adultos entende-se o conjunto de processos de aprendizagem, formais ou não formais, graças aos quais as pessoas cujo entorno social considera adultos desenvolvem suas capacidades, enriquecem seus conhecimentos e melhoram suas competências técnicas ou profissionais ou as orientam a fim de atender suas próprias necessidades e as da sociedade. A educação de adultos compreende a educação formal e permanente, a educação não formal e toda gama de oportunidades de educação informal e ocasional em uma sociedade educativa e multicultural, na qual se reconhecem os enfoques teórico e baseados na prática". (CONFITEA - Declaração de Hamburgo, Artigo 3º - 1997)

Realizada a cada dez anos, a V CONFITEA contou com delegações de mais de 150 países e os debates giraram em torno do direito à *"educação ao longo da vida"*. O conceito de educação de jovens e adultos contidos na declaração na declaração envolve políticas educacionais que vão além da simples *alfabetização*, marca dominante nas políticas governamentais brasileiras das últimas décadas. As exigências do mercado de trabalho envolvem conceitos mais amplos do que o domínio da leitura e escrita, e com isso uma educação permanente exige um adulto com mais desenvoltura, que possa ser mais maleável na busca de sua própria formação.

Com o objetivo de pesquisar a realidade desenvolvida no trabalho com a EJA, tendo a V CONFITEA como parâmetro de comparação, realizamos um estudo no curso de EJA que é desenvolvida na cidade de Diadema, na Grande São Paulo.

O cenário da pesquisa

A cidade de Diadema, apesar dos escassos recursos, investe na EJA há mais de dez anos, com o MOVA (Movimento de Alfabetização) destinado à alfabetização inicial e EJA - 1º e 2º segmentos, equivalentes às 1ª à 4ª e 5ª à 8ª séries do Ensino Fundamental. Este trabalho se atém ao 2° segmento de EJA, especificamente à área de Matemática.

A Secretaria de Educação, Cultura, Esportes e Lazer (SECEL) de Diadema, publicou em dezembro de 2000, um documento que pretendia ser o norteador dos trabalhos para a EJA, o *"Currículo da EJA - Prefeitura Municipal de Diadema – 2000"*. Um dos pontos de análise em nossa pesquisa foi a estrutura do curso, segundo a comparação entre este documento oficial e o Plano de Curso de Matemática da rede Municipal de Educação.

A fim de confrontarmos os objetivos do curso com aqueles expressos pela SECEL, aplicamos um questionário a todos os professores de Matemática da Rede (num total de 17), para diagnosticarmos sua formação e propostas de ensino.

O perfil dos alunos foi pesquisado por meio de um questionário aplicado na maior escola da Rede Municipal (denominada "E6" e que, de um total de 400 alunos, 289 alunos responderam ao questionário).

Para finalizarmos nossa pesquisa, inicialmente foi realizada a dinâmica tipo *Mapa Conceitual* (Moreira, 1987) e posteriormente, entrevistas individuais com os três professores de Matemática da "E6". As análises das entrevistas seguiram os conceitos de *análise de conteúdos* descritos em Bardin (1979).

Considerações finais

Com base nas análises das entrevistas, podemos salientar os seguintes aspectos, levantados pelos professores:

- O professor busca no curso de EJA uma saída para as péssimas condições de trabalho em outras redes de ensino, municipal ou estadual. A indisciplina é apontada hoje como um dos fatores de maior desgaste do professor, e segundo ele, isso não ocorre na EJA, com um público diferenciado. Os professores apontam para um início de mudança desta realidade a partir das alterações na idade mínima para ingresso EJA.

- A EJA é apontada inicialmente, como uma situação quase idílica, onde o professor pode atuar como ele sempre imaginou: público interessado, condições de trabalho razoáveis, apoio para desenvolver este trabalho e com total liberdade de escolhas e de atuação. Aos poucos esta realidade se desfaz e o professor busca explicações para isso. As que ele encontra, quase sempre são as mesmas apontadas para o Curso Regular: desinteresse, interesse apenas pelo "diploma", falta de "base" (os chamados pré-requisitos). Isto desfaz também a idéia inicial apresentada por eles mesmos, das "vantagens" do Curso Regular.

- O professor também tenta justificar o desempenho dos alunos considerando que há muitas aulas, os alunos ficam cansados, os têm pouco tempo de estudo, etc.

- Outro ponto a ser considerado é sobre a suposta dificuldade que os alunos mais velhos têm em aprender. O discurso do professor é relativamente "preconceituso", na medida em que certas dificuldades dos alunos são relacionadas à idade.

***Entrevistador:* Você nota alguma diferença entre o trabalho com o Supletivo e o Curso Regular?**

***P1:* Tem. Em termos de aprendizado... Primeira diferença, eles tem mais tempo, é que o Regular que eu trabalhei, a faixa etária, apesar de ter indisciplina, essas coisas, eles são mais novos, eles tem mais facilidade, de assimilar.**

***Entrevistador:* E as mudanças em relação aos alunos?**

***P2:* Aos alunos a gente está sentindo a mudança de entrar mais adolescentes. E em relação ao aprendizado** *eu também acho que sim. O adolescente aprende mais rápido.*

- A partir de uma análise diagnóstica de conteúdos no início de cada semestre, o professor repensa seu plano. Entretanto, estas modificações buscam suprir a "falta de pré-requisitos" destes alunos, numa demonstração que a Matemática é encarada pelo professor como possuindo uma seqüência clara a ser seguida.

- Não existe uma integração sistemática entre a EJA do 1° e do 2° segmento. Cada curso define suas prioridades, independente do aluno. Isto acarreta um descompasso entre o que o professor do 2° segmento espera do aluno (pré-conceitos ou pré-requisitos) e a formação que ele traz do 1° segmento. Apesar de diversas vezes solicitada aos órgãos competentes, isto ainda não ocorre e os três professores apontam esta falta de comunicação como uma das dificuldades na elaboração de um plano mais próximo do que é aplicado na sala de aula.

- O professor se apresenta como buscando soluções para uma melhor aprendizagem, se sentindo na obrigação de tratar de assuntos práticos com estes alunos. O mercado de trabalho aparece como fonte de preocupação para os professores: de que forma seu curso poderá auxiliar o aluno futuramente? Estas "cobranças" ainda causam desconforto nos professores.

- O Plano de Curso adotado na Escola Municipal "E6" e que corresponde às demais escolas da Rede Municipal, deixa transparecer a visão do professor tarefeiro, executor de programas. Na mesma linha, o documento *"Currículo EJA 2000 – Diadema"*, em pauta no ano 2000 e que deveria ser a síntese do pensamento oficial da Secretaria de Educação para o curso de EJA, também não trouxe contribuições significativas aos professores. Pelas entrevistas, constatamos que o professor o consulta apenas para "ver a ordem" dos conteúdos. Podemos interpretar, a partir da análise das mesmas entrevistas, que isto se dá devido a pouca participação dos professores na sua elaboração, e conseqüente falta de compromisso com as questões ali tratadas.

- Apesar do professor mostrar-se consciente de que esta equiparação com o Curso Regular não tenha apresentado resultados positivos e embora participante do processo de seleção dos conteúdos (e a princípio, podendo intervir nas escolhas), ele opta pela introdução de mudanças de maneira individual. Esta consciência do professor aparentemente não basta para que ele perceba que mesmo no Curso Regular "com alunos que aprendem mais rápido" segundo seus depoimentos, o aproveitamento não é exatamente muito diferente do que no Curso Supletivo.

- Outro aspecto que foi levantado nas entrevistas é a necessidade de uma melhor formação (inicial e continuada) que auxilie o professor a atender os alunos com dificuldades de leitura e interpretação, essencial para um trabalho com Resolução de Problemas por exemplo. Os professores apontam também a escassez de material (livros didáticos ou paradidáticos) à disposição neste segmento da Educação, não permitindo uma maior comparação entre diversas experiências.

Referências Bibliográficas

BARDIN, Laurence. *Análise de conteúdo*. Lisboa, Portugal: Edições 70. 1979.

BRASIL. *Constituição da República Federativa do Brasil* (CF 88). Coordenação Maurício Antonio Ribeiro Lopes – 3ª edição revista e atualizada – São Paulo: EDITORA REVISTA DOS TRIBUNAIS. 1988.

FONSECA, Maria da Conceição Ferreira Reis, PEREIRA, Júlio Emílio Diniz, JANNES, Cinthia Elim, SILVA, Laura Portugal da. *O significado de um projeto de extensão universitária na formação inicial de educadores de jovens e adultos*. 23ª Reunião da ANPED. 2000. http://www.anped.org.br/1808.htm.

GOVERNO DO ESTADO DE SÃO PAULO. Conselho Estadual de Educação. *Deliberação CEE nº 17/97*. São Paulo: CEE/SP. 1997.

HADDAD, Sergio, DI PIERRO, Maria Clara. *Escolarização de Jovens e Adultos*. Revista Brasileira de Educação. São Paulo, nº 14. 2000.

MEC. *Diretrizes e Bases da Educação Nacional* – Lei nº 5.692 de 11 de agosto de 1971 e lei nº 4.024 de 20 de dezembro de 1961. Imprensa Oficial do Estado S/A – São Paulo: IMESP. 1978.

______ Secretaria de Educação Fundamental. *Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática*. Brasília: MEC/SEF. 1998.

______ Conselho Nacional de Educação/Câmara de Educação Básica. *Parecer CEB nº 11/2000*. Brasília: MEC. 2000.

MOREIRA, Marco Antonio. *Mapas Conceituais*. Marco Antonio Moreira e Bernardo Buchweitz. São Paulo: EDITORA MORAES. 1987.

OLIVEIRA, Marta Khol de. *Jovens e adultos como sujeitos de conhecimento e aprendizagem*. Revista Brasileira de Educação. São Paulo, nº 12. 1999.

PREFEITURA MUNICIPAL DE DIADEMA. *Currículo da EJA 2000*. 2000.

SOARES, Leôncio José Gomes. *A Educação de Jovens e Adultos: momentos históricos e desafios atuais*. PRESENÇA PEDAGÓGICA, Belo Horizonte, vol. 2, n. 11, pp. 27-35, setembro/outubro, 1996.

UM SABER ESCOLAR COM RÉGUA E COMPASSO

Elenice de Souza Lodron Zuin (UFMG / PUC Minas / FEAMIG)
Orientadora: Maria Manuela Martins Soares David
UFMG - Universidade Federal de Minas Gerais

Resumo

Neste artigo pretende-se evidenciar algumas das conclusões e reflexões da dissertação de mestrado "Da régua e do compasso: as construções geométricas como um saber escolar no Brasil". Avalia-se a trajetória de um saber que se torna autônomo dentro de grupos específicos ligados aos trabalhos manuais, constituindo-se posteriormente um conhecimento escolar.

Constata-se que o prestígio da disciplina Desenho Geométrico no Brasil não é totalmente abalado após a promulgação da LDB 5692/71, ao se verificar que o ensino das construções geométricas continuou presente em algumas escolas, muitas vezes de uma forma velada.

As principais fontes deste estudo foram livros didáticos e a legislação escolar, principalmente a partir de meados do século XIX. A Sociologia do Currículo dá suporte à pesquisa constituindo-se no principal referencial para as conclusões.

Introdução

As construções geométricas tinham grande prestígio desde a Grécia Antiga. É com Hipócrates de Quios que se estabelece que todo raciocínio deve ser provado e Platão, ao desenvolver um apurado raciocínio abstrato, impõe à Geometria um rigor matemático, sendo o primeiro a exigir demonstrações geométricas com a utilização de uma régua sem marcas e um compasso.

Por volta de 300 a.C., Euclides, com sua obra *Os Elementos*, dá maior ênfase às construções geométricas, sendo estas uma seqüência natural na demonstração dos teoremas. Uma das *septem artes liberales*, a Geometria fazia parte do *quadrivium*, estabelecendo-se como um campo científico, sendo estudada até os dias atuais.

Os Elementos, obra matemática mais estudada no Ocidente, em todos os tempos, só perde em traduções e edições para a Bíblia e por este motivo a teoria da geometria dedutiva grega foi sendo assimilada por diversos povos.

A obra de Euclides vai ser prestigiada nas escolas, servindo de livro-texto, influenciando outros autores que fazem adaptações da mesma.

Durante muito tempo, falar em Matemática era falar em Geometria, ou seja, a Geometria Euclidiana, como é destacado por Davis & Hersch (1995):

> *"as raízes da filosofia matemática, tal como da própria matemática, estão na Grécia clássica. Para os Gregos a matemática significava geometria e a filosofia da matemática, para Platão e Aristóteles, era a filosofia da geometria" (Davis & Hersch, 1995, p.305).*

É importante ressaltar que a Geometria fazia parte das disciplinas científicas (*quadrivium*), juntamente com aritmética, astronomia, geometria e música, e as disciplinas literárias (*trivium*), dialética, gramática e retórica. As primeiras, restritas ao especialistas e iniciados, corresponderiam ao ensino superior e as demais ao ensino secundário.

Construções geométricas, firmando-se como um conhecimento autônomo

Ao longo dos séculos, a teoria da Geometria vai distanciando-se das construções com régua e compasso, estas últimas vindo a se constituir um saber autônomo. Vamos encontrar esse saber isolado da teoria que o fundamenta com as Corporações de Ofício. [Entre os historiadores não há uma unanimidade com relação à época da origem das Corporações de Ofício. A designação Corporação não aparece antes do século XVIII. De acordo com o país se utilizavam os termos *ministeria*, *guilda*, *hansa*, *confraria*, *artes* (Wolff apud Gama, 1986, p. 89)].

De acordo com Gama (1986), as Corporações mantinham os seus manuais, tendo um grupo selecionado de construções geométricas como um dos "instrumentos" de suas técnicas. Percebemos aqui, nitidamente, uma compartimentação do saber. Geoff Esland (1971) afirma que a compartimentação do conhecimento, em diversas disciplinas, é o reflexo dos interesses de determinados grupos profissionais e sociais.

Com a extinção das Corporações de Ofício, onde formava-se a mão-de-obra especializada em diversos ramos, tem-se a necessidade de incorporar os conhecimentos práticos aos saberes escolares, tornados um conteúdo ou uma matéria. Isso acontece com as construções geométricas quando passam a ser ensinadas tendo pouca ou nenhuma relação com a teoria da Geometria Euclidiana.

No Renascimento (século XIV a XVI) as construções geométricas ganham mais prestígio através de diversas personalidades. Temos, entre elas, Leonardo da Vinci (1452-1519) com seu tratado científico sobre perspectiva e pintura, "*Tratado de la pintura*"; Piero della Francesca (1416-1492), escrevendo sobre pintura e perspectiva em "*De prospettiva pingendi*", aplica o método dedutivo de Euclides, apresentando a perspectiva como uma ciência e se utilizando das construções. Outra contribuição vem de Luca Pacioli (1445-1517) com "*De Divina proportione*". O Renascimento enaltece tudo o que é geometricamente perfeito. É a partir desta época, principalmente, que "o ensino do Desenho saiu do aprendizado prático para constituir uma disciplina organizada pedagògicamente". (Pinheiro, 1939, 23).

Obras com a utilização dos traçados geométricos, voltados para a prática, começam a ser publicadas a partir do século XVI. (Gama, 1986).

A Primeira Revolução Industrial imprime uma nova forma de vida: a migração da população rural para as cidades, mudança de uma economia agrária e baseada no trabalho manual para uma economia dominada pela indústria mecanizada. Neste contexto, as construções geométricas da Geometria Euclidiana são fundamentais para construção de máquinas, desenho das novas vias de transporte, entre outros. O Desenho, como pré-requisito fundamental nos trabalhos mecânicos, auxilia o desenvolvimento da técnica. As construções geométricas vão estar ligadas à noção de progresso, sendo muito valorizadas.

As construções geométricas como um saber escolar no Brasil

A influência francesa no ensino brasileiro foi marcante (Valente, 1999). Verificamos que isso acontece também em relação ao ensino das construções geométricas como um saber escolar autônomo, distante da teoria da Geometria Euclidiana. Consideramos que a influência mais marcante nesse campo do conhecimento acontece com Eugène Guillaume (1882-1905), ao prestigiar a geometria, considerando esta como a base de toda a representação gráfica. Em 1866, ele integra uma comissão que reorganizou o ensino de Desenho na França, propondo uma reforma, determina os objetivos para as várias aplicações do desenho técnico e uma bibliografia. Como o desenho técnico era aplicado a vários ramos, Guillaume considerava que o mesmo deveria ser ensinado simultaneamente em todas as escolas de arte técnica.

Com seu método de ensino, calcado na resolução gráfica com instrumentos de problemas clássicos da geometria, com rigor nas construções, Guillaume atinge o seu objetivo. A metodologia proposta passa a ser adotada oficialmente, durante trinta anos, em todas as escolas francesas. (Bandeira, 1957). É a partir desta época, também, que teremos textos didáticos com ênfase nas construções geométricas, sendo estes cada vez mais divulgados, inclusive fora das fronteiras da França, determinando que fosse seguida esta nova metodologia em outros países. (Nascimento, 1994).

Embora as construções geométricas, como um saber escolar, já estivessem presentes no século XVII, isso não se consolida tão imediatamente em todos os países. Observamos que livros de autores franceses estudados, na primeira metade do século XIX, como Lacroix, Legendre e Vincent contemplam as construções geométricas inseridas no estudo da Geometria. (Valente, 1999). Essa influência é marcante no Brasil que adota esses autores ou suas compilações por professores brasileiros.

No Brasil, a referência nacional, na segunda metade do século XIX, era *Elementos de geometria e trigonometria rectilinea*, de Cristiano Benedito Ottoni (1811-1896), adotado no Colégio Imperial Dom Pedro II até 1898. (Valente, 1999). A obra, com primeira edição em 1853, traz as construções incorporadas à teoria. O autor baseia-se no *Cours de Géométrie* de Vincent. Apesar de a obra de Ottoni ser muito utilizada em todo o Brasil, vamos encontrar, nas últimas décadas do século XIX, autores franceses (Tronquoy, 1870; Jeanneney,1882) e brasileiros (Gama, 1872; Pacheco, 187?; Neves, 1881) publicando textos dedicados exclusivamente às construções geométricas, demonstrando haver escolas que tratavam esse conteúdo isolado da Geometria. Estes textos contribuem para reafirmar a hipótese de que a reforma de Guillaume vai influenciar o ensino das construções geométricas como um saber escolar autônomo também no Brasil. Outras obras no mesmo estilo vão sendo publicadas sem se aterem a uma legislação oficial até 1931, quando acontece a Reforma Francisco Campos. A Portaria de 30 de junho de 1931, que tratava dos programas do curso fundamental do ensino secundário, dando instruções pedagógicas, inclui o Desenho Geométrico, tratando *das construções geométricas planas, destinado a resolver os problemas do plano bidimensional, através dos instrumentos*, como disciplina obrigatória.

Revelando o grande prestígio do Desenho Geométrico, a disciplina é mantida em todas as séries do curso ginasial e na 1ª e 2ª séries do curso secundário, de acordo com o *Programa para o ensino secundário*, publicado em 1951. Essa situação começa a mudar com a LDBEN 4.024, promulgada em 1961. O Conselho Federal de Educação propõe o Desenho Geométrico como uma disciplina complementar obrigatória, entre duas das quatro opções de currículo do 1° ciclo, e uma das quatro do 2°.

O ensino das construções geométricas vai sendo deixado de lado, por algumas escolas, em função da LDB de 1961. O golpe vem realmente com a LDBEN 5692, sancionada em 1971, quando o Desenho Geométrico não mais integra o quadro de disciplinas obrigatórias, comparecendo apenas no conjunto das disciplinas complementares da parte diversificada do currículo, no qual as escolas teriam livre escolha. Uma outra mudança significativa foi a inclusão obrigatória da Educação Artística em todas as séries do 1° e 2° graus (correspondentes ao ensino fundamental e médio, respectivamente).

Trajetória do ensino das construções geométricas após 1971 no Brasil

O fato de o Desenho Geométrico não estar entre as disciplinas obrigatórias vai influenciar para que a mesma seja excluída das grades curriculares de muitas escolas. Isto se comprova com a queda na venda e publicação de livros didáticos nesta área, na década de 70. Por outro lado, as publicações na área de Educação Artística são muitas e diversificadas.

Em contrapartida, vozes a favor do Desenho Geométrico se fizeram ouvir, tendo respostas do Conselho Federal de Educação que se pronunciou, em alguns Pareceres, favoráveis ao ensino das construções geométricas, reconhecendo o valor da disciplina na formação geral dos alunos.

Os Pareceres, publicados em épocas diferentes, demonstram posições distintas dos conselheiros em relação ao lugar do Desenho Geométrico nos currículos: ora como disciplina autônoma, ora integrada ao ensino da Matemática, ora inserida nas aulas de Educação Artística. Esta última era muito adequada às escolas que deveriam cumprir a legislação tendo a Educação Artística em seus currículos, mas que prestigiavam o ensino das construções geométricas. Elas estariam amparadas oficialmente quando adotassem um livro de Educação Artística que apresentasse conteúdos voltados para o Desenho Geométrico. É isso que nos confirmam algumas publicações de textos didáticos naquela área como: *Desenho: educação artística*, de André Herling e Eiji Yajima, editada pelo Instituto Brasileiro de Educação Pedagógica - IBEP; *Desenho Geométrico: educação artística*, de Leni Maria Navolar Bonermann e Jocelin J. Vianna Silva, da editora Arco-íris, nas quais é explícita a referência ao Desenho Geométrico. Ou, ainda, *Educação Artística, estudo dirigido: expressão musical, expressão corporal, expressão plástica*, de Jurema B. Waack e Maria Célia Chistololetti, editada pelo IBEP; *Viver com arte: educação artística*, de Natália Xavier e Albamo Agner, editora Ática; *Educação artística – Reviver a nossa arte*, de Thelma Vasconcellos e Leonardo Nogueira, da Scipione; *Hoje é dia de arte*, de Malaí Guedes de Oliveira, IBEP. Estas coleções, apesar de não apresentarem no seu título nenhuma ligação com o Desenho Geométrico, trazem diversos conteúdos dedicados às construções geométricas com régua e compasso. Estes didáticos comprovam que o ensino das construções geométricas continuou presente em diversas escolas, embora de forma um pouco velada, uma vez que era tratado nas aulas de Educação Artística. Outras escolas mantiveram o Desenho Geométrico em seus currículos, adotando os poucos livros que eram encontrados no mercado ou produzindo suas próprias apostilas.

Em 1981, no *II Congresso Nacional de Desenho*, em Florianópolis é destacada a importância curricular do Desenho Geométrico. A legitimação do ensino das construções geométricas, por algumas instituições escolares, é confirmada com a publicação de novas coleções de livros didáticos, na década de 80 do século XX, por editoras como a Scipione, Ática, FDT, Moderna, entre outras.

Em nosso estudo avaliamos que o ensino das construções geométricas continuou, principalmente, em escolas destinadas à elite econômica e à elite intelectual. Para Young (1982), *grupos especialmente selecionados da sociedade*, que estão matriculados nas escolas de elite não excluíram determinados saberes escolares, mesmo com as reformas oficiais da legislação escolar. É interessante destacar que o ensino de geometria foi mantido em colégios tradicionais, valorizados pelos grupos de elite (Pavanello, 1989). Entrevistas com professores de Desenho Geométrico também referendam as nossas inferências. Estão expressos aqui, através de um currículo diferenciado para determinadas classes, os interesses dos grupos sociais dominantes. (Young, 1972; Apple 1982).

Com essas constatações, podemos dizer que não é por acaso que, em geral, as instituições que mantiveram como ponto forte dos seus currículos o ensino de Geometria, também optaram por manter o Desenho Geométrico. Para Pavanello (1989, p.100) "a grande massa não tem acesso" à Geometria "a não ser no que ela tem de prático, de útil, no que se refere diretamente às profissões – e até mesmo isso lhe é negado, à medida que se 'ampliam' as oportunidades educacionais das classes inferiores da sociedade, e se reduz o caráter diretamente profissional da educação." É o mesmo que se conclui no tocante às construções geométricas. Nos cursos profissionalizantes o acesso a esse saber se dá de uma forma limitada, sem bases sólidas, pois não são apresentadas justificativas, demonstrando a falta de correlações com a Geometria Euclidiana.

Um olhar sobre o ensino das construções geométricas nos PCN de Matemática

Os Parâmetros Curriculares Nacionais de Matemática, para o 3° e 4° ciclos do ensino fundamental, tiveram uma versão para discussão nacional em 1996 e sua versão oficial publicada em 1998. Verificamos nesse documento a valorização do ensino da geometria e das construções geométricas com a utilização de instrumentos de desenho. Esse modelo vem sendo seguido por autores de livros de Matemática, como Imenes & Lellis, Gelson Iezzi. Apesar disso, entendemos que não há garantias de que as escolas integrem as construções geométricas nas aulas de Matemática, mesmo porque muitos dos professores não estão habilitados a realizar esta prática. Isto porque vários cursos de licenciatura em Matemática não enfocam as construções geométricas com régua e compasso nos seus currículos. Além disso, a maioria dos professores também não teve acesso a esse saber na escola básica, pois pertence a uma geração que foi afastada do Desenho Geométrico. Mesmo que as escolas sigam os PCN de Matemática, os conteúdos propostos para serem trabalhados com régua e compasso são muito restritos. Os alunos terão um conhecimento muito inferior se comparado com o das escolas que mantêm o Desenho Geométrico como uma disciplina escolar, principalmente naquelas em que são realizadas as devidas pontes com a geometria euclidiana. Mais uma vez, é comprovada a distância entre os currículos prescritos para diferentes classes sociais. Constata-se a hierarquização dos saberes escolares. A estratificação do conhecimento e a estratificação social estão diretamente relacionadas com o currículo escolar, sendo este um reflexo da distribuição do poder na sociedade. (Young,1972).

Referente à história das disciplinas escolares e currículos na educação brasileira há muito por pesquisar, investigando-se os fatores, econômicos, políticos e sociais, perpassando pelos princípios de controle social e cultural, que pairam sobre a transmissão do conhecimento.

BIBLIOGRAFIA E REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

APPLE, Michael W. Ideologia e currículo. São Paulo: Brasiliense, 1982.

BONERMANN, Leni Maria Navolar & SILVA, Jocelin J. Vianna. Desenho Geométrico: educação artística. Curitiba: Arco-íris, [19-] 4v.

BOYER, Carl. História da Matemática. Trad. Elza E. Gomide. 2. ed. São Paulo: Edgard Blücher, 1996.

BRASIL. Secretaria de Educação Fundamental. Parâmetros Curriculares Nacionais: matemática - 3° e 4° ciclos. Brasília: MEC/SEF, 1998.
Disponível em: <http://www.sinepe-sc.org.br/5a8mtm.htm>. Acesso em: 24 mar. 2001.

DAVIS, Philip J. & HERSH, Reuben. A experiência matemática. Trad. Fernando Miguel Louro e Ruy Miguel Ribeiro. Lisboa: Gradiva, 1995.

GAMA, Ayres de Albuquerque. Elementos de Desenho Linear.1.ed. Rio de Janeiro: H. Garnier, 1872.

________________. Elementos de Desenho Linear. 6. ed. Rio de Janeiro: H. Garnier, 1922.

GAMA, Ruy. A tecnologia e o trabalho na história. São Paulo: Nobel/EDUSP, 1986.

HERLING, André & YAJIMA Eiji. Desenho: educação artística. São Paulo: Instituto Brasileiro de Educação Pedagógica - IBEP, [1983?] 4v.

JEANNENEY, V. Le dessin - cours rationnel et progressif (A l'usage des écoles primaires élémentaires et supérieures, des écoles normales et des lycées et collèges). Paris: P. Garcet et Nisius, 1882.

KLINE, Morris. Matematicas para los estudiantes de humanidades. Trad. Roberto Helier. México: Fondo de Cultura Económica, 1998.

NASCIMENTO, Roberto A. O ensino do desenho na educação brasileira: apogeu e decadência de uma disciplina escolar. 1994. 75f. Dissertação (Mestrado em Educação) – Faculdade de Filosofia e Ciências, Universidade Estadual Paulista, Marília.

OLIVEIRA, Malaí Guedes. Hoje é dia de arte. São Paulo: IBEP, [1980?]. 4v.

PACHECO, Paulino Martins. Curso de desenho linear geometrico. 3. ed. Rio de Janeiro: Laemmert & Comp. Editores, 1905.

PAVANELLO, Regina M. PAVANELLO, Regina M. O abandono do ensino de geometria: uma abordagem histórica. 1989. 195f. Dissertação (Mestrado em Educação) – UNICAMP, Campinas.

PINHEIRO, Gerson Pompeu. O desenho para o arquiteto. Rio de Janeiro: Rodrigo & Cia, 1939.

TRONQUOY, Amable. Dessin Linéaire Géométrique et Éléments de Lavis. Paris: Ch. Delagrave et Cie, Libraires-Éditeurs, 1870.

VALENTE, Wagner Rodrigues. Uma história da matemática escolar no Brasil (1730-1930). São Paulo: Anna Blume, 1999.

VASCONCELLOS, Thelma & NOGUEIRA, Leonardo. Educação artística – Reviver a nossa arte. São Paulo: Scipione, 1985. 4v

WAACK, Jurema Barros & CHRISTOFOLETTI, M. Célia Bombana. *Educação artística, estudo dirigido*: expressão musical, expressão corporal, expressão plástica. São Paulo: IBEP, [1979?] 4v.

XAVIER, Natália & AGNER, Albamo. Viver com arte: educação artística. Livro do Professor. São Paulo: Ática, 1982. 4v.

YOUNG, Michael F. D. Uma abordagem do estudo dos programa enquanto fenômenos do conhecimento socialmente organizado. In: Gracio, Sérgio & STOER, Stephen (Orgs.) Sociologia da educação-II: antologia, a construção social das práticas educativas. Portugal: Livros Horizonte, 1982.

__________. Knowledge and control: new directions for the sociology of education. London: Collier-Macmillan, 1972.

ZUIN, Elenice de Souza Lodron. Da régua e do compasso: as construções geométricas como um saber escolar no Brasil. 2001. 206 f. Dissertação (Mestrado em Educação) – Faculdade de Educação, Universidade Federal de Minas Gerais, Belo Horizonte.

• * * * * * * *

A INTER-RELAÇÃO FORMA E CONTEÚDO NO DESENVOLVIMENTO CONCEITUAL DA FRAÇÃO

Érica Maria Toledo Catalani (ericamtcatalani@uol.com.br)
Orientadora: Dra.Anna Regina Lanner de Moura
UNICAMP

INTRODUÇÃO

O ensino de fração, tema fundamental dessa pesquisa, tem sido freqüentemente foco de estudos e pesquisas que, de modo geral, tem por finalidade trazer contribuições para o processo ensino-aprendizagem desse conceito.

Nossa investigação se situa nesse campo e assumimos investigar com alunos do quarto ano do Ciclo I, que compreende as quatro primeiras séries do Ensino Fundamental, a questão: *"como as elaborações conceituais de fração desses alunos estão relacionadas à proposta do desenvolvimento conceitual tratado sob a inter-relação forma e conteúdo?"*, desenvolvendo com eles atividades que problematizam o aspecto contínuo da realidade no sentido de sua enumeração, considerado essencial para o desenvolvimento do conceito de fração.

Para poder responder a esta questão julgamos necessário inserir nosso estudo na realidade escolar de forma que ele fizesse parte do cotidiano em que o aluno se encontra envolvido. Nessas condições, avaliamos importante intervir como professora de matemática na sala de aula pesquisada e a fim de concretizar, na ação pedagógica, uma proposta de atividades que possibilitasse ao aluno poder buscar suas experiências pessoais, com relação ao conceito de fração, ao mesmo tempo em que refletisse conceitualmente sobre elas.

Os motivos que nos levaram a assumir esta questão residem em nossas experiências anteriores tanto atuando como professora de matemática na rede estadual como atuando como em cursos para professores. Foi em razão do Projeto de Educação Continuada da Secretaria de Educação de São Paulo realizado em 97/98 - PEC/Pólo 3 que formou-se o grupo "Caraça", no qual compartilhamos o estudo de atividades que recuperam os movimentos dos conceitos matemáticos, oportunizando a reflexão sobre o desenvolvimento conceitual do número inteiro, da fração e da razão que seriam implementadas com os professores da rede.

Durante este trabalho vimos que o conhecimento de muitos professores, sobre frações, se restringia às técnicas de cálculo e ao conhecimento de jogos que previam a aplicação desse conceito. Neste mesmo período adaptamos algumas atividades da proposta de desenvolvimento conceitual da fração do livro de LIMA (1998) para desenvolvê-las com os alunos. Os resultados não foram diferentes.Foi então que se revelou o interesse por observar sistematicamente as elaborações dos alunos sobre o conceito de fração.

Aliado a esse interesse encontrava-se a questão do conhecimento matemático e a ênfase dada a seu aspecto lógico e formalizado, acarretando num ensino que, em geral, prioriza o aspecto da operacionalidade do conceito.

De modo equivalente, a aprendizagem da fração e suas técnicas operatórias eram postas como ferramentas para a resolução de problemas e os alunos recebiam o treinamento do algoritmo, o que não permitia sequer que participassem com suas experiências pessoais, elaborando seus próprios procedimentos de resolução. De tal modo, a matemática seguia, sendo tratada como um conhecimento estático, pronto e definido a priori, onde cada problema só pode ter um procedimento de resolução.

Verificamos ainda, que nos últimos anos, os diversos cursos de capacitação ou artigos em revistas voltados para educadores, focalizavam a utilização de materiais manipulativos no ensino do conceito de fração. Observava-se, no entanto, que embora estes materiais fossem utilizados com maior freqüência, pouco se alterou no desempenho dos alunos. Isto porque, os materiais manipulativos têm sido utilizados freqüentemente na passagem da linguagem cotidiana para a científica, entendendo esta passagem como uma simples transferência de representação de uma para outra, ou seja, de transposição de linguagem. Assim, esse material é empregado como instrumento que tem relação direta com a escrita formalizada do conceito servindo somente para demonstrar os mecanismos dessa escrita, ou seja, sua operacionalidade.

Em síntese, nossa experiência profissional assinalava que nas práticas escolares, o conceito de fração, repetidamente, era apresentado de forma desvinculada do seu conteúdo, centrando-se na linguagem formal, no treinamento de técnicas operatórias e na manipulação de materiais, sem permitir que os alunos explorassem suas próprias experiências pensando sobre elas, que desenvolvesse os conceitos matemáticos numa interação entre o agir e o pensar de forma crítica e criativa. Inquietados com essa proposição nos colocamos a tarefa de buscar algumas respostas.

Deste modo, em oposição à perspectiva de tratamento que valoriza unicamente o aspecto operacional do conceito, pretendemos abordar o conceito de fração como movimento que parte do pensar sobre a realidade na qual estamos imersos e a partir dela manifestar o conhecimento sobre o controle das variações quantitativas de objetos cujo aspecto a ser relevado nessa quantificação é o de natureza contínua. Essa forma de tratamento do conceito, em geral não está presente nas abordagens de ensino da fração nas escolas.

Cumpre observar que, por trás da ênfase do ensino de fração, apenas no seu aspecto simbólico que restringe sua compreensão ao entendimento da organização dessa linguagem enquanto sua gramática, encontramos a fração como a primeira conexão bem sucedida, realizada pela humanidade, entre dois movimentos quantitativos regulares e que constitui o embrião do pensamento do conceito de racionalidade.

Por isso acreditamos que apresentando aos alunos problemas que os desafiem no controle de variações quantitativas, partindo de situações onde se viabilize a re-criação das principais conexões do conceito de fração, em interação com o professor e os colegas, eles se coloquem para pensar o conceito e não somente aplicá-lo tecnicamente.

As pesquisas sobre fração que nos antecederam tiveram por base em seus estudos referências das teorias cognitivistas. Seguramente, elas consistem em indicadores importantes sobre este tema ao trazerem contribuições sobre a construção das estruturas do pensamento operatório deste conceito tanto em situações experimentais como em propostas de ensino com alunos de diversas faixas etárias. Nas pesquisas mais recentes esse referencial teórico tem fundamentado estudos sobre a importância das diferentes representações da fração na constituição do conceito de racionalidade.

Essas investigações servem para demarcar nossa questão de pesquisa no sentido de diferenciar-nos daquelas que tomaram para estudo o conceito de fração em sua síntese atual, isto é, sua linguagem na forma simbólica – que é resultado final das diversas elaborações de pensamento e linguagem na atividade social e histórica da humanidade.

PRESSUPOSTOS TEÓRICOS

A dinâmica criativa na aprendizagem do conceito – a unidade forma e conteúdo

Tomando, para o ensino de fração o que apresenta KOPNIN (1978) à ciência, a ênfase no formalismo lógico, tradicional, oculta os movimentos constitutivos do pensamento do conceito, reduzindo-o à mecanização do pensamento matemático por parte do aluno.

Mas, quando consideramos para o conceito o que FISCHER (1959) coloca para o desenvolvimento em geral, temos que em sua forma *desenvolvida* e complexa, o conceito encerra um movimento duplo, um com tendência conservadora de síntese e sistematização (a forma) e, outro com tendência de superação das dificuldades, portanto, revolucionário (o conteúdo). Dessa forma podemos formular que o ensino do conceito que fragmenta esse duplo movimento e que dá à forma maior importância, além de reduzir o pensamento ao aspecto mecânico conforme o que foi enunciado por KOPNIN (1978) e LIMA (1998), contribui para a alienação do ser humano da totalidade do processo de produção de conhecimento, conforme o enunciado por FISCHER (1959).

O sujeito que aprende sem a possibilidade de formar todos os nexos do conceito se aliena, de um lado, dos processos de constituição do conhecimento e da dimensão ocultada pela

forma atual do conceito e, de outro, do movimento para o desenvolvimento criativo do conhecimento – sua dimensão criativa.

O processo que trata *a forma* destacada *do conteúdo* centra-se na apreensão da forma vazia de sentido, determinada apenas pelo puro pensamento de regras e do seu correto emprego. Recorrendo às formulações de LIMA (1998) e SKOVSMOSE (1992) consideramos que o ensino que se centra na forma do conceito fatalmente reproduziria a estrutura prescritiva e algorítmica inerente a ela. Ensinar um conceito a partir de sua forma atual, representada em linguagem formalizada constituída de símbolos organizados segundo regras específicas, dificilmente daria oportunidade ao aluno de refletir sobre este criando formas de pensamento que não necessariamente são as do sistema formalizado.

FISCHER (1959), nos indica que a idéia de tratar *a forma* como primária e *o conteúdo* como secundário reflete uma reação típica de caráter ideológico e controlador, característica do movimento da ciência em sua tendência em adquirir um caráter neutro, racional e extremamente lógico, distanciado de toda a historicidade do conhecimento.

Interpretamos que a influência desse movimento positivista da ciência no ensino tornou-o fragmentado e centrado na repetição e na forma simbólica. No caso do ensino da fração, não foi diferente, essa perspectiva tolheu do aluno a possibilidade de construir uma nova leitura da realidade e de recriar o movimento crítico do conteúdo desse conceito.

Recuperar a inter-relação entre forma e conteúdo, um que vela e o outro que revela, é inspiradora de um ensino que permite ao aluno uma elaboração do conceito de maneira a participar dos movimentos humanos que o constituíram e também permite o enfoque da lógica dialética das formas de pensamento.

Isto porque, segundo KOPNIN (1978), enquanto a lógica formal se interessa pela própria forma lingüística de expressão de uma idéia a lógica dialética estuda, sobretudo, o conteúdo mental (do pensamento) expresso na forma lingüística dando atenção especial à relação desse conteúdo mental com a realidade objetiva. A lógica dialética, diferente da lógica formal, *procura penetrar no próprio processo de aquisição do conhecimento, no próprio processo de pensamento, no modo em que nele se reflete a realidade objetiva.(Cj.Kopnin,1978.p.85)*

Para recriar este movimento de relação do pensamento com a realidade objetiva, adotamos o ponto de vista que resgata a dimensão ocultada pela forma atual do conceito de fração numa interação dialética com esta. Uma visão a partir da qual se amplia a realidade, enquanto espaço de interação social, e se vislumbram as conexões essenciais entre esta e o conceito.

Vale destacar que, de modo geral, é na forma – linguagem simbólica – que reside a aplicabilidade do conceito, ou seja, em seu aspecto de síntese do movimento de criação do conceito e que representa seu retorno transformador sobre a realidade objetiva, externa ao ser que conhece. Este retorno elimina modos de atuar sobre esta considerados trabalhosos por serem mais elementares.

Os movimentos educacionais que se concentraram em eliminar ou amenizar a alienação evidenciada por FISCHER (1959), e recuperar a complexidade e multilateralidade da linguagem do conceito de fração cometeram equívocos por continuarem considerando apenas a dimensão simbólica no estudo/ensino do conceito de fração. Não estamos defendendo que existe uma dimensão não simbólica, mas estamos considerando dimensão simbólica, a ênfase no formalismo matemático com seus símbolos e regras organizados rigidamente pela lógica formal.

Estando a forma organizada pelo formalismo lógico inerente à lógica formal, neste caso, o conceito formalizado-algoritmizado, resultado da exploração até as últimas conseqüências de sucessivas generalizações, ela se torna um instrumento tecnológico. Na visão de alguns educadores esta interpretação do conceito de fração, unicamente, em seu aspecto de aplicação técnica – a *forma*, ou seja, como instrumento tecnológico tem como resultado outro equívoco, o conceito de fração poderia ser substituído, tranqüilamente, pelo ensino de um instrumento mais útil, o número decimal.

Reafirmamos que nossa opção se volta para o movimento do pensamento criador da fração, ultrapassando o rigor dos dispositivos lógicos formais que reprimem o pensamento e o mantêm em certos limites.

Analisando como o conceito de fração revela a dinâmica mais geral da atividade prática histórico-social que o gerou, dirigiremos nosso olhar para essa dinâmica na criação da fração buscando na inter-relação do conteúdo e da forma de pensamento desse conceito, recuperar o aspecto criativo do conhecimento. A descrição desta dinâmica em suas principais conexões constitui o capítulo III deste estudo.

Em relação ao ensino de fração, a "forma" se apresenta como sínteses registradas sob a linguagem de numérica fracionária definida por um conjunto de relações lógicas. Esta forma fracionária se diferencia do número natural e, ao ampliar suas propriedades, constitui um novo conjunto numérico. O "conteúdo", velado por esta forma numérica, retrata a dinâmica das relações e contextos que geraram o conceito, isto é, todo o seu movimento de produção, frente às necessidades de quantificação de aspectos contínuos das grandezas.

Abordando a inter-relação conteúdo/forma do conceito de fração, configurando-a no movimento das formas de pensamento que partem da intuição ao juízo/conceito de fração, não nos limitamos às características universais da tecnologia do conceito, a qual se atribui, hoje, o *status* de ciência.

Como é sabido o conceito de fração hoje se apresenta sob a *forma* simbólica $^{a}/_{b}$ cuja condição que determina a existência desse número exige que *a*, chamado de numerador e *b*, chamado denominador, sejam números naturais e, ainda *b* tem que ser diferente de zero. O significado relacionado a esta forma numérica compreende em primeiro lugar, o de número natural se *a* for múltiplo de *b* com a divisão de *a* por *b* e, em segundo lugar, se não for satisfeita a condição de *a* ser múltiplo de *b*, a de fração. Aí o significado fica depositado na idéia de *"algo dividido em partes iguais. Dentre essas partes, consideramos uma ou algumas, conforme nosso interesse. Ex.: Angenor comeu ¾ de um chocolate. Isto significa que, se dividíssemos o chocolate em 4 partes iguais, Angenor teria comido 3 dessas partes (...)"(Cf.*Livro didático da 5ªsérie "Matemática e vida" , Ed.Ática,1990.). Justamente por esse seu alto grau de generalização, hoje, este conceito se ampliou para o conceito de racionalidade e adquiriu alto poder de aplicabilidade tecnológica.

Este conceito, diferente daquele que tinham os egípcios em torno de quatro mil anos a.C., só atualmente é considerado uma tecnologia que se diferencia por sua universalidade de aplicabilidade. Considerando que cada civilização elabora a universalidade tecnológica que lhe convém e lhe é possível pelas condições de conhecimento objetivo da sua época, o que vemos hoje na fração egípcia, e que caracterizamos como rudimento e ferramenta, para eles era a perfeição tecnológica na mesma medida que a nossa forma fracionária atual.

Vale lembrar que cada época considera a sua elaboração a última generalização possível do conceito. Portanto, considerar o conceito de fração na fase que parte da intuição/juízo não para a época, mas para nós hoje, não significa destituí-la do status de conhecimento a que chegou na época, mas encontrar, nela, aspectos de sua elaboração que são comuns ao pensamento humano de qualquer época. Pensamento humano enquanto processo individual de desenvolvimento de conhecimento mediante uma visão do conceito em constituição permanente, num processo de elaboração do plano da consciência humana particular/universal e individual/coletiva.

É neste sentido que se justifica nossa opção por um enfoque de ensino que não prioriza a linguagem simbólica atual e, ao contrário, optamos por estudar o conceito de fração, na perspectiva da re-criação de seu conteúdo de caráter dialético com sua forma. Organizar as atividades frente à dinâmica criativa do conceito de fração envolveu refletir sobre o desenvolvimento desse conceito na perspectiva identificada por lógico-histórica de estudo do conceito (KOPNIN,1978). Nesta acepção, a história assume função de investigação sobre a criação, evolução e compreensão dos conceitos e a de organizadora da atividade pedagógica.

METODOLOGIA

O caráter de nossa pesquisa requereu a interpretação das atividades realizadas pelos alunos na perspectiva da elaboração humana de conhecimentos e, para tanto buscamos fundamentação teórica que faz referência ao processo de desenvolvimento de formas de pensamento – juízos e conceitos – integrantes do movimento da forma e do conteúdo do conceito de fração, encontrada em LIMA (1998), CARAÇA (1998), HOGBEN (1970) e ALEKSANDROV at al (1988).

Assim, na análise dessas manifestações, pretendemos observar o movimento do conteúdo e forma do pensamento assinalado por KOPNIN (1978). Ao partir do princípio de que a apreensão de dado conhecimento não pode ser reduzida à análise lógico-formal da linguagem, o autor aponta que o movimento do conceito como totalidade encontra suas bases na dialética entre forma e conteúdo do conceito, apresentando que *"a apreensão da passagem do nível empírico ao teórico, ao contrário de uma simples transferência de conhecimento da linguagem cotidiana para a científica, ocorre como uma mudança <u>de conteúdo e forma do conhecimento</u> que não pode ser reduzida simplesmente à análise lógico-formal da linguagem".(pág.24, grifo nosso)*

Sob esta perspectiva, os juízos e conceitos de medida e grandeza constituem conexões básicas para a elaboração do conceito de fração e são identificados como fundamentais por meio do estudo da história deste conceito. Estas conexões foram buscadas na história do desenvolvimento conceitual da fração por proporcionar o planejamento e organização das atividades e também por se tornarem elementos para analisar as elaborações dos alunos.

Nosso propósito em observar as elaborações dos alunos e qual a correlação dessas elaborações com a proposta da atividade exigiu que o planejamento das atividades buscasse o desenvolvimento que restabelecia o movimento forma e conteúdo do conceito de fração na aprendizagem. As principais conexões encontradas no desenvolvimento lógico-histórico deste conceito possibilitaram a identificação das *necessidades concretas* que constituiriam a situação-problema a ser resolvida nas atividades da pesquisa. As principais conexões deveriam ser problematizadas de forma que os alunos a assumissem como uma situação real para eles.

A opção pela pesquisa em sala de aula com um grupo de alunos do quarto ano do Ciclo I (tendo uma média de idade de 10 anos) da Escola Municipal de Ensino Fundamental Raimundo Correia, situada na periferia de São Paulo-Capital (Zona Leste) deve-se, de um lado, ao fato da pesquisa não se restringir à observação de sala de aula e, de outro, ao envolvimento colaborativo entre pesquisador e pesquisado na investigação.

O grupo foi escolhido, segundo critérios, dos quais o principal foi o currículo de matemática dessa escola, ou seja, o início dos estudos com frações que, em geral, ocorre no último ano do ciclo I. Um segundo critério diz respeito ao interesse e disponibilidade em participar da pesquisa, manifestado tanto pela professora quanto pelos alunos. Um terceiro critério foi o acesso e aceitação que tenho nesta escola, pois integro seu quadro de educadores.

Uma vez que este estudo se insere no ambiente da sala de aula, dada a natureza das relações existentes nela enquanto espaço social de relações humanas e em função da identidade do papel de professora-pesquisadora na atividade desenvolvida com os alunos, caracterizamos nosso estudo como uma pesquisa de intervenção. Nessa abordagem preocupamos em observar os processos e elaborações que correspondem a elementos mais profundos das relações dos sujeitos envolvidos no processo ensino-aprendizagem, considerando o princípio de que o aluno interage e percebe o mundo de forma própria, mas que o processo ensino-aprendizagem deve ser orientado e intencional.

Entendemos que a pesquisa científica não reflete a totalidade e complexidade da dinâmica das relações dos sujeitos envolvidos no processo ensino-aprendizagem e, a fim de efetivarmos uma aproximação selecionamos, para a análise, *episódios* extraídos do registro em vídeo das discussões e dos registros escritos, individuais e coletivos (painel de respostas), realizados durante o desenvolvimento das atividades com os alunos, nas aulas. Para nós o episódio se caracteriza, conforme definição de MOURA (1992) como *"o conjunto de ações que desencadeia o processo de busca da resposta do problema em questão" (Cf.Moura, 1992, p.77)*

Os episódios neste estudo foram selecionados e representam a escolha do momento de elaboração dos alunos em relação a cada conexão questionada na perspectiva de análise da inter-relação *forma e conteúdo* do conceito de fração.

O debate freqüentemente apresenta diferentes tentativas de solução para o problema estabelecido em face de uma conexão do conceito. Daí que, para focalizar esses diferentes momentos da discussão organizamos o episódio em cenas.

Segundo as conexões conceituais abordadas nas atividades, as dividimos em três conjuntos, para organizar a análise.

- O primeiro conjunto – O limite da forma numérica do número natural, **reúne atividades que colocam em questão os limites do número natural na enumeração de aspectos contínuos da grandeza.**
- O segundo conjunto – Estabelecendo a unidade artificial, **reúne atividades que problematizam o conceito de grandeza no movimento de criação da unidade de medida – unidade artificial.**
- **O terceiro conjunto – A medição da terra**, propõe o problema da medição de comprimentos no movimento de elaboração da fração enquanto registro numérico da comparação entre unidade de medida e grandeza a ser medida.

As atividades da pesquisa foram adaptadas do livro de LIMA (1998), *"A repartição da terra: a fração"*, e cada atividade contou, de modo geral, com uma dinâmica onde o aluno realizava a tarefa individualmente, seguida por discussões em pequenos grupos e debate geral da classe.

Das análises de alguns episódios foi possível perceber que os movimentos do pensamento na elaboração do conceito revelam que os alunos pensam sobre suas ações cotidianas de contar e medir ao mesmo tempo em que refletem conceitualmente sobre elas, elaborando criativamente a linguagem matemática.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ALEKSANDROV A. D.; KOLMOGOROV,A.N e LAURENTIEV, M.A.. *La matemática: su contenido, métodos y significados.* Madrid: Alianza Universidad,1988.

CARAÇA, Bento de Jesus. *Conceitos fundamentais da matemática.* 2ª Ed. Lisboa: Gradiva,1998,295p.

FICHER, Ernest . *A necessidade da arte.* 3ª Ed. Trad. Leandro Konder. Rio de Janeiro:Zahar,1959,254p.

HOGBEN, Lancelot. *Maravilhas da matemática.* 2ª ed.Trad.Paulo M.da Silva, Roberto Bins e Henrique C. Pfeifer. Porto Alegre: Globo,1970, 762p.

KOPNIN, P.V. *A dialética como lógica e teoria do conhecimento.* Rio de Janeiro:Civilização Brasileira,1978.

LIMA, Luciano, MOISÉS, Roberto . *A fração: a repartição da terra.* São Paulo: CEVEC/CIART, 1998.

LIMA, Luciano C.. *A formação do professor para a educação matemática conceitual* - a experiência do Pólo 3. Mogi das Cruzes, UMC/FAEP/LITTERIS, 1998.

MOURA. Manoel O.. *A construção do signo numérico em situação de ensino.* 1992. (Tese de doutorado, Faculdade de Educação, USP, São Paulo)

SKOVSMOSE, Olé. Competência democrática e conhecimento reflexivo em matemática. Trad. do artigo Democratic competence and reflective knowing in mathematics. *Revista For the Learning of Mathematics* 12, 2 . jun. 1992.

UMA SEQÜÊNCIA DIDÁTICA PARA AQUISIÇÃO/CONSTRUÇÃO DA NOÇÃO DE TAXA DE VARIAÇÃO MÉDIA DE UMA FUNÇÃO

Autor: Eugênio Cesar Silveira
Orientadora: Tânia Maria Mendonça Campos
Pontifícia Universidade Católica de São Paulo

Resumo

O presente artigo tem por objetivo avaliar o processo de aquisição/construção da noção de taxa de variação média de uma função, por alunos iniciantes de um curso superior na área de exatas. Para tanto elaboramos uma seqüência didática inspirada na teoria das situações didáticas de Brousseau (1986) e levando em conta proposições de Vergnaud (1994), nas quais o processo de ensino e aprendizagem de noções e conceitos matemáticos devem ser abordados mediante a exploração de problemas. Essa seqüência foi com 18 duplas de alunos do 1° ano de um curso de Química. Os resultados obtidos revelaram que houve evolução de conhecimento desses alunos na construção da taxa de variação média e também de desenvolvimento de competências para a interpretação de gráficos, como a identificação de intervalos de crescimento e decrescimento.

Introdução

Em nossa experiência, desde 1986, nos cursos superiores de Química – engenharia, química industrial e licenciatura – como professor de Cálculo Diferencial e Integral I, pudemos perceber que os alunos desses cursos apresentavam, em geral, dificuldades ao lidar com a leitura, a interpretação e construção de gráficos e a identificação dos intervalos de crescimento e decrescimento de uma função. Esses alunos não atribuíam tais significados à variação e à taxa de variação média de uma função em um intervalo. Percebemos também que a falta de compreensão dessas noções provocava dificuldades no processo de ensino e aprendizagem de outros conceitos matemáticos, notadamente os tratados no Cálculo Diferencial e Integral.

Recentemente, alguns livros dessa disciplina têm procurado inovar o processo de ensino e aprendizagem de derivada, substituindo uma abordagem que se inicia pelas definições, propriedades e técnicas, para então passar às aplicações, por outra, na qual se privilegia a construção dos conceitos pelo aluno, tendo necessariamente como um de seus pontos de partida as situações-problema. Nesse contexto, nossa pesquisa contribuiu para essa nova abordagem no ensino de derivada.

Estudo do problema

Eisenberg, T. (1992) revela que o processo de ensino e aprendizagem de gráficos de funções não é tranqüilo. O aluno, segundo esse pesquisador, ao se deparar com o gráfico que mostra a interdependência entre duas grandezas, geralmente tem dificuldades em atribuir significados a essa representação, e em reconhecer se a relação em questão é uma função. Ele salienta também que os alunos são relutantes quanto à iniciativa de construir gráficos.

A respeito dos gráficos, Norman, D. (1992) afirma que, por meio deles, pode-se tirar conclusões pertinentes, desde que se saiba interpretar as informações neles contidas, no entanto, muitos alunos encontram dificuldades em ler, interpretar e construir gráficos, além de nem sempre o considerarem conteúdo matemático.

Sierpinska, A. (1992) relata as diversas dificuldades que os alunos têm a respeito de estabelecer relações entre diferentes representações de funções, tais como expressões algébricas, gráficos, tabelas, e na manipulação dos símbolos, como f(x), $x \to y$, sen(x + t). Constata também que nem sempre eles fazem distinção entre uma função f e seu valor num ponto f(x), ou seja, "f(x)" pode significar tanto a função f como a imagem de x por essa função. Além disso, segundo essa autora, os alunos atribuem pouco significado aos gráficos das funções.

Outros pesquisadores também relatam dificuldades de alunos quando as situações propostas envolvem representações gráficas de funções. A pesquisa realizada por Orton, A. (1983) aponta bom desempenho dos alunos nas tarefas algorítmicas, como determinação de derivada e antiderivada. Esses mesmos alunos, no entanto, apresentam dificuldades na interpretação gráfica nas quais estão envolvidas taxas de variação. Esses resultados também são confirmados por Villarreal, M. (1999).

Educadores como Goldenberg, E. (1992) e Monk, G. (1992) ressaltam as dificuldades encontradas na interpretação gráfica. Por exemplo, Monk menciona que os estudantes, ao interpretarem um gráfico pontual, apenas o consideram como um instrumento de localizar pontos. Goldenberg vai mais além, e diz que, ao interpretarem gráficos, os estudantes consideram apenas pontos especiais, tais como a intersecção com os eixos. Esses educadores indicam que os estudantes parecem ter dificuldades na interpretação de funções cujos gráficos não são retas.

As dificuldades na interpretação de gráficos de funções, por exemplo, na identificação dos intervalos de crescimento/decrescimento, podem também ser atestadas pela avaliação dos concluintes do Ensino Médio, realizada em 1997 pela Secretaria Estadual da Educação de São Paulo: o rendimento dos alunos em Matemática ficou em torno de 27%, sendo que em nenhum dos itens referentes às funções o índice médio de acertos ultrapassou 35%.

A Proposta Curricular para o Ensino de Matemática do 1º grau da Secretaria de Estado da Educação de São Paulo, atesta que há obstáculos na aquisição de competências a respeito desse tema. A sugestão para superar estas dificuldades é a proposição de situações-problema que envolvam a noção de função e a leitura/construção de gráficos ainda no ensino fundamental.

Igliori, S. e Silva, B. (1996), num estudo exploratório do conceito de derivada, elaboraram uma seqüência, composta de 6 fichas, de modo a evidenciar que "a essência desse conceito é a medida da variação e que sua representação é a inclinação da tangente". Os resultados dessa pesquisa mostram que a exploração da noção de razão de variação foi bastante satisfatória para a aquisição do significado de derivada.

Machado, N., em seu livro: Noções de Cálculo (1988), sugere, para a introdução ao Cálculo Diferencial e Integral, um trabalho inicial com funções que envolvam grandezas diretamente proporcionais.

Convém ressaltar que as situações propostas em nossa seqüência vão envolver a noção de taxa de variação média de uma função, explorando diferentes registros de representação, a saber: algébrico, de tabela e gráfico.

Metodologia

A Metodologia do nosso trabalho, inspirou-se na Engenharia Didática em que primeiramente foi feito um estudo do problema e sua delimitação. Em seguida, foram escolhidos os referenciais teóricos e o nível de ensino em que seria aplicada a seqüência.

Posteriormente foi elaborado um teste diagnóstico com objetivo de conhecermos o ponto de partida para elaboração da seqüência. Buscamos saber o quanto os estudantes do 1° ano de um curso de exatas em uma Instituição de Ensino Superior compreendiam aspectos elementares do estudo de uma função e se eles disponibilizavam estes conhecimentos para responder sobre um conteúdo ainda não apreendido: taxa de variação e taxa de variação média. Esse teste foi aplicado individualmente a um grupo de 202 alunos regulares do 1° ano dos cursos de Engenharia, Licenciatura em Química e Química Industrial. O instrumento era constituído de questões fechadas e abertas, possibilitando justificativas em linguagem natural. Para cada questão foi feito um levantamento de erros mais freqüentes.

Em seguida foi elaborada uma seqüência didática aplicada ao longo de 16 sessões de 90 minutos cada a um grupo de 36 alunos, da mesma Instituição de Ensino Superior, numa turma regular do 1° ano do curso de Licenciatura em Química numa classe em que o

pesquisador/professor lecionava. Durante a aplicação desse instrumento, houve a participação de um observador que anotava as manifestações de 2 duplas. O trabalho se desenvolveu por meio de situações-problema elaboradas levando-se em conta diferentes registros de representação aplicadas em 4 fichas. Os resultados encontrados pelas duplas, em cada sessão, eram discutidos na seguinte com a mediação do professor. Ao final dessas sessões de discussão, o professor/pesquisador tomava a si a responsabilidade de institucionalizar o saber matemático em jogo.

Referencial Teórico

Nosso trabalho foi fundamentado nos teóricos da linha francesa da Didática da Matemática. Mais precisamente, nos apoiamos na teoria das situações, de Brousseau, G. (1997), no que se refere ao processo de ensino-aprendizagem matemática que envolve o professor, o aluno e o conhecimento matemático, e em Vergnaud, G. (1990), no sentido de que o conhecimento emerge de situações problemas.

Segundo Brousseau, o processo de ensino de matemática em sala de aula tem o intuito de realizar uma educação matemática mais significativa para o aluno, o que nos leva à reflexão sobre a maneira de apresentar ao aluno um conteúdo matemático. O significado do saber matemático escolar está diretamente ligado, pela forma didática, em que o conteúdo que é apresentado ao aluno, e vai depender do envolvimento desse aluno para estruturar as atividades de aprendizagem por intermédio de uma situação didática.

Por situação, entende-se o conjunto de circunstâncias em que um indivíduo se encontra envolvido, um conjunto de elementos que caracterizam uma ação. Uma situação-problema é um exemplo de situação que demanda uma situação e uma resposta. Quando na situação se manifesta vontade de ensinar, caracterizamos uma situação didática.

No trabalho desenvolvido com os alunos, o contrato didático estabelecido foi o trabalho em dupla, sem comunicação entre elas ou com o pesquisador/professor. O objetivo desse contrato era a proposição de uma situação a-didática.

Por outro lado, segundo Brousseau uma "situação" (didática ou a-didática), é caracterizada por variáveis didáticas. A noção de variável didática possibilita ao professor uma reflexão sobre:

1) o cenário que ele vai escolher,
2) os critérios de escolha de questões,
3) uma renovação de questões,
4) previsões das atividades dos alunos.

Da teoria das situações utilizamos a tipologia de situações didáticas para analisar as principais atividades da seqüência. São elas: situação de ação, de formulação, de validação e de institucionalização.

Segundo Vergnaud, G. (1982), a aquisição de novos conceitos deve ser introduzida a partir da resolução de problemas.

Vergnaud, G., considera que o aluno constrói um campo de conceitos num campo de problemas, e não um conceito isolado em resposta a um problema particular. Assim, nesse trabalho, partimos da premissa de que um conceito matemático se constrói articulado com outros conceitos.

A Seqüência

Dos resultados do teste diagnóstico e das pesquisas mencionadas elegemos as variáveis didáticas as quais têm um papel importante na concepção da seqüência: problemas contextualizados e descontextualizados, tabela com números inteiros, gráficos, funções do 1° grau, do 2° grau e exponencial, cálculo da variação.

A seqüência didática foi composta de 4 fichas com o objetivo de construir o conceito de taxa de variação média a partir de: análise e interpretação de tabelas (ficha 1); leitura e interpretação de um gráfico discreto (ficha 2); leitura e interpretação de gráfico contínuo (ficha 3) e registro algébrico (ficha 4).

Resultados

Os resultados obtidos revelam que a seqüência didática foi adequada aos objetivos propostos para a amostra pesquisada. Indicaram que os alunos adquiriram maior competência para estudar tópicos iniciais do Cálculo Diferencial e Integral I e, conseqüentemente, permitiu que esses alunos passassem a dar significados à taxa de variação média de uma função e ao próprio conceito de função, no sentido de perceberem que o valor da taxa indica o comportamento da função num determinado intervalo.

Sinteticamente expomos que o trabalho em duplas proporcionou aos alunos participação ativa na aquisição/construção da noção da taxa de variação média de uma função, discutindo com o parceiro cada atividade proposta:

- Perceberam que uma tabela ou um gráfico de uma situação do cotidiano pode representar uma função, mesmo não conhecendo sua representação algébrica;
- Souberam interpretar resultados;
- Puderam dar significados à intersecção dos gráficos construídos com os eixos coordenados, que representavam as funções dadas.

Embora os resultados apresentados constituam um indicador de que as escolhas para elaboração da seqüência foram adequados, conseguimos detectar dificuldades que relatamos abaixo:

- Expressar por escrito o que era solicitado;
- Interpretar corretamente os enunciados;
- Calcular o valor numérico e efetuar operações com expressões algébricas utilizando propriedades conhecidas;
- Obter expressões eqüivalentes a uma expressão algébrica, por meio de fatorações e simplificações;
- Interpretar o significado das raízes;
- Localizar pontos nos gráficos apresentados;
- Utilizar escala adequada para dispor os pontos no plano cartesiano;
- Identificar a reta como sendo a representação gráfica da função do 1º grau;

Algumas dessas dificuldades não faziam parte do nosso objeto de estudo, mas interferiram no ritmo de nosso trabalho.

Constatamos que o índice de acerto foi maior nas situações em que os dados estavam disponíveis em uma tabela, do que nas situações em que era fornecida a lei da função.

Finalizando que, a seqüência didática elaborada, contribuiu para o processo de ensino e aprendizagem do conceito de taxa de variação média de uma função e para revisitar conceitos, procedimentos e atitudes relativos ao tema funções.

Bibliografia

BROUSSEAU, G. Fondements et méthodes de la didactique des mathématiques. Recherches en Didactiques des Mathématiques. (7.2), pp. 33-116. Grenoble, 1986.

__________. Theory of didatical situations in Mathematics, p. 297.Londres: Kluver 1997.

DAMM, R. F. Registros de representação, In: Educação Matemática – uma Introdução, MACHADO, S. pp. 135-153. São Paulo: Educ, 1999.

EISENBERG, T. A. On the Development of a Sense for Functions, In: The Concept of Function – Aspects of Epistemology and Pedagogy, Harel, G.e Dubinsky, Ed. (Eds.), Vol. 25, pp. 153-174. Washington, DC, 1992.

GOLDENBERG, E. P. Dynamic Representation and the Development of a Process Understanding of Function, In: The Concept of Function – Aspects of Epistemology and Pedagogy, Harel, G.e Dubinsky, Ed. (Eds.), Vol. 25, pp. 235-260. Washington, DC, 1992.

MACHADO, N. J. Matemática por assunto – Noções de Cálculo, pp.13-24. São Paulo: Scipione,1988.

MONK, G. S. Students' Understanding of a Function Given by a Physical Model, In: The Concept of Function – Aspects of Epistemology and Pedagogy, Harel, G. e Dubinsky, Ed. (Eds.), Vol. 25, pp.175-193. Washington, DC, 1992.

NORMAN, D. A. Teachers' Mathematical Knowledge of the Concept of Function, In: The Concept of Function – Aspects of Epistemology and Pedagogy, Harel, G. e Dubinsky, Ed. (Eds.), Vol. 25, pp.215-232. Washington, DC, 1992.

ORTON, A. Students understandings of differentiation, Educational Studies in Mathematics, Vol. 14, pp. 235-250. Dordrecht, 1983.

SÃO PAULO. Secretaria da Educação. Pesquisa quantitativa e qualitativa do programa de expansão e melhoria do Ensino Médio nas escolas públicas do Estado - as análises dos desempenhos dos alunos em Matemática, Vol. 2, 1997.

SIERPINSKA, A. On understanding the notion of function, In: The Concept of Function – Aspects of Epistemology and Pedagogy, Harel, G. e Dubinsky, Ed. (Eds.), Vol. 25, pp. 25-58. Washington, DC, 1992.

SILVA, B. e IGLIORI, S. Um estudo exploratório sobre o conceito de Derivada. Anais IV Encontro Paulista de Educação Matemática, PUC-SP, janeiro de 1996.

VILLARREAL, M. E. O pensamento matemático de estudantes universitários de Cálculo e tecnologias informáticas. Tese (Doutorado em Educação Matemática) – Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista, Rio Claro, 1999.

VERGNAUD, G. La théorie des champs conceptuels. Recherces en didactique des mathématiques, (10.23), pp. 133-170, Paris, 1990.

__________. Psicologia cognitiva e do desenvolvimento e pesquisas em educação matemática: algumas questões teóricas e metodológicas, In: Queen's university, Kingston. Canadá, junho 1982.

__________. L'enfant , la mathematique et la realite: problemes de l'enseignement des mathematique a l'ecole elementaire, Peter Lang, 5ª ed. Bern, Suiça, 1994.

Eunice Pessin Fábrega
Orientadora: Sandra Magina
PUC - São Paulo

I – Apresentação

Este estudo investigou o conhecimento que 36 alunos da 4ª série do Ensino Fundamental, de uma escola pública da cidade de Santos, com idades entre dez e onze anos, tinham sobre a representação do espaço tridimensional no plano bidimensional.

A presente pesquisa teve por finalidade diagnosticar os procedimentos e habilidades que as crianças disponibilizavam quando resolveram tarefas referentes à perspectiva, considerando que a perspectiva é a arte de representar figuras tridimensionais no plano.

II – Introdução

A opção por esse estudo resulta da nossa trajetória profissional. Trajetória essa na qual verificou-se que alunos da 5ª e 6ª séries do Ensino Fundamental apresentaram dificuldade para representar objetos e sólidos geométricos no plano. Essas dificuldades também foram sentidas com alunos do Ensino Médio na questão da visualização e representação de sólidos geométricos e seus elementos. Diante disso, optamos em investigar quais os conhecimentos geométricos que os alunos das séries iniciais do Ensino Fundamental já adquiriram para subsidiar essas representações nas séries seguintes.

O ponto inicial do nosso estudo foi às indicações contidas nos Parâmetros Curriculares Nacionais do Ensino Fundamental de Matemática (1997), referentes ao segundo ciclo, e das pesquisas realizadas por Piaget e Inhelder (1993) em relação ao espaço representativo.

Baseados nessas leituras, fizemos um estudo investigativo, delineando um experimento a ser aplicado em crianças de final do 2º ciclo do Ensino Fundamental, entre dez e onze anos. Consideramos, por conseguinte, um momento oportuno para observar e refletir sobre as habilidades das crianças para reconhecer e explorar as formas geométricas, pré-requisitos necessários para iniciar as séries seguintes. Outro motivo para a escolha dessa faixa etária vem dos resultados obtidos por Piaget e Inhelder (IBID), descritos no livro "A representação do Espaço na Criança", os quais indicam que crianças por volta dessa idade já estão aptas para representar figuras tridimensionais no plano. Em nosso estudo, reaplicamos vários experimentos dessa obra, adaptando-os sempre que necessário a nossa realidade brasileira e, claro, ao nível de escolaridade das crianças.

III – Planejamento do Estudo

As 36 crianças deste estudo foram escolhidas aleatoriamente, sendo que 18 delas vieram da 4ªA e as outras 18 da 4ªB. Nesta escola, os alunos são separados pelo seu desempenho escolar. Dessa forma, os alunos da 4ªA eram considerados com bom aproveitamento, isto é, alfabetizados e com raciocínio lógico satisfatório. Já os da 4ªB eram considerados alunos que apresentavam dificuldades de leitura, escrita e de raciocínio lógico matemático.

O instrumento diagnóstico envolveu 13 atividades adaptadas dos estudos de Piaget e Inhelder (IBID). Esse instrumento foi aplicado individualmente em cada criança em dois encontros de aproximadamente 1 hora e 30 minutos. O trabalho foi desenvolvido fora da sala de aula, sem a presença da professora, e em horário paralelo ao da aula do mesmo período.

Houve a preocupação de esclarecer às crianças que iríamos muitas vezes insistir nas perguntas porque a nossa finalidade era a de melhorar a informação, e não para insinuar que a resposta estava errada ou certa. Além disso, enfatizamos bastante que os resultados das tarefas não seriam mostrados a professora deles e nem influenciariam em suas notas escolares. Em todas as sessões, a pesquisadora manteve o mesmo procedimento de não interferir nas conclusões das crianças. Elas constantemente perguntavam se tinham acertado as respostas das atividades, e sempre eram lembradas de que não se tratava de avaliação, e sim de uma coleta de informações sobre seus conhecimentos.

Dividimos a população em dois grupos, 18 alunos fazendo parte do grupo direto (GD) e 18 participando do grupo inverso (GI). Essas denominações dizem respeito à ordem da aplicação das treze atividades do instrumento diagnóstico. A idéia de aplicar as atividades do experimento em ordens diferentes deu-se pelo interesse de observar a eventual influência que as mesmas poderiam exercer no desempenho das crianças. Assim, foi possível observar se as atividades apresentadas em ordem diferente interferiram nos resultados. Devemos ressaltar que os dois grupos eram compostos por alunos pertencentes tanto a 4ªA como da 4ªB.

Havia entre as crianças dezenove meninos, dos quais sete com dez anos, e doze com onze anos; e dezessete meninas, das quais dez com dez anos e sete com onze anos. Esse detalhamento entre os meninos e meninas justifica-se pelo fato de desejarmos verificar se havia diferenças no desempenho de habilidades geométricas entre meninos e meninas.

As respostas das crianças foram categorizadas conforme suas habilidades, em três níveis: X, Y e Z, sendo que no nível Y havia duas subdivisões Y_1 e Y_2. Ressaltamos que, em nenhum momento, tivemos a pretensão de usar esses níveis para avaliar as crianças. O procedimento de cada uma diante da atividade é que distinguiu e classificou os níveis de desempenho.

Visando uma melhor organização de análise, separamos as 13 atividades em grupos, por estarem relacionadas a um objetivo comum.

O Grupo A (atividades 1 e 2) tratou de como as crianças desenhavam e reconheciam os objetos a partir da exploração tátil. Com o objetivo de verificar quais atributos do objeto elas preservavam, trabalhamos com cinco sólidos geométricos (cubo, prisma de base retangular e hexagonal, pirâmide de base quadrada e cilindro) e doze objetos feitos de papel cartão com formas variadas.

O grupo B (atividades 3, 4 e 5) evidenciou a noção do ponto e a conservação da forma de uma figura. Com essas atividades, pudemos observar os procedimentos das crianças mediante a correspondência entre o conceito (abstrato) e a representação da imagem (concreto) com relação à noção de ponto. Tal observação foi feita através do desenvolvimento das atividades em torno da questão do todo e da partição de uma figura.

O grupo C (atividades 6, 9 e 10) tratou da representação da reta no espaço projetivo. Esse grupo envolveu a questão das retas paralelas em perspectiva. Os procedimentos das crianças foram observados através de seus desenhos e de como elas construíam um alinhamento de postes, utilizando fósforos e tábuas (circular e retangular) que, segundo Piaget e Inhelder (1993), significa a técnica de "mirar", onde o primeiro poste esconde todos os seguintes se estiverem em linha reta.

O grupo D (atividade 7, 8 e 11) referiu-se à coordenação das diversas distâncias e proporções que os objetos, observados de pontos de vista diferentes, tinham entre si, e a questão das projeções das sombras. Para a análise das atividades 7 e 8, examinamos como as crianças construíam a representação de um lápis e de um disco vistos em diversas posições, segundo seu ponto de vista e em relação ao ponto de vista de um observador colocado a 90º de sua posição de observação. Além disso, observamos a previsão e o desenho que elas faziam da forma espacial que tomou as sombras dos seguintes objetos: lápis, cartão circular e retangular, cone e dois cones ligados pelo vértice.

Finalmente, o grupo E (atividades 12 e 13) dedicou-se à questão do egocentrismo da criança. A investigação girou em torno da capacidade dela em reconhecer e prever um conjunto de situações em diferentes pontos de vista. O procedimento a ser observado foi como a criança reconhecia a foto que melhor representava a posição em que um observador se encontrava em relação a uma pista de skate de dedo e como previam quais eram as posições correspondentes às cinco fotos da mesma pista citada.

V – Análise dos resultados

O estudo analisado, com relação aos grupos de atividades, apontou os seguintes resultados:

Grupo A: nas questões sobre exploração tátil, observamos que as formas circulares foram aquelas que as crianças melhor desenharam e reconheceram. Quanto às formas não circulares, percebemos que as crianças apresentaram habilidades para desenhar e reconhecer os polígonos com formas mais conhecidas por elas, como o triângulo, o quadrado, o hexágono e o losango. Já os polígonos que apresentavam reentrâncias foram os mais difíceis de serem desenhados e reconhecidos, porque são figuras que agrupam muitos elementos referentes a ângulos e lados. Ficou evidente aqui a influência do fator familiaridade com determinadas figuras. As crianças, ao perceberem as faces que compõem o sólido, detinham-se apenas em uma delas, não compondo a configuração desse sólido como um todo, seja no desenho, seja no reconhecimento. É interessante observar que as crianças, ao explorarem os sólidos geométricos, mostraram-se insatisfeitas e inseguras, chegando a tecer comentários como: *"não sei como se faz"*, *"o desenho está errado"*, *"vou tentar"*. Com isso, desenharam e identificaram através de uma única face. Segundo Parzysz (1988), as crianças desenham figuras usando as propriedades que conhecem do objeto. Defendemos a idéia de que as poucas crianças que apresentaram habilidade para representar adequadamente os sólidos geométricos o fizeram por estar relacionada à sua experiência pessoal. Isto é, houve influência do meio no sucesso dessas poucas crianças, já que tal conhecimento não havia sido trabalhado no contexto escolar com as mesmas.

Grupo B: na questão da conservação da forma do quadrado, notamos que a maioria das crianças não preservou as dimensões dos lados. Os atributos do quadrado mais lembrados pelas crianças foram os quatro lados e os quatro ângulos retos. Embora estivesse nos desenhos das crianças o atributo 'lados paralelos', esse não foi explicitamente considerado por elas.

Na questão da noção do ponto, notamos que as crianças têm a idéia do ponto como um objeto concreto, e fizeram confusão entre o conceito (abstrato) e a representação (concreto) do mesmo. Consideramos que essa é uma dificuldade plausível nesse nível de escolaridade, pois essas crianças encontram-se nos limites do perceptível e do manipulável.

Sobre a reta, a criança admitiu verbalmente que a reta contém vários pontos, mas, quando da sua representação, feita a partir de um conjunto de pontos, surgiu um conflito entre essa idéia (abstrato) e a representação (concreto).

Grupo C: as crianças apresentaram habilidade para acompanhar as bordas de tábuas circular e retangular. Com relação ao desenho de uma estrada longa e retilínea, a maioria das crianças não apresentou procedimentos adequados para representá-la. Só quatro dos 36 desenhos das margens da estrada estavam com fugidias. Elas preservaram a propriedade das retas paralelas, na qual a distância entre elas é constante.

Ressaltamos que, das quatro crianças que fizeram desenhos adequados, três já tinham viajado e comentaram que as margens das estradas pareciam que se juntavam. É possível supor, mais uma vez, que a experiência dessas crianças certamente influenciou os procedimentos de representação em perspectiva. A questão que envolve essa representação gera uma situação de conflito, visto que, pelo conceito, retas paralelas não se cruzam, mas, por outro lado, temos a imagem visual de que se encontram num determinado ponto. Logo, visualizar e representar um objeto no espaço requer um aprendizado, pois quando vemos algo, existem diferentes maneiras de ver, portanto, diversas interpretações e representações, dependendo do ponto de vista.

Grupo D: as crianças apresentaram dificuldades em interpretar e representar as posições de objetos no espaço. Elas demonstraram mais habilidade em representar as posições horizontal e vertical desses objetos. Uma explicação possível para esse comportamento foi que essas posições sejam as mais familiares para as crianças, as que são mais desenhadas, tanto no contexto escolar como fora dele. Quanto às posições oblíquas do objeto, as crianças pareciam não ter idéia de que era possível representar essas posições modificando suas dimensões e forma.

Na representação das sombras dos objetos, as crianças apresentaram dificuldade de interpretar o que estavam vendo, algumas não conseguiram fazer associação entre as formas da

sombra e do objeto. Elas ficaram surpresas ao notarem essas projeções, nas quais, além das alterações das dimensões, surgiam as mudanças de forma. O fator que mais influiu foi o aspecto egocêntrico das crianças, pois elas não conseguiam se desprender do seu ponto de vista, seus desenhos eram mais semelhantes à forma dos objetos projetados do que às sombras. Acreditamos que essas crianças tenham tido uma aprendizagem voltada para a Geometria plana e, por isso, não apresentavam habilidades suficientes para interpretar e representar objetos no espaço.

Grupo E: sobre o envolvimento de vários pontos de vista com relação à pista de skate de dedo, o ato de reconhecer tornou-se mais complexo para as crianças; pois na apresentação de dez fotos, simultaneamente, para reconhecer a mais apropriada, a maioria não conseguiu associar as fotos às devidas posições de onde foram tiradas. Esta tarefa foi considerada difícil pelas crianças. Quando foi apresentada uma única foto para predizer de onde havia sido tirada, a maioria das crianças o fez com facilidade.

VI – Conclusão

Considerando a síntese dos principais resultados obtidos, concluímos que as crianças desta pesquisa apresentaram os seguintes procedimentos e habilidades quando resolveram tarefas referentes à perspectiva:

A) Desenharam e reconheceram os sólidos geométricos deste estudo através de uma única face.

B) Conceituaram reta e retas paralelas, mas não conseguiram representar as margens paralelas de uma estrada longa e reta, a maioria dos desenhos da estrada estava sem fugidias.

C) Mostraram dificuldade nas representações dos deslocamentos das diferentes posições oblíquas dos objetos (lápis e disco) e, com menor intensidade, nas posições verticais e horizontais desses objetos.

D) O aspecto egocêntrico dificultou desprenderem-se de seu ponto de vista.

Ao menos para essas crianças, a representação das figuras planas passa necessariamente pela familiarização, e que não houve uma preocupação rigorosa com os atributos das figuras (dimensão e ângulo), o que faz com que figuras circulares sejam mais facilmente desenhadas (mais próximo da forma da figura tateada), e que os polígonos côncavos, ao contrário, sejam mais difíceis de representar adequadamente. Quanto às figuras não planas, as crianças tenderam a representá-las como se fossem figuras planas, isto é, com apenas uma face. Fica evidente, nas representações desses dois tipos de figuras, que a ausência da aprendizagem foi um fator decisivo para uma boa representação e que a familiarização das figuras foi um auxílio determinante.

Embora não tivéssemos uma questão de pesquisa específica sobre gênero, consideramos essa variável na análise, e nossos resultados indicaram diferença no desempenho geral das crianças a favor das meninas. Na montagem do nosso universo de estudo, tivemos também a preocupação em trabalhar com duas classes – 4ªA e 4ªB – cujos desempenhos estudantis eram considerados diferentes. Os nossos resultados apontaram as crianças da 4ªA como apresentando um melhor desempenho em sete das dez atividades em que pudemos fazer essa comparação. A 4ªB era justamente a classe considerada, pela escola, como a mais 'fraca'. Pareceu-nos que o desempenho das crianças estava diretamente relacionado com a imagem que seus professores faziam delas, mostrando uma possível relação entre a imagem que a escola faz do aluno e seu desempenho (mesmo em atividades cujo conteúdo é novo).

Percebemos com esses dados que houve uma certa influência no desempenho das crianças com relação à ordem do experimento, pois a concentração de destaque do grupo direto deu-se nas últimas atividades, e do grupo inverso, nas primeiras atividades. Para Piaget, o conhecimento é o resultado da ação do sujeito sobre o objeto, logo, pode até ter havido aprendizado com o transcorrer das atividades, mas não o podemos garantir através dos dados obtidos no nosso instrumento diagnóstico.

Consideramos, com base em Piaget e Inhelder (1993), que as crianças com 10 e 11 anos já deveriam, a princípio, ter condições de fazer todas as atividades propostas com sucesso. E que os autores consideram, além da questão de maturação, a de aprendizagem. Acreditamos, portanto, que as crianças deste estudo já teriam a maturação, mas precisariam desenvolver as habilidades de visualização e representação dos objetos no espaço. Segundo Bishop (1983), essas habilidades são ensináveis, desde que sejam fornecidas experiências apropriadas. Acreditamos que o professor, ao modificar práticas em sala de aula, no sentido de orientar-se por materiais mais comprometidos com a questão da representação, incentivando o uso de desenhos, o manuseio e a construção de sólidos geométricos, por meio de um ensino dinâmico, interativo e criativo, estará criando melhores condições para os alunos desenvolverem o pensamento espacial, o que aumentaria as habilidades das crianças para interpretar as transformações projetivas e facilitaria o entendimento de futuros conceitos geométricos.

Relacionando os nossos resultados com os encontrados por Bishop (IBID), que demonstra que existe inter-relação entre a habilidade espacial e o desenvolvimento do pensamento geométrico, e as recomendações de Freudenthal (1973), que defende que o desenvolvimento curricular no estudo da Geometria deva ser em torno de um curso intuitivo visual, antes ou em paralelo ao dedutivo, sugerimos o desenvolvimento do senso espacial desde as primeiras séries do Ensino Fundamental, com o rigor apropriado à maturação da criança.

Essa aprendizagem voltada para o desenvolvimento do pensamento geométrico, através de descrições e modelos do mundo físico, acreditamos que ajudaria o aluno a identificar, descrever, comparar, modelar, desenhar e classificar figuras em duas e três dimensões.

VI - Referências Bibliográficas

BISHOP, A. *"Space and Geometry"*. In: LESH, R; LANDAU, M." *Acquisition the mathematics concepts and processes*", p.175-203, Academic Press Inc. Orlando, Florida, 1983.

FREUDENTHAL, H. *"Mathematics as an educational task"*. D. Reidel Publish Company/ Dordrecht –Holland, 1973.

MEC: Ministério da Educação e do Desporto/ Secretaria do Ensino Fundamental. *"Parâmetros curriculares nacionais: Matemática"* (terceiro e quarto ciclos do Ensino Fundamental), 1998.

____________ *"Parâmetros curriculares nacionais: Matemática"* (primeiro e segundo ciclos do Ensino Fundamental), 1997.

PARZYSZ, B; COLMEZ F. *"Le vu et le su dans l'evolution de dessins de pyramides du CE2 a la seconde"*. IREM, Universidade de Paris 7 et IUFM de Lorraine, 1989.

PIAGET, J; INHELDER, B. *"A representação do espaço na criança"*. Tradução de Bernardina M. de Albuquerque, Editora Artes Médicas Sul Ltda, Porto Alegre, 1993.

ESTUDO DOS PROCESSOS DE RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS MEDIANTE A CONSTRUÇÃO DE JOGOS COMPUTACIONAIS DE MATEMÁTICA NO ENSINO FUNDAMENTAL

Autor(a): Mestranda: Fabiana Fiorezi de Marco
Orientador(a): Profª Drª Anna Regina Lanner de Moura
Co-Orientador(a): Profª. Drª. Rosana Giaretta Sguerra Miskulin
FE / UNICAMP

INTRODUÇÃO

O processo educacional, não só no Brasil, mas em todo mundo, vem sofrendo amplas mudanças em seus conceitos, de forma imperativa. Como vinham sendo utilizados, estes processos não mais conseguem atender às condições de aprendizagem atuais. O ser humano atualmente está sendo submetido a rápidas e constantes mudanças sócio-culturais e tecnológicas, necessitando de independência na busca de informações e construção do conhecimento, tornando-se *"indivíduos que pensem de uma forma flexível, crítica, eficaz e criativa"*. (Lopes, 1996, p.7).

Nos dias atuais, a utilização de computadores é uma realidade em, praticamente, todas as áreas de atividade humana e, dentro do processo educacional, esta utilização encontra uma de suas principais formas de aplicação. O computador pode servir apenas como ferramenta de aplicação auxiliando o profissional de educação, como também um recurso educacional capaz de difundir e desafiar seu uso nas mais diversas situações do cotidiano.

Propõe-se, então, desenvolver um estudo com enfoque na resolução de problemas, tendo como recurso metodológico o jogo aliado à utilização das novas tecnologias, proporcionando aos alunos, ambientes ricos de aprendizagem, onde os mesmos possam interagir com o objeto de conhecimento e construir conceitos matemáticos.

Dessa forma, pensa-se em introduzir essas tecnologias no *"paradigma construcionista, onde a ênfase está na aprendizagem ao invés de estar no ensino; na construção do conhecimento e não na instrução"* (Valente, 1998, p.30).

Construcionismo é definido por Valente (1998), como interação aluno-objeto mediada por uma linguagem de programação, onde o aluno tem a possibilidade de descrever suas idéias, o computador as executa e o aluno pode depurar sua idéia inicial, avaliando-a quanto a conceitos e estratégias. Nesse processo, o aluno é mediado por um conhecedor do programa utilizado, que deve lhe proporciona atividades que ampliem a dimensão conceitual envolvida no jogo e possibilitem a sistematização do conhecimento científico.

Com essas reflexões e com fundamentos em Kopnin (1978), concebe-se o conceito científico como uma síntese da atividade humana sobre a realidade natural e social. O conceito matemático, tendo suas raízes na prática humana, traz implícito, razões culturais e sociais de seu desenvolvimento. Ao aprendê-lo, o aluno pode entender-se e entender a realidade em processo de mudança, sentindo-se capaz de interferir, criativamente nesse processo.

Assim, acredita-se ser necessário desenvolver nos alunos competências e habilidades mediante atividades nas quais os alunos possam experimentar iniciativas próprias, criar e ousar. Um caminho para isso é através a resolução de problemas.

Mendonça (1993) afirma que *"...Resolução de Problemas é uma estratégia pedagógica que propõe ao aluno enfrentar situações novas bem como desenvolvê-lo na busca de recursos e procedimentos próprios para resolvê-las"* (p.259).

Já, Miskulin (1999), aborda resolução de problemas como atividade de DESIGN, na qual

> *"o sujeito cria hipóteses, conjecturas; à medida em que compõe as suas estratégias, relaciona-as com seus objetivos e com o contexto que está atuando. Trata-se de situações-problemas que contêm características próprias do sujeito, sem soluções e respostas prontas, com processos cognitivos que levam em*

conta palpites e riscos, ou seja, raciocínios abdutivos, além de raciocínios dedutivos e indutivos". (Miskulin, 1999, p. 312-313).

Nessa perspectiva, as considerações delineadas nos levam a inferir que um jogo computacional de Matemática, precisa ser dinâmico e interativo, fornecer contextos onde o usuário possa se inserir em ambiente de resolução de problemas, criando e reformulando constantemente seus procedimentos, re-avaliando seus objetivos e criando heurísticas no processo de solução de problemas.

Sob nosso ponto de vista, problema é entendido como uma situação que requer um pensamento, um raciocínio lógico e criativo para solucioná-lo, e resolução de problemas exige procedimentos de elaboração de um plano de ação para resolver o problema, fazendo a conexão entre os dados do problema e a solicitação que este faz, auxiliando na análise e solução dos mesmos (Dante, 1995). Ao elaborar um procedimento, o aluno assume a postura de investigador e agente construtor de seu conhecimento.

O objetivo dessa pesquisa consiste em investigar a construção dos procedimentos de resolução de problemas que se destacam na utilização de jogos manipulativos e como este é aproveitado na elaboração de um jogo computacional, pelo aluno, em situações de aprendizagem de Matemática. O ambiente de pesquisa será a sala de aula, o instrumento será o jogo em suas duas versões manipulativo e computacional e, a investigação surge da necessidade de se estudar as potencialidades metodológicas da utilização deste instrumento na resolução de problemas na aprendizagem de Matemática.

Um objetivo mais amplo seria delinear algumas considerações de natureza metodológicas decorrentes desse estudo, propiciando aos professores e pesquisadores da área de Educação Matemática, um repensar em sua prática pedagógica e, também, propiciar a programadores de softwares, recursos teórico-metodológicos para a elaboração de novos ambientes computacionais de jogo matemático-educacional.

A PESQUISA...

A presente pesquisa tende a se diferenciar de outras já realizadas (Moura, 1992; Lanner de Moura, 1995; Brenelli, 1996 e Grando 1995, 2000), que tratam da utilização de jogos no ensino, sob diferentes aspectos.

Moura (1992), aborda o jogo como um problema em movimento, pois solicita do jogador a elaboração de procedimentos pessoais eficazes na resolução de uma situação-problema de jogo; Lanner de Moura (1995), enfoca o jogo com a conotação de jogo de regras, onde a criança avalia o próprio desempenho e sua relação em face aos demais participantes, ou seja, o aspecto social da criança; Brenelli (1996), pontua que o jogo pode permitir a construção e reconstrução de certas noções lógicas e aritméticas e, Grando (1995, 2000), analisa as possibilidades metodológicas do jogo na construção de procedimentos de resolução de problemas e conceitos matemáticos.

> **Para tanto, serão apresentadas considerações críticas sobre a análise de alguns jogos computacionais existentes no mercado nacional de consumo, bem como suas potencialidades e limites didático-cognitivos no processo de construção de conceitos matemáticos em contextos práticos de resolução de problemas.**
>
> **A questão que se coloca inicialmente e que norteará as ações da investigação tem a seguinte formulação:** Quais os processos de elaboração de procedimentos de resolução de problemas envolvidos na utilização de jogos e construção de um jogo computacional em situações de aprendizagem Matemática?

Propõe-se a investigar aspectos matemáticos e cognitivos inerentes ao processo de exploração e construção de procedimentos matemáticos, mediante a resolução de problemas nos dois ambientes: manipulativo e informatizado.

O presente estudo se configura como uma pesquisa qualitativa, na qual investiga-se a construção de conceitos matemáticos mediante elaboração de procedimentos de resolução de problemas na criação de um jogo computacional matemático, pelos alunos. Optou-se pela abordagem qualitativa porque envolve *"a obtenção de dados descritivos, obtidos no contato direto do pesquisador com a situação estudada, enfatiza mais o processo do que o produto e se preocupa em retratar a perspectiva dos participantes"* (Lüdke, 1986, p. 13).

O ambiente de investigação será a sala de aula. Os sujeitos da pesquisa serão 18 alunos de 6ª série (11-12 anos), do Ensino Fundamental de uma escola privada do município de Campinas - SP, selecionados por uma amostra intencional, objetivando-se a realização de um estudo de caso no qual pode-se observar e descrever melhor um fenômeno para um grupo específico, mais particularizado e, portanto, em maior profundidade.

Para tanto, está sendo estudado o jogo manipulativo LOGIX 2®, o qual trabalha com implicações e conexões lógicas, argumentos, análise de possibilidades e tomada de decisão. Este jogo será implementado e analisado, de modo que possibilite a criação de uma versão de jogo computacional.

Já foi analisado e aplicado, com alunos também de 6ª série de uma escola da rede particular de ensino de Franca, o jogo "Operação Netuno" - comercializado pela DIVERTIRE (www.divertire.com.br). Nesse jogo, o sujeito deveria resgatar os dados de uma experiência espacial, contidas em uma cápsula que explodiu no fundo do mar. Para essa missão, o sujeito teria que percorrer o fundo do mar em um submarino, tendo como auxiliares o computador e a calculadora de bordo.

> **O jogo tinha como características desenvolver aspectos do pensamento matemático, desafiando o sujeito com problemas práticos de situações do submarino; trabalhar com conceitos de medida como área, distância e volume; estimular a habilidade de interpretar dados disponíveis em gráficos, mapas e tabelas; noções de lateralidade, direção, ângulos; elaboração de estratégias para a solução de situações-problemas; e, levantamento de hipóteses.**

Além de "Operação Netuno" já foram analisados os jogos "A Montanha do Tesouro", "SuperGênios – NumerAmigos", "A Nova Aritmética da Emília".

"A Montanha do Tesouro" é um jogo que possibilita o trabalho com as quatro operações básicas, conceito de igualdade e desigualdade, seqüências, horas e, resolução de problemas em um contexto prático envolvendo noções de dinheiro. "SuperGênios – NumerAmigos", estimula o pensamento dedutivo e raciocínio numérico e, propicia o desenvolvimento de habilidades essenciais ao cálculo e solução de problemas. E, "A Nova Aritmética da Emília", propicia o trabalho com números arábicos, romanos, lógica e as quatro operações básicas, além de possibilitar o desenvolvimento de conceitos de medida, de quantidade e de tempo.

No entanto, percebe-se que estes modelos de softwares baseiam-se nos atuais livros didáticos, onde o aluno é desafiado a resolver alguns problemas matemáticos propostos pelo software. Limitando a capacidade de construção de conceitos matemáticos.

Diante desse fato, opta-se por investigar os procedimentos de resolução de problemas, na construção de jogos computacionais pelos alunos, uma vez que existem ferramentas para esta construção, sem haver a necessidade de dominar linguagens de programação. Um exemplo disso é o programa The Factory Games (que está sendo analisado no momento), Multimedia Fusion (MMF, TGF ou CNC), entre outros.

Para a coleta de dados e posterior análise, os instrumentos a serem utilizados constituem um amplo cenário composto pelas expressões verbais dos sujeitos, suas composições escritas (registros de jogo), seus gestos e movimentações (vídeo) e o registro em protocolo pela pesquisadora responsável pela intervenção a ser realizada.

A organização e análise do material empírico construído serão feitas mediante as categorias que se evidenciarem regulares na leitura recursiva dos dados, bem como a

análise das potencialidades e/ou limites de jogos computacionais presentes no mercado nacional de consumo e a criação de jogos computacionais pelos próprios alunos.

Esta pesquisa, que se apresenta em fase inicial, configura-se como uma importante contribuição à área de Educação Matemática, pois integra o contexto tecnológico com jogos, criando um contexto de aprendizagem no qual os educandos podem vivenciar momentos de exploração, construção e representação do conhecimento matemático. Além disso, propicia uma contribuição para o ensino e as pesquisas no campo de Jogos em Educação Matemática ao priorizar os procedimentos de resolução de problemas elaborados por "criadores" de jogos. Essa abordagem possibilita reflexão e análise crítica dos professores da área de Educação Matemática sobre a utilização de computadores no ensino, tendo em vista o processo de informatização que se constitui exigência para o crescimento e desenvolvimento da sociedade atual.

BIBLIOGRAFIA

BRENELLI, R. P. *O jogo como espaço para pensar: a construção de noções lógicas e aritméticas.* Campinas: Papirus, 1996.

DANTE, L. R. *Didática da resolução de problemas.* 7 ed. São Paulo: Ática, 1995.

GRANDO, R. C. *O jogo e suas possibilidades metodológicas no processo ensino-aprendizagem da matemática.* Dissertação de Mestrado. Faculdade de Educação, UNICAMP, Campinas, SP, 1995.

GRANDO, R. C. *O conhecimento matemático e o uso de jogos na sala de aula.* Tese de Doutorado. Faculdade de Educação, UNICAMP, Campinas, SP, 2000.

KOPNIN, P. V, *A dialética como lógica e a teoria do conhecimento.* Rio de Janeiro: Civilização Brasileira, 1978.

LANNER DE MOURA, A. R. *A criança e a medida pré-escolar.* Tese de Doutorado. Faculdade de Educação, UNICAMP, Campinas, SP, 1995.

LOPES, A. V. et al. *Actividades matemáticas na sala de aula.* 3. ed. Lisboa: Texto, 1996.

MENDONÇA, M. C. D. *Problematização: um caminho a ser percorrido em educação matemática.* Tese de Doutorado. Faculdade de Educação, UNICAMP, Campinas, SP, 1993.

MISKULIN, R. G. S. *Concepções teórico-metodológicas sobre a introdução e a utilização de computadores no processo ensino-aprendizagem da geometria.* Tese de Doutorado. Faculdade de Educação, UNICAMP, Campinas, SP, 1999.

MOURA, M. O. *A construção do signo numérico em situação de ensino.* Tese de Doutorado. Faculdade de Educação, USP, São Paulo, SP, 1992.

VALENTE, J. A. (org.) *Computadores e conhecimento: repensando a educação.* Campinas: UNICAMP/NIED, 2. ed, 1998.

REPRESENTAÇÃO DO NÚMERO FRACIONÁRIO:

UMA ANÁLISE SOBRE OS ERROS E PROCEDIMENTOS OBSERVADOS EM CRIANÇAS DE 3ª SÉRIE DO ENSINO FUNDAMENTAL.

Francisco José Brabo Bezerra

Sandra Maria Pinto Magina (orientadora)

Mestrado em Educação Matemática

PUC/São Paulo

Resumo

Este artigo apresenta parte dos resultados obtidos em nossa dissertação de mestrado. Tivemos por objetivo investigar a aquisição do conceito e da representação dos números fracionários em crianças, cursando a 3ª série do Ensino Fundamental.

O método que utilizamos para a implementação deste estudo foi o de intervenção – aplicação de uma seqüência de ensino. A eficácia desta intervenção foi validada pelo desempenho dos alunos na resolução de dois testes (pré e pós-testes) cuja aplicação foi coletivamente, mas resolvidos individualmente. Consideramos neste nosso trabalho os conceitos de número fracionário relacionados à concepção parte-todo e quociente. Enfocamos as frações próprias e uma pequena parte nas frações impróprias, de onde partimos. Nesta nossa pesquisa foram considerados os problemas mais significativos para as crianças, de modo que cada situação-problema fosse um desafio e instigasse o aluno a encontrar a resposta.

Os resultados dos testes foram discutidos do ponto de vista cognitivo (aquisição e desenvolvimento de conceitos), a partir de: a) alternativas educacionais que revelaram ser bastante significativas para o sujeito que aprende; b) no enfoque do objeto de conhecimento a ser aprendido; c) e nas situações desafiadoras vivenciadas.

Palavras-chaves: formação de conceito; fração; representação; campo conceitual; educação matemática.

Introdução

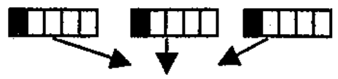
Inicialmente apresentaremos e discutiremos uma seqüência de ensino que possibilitou as crianças a compreensão dos números fracionários e a sua representação de forma mais significativa. Faremos um breve relato sobre a metodologia utilizada nesta pesquisa e descreveremos com maior ênfase as análises de nossos resultados baseados e fundamentados na teoria dos Campos Conceituais de Vergnaud (1982, 1988, 1990), nas intervenções cientificas de Nunes (1993, 1996; 1998) e Bryant & Nunes (1997); e em pesquisas de Spinillo (1994, 1995) e Correa (2000), em relação ; e nos trabalhos de Silva (1997), na formação de professores; e Bianchini (2001), no ensino dos decimais.

Se de um lado procuramos entender quais as noções que os sujeitos possuem sobre os conceitos e as representações dos números fracionários, de outro lado procuramos também compreender as situações desafiadoras e significativas que propiciam o desenvolvimento cognitivo da criança, tendo a sala de aula como laboratório das experiências instrucionais.

O ensino de frações do ponto de vista quociente.

Segundo Ciscar (1988) esta interpretação se associa a operação de dividir um numero natural por outro (divisão indicada por a:b = a/b). O autor assinala que a diferença desta interpretação está no fato de que a criança ao ter contato com as frações, por exemplo:

1/5 e 1/5 e 1/5



3/5

e ao realizar a divisão de uma unidade em cinco partes e tomar três delas (3/5), seu resultado é bastante diferente do fato de dividir três unidades entre cinco pessoas, embora o resultado seja o mesmo. Esta interpretação tem dois aspectos:

a) ver a fração 3/5 como uma divisão estabelecendo a equivalência entre 3/5 e 0,6 na ação de repartir;
b) considerar a fração como os elementos de uma estrutura algébrica. (No caso, teríamos: 5.X = 3)

O desenvolvimento de seqüências de ensino com a interpretação da idéia de quociente (repartir) pode ser utilizada com algumas combinações e utilizações em contextos discretos e contínuos..

Metodologia

O que prepusemos no nosso estudo foi uma rota alternativa para se trabalhar as frações como quociente e parte-todo. Nossa seqüência iniciou com a idéia de fração como quociente. Partimos da divisão de objetos manipulativos. O conflito se instalava quando a divisão dos objetos não mais era exata. Só então pedíamos para que os alunos nomeassem as frações trabalhadas e, na seqüência introduzíamos a representação icônica (com desenhos). Nossa preocupação nesse momento inicial era a de não nos atermos no uso de algoritmos nem na representação simbólica formal, já que concordamos com Spinillo (1994) de que nem a representação simbólica nem o uso de algoritmos garantem uma compreensão do significado das relações envolvidas no conceito.

Desenvolvemos nosso estudo com 2 classes de 3ª série do Ensino Fundamental de uma escola pública, com crianças entre 8 e 10 anos de idade. Com uma das classes aplicamos um teste inicial, desenvolvemos nossa seqüência de ensino e aplicamos um teste final (grupo experimental – GE) e com a outra classe apenas aplicamos os testes, dando intervalo de 2 meses entre uma e outra aplicação (grupo controle – GC). A seqüência de ensino foi trabalhada em 10 encontros, de 2 horas cada um.

Análise dos resultados

A análise que apresentaremos a seguir refere-se ao desempenho dos alunos do GE nos pré e pós-testes (ver tabela 1). Estes testes continham dez questões cada, cuja equivalência matemática e grau de dificuldade foram respeitados. Algumas dessas questões foram subdivididas entre a representação simbólica (formal) e a pictórica (desenho), totalizando quinze questões. Puderam ser aproveitados 19 alunos no GE e 20 no GC. (19x15=285 - quantidade máxima de respostas)

PRÉ-TESTE		PÓS-TESTE	
30/285	11%	199/285	70%

Tabela 1: Desempenho geral do GE nos testes.

A partir destes resultados podemos afirmar que esse grupo apresentou resultados bastante significativos, pois o índice de acertos cresceu aproximadamente 85%, indicando que a nossa intervenção foi bastante favorável a aprendizagem, e pode ser aplicada na sala de aula.

conjunto	DISCRETO				CONTINUO					
OBJETIVOS / QUESTÕES	ESTABELECER A RELAÇÃO PARTE-TODO		REPRESENTAR SIMBOLICAMENTE		REPRESENTAR GRAFICAMENTE E SIMBÓLICA-MENTE		DIVIDIR CORRETA-MENTE AS ÁREAS PARA REPRESENTAR		REPRESENTAR SIMBÓLICA-MENTE A FRAÇÃO IMPRÓPRIA	
	PRÉ	PÓS	PRÉ	PÓS	PRÉ	PÓS	PRÉ	PÓS	PRÉ	PÓ
TOTAL	0%	82%	12%	48%	4%	80%	8%	75%	42%	74%

TABELA 2: Desempenho geral do GE por objetivos

Em relação aos objetivos propostos foi possível agrupar as questões em dois grandes blocos, conforme a Tabela 2, ou seja, das representações das quantidades contínuas e discretas, de acordo com os objetivos de cada questão, nas quais consideramos tanto os acertos da representação do número bem como a representação pictórica, visto que consideramos ambas as formas como uma transcrição da cognição da criança.

Concordamos com Vergnaud (1988) que um conceito não se desenvolve isoladamente, mas em inter-relação com os outros conceitos por meio de vários tipos de problemas e com a ajuda de várias expressões e simbolismo. As crianças ainda estão estruturando o conceito de número fracionário, assim, podemos afirmar que as representações simbólicas ilustram o por quê do lento processo de aquisição e ajudam a entender melhor o comportamento das crianças durante as respostas que foram apresentadas nos testes.

Após a nossa intervenção pudemos perceber que algumas crianças ainda realizavam interpretações errôneas com relação à representação do número fracionário. Realizamos uma leitura cuidadosa dos testes e identificamos seis categorias de erros, que são apresentadas abaixo:

E_1:relacionar parte-parte, em quantidades discretas ou contínuas;
E_2:relacionar todo-parte, em quantidades discretas ou contínuas;
E_3:representar uma fração utilizando somente os números naturais;
E_4:considerar a palavra usada na leitura de uma fração como sendo a quantidade a ser assinalada, por exemplo, a quinta parte como sendo 5;
E_5:com quantidades discretas, centrar-se em uma única figura (observação da quantidade contínua) e desprezar as demais que compõe o todo.
E_6:realizar a divisão de uma quantidade contínua, desprezando a conservação das áreas na figura e repartindo as partes, segundo um critério aleatório.

Com relação às quantidades discretas, observamos a inversão entre o numerador e o denominador da fração. Ao invés da criança representar 4/9, ela representou 9/4. Vale destacar também sua compreensão com relação à metade. A questão apresentava seis triângulos e pedia para que o aluno encontrasse a metade, ou seja, três triângulos. Uma das crianças associou a idéia de metade ao número 2, pois circulou os triângulos dois a dois e ainda representou 2/6.

Observamos também uma tendência do aluno em empregar os números naturais em suas respostas. Foi possível constatar no pós-teste do GE esta concepção quando eles respondem 'um pedaço' no Pré-teste.

Os erros mais cometidos pelos alunos foram do tipo E3 e E4. Podemos avaliar que ambos estão diretamente relacionados aos números naturais. Algumas crianças, mesmo depois de nossa intervenção, não desvincularam do conceito de número natural para compreenderem o novo conjunto numérico. Assim, ao se depararem com uma dada situação-problema procuram responder com o conjunto numérico que lhes proporcionam maior segurança. O novo ainda não foi incorporado, e portanto, o uso do antigo lhe parece mais viável.

A tabela 3 apresenta os desempenhos dos alunos com relação aos erros e acertos ocorridos nos dois testes aplicados.

Foi possível observar os avanços cognitivos que as crianças apresentaram, após nossa intervenção. O exemplo acima descreve situações concretas de como as crianças realizavam as representações sem a instrução formal das frações e depois de terem tido contato com esse campo numérico.

Segundo Spinillo (1994), ao fazer um paralelo entre o conhecimento matemático espontâneo e a instrução escolar a autora relata que a matemática na escola é descontextualizada no sentido em que pode referir-se a qualquer coisa em qualquer situação e a matemática formal refere-se sempre a alguma coisa em determinada situação (referente concreto ou hipotético). É difícil à criança, ao ingressar na escola, passar a conceber a Matemática como um sistema sem um referente (generalização e abstração), visto que nas situações do dia-a-dia este referente está sempre presente.

aluno	Questão	1	2		3	4	5		6		7	8		9		10
		F	P	F	F	F	P	F	P	F	F	P	F	P	F	F
1	Pré	E3	E8	E3	E3	E3	E5	E3	E8	E3	E3	E5	E3	E4	3	C
	Pós	C	C	C	E3	C	C	C	C	C	E1	E5	E4	C	C	E1
2	Pré	E3	E6	E3	E3	E3	E5	E3	E6	E3	E3	E5	E3	E4	E8	C
	Pós	C	C	C	C	C	C	C	C	C	C	C	C	C	C	C
3	Pré	E3	E6	E3	E3	3	4	3	C	3	3	C	3	4	3	C
	Pós	C	E6	E8	C	C	E5	E4	C	C	E1	C	C	C	C	C
4	Pré	E3	E8	E3	E3	E3	E4	E3	E8	E3	E3	C	E3	E4	E8	E3
	Pós	E1	C	E3	C	C	E4	E4	C	E3	E3	C	C	C	C	C
5	Pré	E3	E8	E6	E3	E3	E4	E3	E6	C	3	C	3	E4	E3	E3
	Pós	C	C	C	C	C	E4	E4	C	C		C	C	C	C	C
6	Pré	E3	E8	E6	E3	E3	E4	E3	E8	C	E3	C	3	4	3	C
	Pós	C	C	C	C	C	E4	E4	C	E3	E1	C	C			C
7	Pré	E3	E8	E6	E3	E3	E4	E3	E6	C	E3	E5	E3	E4	E3	C
	Pós	E1	C	E3	C	C	C	C	C	C	E3	E4	E5	C	C	C
	Pré	E[illegible]	E[illegible]	E[illegible]	E[illegible]	E[illegible]	E[illegible]	E[illegible]	E[illegible]	E[illegible]	E[illegible]	C	[illegible]	E[illegible]	[illegible]	[illegible]

Tabela 3 – Classificação dos erros cometidos pelo GE.

LEGENDA

Erro 1	Erro 2	Erro 3	Erro 4	Erro 5	Erro 6	Em branco	Correta	Pictórica	Formal
E1	E2	E3	E4	E5	E6	Eb	C	P	F

Conclusão

Uma seqüência de ensino que interfere no contexto cultural e social da criança (Nunes, 1998), e privilegia a situação-problema como Vergnaud (1988) propõe, de fato influencia efetivamente na formação do conceito. As crianças encontram significados para a sua aprendizagem e apresentam resultados satisfatórios na representação do número fracionário. **Portanto, iniciamos a seqüência com o modelo quociente para a aquisição desse conteúdo, no desencadear dos encontros, apresentamos também o modelo parte-todo. Acreditamos que o modelo parte-todo é importante, mas não deve ser o único e tampouco o início para o aprendizado das crianças, pois ele parece oferecer uma barreira maior entre os números naturais e os fracionários.**

Para Nunes (1997), a matemática do dia-a-dia pode ser um bom ponto de partida para aprender as frações, sendo importante que o professor conheça uma variedade de práticas matemáticas e de diferentes grupos sociais, a fim de que possa oferecer uma visão mais diversificada de esquemas de raciocínio que não são utilizados, muitas vezes, pelos próprios alunos.

Os erros, ainda que numa proporção menor, também nos fornecem ferramentas para análise e estudo. É a partir dos esquemas de ação Vergnaud (1988) utilizados pelas crianças que o professor poderá intervir criando novas situações-problema de modo a garantir a ampliação do Campo Conceitual deste tema, e de outros.

Bibliografia

CORREA, Jane. **A compreensão intuitiva da criança acerca da divisão partitiva de quantidades contínuas.** Rio de Janeiro: UFRJ, 2000.

CISCAR, Salvador Llinares, GARCÍA, Maria Victoria Sánchez. **Fracciones.** Madri-Espanha: Sintesis, 1988.

NUNES, Terezinha. **Developing children's minds through literacy and numeracy.** London, Institute of Education University of London, 1998.

NUNES, Terezinha, BRYANT, Peter. **Crianças fazendo matemática.** Porto Alegre: Artes Médicas, 1997.

SILVA, Maria José Ferreira da. **Sobre a introdução do conceito de número fracionário.** Tese de mestrado em Ensino da Matemática, PUC/SP, 1997.

SPINILLO, Alina Galvão. **O conhecimento matemático de crianças antes do ensino da matemática na escola.** A educação matemática em revista – SBEM (3), 2º sem. de 1994. pp. 47-68

VERGNAUD, Gérard. **A comprehensive theory of representation for mathematics education.** Journal of mathematical behavior, Paris: 1988.17(2) pp.167-181.

_______________. **Multiplicative Structures** in: HIEBERT, H. & BEHR, M. Research agenda in mathematics education. Number concepts and operations in middle grades. Laurence Erlbaum Ed., pp. 141-161 Hillsdale, 1988.

O que o computador representa no ensino e aprendizagem da Matemática: A visão das mães

Heloisa da Silva
Marcelo de Carvalho Borba
UNESP – RC

Introdução

Desde a década de 80, aproximadamente, as discussões a respeito da inserção e uso do computador na escola, estão, em sua maioria, voltadas para o uso desse instrumento como um auxiliar nas atividades didático-pedagógicas, em especial, da disciplina de Matemática. Mais do que isso, essas discussões trazem consigo as possibilidades e/ou dificuldades que o uso do computador pode ou tem trazido para o ensino e a aprendizagem dessa disciplina.

Apesar do processo ser lento, a inserção da informática na escola vem, aos poucos, colaborando para uma mudança maior e significativa na educação, na medida em que o aumento do poder e da comunicação das novas tecnologias possibilita para a sala de aula um maior contato com recursos utilizados nos domínios sociais e, ao mesmo tempo, intelectuais (Riel, 1994). Isso tem sido importante, pois, em virtude do meio tecnológico em que vivem os atuais estudantes, a realidade vivida por eles estava se distanciado muito do trabalho desenvolvido nas escolas. Para as crianças e jovens é difícil concentrar-se em conceitos e discursos desprovidos de ritmos, imagens, sons e vibrações; entretanto, concentram-se facilmente em determinados programas de televisão, história em quadrinhos, softwares (Papert, 1996; Babin & Kouloumdjian, 1989).

Além de aumentar o interesse e envolvimento do aluno (Babin & Kouloumdjian, 1989; Penteado, 1999), esse processo está tendo (ou ainda pode ter), segundo as pesquisas que analisamos, várias implicações, como: diferentes formas de tratar o conteúdo disciplinar e no próprio conteúdo disciplinar; mudança no relacionamento entre professor e alunos; liberação de maior poder para os alunos no tocante às iniciativas em sala de aula; novas abordagens/práticas pedagógicas, entre outras. Assim, a presença das novas tecnologias não significa apenas a existência de mais uma disciplina, ou mais um recurso para auxiliar o ensino e aprendizagem dos conteúdos, elas refletem no todo escolar.

Entendemos, assim, que o novo processo significa, a necessidade de uma mobilização da escola, juntamente com seus "atores", a trazer novos atores para seu ambiente, de forma a reorganizá-lo de acordo com as necessidades e possibilidades de cada um (alunos, professores, administradores, pais e interessados). Em nosso trabalho, enfocamos as implicações dessa nova dinâmica para as interações entre escola e família.

Muitos estudos e pesquisas têm abordado o papel de cada ator nessa reorganização da escola: o aluno, o professor, o conteúdo escolar, o projeto pedagógico, mas até o momento, são poucos os trabalhos que se dirigem aos pais, também atores nesse processo. Acreditamos que os pais, assim como os outros atores, representam pessoas indispensáveis no desenvolvimento qualificado desse processo.

Verificamos que, com argumentos baseados na prática ou não, a visão das mães participantes de nossa pesquisa acerca da utilização do computador na disciplina de Matemática não deixou de apontar para a visão desse instrumento como um recurso didático-pedagógico no ensino e aprendizagem dessa matéria. Consideramos que essa categoria tenha emergido pelo fato de já terem utilizado o computador pelo menos alguma vez, ou por serem mães de alunos que o utilizavam tanto nas aulas de Matemática como em outras atividades, ou por saberem que a entrevistadora é profissional da área de Matemática, ou ainda pelas próprias questões levantadas no decorrer das entrevistas. Assim, essa categoria emergiu da convergência entre dois grupos temáticos destacados nos depoimentos: o que o computador representa no ensino e aprendizagem da Matemática e quais as conseqüências ocasionadas pelo uso do computador nessa disciplina.

Nesse artigo, destacaremos os diferentes significados apontados pelas mães de classe média quando essas se referem ao computador como um recurso didático-pedagógico no ensino e aprendizagem da Matemática. Mostraremos que as concepções que essas mães possuem acerca do próprio ensino e aprendizagem da Matemática remete certa influência sobre seus discursos acerca do processo em questão.

Apresentaremos a seguir as possibilidades e implicações da utilização do computador no ensino e aprendizagem da Matemática, segundo pesquisas por nós analisadas e o que esse processo representa na visão das mães participantes de nossa pesquisa.

Informática na educação matemática: possibilidades e implicações

Além das dúvidas comuns a todas as disciplinas, acarretadas pelo processo de introdução dos computadores na escola, muitas pessoas, sejam elas professores, pesquisadores e/ou interessados, têm questionado, já há algum tempo, quais as implicações desse processo para o ensino e aprendizagem da Matemática, ficando a dúvida sobre como utilizar um instrumento que tem capacidade para realizar tantos processos matemáticos. Borba (1996), explica que tais questionamentos são específicos à essa disciplina pelo fato da Matemática ser vista como uma abstração, e lápis e papel como "mídias inofensivas", o que induz as pessoas a olharem essa ciência como "impermeável" às novas mídias. Sendo assim, olham para o computador como uma mídia também inofensiva para o tratamento dessa ciência e por isso ao utilizá-la na escola, o fazem sem alterar a abordagem dos conteúdos matemáticos.

Para esclarecermos o assunto buscamos inspiração no trabalho de Pierre Lévy (1990), *As tecnologias da inteligência*. Esse autor vê as tecnologias atuais como parte de uma evolução histórica cultural das técnicas utilizadas pelo homem em suas atividades intelectuais (as *tecnologias intelectuais*). Ele explica que assim como a oralidade, a escrita e a imprensa estiveram e estão ligadas às formas do homem *pensar* o mundo, as novas *tecnologias intelectuais* vêm dar continuidade à essa evolução, fazendo emergir modos de conhecimentos inéditos, assim como as anteriores também o fizeram, em seu tempo. O autor esclarece que a aparição de novas *tecnologias intelectuais* não significa o desaparecimento das antigas, mas sim um equilíbrio entre todas elas, podendo, desta maneira, causar um enfraquecimento de certos estilos de saber e, principalmente, colaborar para que novas formas de conhecimento sejam ativadas.

Levando em consideração o pensamento desse autor, podemos dizer que a introdução das novas tecnologias no ensino e aprendizagem da Matemática implica em novas formas de tratar esse conhecimento, em colocar as novas formas em equilíbrio com as antigas de modo a gerar compreensões matemáticas mais amplas ou diferentes. Muitas práticas e pesquisas podem nos mostrar como esse processo traz mudanças positivas para a sala de aula, da mesma forma como tem trazido para a sociedade, de um modo geral.

Alguns trabalhos sugerem que a utilização do computador no ensino e aprendizagem da matemática favorece o tratamento dessa disciplina sob múltiplas representações, as quais contam com uma coordenação entre a nova mídia e as já existentes (Villarreal, 1999). Pesquisas concluem que esse fator coloca o estudante em caminhos diferentes dos até então considerados únicos e verdadeiros (Borba, 1996), além de tornar possível uma conexão de domínios geradora de um componente empírico mais amplo na investigação matemática, a qual conta também com maior ênfase em visualização, em particular nos estudos de funções e geometria (Villarreal, 1999).

Borba (1996) ressalta, inclusive, que podemos utilizar as próprias limitações da tecnologia para abordar determinados conteúdos matemáticos. Ele explica que muitas vezes, atividades realizadas através do computador ou da calculadora, por motivo de limitação em sua programação, resultam em valores distintos das realizadas através do lápis e papel (os gráficos são exemplos típicos de situações como essa). Assim, podem ser

exploradas discussões ricas sobre representação matemática, tais como: por que deu esse resultado e não aquele? O computador pode errar? Etc.

Diante dessas novas abordagens no tratamento dos conteúdos matemáticos, notamos que uma nova dinâmica surge na sala de aula na medida em que as novas tecnologias, em conjunto com as antigas, delineiam um novo ambiente, caracterizado por experiências diferentes das vividas no antigo. Noss e Hoyles (1996) afirmam que o computador não somente fornece-nos uma particular figura definida para a produção dos significados matemáticos, como também molda e reformula a visão da atividade e conhecimento matemático. Os mesmos defendem a idéia de que o computador adquire um papel de "catalisador de comunicações" entre professor e aluno (ou aluno e aluno) no processo de ensino e aprendizagem e enfatizam que isso não significa a inexistência de outros tipos de "catalisadores" que podem e são usados nesse processo, mas que a diferença fundamental está na salientada comunicação ocorrida entre as pessoas durante o processo no qual o computador se faz presente.

Segundo alguns autores, esses fatores significam uma abertura para a implementação de outras abordagens/práticas pedagógicas, como por exemplo, modelagem, interdisciplinaridade e trabalho cooperativo (ou social) (Borba, Meneguetti & Hermini, 1997; Riel,1994).

Se relacionamos essa nova configuração do ambiente escolar ao pensamento de Lévy (1990), notamos que sua qualidade não está dependendo da eficácia das tecnologias, mas do que é feito com elas. Segundo o autor:

***"É possível que haja eficácias cheias de sentido, significações eficazes, e isto naturalmente no bom e no mau sentido. O quadro apenas coloca em relevo que o critério de eficácia se encontra mais fortemente ligado à simulação, à objetivação quase total da memória, ao tempo real, etc* (...)(p. 128). (Aqui o autor alerta que *a ascensão do conhecimento por simulação deve ser entendida de acordo como uma modalidade aberta, plurívoca e distribuída*) (p.129). *As tecnologias intelectuais eficazes resultam muitas vezes* da *aliança entre visibilidade imediata (requerendo aprendizagem) e a facilidade de operação* ". (p. 159)**

Assim, as possibilidades que as novas tecnologias investigadas e discutidas até então podem trazer para a escola serão viáveis, dependendo do trabalho que pretende-se desenvolver com essas ferramentas. Como ele ressalta é preciso que elas sejam usados de modo a utilizar as possibilidades de visualização e representação que elas têm a oferecer.

Após essa discussão sobre essas transformações possíveis graças às tecnologias informáticas, se torna notória a necessidade de um trabalho diferenciado por parte dos agentes educativos (professores, pais, administradores e interessados), quando graus mudanças como esses estão em jogo. Acreditamos que considerar o que esse processo representa para cada agente é um primeiro passo para esse trabalho. A seguir destacamos, então, o que o computador representa no ensino e aprendizagem da Matemática na visão das mães entrevistadas em nossa pesquisa, contrastando referências de algumas pesquisas sobre o assunto por elas tratado.

O que o computador representa no ensino e aprendizagem da Matemática na visão das mães

As pessoas que depuseram nesse trabalho são mães de alunos de uma escola particular do ensino fundamental situada em um município do interior de São Paulo, cujos filhos foram alunos de uma professora-pesquisadora que trabalhou com o computador em suas aulas de Matemática durante um ano. Como nossa intenção de pesquisa era a visão que os pais possuem sobre a utilização da informática nas aulas de Matemática, os pais dos alunos dessa professora se mostraram alvo de interesse para nossa pesquisa. O resultado foi positivo, apesar da disponibilidade para entrevista ter vindo somente da parte das mães dos alunos.

A primeira justificativa das mães em serem favoráveis ao uso do computador nas disciplinas escolares, se voltou ao fato de ser este um instrumento moderno, que permite avanços entre os variados tipos de trabalhos no dia-a-dia. Por esse motivo, a escola deve permitir que seus alunos aprendam a lidar com a nova linguagem, afinal, é ela quem, juntamente com os pais, está formando os futuros profissionais.

Num primeiro momento, a preocupação das mães está, então, atrelada ao fator democratização da nova linguagem aos alunos/filhos. Para elas se houver essa democratização, os alunos terão possibilidades de, num futuro próximo, competir no mercado de trabalho de acesso através da sociedade em que vivem. Nesse sentido, Babin & Kouloumdjian (1983), afirmam que no atual contexto informatizado em que se instala a sociedade, *a escola ideal deveria estar intimamente ligada à cidade e não rejeitada para fora das comunicações habituais do povo* (p.150). A idéia é a de que a escola deveria, mais do que nunca, se situar no contexto da sociedade a que pertence, se atualizar com ela para que forme cidadãos para ela. A fala de Patrícia e Thaís (nomes fictícios) retrata a preocupação dessas mães nesse sentido:

"Acho que a criança tem que estar preparada, a criança sem informática hoje não tem mais futuro. Isso é indiscutível, então a criança que não tiver familiarizada com o computador ela não tem continuidade profissional em área nenhuma."

"Eles sentem falta desse tipo de coisa, porque os alunos hoje estão muito avançados. Então, eu acredito até que para os professores esteja sendo difícil segurar a classe em virtude da falta que eles sentem de mais atividades com informática e de outras coisas, outros respaldos..."

Esse outro argumento das mães, atrelado ao primeiro, compreendemos ter referido-se ao fato de que se o computador, por oferecer vários recursos, está presente em todas as áreas, de algum modo ele deve ser utilizado no trabalho com as disciplinas da escola, em especial com a Matemática. Entendemos, dessa maneira, que o computador é visto aqui como um recurso que possibilita avanços no trabalho cognitivo e por ser assim, deve, de algum modo, oferecer possibilidades para o processo de aprendizagem dos alunos, seja ele matemático ou não. Consideramos que estas idéias estiveram presentes no depoimento de todas as participantes, mesmo sendo esses "avanços" tipificados pelas diferentes argumentações. Houve uma única mãe, dentre as entrevistadas, que se mostrou resistente ao uso do instrumento nas aulas de Matemática, apesar de considerá-lo de grande valor no trabalho cotidiano das pessoas.

Se o computador tornou-se um recurso utilizado em várias atividades pelas crianças, inclusive nas cognitivas, não utilizá-lo nas disciplinas escolares passa a ser um problema para administradores e professores, pois torna-se difícil a aceitação de uma estrutura de aprendizagem diferente da conhecida e vivida em casa, no primeiro estágio de socialização, pela criança (Berger & Luckmann, 1983), principalmente se a estrutura do lar oferece possibilidades que se mostram ausentes na estrutura de aprendizagem da escola.

Patrícia ainda aprofundou a questão, ao observar que, com a chegada do computador e da Internet o aluno pesquisa mais que o professor, pois este não tem tempo, afinal com a carga horária sobrecarregada, não há maneiras de pesquisar as possibilidades de utilização do instrumento e ainda preparar aulas com o seu uso. Essa preocupação já foi bastante ressaltada na literatura (Penteado 1999; por exemplo) e a discussão se move em torno do assunto no qual o professor não tem tempo para esse tipo de trabalho e dessa forma, as atividades com o computador acabam sendo responsabilidade do técnico do laboratório da escola.

Esse assunto foi, inclusive, observado por Flávia como sendo prejudicial para o desenvolvimento das atividades dos alunos:

"ela (a professora) dá a parte teórica em sala de aula e a parte prática os alunos reservam um espaço no laboratório e nesse momento nem sempre a professora está junto porque ela tem outras atividades, ela tem outras aulas em outras séries e o técnico do laboratório não é uma pessoa que está preparada para dar um apoio."

Nesse sentido, o que poderia servir de apoio para o trabalho do professor em sua tarefa de gerenciamento dos problemas surgidos a partir da utilização do computador, acaba se tornando apenas um trabalho a parte, separado das atividades de sala de aula. Como afirma Penteado Silva (1997), é neste momento que a Informática torna-se vista como uma disciplina a mais no currículo, servindo apenas como apoio para alguns trabalhos desenvolvidos nas outras disciplinas.

Assim as noções sobre o que o computador tem a oferecer vão se confundindo com a visão de educação escolar que essas mães possuem. Veja o comentário de Josy:

"O uso do computador na aula de Matemática possibilita um avanço muito grande da criança a nível de raciocínio, oportuniza essa coisa da criança poder fazer uma atividade, refaze-la, dependendo, inclusive, do software que ela esteja usando (...) essa possibilidade da criança propor uma alternativa, uma resposta para determinada atividade e o computador interagir com ela no sentido de que 'tente mais uma vez' ... 'você está quase conseguindo' e a criança então ter essa oportunidade de refazer"

Notamos, como através desse trecho, que algumas mães ficam maravilhadas com os softwares do tipo pergunta e resposta. De acordo com Papert (1996), essa idéia faz parte da nossa cultura que considera as crianças como "máquinas de respostas". Assim como a literatura que trata da Informática e Educação Matemática, o autor alerta que quem tem que ser o agente no trabalho com o computador é a criança e não a máquina, que a criança deve reter o controle de seu processo intelectual e levantando suas próprias questões.

Dessa forma, o computador está sendo visto não apenas como um instrumento de uma nova disciplina, mas também para reforçar determinados conteúdos já estudados, de forma mais lúdica, ou como mais uma disciplina para o currículo escolar. Essa visão que norteou o depoimento dessas participantes, quando expressavam suas idéias a respeito do que representa o computador, é, no entanto, compreensível se a considerarmos advinda de pessoas cuja formação não esteve relacionada à área de Educação Matemática. Devemos lembrar também que, num primeiro momento, as idéias da própria academia sobre a utilização do computador na escola estiveram atreladas ao fato de que este instrumento "traz motivação para as crianças" na realização das atividades escolares. Outras constatações a respeito do papel do computador na sala de aula começaram a emergir somente após as conclusões de pesquisas preocupadas em investigar as possibilidades e conseqüências do uso desse instrumento.

Algumas conclusões

Diante da discussão apresentada, entendemos que a introdução do computador na escola e, em especial na disciplina de Matemática, se mostrou, de maneira geral, importante para as mães, pois, segundo a maioria delas, seu uso propicia um ambiente no qual o aluno desenvolve a *fluência* com o computador e com os conceitos matemáticos a serem estudados. Para algumas mães esse uso significou a aparição de um ambiente propício para se explorar o raciocínio lógico e a criatividade do aluno, pois ele oferece recursos que favorecem uma reflexão maior sobre a prática pedagógica, possibilitando o desenvolvimento de moldes diferentes dos tradicionais em sala de aula. No entanto, tais moldes apareceram de forma ingênua em alguns discursos. Constatamos que a dificuldade das gerações mais antigas em se adaptar aos novos costumes propiciados pela presença da Informática na sociedade e a resistência de algumas mães ao uso desse instrumento nas atividades cognitivas dos alunos, se devem, principalmente, à estrutura cristalizada da educação escolar e familiar que, durante um longo período, esteve baseada em modelos e regras institucionais (Ariès, 1975; Szymanski, 1995; Papert, 1996).

Deste modo, considerando o contexto de nossa pesquisa, a família de classe média e a escola privada de ensino, acreditamos que o trabalho desenvolvido nas aulas de Matemática com o computador poderá tomar rumos desordenados, no caso em que a família se encaixar na do tipo que defende uma visão tradicional de ensino. A escola, pode até estar trazendo o computador para aulas de Matemática, mas dela ainda serão cobrados, como vimos no caso de algumas mães, as exigências dos moldes tradicionais de ensino, incluindo aí os conteúdos e objetivos da disciplina Matemática. No caso em que a família apresenta uma visão real de educação libertadora (Freire, 198, fica claro que esse trabalho pode não só alcançar os objetivos requeridos pela escola, como também colaborar para o acompanhamento do aluno em casa, esclarecendo-se para ambos os lados sobre o que é importante valorizar no estudo da Matemática em um ambiente computadorizado.

Bibliografia

ARIÈS, P.: 1975. *História Social da Criança e da Família*. Rio de Janeiro: Livros Técnicos e Científicos Editora S.A.

BABIN & KOULOUMDJIAN: 1989. *Os novos modos de compreender - a geração audiovisual e do computador.* São Paulo: Edições Paulineas.

BERGER, P. & LUCKMANN, L.: 1983. *A construção social da realidade - tratado de sociologia do conhecimento.* Petrópolis: Vozes.

BORBA, M.C.: 1996. "A Informática trará mudanças na educação brasileira?" Revista Zetetiké n. 6 do Círculo de Estudos, Memória e Pesquisa em Educação Matemática da Faculdade de Educação da Unicamp, Campinas.

BORBA, M.C.; MENEGHETTI, R.C.G.; HERMINI, H.A.: 1997. Modelagem, Calculadora Gráfica e Interdisciplinaridade na sala de aula de um curso de Ciências Biológicas. Revista da Sociedade Brasileira de Educação Matemática, São Paulo. Ano 5, no 3, pp. 63-70.

LÈVY, P.:1993. *As tecnologias da Inteligência*: o futuro do pensamento na era da informática. Rio de Janeiro: Editora, 34.

NOSS, R. & HOYLES, C.: 1996. Windows on Mathematical Meanings - learning cultures and computers. Dordrecht: Kluwer Academic Publishers.

PAPERT, S.: 1996. *The connected family - bridging the digital generation gap.* Longstreet Press, Atlanta, Georgia.

PENTEADO, M.G.: 1999. "Novos atores, novos cenários: discutindo a inserção dos computadores na profissão docente. In: Bicudo, M.A.V.*Pesquisa em Educação Matemática: Concepções & Perspectivas* (Seminários & Debates). São Paulo: Editora Unesp.

RIEL, M.: 1994. "Educational change in a technology-rich environment". Journal of research on computing in education. Vol. 26, n.4, p. 452-74.

SZYMANSKI, H.: 1997. "Teorias e 'teorias' de famílias". In: Carvalho, M.C. B. (org.), *A Família contemporânea em debate.* São Paulo: EDUC/Cortez Editora.

VILLARREAL, M.E.:1999. *O pensamento matemático de estudantes universitários de Cálculo e tecnologias informáticas.* Tese de Doutorado, Universidade Estadual Paulista, Rio Claro, SP.Riel,1994

REPENSANDO O PAPEL DA PSICOLOGIA DA EDUCAÇÃO NA FORMAÇÃO CONTINUADA DE PROFESSORES DE CIENCIAS E MATEMÁTICA.

Inês Maria Marques Zanforlin Pires de Almeida
Sandra Francesca Conte de Almeida
Universidade de Brasília, Brasília – Distrito Federal

Este trabalho investigou as possibilidades de repensar o papel da Psicologia da Educação na formação continuada de professores de Ciências e Matemática, por meio de pesquisa junto a professores do ensino médio destas áreas, em escolas da rede pública e particular do Distrito Federal, inscritos no *Programa de Aperfeiçoamento Pró-Ciências* (MEC/CAPES), elaborado e desenvolvido pela Universidade Aberta do Distrito Federal - UNAB/DF, em 1997 e 1998.

De acordo com a modalidade de ensino utilizada, os cursos foram estruturados em módulos, com atividades a distância e presenciais, nos quais se inseriu como integrador entre os módulos de conteúdos específicos, o chamado *Módulo Comum: Imersão no processo educativo de Ciências e Matemática,* que originou esta pesquisa.

A inserção deste módulo, na proposta, partiu do pressuposto que a formação continuada deve alicerçar-se na reflexão *na* e *sobre* a prática através de dinâmicas de investigação-ação e investigação-formação o que requer, além da valorização do saber docente, conhecimentos científicos, competências e habilidades específicas relacionadas ao ensino, os quais, por sua vez, são integrados ao ser professor, sujeito que não é apenas relacionado, é um sujeito produzido nos múltiplos contextos sociais, em especial na instituição escolar particularmente determinante no exercício do ofício docente.

Assim sendo, aspectos objetivos e subjetivos do processo de construção identitária e de formação ou (de)formação do ser professor foram investigados, alicerçados em pressupostos epistemológicos e princípios norteadores subscritos no paradigma da complexidade (da inter para a transdisciplinaridade), no compromisso social (relações ciência, tecnologia e sociedade), na profissionalização (para além da reflexão e pesquisa da prática) e nas competências e habilidades pessoais e profissionais.

A partir destes fundamentos de pesquisa, movimentaram-se os três eixos de confluência da tese: Psicologia da Educação, Formação Continuada de Professores e Educação Aberta e Ensino a Distância. No decorrer do processo foram (re) pensadas mais intensamente as relações entre os conhecimentos advindos das teorias psicológicas e psicanalítica e a formação continuada do professor.

As atividades propostas para a realização do Módulo Comum representaram, de forma criativa e original, o caráter científico eminentemente intencional e intersubjetivo deste trabalho. Ao mesmo tempo pretenderam atender tanto às características da modalidade de educação aberta e ensino a distância, quanto às estratégias metodológicas da abordagem qualitativa de pesquisa-ação. Neste sentido, foram utilizados: questionários abertos e semi-estruturados, memória educativa, registros de ocorrências da prática docente, seminários temáticos, resenha de livro e/ou análise crítica de filmes e questionário de avaliação final do módulo. Buscou-se assegurar em todas atividades o *feed-back*, traço principal da pesquisa-ação, ou seja, a comunicação dos resultados da investigação aos membros nele envolvidos. A avaliação qualitativa foi secundada por dados quantitativos, reconhecendo-se a quantidade não como uma dimensão inferior ou menos nobre da realidade, mas uma face dela.

Os sujeitos foram os professores de Biologia, Física, Matemática e Química, do ensino médio do Distrito Federal, inscritos nos Cursos realizados em 1997 e 1998. Em 1997, a amostra foi composta de 98 sujeitos e em 1998 de 281 sujeitos.

Intencionalmente articularam-se as atividades formando um *continuum*, pretendeu-se não apenas descrever ou dialogar sobre a prática pedagógica mas avançar na compreensão da razão de ser desta prática, possibilitando, assim, a elaboração de alguns indicadores teórico-práticos de sua possível transformação.

Deste modo, o **Questionário aberto e semi-estruturado** teve por finalidade coletar informações para a elaboração do diagnóstico inicial das características do grupo, levantamento de necessidades e expectativas de formação e informação. Análises e discussões dos resultados do questionário foram incorporados às outras atividades realizadas ao longo da pesquisa reafirmando os vínculos que caracterizaram o *continuum* da proposta.

A **Memória Educativa** como estratégia metodológica se insere no contexto atual de mudanças paradigmáticas nas pesquisas humanas e sociais, particularmente nas educacionais. Novas perspectivas e tendências de pesquisa recolocam a vida dos professores, sua carreira e seu percurso profissional no centro dos debates educativos e das problemáticas de investigação acadêmico-científica. O olhar sobre a vida do professor e ele enquanto pessoa passaram a ser um imperativo, ou seja, da ordem do impossível separar o *eu* profissional do *eu* pessoal.

Nesta perspectiva, o memorial foi pensado como um meio privilegiado de expressão da subjetividade na formação da identidade do educador, considerada não como um dado adquirido ou um produto, mas como um lugar de lutas e conflitos, um espaço de construção de maneiras de ser e de estar na profissão docente, reconhecendo assim as complexas relações entre objetividade e subjetividade. As memórias educativas constituem narrativas de um sujeito-professor, um sujeito psíquico constituído em suas relações humanas e sociais, cuja memória, à semelhança da palavra que mente, que oculta, mas que porta uma verdade, pode ser vista como um enigma a ser decifrado na busca de uma enunciação mínima, por parte dos professores, do seu próprio saber e das implicações subjetivas contidas na escolha de ser professor. A memória educativa permite que ao falar de seu passado, o sujeito atribua significação ou re-signifique suas vivências passadas e sua experiência atual.

Para análise e discussão dos memoriais foram utilizadas ferramentas conceituais advindas da teoria psicanalítica, dentre as quais os construtos referentes aos processos de transferência e contra-transferência, identificação, sedução pedagógica e pulsão epistemofílica (desejo de aprender). A aposta teórico-prática da elaboração da memória visava alcançar o objetivo de desencadear um processo de subjetivação no qual o professor, por meio da (des)construção de sua identidade, pudesse, enfim, *fazer as pazes com a criança que está dentro dele.*

Das leituras e análises dos memoriais tornou-se possível reconhecê-lo como uma das atividades mais estimulantes e valioso instrumento desta pesquisa. Fragmentos das memórias:

...a nebulosidade da primeira infância é intensa e desfazê-la é um ato de coragem e desafio (professor de Matemática/1997).

...fico intrigada como estas experiências permanecem tanto tempo em nossa memória, talvez sua função seja fazer voltar ao passado onde realmente se encontra a nossa identidade (professora de Biologia/1997).

...a minha maior dificuldade no ginásio foi a tal da Matemática – a professora era muito séria e não permitia um único sussurro em sala de aula...ela era a cara da Matemática...metia medo fazer perguntas, então ninguém se atrevia e a dificuldade aumentava (professor de Biologia/1998).

...sempre fui aluna nota dez em Matemática (...) recordo-me que "devorava" os livros (...) gostava tanto da Matemática, sentia prazer em estudá-la, para mim era como se fosse um quebra-cabeças (...) gostava tanto que muitas vezes ia à escola em horário inverso para dar aulas para meus colegas em recuperação (professora de Matemática/1998).

Os **Registros da Prática Docente** propostos como uma das atividades a distância possibilitaram ao professor o exercício da reflexão e pesquisa sobre o seu "fazer pedagógico". Tal como diário de bordo, foi proposto não apenas como relato de experiências mais significativas vivenciadas em sala de aula, mas principalmente como um momento para pensar, refletir e analisar a própria prática, encaminhando, se necessário, o seu (re)direcionamento.

Em grande parte dos registros, foi possível analisar, que a relação professor/aluno aparece vinculada aos métodos de ensino, o que parece indicar que certas concepções deveriam ser redimensionadas, questionando-se, por exemplo, a ilusão do controle da aprendizagem e as

buscas infrutíferas por melhores métodos, técnicas e/ou recursos para o sucesso do processo ensino-aprendizagem.

Dos registros

...questão da motivação, a apatia é um estado de espírito freqüente, como devo proceder a fim de motivá-los, de conquistar-lhes a atenção e o interesse, de "contaminá-los" com um pouco da paixão que sinto pela Biologia? (professora de Biologia/1998).

...geralmente a preocupação do professor é de resolver todos os exercícios propostos pelo livro e repassá-los para os alunos da melhor forma possível...os conceitos são sugeridos de uma forma rápida, pois a preocupação está em resolver os exercícios (professor de Matemática/1998).

Os **Seminários Temáticos**: permitiram articulações e relações com outras atividades do módulo e fundamentaram teoricamente as discussões e análises das múltiplas relações implicadas no trabalho docente. Os temas para seminários foram selecionados tanto em razão da demanda de fundamentação teórico-prática em determinados conteúdos comuns aos diferentes cursos, quanto alguns complementares ou diferenciados explicitados em respostas ao questionário inicial.

Uma coletânea de textos básicos e selecionados subsidiou a elaboração e produção dos seminários, focalizando principalmente recortes teóricos na área dos conhecimentos psicológicos com profundas implicações e relações com a prática escolar, sugerindo articulações possíveis do saber ser com o conhecer, as competências e habilidades e a interdependência entre sabedoria e conhecimento.

Resenha de Livro ou Análise crítica de filme: constituíram-se como propostas alternativas para o professor. No caso da resenha de livro, solicitava-se a leitura e exercício da capacidade de tecer comentários críticos e interpretativos, discutindo e avaliando o texto do autor. A análise crítica de filme pretendeu não apenas incitar a reflexão sobre sua prática como também enfatizar a questão do simbólico como cerne da problemática humana, situar o homem como não estando meramente num universo simbólico, a linguagem, o mito, a arte e a religião como partes deste universo. A arte, enfim, é indispensável para a descoberta científica. Livros e filmes foram sugeridos para esta atividade, admitindo-se porém outras produções desde que relacionadas ao contexto escolar.

Avaliação final do módulo: os sujeitos foram instados a responder sobre as intervenções propostas, informando, justificando e/ou sugerindo alterações, se necessárias. Das respostas à questão *sobre a relevância do módulo no pensamento e no fazer pedagógico* construíram-se representações gráficas de acordo com os resultados de quatro(4) alternativas indicadas: não interferiu, influenciou um pouco, interferiu bastante ou provocou uma mudança radical. A alternativa *interferiu bastante* alcançou maior índice de respostas o que permite inferir que para um percentual expressivo de professores a experiência vivida no âmbito do Módulo Comum, foi positiva e relevante.

...a interferência deveu-se a um repensar, a uma exigência de reformular meu trabalho em sala. Além de haver uma formação que não houve na época de universidade. Saio inquieta, intrigada com tantas questões, quase uma falta de ar com tudo que devo fazer, uma nova leitura do mundo e novas posturas. Quanto ainda devo ainda estudar e aprender. Lamento o pouco tempo do curso. Gostaria de aprofundar mais no Módulo, a bibliografia é extensa! (professora de Matemática/1998).

Nas diferentes atividades do Módulo Comum subscreveu-se nitidamente a importância de se (re)pensar o papel da Psicologia da Educação na formação continuada dos professores, na perspectiva de aprofundamento do seu campo de conhecimento, de superação das visões fragmentadas ou dicotômicas mais radicais, na percepção e compreensão das relações entre as diversas disciplinas e saberes, dentre os quais ressaltam-se, suplantando impasses históricos, as possíveis conexões entre o conhecimento psicológico, a educação e o saber psicanalítico.

A pesquisa apontou, ainda, que a questão relacional, no âmbito da sala de aula, deve ser encarada de frente e que teórica e praticamente aos professores sejam oferecidas possibilidades de discussão e abertura para abordar alguns dos efeitos deletérios de sua (de)formação. Repensar a Psicologia da Educação, finalizando, não é conferir plenos poderes aos conhecimentos historicamente produzidos pelas diferentes teorias psicológicas, nem tampouco negá-los, mas exorcizar fantasmas da Psicologia e da Pedagogia que povoaram a trajetória do *ser* professor, trabalhar enfim, a sua identidade pessoal e profissional de modo a que seja construída ou (re)construída resgatando-se o *avesso do relacional* e desenvolvendo-se competências e habilidades imprescindíveis ao ato pedagógico.

Texto elaborado a partir da Tese de Doutorado em Psicologia, defendida pela primeira autora, sob a orientação de segunda, e aprovada *com louvor*, em junho de 2001, no Instituto de Psicologia da Universidade de Brasília.

CONSTRUTIVISMO E HISTÓRIA DA MATEMÁTICA: UMA ALIANÇA POSSÍVEL

Autor: Iran Abreu Mendes
Orientador: John A. Fossa
PPGEd/UFRN

Contextualizando o estudo

Este artigo é uma reflexão acerca da minha tese de Doutorado "Ensino de Matemática por atividades: uma aliança entre o construtivismo e a história da Matemática", defendida no Programa de Pós-Graduação em Educação (Área de Educação Matemática) da Universidade Federal do Rio Grande do Norte. A tese discute teoricamente o conhecimento matemático, procurando estabelecer um diálogo entre as concepções de diferentes autores e o nosso modo de conceber tal conhecimento. Para tanto, analisamos o modo construtivista de conceber o processo de criação, utilização, organização e divulgação das idéias matemáticas na educação matemática. Nesse sentido, abordamos os aspectos epistemológicos e metodológicos da matemática, apontando assim algumas implicações do construtivismo no ensino da matemática como disciplina escolar, considerando para isso as formas de representação da matemática no contexto de sua produção cotidiana, escolar e científica.

Além disso estabelecemos uma abordagem teórica acerca do uso da história da matemática na aprendizagem da matemática escolar. Procuramos mostrar diversas possibilidades de uso pedagógico da história da matemática como meio de construção do conhecimento matemático escolar. A revisão dos estudos selecionados em nosso trabalho apontou implicações pedagógicas da utilização da história da matemática no ensino da matemática, advindas das concepções teóricas dos autores abordados.

Acreditamos que as nossas reflexões suscitaram inúmeras contribuições para o uso pedagógico da história da matemática em sala de aula, principalmente como um princípio unificador dos aspectos cotidiano, escolar e científico da matemática. Nessa perspectiva, incluímos também a configuração transdisciplinar da história da matemática, pois sua contextualização situa a matemática nesse cenário epistemológico. Nesse sentido, emergiu a possibilidade de se estabelecer uma aliança entre o construtivismo e a história da matemática, que se constitui, portanto, na nossa proposta de abordagem metodológica para o ensino da matemática no nível fundamental e médio.

Nesse sentido defendemos a eficácia dessa aliança, concretizada nas atividades históricas propostas para o ensino da matemática no nível fundamental e médio. Acreditamos que essa conjunção pode ser utilizada como fonte de geração do conhecimento matemático escolar, ou seja, pode contribuir significativamente para a melhoria do ensino-aprendizagem da matemática em sala de aula. Para tanto, mostramos que é possível relacionar o contexto histórico-construtivo da matemática com a construção cotidiana e escolar desse conhecimento hoje.

Algumas relações entre a construção, a acumulação, a institucionalização e a difusão da matemática (conhecimento cotidiano, escolar e científico) foram evidenciadas através das atividades históricas propostas e testadas por nós. Isso foi possível através da incorporação do construtivismo como um pressuposto teórico da matemática e da educação matemática que, aliado ao uso da história como fonte motivadora e geradora de conhecimento matemático para o ensino-aprendizagem de sala de aula, subsidiou a aprendizagem dos estudantes quando em contato com tais atividades.

A integração desses alicerces teóricos para sustentar a proposta de uso das atividades históricas no ensino de matemática é fruto das nossas reflexões em torno da produtividade acadêmica relacionada a esses temas. Como resultado, formulamos nossa concepção acerca de uma possível aliança entre construtivismo e história da matemática.

Em seguida, configuramos nossas experiências pedagógicas e perspectivas futuras, apoiando-nos nesse referencial teórico formulado. Com isso foi possível articularmos de forma teórico-prática, o ensino de matemática apoiado no uso da história como recurso pedagógico motivador e gerador de conhecimento matemático em sala de aula.

Outro ponto importante evidenciado ao longo desse movimento cognitivo de formulação teórico-prática da proposta refere-se a uma possível conexão entre a história da matemática e a etnomatemática. Essa conexão evidenciou-se na aliança estabelecida, pois quando verificamos o desenvolvimento histórico das noções matemáticas ao longo dos tempos, em diferentes contextos sociais, políticos e culturais, nos deparamos com aspectos construtivos característicos de cada contexto sócio-cultural no qual a matemática foi construída. Esse, portanto, é um dos aspectos definidores da produção matemática, tanto sob a forma cotidiana como escolar. Para isso é essencial considerarmos a valorização do saber e do fazer históricos e atual.

Acreditamos que as idéias apresentadas e discutidas no estudo se constituem no *corpus* teórico da nossa proposta de uso pedagógico da história da matemática em sala de aula. Sendo assim, reafirmamos ser possível a utilização pedagógica da história da matemática como meio de construção do conhecimento matemático escolar.

Apresentamos também o nosso módulo de ensino da trigonometria básica para o nível médio através de atividades, como uma forma de concretização do que foi apresentado e discutido teoricamente. O referido módulo contém os tópicos trigonométricos mais essenciais para o desenvolvimento de outras noções matemáticas pelos estudantes, em qualquer série do nível médio.

Para mostrarmos concretamente essa afirmação analisamos a testagem do módulo de atividades para o ensino da trigonometria como uma maneira concreta de introduzir a trigonometria plana (básica) no nível médio. O material foi testado e avaliado com um grupo de estudantes de ensino médio, para que nossas conclusões sobre sua utilização nos levassem a propor uma abordagem motivadora e geradora de conhecimento para a história da matemática em sala de aula.

Nesse sentido realizamos uma experiência pedagógica realizada com estudantes da 1ª série do ensino médio de uma escola pública de Natal. A experiência teve a finalidade de testar as atividades contidas no módulo de ensino elaborado por nós, a partir do referencial teórico construído para o nosso trabalho. Avaliamos a importância da experiência de sala de aula visando apresentar argumentos favoráveis ao modo de abordar a história no ensino de matemática de acordo com a proposta defendida por nós e que pretendemos implementar no ensino de matemática no nível médio.

Reflexões sobre a experiência vivenciada

Após essa retrospectiva sintética do percurso do estudo, passamos a refletir sobre a importância do mesmo para professores, estudantes do ensino fundamental e médio, bem como aos futuros professores de matemática, além da comunidade de educadores matemáticos em geral. Foi em função de todo esse contexto acadêmico que giraram e ainda giram os eixos norteadores das questões surgidas ao longo do nosso estudo. Cabe-nos, porém, rever cada uma dessas questões, verificando em quais níveis elas foram ou não respondidas e se as respostas apresentadas poderão ou não, contribuir para a superação das dificuldades encontradas no ensino de matemática atualmente.

1 - As atividades estão prontas para serem utilizadas pelos alunos ou não?

De acordo com as análises realizadas até agora, em torno dos depoimentos de avaliação das atividades testadas, cabe-nos apresentar nossas considerações a esse respeito, visto que esse é o momento mais adequado.

A partir das análises e conclusões obtidas nós, tomando por base as experiências vivenciadas com os estudantes da 1ª série do ensino médio, acreditamos que houve uma grande

receptividade dos grupos com relação a nossa proposta. Todavia, é necessário fazermos uma reflexão mais profunda e detalhada acerca da avaliação integral dessas atividades. Dessa maneira, é importante valorizarmos os pontos de vista dos grupos envolvidos no estudo, além das nossas considerações a esse respeito. Somente a partir daí poderemos conseguir dar uma resposta a essa pergunta.

Ficou bastante evidenciado nos depoimentos dos estudantes e em nossas observações, que as atividades testadas têm um caráter introdutório para o ensino da trigonometria e que é necessário partir delas para desenvolver a sistematização do conteúdo matemático previsto no programa da escola. Porém, em todos os momentos da análise, procuramos mostrar que, como as atividades são para a construção das idéias iniciais sobre a trigonometria básica, cabe ao professor prosseguir as suas aulas dosando a quantidade de conteúdo matemático que deverá trabalhar.

É importante que as atividades não sejam transformadas em meros passatempos ilustrativos do assunto a ser abordado, mas que sejam sim vinculadas aos aspectos cotidiano, escolar e científico da matemática. Essa vinculação deverá se consolidar desde as aulas introdutórias até a proposição e resolução de exercícios e problemas de fixação do conteúdo. Isso não significa romper com a proposta da maioria dos livros didáticos, pois esse não é o nosso objetivo. O que sugerimos é uma reorganização das informações contidas nesses livros, tomando como referência os aspectos históricos implícitos nos exercícios e problemas propostos.

Após a discussão desse ponto bastante polêmico do trabalho, não há outros elementos que nos impeçam de afirmar que as atividades estão prontas para serem usadas com outros estudantes, visto que quaisquer alterações poderão ser efetivadas por quem usá-las e, consequentemente essas reformulações se apoiarão na estrutura básica das atividades.

Para finalizar nossa resposta à pergunta inicial, é bom lembrarmos que todas as vezes que aplicarmos as atividades e fizermos uma avaliação buscando verificar o grau de prontidão de uso para cada uma delas, obteremos sempre novas opiniões e sugestões de alterações ou insatisfações; o que significa uma contribuição para que as atividades alcancem um aperfeiçoamento cada vez maior, e esse processo seja contínuo. Portanto, achamos viável trabalhar com os resultados atuais e procurarmos adaptá-las a cada desafio que possam surgir, tentando adequá-las ao tipo de ambiente, clientela, bem como as condições físicas e materiais oferecidas pelas escolas.

2 – As sugestões de alterações são válidas? Se foram acatadas, que modificações foram feitas?

Outra questão que está diretamente ligada a todo o processo desenvolvido ao longo do nosso trabalho e que pretendemos responder agora é, se as sugestões de alterações são válidas, se foram acatadas e que modificações foram feitas? Por que algumas alterações não foram aceitas? É importante expor todos esses fatos detalhadamente para que os mesmos possam ser bem compreendidos de acordo com o contexto no qual aconteceram.

De um modo geral, podemos afirmar que as sugestões de alterações foram válidas e conseqüentemente acatadas por nós, ocasionando uma série de modificações nas atividades do módulo de ensino. Dentre elas podemos citar que todas aquelas ligadas a melhoria da linguagem da atividade, foram bem recebidas devido tratarem da compreensão do texto histórico, bem como dos enunciados dos procedimentos metodológicos. Porém, é importante lembrar que esse trabalho foi realizado sempre após cada testagem com os diferentes grupos, até que, ao final, resolvemos efetuar as últimas modificações para que as atividades alcançassem um nível de compreensão de acordo com a clientela que se pretende atingir: os estudantes da 1ª série do ensino médio.

Ainda assim, o professor pode inserir novas questões às atividades desde que não altere a estrutura metodológica que buscamos perpassar através da elaboração das mesmas, visto que elas refletem uma concepção de educação matemática que acreditamos ser possível desenvolver nas escolas, de modo a contribuir com o crescimento integral do aluno.

Outra questão que diz respeito ao êxito do trabalho do professor, a partir da proposta lançada por nós, surge através da seguinte pergunta: Como podem ser usadas as atividades de fixação do conteúdo? Quando respondemos a questão anterior, apresentamos algumas sugestões que basicamente respondem a essa pergunta, visto que as atividades de fixação podem ser realizadas de diversas maneiras, desde que não haja uma quebra entre as atividades de introdução , a organização formal do conteúdo e a fixação dos mesmos.

Dependendo da experiência do professor, da sua formação pedagógica e do seu domínio teórico da proposta que estamos implementando, é possível a ele adaptar os próprios exercícios dos livros didáticos, resgatar situações-problema da realidade dos alunos, utilizar os desafios previstos nos livros de história da matemática, aproveitar as sugestões encontradas em alguns paradidáticos, pois assim poderá conduzir suas atividades de fixação do conteúdo programático, sem se afastar do eixo norteador desse trabalho, que é representado pelas atividades de redescoberta e pelo conteúdo histórico.

Caso o professor não tenha condições de recorrer a essas alternativas, ele poderá utilizar os exercícios e problemas do livro didático desde que imprima a eles uma nova abordagem na resolução dos exercícios ou problemas, procurando valorizar os erros dos alunos, as diferentes maneiras de resolvê-los, de forma que estimule a discussão em classe e a organização mental das idéias surgidas durante essas discussões. Caso contrário, não estará modificando em nada a sua prática.

Outra preocupação refere-se a que encadeamento deve ser dado e como deve ser dado para que o processo de aprendizagem continue até que o aluno retome os estudos tradicionais de resolução de exercícios e problemas do livro didático e faça algumas demonstrações *etc*. Em primeiro lugar podemos afirmar que nossa proposta de uso de atividades para o ensino de matemática pressupõe que o aluno deve construir sua aprendizagem através de experiência visual, física e manipulativa, de comunicação oral das idéias concebidas na experiência visual e da representação simbólica através de utilização do pensamento abstrativo, no qual o estudante já apresenta um grau elevado de generalização das idéias apreendidas ao longo das atividades.

Dessa mesma maneira, podemos agir para que seja possível conduzir a aprendizagem do aluno a partir das idéias iniciais apoiadas no conhecimento histórico, visto que devemos orientá-lo para que ele vá se desenvolvendo numa seqüência gradual, sempre partindo das experiências mais concretas e/ou reais, passando por uma experiência semi-concreta que exija dele as primeiras representações simbólicas – através de desenhos, expressões verbais ou até as primeiras sentenças matemáticas. Ao final tornar-se-á mais simples conduzi-lo a fase das representações totalmente formais, isto é, ao alcance das abstrações. Nesse momento, acreditamos que o aluno já adquiriu uma construção mental suficiente para operar várias representações mentais que facilitem a resolução dos exercícios e problemas propostos pelo livro didático, da maneira mais tradicional possível.

3 – Qual a relação entre as atividades do módulo proposta e aquelas encontradas nos livros didáticos que não usam a história no ensino da trigonometria?

Após a realização dessa testagem de atividades, ficou patente que a nossa proposta de atividades para o ensino da trigonometria contribui para a renovação dos aspectos metodológicos para apresentação de livros didáticos que abordem o assunto, visto que as informações históricas, em nenhum momento, são utilizadas em prol da realização de atividades de aprendizagem desse tópico matemático. Apenas em alguns paradidáticos, encontramos certas atividades que têm se conectado superficialmente com a nossa proposta.

Resta-nos, entretanto, a expectativa de ampliação do uso das mesmas junto aos estudantes do ensino médio para que seja possível ampliarmos as modificações das mesmas em outros tópicos da matemática escolar. Acreditamos que com essa proposta, certamente toda a nossa comunidade educativa da matemática poderá enfim vislumbrar mais uma possibilidade de superação dos problemas que constituem o objeto de estudo da educação matemática em todo o mundo.

Além de não haver quaisquer propostas de livros didáticos que proponham seus tópicos matemáticos a partir dos aspectos históricos e procurem dialogar com esses aspectos ao longo de cada unidade de ensino, esses livros não fomentam nos estudantes as habilidades investigatórias necessárias ao crescimento construtivo dos estudantes. Nossa proposta, no entanto, tem como principal objetivo formar estudantes mais autônomos e independentes na construção de sua própria aprendizagem.

Outro fator que define o modo de usar história da matemática proposto por nós e que está ausente de qualquer proposta contida nos livros didáticos se refere a nossa tentativa de fazer com que os estudantes alcancem um nível significativo de compreensão relacional da matemática aprendida através dessas atividades.

Isso significa dizer que uma abordagem transdisciplinar da matemática através das informações históricas pode levar os estudantes a conceberem a matemática como um conhecimento que emerge das atividades humanas. Portanto, passam a ver esse conhecimento como um dos fios de uma rede cognitiva continuamente tecida pela sociedade humana.

4 – Como as informações históricas podem contribuir para a melhoria do ensino da matemática?

Nos parágrafos anteriores já mencionamos inúmeras maneiras pelas quais a história pode contribuir para a melhoria do ensino da matemática. Podemos afirmar que no segundo e terceiro capítulos desse estudo, apresentamos as contribuições mais atuais acerca desse questionamento.

De todo modo, voltamos a reafirmar que a história certamente contribuirá para a melhoria do ensino da matemática se for utilizada a partir de situações desafiadoras e provocadoras da criatividade, da imaginação e da autonomia dos estudantes com relação a busca de seu próprio conhecimento matemático. Essa prática dará oportunidade para que os estudantes possam estabelecer um processo de compreensão, construção e transformação da sua realidade. Para que isso ocorra é necessário que os estudantes possuam segurança instrumental com relação aos conceitos matemáticos de modo que possam utilizar a matemática de forma mais conectada com o contexto no qual estão inseridos, ou seja, manifestem uma ampla compreensão relacional da matemática aprendida. Nesse sentido, essas idéias poderão ser melhor compreendidas através dos aspectos históricos da matemática, se explorados construtivamente.

5 – As atividades históricas são mais eficazes que as atividades que não usam história da matemática durante as aulas de matemática? Como e Por quê?

As pesquisas desenvolvidas por vários estudiosos sobre o uso das atividades de redescoberta apresentaram resultados bastante satisfatórios com relação ao valor desse tipo de atividade no processo ensino-aprendizagem da matemática. Isso significa que esse tipo de abordagem metodológica contribui para que os estudantes desenvolvam as habilidades básicas necessárias ao seu desenvolvimento cognitivo e a sua autonomia construtiva no processo de apreensão da matemática escolar.

As atividades históricas, por outro lado, tomam todos os aspectos previstos para a elaboração das atividades de redescoberta e acrescentam um elemento a mais na sua elaboração: a contextualização histórica na qual o saber matemático se desenvolveu ou se desenvolve. Esse aspecto constitui-se em um fator singular que dá ao conhecimento matemático construído uma característica transdisciplinar na qual os estudantes poderão se apoiar para alcançar uma compreensão mais ampla e relacional desse conhecimento, isto é, eles poderão relacionar os aspectos cotidiano, escolar e científico da matemática.

Logo, nos é possível afirmar que as atividades históricas apresentam uma série de informações que possibilitam aos estudantes uma ampliação maior do conhecimento apreendido, quer seja na dimensão matemática através dos "porquês" e "comos", quer seja no aspecto cotidiano, escolar e científico desse conhecimento. Daí, fica cada vez mais claro para nós a afirmação de que as atividades históricas têm uma amplitude maior de abrangência cognitiva a ser alcançada pelos estudantes.

Apontando para novos caminhos

Para finalizar é importante apontarmos alguns direcionamentos nos quais será possível trilharmos o nosso caminho se quisermos concretizar, de fato, essa proposta, de modo contínuo e produtivo. Trata-se de avançarmos nos estudos em história da matemática buscando constantemente construir uma história da matemática própria para uso em sala de aula a nível de ensino fundamental ou médio. Para isso acontecer, é necessário que tenhamos uma compreensão maior dos problemas enfrentados por todos os professores de matemática e pelos estudantes de licenciatura em matemática das universidades. Talvez daí seja possível elaborarmos um programa mais amplo de utilização da história da matemática em sala de aula.

Uma das vias de acesso a essa reformulação da prática do professor de matemática seria estabelecer um diálogo entre a história da matemática como disciplina dos cursos de licenciatura em matemática e as disciplinas de formação pedagógica desses licenciandos como prática de ensino ou estágio supervisionado. Esse programa abrangeria principalmente o último ano do curso de formação do professor de matemática.

Sob a orientação do professor de história da matemática, os estudantes fariam grandes estudos acerca da história da matemática voltada aos conteúdos matemáticos abordados no ensino fundamental e médio. Desses estudos, eles construiriam textos didáticos a serem utilizados para cursos de atualização com os professores que estão no exercício do magistério nesses níveis de ensino. Tais textos fomentariam a elaboração de atividades para o ensino da matemática baseados nos textos didáticos já escritos e por fim testariam essas atividades durante as fases de estágio supervisionado.

Os resultados obtidos dariam os subsídios necessários para que, tanto os professores universitários, quanto os estudantes de licenciatura e os professores de matemática do nível fundamental e médio pudessem ter uma visão ampla do processo deflagrado durante esse estudo. Daí em diante, seria possível discutir as estratégias de superação das dificuldades encontradas durante a prática docente.

De acordo com as idéias apresentadas nos parágrafos anteriores fica evidente a nossa perspectiva de ensino, pesquisa e extensão a ser desenvolvida nos cursos de licenciatura em matemática na formação continuada de professores que atuam nas redes de ensino do país. Nesse sentido, pretendemos a partir de agora por em prática um projeto de trabalho pensado desde 1995.

Trata-se de estabelecermos um diálogo entre a disciplina história da matemática e as disciplinas de formação pedagógica dos cursos de licenciatura tais como: didática da matemática, instrumentação para o ensino de matemática, metodologia do ensino de matemática, entre outras. Essa aliança entre as disciplinas favorecerá a formação de um professor mais criativo e menos dependente dos livros-textos fornecidos pelas editoras. Além disso fomentará nos licenciando o espírito investigador centrado na busca do conhecimento.

É muito importante que trabalhos dessa natureza, realizados pelas universidades, estejam sempre articulados com a rede de ensino pública ou particular, pois é a partir dessa articulação que surgirá um diálogo no qual os pesquisadores em Educação Matemática encontrarão um eco para as suas idéias e certamente poderão ampliar continuamente o seu raio de abrangência na elaboração de estudos e programas que contribuam para a superação das dificuldades encontradas no ensino-aprendizagem da matemática.

UMA REFLEXÃO SOBRE O ENSINO-APRENDIZAGEM DO TEOREMA DE PITÁGORAS

Irma Verri Bastian
Orientador: Saddo Ag Almouloud
PUC-SP

No decorrer de anos ministrando Matemática para o colegial, atual ensino médio, foi possível observar a dificuldade dos alunos no que se refere à aplicação do Teorema de Pitágoras como ferramenta na solução de problemas. Qual seria a causa disso? A questão ressurgiu no momento da escolha do tema para um trabalho de Didática na pós-graduação, que foi evoluindo até se transformar em uma dissertação de mestrado.

Seguindo alguns preceitos da Engenharia Didática (Artigue, 1988) fundamentou-se a metodologia desta pesquisa. Na primeira fase de análises prévias, foi feito um estudo histórico e epistemológico do Teorema de Pitágoras, visando buscar sua gênese. Investigou-se, ainda nessa etapa, o Teorema de Pitágoras como objeto matemático, o que permitiu melhor compreensão de sua importância e auxiliou na tomada de decisão no que se refere à demonstração usada na abordagem.

Na França, Berté (1995) efetuou um levantamento identificando os erros mais freqüentes apresentados pelos alunos na utilização do Teorema. Segundo a pesquisadora, os erros detectados seriam reflexo da ausência de problematização na abordagem do tema.

O passo seguinte consistiu no estudo das pesquisas de Padilla (1992) sobre Análise Cognitiva e de Duval (1995) sobre Registros de Representação, após o que foi feita uma análise comparativa de livros escolares de 7ª e 8ª série do ensino fundamental, propostas curriculares e Parâmetros Curriculares Nacionais. Para detectar as concepções dos alunos sobre o Teorema de Pitágoras, preparou-se um teste que foi aplicado em uma turma de 35 alunos de 1° colegial de uma escola particular da cidade de Santos, no Estado de São Paulo.

Assim, com base em Berté, Duval e Padilla, em pesquisas, nos resultados do teste e na análise dos livros didáticos, foi possível estabelecer as seguintes indagações, a partir da constatação de que os livros didáticos se ocupam de estabelecer a forma do Teorema de Pitágoras, mas omitem a importância de seu caráter necessário e suficiente: até que ponto esse tipo de abordagem interfere na compreensão do significado do Teorema pelos alunos e na sua posterior recontextualização como ferramenta na resolução de problemas? Os tipos de erro observados na aplicação do Teorema decorrem da abordagem e/ou se constituem numa dificuldade, de caráter mais geral, relativa à apreensão da figura? Colocou-se, então, como objetivo de trabalho a elaboração de uma seqüência didática em duas fases. Primeiramente, realização de atividades que permitissem ao aluno conjeturar a existência da relação pitagórica, seu caráter necessário/suficiente e a forma dessa relação. Numa segunda etapa, propondo-se atividades de complexidade crescente com o intuito de desenvolver condições para o emprego adequado do Teorema como ferramenta.

As fases seguintes compreendem a aplicação da seqüência didática, a análise a posteriori e validação.

Como ponto de partida foram assumidas as seguintes hipóteses: a) para o aluno perceber a importância do Teorema de Pitágoras é conveniente trabalhar previamente com a condição de existência de triângulo, a qual propiciará condições para o entendimento do caráter necessário e suficiente da igualdade pitagórica; b) alguns dos erros praticados pelos alunos quando da aplicação do Teorema de Pitágoras podem ser provocados por fatores próprios da interpretação de problemas geométricos concernentes à apreensão operatória, tais como: fenômeno da não congruência na conversão enunciado ↔ figura ou figura ↔ Teorema de Pitágoras; obstáculo do desdobramento de objetos; interferência da rotação do triângulo retângulo no reconhecimento das unidades elementares (catetos e hipotenusa); fundo reticulado mascarando o caminho de resolução do problema.

Segundo Duval (1995), as atividades cognitivas envolvidas na aprendizagem da Matemática requerem a utilização de sistemas de expressão e de representação que vão além da linguagem natural e das imagens. No caso da Geometria, destacam-se as figuras geométricas, os enunciados em linguagem corrente, as representações em perspectiva e as notações simbólicas. Na atividade matemática, é usual e freqüente a passagem de um sistema de representação para outro, como, por exemplo, de enunciado para figura, ou a mobilização simultânea de diferentes sistemas de representação durante a resolução de um problema. A passagem de um registro para outro envolve o que se denomina coordenação entre os diferentes registros. Uma das dificuldades encontradas por muitos alunos nesse processo teria origem nos fenômenos de não congruência. A conversão das representações semióticas constitui para a maioria dos alunos uma atividade cognitiva nem simples, nem espontânea.

Por outro lado, Duval distingue quatro formas de apreensão, isto é, de interpretação para as figuras geométricas: perceptiva, discursiva, operatória e seqüencial. A última não ofereceu interesse para este trabalho, pois se refere a tarefas de construção de figuras, que têm como objetivo a reprodução de uma figura dada. A apreensão perceptiva é imediata e automática. A apreensão discursiva desempenha um papel de neutralização da apreensão perceptiva. A apreensão operatória está centrada nas possíveis modificações de uma figura de partida; permite visualizar várias subfiguras, à primeira vista não perceptíveis. É solicitada cada vez que se espera da figura que ela realize uma função heurística.

A reconfiguração é um tipo de apreensão operatória. Consiste em repartir uma figura geométrica em várias subfiguras igualmente geométricas e reorganizar todas ou algumas delas de modo a formar uma nova figura. Cada figura pode funcionar como suporte de várias reconfigurações. A reconfiguração pode ser espontânea e evidente ou difícil de enxergar na figura de partida, o que ocorre, segundo Padilla, em função de fatores de complexidade ou visibilidade, que facilitam ou inibem essa operação na percepção de uma figura. É interessante ressaltar que a maior parte das demonstrações do Teorema de Pitágoras corresponde a diferentes empregos da reconfiguração.

Levando-se em conta a base teórica citada, elaborou-se uma seqüência didática composta de situações-problema visando proporcionar aos alunos condições para melhor compreensão do significado do Teorema. Almejou-se com isso que eles o entendessem não como uma simples fórmula a memorizar, mas sim como ferramenta utilizável na resolução de inúmeros problemas de Geometria.

Numa primeira fase de atividades, o Teorema é tratado como objeto de estudo. Partindo de material concreto os alunos percebem a característica necessária e suficiente do Teorema e, a seguir, conjeturam sobre sua forma. Progressivamente, chega-se a uma abstração e à institucionalização. A partir daí, ele passa a funcionar como ferramenta. Optou-se pela aplicação da seqüência didática em classe de 39 alunos, 8ª série, período da manhã, de escola estadual a fim de conseguir indicadores que permitissem avaliar os efeitos da experimentação e os resultados obtidos num contexto que retratasse a realidade do ensino atual na escola pública.

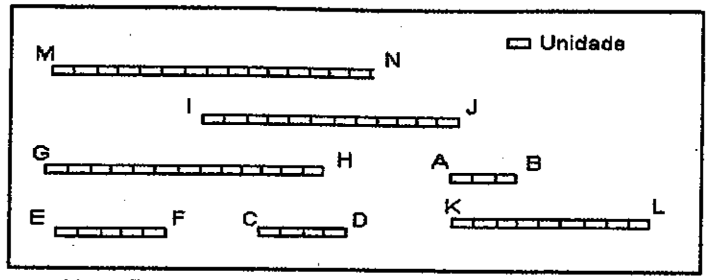
A título de ilustração serão apresentadas algumas das atividades propostas*.

Atividade 1 (composta de três etapas)

<u>Objetivo:</u> estabelecer a condição de existência de triângulo.

* Para quem se interessar ler nosso texto proposto na oficina sobre o ensino/aprendizagem do teorema de Pitágoras.

(I) São dadas as varetas:



a) Usando três delas de cada vez, tente construir triângulos.

b) Descreva, por meio de uma terna, as medidas dos lados dos triângulos que você conseguiu formar. Assim: (..., ..., ...)

c) Sempre que você pegou 3 varetas foi possível construir um triângulo? Explique o que aconteceu.

<u>Objetivo neste item:</u> fazer com que o aluno perceba que, dadas três medidas, nem sempre é possível construir um triângulo cujos lados tenham essas medidas.

Com sete varetas existem 35 combinações possíveis (de 7 objetos 3 a 3), de que resultarão 3 triângulos retângulos, 10 obtusângulos e 3 acutângulos; 19 não formarão triângulo.

<u>Material didático empregado</u>

□ Conjuntos de varetas confeccionadas a partir de palitos de madeira (usados para algodão-doce), graduados com unidade de aproximadamente 2 cm.

□ Conjunto de varetas com dimensões ampliadas para uso eventual na aplicação da seqüência, se necessário, a fim de esclarecer possíveis dúvidas.

(II) a) Escreva as ternas com as quais você não conseguiu formar triângulo.

b) Você é capaz de escrever, com suas palavras, o que precisa acontecer para que exista triângulo? Que relação deve haver entre essas três medidas?

<u>Objetivo neste item:</u> chegar à forma da condição de existência de triângulo.

(III) Agora, são dadas as ternas, sem as varetas:

(8, 10, 8), (5, 5,5), (0,8; 1,5; 2,3), (2,5; 4,5; 3,5) e (4,3; 5,2; 9,8)

a) Com quais dessas ternas é possível construir triângulos?

b) Agora é sua vez! Invente três ternas com as quais você pode construir triângulos e três ternas "que não vão dar certo".

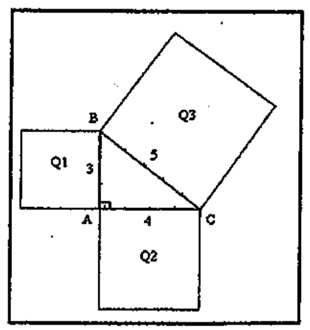
<u>Objetivo neste item:</u> descontextualização da condição de existência de triângulo.

Algumas das ternas dadas apresentam números decimais, para permitir ao aluno entender que a condição de existência de triângulo vale também para medidas expressas por esse tipo de número. Neste estágio foi feita a institucionalização da condição de existência de triângulo.

Atividade 3

<u>Objetivo:</u> chegar à forma do Teorema de Pitágoras.

Não sendo a condição de existência de triângulo suficiente para garantir que o triângulo seja retângulo, então qual relação deve existir entre as medidas dos lados para que isso aconteça?



Voltando à terna egípcia (3, 4, 5), construa quadrados sobre os catetos e sobre a hipotenusa do triângulo, como mostra a figura:

a) Calcule a área de cada quadrado.

b) Faça o mesmo para as ternas do item c) da Atividade 2, isto é, (6 8,10), (5, 12, 13) e (9, 12, 15).

c) Preencha a tabela seguinte:

Área dos quadrados

Cateto b	Catet o c	Hipot . a	1	2	3
3				6	5
6		0	6	4	00
5	2	3	5	44	69
9	2	5	1	44	25

(A tabela encontra-se preenchida para melhor ilustrar a escolha das variáveis didáticas.)

) Compare as áreas de Q1 e Q2 com a de Q3. O que você observou? Tente escrever uma relação entre elas. Deduza uma relação entre os lados do triângulo.

e) Será que essa relação vale para qualquer triângulo? Experimente usá-la para temas correspondentes a triângulos acutângulos ou obtusângulos.

Evitou-se solicitar o cálculo da soma das áreas de Q1 e Q2, pois neste caso seria subtraída do aluno a oportunidade de exercitar a capacidade de observação e reflexão.

Atividade 4

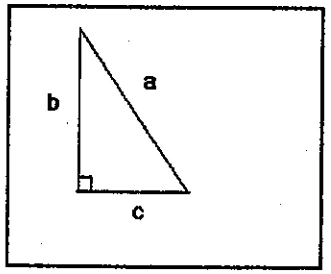
Objetivo: descontextualização do Teorema de Pitágoras.

Verificamos para alguns triângulos cujos lados tinham como medidas números inteiros que, para dar origem a um triângulo retângulo, uma relação deveria ocorrer entre essas medidas. Mas, no caso de medidas quaisquer dadas por números não inteiros, será que ela vai continuar valendo?

a) Desenhe e recorte um triângulo retângulo qualquer. A seguir, recorte mais 7 triângulos "idênticos" a esse. Não se preocupe em medir os lados.

b) Desenhe e recorte agora:

- *um quadrado de lado a (pinte de amarelo);*
- *um quadrado de lado b (pinte de verde);*
- *um quadrado de lado c (pinte de azul)*



c) Como se fosse um quebra-cabeças, monte:

- *um "quadradão" usando 4 triângulos e o quadrado amarelo, isto é, o quadrado de lado a.*
- *outro "quadradão" usando 4 triângulos e os quadrados verde e azul, respectivamente de lados b e c.*

d) Se retirarmos de cada "quadradão" os 4 triângulos, qual a área da figura que sobra?

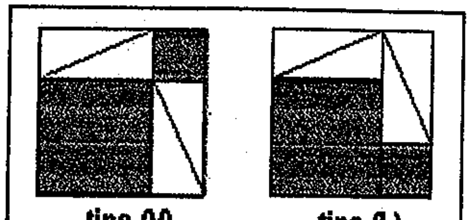
e) Que se pode dizer, então, das áreas das figuras restantes em cada "quadradão"? Isto é, que relação existe entre elas? Que relação existe entre os lados do triângulo?

A opção pela demonstração hindu se deve à análise cognitiva das demonstrações, previamente efetuada. Trata-se de uma demonstração com visibilidade favorável para a aplicação da operação de reconfiguração. Além disso, ela permite, posteriormente, justificativas mais rigorosas, por meio da mudança para o quadro algébrico e da utilização da congruência de triângulos.

Material didático

- Cartolina e tesoura para o recorte das figuras, na realização da atividade.
- Para a institucionalização do Teorema, as figuras coloridas foram feitas de plástico, com ímã no verso, o que as permitiria aderir a uma placa metálica de fácil transporte. A idéia foi inspirada nos antigos flanelógrafos.

Apareceram reconfigurações de dois tipos, para a fig.2 da demonstração.



tipo (V)   tipo (L)

Para facilitar a leitura dos resultados, foi adotada a seguinte convenção: tipo V – os quadrados apresentam um vértice comum; e tipo L – os quadrados apresentam lados contíguos.

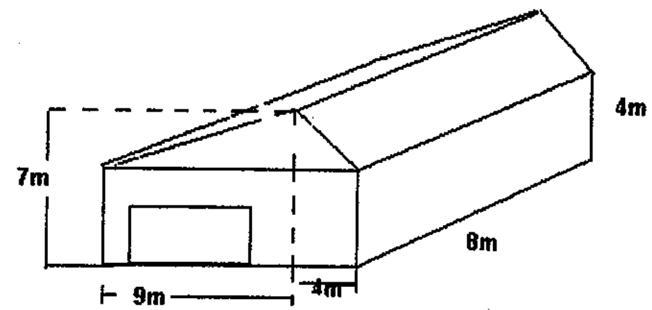
Atividade 16

Objetivo: proporcionar ao aluno oportunidade de exercitar a "apreensão operatória" em um problema que exige a aplicação do Teorema de Pitágoras numa situação da vida cotidiana. Verificar se ele consegue concluir o problema.

Qual a área do telhado desse galpão?

Foram previstas dificuldades de dois tipos:

- quanto à perspectiva da figura espacial. Segundo Duval, uma representação em



perspectiva, ao contrário de uma maquete, não é uma representação heurística, pois privilegia um único ponto de vista (visão frontal, lateral etc.), podendo provocar leitura ambígua;

- quanto às modificações mereológicas (relação todo-parte) necessárias para a resolução do problema. As subfiguras pertinentes, dois triângulos retângulos, possuem um cateto comum, cuja medida é a diferença $7 - 4 = 3$.

Em vista disso, foi confeccionada uma correspondente maquete rudimentar, de papel-cartão, em escala aproximada. A intenção era mostrá-la à classe caso fosse estritamente necessário, o que realmente aconteceu.

Analisando-se inicialmente o desempenho dos alunos em duplas na resolução das atividades e, posteriormente, por meio de teste individual, foi possível constatar que: as questões envolvendo congruência entre enunciado e relação pitagórica apresentaram os maiores índices de acerto; a apreensão perceptiva provocou, algumas vezes, falsas interpretações de dados de problemas; houve dificuldade em construir traçados suplementares em figuras nas quais o triângulo retângulo deveria aparecer como subfigura, na compreensão de enunciados, na passagem da aritmética para a álgebra, na interpretação de dados em problemas envolvendo figuras no espaço e, no momento de expressar as conclusões no registro discursivo. Surgiram também algumas variáveis de contexto de difícil administração, como, por exemplo, a falta ou escassez de conhecimentos disponíveis dos alunos e a falta de hábito em resolver questões encadeadas por vários itens. Outro fator que, para alguns alunos, prejudicou a continuidade dos trabalhos e conseqüentemente o aproveitamento obtido residiu na irregularidade do comparecimento às aulas.

O fato de o aluno trabalhar previamente com a condição de existência de triângulo o auxilia a perceber que deve existir "algo mais", isto é, alguma propriedade específica, no caso do triângulo retângulo. Assim, em vez de tomar conhecimento da igualdade pitagórica por meio de sua forma, como se observou nos livros didáticos analisados, o estudante tem a possibilidade de perceber sua utilidade e importância. Tudo leva a crer que o tipo de abordagem apresentado na seqüência didática imprime ao Teorema de Pitágoras maior significado. Além disso, as atividades constitutivas da seqüência parecem ter contribuído para desenvolver nos alunos algumas capacidades, relativamente à aplicação do mesmo como ferramenta para a resolução de problemas. A escolha intencional de determinadas variáveis didáticas tais como posição das figuras, utilização de figuras mais complexas contendo triângulos retângulos como subfiguras, enunciados no registro de discurso, figuras de partida sem os traçados auxiliares, dados ocasionando resultados decimais exatos ou aproximados, emprego de notação literal etc. provocou resoluções por parte dos alunos que confirmaram o que havia sido apontado nas análises a priori da seqüência e do teste. Os efeitos causados pelas variáveis empregadas puderam ser previstos em parte com fundamento na análise cognitiva, segundo Duval e Padilla, mas também como provável decorrência de obstáculos didáticos criados em séries anteriores. Em outras palavras, os erros cometidos pelos alunos na aplicação do Teorema de Pitágoras podem ser explicados como conseqüência da abordagem utilizada no processo de ensino-aprendizagem, porém sem esquecer os fenômenos concernentes à apreensão das figuras. Por outro lado, verificou-se que a seqüência elaborada pode ser aplicada em alunos com parcos conhecimentos de Geometria, mas também em estudantes possuidores de melhor bagagem matemática. Em relação ao primeiro caso, foram proporcionadas oportunidades para colocar o aluno em contato com itens fundamentais da Matemática. No segundo, reinvestindo em conceitos e retomando técnicas, foi possível mostrar ao aluno por meio da mudança de quadros que os conhecimentos matemáticos não se situam em "gavetas" isoladas, mas, sim, se completam ao ser usados como ferramentas na resolução de novos problemas.

Bibliografia

ARTIGUE, M. 1988. Ingénierie didactique. Recherches en didactique des mathématiques, vol. 9, nº 3, pp. 281-308. La Pensée Sauvage Editions.

BASTIAN, I. V. 2000. "O Teorema de Pitágoras". Dissertação de mestrado em Educação Matemática, PUC- SP.

BERTÉ, A. 1995. Différents ordres de présentation des premières notions de géometrie métrique dans l'enseignement secondaire. Recherches en didactique des mathématiques, vol. 15, nº 3, pp.83-130. La Pensée Sauvage Editions.

DUVAL, R. 1988. Approche cognitive des problèmes de géométrie en termes de congruence. Annales de didactique et de sciences cognitives, vol. I, pp. 57-74. Irem de Strasbourg.

DUVAL, R. 1988. Écarts sémantiques et cohérence mathématique. Annales de didactique et de sciences cognitives, vol. I, pp. 7-25. Irem de Strasbourg.

DUVAL, R. 1995. Sémiosis et pensée humaine. Berne: Peter Lang.

LOOMIS, E.S. 1972. The Pythagorean Proposition. Washington D.C.: National council of teachers of mathematics.

PADILLA, V. 1992. Analyse cognitive de quelques démonstrations du théorème de Pythagore. Irem de Strasbourg.

"Geometria Dinâmica: Novas perspectivas para o aprendizado da Geometria."

Isabel Campos Barroso
Orientador: J. B. Pitombeira de Carvalho
PUC – RJ

Resumo

Este trabalho discute as mudanças que o ambiente de Geometria Dinâmica, no caso particular do software Cabri-Géomètre, apresenta para o ensino/aprendizagem de Geometria.

O objetivo não é somente apresentar um ambiente de geometria dinâmica, mas também destinar um espaço à reflexão de questões relativas ao ensino da Geometria e ao uso de ambientes informatizados neste ensino. Isto se desenvolve a partir do estudo da evolução histórica da Geometria e da situação do seu ensino atual no Brasil. Esta análise leva à constatação que a Geometria, ou não é ensinada, ou o seu ensino é feito de uma forma deficiente, em decorrência da falta de metodologias adequadas à este ensino, entre outros fatores.

Como alternativa a este quadro, a contribuição que os ambientes informatizados podem trazer à superação destas dificuldades é analisada. O ambiente de Geometria Dinâmica, neste caso o Cabri-Géomètre, é analisado nas suas potencialidades como uma ferramenta que possibilita: uma aprendizagem em uma perspectiva construtivista; a possibilidade de se estabelecer um novo contrato didático com a turma; a valorização do "fazer matemático", ou seja, explorar, investigar, visualizar, induzir, conjeturar e provar.

O Ensino de Geometria

Ensinar Matemática tem significado lidar com a fobia, ojeriza e fraco desempenho dos alunos com relação a disciplina. A aprendizagem matemática deve ser desenvolvida em um ambiente que permita aos alunos propor soluções, explorar possibilidades, levantar hipóteses, justificar seu raciocínio e validar suas próprias conclusões. Mas estes aspectos não têm sido explorados na maioria das salas de aula e isto pode explicar o desinteresse dos nossos alunos com relação ao amontoado de fórmulas e teoremas que lhes são apresentados. Será que lhes falamos do que é um teorema ou simplesmente lhes apresentamos um "verso" a ser decorado? Precisamos "fazer" matemática com nossos alunos e para isto eles precisam receber não apenas o produto, mas entender como a Matemática é elaborada. É nesta perspectiva que buscamos desenvolver um ambiente propício para que estas características possam ser desenvolvidas, no estudo da Geometria.

A Geometria tem sido uma das áreas mais ausentes dos currículos de Matemática. Alguns pesquisadores, como Lorenzato, Pavanello e Perez têm se debruçado sobre as causas e conseqüências desta "omissão geométrica" (termo usado por Lorenzato). Entre as causas apontam: a apresentação da geometria no final dos livros didáticos; a demasiada importância dada ao livro didático como determinador dos conteúdos que devem ser desenvolvidos em sala de aula; à preferência dos professores por Álgebra ou Aritmética; por ser o programa muito extenso; pela quantidade de aulas semanais ser insuficiente; a falta dos conhecimentos geométricos, por parte dos professores, necessários à realização de suas práticas pedagógicas e a carência de metodologias e materiais alternativos para o professor efetivar o ensino da geometria.

Mesmo quando ocorre o seu ensino, uma série de fatores desfavorecem o seu aprendizado. Existe uma falta de equilíbrio entre os aspectos intuitivos e dedutivos, na verdade os alunos são simplesmente "informados" a respeito de certas propriedades geométricas das figuras. Os fatos geométricos transformam-se em dogmas e passam a carecer de significado. As construções geométricas estão cada vez mais deixadas de lado. Além disso, privilegiam-se os aspectos algébricos em detrimento do estudo da geometria em si.

Geometria Dinâmica

Como alternativa a este quadro, apresentamos uma análise da contribuição que os ambientes informatizados podem trazer à superação destas dificuldades.

O ambiente de Geometria Dinâmica refere-se aos softwares interativos, como o *Cabri-Géomètre, Sketchpad, Geometry Supposer, Cinderella, Gemetricks* entre outros, que permitem a criação e manipulação de figuras a partir de suas propriedades geométricas. As figuras, quando movimentadas, conservam as propriedades que lhes haviam sido atribuídas em sua criação. Isso torna esses softwares ferramentas poderosas no ensino da geometria, pois permitem que o estudante explore e verifique o que ocorre em diversas situações. A questão 'o que você pode "arrastar"' e 'porque', torna o usuário de um software de geometria dinâmica consciente da diferença entre construir uma figura e simplesmente desenhá-la. Ao construir, o aluno não pode "fazer aproximado", "de olho": deve tomar explícitas as relações entre diferentes elementos da figura, caso contrário ela não manterá seu formato ao ser manipulada.

Nesta pesquisa, o Cabri-Géomètre, é utilizado como uma ferramenta que possibilita a aprendizagem em uma perspectiva construtivista, na qual o papel do computador não é o de substituir o professor, mas o de possibilitar a este a criação de condições favoráveis à aprendizagem. Em vez da passividade dos alunos diante de uma apresentação formal do conhecimento, na qual se exige memorização e repetição, as ações esperadas dos alunos são aquelas que caracterizam o fazer matemático. Gravina as define como sendo: experimentar, interpretar, visualizar, induzir, conjeturar, abstrair, generalizar e enfim demonstrar. Para isso, as construções feitas no Cabri-Géomètre fornecem um rico campo de exploração dos aspectos figurais e conceituais de um objeto geométrico.

É na possibilidade de manipular as figuras livremente que reside a riqueza do software: através de deslocamentos aplicados aos elementos que compõem o desenho, este se transforma, mantendo as relações geométricas que caracterizam aquela situação. Pode-se captar o que permanece invariante, alertando o aluno para padrões, motivando-o a fazer conjecturas e testar suas convicções, ou seja, a fazer matemática.

Em contrapartida, as construções são válidas se as propriedades geométricas que definem um objeto geométrico são conservadas pelo deslocamento dos objetos de base. É neste ponto que reside um dos aspectos mais importantes da utilização do Cabri: o objetivo não é o desenho simplesmente, mas a descrição dos procedimentos de construção para que a figura conserve as suas propriedades ao se deslocar. Assim o aluno pode 'validar' sua construção pelo 'arrasto' de um dos pontos de base.

Portanto, realizar uma construção no Cabri é mais do que utilizar as suas ferramentas de construção. O Cabri introduz um critério específico de validação. Uma construção está correta se não é possível deformá-la com o arrasto. Assim, uma justificação provem da necessidade de validar uma construção, de explicar porque ela funciona. A questão central, não é validar uma figura, mas o procedimento que faz com que essa figura seja o que se espera dela.

Metodologia

A pesquisa de campo foi realizada com alunos da oitava série do Colégio Pedro II, escola pública federal do Rio de Janeiro. Após conhecerem os comandos básicos do Cabri, realizaram atividades de construção e exploração, nas quais foram solicitados a apresentar as características invariantes da figura, ou seja, suas propriedades geométricas.

A metodologia foi inspirada na *Engenharia Didática*, que caracteriza-se *"como um esquema experimental baseado sobre realizações didáticas em sala de aula, isto é, sobre a concepção, a realização, a observação e a análise de seqüências de atividades de ensino".*

As análises preliminares para a concepção da engenharia se deram por meio de considerações sobre o quadro teórico geral: análise do ensino atual da geometria e seus efeitos; análise do impacto do uso de ambientes informatizados na educação; escolha do software a ser utilizado; análise das possibilidades existentes para um estudo da geometria voltada para a investigação, a descoberta, a elaboração de conjecturas por parte dos aluno e a preocupação com a validação das propriedades observadas.

A experimentação se deu por meio de oito aulas realizadas no laboratório de informática, nas quais participaram 10 alunos da oitava série. Nos encontros os alunos receberam roteiros com atividades a serem desenvolvidas no Cabri. As atividades realizadas, nos três primeiros encontros, visaram inicialmente uma introdução ao software. A seguir os alunos realizaram atividades de construção onde eram solicitados ao final a descrever as propriedades observadas e nos dois últimos encontros os alunos foram solicitados a justificar as propriedades observadas.

Resultados e Discussões

O computador exerce enorme fascínio para as crianças e elas têm menos preocupação de errar do que nós, professores e adultos. Em duas aulas, os alunos que já haviam utilizado o computador com maior freqüência (para jogar, acessar a Internet, como editor de textos), usavam o Cabri sem cerimônia, incorporando novas ferramentas. Para aqueles que nunca haviam utilizado um computador, aprender a lidar com esta nova ferramenta pode ter apresentado algumas dificuldades, mas em nenhum momento elas se configuraram em um impedimento ao desenvolvimento do trabalho. Pelo contrário eram um desafio, uma oportunidade.

Da análise de como é realizado o ensino da Geometria na escola destes alunos, observamos que o aspecto dedutivo não é sempre considerado, ou seja, os assuntos não são estudados de uma forma axiomático-dedutiva. Nem tampouco existe um trabalho com referência ao mundo empírico, enfatizando a observação e a descoberta. Portanto a geometria não é ensinada nem no seu aspecto indutivo nem dedutivo. Os alunos que participaram da pesquisa já tinham estudado anteriormente os conteúdos cobertos pelas atividades. No entanto, os conceitos não tinham sido elaborados e sim decorados para serem aplicados em exercícios parecidos com os feitos em sala com o professor. Na experiência no laboratório esses conhecimentos adquirem novos significados, pois eles são construídos pelos alunos.

A experiência com o Cabri mostrou que no ambiente de Geometria Dinâmica o estudo da geometria pode ser desenvolvido, no mínimo, de uma forma experimental pois fornece um rico campo de experimentação, onde o aluno percebe-se livre para explorar os objetos geométricos construídos. Esta liberdade é decorrente do contrato didático estabelecido, onde cabe aos alunos e não ao professor a responsabilidade por fornecer os resultados da experiência. O papel do professor é orientar essa exploração e dar sugestões de investigações.

Neste tipo de trabalho, a cooperação surgiu naturalmente. Com freqüência quando tinham dúvidas nas suas tarefas, consultavam a tela de um colega do lado. Mas, mesmo tendo percebido o resultado, voltavam para o seu computador para refazerem todo o caminho, eles próprios. Para estes alunos, alguma idéia apresentada por um colega ou pela professora era o passo que faltava para que o conhecimento fosse atingido. Porém, mesmo sugerindo a esses alunos passar para uma outra atividade, tendo em vista que o objetivo da tarefa já ter sido alcançado, eles insistiam em refazerem eles próprios o seu caminho.

Nas atividades propostas no laboratório, os alunos apresentaram dificuldades para justificar as propriedades geométricas observadas. Quando o fizeram usaram as próprias ferramentas do Cabri e não deduções lógicas. Não tínhamos a pretensão de obter provas matemáticas, pois isso envolve elaborações mais complexas; como vimos a prova é o objetivo final de um processo que passa pela argumentação e justificação visando não só a validação das propriedades geométricas da figura, mas também o desenvolvimento do raciocínio dedutivo.

Não acreditamos, porém que este ambiente não é propício a uma abordagem dedutiva ao estudo da Geometria. Existem vários educadores matemáticos que se debruçaram sobre a questão da Geometria Dinâmica e da demonstração, como Maria Alice Gravina, Elizabeth Belfort, Luiz Carlos Guimarães, Saddo Ag Almouloud e Maria Alessandra Maiotti, todos unânimes em afirmar que o sentido de demonstração não é espontâneo, mas pode ser favorecido por softwares como o Cabri.

Embora os alunos não tenham trabalhado de forma dedutiva, alguns passos foram dados nesse sentido. Quando o aluno precisa elaborar um procedimento para a construção da figura, ele precisa saber quais as condições, as hipóteses que precisam ser fornecidas para tal figura e pode, devido à característica do movimento, validar a construção e observar os invariantes daquela classe de figuras construída.

É importante salientar a mudança no contrato didático estabelecido em uma aula com a utilização do Cabri. Aos poucos os alunos começam a perder o hábito de responder de forma automática que não sabem, o que acontece com freqüência em sala de aula. Normalmente o aluno nem tenta responder, apresenta um certo receio de mostrar as suas idéias por vergonha de que não estejam corretas. Nas atividades feitas com o Cabri os alunos se deparam com situações aparentemente novas e têm que, eles próprios, elaborar o que é invariante na construção. O papel do professor é apenas o de orientar o raciocínio do aluno, oferecendo-lhe caminhos.

Percebemos que solicitar ao aluno a elaboração de um roteiro ou procedimento para a construção de uma figura pode ser muito proveitoso. No sentido de que cada etapa da construção que o aluno precisa apresentar, fornece as restrições que estão sendo utilizadas para que a figura apresente as propriedades pedidas. Em alguns momentos, nas atividades, certas etapas da construção foram omitidas. Com isso pode-se observar quais os procedimentos adotados pelo aluno para resolver o problema.

Com o Cabri, sempre que algum aluno terminava antes dos demais as suas atividades, pedia uma nova. Foram solicitados, então, a fazer uma construção que, eu esperava, eles já conhecessem do desenho geométrico. Foi assim que lhes dei como desafios a construção do paralelogramo, do triângulo equilátero. Para minha surpresa, eles não só desconheciam tais construções como não possuíam os conhecimentos matemáticos necessários para fazê-las. Mas nem por isso eles a deixaram de lado. Ficavam até o final do tempo debruçados nos seus desafios, enquanto os outros colegas terminavam suas atividades. Alguns alunos chegavam antes do horário combinado, para poder usar um pouco mais os computadores. Pediam, para minha surpresa, para tentar fazer o desafio deixado na aula anterior.

Uma das dificuldades apresentadas em um trabalho onde o aluno deve ser responsável pela suas próprias construções deve-se ao modelo de contrato didático que temos estabelecido com nossos alunos. Onde quem garante a legitimidade do que está sendo investigado é o próprio professor. Mesmo que seja aberto um diálogo, onde se busque uma participação maior do aluno, é o professor quem possui a palavra final. Não podemos esperar que, em duas aulas, nossos alunos cheguem a conclusões que toda uma comunidade matemática levou anos, décadas para elaborar. Mas o que não podemos negar aos nossos alunos é o direito à curiosidade. Devemos inserir atividades de exploração, no lugar de uma lista de propriedades a serem memorizadas e que no ano seguinte estarão esquecidas. Podemos oferecer a oportunidade de que eles próprios possam verificar quais são os invariantes de uma classe de figuras geométricas e, a partir deste enfoque, partir para desenvolver o questionamento sobre as condições que levaram uma determinada classe de figuras a apresentar certas propriedades, e outra não, estabelecendo então quais as premissas para que determinada propriedade seja verdadeira.

O próprio Cabri possui instrumentos de validação que, postos à disposição, são utilizados pelos alunos como justificativas para suas conclusões. Temos que nos preocupar, no entanto, em não estarmos, neste caso, transferindo a palavra final do professor para a máquina. O aluno pode vir a usar a exatidão da máquina como forma de comprovar suas conjecturas. Ele parte da

premissa (falsa) de que a máquina não falha, mas ele ou o seu professor, como humanos, são passíveis de erros. Caberia neste caso ao professor apresentar um contra-exemplo, que é, afinal, um dos expedientes dos quais a Matemática se utiliza, para mostrar que o computador também é falível.

Conclusão

Buscar alternativas a um ensino de Matemática tradicional e que não vem satisfazendo nem a alunos, nem a professores é o objetivo de um número cada vez maior de profissionais envolvidos com a Educação Matemática. Neste sentido, a Geometria Dinâmica se destaca pelo seu potencial motivador, pelo campo de experimentação fornecido ao aluno e principalmente pela qualidade dos objetos que nela podem ser trabalhados. O uso de materiais concretos, como por exemplo de dobraduras é muito rico, mas não permitem a generalidade de situações necessárias para transpor a materialidade desses objetos particulares para a abstração dos conceitos. Portanto o ambiente de Geometria Dinâmica não é apenas experimental, ele permite uma aprendizagem construtivista onde o aluno explora, investiga, tira conclusões, elabora conjecturas, ou seja, permite que o aluno possa perceber a geometria de forma indutiva.

As dificuldades apresentadas deveram-se, principalmente, à deficiência de linguagem dos alunos para descreverem as propriedades geométricas observadas. Além disso, é preciso cuidado para que a precisão do Cabri, que foi tão realçada pelos alunos, não transfira o papel de detentor do conhecimento do professor para o software. É preciso, através de uma utilização cuidadosa, fazer com que os alunos assumam um papel questionador e percebam que a precisão da figura no Cabri depende de uma construção correta por parte do usuário.

A melhora de qualidade no aprendizado revelou-se sob vários aspectos, desde uma grande motivação por parte dos alunos seguindo para uma melhora na compreensão dos conceitos, da transferência do aprendizado em relação às propriedades descobertas, de um amadurecimento da idéia de generalização, da análise crítica, com desenvolvimento de conjecturas e prática de testar exemplos e contra-exemplos até a mudança da atitude em relação à matemática, percebendo-a como uma ciência que se constrói, e não como um conjunto de fatos prontos.

Bibliografia

BARROSO, Isabel C. *Novas Tecnologias para o ensino da Geometria*. Dissertação de Mestrado, PUC-Rio de Janeiro/RJ, 2000.

GOULART DE SOUZA, F. C. A. *Geometria Dinâmica: um Estudo*. Dissertação de Mestrado. COPPE/UFRJ, Rio de Janeiro, 1998.

GRAVINA, M. A. *Geometria Dinâmica: Uma abordagem para o aprendizado da Geometria*. In: Anais do VII Simpósio Brasileiro de Informática na Educação. Belo Horizonte, MG, pp. 1-13, 1996.

GRAVINA, M., A. & SANTAROSA, L. M. *A aprendizagem da Matemática em ambientes informatizados*. In: IV Congresso RIBIE, Brasília, 1998.

LABORDE, C. *Apprendre à voir et manier l'object géométrique au delà du tracé dans Cabri-Géomètre. In: Apprentissage et enseignement de la géométrie avec ordinateur: utilisation du logiciel Cabri-Géomètre en classe*. França, pp. 87-97, 1993.

LABORDE, J.M., STRÄSSER, R. *Cabri-Géomètre: a microworld of geometry for guided discovery learning*. In: Zentriablatt fÜr Didaktik de Mathematick. Alemanha, pp. 171-177, 1990.

LORENZATO, S. *Por que não ensinar Geometria?* In: A Educação Matemática em Revista – SBEM, no 4, pp. 3-13, 1995.

PAVANELLO, R. M., *O Abandono do ensino da Geometria no Brasil: causas e conseqüências*. Revista Zetetiké, 1 pp.7-17, 1993.

PEREZ, G. *Pressupostos e Reflexões Teóricas e Metodológicas da Pesquisa Participante no Ensino de Geometria para as Camadas Populares*. Tese de Doutorado, Faculdade de Educação, UNICAMP, 1991.
SILVA, B. A. *Contrato Didático*. In: MACHADO, S. D. A. et al, Educação Matemática: uma introdução. São Paulo: EDUC, 1999.
VALENTE, J. A. *Diferentes usos do computador na educação*. In: Em Aberto. Brasília, ano 12, n. 57, jan./mar. 1993.

MEDIDAS DE BARCOS, BARCOS SOB MEDIDA

Mestranda: Isabel Cristina Rodrigues de Lucena
Orientador– John Andrew Fossa
UFRN

O dia-a-dia dos seres humanos, independente de qual estabelecimento sócio-cultural esteja inserido, está repleto de experiências com medições. Medimos o tempo, a temperatura, a massa, distâncias, áreas, e muito mais. O simples ato de escrever este texto tem a preocupação com a metragem do espaço a ser utilizado no papel, o tempo que levará para faze-lo e prazo a ser cumprido para o término da escrita. Tudo deverá estar padronizado em suas respectivas medidas.

Refletindo sobre esta tão relevante atividade de nosso contexto diário, direcionamos nosso olhar numa não menos relevante situação de medição: medidas de barcos.

Nossa discussão neste artigo, focada sobre as medições envolvidas na prática da construção de barcos artesanais, justifica-se por fazer parte da pesquisa de mestrado ora em andamento, sobre a etnomatemática dos carpinteiros navais pertencentes ao município de Abaetetuba, Estado do Pará, região reconhecida (no Brasil e no exterior) pela fabricação de barcos de madeira para os mais diversos fins, navegantes em águas fluviais e marítimas.

O objetivo deste texto é descrever algumas unidades de medidas, instrumentos e processos de medições usados pelos mestres-artesãos (carpinteiros navais) de forma a contribuir para o debate sobre as possíveis implicações desencadeadas deste contexto frente à eficiência do produto por eles confeccionado.

As informações condizentes à especificidade da construção naval, advém do período o qual estivemos acompanhando mestres-artesãos num dos estaleiros de referência da cidade de Abaetetuba, chamado São José, mas conhecido como "estaleiro do Espergueti", alcunha do proprietário Nilton Rodrigues. Fomos recepcionados por diversos carpinteiros navais, mas ressaltamos a atenção de mestre Zelico (João Batista Rodrigues), atual responsável pelo estaleiro, irmão de Espergueti e talvez o mais antigo carpinteiro naval em atividade.

MEDIDAS LINEARES

Na prática da construção de barcos as unidades de medida ou nomenclaturas sobre dimensões nem sempre são aquelas comuns ao ambiente escolar, ou seja, ao tratamento referente à matemática vista na sala-de-aula e nos livros didáticos.

A largura do barco refere-se a maior distância perpendicular às bordas da parte interna do barco, chamada de "boca". Neste mesmo lugar, pensemos agora em uma medida verticalizada, que vai perpendicularmente da peça interna mais baixa à borda do barco. A altura ora discriminada é chamada de "pontal". O comprimento do barco é adquirido pela medida do comprimento da primeira peça que compõe o barco denominada quilha (uma única peça de madeira, sem emendas, extraída do tronco de uma árvore adequada a tal finalidade).

As dimensões "boca", "pontal", comprimento de quilha, assim como as demais distâncias que fazem parte da construção naval são todas referenciadas em palmos.

Numa das entrevistas, o carpinteiro naval "João da plaina" (José C. G. Pereira) falou-me sobre uma documentação emitida pelo estaleiro responsável pela construção do barco como requisito de legalização da embarcação pela Capitania dos Portos, cujo conteúdo refere-se as dimensões do barco: "Por um acaso no documento vai, vai 40 palmo de quilha por ... 12 palmo de boca, por 70 de pontal, que é determinado a altura do barco".

O palmo é uma unidade de medida que ressalta a relação entre mensuração e o corpo humano. Em situações cotidianas as quais necessitamos de fazer medições que não exijam tanta precisão, pudemos fazer uso da mão para medirmos distâncias entre pontos de uma forma prática. Porém, o palmo possui relações de conversões com Sistema Métrico Decimal, o que não mais pode ser considerada uma medida dependente das dimensões corpóreas. Estamos falando do palmo enquanto unidade de medida linear pertencente ao Sistema Métrico Inglês que equivale a 7,56 (Dicionário de Matemática, 1995) e ao palmo do sistema de medidas da época medieval, em Portugal que equivale a 22 centímetros (Mm,2000), e ainda, o *palmo de goa* citado pela Associação Nacional de Cruzeiros, referente a medidas marítimas, com 24,5 centímetros .

Em Abaetetuba, o palmo utilizado pelos mestres-artesãos equivale a 20 centímetros, que também difere do palmo usado pelos construtores de barcos (caravelas e naus) na época das grandes navegações, também chamado *palmo de goa*, aproximava-se dos 25 centímetro (Barata, 1975).

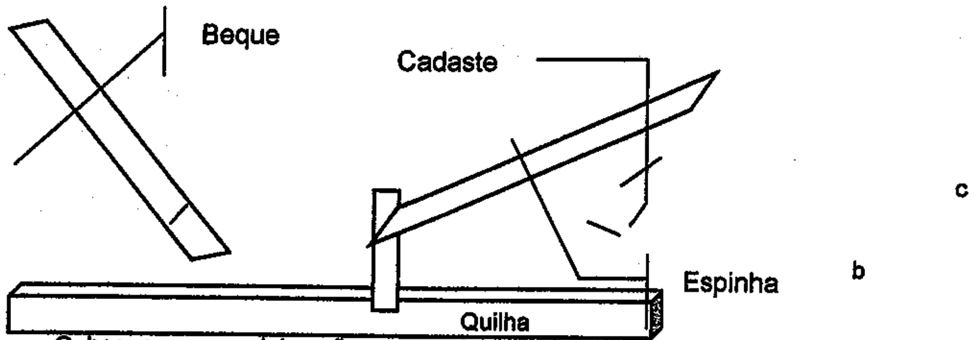
Identificamos tal equivalência do palmo no estaleiro em que estivemos (1 palmo = 20 cm) através dos cálculos expressados pelos carpinteiros navais quando pedíamos que nos dissessem quanto determinada medida dada em palmos valeria em metros. No entanto, raras foram as vezes que presenciamos a ação de medir determinada distância, necessária a colocação de peças, usando uma trena. Nas demais, os carpinteiros navais usavam suas próprias mãos ou simplesmente olhavam com concentração o objeto por alguns instantes e marcavam a medida necessária a atividade desenvolvida.

Em ocasiões onde a mesma medida deveria ser repetida várias vezes ao longo de uma peça, era comum que os carpinteiros navais fizessem a medição da distância requerida utilizando-se do compasso, repetindo tal abertura, marcando-a com a própria ferramenta, tantas vezes fossem necessárias. Ou ainda, buscavam um pedaço de ripa, de comprimento satisfatório à atividade em realização e colocava-o repetidas vezes ao longo da peça, fazendo-lhe marcações com o auxílio do lápis ou do compasso.

As relações entre medidas também são usadas para a compra de madeira. Algumas são vendidas em palmos, outras em polegadas e até metros. "O piquiá [tipo de madeira] é medido a polegadas, ele é assim, a polegada na largura [largura da tábua] (...). Um palmo tem 8 polegadas (...). Itaúba [tipo de madeira] já é medido em palmos, o comprimento dela, né. A largura é sempre a mesma. A maçaranduba e o angelim [outros dois tipos de madeira] eles vendem por peça. A gente compra o que vai dá pra usar, uma peça tem 6 metros, 6 metros no comprimento, a largura não influi em nada". (João da Plaina em entrevista 17/01/01).

MEDIDAS ANGULARES

O encaixe de peças formando determinada abertura angular entre elas também é parte essencial da construção de barcos. Por exemplo, o "beque" na proa, a "espinha" e o "cadaste" na popa são peças fixadas à quilha do barco, formando uma abertura angular, de tal forma que a inclinação entre elas firmada influenciará na estabilidade e no atrito do barco na água, e também na sua estruturação estética (ver figura abaixo).



O beque e a espinha são peças de madeira nobre, pesada, o que dificulta no seu manuseio para o corte e fixação. Essas peças só podem ser vistas no início da construção do barco, depois serão revestidas por outras madeiras e não mais poderá ser identificada pela simples exposição do barco.

Em nossa estada no estaleiro tivemos a oportunidade de medir a abertura angular formada entre o beque e a quilha e, entre o cadaste e a espinha em cinco barcos os quais ainda tinham essas peças expostas. Para tanto usamos o transferidor. Após a coleta dessas informações, verificamos que as medidas dos ângulos formados entre essas peças ficaram, em média entre, 120 e 130 graus em â, 120 e 140 graus em *b* e 40 e 60 graus em *c* (ver figura acima).

Para a colocação dessas peças, os mestres-artesãos realizam os seguintes procedimentos: após o cadaste erguido, pegam uma ferramenta chamada suta (uma espécie de esquadro móvel), fazem-na uma determinada abertura, colocam-na sobre a peça e olham. Se julgarem satisfatório, riscam tal abertura na referida peça. De acordo com a inclinação marcada, cavam-lhe uma abertura (auxiliados pelo serrote e enxó) e encaixam-na a espinha, obedecendo a inclinação previamente marcada. Com relação ao beque, também realizam procedimentos similares: pegam a suta, fazem-na determinada abertura e colocam-na sobre a quilha, olham e demarcam a inclinação condizente à avaliação feita.

A suta, diferente do transferidor, não possui nenhuma orientação sobre a medida em graus dos possíveis ângulos formados através desta ferramenta, no entanto, como constatamos através das medições previamente feitas por nós, existe uma certa harmonia entre as medidas dos ângulos formados pelo encaixe de peças como do cadaste com a espinha e do beque com a quilha nas várias construções dispostas no estaleiro, mesmo não havendo um instrumento de medição com uma unidade de medida como referência.

BARCOS SOB MEDIDA

Diante das diversas situações por nós vivenciadas no estaleiro, tivemos a oportunidade de refletir sobre os saberes da tradição e o conhecimento escolarizado, mas especificamente ao que tange o conhecimento matemático. Os barcos construídos no estaleiro do "Espergueti", por exemplo, já foram exportados para outros estados e até mesmo para países fronteiriços ao Brasil. Os mestres-artesãos são em geral pessoas não escolarizadas e que nunca cursaram, nem a nível técnico, um curso profissionalizante na área em que atuam. Entretanto, não existe registro algum de prejuízos causados à vida humana em função da inabilidade da construção de barcos realizados pelos carpinteiros navais, os acidentes refletem sempre a inadequação do uso desse transporte ou a sua má conservação.

Ao contatar com engenheiros navais responsáveis pela fiscalização dos barcos legalizados pela Capitania dos Portos no Estado do Pará, deparamo-nos com uma situação antagônica: engenheiros que por um lado reconhecem a qualidade dos barcos construídos em Abaetetuba, tecendo boas colocações sobre o assunto, citando Abaetetuba como o "celeiro" das construções de barcos artesanais da Amazônia, e que por outro, desprezam os conhecimentos ali processados quando segregam o saber dos mestres-artesãos como uma prática mecânica inferior,

"eles não sabem nada de matemática, eles sabem a prática" (diz um dos engenheiros entrevistados).

Durante o período que acompanhávamos o fazer-com-as-mãos a fabricação de diversos tipos de embarcações, sentimos o quão presente também está o fazer-com-a-cabeça, onde carpinteiros navais deparando-se cotidianamente com situações problemas inerentes a sua atividade profissional, não buscam manuais, computadores ou assessores para solucionar as possíveis dúvidas. Buscam seus próprios raciocínios, construídos ao longo da realização desta tarefa. "O segredo da profissão está na cabeça. Você tem que ser criativo, pois um barco sempre tem algo diferente do outro". (José Sena, carpinteiro naval em entrevista dada a Revista Troppo).

A habilidade e criatividade no uso de instrumentos de medidas (compasso, pedaço de ripa), nas relações de dimensões de barco segundo as finalidades próprias (pesca, carga turismo) na avaliação de quantidade de madeira necessária a cada situação (considerando as diversas formas e unidade de medida de cada madeira), na precisão de encaixe de peças inclinadas entre si, segundo um padrão de qualidade funcional e estética faz crer que existem idéias e raciocínios matemáticos os quais brotaram independente de uma formação baseada em conteúdos formais veiculadas por ambientes escolares.

Aludindo a visão D'Ambrosiana sobre a aquisição de estilos de comportamentos e de conhecimentos pela humanidade, podemos interpretar as habilidades matemáticas dos carpinteiros navais como "ticas" de "matema" expressas em seus espaços "etno" diferente dos espaços formais de engenheiros navais os quais passaram por "ticas" de "matema" oferecidos em espaços "etno" formais de ensino (D'Ambrósio, 2001).

Acreditamos que a eficiência do trabalho realizado pelos mestres-artesãos tem reforçado a pertinência de estudos científicos que busquem localizar os conhecimentos constituídos, de certa forma alheios à tradição escolar, como construções históricas, contextualizadas, não menos importantes que as comumente difundidas pelos meios institucionais de ensino. Analisar alguns aspectos métricos relacionados aos raciocínios realizados por mestres-artesãos, embora expostos aqui de maneira sucinta, leva-nos a respeitar, cada vez mais, os saberes da tradição cultural de um povo, como neste caso específico, de reconhecer a eficiência, a qualidade do *barco sob medida.*

BIBLIOGRAFIA

Pesos e medidas em Portugal. Portugal: Museu de Metrologia, jun-2000.

Barata, João da G. P. A Navegação a vela no litoral brasileiro: os navios. Ministério da Marinha, Rio de Janeiro, 1995, p.55 a 90.

Sistema Métrico Inglês. In:**Dicionário de Matemática.** São Paulo: Hemus, 1995, p. 251.

A VER NAVIOS. **Jornal O Liberal**. In: Revista Troppo. Belém: Ano 1, n. 51, p.20-24, 1997.

D'Ambrósio, U. **Etnomatemática**: elo entre as tradições e a modernidade. Belo Horizonte: Autêntica, 2001.

Associação Nacional de Cruzeiro. **Unidade de Medida.**. Disponível em: www.edinfor.pt/anc/ancconverte.html Acesso em: 12/09/01.

PROBLEMAS VERBAIS MULTIPLICATIVOS DE QUARTA PROPORCIONAL: A DIVERSIDADE DE PROCEDIMENTOS DE RESOLUÇÃO

Isva Maria Almeida Barreto
Orientadora: Anna Franchi
PUC-SP

Neste texto apresento sinteticamente como se desenvolveu a presente pesquisa abordando alguns resultados referentes aos procedimentos adotados pelos alunos de 5ª série de uma escola estadual da cidade de São Paulo no processo de resolução de problemas multiplicativos, enfocados como de proporcionalidade simples.

Os conceitos multiplicativos têm sua própria estrutura não sendo redutíveis às noções aditivas. Esta afirmação enfatizada há décadas por diferentes autores, Dienes (1984), Davidov (1991), Franchi (1995), foi consolidada pelos pesquisadores que se inseriram na perspectiva dos campos conceituais proposta por G. Vergnaud como, por exemplo, Ricco (1978), Lamon (1994), Steffe (1994).

Além disso, a constituição de procedimentos multiplicativos pelo aluno é um longo processo em que emergem procedimentos não canônicos ou mais especificamente pré-multiplicativos.

Nos restringimos, na pesquisa parcialmente descrita neste texto, a problemas escolares rotineiros envolvendo proporção simples entre duas variáveis.

As informações dos problemas serão quantidades representadas por números naturais tendo como referentes objetos discretos e custo. Dentre os problemas dessa natureza, foram examinados somente aqueles que apresentam uma relação de proporcionalidade entre os termos n_1 e n_2, com $n \in N$, n_1 e n_2 diferentes de 1.

Tendo em vista essas limitações passamos a explicitar o foco principal da pesquisa: *evidenciar os procedimentos utilizados pelos alunos da população selecionada, na resolução de problemas multiplicativos, e em particular a ocorrência de procedimentos não canônicos.* Mais precisamente, e tendo em vista a ocorrência desses procedimentos nos problemas cujos dados apresentam uma relação proporcional de 1 para n, pretendemos:

- verificar se esses procedimentos se estendem, à problemas cuja relação proporcional se estabelece de n_1 para n_2, com $n_1 \neq 1$ e $n_2 \neq 1$;
- **analisar esses procedimentos evidenciando o modo como se expressam bem como as características das situações problemas sob as quais eles emergem.**

Vergnaud (1983), (1991), (1994), considera a multiplicação como estreitamente vinculada ao estabelecimento de relações de proporcionalidade entre grandezas. Disto decorre a importância de serem consideradas: a natureza das grandezas envolvidas, e uma análise dos procedimentos utilizados bem como de suas justificativas, em termos das propriedades das referidas relações. Ou citando o pesquisador:

> **"(...) é completamente impossível analisar os procedimentos utilizados pelos estudantes nessas situações, sem a estrutura de função linear e a clara identificação das magnitudes envolvidas (...). *(Vergnaud,1994, p. 49).***

Sendo a presente pesquisa desenvolvida no ensino fundamental, fazemos com Vergnaud,1994 as seguintes considerações:

As operações são introduzidas por meio de situações-problema tendo como referentes domínios de experiências relativos ao mundo físico e cultural: as experiências iniciais da criança de repartir um certo número de objetos, de comprar mercadorias, de lidar com dinheiro e sua primeira compreensão de velocidade, densidade, ou probabilidade são

essenciais. São situações e problemas dessa natureza, ou seja, não estritamente matemáticos que oferecem uma referência segura para o Campo Conceitual Multiplicativo.

Tendo em vista as considerações acima e as restrições impostas aos dados numéricos dos problemas, como veremos logo a seguir, tomamos a representação das categorias de análise dos procedimentos multiplicativos, propostas por Vergnaud, como uma analogia entre essas categorias e o sistema formal da estrutura da função linear. Referindo-se a relação de representação entre dois conjuntos M.Bunge (1974) considera a pertinência de utilizar no processo de construção do conhecimento de representações analógicas mais frouxas (algum-algum, todo-algum) que a bijeção e o isomorfismo, constantemente exemplificados na matemática. A percepção de analogias é considerada como o primeiro passo para a generalização e a classificação.

Nessa perspectiva, os problemas propostos serão considerados de "proporcionalidade simples e direta" de onde decorrem os critérios de análise dos procedimentos.

Os tipos de procedimentos serão exemplificados a partir de um dos problemas propostos no instrumento diagnóstico da pesquisa em foco neste texto.

Marca Tanque – preço de 6 carrinhos: 78 reais. Carlos comprou 18 carrinhos da marca Tanque. Quanto ele pagou? Trata-se de um problema de quarta proporcional. Podem ser mobilizados diferentes procedimentos. Estes procedimentos serão descritos conforme ERMEL(1997) que tomam como referência as proposições de G. Vergnaud.

a) Os procedimentos que utilizam o coeficiente de proporcionalidade consideram as relações entre duas grandezas, ou seja, utilizam o coeficiente multiplicativo que permite passar dos números associados a uma grandeza para os números associados na outra grandeza. Estes procedimentos são usualmente chamados de procedimentos *do tipo funcional* na medida em que trazem subjacente uma relação funcional. A representação acima evidencia uma relação entre duas variáveis: "quantidade de carrinhos" e "custo (R\$)". Pode-se considerar a existência de uma função com domínio no conjunto dos números naturais e o contradomínio no conjunto dos números reais positivos. A relação funcional se configura pela existência do coeficiente constante e se expressa por $f(x) = 13x$.

b) Os procedimentos que utilizam **as propriedades de linearidade** se evidenciam por meio de relações estabelecidas entre os termos da mesma grandeza, privilegiando relações do tipo multiplicativo.

$$\begin{array}{ccccc} & 3 & \text{------} & \square & \\ & 6 & \text{------} & 78 & \\ \times 3 & 18 & \text{------} & \square & \times 3 \\ & 30 & \text{------} & \square & \end{array}$$

No exemplo acima, referindo-se aos dados da segunda linha:

18 carros correspondem a três vezes mais (que 6 carros), portanto, eles custam três vezes mais, ou seja: 3×78.

30 carros correspondem a cinco vezes mais (que 6 carros), portanto, eles custam cinco vezes mais, ou seja: 5×78.

Da mesma maneira, 3 carros correspondem a metade (de 6 carros) e a mesma variação ocorre na variável "custo", eles custam a metade de R\$ 78,00; ou seja: $\frac{1}{2} \times 78$.

Observe-se que os termos: 3; 5 e $\frac{1}{2}$, respectivamente, correspondem aos produtos efetuados entre os números referentes a mesma grandeza. Esses termos, chamaremos de escalares e, essa relação será chamada de relação escalar.

Para o desenvolvimento do trabalho, optamos por uma escola pública da região Oeste da cidade de São Paulo que atende alunos do Ensino Fundamental, Supletivo e Ensino Médio funcionando em três períodos. As seis classes de 5ª série onde foi desenvolvida a pesquisa funcionam no segundo período. Num período de dois meses fizemos algumas observações nessas classes, seguido da aplicação do instrumento diagnóstico e entrevistas.

Considerando as limitações deste texto, passaremos diretamente a descrição do instrumento que foi composto por 16 problemas multiplicativos separados em dois grupos.

Os 10 problemas que compuseram o segundo grupo estão inseridos em dois contextos: *Revenda de Carrinhos* e *Empacotamento* - cinco em cada contexto – e a relação se estabelece de n_1 para n_2, ou seja, o valor unitário não faz parte dos dados do problema.

Os enunciados estão sempre em "duplas", ou seja, um mesmo anúncio aparece em duas versões, diferindo somente quanto a uma variável numérica. Por esse fato, chama-se: "versão 1", o problema que pede a imagem de um múltiplo do termo dado no anúncio (aquele que é comum nas duas versões) e; "versão 2", o problema que pede a imagem de um divisor do termo dado. Apenas o 5° problema de cada contexto, apresenta-se "independente", pois, o termo para o qual é pedida a respectiva imagem, não é nem múltiplo, nem divisor, em N, do termo dado no anúncio.

Análise dos dados

Nos protocolos dos alunos, observamos não apenas os resultados, mas os procedimentos utilizados. Para categorizá-los nos inspiramos nas reflexões teóricas anteriores buscando captar a riqueza e diversidade dessas produções. Obtivemos duas grandes categorias de procedimentos: corretos e incorretos. Neste texto nos restringiremos a analisar os procedimentos corretos que classificamos nas categorias: a estratégia *valor unitário* e a estratégia *escalar.*

Estratégia Escalar

Inicialmente esclarecemos modos de operar que caracterizam um procedimento canônico na categoria estratégia escalar. As considerações sobre os dois problemas da dupla do contexto "revenda de carrinhos" serão facilmente estendidas ao contexto "empacotamento".

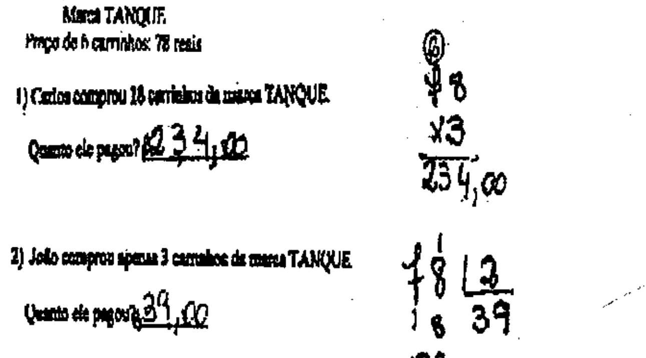
Esse procedimento consiste em efetuar a divisão entre os valores que representam o número de carrinhos ou entre o preço de carrinhos. Uma vez determinado o fator escalar, ele será interpretado para a determinação do termo desconhecido.

Em itens anteriores, consideramos que os dados dos problemas multiplicativos têm como referentes grandezas diferentes, ou seja, as variáveis utilizadas tomam seus valores em categorias diferentes de universo.

Isso posto, e para efeito de análise, a seguir chamaremos esses conjuntos de conjunto A e conjunto B, conforme eles representem o primeiro ou o segundo elemento do par da relação estabelecida pela constante de proporcionalidade. De modo coerente chamamos de problemas do tipo A aqueles em que os dados no texto referem-se ao conjunto A, da mesma maneira problemas do tipo B os que apresentam seus dados no conjunto B.

Nota-se nos protocolos dos alunos que dificilmente as operações com os dados numéricos dos problemas tipo A são evidenciadas. No protocolo abaixo, observa-se que a aluna opera com o escalar diretamente com os dados da variável "custo", não explicitando o modo pelo qual esse escalar foi determinado, pois tanto no problema *Tanque/versão 1* quanto no problema *Tanque/versão 2,* o escalar é expresso operando com os números

maiores, adequado à natureza do problema: multiplicador quando $n_1 < n_2$ ou divisor quando $n_1 > n_2$.



Renata - 5ª série D

Além dessa forma canônica, definiu-se também uma outra subcategoria onde esse fator aparece inserido numa operação, a "multiplicação". O fator escalar a que se quer encontrar é previamente determinado por meio de cálculo mental e aparece como termo de uma "multiplicação". Essa operação tem um caráter especial, pois é do tipo "multiplicação com termo desconhecido", ou seja, multiplicação cujo fator desconhecido está inserido na operação (nesse momento do cálculo, o escalar a é o valor desconhecido).

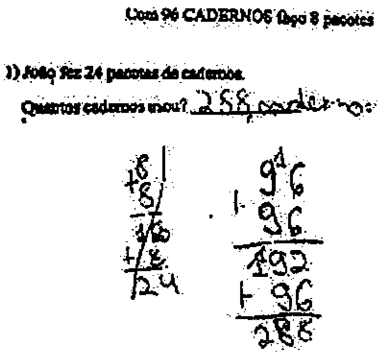
Esse procedimento não canônico é evidenciado tanto na estratégia *escalar* como na estratégia *valor unitário,* substituindo a divisão por quota. Nos problemas de tipo A, também é possível notar esse raciocínio. Para determinar o escalar, os termos do problema *Tanque/versão 1* sugerem a fórmula multiplicativa: $6 \times a = 18$, exigindo, portanto, uma divisão. Alguns alunos efetuam uma multiplicação para a qual o multiplicador é o próprio termo desconhecido. Isso se tomou evidente nos discursos dos alunos nas entrevistas, como demonstra Roger, ao ser indagado sobre como pensou para resolver o problema, responde:

- Como 18 dá 3 vezes 6, não é? Então eu peguei e fiz 3 vezes 6; 78 vezes 3.

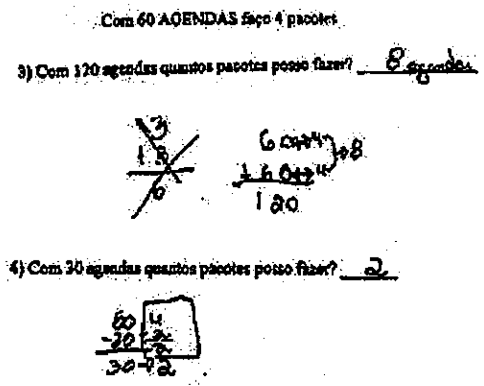
A elaboração dos alunos deixa claro seu pensamento multiplicativo. Além disso, é importante ressaltar o estabelecimento da correspondência entre os dados de uma variável e outra: "18 dá 3 vezes 6, então 78 vezes 3", evidenciado nas falas dos alunos.

Uma categoria importante de respostas como instrumento para análise dos processos cognitivos do aluno é a que consiste na resolução por meio da adição de parcelas reiteradas que foi empregado pelos alunos para a solução de todos os problemas e, dependendo da situação, foi utilizado para a determinação do escalar (em problemas tipo A) e para o cálculo da solução do problema (em problemas tipo B). Ressalte-se que, na estratégia escalar, esse procedimento foi mais freqüente nos problemas tipo B, naturalmente porque se faz necessária uma divisão por quota e, por isso é facilmente transformada em uma adição. É evidente que, quando se trabalha com o escalar, todos os problemas favorecem um raciocínio na configuração de divisão por quota tendo em vista que se opera com os dados da mesma variável. Mas, é provável que essa freqüência em operar por meio de parcelas reiteradas, tenha ocorrido devido a necessidade de explicitar a operação feita com os números maiores (nos problemas tipo B), a divisão com os termos dessa variável tem um grau de dificuldade maior que a operação com os termos dados nos problemas tipo A.

Classificados na subcategoria: *iteração de unidades,* encontram-se os procedimentos para os quais a estratégia escalar é utilizada com o uso de adições sucessivas considerando-se um valor em uma das variáveis e fazendo corresponder às transformações dos valores correspondentes aos termos na outra variável, como mostram os protocolos abaixo:



Priscila – 5ª série D



Diego – 5ª série G

Os alunos utilizaram adição repetida nas duas variáveis, deixando claro a correspondência determinada por essa operação entre o número de unidades a serem somadas na primeira e na segunda variável. Eles operam com os números da variável do conjunto B e há existência da relação de proporcionalidade entre os termos de cada uma das variáveis. Entretanto, essa relação ainda não é concebida pelos alunos, como uma relação para a qual um desses termos é *n vezes maior* que o outro. Os alunos não conseguem explicitar o fator correspondente ao número de grupos – o escalar. Entendemos que, nesse estágio, o significado atribuído pelo aluno à expressão: a x b, ainda é: *a* + *a* + ... + *a*, (b vezes).

Por meio das entrevistas, observamos que alguns alunos conseguem coordenar a variação dos dados nas duas variáveis. Entretanto, não conseguem utilizar o escalar como integrante da operação, ou seja, como multiplicador. Entendemos que, para o aluno que se encontra nessa etapa que antecede a compreensão formal do conceito da multiplicação – não há clareza quanto à função do escalar. Nessa etapa o escalar não atua como um termo da multiplicação, entretanto, age, da mesma maneira, como uma entidade que determina a quantidade de "grupos" que devem ser somados em cada variável.

O que diferencia os procedimentos pertencentes à subcategoria: *Iteração de unidades,* daqueles classificados como: *Multiplicação com janela,* em termos de uso do escalar, é que nos primeiros, o escalar não é utilizado explicitamente em nenhuma das operações efetuadas, enquanto que, na segunda subcategoria ele é evidenciado ocupando sua função, de termo multiplicador na operação.

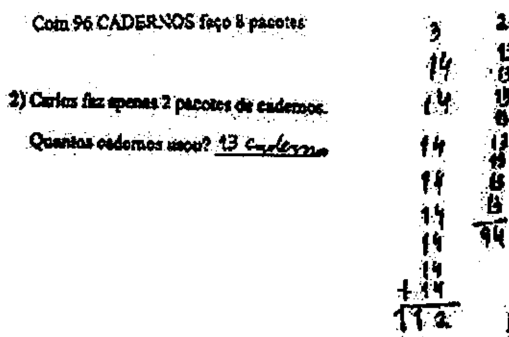
Estratégia Valor Unitário

Pelo fato de optar, nos testes em foco, por problemas multiplicativos, sem que nenhum dos termos das proporções apresentadas, conhecido ou não, fosse igual a 1, a estratégia de cálculo a partir da redução ao valor unitário já era esperada.

A solução dos problemas por meio da estratégia valor unitário se constitui em duas fases: a primeira fase consiste na determinação do termo correspondente a unidade, é o calculo do valor unitário em si, a determinação da quantidade composta. Uma vez encontrado o valor unitário, a segunda fase consiste na determinação da incógnita do problema.

A fase inicial, de determinação do valor unitário, aparece nos protocolos dos alunos: determinada por meio de estimativa ou por procedimento canônico.

A determinação do valor unitário por meio de estimativa consiste em tentativas de cálculo através de ensaio e erro. No problema abaixo o aluno faz adições reiteradas a fim de encontrar o valor unitário que satisfaz: 6.x=78, porém, nesse processo alguns alunos fracassam como pode-se observar no protocolo de Rodrigo. Além disso, note-se que o aluno não executa a segunda fase de cálculo para a solução do problema que pede a quantidade de cadernos em dois pacotes, dando como solução o próprio "valor unitário". Esse tipo de erro será comentado mais adiante.



Rodrigo – 5ª série E

Os alunos que não utilizaram cálculos por estimativas para determinar o valor unitário, o fizeram pela forma usual, através da divisão entre os termos de variáveis diferentes.

Alguns alunos utilizaram o procedimento canônico nas duas fases de cálculo dos problemas, calculando o valor unitário pela forma usual e, uma vez calculado esse valor, determina-se qualquer termo por meio de uma divisão.

Nota-se nos protocolos, nos problemas que apresentam a relação entre os preços de 6 e 18 objetos com o preço de um, Daniele determina o valor unitário por meio de uma divisão e, tomando esse valor como referência, determina o preço de 18 e 3 objetos.

Há uma indicação do uso de 13 como coeficiente de proporcionalidade na medida em que esse valor é utilizado para determinar o valor de diferentes números de objetos. Entretanto, não há critério seguro para fazer essa afirmação uma vez que, estando determinado o valor de 1 objeto, o aluno pode determinar o valor de **n** de objetos $\forall\, n \in \mathbb{N}$ pela aplicação da relação escalar "n vezes mais". Um indício dessa afirmação pode ser dado pela análise do protocolo de Andreza, que efetuou uma multiplicação, mas que foi precedida por adições reiteradas. É importante ressaltar que não foram encontrados nos protocolos dos alunos, a adição: 18 + 18 + ... +18, (13 vezes). Encontrou-se sempre a outra adição: 13 + 13 + ... + 13, (18 vezes) que é significativa tendo em vista a representação da situação concreta. Essas constatações indicam um procedimento escalar, conforme anotações informais de A. Franchi. De fato, quando o aluno determina primeiramente o valor unitário, recai no esquema análogo à primeira classe de problemas: 1 carro custa 13 reais; 18 carros custam __.

Considerações Finais

Ressalte-se que todos os problemas tiveram um número de erros próximo ou acima de 50%, havendo, inclusive erros de difícil classificação e que, portanto, não se encontram em nenhuma das categorias.

De um modo geral, a redução ao valor unitário foi a estratégia privilegiada, ocorrendo com mais freqüência na *versão 2* dos problemas: *Tanque, Cadernos, Flash e Agenda* (considerando os procedimentos canônicos e os não canônicos) que caracterizam-se por apresentar a relação de proporcionalidade entre números maiores e pede-se para calcular a relação para um par de números menores.

Entretanto, comparando-se o uso dos procedimentos não canônicos nas duas estratégias de resolução acima, observa-se maior incidência de procedimentos não canônicos na estratégia escalar.

A importância de obter diversidade de procedimentos de resolução dos problemas propostos, entre os quais um elevado número de procedimentos incorretos, revela a complexidade da estrutura dos problemas multiplicativos. Essa complexidade torna-se mais evidente, pela mobilização de procedimentos não canônicos nas diferentes categorias de problemas.

Observe-se também que esses procedimentos não canônicos, bem como o uso do escalar de um modo geral, aparece empregado em número mais elevado no contexto da *Revenda de carrinhos* o que confirma considerações iniciais.

Acreditamos que a reflexão decorrente dessa pesquisa coloca alguns elementos fundamentais para a constituição do pensamento multiplicativo. Contribui, portanto, para fornecer subsídios para a melhoria do ensino.

Referências bibliográficas

BUNGE, M. Analogia, Simulação, Representação. In *Teoria e Realidade. (185-203).* São Paulo-SP. Ed. Perspectiva. (1974).

DAVIDOV, V. V. A psycological analysis of the operation of multiplication in *Soviet Studies. In Mathematics Education.* Virgínia: National Concil of Teachers of Mathematics. (1991).

DIENES, Z e GOLDING, E. *Conjuntos, números e potências.* São Paulo: Editora Pedagógica e Universitária Ltda. (1969).

E.R.M.E.L. *Apprentissages mathématics à l'école élémentaire.* CM1.(1997).

FRANCHI, A. *Compreensão das situações multiplicativas elementares.* Tese de doutorado. PUC-SP. (1995).

KIEREN, T. Múltiple Views of multiplicative. In G. Harel e J. Confrey. *The development of multiplicative reasoning. In the learning of mathematics.* p. 387-397. (1994).

LAMON, S. J. Ratio and proportion: cognitive foundations in unitizing and norming. In G. Harel e J. Confrey. *The development of multiplicative reasoning. In the learning of mathematics.* p. 89-117. (1994).

RICCO, G. *Le developpement de la notion de fonction lineaire chez l'enfant de 7 a 12 ans.* Tese de doutorado. (1978).

STEFFE, L. Children's multiplying schemes. In G. Harel e J. Confrey. *The development of multiplicative reasoning. In the learning of mathematics.* p. 03-40. (1994).

VERGNAUD, V. La théorie des champs conceptuals. *Recherches en Didactique des Mathématics* 10(2.3). p. 133-169. (1991).

VERGNAUD, V. Multiplicative Conceptual Field What and Why? In G. Harel e J. Confrey. *The development of multiplicative reasoning. In the learning of mathematics.* p. 61-41. (1994).

"ALAVANCA META" EM ÁLGEBRA I : EXISTE?

Autora: Izabel Maria B. de Albuquerque
Orientador: Hermínio Borges Neto
Universidade Fed. da Paraíba/Universidade Federal do Ceará

RESUMO

O artigo relata uma pesquisa, cujo objetivo era investigar no discurso pedagógico a presença de elementos que pudessem servir como "alavanca" para a aprendizagem dos alunos, em duas perspectivas: a primeira foi o discurso proferido por professores da disciplina Álgebra I (a partir do terceiro grau, em geral, tem-se divisões da álgebra: Álgebra Vetorial, Álgebra Linear, Álgebra Moderna, etc. O conteúdo de Álgebra Moderna, por ser muito extenso, em geral, é dividido em várias disciplinas, tipo Álgebra I, Álgebra II, Álgebra III), a segunda, foi o discurso presente no livro-texto adotado pelo professor em sala de aula Após as análises, fazendo uso da teoria, elaborada nos trabalhos coordenados por Dorier, sobre "alavanca meta", foi possível constatar o uso desse recuso no ensino, no discurso de um professor de Álgebra I de uma Instituição Pública de Ensino Superior e na abordagem do autor de um livro-texto.

INTRODUÇÃO

As dificuldades encontradas pelos alunos, relativas ao aprendizado de conteúdos e/ou de conceitos matemáticos, em especial algébricos, é motivo de preocupação de pesquisadores da Educação Matemática. Uma boa parte das pesquisas têm tentado esclarecer, por meio de trabalhos teóricos e experimentais as causas das dificuldades dos alunos. No terceiro grau por exemplo, e em particular na álgebra, dentre as causas apontadas como contribuintes de dificuldades, é destacada uma grande quantidade de definições, de conceitos e resultados; a utilização da linguagem formal; a abstração de conceitos e a generalização de resultados – todos são elementos próprios e característicos da álgebra, e quase sempre aparecem simultaneamente, o que representa uma dificuldade ainda maior.

Aliada às dificuldades dos alunos, existem também dificuldades dos professores no ensino de conteúdos algébricos. São conteúdos áridos, e do ponto de vista didático, apresentam-se poucos flexíveis a qualquer tipo de abordagem; fato esse já explicitado por Rogalski (1993), onde ele apresenta algumas limitações da dialética ferramenta-objeto para introduzir certos tipos de conceitos algébricos, são conceitos resistentes ao uso do "jogo de quadros" de Règine Douady. Os saberes algébricos foram introduzidos voluntariamente para unificar e generalizar e não para resolver problemas. Na realidade, foram aceitos pelos matemáticos para esse fim, porque se revelaram necessários para resolver problemas em novos domínios.

Além dos estudos para investigar as dificuldades dos alunos, outras pesquisas têm também tentado desenvolver estratégias de ensino, para auxiliar alunos e professores no processo de aprendizagem e ensino de álgebra. Uma delas, realizada na França, coordenada pelo francês Jean-Luc Dorier, foi realizada com conteúdos de Álgebra Linear usando a abordagem meta-matemática, mais especificamente a "alavanca meta".

A abordagem meta-matemática é caracterizada por um conjunto de comentários do professor ou dos alunos sobre a matemática, a qual é considerada uma "alavanca meta", quando esses comentários tiverem conseqüências positivas na aquisição do conhecimento matemático pelo aluno [cf. Robert et al, 1999].

A expressão "alavanca meta" designa um recurso utilizado no ensino pelo professor, por meio de informações e conhecimentos, gerais ou específicos, sobre a Matemática. Mais precisamente, sobre o funcionamento, a utilização e a aprendizagem da Matemática, tais como: informações constitutivas do conhecimento matemático (métodos, estruturas, organização do conhecimento); informações constitutivas do funcionamento matemático (o papel dos exemplos e dos contra-exemplos, o papel das demonstrações, do jogo de quadros (numérico, algébrico, geométrico, etc.); as informações da natureza epistemológica sobre a matemática; sobre a natureza dos conceitos que serão introduzidos, a razão pela qual cada um deles é estudado, suas especificidades, etc.

As pesquisas sobre "alavanca meta" são recentes, e ainda pouco conhecidas, mas, isso não quer dizer que ela não seja utilizada em sala de aula. Possivelmente muitos professores a utilizam de modo inconsciente. Seu uso pode ser feito, durante a demonstração de um resultado, por exemplo, quando o professor a faz detalhadamente, salientando pontos implícitos; ou quando ensina sobre resolução de problemas; ou quando introduz uma noção através de atividades, fazendo com que os alunos estabeleçam propriedades dessa noção antes mesmo que ela lhes seja apresentada explicitamente, etc.

Embora não se tenha ainda, uma avaliação dos efeitos reais sobre a aprendizagem da utilização da "alavanca meta", algumas perspectivas se mostram favoráveis – os professores, observando as particularidades da Álgebra Linear, podem fazer comentários para que os alunos sigam o raciocínio da construção do conhecimento, e também reflita a partir de uma noção [cf. Dorier et al,1997].

DESENVOLVIMENTO DA PESQUISA

Esta pesquisa é sobre "alavanca meta", e teve como objetivo investigar no discurso pedagógico aceito pela comunidade acadêmica, a presença de elementos que podem servir como alavanca para a aprendizagem dos alunos, em duas perspectivas: a primeira foi o discurso proferido pelo próprio professor da disciplina Álgebra I, a segunda, foi o discurso presente no livro-texto adotado pelo professor em sala de aula. Todas as análises foram realizadas com base nos trabalhos de Dorier da teoria meta-matemática e "alavanca meta".

Inicialmente a pesquisa se propunha a analisar apenas o discurso de um professor, todavia, no decorrer da mesma foi necessária a análise do discurso de mais um professor.

A pesquisa foi realizada em uma Instituição de Ensino Superior, na cidade de São Paulo, em turmas de alunos do Curso de Matemática. O primeiro professor observado, da turma de alunos do Bacharelado, tinha um discurso carente de abordagens meta-matemáticas e uma total ausência de elementos que pudessem servir como alavanca. Por isso foi necessária a observação de aulas de outro professor, da turma com alunos da Licenciatura, o qual tinha um discurso favorável à perspectiva meta-metemática.

O livro analisado foi o de Introdução à Álgebra de Adilson Gonçalves, adotado pelo primeiro professor citado. Pelo curtíssimo tempo da pesquisa, a análise do livro deu-se apenas no capítulo IV – Polinômios em uma variável real, assunto estudado nas aulas observadas.

Convém salientar que, os professores adotaram aula expositiva; feita por meio de definições, exemplos, proposições, teoremas e corolários e suas demonstrações, e resolução de exercícios com aplicação direta dos resultados obtidos.

Na disciplina Álgebra I, quase sempre, se trabalha com conceitos já bem conhecidos pelos alunos, espera-se que estes, sem a dificuldade de compreender conceitos novos, possa ir gradualmente adaptando-se ao formalismo e o grande número de demonstrações que são característicos do método axiomático ali empregado.

Durante as investigações, não foi fácil estabelecer a distinção entre conhecimentos matemáticos e meta-matemáticos expostos pelos professores, e mais ainda, de destacar os que atuariam como possíveis "alavanca", fato já reconhecido na pesquisa acima, onde o autor coloca que a distinção entre matemática e meta-matemática não é absoluta aos olhos do pesquisador, em certos conhecimentos, depende da maneira determinante dos alunos atingidos pela exposição do professor.

I. Investigações realizadas em classe

I.1. Análise das aulas do professor da turma de alunos do Bacharelado

Em tais aulas a abordagem do professor deu-se, principalmente, por meio de teoremas e demonstrações, demonstrações essas bem diretas, sem a explicitação de muitos detalhes. Os enunciados dos teoremas, na maioria das vezes, não eram bem explicados, e algumas informações implícitas nos enunciados dos teoremas não eram ditas, e menos ainda enfatizadas. Um exemplo disso, foi percebido logo após a enunciação e imediata demonstração do Critério de Eisenstein, usado para decidir se um polinômio é ou não irredutível sobre o conjunto dos números racionais, quando o professor apenas fez o seguinte comentário: "*a condição acima é suficiente, mas não é necessária*". Essa questão de condição necessária e suficiente; só necessária; suficiente mas, não necessária, nem sempre é clara para os alunos; possivelmente para muitos dos alunos presentes na sala, esse comentário não deve ter tido qualquer significado.

Em outro momento da aula, o professor enunciou e demonstrou o Teorema – se um polinômio f é irredutível em no corpo F_p, então ele também o é em Z – em seguida colocou o polinômio $f(x)= x^3 + 12x^2 + 15x + 7$ e logo escolhendo p=2, escreveu $[f]_2(x) = x^3 + x + 1$, que é irredutível sobre F_2. E apenas comentou: "*temos que escolher o p adequado, pois se for p=3, obtemos o polinômio $[f]_3(x)= x^3 + 1$ redutível em F_3, então não serve. Essa proposição ajuda a verificar se um polinômio é irredutível, porque se trabalha em um conjunto finito, mas tem que escolher o p adequado*". Imagino, que com esse comentário, o professor achava que os alunos entenderam que: tomando-se p=3 obtém-se um polinômio irredutível em F_3, então, nada se pode concluir sobre a irredutibilidade do polinômio dado inicialmente. Neste caso tem uma lógica implícita, que não foi salientada, por isso não é qualquer p que serve; tem um raciocínio lógico envolvido aí, o professor que o aluno tirasse suas próprias conclusões.

Fatos, possivelmente não visíveis a um aluno iniciante (todos o são, é a primeira disciplina de uma série de três), nem sempre eram desvelados, por exemplo, na primeira aula observada, o professor começou escrevendo, sem argüir os alunos, todos os polinômios de grau 1,2 e 3 com coeficientes no corpo $F_2=Z/2Z = \{[0]_2, [1]_2\}$. Após escrevê-los, disse: "*vamos olhar agora quais deles são irredutíveis em F_2. Como eles são de grau menor que 3, basta verificar se possuem raízes em F_2*". E imediatamente fez as devidas verificações. Não é difícil encontrar quem pense (entre os alunos) que, se um polinômio não possui raiz é irredutível, independente do grau. Se na classe alguém tinha esse pressuposto, o comentário acima pode ter reforçado a crença. Só depois de ter enunciado e demonstrado o teorema que dá as relações entre os coeficientes e as raízes racionais de um polinômio com coeficientes em Z, o professor, sem dar exemplos, comentou: "*Um polinômio de grau maior que 4 pode não ter raízes e ser redutível*".

Na verdade, houve carência de abordagens meta-matemática em seu discurso, e nenhuma delas teve indícios de atuar como "alavanca". A cada aula, isto ficava mais evidente; uma vez que na última aula observada, o professor enunciou o Teorema de Interpolação de Lagrange, e perguntou aos alunos: "*para que serve esse teorema?* E imediatamente disse: *quando se faz um experimento e se conhece um número finito de pares (a_i,b_i), i=1,2, ..., n, pode-se encontrar um polinômio f tal que $f(a_i)=b_i$*". Desenhou no quadro um plano cartesiano, marcou alguns pontos, e desenhou uma curva que continha todos esses pontos. Demonstrou o teorema, deu alguns exemplos, e logo depois disse: "*existe uma semelhança entre este resultado e o resultado do Teorema Chinês de Restos, que já foi visto*". Não disse de que semelhança se tratava e qual a relação entre eles. Enunciou o Teorema Chinês de Restos para números inteiros, que já havia sido estudado, o Teorema Chinês de Restos para Polinômios, e o Teorema de Interpolação de Lagrange usando congruências, e simplesmente comentou: "*o Teorema Chinês de Restos tem muitas generalizações. Ele é muito poderoso*". O professor enunciou quatro teoremas, em dois domínios diferentes, não esclareceu os resultados, não explicou de que generalização se tratava, nada. Embora o Teorema Chinês de Restos já fosse conhecido pelos alunos, o comentário feito não sinaliza com mudanças significativas no conhecimento dos mesmos.

Na aula que antecedeu à avaliação, ele se propôs a tirar as dúvidas dos alunos sobre uma lista de problemas, proposta por ele. Basicamente, apenas dois alunos, pediram para o professor resolver alguns exercícios; eles diziam o número correspondente ao problema na lista, o professor o identificava, lia-o e imediatamente resolvia-o, sem nenhum questionamento. Resolveu quatro exercícios, como ninguém se manifestou, o professor falou: *"Como não há mais dúvidas, vamos continuar com assunto novo".*

Nas aulas não houve participação dos alunos. Poucos alunos falaram, e o fizeram apenas para dizer que não tinham entendido um ou outro passo de uma demonstração. Ficou bem evidente que a pobreza de elementos meta-matemáticos no discurso do professor imobilizou os alunos, fato que eliminou a chance de haver um debate científico nas aulas.

I.2. Análise das aulas do professor da turma de alunos da Licenciatura

Nas aulas deste professor, durante a investigação, o assunto estudado foi mínimo múltiplo comum de números inteiros, e equações diofantinas lineares.

O professor ficava sempre fazendo perguntas aos alunos sobre o assunto, à medida que escrevia na lousa. Por exemplo, na primeira aula o professor, para definir o mínimo múltiplo comum entre dois números inteiros começou escrevendo na lousa: Sejam a, b elementos não nulos de Z, e definiu o conjunto M(a,b)={x ∈Z / a divide x e b divide x}. E perguntou: *"eu posso garantir a existência de um mínimo em M? x pode ser negativo?"* Diante da resposta negativa de um aluno, o professor perguntou: *"qual o problema se x for negativo? Tomem a=2 e b=3. Sob que condições x está em M(a,b)?* Como todos ficaram em silêncio, professor disse: *"x está em M(a,b) se for múltiplo de 2 e de 3".* O professor foi no quadro, mudou o conjunto M(a,b) deixando-o escrito da forma $M^+(a,b)$={x ∈ Z / a divide x e b divide x, x>0}, e perguntou: *"agora existe um mínimo em $M^+(a,b)$?"* Após a resposta afirmativa de alguns alunos, o professor perguntou: *"estão lembrados do que diz o Princípio da Boa Ordem? Para afirmar que $M^+(a,b)$ tem elemento mínimo, devemos olhar se ele é não vazio. Existe algum elemento em $M^+(a,b)$? Basta ver que /a /ou /b / está em $M^+(a,b)$. Então pelo Princípio da Boa Ordem $M^+(a,b)$ tem um mínimo e o mínimo múltiplo comum de a e b é o mínimo de $M^+(a,b)$".*

As ações do professor para definir o mmc(a,b) é uma abordagem meta, uma vez que o mesmo revela (ou chama a atenção) fatos que podem não ser visíveis para o aluno, tais como: o conjunto M(a,b) é infinito e contém números negativos e positivos, não daria para garantir um elemento mínimo em tal conjunto. Além disso, só se poderia garantir que um conjunto de números positivos $M^+(a,b)$ tem um elemento mínimo se for não vazio, e para mostrar que o conjunto é não vazio bastaria exibir um elemento do conjunto. Deste modo o professor pode ter feito com que os alunos refletissem sobre os conhecimentos já estudados.

O professor ao escrever a Proposição – sejam a e b em Z e m = mmc(a,b). Se m' é um múltiplo comum de a e b, então m divide m' – disse: *"para demonstrar a proposição precisamos mostrar que $M^+(a,b)$ é um ideal. O que sabemos de ideal?* Após duas alunas falarem que tinham a definição, ele começou a demonstração, mostrando que se x, y estão em $M^+(a,b)$, x+y também está. Em seguida perguntou: "o *que falta para que $M^+(a,b)$ seja um ideal?"* Diante da resposta de alguns alunos de que faltava verificar a outra propriedade, ele escreveu: sejam x em $M^+(a,b)$ e λ em Z, e perguntou: *"λx está em $M^+(a,b)$? Se λ for negativo, λx está em $M^+(a,b)$?"* Com a resposta negativa dos alunos o professor diz, *"então vamos ter que mudar o conjunto* e escreve do lado M(a,b)={x ∈Z / a divide x e b divide x}, e diz: *"é M(a,b) que é ideal e não $M^+(a,b)$. Isso acontece muitas vezes quando estamos construindo uma teoria matemática, temos que voltar e refazer as coisas".* Continuou a demonstração e perguntou: *"que sabemos sobre ideal?"* Depois da resposta de um aluno de que todo ideal de Z é principal, o professor disse: *"então existe k em Z tal que M(a,b)=kZ",* escreveu e concluiu a demonstração. Ao começar com o conjunto $M^+(a,b)$, fazendo com que os alunos percebessem que $M^+(a,b)$ não é ideal de Z, e trocando $M^+(a,b)$ por M(a,b), o

professor pode ter feito com que os alunos percebessem que as construções e aprendizagens da matemática se dão por meio de tentativas, ensaios, erros, etc., e que nem sempre dá certo...

O momento chave das exposições do professor deu-se, logo após enunciar e demonstrar o Teorema – sejam a,b e c em Z, d=mdc(a,b) e suponha que d divide c. Escrevendo d na forma d=ra+sb com r e s em Z, temos que x_0= rc/d e y_0= sc/d é uma solução da equação ax+by=c. Essa equação tem infinitas soluções. As outras soluções são da forma x=x_0 + b/dt, y=y_0 - a/dt, com t em Z. E reciprocamente, para todo t em Z, os valores x e y dados acima são soluções da equação – uma vez que o professor leu o enunciado várias vezes explicando-o detalhadamente, verbalizou, duas vezes, o resultado garantido pelo teorema, enfatizou a sua importância, e o demonstrou de forma impecável – o que caracterizou sua abordagem como uma possível "alavanca" para o conhecimento dos alunos. Tanto que, após ter resolvido quatro exemplos fazendo uso do teorema, um aluno fez uma pergunta (aliás, muito boa), com a qual mostrou ter entendido bem o teorema, a pergunta foi: *"a expressão de x e y que dá todas as outras soluções da equação é única?"* O professor explicou repetida e detalhadamente, até assegurar-se de que o aluno havia entendido.

2. Investigações realizadas na literatura

O autor começa o referido capítulo na página 63, com o seguinte comentário: *" Neste capítulo vamos introduzir os polinômios em uma "variável" (ou "indeterminada") e desenvolveremos os parágrafos em completa analogia com o Capítulo 2 (os números inteiros) esperando assim, entre outros objetivos, atingir também uma maior compreensão algébrica de Z".* Este comentário não me parece claro para um leitor iniciante, possivelmente as questões: analogia sob que aspectos? em relação a quê?, apareçam em sua mente Mais adiante, na página 66, ele faz comentários, sobre aspectos relativos a analogia a qual se referia no início, embora, de um jeito que envolve vários domínios matemáticos, K[x], com K corpo, D[x], D um domínio de integridade, K[x,y] e Z[x], que pode ainda não esclarecer o aluno. No entanto, na página 76, ele estabelece uma importante comparação entre o papel dos irredutíveis em K[x] e o papel dos números primos em Z, e escreve: *"... vamos introduzir os polinômios em K[x] que, dentro da analogia de K[x] com Z, fazem o mesmo papel dos números primos em Z",* que pode ajudar muito na compreensão do aluno.

Considerando que algumas informações sobre o que vai ser estudado podem auxiliar os alunos, quer seja para resolver problemas, quer seja para dar sentido ou para organizar seus conhecimentos matemáticos, quer seja para facilitar a passagem do antigo para o novo, ou para reforçar o aprendizado do primeiro (antigo) e ajudar na compreensão do último (novo); acredito que a última analogia entre esses dois domínios favorecem os alunos a canalizar os resultados das duas estruturas Z e K[x] e evitar dispersões. Poderia se pensar que com o comentário do autor na página 64: *"Convém observar que a notação formal de polinômios aqui introduzida é bastante conveniente, porém esconde um pouco o significado preciso do que seja indeterminada "x" ",* ele estaria antecipando dificuldades do leitor iniciante sobre o entendimento do que seja um polinômio na indeterminada x, contudo, na minha opinião, o seu comentário não é esclarecedor, pelo contrário, pode até trazer outras dificuldades, uma vez que ele diz que os polinômios $p(x)=a_0+a_1x+a_2x^2+ \ldots +a_nx^n+\ldots$ nada mais são do que uplas ($a_0,a_1,a_2, \ldots,a_n,\ldots$) onde os a_i são diferentes de zero somente para um número finito de índices e com a canônica definição de igualdade entre uplas; faz a identificação de 1 ↔ (1, 0, 0, ..., 0, ...) e de x ↔ (0, 1, 0, ..., 0, ...); escreve a soma de polinômios correspondente a natural operação de soma de uplas através das suas coordenadas, e dá a definição do produto de polinômios. Além disso, ele coloca como título do Capítulo IV - *Polinômios em uma variável.* Define polinômio, não fala da diferença entre variável e indeterminada e escreve p(x), depois ele define *função polinomial (em uma variável)* escrevendo f(u), sem fazer nenhuma associação ao polinômio f. Logo em seguida, ele constrói o domínio K[x,y] dos polinômios em duas indeterminadas "x" e "y" e escreve x.y=y.x; e já generaliza para o domínio dos polinômios em n indeterminadas x_1, x_2, ..., x_n com coeficientes em K, denotado por $K[x_1, x_2, ..., x_n]$.

O comentário da página 68, após o Colorário, é "meta" e tem indícios de ser considerado "alavanca", uma vez que ele chama a atenção do leitor para a hipótese do polinômio pertencer ao domínio K[x], K um corpo, a qual é fundamental para garantir o número máximo de raízes (igual ao grau) de um polinômio, e dá contra-exemplos com um polinômio de grau dois no anel dos Quatémios que possui infinitas raízes, e um polinômio de grau dois que possui quatro raízes no anel Z_8. Assim, dificuldades de alunos inexperientes podem ser antecipadas, evitando dispersões, deixando-os atento quanto as hipóteses de proposições, teoremas, etc., auxiliando-os na resolução dos exercícios e ajudando-os a organizarem seus conhecimentos.

CONCLUSÃO

A prática didática dos professores, de certa forma dificultou a investigação, mesmo considerando as especificidades dos conteúdos algébricos estudados. Ela (a prática) parece não ter favorecido o debate científico entre professores e alunos e também não ter estimulado a mobilização e a construção de conhecimentos pelos alunos em sala de aula. No geral, não houve diálogo entre professor-conhecimento-aluno que favorecesse os alunos a discutir suas idéias, levantar conjeturas e avaliar seus resultados.

Quase nenhuma expressão/atitude dos alunos que indicasse a construção ou a aquisição de um conhecimento, uma vez que, para certos conhecimentos, a maneira determinante dos alunos é necessária para o reconhecimento do caráter "meta". Apenas nas argumentações/comentários do professor da turma de alunos da Licenciatura foi possível perceber elementos que pudessem atuar como "alavanca" para os conhecimentos dos alunos.

Quanto às análises do livro, mais especificamente, do Capítulo IV, eu diria que a abordagem do autor, é quase sempre de conteúdos matemáticos, poucas vezes ele escreve sobre a matemática, mesmo assim, houve destaque de abordagens que podem impulsionar o aprendizado do aluno-leitor.

É interessante salientar que a postura do professor da turma do Bacharelado se assemelha a do autor; parece que ao adotar um livro o professor de certa forma adota também o discurso do autor.

Em resumo, embora o contexto observado não tenha se mostrado muito favorável à investigação, nele foram encontrados elementos que me autorizam a dizer que é possível existir "alavanca meta" em abordagens ou discursos de professores de Álgebra I.

BIBLIOGRAFIA

DORIER, J. L. et al, *L'enseignement de l'algèbre linéaire en question* (capítulo IV), La Pensée Sauvage éditions, Paris,1997.

GONÇALVES, A , *Introdução à Álgebra,* Projeto Euclides, Rio de Janeiro, 1979

ROBERT, A , *L'enseignement des mathématiques au Lycée* (pp. 87-88) Ellipses, Paris, 1999.

ROGALSKI, M. Dialectique outil-objeto e jeux de cadres – Contribution de Marc Rogalski. *Actes de la septiéme École e Université d"eté de didactique des Mathématique.* Editions coordonnée par Robert Noirfalise-IREM de Clemont-Fd, p.101-102,1993.

A META MATEMÁTICA DA MATEMÁTICA NOVA

JANE C TAVARES
sob orientação do Prof. Dr. Wagner R Valente
PUC-SP

Resumo: A expressão "meta matemática" é utilizada para designar o uso, no ensino, de informações ou conhecimento sobre a matemática. Quando a meta matemática funciona como elemento motivador no processo de aprendizado então DORIER, ROBERT, ROBINET e ROGALSKI a chamam de "alavanca meta". ROXO foi um professor de matemática, precursor, entre nós, dos avanços ocorridos no ensino da matemática desde o fim do século XIX. Escreveu "Lições de Arithmetica" nele incorporando muitas dessas inovações provenientes do exterior. O objetivo desse trabalho foi identificar e descrever a meta matemática contida nesse livro.

Palavras-chave: meta matemática, alavanca meta, matemática nova, aritmética

Introdução

Os saberes algébricos são casos especiais de saberes matemáticos. Construídos "artificialmente", foram introduzidos voluntariamente para unificar e generalizar e não para resolver problemas. ROGALSKI (apud ALMOULOUD, 2000:38) apresenta certas limitações da dialética ferramenta-objeto na introdução desse tipo de conceito. De fato, a grosso modo, não havendo sido ferramenta, como pode o espaço vetorial, por exemplo, ser objeto? Ainda segundo ALMOULOUD (2000), foi dessa perspectiva que DORIER (1991) analisara, em sua tese de doutoramento, as dificuldades do ensino da álgebra linear.

"Os conceitos da álgebra linear foram formalizados tardiamente pelos matemáticos e a axiomática dos espaços vetoriais foi utilizada quarenta anos após sua introdução quando se tomou útil para resolver problemas de análises em dimensão finita. A álgebra linear unifica métodos desenvolvidos em domínios muito diferentes: geometria, equações e cálculos numéricos, álgebra dos polinômios, soluções de equações funcionais... e seu funcionamento nesses diferentes domínios parece indispensável à sua compreensão. Parece muito difícil achar problemas de um nível aceitável para os quais a álgebra linear seja naturalmente uma ferramenta necessária." (ALMOULOUD, 2000:38)

A Meta Matemática

Entretanto, prosseguindo em suas pesquisas DORIER, em "The Meta Lever", de 2000, já relata situações interessantes envolvendo a álgebra linear. Nele podemos verificar, situações em que a análise reflexiva é conseguida pelas próprias peculiaridades dos componentes matemáticos da situação: não é imposta por solicitação do professor. O meta conhecimento pode estar implícito no conteúdo matemático da atividade. (DORIER, 2000:161).

Segundo o próprio DORIER (1995:180), considerando a "teoria das situações" (BROUSSEAU, 1986) ou a "dialética ferramenta-objeto" (DOUADY, 1986), poderíamos ficar inclinados a encontrar uma "situação fundamental" para introduzir um conceito a ser ensinado. Em resumo, um problema que os estudantes começariam resolvendo até o conceito a ser ensinado aparecer como a única e certa ferramenta que concluiria a solução. Uma última fase de institucionalização consagraria esse conceito como um objeto de conhecimento, antes que possa ser usado na resolução de outros problemas. Conceitos generalizadores e unificadores, tais como a teoria de espaço vetorial, foram criados com base nas similaridades entre diferentes objetos matemáticos, não especificamente com o propósito de resolver novos problemas, mas com a idéia de reforçar a coesão da matemática, generalizar e unificar seus ramos.

Não se pode dizer que não exista uma "situação fundamental" capaz de introduzir conceitos generalizadores e unificadores, mas deve ser mais difícil de encontrar. Aqui é necessário uma adaptação da teoria de Brousseau. Dorier faz a seguinte hipótese: para aprender conceitos unificadores e generalizadores de uma nova teoria formal é necessário um esforço maior de aprendizado. É preciso mostrar aos estudantes o que vão ganhar em troca desse esforço maior.

PIAGET e BETH (1961, apud Dorier, 1995:180) reconhecem três tipos de abstração não completamente independentes: empírica, pseudo-empírica, e reflexiva. Sendo a análise reflexiva uma parte da atividade matemática que envolve uma dimensão "metacognitiva", seu objetivo é reorganizar alguns objetos e métodos matemáticos em uma teoria central. É um estágio que marca uma nova orientação no processo de construção do conhecimento envolvendo uma nova avaliação dos elementos e competências do conhecimento já existente, em um nível diferente. A esse nível é que Dorier se refere quando utiliza o prefixo *meta*. Assim, os estudantes têm de estar "conscientes" do processo baseado na análise entre os diferentes tipos de objetos matemáticos de forma que possam refletir sobre seus próprios processos mentais (o chamado meta nível).

O uso, no ensino, de informação ou conhecimento sobre matemática é designado como meta matemática. Disso pode fazer parte a operação da matemática, seu uso, o aprendizado de elementos gerais ou particulares da matemática. Mais precisamente, informações sobre o que constitui o conhecimento matemático e informações sobre o que constitui uma operação matemática. O meta comentário, feito oralmente pelo professor ou habilmente inserido no texto didático, serve para encorajar o estudante a pensar sobre uma dada noção, ressaltando seus pontos de interesse, seu significado, seu uso, e o significado da verificação a ser feita. O objetivo do meta comentário é provocar uma reflexão sobre as noções a serem ensinadas. São comentários difíceis de serem feitos totalmente de improviso e não provêm apenas do conhecimento matemático, requerem também conhecimento histórico e epistemológico. Não é uma questão de apresentar esse conhecimento aos estudantes, mas de utilizá-lo para elaborar comentários pertinentes acompanhando a apresentação do conteúdo matemático.

Em resumo, a expressão "meta matemática" é usada para designar o uso, no ensino, de informações ou conhecimento sobre a matemática. Quando a meta matemática funciona como elemento motivador no processo de aprendizado então ela é denominada "alavanca meta".

A Matemática Nova

No início do século XX, segundo SCHUBRING (1984), nasceu, em várias nações industrializadas, um movimento para uma reforma de conteúdos de ensino de matemática nas escolas secundárias. O objetivo geral desse movimento era aproximar a matemática escolar – o saber ensinado – da ciência matemática – o saber científico –, termos que CHEVALLARD (1992) aplicou em sua *transposição didática*. Outros objetivos do movimento reformador eram eliminar o abuso do *formalismo* e aproximar o ensino das *aplicações técnicas*.

Pelo estudo histórico do ensino da matemática no Brasil no curso secundário verificamos que a unificação dos diversos ramos da matemática em uma só disciplina ocorreu em 1927. Essa unificação foi arquitetada e realizada em grande parte por Euclides Roxo, professor catedrático de matemática no Colégio Pedro II, com base nas modificações internacionais que vinham acontecendo no ensino da matemática na maioria dos "países cultos do mundo" (Colégio Pedro II, 1927:66). Antes dela, a matemática era estudada em ramos estanques e separados: aritmética, álgebra, geometria e trigonometria.

Procurava-se, então, respostas para a mesma questão que ocupa ainda hoje os pesquisadores em educação matemática: como preservar o rigor formal e fazer o aluno apreender o conceito adequado? Como despertar a concepção adormecida nas malhas da demonstração rigorosa? Como demonstrar rigorosamente sem que o aluno perca a perspectiva do objeto matemático em questão? Para fazer aqueles professores – até então especialistas exclusivos em seus respectivos campos – entenderem o que precisava ser feito e praticado, Euclides Roxo teve de falar *sobre* a matemática. Queria que os professores fizessem lições preliminares. Expressava assim seu desagrado aos professores que faziam exclusivamente matemática em suas aulas: *"não há lições preliminares, tudo tem que ser, pelo aluno, engulido em bloco, duro, seco, acabado"* (Roxo, 1930).

Euclides Roxo, no intuito de fornecer compêndios que guiassem os professores e alunos no ensino e aprendizagem dessa Matemática unificada, procurava orientar as novas práticas com base nos

estudos e resultados de pesquisas internacionais. Durante sua carreira de catedrático de matemática, escreveu vários livros didáticos. Os primeiros eram exclusivamente de exercícios (Sório, *em fase de preparação*). Escreveu seu *Lições de Aritmética* em 1923. Segundo VALENTE (2000), esse livro de Euclides Roxo é pioneiro na apropriação dos avanços ocorridos no ensino da matemática. Para escrevê-lo, Roxo inspirou-se no *Leçons d'Arithmetique*, de Jules Tannery (1904), que seguira os preceitos de Charles Méray – matemático também conhecido por suas idéias relativas ao ensino, que influenciaram os reformadores do ensino de matemática de 1902. "Em 1902, a Reforma Georges Leygues reorganiza o ensino secundário francês dando-lhe uma feição que se conservará até quase o fim dos anos 50. A idéia central da Reforma era a adaptação do ensino secundário ao mundo moderno" (BELHOSTE,1990:371 apud VALENTE, 2000).

Nas próprias palavras de Roxo, encontradas na Introdução de seu Lições de Arithmetica: "Procuramos tomar bem claras e precisas a significação de cada operacão elementar.(...) seguimos o plano e a orientação do grande mestre da pedagogia matemática, Jules Tannery. A compreensão exata dessas definições e propriedades têm muito mais importância que a demonstração e o enunciado das regras, o qual, em rigor, podia ser suprimido e estivemos a pique de fazê-lo: ninguém aprende uma operação decorando a respectiva regra" (Roxo, 1928).

A Meta Matemática no livro de Euclides Roxo

Uma vez que Euclides Roxo propunha-se a transmitir o conhecimento matemático de uma forma adequada às necessidades dos alunos, esse esforço de adequação deve poder ser encontrado em seus livros didáticos. Em que se constituíam as manifestações meta matemáticas dos livros didáticos de Euclides Roxo? Poderiam ser consideradas como *alavancas*, nos moldes de DORIER et all (2000) ?

Escrito antes da unificação da álgebra, da geometria, da aritmética e da trigonometria, nesse livro Euclides Roxo já ensaiava uma modificação no ensinó tradicional da Aritmética. Como seria essa modificação? Buscava motivar o aluno por intermédio da meta matemática ou era um livro tradicional, uma simples descrição técnica de aritmética?

Estudei o livro *Lições de Arithmetica* e comparei com os textos de DORIER, ROBERT, ROBINET e ROGALSKI, identificando as possíveis ocorrências e definições da meta matemática. Desse estudo obtive os seguintes resultados:

1. Na página 20 temos um exemplo de matemática no enunciado da regra que apresenta um algoritmo de como somar. Segue-se um exemplo para ilustrar a aplicação do algoritmo da soma. Logo abaixo, ao pé da página, o autor insere uma observação em que fornece conselhos práticos para efetuar somas de várias parcelas ou de parcelas com "muitos algarismos". Considero essa observação uma intervenção meta matemática desde que se trata de um "método descrevendo objetos comuns à resolução, e não à própria técnica ou algoritmo em sim mesmo." (Dorier, 2000:185) A observação refere-se a uma certa classe de problemas à resolver: "quando há muitos números a somar e esses números têm muitos algarismos"; e descreve ferramentas ou técnicas disponíveis: "há toda vantagem prática em fracionar a operação".

Ainda segundo Dorier, métodos são processos aplicáveis a um conjunto de problemas semelhantes de um dado campo. Métodos, estruturas e (re)organização são informações constitutivas do conhecimento matemático. São informações, enfim, *sobre* a utilização da matemática. O fato de decompor um número em outros pode se constituir em alavanca meta caso o aluno possa, com isso refletir sobre a natureza do próprio número quando as operações e propriedades associativas e matemáticas são evidenciadas, e assim ampliar seu conhecimento matemático sobre o numérico.

O texto continua com o desenvolvimento usual da operação de soma, com exercícios resolvidos e observações de caráter explicativo. Na página 23, no capítulo III, referente à subtração, o autor faz uso de letras para designar números genéricos: "Dados dois números a e b", etc. numa primeira alusão ao quadro algébrico enquanto a definição da soma não fazia nenhuma menção de letras e tratava de "coleções" para designar quantidades a serem somadas.

4. Página 123. No capítulo referente às frações ordinárias, o autor parte da noção de número já supostamente adquirida pelo aluno e passa para o quadro geométrico para a definição de grandeza: "Para designar um dos números até aqui conhecidos chamá-lo-emos um número inteiro ou simplesmente inteiro. Chama-se grandeza tudo o que é susceptível de aumento ou diminuição; a mais simples espécie de grandeza é o comprimento de uma reta limitada." Nesse trecho o aluno pode ampliar o seu conceito de número, que também pode ser uma grandeza. Além disso, o autor recorre ao quadro geométrico para tratar da grandeza a ser fracionada. Mais adiante: "(...) podemos exprimir esse fato dizendo que 3 é a relação do segmento PQ para AB, ou que o número 3 é a medida de PQ, quando se toma AB para unidade de comprimento." Essa mudança de quadros poderia levar o aluno a refletir no conceito de número como um inteiro, depois como uma medida de grandeza, e ainda como uma relação entre grandezas.
Logo a seguir já podemos ver no alto da página 125 a definição dos números a que chamavam como incomensuráveis: "(...) caso em que a grandeza não é múltiplo de nenhuma parte alíquota, por menor que seja, da unidade. Este caso dará lugar a uma nova espécie de números: os números incomensuráveis".
5. Página 257. Nesse capítulo, referente a medida das grandezas e sistema métrico, o autor amplia ainda mais o conceito de número. Após lembrar que o comprimento do segmento de reta é a grandeza mais familiar, aludindo ao quadro geométrico na linguagem materna, o autor também lembra que a comparação e a medida dos comprimentos dos segmentos de reta conduziram à noção de número fracionário e à de número irracional. Toda essa página do livro constitui-se em meta matemática, entretanto, essa mudança do quadro aritmético para o geométrico e vice-versa, que tem sido sistemática ao longo do livro, faz o estudante refletir sobre seu conceito de número.
No mesmo parágrafo, são lembradas também as "grandezas geométricas, isto é, as diferentes extensões: grandeza angular, a inclinação recíproca de duas retas ou de dois planos; as superfícies planas ou curvas, os volumes. No parágrafo seguinte, somos levados a pensar nas grandeza estudadas pela Mecânica: a duração do tempo, a massa, a intensidade de uma força, a velocidade, a aceleração. Pela Física: a temperatura, a pressão, quantidade de calor, intensidade de uma fonte luminosa, quantidade de eletricidade, etc.
A seguir, citando literalmente Jules Tannery: "cada uma dessas grandezas pode ser definida mais ou menos rigorosamente e constitue: *um objeto ou uma propriedade susceptível de estados distintos, mas que sob qualquer desses estados distintos se reconhece como sendo de uma mesma espécie*". Ao fim dessa página, o autor nos traz a lembrança que número também mede estado, além de quantidade: "Muitas vezes empregaremos a palavra grandeza para designar um estado de uma certa grandeza: assim quando dizemos duas grandezas da mesma espécie, queremos dizer dois estados ou dois valores de uma mesma grandeza".
6. Página 262-263. Nessas páginas o autor faz um comentário meta matemático quando esclarece os objetos de estudo das "ciências matemáticas": "O processo que acabamos de ver para medir um comprimento aplica-se a todas as grandezas que denominamos diretamente mensuráveis, e entre as quais estão o comprimento retilíneo, o tempo, o ângulo, o peso. Há outras grandezas que não se podem medir por uma comparação direta com a respectiva unidade, mas cuja medida se deduz por meio de cálculos efetuados sobre outras grandezas diretamente mensuráveis, das quais elas dependem e segundo regras estabelecidas em outros ramos da Ciência que não são do domínio da Aritmética. Assim é que a Geometria estabelece as regras relativas à medida da extensão: comprimentos curvilíneos, superfícies, volumes."
Em seguida, o autor explica "como se medem certas superfícies e certos volumes mais elementares" para mais adiante "a medida da superfície (...) é a relação entre essa porção de superfície e a do quadrado tomado para unidade" entrelaçando novamente os campos geométrico e numérico.
7. Página 303-304. Novo capítulo introduz as grandezas proporcionais. Contrastando com a visão de fração como divisão entre dois números, tradicional, que já fora dada anteriormente, aqui a fração já serve para designar a relação entre duas grandezas. "Diz-se que duas espécies de grandezas, nessas condições, são proporcionais, quando a razão de duas grandezas quaisquer da

primeira espécie é igual à razão das grandezas correspondentes da segunda". Aqui a meta matemática está nas propriedades intrínsecas do objeto matemático em questão: o leitor já havia visto a fração aritmética e agora vê a fração razão. Pode assim refletir sobre a natureza do número implícita nas duas visões e as relações entre essas duas apresentações da fração.
Fiel a seu propósito de mostrar o mesmo objeto em vários campos distintos, temos ainda uma série de exemplos de aplicação da proporcionalidade: "a geometria demonstra que as áreas dos retângulos de mesma base são proporcionais às suas alturas, os ângulos ao centro são proporcionais aos arcos que eles interceptam sobre círculos iguais, os comprimentos das circunferências são proporcionais aos seus raios, etc. Diz-se que um móvel está animado de movimento uniforme quando os caminhos por ele percorridos são proporcionais aos tempos que o móvel leva a percorrê-los". Em seguida, voltando ao quadro algébrico, escreve: "Dois caminhos percorridos C e C' e os tempos T e T' gastos em percorrê-los, se tem C / C' = T / T'."

Conclusão
Conforme anunciado pelo próprio Roxo no prefácio, e também ressaltado por VALENTE (2000), pudemos constatar várias utilizações de notações literais para designar números genéricos, numa mudança sistemática do quadro algébrico para o quadro geométrico.
Não se pode concluir que as ocorrências meta matemáticas aqui exemplificadas se constituiriam em alavanca meta. Segundo DORIER (2000:173), os métodos e formas de avaliar a dimensão da intervenção meta ainda é uma tarefa a ser desenvolvida.
Além disso, não é mais possível propor estas questões para alunos dos dias atuais e constatar, por intermédio de sua motivação e aprendizado, a ocorrência da alavanca meta assim como não é possível o professor de matemática estudar história da matemática e utilizar o mesmo contexto antigo para ensinar nos dias de hoje. Talvez algumas das idéias aqui mostradas possam ser retomadas por escritores atuais, depois de devidamente adaptadas à linguagem, aos costumes e ferramentas a que os alunos de hoje estão acostumados.

Observação final: quando Roxo escreveu esse livro, em 1923, a ciência matemática estava separada em ramos distintos e estanques: geometria, álgebra, aritmética. Após usar largamente o jogo de quadros e a meta matemática tanto em seus textos didáticos quanto em suas aulas, inspirado nas pesquisas internacionais sobre o ensino da matemática, Roxo acabou fazendo a reforma em que unificou a matemática em **uma só** disciplina: a Matemática Nova, em 1927. É curioso notar que Dorier pensou na ***ferramenta meta*** inicialmente devido ao caráter generalizador e **unificador** da álgebra linear.

Bibliografia de Referência

Almouloud, S. Fundamentos da Didática da Matemática. Programa de Estudos pós-graduados em Educação Matemática. PUC-SP. São Paulo. 2000.
Chevallard, Y. Concepts fondamentaux de la didactique: perspectives apportées par une approche anthropologique. Recherches en Didactique des Mathématiques. vol 12, no 1. p. 107. Grenoble. França. 1992.
Colégio Pedro II. Rio de Janeiro. Ata da sessão de 14 de novembro de 1927.
Dorier J. L., Robert A., Robinet J. e Rogalski M. The meta lever. In: "The Teaching of Linear Algebra in Question". p.151-176. Kluwer Academic Publishers, Netherlands. 2000.
______ Illustrer l'aspect unificateur et simplificateur de l'algebre lineaire. Cahier de Didirem. Didactique des Mathematiques. Universite - Paris VII. 1992.
Dorier J. Meta level in the teaching of unifying and generalizing concepts in mathematics. ESM. 29: 175-197. Kluwer Academic Publishers, Netherlands. 1995.
______ Contrbution à l'étude de l'enseignement à l'université des premiers concepts d'algèbre linéaire. Approches historique et didactique (Thèse de Doctorat présentée à l'Université Joseph Fourier, Grenoble I). RDM. Vol. 10. No. 2.3. La Pensée Sauvage Éditions. Grenoble. 1991.

Dorier, J.L.(ed.) et al. A propos du levier "Méta" in L'enseignement de l'algèbre linéaire en question. p.185-213. Kluwer Academic Publishers. Netherlands. 2000.
Douady, Régine. Jeux de cadres et dialéctique outil-objet. RDM. VII. v. 7.2. p. 5-31. Grenoble. França. 1986.
Duval, R. Ecarts sémantiques et cohérence mathématique. Annales de Didactique et de Sciences cognitives, 1, 7-25, 1988a. apud Dorier, (1995, p.179)
Kilpatrick, J. et al. Educación matemática e investigación. p. 15-96. Editorial Sinteis. Madrid. Espanha. 1992.
Klein und Schmack Der mathematische Unierricht an den hoheren Schulen, teil I, S. 43. Teubner Leipzig. 1907.
Klein, F. Matemática elemental desde um punto de vista superior. V. 1. p. 114. Biblioteca Matemática. Madrid. Espanha.
Piaget, J. and Beth, E. W.: 1961, Epistémologique mathématique et psychologie (Essai sur les relations entre la logique formelle et la pensée réelle) Bibliothèque Scientifique Internationale, Etude d'épistemologie génétique no. XIV, Presses Universitaires de France. Apud Dorier (1995, p. 180)
Piaget, Jean e Inhelder, Bärbel. A Psicologia da Criança. Bertrand Brasil. 16a edição. Rio de Janeiro. 1999.
Roxo, E. "O ensino da Mathematica na Escola Secundaria – Réplica ao Sr. Lisboa". In: JORNAL DO COMMERCIO. Rio de Janeiro. 28 de Dezembro de 1930.
_____ "O ensino da Mathematica na Escola Secundaria – VII – Segunda réplica ao Sr. Lisboa". In: JORNAL DO COMMERCIO. Rio de Janeiro. 11 de janeiro de 1931.
_____ Lições de Arithmetica. 7a. ed. Livraria Francisco Alves. Rio de Janeiro. 1928.
Schubring, G. Essais sur l'Histoire de l'Enseignement des mathématiques. Recherches en Didactique des Mathématiques. Vol. 5. No. 3, p. 356. La Pensée Sauvage. Grenoble. France. 1984.
Sorio, W. "Os livros didáticos de Euclides Roxo". Dissertação (Mestrado em Educação Matemática). PUC-SP. São Paulo. Em fase de preparação.
TAVARES, J. O Colégio Pedro II e o Debate sobre o Ensino da Matemática. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática). PUC-SP. São Paulo. Em fase de preparação.
Valente, W. R. (2001): "O conceito de função: política e educação matemática no Brasil dos anos 1930-1945" in: Caderno de Resumos do VII Encontro Nacional de Educação Matemática: Sociedade Brasileira de Educação Matemática - Rio de Janeiro - IM/UFRJ. 19 a 23 de julho de 2001.
_____ História da Educação Matemática no Brasil, 1920-1960. São Paulo: PUC-SP – Programa de Pós-graduacão em Educação Matemática – FAPESP. 2001. Projeto em andamento.
_____ Os primeiros sinais de modernização da matemática escolar no Brasil" in: Anais do III Encontro Luso-Brasileiro de História da Matemática (no prelo). Coimbra, Portugal: Departamento de Matemática, Universidade de Coimbra, 7 a 12 de fevereiro de 2000.
Werneck, A. P. T. *A gênese dos programas de ensino na Reforma Francisco Campos,* Dissertação (Mestrado em Educação Matemática). PUC-SP. São Paulo. *Em fase de preparação.*

AS INOVAÇÕES NO ENSINO DA MATEMÁTICA DO CURSO SECUNDÁRIO DO FINAL DOS ANOS 20 ATÉ O FIM DA DÉCADA DE 30 DO SÉCULO XX

José Lourenço da Rocha
João Bosco Pitombeira F. de Carvalho
Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro

Introdução

A história do ensino da matemática no Brasil, não obstante seja um importante e fecundo ramo de estudo da educação matemática, ainda é pouco explorada em nosso país. Vale destacar o trabalho de pesquisadores que incentivaram, nas universidades em que ensinam, linhas de pesquisa ligadas a essa área, podendo-se citar como exemplo os professores João Bosco Pitombeira na PUC-Rio; Wagner Rodrigues Valente na PUC-SP; e Antônio Miguel e Maria Ângela Miorim na UNICAMP, mostrando o quanto há por se fazer nesse campo.

Tendo em vista que se dedica à evolução das instituições e da transmissão das idéias matemáticas, a história do ensino da matemática é parte integrante do estudo da história da matemática, que não deve ser encarada como uma atividade menor, uma vez que " ... assim como a Análise, a Álgebra , a Topologia etc., é uma área do conhecimento matemático, um campo de investigação científica, por isso é ingênuo considerá-la [história da matemática] como um simples instrumento metodológico." (Baroni et al, 1999, p. 130).

O objetivo desse ramo de pesquisa é, não só entender melhor o presente, por meio do conhecimento do passado, mas também e, principalmente, abrir os horizontes para se compreender a importância do contexto histórico/social/econômico, visto que mesmo as idéias e as instituições matemáticas não estão acima das condições materiais e culturais da sociedade em que foram geradas.

Diante do exposto, o presente trabalho pretende fazer uma breve análise das propostas de inovação no ensino da matemática do curso secundário, em um período histórico marcado por grande efervencência política, social e cultural, qual seja, da última década da Primeira República até o final da década de 30.

A "criação"da disciplina "Matemática"

Os professores do Colégio Pedro II, por intermédio da Congregação desse renomado estabelecimento, propuseram ao Conselho Nacional de Ensino, uma mudança na seriação do curso secundário. Essa alteração foi homologada em sessão do referido conselho, em 26 de julho de 1928, e legalizada pelo Decreto nº 18.564, de 15 de janeiro de 1929, tendo sido regulada sua aplicação pelo Aviso do Ministro da Justiça, encaminhado ao Diretor Geral do Departamento Nacional de Ensino, em 29 de janeiro de 1929.

Até a promulgação do referido decreto, faziam parte do currículo do ensino secundário a aritmética, a álgebra e a geometria (onde era incluída a trigonometria), ou seja, não existia uma disciplina intitulada "matemática", pois o seu ensino era realizado de forma fragmentada através de seus diferentes ramos. Sem dúvida, de todas as mudanças realizadas na seriação do Colégio Pedro II, a que implicou tranformações mais profundas foi essa fusão empreendida nas disciplinas generalizadas com a denominação "matemáticas".

Tal evolução no ensino da matemática elementar, tendendo à criação de uma disciplina única, vinha no bojo de um movimento muito mais amplo, de âmbito mundial, cujo intuito era a reestruturação da educação matemática nos cursos secundários. Entre nós, esse movimento foi liderado pelo professor catedrático Euclides Roxo (1890-1950), então Diretor do Externato do Colégio Pedro II (cargo que ocupou de 1925 a 1930).

O objetivo era que os programas de matemática fossem implementados de maneira gradual, sendo a implantação das inovações efetuada, propositalmente, de forma paulatina, a partir de um planejamento elaborado pelo próprio Euclides Roxo. Tal constatação pode ser extraída do seguinte trecho do *Relatório concernente aos anos letivos de 1927 a 1929*, encaminhado por Euclides Roxo ao Diretor do Departamento Nacional de Ensino:

"Na cadeira de Matemática fez-se uma completa renovação, de acordo com as atuais diretivas pedagógicas dominantes, quanto a essa disciplina, em quase todos os países civilizados. Adotados somente para o 1º ano em 1929, será a nova orientação extendida, em 1930, ao 2º ano e, assim sucessivamente, a todos os anos do curso. Em conseqüência dessa reforma, deverão os alunos, ao invés de um exame final de Aritmética, outro de Álgebra e um terceiro de Geometria, fazer, no 4º ano, um exame final único de Matemática, sendo os do 1º, 2º e 3º de simples promoção." (grifo nosso)

Na prática, pelo fato de a Reforma Francisco Campos (1931) ter instituído os mesmos programas para todos os colégios de nível secundário, só chegaram a ser implementadas as alterações propostas por Euclides Roxo para o Colégio Pedro II, nas 1ª e 2ª séries. Nessas duas primeiras séries, a criação da disciplina matemática trouxe modificações substanciais em relação ao currículo adotado na Reforma Rocha Vaz, então vigente, em que os dois primeiros anos eram dedicados exclusivamente ao estudo da aritmética. De maneira geral, fundiram-se a aritmética, a álgebra e a geometria; foi eliminado o estudo da aritmética teórica; incluído um conjunto de noções geométricas que os alunos deveriam adquirir de maneira intuitiva; e reintroduzido o estudo da função (reintroduzido porque esse assunto já havia feito parte do programa de matemática do Colégio Pedro II, quando da Reforma Benjamin Constant, ocorrida em 1890). Entretanto, o ponto mais importante não estava propriamente nas alterações de conteúdo, mas sim na maneira que deveriam ser ensinados, tanto que, já no programa de 1929, constavam instruções detalhadas para sua execução no primeiro ano, bem como o de 1930 portava instruções igualmente minuciosas para aplicação de seus conteúdos nos 1º e 2º anos.

Além dessas instruções pedagógicas, o professor Euclides Roxo deu início à publicação de uma seqüência de compêndios de acordo com as novas orientações dos programas adotados pelo Colégio Pedro II, com o intuito de auxiliar os professores na aplicação dos novos métodos de ensino da matemática. Afinal, estava sendo alterada radicalmente a maneira pela qual os assuntos seriam transmitidos aos alunos, eis que a exposição conjunta das partes da matemática apresentava reais dificuldades a um professor educado nos métodos tradicionais. Cabe ressaltar que o primeiro volume da Coleção (na realidade, foram lançados apenas três compêndios, tendo em vista a Reforma Francisco Campos) continha um prefácio, onde o professor Euclides Roxo procurava esclarecer e fundamentar as modificações por ele desencadeadas no ensino da matemática do Curso Secundário do Colégio Pedro II.

Paralelamente, Euclides Roxo inicia a publicação de uma seqüência de treze artigos no Jornal do Commercio – de 30 de novembro de 1930 a 01 de março de 1931 - sendo nove deles referentes à sua tentativa de esclarecer os motivos pelos quais estavam sendo implementadas as mudanças programáticas no curso secundário do Colégio Pedro II; os outros quatro fazem parte do debate que manteve com o professor Joaquim I. de Almeida Lisboa, também catedrático do Pedro II, o qual representou uma das mais veementes reações às novas orientações no ensino da matemática.

O professor Euclides Roxo escreveu ainda mais um artigo, em novembro de 1930, para a revista "SCHOLA", publicação da Associação Brasileira da Educação, em que faz um breve relato histórico e dá um panorama geral das mudanças efetivadas em outros países no ensino da matemática elementar, fazendo um paralelo com o que acontecia no Brasil.

Todos esses artigos, mais o prefácio do primeiro volume da sua coleção "Curso de Matemática Elementar", assim como as instruções pedagógicas que acompanharam os programas das 1ª e 2ª séries do secundário do Colégio Pedro II, constituíram, nessa época, o esforço de Euclides Roxo em auxiliar os professores secundários na tarefa de aplicar os novos métodos de ensino, dos quais ele era o mais ardoroso defensor.

As mudanças ocorridas nos programas de matemática do Colégio Pedro II estavam embasadas em idéias bastantes profundas e que, desde o início do século, estavam sendo discutidas e implementadas no ensino secundário de vários países do mundo, notadamente a Alemanha, França, Inglaterra e Estados Unidos. Essas idéias representavam uma tentativa de adequar o ensino da matemática às mudanças provocadas, em todo o mundo civilizado, pelo

grande desenvolvimento industrial do final do século XIX. Para tanto, pode-se afirmar, de maneira sintética que, além da tentativa de se incluírem conteúdos mais modernos nos programas de matemática, procurou-se ajustar o ensino dessa disciplina às novas correntes pedagógicas, denominadas "Escola Nova", que passaram a levar em conta em seus métodos de ensino os avanços da psicologia, colocando o aluno como centro do processo de ensino/aprendizagem.

Euclides Roxo, pode-se dizer, era um seguidor de Felix Klein quanto à maneira de entender o ensino da matemática. Em todos os seus trabalhos, especialmente em seus artigos, mostrava-se basicamente um defensor do pensamento do matemático alemão. Todos os vários autores que cita, bem como os pareceres de associações que utilizava em suas manifestações, têm sempre o objetivo de respaldar as idéias divulgadas por esse grande professor de Götting.

Ao analisar as tendências da reforma que tomou conta de vários países no início do século XX, Klein chegou aos seguintes aspectos principais: A) Predominância essencial do ponto de vista psicológico; B) Dependência da escolha da matéria a ensinar em relação às aplicações da Matemática ao conjunto das outras disciplinas; e C) Subordinação da finalidade do ensino às diretrizes culturais de nossa época.

Tais tendências referem-se a três questões vitais em educação: *a metodologia*, que está relacionada a quem ensinar e de que maneira; *a seleção da doutrina*, ou seja, quais critérios devem ser utilizados na escolha dos conteúdos dos programas; e, por último, *a finalidade do ensino*, que está intimamente ligada às aplicações do que é aprendido, de modo a adequá-lo às necessidades dos indivíduos.

Observa-se que Euclides Roxo defendia mais dois pontos, também baseado nas idéias do citado matemático alemão, que os considerava o âmago da reforma da matemática dos cursos secundários: o conceito de função como idéia axial do ensino e a inclusão de noções de cálculo infinitesimal.

Pesquisando a imprensa da época, a sensação que se tem é de que não houve muitas reações, pelo menos explícitas, quanto à adoção da nova maneira de se ensinar a matemática. Porém, essa falta de oposição explícita às novas idéias pode ser atribuída mais a uma ignorância geral do corpo docente, em relação aos novos métodos que estavam sendo preconizados pela Congregação do Pedro II, do que propriamente por uma concordância com eles.

A mais importante figura que se colocou publicamente contrária às mudanças foi o professor catedrático Joaquim de Almeida Lisboa, que travou com Euclides Roxo uma polêmica nas páginas do Jornal do Commercio, que se estendeu por várias semanas. Além de Joaquim Lisboa, dois outros professores publicaram artigos na imprensa, questionando as renovações implementadas por Euclides Roxo: M. Ramalho Novo, que assinava somente com o título de professor de matemática, sem identificar o estabelecimento de ensino a que pertencia, e o Tenente Coronel Sebastião Fontes, professor da Escola Militar.

Os dois últimos fazem críticas ao ensino unificado dos ramos da matemática, bem como desaprovam o fato de o professor Euclides Roxo ter se baseado nas obras de Breslich. Entretanto, observa-se que suas opiniões não foram embasadas em argumentos fortes, mas sim representam, antes de mais nada, resistência às mudanças, bem como prendem-se ao fato de a matemática superior ter-se dividido em vários ramos de pesquisa, para corroborar suas idéias de que os novos métodos apregoados estariam indo contra o desenvolvimento histórico da matemática. Em nenhum momento foram discutidas as idéias e os reais motivos que moveram essa renovação do ensino da matemática em todas as principais nações civilizadas do mundo.

Por outro lado, a polêmica desencadeada por Joaquim de Almeida Lisboa, além de ocupar grande espaço em posição de destaque no Jornal do Commercio, estendeu-se por oito semanas, sempre aos domingos, no período de 21 de dezembro de 1930 a 8 de fevereiro de 1931 (A importância dada a essa discussão sobre o ensino da matemática, por um jornal de destaque na época, demonstra a relevância que possuía o tema "Educação" no contexto social de então). Como já dito, Euclides Roxo sustentou essa disputa, paralelamente à publicação de seus artigos, por meio dos quais buscava justificar e fundamentar as alterações que estavam acontecendo no Colégio Pedro II.

Embora esse debate tenha enveredado para ofensas pessoais e para uma tentativa de Almeida Lisboa de criticar e, até mesmo, desmoralizar os compêndios de autoria de Euclides Roxo, a essência do debate permanece atual, pois, até hoje, são efetuados os mesmos questionamentos: com que objetivo deve-se ensinar matemática no ensino secundário? De que maneira esse ensino deve ser feito, ou seja, como encontrar o ponto de equilíbrio entre a intuição e o método dedutivo no ensino da matemática secundária? Todos os estudantes devem ter a mesma formação básica, já que somente uma minoria interessa-se verdadeiramente por seguir carreiras que necessitam de um aprofundamento maior da matemática, ou ainda, os que demonstram interesse maior por matemática devem ter oportunidade, pelo menos nos últimos anos do secundário, de um ensino mais aprimorado de tal disciplina?

Por fim, é importante ratificar que a reforma introduzida no ensino de matemática no curso secundário do Colégio Pedro II, a partir de 1929, era para ser realizada de maneira gradual, com as inovações sendo implementadas aos poucos, permitindo a realização de ajustes que se fizessem necessários. Inclusive, tal medida levaria a uma maior participação dos professores na apresentação de críticas e sugestões, o que provavelmente faria com que eles se envolvessem mais com as idéias renovadoras. Todavia, em 1931, foi promulgada a Reforma Francisco Campos para o ensino secundário em todo o País, fazendo com que esse processo gradativo de mudança fosse bruscamente interrompido.

A Reforma Francisco Campos

Getúlio Vargas, em 1930, utilizando-se de seu poder discricionário, criou dois novos ministérios, de modo a satisfazer os estados de Minas Gerais e Rio Grande do Sul: o da "Educação e Saúde" e o do "Trabalho, Indústria e Comércio". No primeiro, colocou no comando Francisco Campos, um mineiro, e para o segundo a escolha recaiu em Lindolfo Collor, um gaúcho.

Francisco Luís da Silva Campos, natural de Dores do Indaiá, município de Minas Gerais, nasceu a 18 de novembro de 1891 e faleceu, em Belo Horizonte, no dia 1º de novembro de 1968. Formou-se na Faculdade Livre de Direito de Belo Horizonte, em dezembro de 1914, quando foi o orador da solenidade de formatura e premiado por ter sido o melhor aluno de sua turma. Além de exercer a advocacia ocupou, dentre outros, os seguintes cargos públicos: professor concursado de Direito Público Constitucional da faculdade onde se formou, tendo assumido o cargo em 1918; Deputado Federal por Minas Gerais (1921-1926); Secretário do Interior de Minas Gerais (1926 – 1930); Ministro da Educação e Cultura (1930 – 1932); Consultor Geral da República (1933-1937) e, finalmente, Ministro da Justiça (1937 – 1941).

É óbvio que Getúlio Vargas não o escolheu para o cargo de Ministro da Educação e Saúde somente pela sua naturalidade, mas, principalmente, pela sua atuação como Secretário do Interior do governo de Antônio Carlos, em Minas Gerais. A sua secretaria possuía, como uma de suas atribuições, os assuntos referentes ao setor educacional. Francisco Campos, então, com a colaboração de Mário Casasanta (1898 – 1963), Inspetor Geral da Instrução em Minas Gerais, foi protagonista de uma importante reforma no sistema de educação mineiro, baseada nos "ideais escolanovistas", que abrangeu o ensino Primário e o Normal.

As mudanças no ensino secundário foram instituídas pelo decreto 19.890, de 18 de abril de 1931, e consolidadas por meio do decreto 21.241, de 4 de abril de 1932. O principal objetivo era o de ampliar a finalidade do curso secundário, que deveria deixar de ser apenas um curso propedêutico para ingresso nas faculdadas, mas deveria também possuir uma finalidade própria. Para isso, o curso passaria a ter sete anos, divididos em duas partes: a primeira de cinco anos, comum ou fundamental, e a segunda, de dois anos, com finalidade de preparação para as escolas superiores. Essa última parte subdividia-se em três seções, de acordo com os gupos de faculdades existentes na época: Direito; Medicina, Odontologia e Farmácia; e Engenharia e Arquitetura.

A Reforma Francisco Campos, com todos os seu méritos - principalmente, o de ter sido uma verdadeira reforma, de extensão nacional - e até mesmo com suas deficiências – fundamentalmente a de não ter resolvido a questão da demanda pelo ensino secundário na década de 1930, pois manteve o seu caráter elitista - foi primordialmente uma reforma autoritária.

Isso porque, embora tenham sido feitas concessões aos grupos que ainda disputavam o poder, diante da inexistência de uma tendência hegemônica, foi baixada, por meio de decretos, impostos de cima para baixo, sem prévias discussões com os órgãos representativos dos diversos setores da sociedade brasileira. A estratégia de Francisco Campos foi apenas a de apropriar-se de idéias que já existiam e eram debatidas desde a década de 1920, procurando de certa forma agradar às diversas tendências existentes, notadamente aos educadores sediados no departamento carioca da ABE e à Igreja Católica, mas sempre com a intenção precípua de subordiná-las a seus interesses políticos.

Euclides Roxo ocupou posição central na elaboração dos novos programas de matemática estabelecidos com a Reforma Francisco Campos para o Curso Fundamental. Várias evidências apontam no sentido de que, basicamente, foi ele quem os organizou e redigiu, bem como as instruções para sua aplicação. Tal constatação baseia-se em uma seqüência de fatos, quais sejam: a posição que ele ocupava de Diretor do Internato do Colégio Pedro II (ocupou tal cargo de 1930 a 1935), o que permitiu-lhe acesso ao Ministro da Educação e Saúde; os seu próprios depoimentos; o testemunho do Padre Arlindo Vieira, reitor do Colégio Santo Inácio, um dos maiores críticos às mudanças implementadas; as palavras do professor das Escolas Técnicas Secundárias, Paulo F. R. Mendes Vianna; e , ainda, o conteúdo desses programas, bem como as idéias que emanavam de suas instruções pedagógicas.

Nos novos programas, embora a matemática tenha passado a ser ministrada nas cinco séries do Curso Fundamental, o que se observa de pronto é que não havia nenhuma mudança substancial nos conteúdos apresentados, os quais, em alguma época, já haviam feito parte, pelo menos oficialmente, dos programas do Colégio Pedro II, inclusive o conceito de função e noções de cálculo diferencial e integral, que, como já visto, estiveram presentes nos programas instituídos pela Reforma Benjamin Constant. A novidade estava na forma com que eles deveriam ser ensinados, bem como na finalidade do ensino da matemática que se deveria ter em mente ao ministrá-los aos alunos.

Comparando-se os programas e instruções da Reforma Campos com os que vinham sendo gradualmente implantados a partir de 1929 no Colégio Pedro II, a impressão que se tem é de que houve um certo recuo por parte de Euclides Roxo, em relação à fusão dos ramos da matemática. Chega-se a essa conclusão principalmente pelo fato de que, nos programas do Pedro II (e suas instruções), a divisão dos assuntos era feita apenas com relação às séries do curso, não havendo a separação por ramos da matemática. Já nos programas da reforma de 1931, a interação entre esses ramos era paulatinamente implementada até se chegar à 5ª série, na qual os conteúdos eram apresentados em conjunto.

Outro ponto que vale notar é que as instruções metodológicas da Reforma Campos foram descritas de maneira mais geral, sem apresentar exemplos práticos de como se deveria realizar essa fusão dos ramos da matemática, como vinha sendo feito nas instruções referentes aos programas de 1929 e1930, do Colégio Pedro II.

Reações à Reforma Campos

A década de 1930 foi palco de uma grande disputa ideológica entre vários setores da sociedade, com o objetivo de assumir o controle da política educacional brasileira. Nessa época, dava-se grande destaque aos assuntos educacionais, pois acreditava-se que "... pela educação, se formariam o caráter moral e a competência profissional dos cidadãos, e que isto determinaria o futuro da Nação." (Schwartzman et al, 2000, p. 19). Enfim, os grupos em disputa tinham a fé de que quem controlasse o sistema educacional do país seria capaz de moldar a "alma" humana de acordo com os seus próprios conceitos de certo ou errado, de bem ou de mal.

É nesse contexto que deve ser entendido o debate em torno das mudanças instituídas no ensino da matemática secundária pela Reforma Francisco Campos. Na realidade, a discussão ideológica que permeou toda a questão sobre o ensino na década de 1930, ocorreu no âmbito da disciplina "Matemática".

Podem-se distinguir três linhas de pensamento, não obstante terem vários pontos em comum, no combate às inovações introduzidas na matemática escolar do curso secundário. Uma, representada pelos professores das escolas militares, que priorizavam, baseados em "idéias positivistas", a matemática escolar tradicional, isto é, dividida em seus ramos básicos e obedecendo à seqüência clássica: aritmética, álgebra e geometria, nessa ordem. Outra, cujo principal personagem era o padre Arlindo Vieira, que criticava os novos programas de matemática, bem como todo o currículo do secundário, alegando que seu caráter enciclopédico impedia que fosse dada primazia ao que realmente era importante na formação das elites: o ensino das humanidades, ou seja, das letras clássicas, fundamentalmente, o latim. E, por último, a tendência que, embasada nos ideais platônicos, defendia a matemática clássica, que atribuía como verdadeiro objetivo de seu ensino, a formação do "espírito" do aluno, colocando em segundo plano o seu caráter mais prático, e que teve em Joaquim Ignácio de Almeida Lisboa, professor catedrático do Colégio Pedro II, seu mais influente representante. O debate em torno das inovações trazidas com os novos programas de matemática foi interrompido com o fechamento do Congresso e a instalação do Estado Novo.

Considerações Finais

Em suma, em relação ao ensino da disciplina matemática no curso secundário, a Reforma Francisco Campos adotou todas as idéias inovadoras que tinham em Euclides Roxo o seu maior defensor. Porém, considerando-se "... que o currículo só se materializa no ensino, momento em que alunos e professores vivenciam experiências nas quais constroem e reconstroem conhecimentos e saberes ..." (Moreira, 1999, p. 82), fica muito difícil avaliarem-se os reflexos que as propostas de Euclides Roxo efetivamente tiveram no ensino da matemática no Brasil, principalmente, pelo fato de, 11 anos depois, ter sido efetivada outra grande reforma - a Reforma Gustavo Capanema - que, nas próprias palavras de Euclides Roxo, representou um recuo em relação à Reforma Campos. Além disso, houve, no início da década de 60 do século passado, a notória e profunda mudança curricular dessa disciplina, baseada nas propostas da chamada "Matemática Moderna". Porém, pode-se afirmar que, pelo menos duas das alterações contidas na Reforma Francisco Campos, são aplicadas até os dias de hoje, quais sejam: a presença da matemática em todas as séries do currículo e o estudo conjunto, em uma única disciplina, dos diversos ramos da matemática elementar (aritmética, álgebra, geometria e trigonometria).

Referências Bibliográficas

BARONI, Rosa L. S., NOBRE, Sergio. A Pesquisa em História da Matemática e suas relações com a Educação Matemática. In: BICUDO, Maria Aparecida Viggiani. *Pesquisa em Educação Matemática:* Concepções & Perspectivas. São Paulo: Editora UNESP, 1999.

MOREIRA, Antônio Flávio Barbosa. Multiculturalismo, Currículo e Formação de Professores. In: MOREIRA, Antônio Flávio Barbosa (org.). *Currículo*: Políticas e Práticas. Campinas: Papirus, 1999.

ROCHA, José Lourenço da. *A Matemática do Curso Secundário na Reforma Francisco Campos.* Dissertação (Mestrado em Matemática) – Departamento de Matemática. Rio de Janeiro: Pontifícia Universidade Católica, 2001.

SCHWARTZMAN, Simon, BOMENY, Helena Maria Bousquet, COSTA, Vanda Maria Ribeiro. *Tempos de Capanema.* São Paulo: Paz e Terra/Editora FGV, 2000. 405 p.

COGNIÇÃO E CONHECIMENTO ETNOMATEMÁTICO NA CULTURA DA CERÂMICA

José Ricardo e Souza Mafra (mestrando)
Prof. John Andrew Fossa (orientador)
Universidade Federal do Rio Grande do Norte – UFRN

INTRODUCAO

A prática de ensino estabelecida no âmbito da matemática é, muitas das vezes, verificada e estabelecida como uma pratica tradicional e ultrapassada, embora tenhamos indícios de uma renovação desta pratica, com o passar dos anos, estabelecida pelas correntes existentes atualmente na educação matemática. Em verdade, devemos atentar para esta prática em si, pois a sua estrutura de organização necessitaria de uma reflexão com relação ao seu conteúdo e a sua origem.

Muitas das vezes essas práticas não são nada condizentes com os anseios e vontades de nossos educandos, pelo fato de se mostrarem inadequadas a uma determinada classe. Seria preciso estimular o aparecimento de alternativas viáveis para se por em prática algumas atividades voltadas à base comum de pensamentos de uma população. Seria então necessário a construção de um longo referencial teórico e observacional para se efetivar essas alternativas, resumindo: seria preciso "imergir" no cotidiano da população alvo de estudo. Toma-se então necessário, a princípio, a verificação do "pensar" e do "estruturar" das formas matemáticas existentes no dia-a-dia de uma determinada população.

Pensemos em nosso próprio processo histórico da educação e socialização. Essa abertura existente no sentido da dominação portuguesa (leia-se: européia) foi fundamental no sentido de obtermos uma característica enraizante da matemática ocidental ou "principal" em nossa educação e, como podemos verificar nos dias de hoje, ela se encontra tão fortemente enraizada como no passado.

Em se tratando da matemática uma grande variedade de autores apontam exemplos e experiências cruciais para o entendimento de nosso panorama educacional e que reforçam a supremacia daquele considerado mais forte intelectualmente e inteligente por natureza.

Muitos conhecimentos matemáticos são evidentes e verdadeiramente pertencentes a uma determinada cultura. Mas, uma grande parte é perdida, ou é remodelada, atendendo às exigências de necessidades das gerações futuras, para que exista, de certa maneira, uma adaptabilidade de preceitos e de re-estruturação de conceitos.

Não sabemos até que ponto essas mudanças são importantes e necessárias para os povos de cultura considerada sub-desenvolvida (se é que existe esse termo). Mas, entendo que seria necessário percorrer o caminho inverso. Porque não valorizar os conhecimentos naturais e matemáticos de uma determinada civilização e associa-los ao seu meio de vida e de ambiente permanente? E, se formos observar mais atentamente essa forma de pensar e entender esses conhecimentos, é bem provável a possibilidade em detectar uma grande relação entre conhecimentos de origem matemática e atributos permanentes e específicos de uma população. É real a possibilidade em identificar e construir pontes de conhecimentos entre esses saberes, assim como foi possível no passado, pois o conhecimento é considerado, nesse aspecto, integro, ou seja, articulado de forma heterogênea.

Muitos autores destacam a perda da identidade matemática, em sua parcialidade e/ou sua totalidade, devido às interferências externas e isso culmina no caso mais extremo de abandono das práticas originais e pensamentos eliminados das raízes, causando até mesmo, como prática terminal o extermínio das civilizações.

Não devemos negar a utilidade e a necessidade de criação dessa base de pensamento atendendo à própria necessidade de sobrevivência e desenvolvimento de uma determinada população, mas também não devemos esquecer que estas pessoas trazem em si perguntas que acompanham a humanidade desde os seus primórdios. A valorização cultural desses povos (ou etnias) é importante, e muito mais as formas de matemáticas produzidas por eles e que necessitam serem preservadas, analisas e discutidas, pois elas atendem, de certa forma, as suas necessidades básicas, até mesmo no ensino em matemática.

Estudar e analisar (investigar) a proposta é importante porque a mesma tenta focalizar, através de uma única realidade cultural, a recuperação da originalidade do ser humano através de abordagens diversificadas e revestidas de concepções culturais vivenciadas em momentos e/ou tempos distintos, mas que trazem a característica de que nenhuma é mais importante que a outra. A partir destas considerações a motivação em estudar/investigar uma certa realidade cultural deve-se ao fato de podermos obter elementos que possam contribuir para a sedimentação de propostas alternativas de ensino, direcionadas à realidade cultural estudada, através de estudos feitos de caráter historiográfico e observacional, na própria comunidade e que estejam de acordo com os objetivos a serem propostos.

REVISÃO DA LITERATURA

Quando do inicio de nossas atividades docentes, um dos fatores que nos chamou a atenção para o baixo rendimento das avaliações com alguns alunos foi o fato de existirem muitas queixas (reclamações) quanto à falta de tempo para estudar, devido ao acúmulo de seus serviços particulares. Então começamos a pensar na possibilidade de aproveitamento dos conhecimentos adquiridos e formalizados em suas áreas específicas de trabalho, relacionadas à matemática. Seria uma oportunidade importante de construir a ponte de ligação entre os conhecimentos não-contextuais em sala de aula e a sistematização das estruturas matemáticas, seja ela qual for, buscada (recuperada) em suas especificidades trabalhistas.

Uma contribuição importante neste sentido é dada por MENDES (1999: 03)[6], quando estabelece considerações importantes relacionadas a "um melhor aprofundamento acerca do conhecimento matemático gerado naquele contexto", tentando buscar um paralelo especulativo, na tentativa de "verificação de aspectos matemáticos presentes em diferentes atividades sócios culturais da comunidade", pois assim poderíamos reforçar a idéia de que é muito pouco provável não encontrarmos traços comuns de idéias básicas relacionadas à matemática, nessas comunidades (ou grupos contextuais), mostrando sua "importância na vida da sociedade" e sua percepção no cotidiano "dando-lhes uma visualização do conhecimento matemático produzido diariamente".

Poderíamos especular a respeito da origem primária desse(s) conhecimento(s) e se poderia realmente surgir naturalmente, por força de uma necessidade constante ou se faz parte de um conhecimento universal que estaria presente em praticamente qualquer cultura, ou grupo contextual pré-estabelecido, ou seja:

As idéias matemáticas básicas seriam as mesmas em todas as culturas. Seus conteúdos não mudariam, apenas a forma de apresenta-los seria diferente. [7]

As considerações mais importantes relacionadas à concepção de etnomatemática – sem desconsiderar as pesquisas formuladas até o presente momento, por outros estudiosos – foram construídas durante a década de 70 pelo matemático Ubiratan D'Ambrosio e sintetizadas em seu importante trabalho Etnomatemática[8]. Muitas pressuposições e considerações importantes reforçam a idéia da valorização cultural e permanência de conhecimentos ditos "naturais" inerentes a uma determinada cultura ou população específica. Segundo D'Ambrosio, "cada grupo cultural tem suas formas de matematizar" [9], ou seja, os processos de decodificação e simbolização surgem naturalmente nesses grupos. Naturalmente levamos a pensar na possibilidade de "marginalidade"

[6] Ver MENDES I. A. Abordagem Etnomatemática nas atividades de sala de aula: algumas experiências.
[7] Almanaque Abril – 1995, p.693. Editora Abril.
[8] D'Ambrosio U. Etnomatemática – Arte ou técnica de explicar e conhecer. São Paulo: Ática, 1990.
[9] Idem, p.17.

com relação as suas matemáticas, pois se tratariam de uma matemática inferior. Os diferentes grupos culturais "tem uma maneira diferente de proceder os seus esquemas lógicos"[10], embora isso não signifique que não possa existir uma certa regularidade nos modos de pensar e estruturar as matemáticas produzidas por estes povos.

Sabemos atualmente que a nossa matemática, ou melhor, a matemática praticada nos nossos sistemas escolares possui "raízes profundas em nossos sistemas culturais"[11] e muita das vezes não existe qualquer significado com a nossa realidade, melhor dizendo, a realidade dos diferentes sistemas culturais. Procuramos estabelecer uma proposta de ensino (ou uma proposta de pesquisa) valorizando a configuração dos sistemas culturais em busca de uma "equidade matemática", através de um processo observacional de diferentes populações, em busca de possíveis ligações e relações, onde o enfoque cognitivo e psicológico tem, sob nosso ponto de vista, valor crucial neste estudo, ou seja, a psicologia envolvida e o comportamento decorrente das atitudes provocadas pela intervenção sobre o meio determinam a validade desta proposta sobre um determinado contexto.

Este estudo teria como principal fundamentação teórica um levantamento investigatório valendo-se da história cultural das sociedades, de um modo geral, ou melhor, segundo FERREIRA (1994: 86)[12] seriam "pesquisas de costumes ou hábitos intelectuais", tentando buscar "as maneiras com as quais uma população... pensa seus costumes, pensa seus hábitos, *etc...*".

Portanto seria um trabalho básico visando um estudo de comportamento, levantamento historiográfico, construção de instrumentais efetivos, para posteriores aplicações praticas em contextos diversificados, no sentido de concretizarmos uma pratica pedagógica que atenda as especificidades heterogêneas de uma determinada população, em busca da recuperação de identidade dessas culturas consideradas marginais e que, a nosso ver, são tão iguais quanto qualquer outra.

O enfoque principal deste trabalho teria duas frentes de exploração:

1) Uma abordagem puramente especulativa, tentando verificar as formas de pensar, agir e intervir na realidade em um determinado contexto e, principalmente, tentar identificar a "universalidade" existente em outras configurações, e em que nível ela ocorre e suas implicações para a validade do estudo em questão;

2) Construção de alternativas de ensino que reforcem a validação dos estudos em etnomatemática e história da matemática, buscando elementos inerentes à própria cultura estudada e que possam ser utilizados pelo professor no ensino da matemática local e configurados no próprio contexto de estudo.

A significância desse estudo estaria validada no sentido de preservação das idéias e fundamentos simbólicos, buscando identificar esses elementos na matemática, pressupondo a mesma existente em qualquer meio cultural e não o conhecimento pertencente a um determinado povo, além de que, possa ser utilizável como instrumento de conscientização e não como instrumento de dominação dos povos considerados inferiores.

A preservação das concepções culturais relacionadas à matemática estaria relacionada com os métodos de ensino adequados a realidade e que trariam condições de uma prática contextualizante e mais próxima de nossa realidade. Nessas condições, o processo de geração de conhecimento, por parte das populações envolvidas no estudo, seriam estudadas respeitando as suas originalidades em busca de respostas que possam "torna-lo instrumento para a facilitação de uma mais adequada e, principalmente, mais crítica leitura do mundo"[13].

[10] Idem, p.17.
[11] Idem, p.24.
[12] FERREIRA. E. S. O uso da História no Ensino da Matemática: uma abordagem transdisciplinar.
[13] Idem, p.87.

Essa leitura crítica pode ser concebida através de técnicas ou métodos de ensino adequados, sem qualquer interferência no processo cognitivo de geração dos elementos matemáticos como, por exemplo, o sistema construtivista de ensino ou as idéias defendidas por FOSSA (cf. MENDES: 33)[14], relacionadas ao uso da "história através de atividades de redescoberta", sendo, portanto, válidas, dentro de um contexto sócio-cultural maior.

As considerações envolvidas no (e durante) estudo estariam diretamente relacionadas com o Programa Etnomatemática, o mesmo, nas palavras de D'AMBRÓSIO (1996: 09)[15],

> revela uma grande preocupação com a dimensão política ao estudar história, filosofia e suas implicações pedagógicas através do programa de investigar holisticamente a geração (cognição), a organização intelectual (epistemologia), social (história) e a difusão (educação) do conhecimento matemático, particularmente em culturas consideradas marginais.

Um panorama geral do estudo a ser feito evidenciaria uma proposta voltada para o ensino (educação), valendo-se de concepções originais e características de uma determinada cultura, onde se pudesse visualizar elementos inerentes a formas geométricas estabelecidas no contexto a ser estudado e, principalmente, a construção do conhecimento matemático, produzido e disseminado ao longo das futuras gerações, partindo de um enfoque observacional, registrável e amostral.

O próximo passo seria a construção de um modelo matemático, elaborado a partir do levantamento de dados (empíricos, históricos, etc...) que serviria de base para um procedimento alternativo de ensino, que se levando em consideração as concepções inerentes à própria população estudada, seria posto em prática no sentido de verificarmos a possibilidade de utilização de tais práticas etnomatemáticas.

A fundamentação teórica para a construção do trabalho determinaria o direcionamento dado ao mesmo. Sabemos atualmente da existência de muitos trabalhos relacionados ao tema proposto. Recorremos novamente a D'Ambrosio (1997: 04) quando afirma que "a etnomatemática vem sendo reconhecida como uma área emergente, que toca nos problemas fundamentais da falta de eqüidade, da discriminação e assim por diante".

OBJETIVOS

Sabemos que, atualmente é difícil encontrarmos traços originais, na sua totalidade, em uma determinada população específica, mas, é possível traçar um esboço daquilo que existe em termos de originalidade. As dificuldades de estudos estão diretamente relacionadas a esta consideração. Como é preciso delimitar de certa forma, o esboço do trabalho (projeto), é necessário o trabalho apenas com os conhecimentos geométricos (formas espaciais) existentes e pré-determinados em uma única cultura alvo do estudo, em busca de concepções matemáticas, ligadas as formas espaciais, estabelecidas nessa cultura.

O objeto de pesquisa estará focalizado nos processos de cognição verificados no manejo de práticas diversificadas, no que se refere à formação do conhecimento geométrico e espacial de elementos inerentes ao meio estudado, ou seja, a cerâmica, sendo a observação dessas características verificadas "in loco", tentando-se identificar como esses processos de formação do conhecimento aparece, através de uma descrição minunciosa das etapas que envolve a construção dos artefatos em cerâmica..

O objetivo estipulado estaria, de certa forma, vinculado ao próprio processo histórico da população alvo, pois, se entendermos a formação do conhecimento matemático como um princípio universal então estaríamos de certa forma, ao longo do desenvolvimento do trabalho, reconstruindo o conhecimento matemático e geométrico presente, e verificando como é a maneira

---

[14] Ver MENDES, I. A. O ensino de trigonometria através de atividades históricas.
[15] D'Ambrosio U. História da Matemática e Educação, 1996.

de pensar e em que estão baseadas as definições e conceitos que forem surgindo e relacionados aos aspectos espaciais e o comportamento adquirido quando da utilização/manipulação de prática matemática específica.

Com relação as possíveis contribuições para a educação, de uma forma bastante singular, vale destacar as considerações a seguir: a educação de um povo (ou de uma cultura) reflete os modos e as atitudes relacionadas aos valores transmitidos de geração em geração, a esse mesmo povo e principalmente o enraizamento dessas concepções na sociedade em questão. Muitas das vezes existe a ocorrência de alterações, como característica exemplar, e destacável, a redução da originalidade cultural primária e uma espécie de "dependência" ou "influência" causada por quem introduziu as concepções incompatíveis culturalmente. Daí a necessidade de uma busca da valorização educacional original, na sociedade, com o intuito de preservar os seus conhecimentos essenciais e originais, resguardando a necessidade de intercâmbio de saberes (diferente da imposição de saberes), possíveis de interpretações corretas e/ou incorretas.

Nesse aspecto seria importante que o professor procurasse aperfeiçoar sua prática educacional e que atendesse as necessidades e anseios da população específica, pois isso traria formas de procurar contextualizar os conhecimentos existentes na mesma, além daqueles que, por ventura, serão descobertos, trazendo uma considerável valorização das pessoas envolvidas. Essas considerações podem ser concretizadas partindo do princípio ser possível a elaboração de atividades inerentes aos processos estudados na comunidade e isso só poderá ser possível se existir uma descrição minunciosa dos processos observados quando da construção das peças em cerâmica.

Ainda com vistas aos objetivos à alcançar procuraremos verificar se os processos matematizáveis existentes fornecem algum tipo de utilidade para o contexto a qual foi gerado ou apenas se trata de uma técnica formalizada artesanalmente, sem implicações maiores para a busca de significados ou se existe simultaneidade.

METODOLOGIA DE TRABALHO

O trabalho proposto exigirá por parte de quem quer que esteja envolvido, um levantamento bibliográfico exaustivo, relacionado à literatura em etnomatemática, com o objetivo de nos situarmos no contexto de estudos produzidos na área. A importância deste levantamento deve-se ao fato de identificarmos no programa de estudos as principais concepções e definições relevantes para a modelagem de técnicas e conceitos étnicos.

O estudo requer uma abordagem qualitativa descritiva, pois desejamos conhecer as maneiras e modos de concepções geométricas advindas do contexto estudado, em busca de formulações de argumentos de justificação de conteúdos coletados e observados, e que estejam diretamente relacionados com a sustentação teórica proposta, com a finalidade de descrevermos aspectos inerentes à população estudada, com vistas ao alcance dos objetivos propostos anteriormente.

Portanto, a pesquisa de campo estará sendo desenvolvida na comunidade de Maruanum,no Estado do Amapá, a partir de jul/2001, com vistas ao alcance dos objetivos citados anteriormente, tendo como população de estudo as pessoas que moram na mesma e desempenham suas atividades na fabricação de loucas utilitárias.

A linha de discussão que será proposta quando do implemento deste projeto será basicamente de cunho etno/histórico e bibliográfico, relacionado a discussões convergentes, advindas da concepção do programa etnomatemática, história da ciência e história da matemática, além de discussões resultantes de outras áreas (psicologia, sociologia, ecologia, *etc*...).

As fontes de informação contextuais serão basicamente os moradores da localidade, documentos produzidos sobre a comunidade, fontes orais e registros observacionais feitas na mesma, além de depoimentos e opiniões dos moradores que trabalham diretamente com a cerâmica.

As técnicas de coleta e análise de dados serão feitas através de entrevistas, análise de documentos escritos e trajetória de vida/oral/tradições, observações diárias no local das atividades (objetivos) propostas. Utilizar-se-á gravador para registro de entrevistas, anotações manuscritas e máquina fotográfica (registros visuais).

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

A EDUCAÇÃO Matemática em Revista – Etnomatemática. Revista da Sociedade Brasileira de Educação Matemática - SBEM. Ano I, nº 1, 2º semestre/1993.

ALMANAQUE ABRIL, pág. 688 a 695, São Paulo: Editora Abril. 1995.

CHASSOT, A. *A Ciência através dos tempos.* 3. ed. São Paulo: Moderna, 1994. 191p. (Coleção Polêmica).

CHASSOT, A. *Inserindo a História da Ciência no fazer Educação com a Ciência.* In: Ciência, Ética e Cultura na Educação. CHASSOT, A. I. e OLIVEIRA, J. R. (org.). S. Leopoldo, RS: Editora Unijui. 1997.

D'AMBRÓSIO, U. *Da Realidade a ação:* reflexões sobre Educação e Matemática. Campinas: Summus , 1986. 115p.

D'AMBRÓSIO, U.*Etnomatemática*: arte e técnica de aprender. São Paulo, SP; Ed. Ática, 1990

D'AMBRÓSIO, U. *Educação Matemática* – Da teoria à prática. Campinas, SP: Papirus, 1996. 121p. (Coleção Perspectivas em Educação Matemática).

D'AMBRÓSIO, U. *História da matemática e educação.* In: Cadernos Cedes – Centro de Estudos, Educação e Sociedade. História e Educação Matemática. 1ª ed. FERREIRA, E. Sebastiani (org.). Campinas, SP; Papirus, 1996.

D'AMBRÓSIO, U. *Transdisciplinaridade.* São Paulo: Palas Athenas, 1997.

D'AMBRÓSIO, U.;CREMA, R.; WEIL, P.. *Rumo a nova transdisciplinaridade* – sistemas abertos de conhecimento 2ª ed. São Paulo: Summus, 1993.

FERREIRA, E. S. *O uso da história no ensino da matemática: uma abordagem transdisciplinar.* In: Contribuições da Interdisciplinaridade – para a ciência, para a educação, para o trabalho sindical. NOGUEIRA, A. (org.). Petrópolis: Vozes/ APP – Sindicato, 1996.

FERREIRA, E. S. *Etnomatemática.* Uma proposta metodológica. Universidade Santa Úrsula: Rio de Janeiro, 1997.

FOSSA, J. A.; MENDES, I. A. *Tendências atuais na educação matemática*: experiências e perspectivas. In: Educação Matemática. XIII Encontro de Pesquisa Educacional do Nordeste (coleção EPEN, vol. 19 p. 11-18). FOSSA, J. A. (org.). Natal: Edufrn, 1998.

GERDES, P. *Cultura e o despertar do pensamento geométrico.* Instituto Superior Pedagógico: Moçambique, 1991.

MENDES, I. A. *Abordagem Etnomatemática nas atividades de sala de aula* – algumas experiências. In: Anais. XIV Encontro de Pesquisa Educacional do Nordeste – XIV EPEN. Salvador: UFBA, Meio Magnético CD-ROM, 1999.

MENDES, I. A. *Ensino de trigonometria através de atividades históricas.* Dissertação (Mestrado). Universidade Federal do Rio Grande do Norte. Programa de Pós-Graduação em Educação. Natal, 1997.

POWELL, Arthur B. e FRANKENSTEIN, Marilyn. (org.). *Ethnomathematics* – Challenging Eurocentrism in Mathematics Education. State University of New York Press, 1997. 440p.

OS PROGRAMAS DE ENSINO DE MATEMÁTICA DO COLÉGIO PEDRO II: 1837 – 1932

Josilene Beltrame

João Bosco Pitombeira Fernandes de Carvalho.

PUC-Rio

O estudo que desenvolvemos, junto ao departamento de matemática da PUC-Rio como pré-requisito ao título de mestre em matemática (Beltrame, 2000), analisou os programas de ensino de matemática do Colégio Pedro II, desde sua fundação em 1837, até à Reforma de Ensino empreendida por Francisco Campos em 1931 (que, para o ensino secundário foi consolidada em 1932). Nosso objetivo específico foi observar, através da análise comparativa destes documentos, quais as alterações de conteúdo sofridas por tais programas. Buscamos, enfim, obter uma visão da evolução do ensino da matemática no Brasil ao longo deste período.

Delimitamos nosso período de análise até a reforma de 1931 pois, a partir dessa data, ficou sob responsabilidade do Ministério da Educação e Saúde expedir os programas ensino para utilização em todo estabelecimento de ensino secundário do país. Além disso, a localização e consulta se tornaram menos complicadas já que é possível encontrar livros que reproduzem alguns dos programas posteriores a essa reforma.

A escolha dos programas do Colégio Pedro II, para nossa análise, foi natural, pois falar do ensino secundário no Brasil até 1930 significa necessariamente referir-se a este Colégio criado com a finalidade de atuar como padrão para os demais do gênero. Durante muito tempo, tais programas exerceram grande influência sobre as escolas secundárias, que adequavam seus currículos e programas aos do mesmo. De fato, em 1843, o grau de Bacharel conferido pelo Colégio dava ao aluno o direito de ingressar em qualquer curso superior do império sem prestar novos exames e apenas o Pedro II tinha esse privilégio. Já em 1854, os exames preparatórios passaram a realizar-se em conformidade com os programas do Pedro II e, no período republicano, com os sistemas de equiparação, qualquer colégio público ou particular que quisesse gozar dos privilégios do Pedro II, deveria necessariamente adotar currículos e programas iguais ou semelhantes ao do mesmo e submeter-se à fiscalização do Poder Central.

O trabalho desenvolvido constituiu-se de duas tarefas relevantes:

- A primeira, localizar (quadro 1 a seguir) e reunir (Beltrame, 2000) o máximo de programas de ensino de matemática do Colégio Pedro II do período em questão.
- A segunda tarefa, que constituiu o corpo desse trabalho, buscou analisar as mudanças que ocorreram, de um programa para o outro, em relação ao conteúdo, bem como sua distribuição ao longo dos anos, tendo por base as reformas curriculares ocorridas no Colégio.

Trabalho similar à primeira parte já havia sido desenvolvido pelos pesquisadores Ariclê Vechia e Karl Michael Lorenz (1998), uma coletânea de 18 documentos que não inclui nenhum tipo de análise dos mesmos. Desses documentos, 14 são programas de ensino elaborados para o Colégio Pedro II, de acordo com as diretrizes das várias reformas curriculares; utilizamos, desses programas, a parte referente à matemática. Ainda do livro de Vechia e Lorenz, serão utilizamos o programa de exame preparatório para o ano de 1850 no Colégio Pedro II e o programa de ensino referente a Reforma de 1931. Além disso, nosso trabalho localizou, coletou (reprodução de fontes primárias) e analisou outros programas (ausentes do livro de Vechia e Lorenz) sempre que se detectava alguma alteração de conteúdo em relação ao programa anterior. Conseguimos localizar um total de 46 programas e transcrevemos 29 deles (incluindo os do livro de Vechia e Lorenz) por apresentarem diferenças consideráveis. Vale ressaltar que Vechia e Lorenz objetivavam reproduzir apenas os programas de ensino referentes a cada reforma curricular enquanto nós buscamos reproduzir, além desses, todos os outros programas do Colégio que apresentassem alguma alteração.

Buscamos nossas fontes primárias através de levantamento extensivo na Biblioteca do Colégio Pedro II (NUDOM), Biblioteca Nacional, Arquivo Público Nacional , Arquivo Público do Rio de Janeiro, Arquivo Público do Estado do Rio de Janeiro, Biblioteca de Obras Raras da UFRJ/CT e Biblioteca da Fundação Getúlio Vargas. Não foram encontrados todos os programas de ensino do período fixado para nossa análise (principalmente dos anos iniciais). Para tentar preencher essa lacuna procuramos várias fontes: Atas, Estatutos, Anuários, Relatórios dos Diretores, Revistas e Boletins publicados pelo Colégio, programas de exames preparatórios, livros publicados sobre o Colégio etc. Nos programas de exames preparatórios localizados, encontramos refletidos os conteúdos estudados de acordo com a primeira reforma curricular efetuada no Pedro II em 1841, e por isso, eles entraram na análise dos programas. Cabe ressaltar que todos os programas coletados foram transcritos por completo, e embora somente alguns apresentassem orientações metodológicas, elas foram incluídas pois mostram, entre outras coisas, em que período houve tal preocupação. Além disso, a inclusão destas orientações metodológicas, provavelmente auxiliará outros pesquisadores em estudos posteriores.

Os programas estão apresentados na íntegra, inclusive com a ortografia original. Os títulos, subtítulos e referências bibliográficas seguem como no original. Elaborou-se apenas uma padronização na disposição dos conteúdos com o intuito de tornar a leitura agradável e mais fácil. Procurou-se, enfim, retratar, ao máximo, o texto original para dar suporte a pesquisas futuras já que, para a maioria dos programas, só foi possível localizar um exemplar e alguns deles não estavam em bom estado de conservação.

A segunda tarefa deste trabalho foi a análise das mudanças nos programas. Entretanto, esta análise mencionou os objetivos das reformas curriculares sem verificar se os conteúdos propostos nos programas estavam de acordo com estes objetivos. Também nesta segunda parte, analisou-se a distribuição do ensino da matemática no curso secundário do Colégio Pedro II. O gráfico em anexo sintetiza esta distribuição.

É importante ressaltar que não constituiu objetivo desse trabalho a análise dos livros didáticos indicados em tais programas, o que, por si só, exigiria um estudo mais profundo, pois alguns programas não deixam claro o nome do autor ou mesmo o título do livro indicado. Também não fizemos o estudo de como os conteúdos dos programas eram transmitidos; entretanto, no decorrer do nosso trabalho, fizemos alguns comentários pertinentes sobre os livros e sobre a metodologia de ensino.

Através da análise sobre a distribuição do ensino da matemática pelo número de anos que possuía o ensino secundário a cada época, sintetizada no gráfico em anexo, vimos que a duração do curso secundário variou de 8 a 5 anos de estudos . Um fato que também chamou nossa atenção foi que durante a maior parte do período analisado a matemática não era estudada em todos os anos de escolaridade, com exceção dos seguintes períodos: a partir de 1838 até uma data que não conseguimos determinar mas sabemos ser anterior a 1841; no ano de 1898 e a partir do programa instituído pela Reforma Campos em 1931.

Ainda no gráfico, notamos que durante um longo período, 1841 a 1898, o curso secundário foi de sete anos. Nele, o ensino de matemática, que nos períodos iniciais era desenvolvido nos últimos anos do curso, passou, a partir de 1856, a constar dos primeiros anos do curso. Tal fato, deve-se provavelmente as várias tentativas frustadas a cada nova reforma de ensino, de eliminar o caráter de curso de preparatório que tinha o ensino secundário. Como a matemática constava como disciplina que cairia nos exames preparatórios e os alunos não precisariam concluir todo o curso secundário para prestar tais exames (variando, a cada reforma, a forma e o ano de escolaridade a partir do qual isso seria possível), seria razoável que seu estudo ficasse restrito apenas aos anos iniciais do curso secundário.

Quanto a estrutura dos programas, verificamos que o ensino da matemática de 1838 até o fim do Império envolvia o estudo da Aritmética, Álgebra, Geometria - tendo sempre presente a plana e a espacial (não confirmando o que M. A. Miorim (1998, p.87) havia detectado no programa de ensino de 1870) – e Trigonometria, a partir de 1841.

Apesar de, nesse período, o ensino no Colégio Pedro II ter passado por várias reformas curriculares poucas foram as mudanças em relação ao ensino da matemática. De um programa para o outro verificamos:

- variação da quantidade de horas destinadas ao seu estudo;
- redistribuição dos conteúdos através dos anos;
- mudança na profundidade com que se abordava os conteúdos;
- estudo ou não do sistema métrico (o atual e o antigamente usado no Brasil);
- inclusão ou não do estudo dos números complexos (não se trata aqui de números pertencentes ao corpo do números complexos, mas de números , como por exemplo: $7^v. 3^p. 9^p$ isto é, 7 varas, 3 palmos e 9 polegadas ou 3h 42min 12s)

Quanto ao conteúdos, observamos que eles ficaram no geral em torno dos seguintes:
Aritmética – operações até os complexos; teoria das razões, proporções, progressões; logaritmos; matemática comercial (regra de três, de juros simples e compostos, de desconto, de companhia e anuidades); sistema métrico.
Álgebra – no máximo até Teoria Geral das Equações de 2º grau.
Geometria – áreas e volumes; estudos de polígonos, círculo e poliedros; igualdade e semelhança; posições relativa entre retas e planos;
Trigonometria – dedução de fórmulas; construção de tábuas; teoria dos triângulos (ensinava a calcular três dos seis elementos do triangulo (ângulos e lados), sendo conhecidos os outros três entre os quais deve contar-se pelo menos um lado).

Se no período imperial poucas foram as mudanças nos conteúdos do ensino secundário, no Republicano tivemos alterações significativas principalmente com a introdução de novas disciplinas: Geometria analítica, Cálculo diferencial e integral, Álgebra superior e Geometria descritiva.

De fato, a primeira reforma de ensino da República empreendida por Benjamim Constant em 1890 trazia em seu plano, além do estudo da Aritmética, Álgebra, Geometria e Trigonometria a introdução daquelas novas disciplinas. Entretanto só no ano de 1895 elas realmente passaram a fazer parte dos programas e, além disso, já em 1899 foram eliminadas. Em 1929, por influência de Euclides Roxo que defendia uma nova orientação para o ensino de matemática, elas foram reintroduzidas nos programas de ensino de 1929 e 1930, só que num curso complementar para estudantes que se destinavam às Escolas Politécnicas e Militares. Entretanto, estas idéias influenciaram fortemente a reforma de ensino empreendida por Francisco Campos em 1931 e assim foi reintroduzido no ensino secundário o ensino do Cálculo diferencial e integral.

No outros anos do período republicano, salvo a Álgebra, que sofreu alterações com o estudo ou não de determinados tópicos da Álgebra superior (entre eles o estudo do corpo dos números complexos); os conteúdos da Aritmética, Geometria e Trigonometria permaneceram praticamente inalterados em relação aos estudos que vínhamos tendo desde o período imperial.

Enfim, notamos que levando em consideração um longo período de análise, 95 anos, com inúmeras reformas curriculares, poucas foram as alterações no programa de ensino dessa disciplina tão essencial.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Anuário do Colégio Pedro II, Vol. II, 1914.

AZEVEDO, Fernando de. *A transmissão da cultura.* 5.ed. São Paulo: Melhoramentos/Editora da USP, 1971.

BELTRAME, Josilene. Os programas de ensino de matemática do Colégio Pedro II: 1837 – 1932. Dissertação de Mestrado. Rio de Janeiro: PUC-RIO, 2000

BICUDO, Joaquim de Campos. O ensino secundário no Brasil e sua atual legislação (de 1931 a 1941, inclusive). São Paulo: [s. n], 1942.

CARVALHO, João Bosco Pitombeira de. *O cálculo na escola secundária – algumas considerações históricas.* Caderno CADES n.º 40. Campinas: Papirus, 1996. p. 68-81

DORIA, Escragnolli. *Memória histórica do Colégio de Pedro Segundo* / Escragnolle Dória; Comissão de Atualização da Memória Histórica do Colégio Pedro II, Roberto Bandeira Accioli et al. – Brasília: Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais, 1997.

GABAGLIA, Eugenio de Barros Raja. *O Collegio Pedro II*. Impressões Artísticas: RJ, 1913.
HAIDAR, Maria de Lourdes Mariotto. *O ensino secundário no império brasileiro.* São Paulo: Editora da Universidade de São Paulo/Editorial Grijalbo, 1972.
MARTINS, Maria Antonieta Meneghini. *Estudo da evolução do ensino secundário no Brasil e no Estado do Paraná com ênfase na disciplina de matemática.* Dissertação de Mestrado. Curitiba: Universidade Federal do Paraná, 1984.
MIORIM, Maria Ângela. *Introdução à história da educação matemática.* São Paulo: Atual, 1998.
MOACYR, Primitivo. *A instrução e o Império.* São Paulo: Nacional (Coleção Brasiliana), v. 1, v. 2, v. 3.
____. *A instrução e a República.* Rio de Janeiro: Imprensa Nacional, v. 1, v. 2, v. 3, v. 4, v. 5.
NAGLE, Jorge. *Educação e sociedade na Primeira República.* São Paulo: EPU; Rio de Janeiro: Fundação Nacional de Material Escolar, 1974, 1976 reimpressão.
OTTONI, Cristiano Benedito. *Elementos de Arithmetica.* 7.ed. Laemmert & C[ia]: Rio de Janeiro, 1886.
____. *Elementos de Geometria e Trigonometria Rectilinea.* 9.ed. Francisco Alves: Rio de Janeiro, s/d.
PEREIRA, Timotheo. Curso de Geometria. 11.ed. Francisco Alves: Rio de Janeiro, 1927.
RIBEIRO, Marcus Venício Toledo. *As fontes documentais para o Projeto Escola Secundária e Cidadania no Brasil*: O Colégio Pedro II. Brasília: INEP; Niterói, RJ: UFF. 1987.
ROMANELLI, Otaíza de Oliveria. *História da Educação no Brasil (1930 –1973).* 22.ed. Vozes: Petrópolis, 1999.
ROXO, Euclides. Curso de Matemática Elementar. Rio de Janeiro: Francisco Alves, 1929 – 1930, 2 volumes.
SILVA, Geraldo Bastos. *A educação secundária.* São Paulo: Nacional, 1969.
VALENTE, Wagner Rodrigues. *Uma história da matemática escolar no Brasil (1730-1930).* Tese de Doutorado. São Paulo: FEUSP, 1997.
VECHIA, Ariclê & LORENZ, Karl Michael. (Orgs). *Programa de ensino da escola secundária brasileira: 1850-1951.* Curitiba: Ed. Do Autor, 1998.
NUNES, Maria Thetis. *Ensino secundário e sociedade Brasileira.* Rio de Janeiro: MEC/Instituto Superior de Estudos Brasileiros, 1962.
Decreto n.º 679 de 8 de julho de 1850 – altera o decreto n.º 598 de 25 de março e dá outras providências sôbre o Colégio de Pedro II.

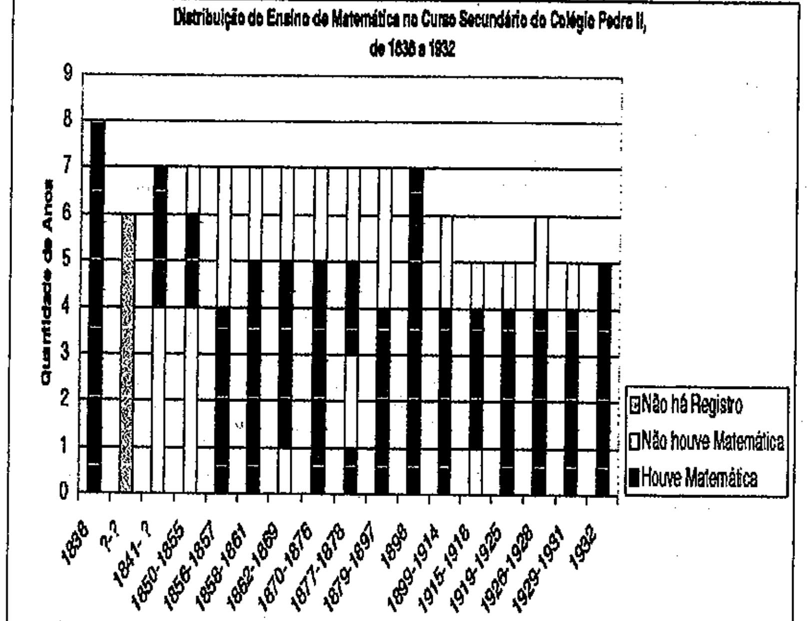
Quadro 1 **(versão resumida do apresentado em Beltrame 2000)**

Colégio Pedro II – CP II: da fundação do Império até 1931.
a – Reformas de ensino e fatos relevantes;
b – Reformas curriculares no Colégio Pedro II;
c – Programas de exames e programas de ensino localizados;

REFORMAS DE ENSINO; CONSTITUIÇÕES; LEIS; DECRETOS; ETC.	**ANO**	**ANO REF CURR CP II**	**PROG. LOCALIZADOS**
Fundado o Império	1822		
Fundação do Colégio Pedro II	1837		
Primeiro regulamento do CP II	1838		
		1841	
			1850
			1851
			1854
			1855
Reforma Couto Ferraz	1854		
		1855	
			1856
		1857	
			1858
			1860
			1861
		1862	**1862**
			1863
			1865
Reforma Paulino de Souza	1870	1870	**1870**
		1876	
			1877
Reforma Leoncio de Carvalho	1878	1878	
			1879
		1881	**1881**
			1882
			1883
			1885
			1886
Proclamação da República	1889		
Reforma Benjamin Constant	1890	1890	
Constituição de 24 de fevereiro	1891		
Modificação João Barbalho (11 de abril)	1891		
			1892
Código Fernando Lobo	1892	1892	
			1893
		1894	
			1895
			1896
			1897
		1898	**1898**
		1899	**1899**
Reforma Epitácio Pessoa	1901	1901	**1901-06**
Reforma Orgânica do Ensino Superior e Fundamental (Lei Rivadávia)	1911	1911	
			1912
			1914
Reforma Carlos Maximiliano	1915	1915	**1915**
			1916
			1917
			1918
			1919
			1920
			1921
			1922
			1923
			1924

			1925
Reforma João Luis Alves (Rocha Vaz)	1925	1925	
			1926
			1927
			1928
		1929	1929
			1930
Reforma Francisco Campos	1931	1931	1931

Obs.: **Para informações adicionais, como por exemplo, localização dos programas originais e tipo de programa, ver Beltrame 2000 ANEXO**



Obs.:
- Os períodos no eixo horizontal foram determinados em função de quando os programas de ensino foram adotados no Colégio, e não em função dos anos das reformas curriculares.
- Em 1896 e 1897 havia revisões de matemática nos 5º, 6º e 7º anos.
- Em 1899 e 1900 havia revisões de matemática no 6º ano.
- Em 1928, no 5º ano, seria executado o programa de exame vestibular da Escola Politécnica, que possivelmente continha matemática.
- Em 1929 e 1930 existia o 6º ano que era um curso complementar para os estudantes que se destinavam as escolas militares e politécnica que possuía um extenso programa de matemática (ver programa de ensino no anexo 1).
- Na reforma de 1931, cujo programa de ensino foi adotado em 1932, havia mais dois anos de estudos chamado ciclo complementar que variava de acordo com o curso superior que o aluno pretendia seguir. O ensino da matemática estava presente no 1º ano complementar de Medicina e, nos 1º e 2º anos de Engenharia e Arquitetura.

Jussara de Loiola Araújo
e-mail: jlaraujo@rc.unesp.br
Orientador: Prof. Dr. Marcelo C. Borba
e-mail: mborba@rc.unesp.br
UNESP - Rio Claro

I – Introdução

Em uma pesquisa na área de Educação Matemática, e penso que na área das Ciências Humanas em geral, um momento crítico é a elaboração da pergunta diretriz que irá nortear tal pesquisa. Ela é uma espécie de bússola que vai mostrando-nos que direção tomar e os momentos em que devemos consertar a rota. Entretanto, a pergunta diretriz, diferentemente da bússola, às vezes é invisível ou, pelo menos, se mantém oculta por algum tempo. É como se ela estivesse em nosso subconsciente e não conseguíssemos expressá-la em palavras. Porém, mesmo estando oculta, ela continua funcionando, mostrando-nos a rota e, ao trilhar esta rota, acabamos por encontrá-la pelo meio do caminho.

Com esta metáfora, quero ilustrar o processo pelo qual a pergunta diretriz da pesquisa que estou desenvolvendo como aluna de doutorado em Educação Matemática na Universidade Estadual Paulista – UNESP – de Rio Claro, foi construída. Em princípio eu tinha inquietações, preocupações e questionamentos oriundos de minha prática docente. Deste emaranhado de perguntas, diante do desejo de desenvolver uma pesquisa em Educação Matemática, tive a necessidade de elaborar uma pergunta para direcionar tal pesquisa. Estabelecida a pergunta, comecei a desenvolver a pesquisa. Foi quando, a partir de diversas discussões com o Grupo de Pesquisa em Informática, outras Mídias e Educação Matemática – GPIMEM, grupo sediado no Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática do Departamento de Matemática da UNESP de Rio Claro - descobri que não era exatamente aquela pergunta que correspondia ao que eu estava buscando investigar em minha pesquisa.

Assim, apresento na primeira seção desse artigo alguns aspectos de minha prática docente, sementes de minhas inquietações. Na seção seguinte, faço um levantamento bibliográfico de trabalhos que têm algum tipo de relação com minhas inquietações iniciais, culminando com o estabelecimento de uma primeira pergunta diretriz para a pesquisa. Finalmente, na última seção, procuro mostrar como o desenvolvimento da pesquisa levou-me a uma mudança da pergunta diretriz ou, em outras palavras, a encontrar minha bússola oculta.

II – A prática docente provocando questionamentos

Sou professora do Departamento de Matemática da Universidade Federal de Minas Gerais – UFMG – e trabalhei com a disciplina Cálculo I por 4 semestres antes de ingressar-me no doutorado. Desde o início, minha preocupação com esta disciplina foi aumentando. Era fácil perceber que existia um grande número de problemas envolvendo os alunos, os professores, o conteúdo trabalhado, a metodologia de ensino usada etc.. Esses problemas se manifestavam de várias formas, como por exemplo pelo grande número de reprovações e desistências na disciplina, pelo desinteresse dos alunos e pela falta de ânimo dos professores. Isto fazia com que os problemas se tornassem mais intensos, levando à paralisia de alguns professores ou, em um extremo oposto, à busca de ações de outros, visando a alteração da situação problemática.

Era particularmente destacável a dificuldade que surgia nessa disciplina quando do tratamento de resolução de problemas envolvendo o conteúdo estudado. Em vários cursos de Cálculo I, como no caso da UFMG, os problemas são vistos como uma aplicação dos conteúdos previamente estudados. Entretanto, esse tipo de aplicação parecia não fazer sentido para grande parte dos alunos. Esperava-se que eles lessem um problema, dado pelo professor ou pelo livro-texto, interpretassem-no e criassem uma função que satisfizesse suas condições. Daí eles considerariam o conteúdo de Cálculo previamente estudado para responder a questão solicitada. Entretanto os alunos não conseguiam seguir esse roteiro "de forma natural" e solicitavam ao professor uma dica, uma ajuda, para resolver os problemas. O professor, por sua vez, se desdobrava tentando "ensinar" como um problema deveria ser tratado sem, na maioria das vezes, obter sucesso. Estabelecia-se então um grupo de frustrados: de um lado os alunos lutando por tentar resolver problemas nos quais eles não viam sentido e de outro o professor tentando mostrar que eles eram aplicações do Cálculo e, portanto, úteis para o futuro profissional dos alunos, sem entretanto obter sucesso.

Esse tipo de abordagem, usando a resolução de problemas, tinha basicamente dois objetivos principais: reforçar a aprendizagem dos conteúdos já estudados e mostrar a utilidade desses conteúdos em aplicações que normalmente estão relacionadas com a futura profissão dos estudantes. Mas ao resolver problemas nesse contexto, a dificuldade maior dos alunos estava na busca de uma "tradução" do problema para a linguagem matemática. Feita essa tradução, a parte seguinte de utilização do conteúdo de Cálculo estudado era facilmente superada pelos alunos, ou seja, eles já haviam "aprendido" a técnica do Cálculo, ou pelo menos a seguir os passos mostrados pelo professor. Além disso, as aplicações do conteúdo que normalmente aparecem em livros-texto são problemas canônicos que não se ligam necessariamente ao curso ao qual o aluno estava vinculado. Em outras palavras, os dois objetivos de se trabalhar com resolução de problemas nesse tipo de abordagem acabavam não tendo sentido.

Por minha experiência como professora de Cálculo I pude constatar, portanto, que tratar a resolução de problemas simplesmente como aplicações de conteúdos, com os objetivos citados acima, não implicava em fazer com que os alunos vissem sentido em tudo aquilo que eles estavam estudando. Eles apenas tinham a oportunidade de ver algumas ilustrações daquele conteúdo em problemas que raramente estavam relacionados com sua futura profissão. Além disso, perguntava-me se os alunos estavam "aprendendo" realmente o conteúdo da disciplina, qualquer que fosse o significado dessa "aprendizagem".

Assim, com várias inquietações sobre o ensino e a aprendizagem de Cálculo, em especial com aquelas que diziam respeito aos tão comuns problemas de aplicação dessa disciplina, iniciei uma revisão bibliográfica sobre o assunto, a qual passo a descrever.

III – Buscando um caminho e encontrando uma pergunta

Diante dos problemas constatados em minha prática docente no ensino e na aprendizagem de Cálculo, passei a buscar respostas às minhas questões na bibliografia existente. Em princípio essa busca tinha como alvo, ainda muito amplo, o ensino de Cálculo. Na verdade eu procurava verificar se os problemas por mim vivenciados existiam em outros contextos de ensino e aprendizagem de Cálculo. Queria também descobrir como esses problemas eram compreendidos, se existiam iniciativas que tratam de questões semelhantes às constatadas por mim e como se efetivavam tais iniciativas.

Descobri então que vários dos problemas por mim detectados fazem parte da realidade do ensino e aprendizagem de Cálculo em inúmeras instituições e que está sendo desenvolvido um grande número de pesquisas que tratam destas questões. As dificuldades dos alunos em Cálculo, por exemplo, já foram tema de um grupo de trabalho no *International Congress on Mathematical Education* – ICME – (Tall, 1992). Além disso, a preocupação com questões relacionadas ao ensino e aprendizagem de Cálculo também está presente em algumas dissertações e teses do Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática na UNESP de Rio Claro, como por exemplo em Franchi (1993), Cassol (1998), Fantinel (1998), Sad (1998) e Villarreal (1999).

De maneira geral, as maneiras de abordar os problemas são variadas, mas chamou-me a atenção o grande número de trabalhos que apresentam o uso de informática (computadores e/ou

calculadoras gráficas) como uma alternativa para os problemas existentes ou que analisam a utilização de tais recursos na disciplina Cálculo. Já em 1991, Palmiter (1991) afirma que tem-se dado muita atenção à reforma dos currículos de Cálculo, e é comum, às propostas apresentadas, a sugestão do uso de informática. Em um levantamento bibliográfico feito em sua tese de doutorado, Sad (1998) apresenta *um quadro* demonstrativo *do universo de trabalhos, da última década, envolvendo Cálculo* (p. 79), que ela elaborou a partir da consulta de alguns dos principais periódicos internacionais e de alguns *proceedings* do *International Congress on Mathematical Education* e do *International Group for the Psychology of Mathematics Education*. Dos 62 trabalhos listados pela autora, 18 pertencem ao grupo denominado por ela de "grupo de informática e computação", ou seja, pode-se dizer que existe uma tendência internacional em se analisar o uso de tecnologias informáticas (TI) no ensino e aprendizagem de Cálculo.

Dentre os diversos trabalhos que tratam do uso das TI no ensino e aprendizagem de Cálculo, ou pré-cálculo, alguns (Heid, 1988; Palmiter, 1991; Quesada & Maxwell, 1994) estão preocupados com a melhora ou não da performance dos alunos a partir do uso da informática em suas aulas. Outros, como Lauten, Graham e Ferrini-Mundy (1994) e Borba (1995), analisam a aprendizagem de conceitos matemáticos pelos alunos através do uso da informática como recurso didático.

Se aproximando mais de minhas preocupações com a aprendizagem de Cálculo e com a aquisição de sentido para os seus conceitos por parte dos alunos, os artigos de Borba, Meneghetti e Hermini (1997) e Borba (1997) discutem algumas experiências realizadas na disciplina Matemática Aplicada para um curso de Ciências Biológicas. Nas experiências relatadas foram utilizados dois enfoques didático-pedagógicos: a modelagem e o enfoque experimental com calculadoras gráficas. De acordo com a definição de modelagem adotada pelos autores, os alunos escolhem o problema a ser trabalhado. Eles *são convidados a escolher o tema, encontrar um problema a ser resolvido e tentar resolvê-lo* (Borba, 1997, p. 55). Borba, Meneghetti e Hermini (1997) afirmam que, através das experiências realizadas por um grupo de alunas, *as ferramentas matemáticas ajudavam a dar significado aos dados biológicos construídos por elas, ao mesmo tempo que a Biologia era utilizada como suporte para explicar fatos matemáticos...* (p. 69). Pode-se perceber assim que as alunas davam algum sentido para a Matemática que elas estavam estudando. Deparei-me também nesses artigos com uma maneira diferente de se abordar o conteúdo matemático em sala de aula. Ao desenvolverem seus projetos de modelagem, ou nas experimentações com calculadoras gráficas, o que os alunos podem encontrar, no que se refere a conteúdo matemático, não está determinado previamente, ou seja, nesses momentos não existe a seqüência rígida de um programa ou de um livro-texto. Assim, na presença desses dois recursos pedagógicos, ao invés de se apresentar os problemas como aplicações do conteúdo, os problemas, gerados pelos alunos, são o ponto de partida para que conteúdos do curso - funções e noções de derivada e integral - sejam desenvolvidos.

As propostas de Borba, Meneghetti e Hermini (1997) e Borba (1997), apesar de iluminarem um pouco as minhas indagações sobre o ensino e a aprendizagem em Cálculo, possuem ainda diferenças importantes quando comparadas à minha realidade acadêmica. O conteúdo de Cálculo trabalhado na disciplina em questão se restringe ao estudo de funções e introdução à derivada e integral. Na prática docente que desenvolvo na UFMG, sou responsável por cursos de Cálculo para as Engenharias. Nesses cursos o conteúdo de Cálculo inclui funções, derivadas, máximos e mínimos de funções, Teorema do Valor Médio, integrais, Teorema Fundamental do Cálculo, cálculos de áreas e volumes através de integrais etc., o que amplia consideravelmente as possibilidades e/ou as dificuldades.

Continuando então minha busca, agora de forma mais focalizada, encontro em Graham (1993) o relato da execução de dois projetos de modelagem matemática, por alunos de Engenharia do primeiro ano, usando o software DERIVE. O autor afirma que os alunos aprenderam muita Matemática em pouco tempo, começando de uma base muito fraca. Além disso, *os alunos se vêem fazendo uma Matemática útil, sua confiança aumenta, eles se sentem confortáveis e estão entusiasmados com o fazer Matemática.* (p. 183). As vantagens de se usar o computador também são citadas pelo autor. Dentre elas destaco a possibilidade de se dedicar mais tempo ao processo de modelagem, ao invés de gastá-lo com os cálculos envolvidos no problema e o uso de computador para gerar um ambiente de investigação e não como uma ferramenta para simplesmente produzir respostas. Apesar de todos as vantagens expostas pelo autor, ele não faz uma análise de como a aprendizagem do Cálculo se efetiva, mesmo porque esse não era seu objetivo inicial.

Cheguei assim na seguinte situação: percebia, na minha prática docente, uma série de problemas relacionados com a aprendizagem (significativa) de Cálculo, principalmente no que tange a problemas de aplicação do conteúdo dessa disciplina; na revisão bibliográfica, encontrei pesquisadores trabalhando com informática e modelagem matemática no ensino de Cálculo e afirmando que a inserção desses dois instrumentos em aulas de Matemática leva o aluno a encontrar algum tipo de sentido para o conteúdo estudado. Esses trabalhos, apesar de apontarem em uma direção, não cobrem completamente as minhas questões, pelos motivos já apresentados. Eles mostram que o uso desses recursos pedagógicos (tecnologias informáticas e modelagem matemática) provoca grandes alterações no contexto de sala de aula, o que pode entrar em choque com a estrutura rígida existente em cursos de Cálculo I. Analisando no sentido oposto, a estrutura dos cursos de Cálculo I pode anular as qualidades desses recursos pedagógicos apontadas pelos autores citados anteriormente. Estabeleceu-se então a necessidade de se analisar a aprendizagem de Cálculo I, em cursos básicos da área de Ciências Exatas, quando esses dois recursos estão presentes, o que sintetizei na seguinte pergunta diretriz para a pesquisa:

De que forma os alunos aprendem Cálculo, por meio da modelagem matemática,
em um ambiente computacional?

IV – Trilhando o caminho e encontrando outra pergunta

A fim de bem compreender a pergunta diretriz então estabelecida e de implementar a investigação, passei a desenvolver duas frentes de trabalho. Uma delas, no campo teórico, buscava atribuir um conceito consistente aos termos aprendizagem de Cálculo, modelagem matemática e ambiente computacional. A outra era a pesquisa de campo na qual procurava olhar para a pergunta diretriz em um contexto de sala de aula. As construções dessas duas frentes foram me revelando aspectos tão interessantes que, apesar de não serem foco de atenção da pergunta diretriz, não puderam deixar de ser percebidos. Fatos como este são característicos do que é denominado por Lincoln e Guba (1985) de *design* emergente da pesquisa. *O termo "design" corresponde ao plano e às estratégias utilizadas pelo pesquisador para responder às questões propostas pelo estudo, incluindo os procedimentos e instrumentos de coleta, análise e interpretação dos dados, bem como a lógica que liga entre si diversos aspectos da pesquisa.* (Alves-Mazzotti & Gewandsznajder, 1998, p. 145). Segundo a proposta de Lincoln e Guba (1985), o *design* de uma pesquisa não pode ser rigidamente planejado *a priori*. Para eles, o *design* da pesquisa é emergente, ou seja, ele vai sendo determinado à medida que a pesquisa se desenvolve.

A conjunção entre o contexto da coleta de dados e os trabalhos teóricos que estava estudando, em um processo de influência mútua, levou-me a considerar questões de cunho filosófico acerca da relação entre matemática e realidade e as conseqüências dessa relação na perspectiva de modelagem matemática dos vários autores considerados. Além disso, estes estudos fizeram-me olhar para os dados levando em conta estas questões. Segundo Lincoln e Guba (1985), esta influência mútua entre quadro teórico e dados é um aspecto desejável em uma pesquisa, o que é considerado por eles como uma característica de seu *design* emergente. Durante este processo de emersão, tenho destacado então passagens como as seguintes:

Um grupo de alunas, participantes da pesquisa, estava narrando para mim como elas estavam planejando desenvolver um trabalho proposto pelo professor, quando uma delas, Martha, afirmou:

Martha: *A gente vai montar a função no computador. E depois que a gente montar com a cidade Sonho Meu a gente vai pegar, por exemplo, de uma de nossas cidades, a temperatura, aí a gente montaria uma função mais real do que ...*

Nesta fala Martha se referiu a duas funções: uma na cidade "Sonho Meu", que foi inventada pelo grupo, e uma outra "mais real", que poderia ser uma das cidades das componentes do grupo. No episódio, ao qual esta fala pertence, eu e o grupo discutimos sobre a "função imaginária" e a "função real" mencionadas por Martha, o que pode ser inserido em uma discussão mais ampla sobre a visão do grupo no que se refere à relação entre matemática e realidade e suas conseqüências sobre a noção de modelagem matemática. A questão da aprendizagem de Cálculo por parte das alunas se ofuscou no episódio, diante deste outro aspecto que se destacou.

Em um outro episódio, as alunas do mesmo grupo protagonizaram uma rica discussão matemática acerca da continuidade ou não da função que era objeto de estudo de seu trabalho. Nesta discussão elas usaram argumentos visuais e empíricos, fundamentando-se ora no computador, ora em algum resultado matemático que já era de conhecimento delas. Analisando o episódio, surge a questão: houve aprendizagem? Havendo ou não, uma coisa é certa, houve uma discussão matemática que envolveu todo o grupo, o computador e também a mim, como pesquisadora.

Nessas duas passagens destacadas acima, assim como nos episódios dos quais elas fazem parte, podemos encontrar ricas discussões sobre matemática, realidade, modelagem matemática, discussões matemática apoiadas nas tecnologias informáticas etc.. Assim, em princípio, buscava apenas aspectos relacionados à aprendizagem dos alunos em um ambiente no qual computadores e modelagem matemática eram usados como recursos pedagógicos, mas ao realizar a coleta de dados, em contato direto com a realidade que foi fonte dos dados da pesquisa, constatei que o contexto dava margens para uma discussão mais rica do que aquela na qual eu me restringiria a analisar a aprendizagem dos alunos. Lincoln e Guba (1985) afirmam que *o foco da investigação pode, e provavelmente mudará* e acrescentam que *o naturalista* [denominação dada pelos autores àquele que faz a pesquisa naturalística que é proposta por eles] *espera tais mudanças e antecipa que o design emergente será colorido por elas. Longe de serem destrutivas, elas são construtivas, já que estas mudanças sinalizam um movimento para um nível de investigação mais sofisticado e que proporciona um maior insight.* (p. 229). Questões metodológicas nesse sentido são discutidas também por Borba e Penteado (2001). Assim, a pergunta diretriz da pesquisa que estou desenvolvendo se modifica para a seguinte questão:

Que tipo de discussão ocorre, e como ela ocorre, em um ambiente de ensino e aprendizagem de Cálculo no qual a modelagem matemática e as tecnologias informáticas estão presentes?

Devo ressaltar aqui que esta mudança da pergunta diretriz não implica em um reinício da pesquisa mas sim em um seu redirecionamento. Na verdade, olhando para a análise que faço dos dados e para o desenvolvimento que dou para o quadro teórico, consigo perceber melhor minha inquietação interior, desvendar uma pergunta que de alguma maneira me dirigia e parecia implícita. Retomando a metáfora com a qual iniciei esse artigo, a pergunta diretriz agora estabelecida é a bússola oculta que, implicitamente, mostrava-me uma rota a seguir, indicando inclusive como encontrá-la.

Assim, com esta pergunta diretriz, acredito que poderei contribuir de forma mais significativa para os estudos que tratam da utilização da modelagem matemática e da informática no ensino e aprendizagem de Cálculo.

V – Referências Bibliográficas

ALVES-MAZZOTTI, A. J. & GEWANDSZNAJDER, F. *O Método nas Ciências Naturais e Sociais - Pesquisa Quantitativa e Qualitativa*, São Paulo: Editora Pioneira, 1998, 203p.
BORBA, M. C. O Uso de Calculadoras Gráficas no Ensino de Funções em Sala de Aula. In: SEMANA DE ESTUDOS EM PSICOLOGIA DA EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 1995, Recife. *Anais da Semana de Estudos em Psicologia da Educação Matemática*. Recife: UFPE, 1995, p.67-72.
BORBA, M. C. Graphing Calculators, Functions and Reorganization of the Classroom. In: M. C. Borba, T. A. Souza, B. Hudson, J. Fey (Eds.). *The Role of Technology in the Mathematics Classroom*, Rio Claro: Editora Cruzeiro, 1997. p.53-60.
BORBA, M. C., MENEGHETTI, R. C. G. & HERMINI, H. A. Modelagem, Calculadora Gráfica e Interdisciplinaridade na Sala de Aula de um Curso de Ciências Biológicas. *Revista de Educação Matemática – SBEM*, São Paulo, v. 5, n.3, p.63-70, 1997.
BORBA, M. C., PENTEADO, M. G. *Informática e Educação Matemática*, Belo Horizonte: Autêntica Editora, 2001, 98p.
CASSOL, A. *Produção de significados para a derivada: taxa de variação*. Rio Claro: Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista, 1998. 178 p. (Dissertação, Mestrado).
FANTINEL, P. C. *Representações Gráficas Espaciais para o Ensino de Cálculo e Álgebra Linear*. Rio Claro: Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista, 1998. 387 p. (Dissertação Mestrado).
FRANCHI, R. H. O. L. *A modelagem como estratégia de aprendizagem do Cálculo Diferencial e Integral nos cursos de engenharia*. Rio Claro: Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista, 1993. 148 p. (Dissertação Mestrado).
GRAHAM, E. Mathematical Modelling in an Extended Engineering Course. In T. Breiteig, I. Huntley, G. Kaiser – Messmer (Eds.). *Teaching and Learning Mathematics in Context*, London: Ellis Horwood, 1993. p.173-183.
HEID, M. K. Resequencing Skills and Concepts in Applied Calculus Using the Computer as a Tool. *Journal for Research in Mathematics Education*, Reston, v.19, n.1, p. 3-25, 1988.
LAUTEN, A. D., GRAHAM, K. & FERRINI-MUNDY, J. Student Understanding of Basic Calculus Concepts: Interaction with the Graphics Calculator. *Journal of Mathematical Behavior*, New Jersey, v.13, p.225-237, 1994.
LINCOLN, Y. S. & GUBA, E. G. *Naturalistic Inquiry*, Califórnia: Sage Publications, Inc., 1985, 416 p.
PALMITER, J. R. Effects of Computer Algebra Systems on Concept and Skill Acquisition in Calculus. *Journal for Research in Mathematics Education*, Reston, v.22, n.2, p.151-156, 1991.
QUESADA, A. R. & MAXWELL, M. E. The Effects of Using Graphing Calculators to Enhance College Students' Performance in Precalculus. *Educational Studies in Mathematics*, Dordrecht, v.27, p.205-215, 1994.
SAD, L. A. *Cálculo Diferencial e Integral: uma Abordagem Epistemológica de Alguns Aspectos*. Rio Claro: Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista, 1998. 371p. (Tese, Doutorado).
TALL, D. STUDENT'S DIFFICULTIES IN CALCULUS. PLENARY PRESENTATION IN WORKING GROUP 3 OF THE INTERNATIONAL CONGRESS ON MATHEMATICAL EDUCATION 7 (ICME-7), QUEBEC, 1992.
VILLARREAL, M. E. *O PENSAMENTO MATEMÁTICO DE ESTUDANTES UNIVERSITÁRIOS DE CÁLCULO E TECNOLOGIAS INFORMÁTICAS*. RIO CLARO: INSTITUTO DE GEOCIÊNCIAS E CIÊNCIAS EXATAS, UNIVERSIDADE ESTADUAL PAULISTA, 1999. 402 P. (TESE, DOUTORADO).

QUANTIFICAÇÃO: ARTICULANDO TEORIA E PRÁTICA

Autora: Leiliane Coutinho da Silva
Orientadora:Gilda de La Rocque Palis
Instituição: Puc-Rio

Neste texto, relatamos o estudo e análise, por nós realizado, de uma proposta de ensino-aprendizagem de quantificadores, em nível universitário, cuja formulação teórica se encontra em Dubinsky (1997) e Dubinsky, Elterman e Gong (1988). A seqüência de ensino correspondente é apresentada no livro-texto *Introduction to Discrete Mathematics with Isetl* de W. Fenton e E. Dubinsky (1996) e está fundamentada em uma análise teórica do que significa compreender o conceito de quantificação e de como essa compreensão pode ser construída por um aprendiz. Esta análise fornece uma descrição das construções mentais específicas que um estudante pode fazer a fim de desenvolver a sua compreensão sobre quantificação e a seqüência de ensino tem por objetivo levar um aluno a fazer essas mesmas construções. Uma das estratégias utilizadas consiste em sugerir tarefas que requerem escrever e revisar programas de computador usando uma linguagem de programação matemática, no caso a Isetl (Dubinsky, 1995).

Segundo os próprios autores do livro-texto mencionado, os pressupostos teóricos a seu desenvolvimento não estão explicitados no texto mas implícitos em sua estrutura e conteúdo. Pelas suas características - não tem problemas resolvidos nem respostas de exercícios, é concebido para encorajar exploração, discussões e resolução de problemas e não para ser um livro de referência - o livro não é popular com alunos ou professores. Esses aspectos, aliados à dificuldade de aprendizagem da linguagem Isetl por falta de material didático adequado, dificultam em muito o prosseguimento de investigações nessa linha metodológica específica por outros pesquisadores.

O estudo e análise que empreendemos procura tratar alguns desses aspectos de forma a facilitar o prosseguimento de pesquisas nessa linha. Nesse sentido, esse trabalho incluiu: a organização de material para aprendizagem da linguagem Iselt; a resolução de todos os problemas propostos em Fenton e Dubinsky (1996) constantes do capítulo que aborda o cálculo de predicados; e uma análise de relações existentes entre esses problemas e as construções mentais apontadas pela análise teórica que orientou o planejamento desse capítulo. No que se segue discutiremos essa análise e daremos exemplos de exercícios que podem levar, potencialmente, a certa construção mental apontada pela teoria.

Análise teórica

A análise teórica foi realizada no contexto de uma teoria geral de aprendizagem baseada nas idéias de Jean Piaget aplicadas à construção de conceitos matemáticos de nível universitário (Asila,1996). Como resultado dessa análise obtém-se um conjunto de afirmações sobre as construções mentais (ações, processos, objetos) que um estudante pode fazer para adquirir a compreensão de um conceito. Os mecanismos para realizar estas construções, que Piaget chamou de abstrações reflexivas, incluem as interiorizações, coordenações, generalizações e encapsulações.

Para compreender um conceito matemático um sujeito pode começar com a manipulação de "objetos mentais ou físicos previamente construídos para realizar ações; ações são então interiorizadas para formar processos que são encapsulados para formar objetos. Objetos podem ser de-encapsulados e voltar aos processos dos quais eles foram formados. Finalmente, processos e objetos podem ser organizados em esquemas" (Dubinsky, 1995).

Uma transformação executada sobre um objeto é considerada uma ação quando é uma reação a estímulos que o sujeito percebe como externos. Neste caso, ele precisa de instruções completas e compreensíveis que mostram os passos necessários para realizar a ação.

A ação é uma parte importante no início do entendimento de um conceito. O trabalho com estudantes deve começar com atividades planejadas para ajudá-los a construir ações. Em parte, a aprendizagem envolve a aquisição de novas ações com as quais se pode conhecer os objetos.

Quando um estudante faz uma construção interna correspondendo a uma ou mais destas ações dizemos que ele está realizando uma forma de abstração reflexiva chamada de interiorização cujo resultado é o que entendemos por processos. Esta interiorização não é apenas uma cópia da ação externa, mas depende dos objetos, processos e esquemas que o aluno já possui. Assim, embora a interiorização "represente" uma ação externa também depende do conhecimento prévio do aprendiz. A interiorização de uma ação leva-o a percebê-la como interna e sob seu controle.

Os objetos são construídos pela encapsulação de processos. "Quando a pessoa reflete acerca de operações aplicadas sobre um processo particular, entende o processo como uma totalidade, percebe que transformações podem agir sobre o processo e pode construir tais transformações, então esta pessoa está pensando no processo como um objeto" (Dubinsky, 1997).

A construção de novos processos pode se dar através da coordenação de dois ou mais processos existentes ou por generalização.

O ensino-aprendizagem da quantificação pode se iniciar com a determinação da verdade ou falsidade de proposições simples. Estas proposições simples podem ser usadas para formar proposições mais complexas. Um meio de fazer isto é reunir várias proposições simples em um conjunto e, usando o esquema de função, introduzir variáveis para obter funções a valores proposicionais (funções que aceitam um elemento x como input e retornam como output o valor verdade de uma proposição referente a este elemento), interpretadas como processos, isto é, o aluno pode imaginar a ação de percorrer o domínio da função, verificando a verdade ou falsidade da proposição para cada valor da variável. Um outro modo de obter proposições mais complexas consiste em coordenar duas ou mais proposições simples, ligando-as através de conectivos lógicos. As ações mentais que são executadas sobre objetos, necessitam ser interiorizadas para formar processos mentais.

A partir do momento que esses processos estão disponíveis, há uma prontidão para a construção de quantificações simples, que são orações com uma única quantificação, existencial ou universal, aplicada a uma função a valores proposicionais de uma variável. A transição entre proposições simples e orações quantificadas pode ser alcançada coordenando os dois processos construídos anteriormente (conjunção/disjunção de um conjunto de proposições e construção de funções a valores proposicionais).

A seguir pode-se trabalhar com quantificações duplas, nas quais dois quantificadores são aplicados, em seqüência, a uma função a valores proposicionais de duas variáveis.

É aqui que a encapsulação da quantificação simples se faz importante. Esta transição é muito difícil para o aluno, pois o resultado desta encapsulação é uma proposição que deve ser considerada como um objeto. Para se alcançar isto, pode-se aplicar ações sobre o processo. Mas, segundo Asila (1996), "a ação não pode ser aplicada sobre o processo antes que este tenha sido encapsulado em um objeto. No entanto, as construções mentais não ocorrem numa seqüência lógica simples. De fato, podem estar ocorrendo três coisas ao mesmo tempo, inicialmente em uma combinação não bem conhecida: a necessidade de criar um objeto (de forma a aplicar uma ação no processo), a encapsulação do processo para formar o objeto, e a aplicação de uma ação naquele objeto".

As ações que podem ser aplicadas, nesse contexto, incluem: negar uma proposição quantificada e refletir, raciocinar a respeito dela (por exemplo: imaginando diferentes universos de discurso para mesma proposição).

O processo de quantificação simples, que foi encapsulado, gera uma proposição, que é considerada como objeto mental, logo passível de transformação pelos processos vistos anteriormente. Isto possibilita a eliminação de uma variável ao se trabalhar com quantificações duplas. Ao analisar uma declaração duplamente quantificada, o estudante pode começar fazendo uma análise sintática da declaração de forma a identificar as duas quantificações envolvidas: uma quantificação interna sobre uma das variáveis e uma quantificação externa sobre a outra variável. O resultado da coordenação destas duas quantificações simples é o processo de quantificação dupla que deve novamente ser encapsulado para se obter um novo objeto.

Resumindo, as construções mentais mais importantes para a compreensão da quantificação são as seguintes (Dubinsky, 1997):

- Coordenar duas ou mais proposições ligando-as através de conectivos lógicos.
- Generalizar o esquema de função para abranger funções a valores proposicionais.
- Interiorizar a ação de "percorrer" o domínio de uma função a valores proposicionais, verificando a verdade ou falsidade da proposição para cada valor da variável.
- Coordenar a conjunção/disjunção de proposições com iterar uma função a valores proposicionais através de seu domínio e aplicar um quantificador.
- Encapsular o processo de quantificação simples para obter uma proposição quantificada.
- Coordenar duas instanciações de quantificação simples para obter o processo de quantificação dupla.
- Encapsular o processo de quantificação dupla para obter uma proposição duplamente quantificada.
- Coordenar três ou mais instanciações de quantificação simples para obter quantificações múltiplas.

Articulando teoria e prática

A seguir vamos dar alguns exemplos de relação entre algumas atividades propostas na seqüência de ensino do livro de Fenton e Dubinsky (1996) e as construções mentais apontadas pela análise teórica (Dubinsky, 1997).

I. No esquema da quantificação, uma construção requerida é a generalização do esquema de função para abranger funções a valores proposicionais e outra é a interiorização da ação de "percorrer" o domínio de uma função a valores proposicionais, verificando a verdade ou falsidade da proposição para cada valor da variável.

Uma atividade que pode contribuir para estas construções é proposta no seguinte exercício:

"Expresse, na linguagem Isetl, a função que aceita um conjunto de inteiros, determina se o conjunto tem algum elemento divisível simultaneamente por 11 e por 19, retorna o valor lógico verdade se o conjunto contém tal elemento e retorna o valor falso caso contrário. Teste seu código para alguns conjuntos".

Uma resolução deste exercício é apresentada abaixo:

```
f:=func(X);
BV:=false;
for n in X do
if((n mod 11=0)and(n mod 19=0)) then
BV:=true;
end if;
end for;
return BV;
end func;
K:={209,210,305,187,323};
f(K);
true;
K:={10,210,305,13,21};
f(K);
false;
```

Nesta atividade, o aluno lida com uma função que aceita um conjunto X como input (entrada) e retorna como output o valor verdade da proposição "X contém um elemento divisível por 11 e 19". Este tipo de atividade pode ajudar o estudante a generalizar o seu esquema de função. Por outro lado, o trecho do código que se refere à avaliação de ((n mod 11 = 0) e (n mod 19 = 0)) para cada n em X consiste em "percorrer" o domínio X da função proposicional que associa a cada n o valor lógico de ((n mod 11 = 0) e (n mod 19 = 0)). Esta atividade pode contribuir para a interiorização desta ação.

II. Um exercício que pode levar a coordenar a conjunção/disjunção de proposições com percorrer o domínio de uma função a valores proposicionais e aplicar um quantificador é apresentado abaixo:

"Considere três propriedades que um número natural pode ter:

n é um palíndromo (um número que coincide com o número obtido invertendo os seus dígitos, por exemplo 2552),

n é divisível pela soma de seus dígitos,

n div 100 = n mod 100.

E os três conjuntos de números naturais:

o conjunto de números de quatro dígitos que são quadrados perfeitos

o conjunto de números de quatro dígitos que são primos e pares

o conjunto de números de quatro dígitos que são múltiplos de 90

(a) Expresse, na linguagem Isetl, funções proposicionais P1, P2 e P3 correspondentes às três propriedades acima.

(b) Expresse, na linguagem Isetl, os três conjuntos D1, D2 e D3 dados acima.

(c) Para cada dupla possível formada por uma função e um conjunto, use Isetl para verificar $(\exists\ n \in D)\ P(n)$.

(d) Idem para verificar $(\forall\ n \in D)\ P(n)$".

Parte da resolução desse exercício é apresentada abaixo

```
(a)
D:={1000..9999};
P1:= func(n);
return (n div 1000=n mod 10) and((n div 100)-((n div 1000)*10)=(n div 10-((n div 100)*10);
end func;
P2:=func(n);
if n in D then
y:= (n div 1000)+((n div 100)-((n div 1000)*10))+((n div 10)-((n div 100)*10)+(n mod 10);
return n mod y=0;
end if;
```



```
end func;
P3:=func(n);
return n div 100=n mod 100;
end func;
(b)
N:={1..100};
D1:={x: x in D | sqrt(x) in N};
D2:= { };
D3:= { x : x in D | x mod 90 =0};
(c)
exists n in D1 | P1(n);
(d)
forall n in D1 | P1(n);
```

Nesta atividade o aluno pode, por exemplo, coordenar a disjunção de todas as proposições "n é um palíndromo", onde n pertence a D1, com iterar a função P1 através de D1 e aplicar o quantificador existencial. Este exercício também pode ser visto como facilitador da construção do processo correspondente a uma quantificação simples, a partir o momento em que ele propicia a interiorização da ação de percorrer o conjunto de proposições "n é um palíndromo", n em D1, e aplicar a quantificação existencial.

III. Problemas nos quais é preciso negar expressões quantificadas podem ajudar a encapsulação de quantificações, como por exemplo os seguintes exercícios:

"Traduza cada uma das seguintes orações para a linguagem matemática ou Isetl, depois formule sua negação e a traduza para a linguagem natural".

A equação $x^2 - x - 6 = 0$ tem uma solução inteira.

Toda solução da equação $x^2 - x - 6 = 0$ é um inteiro"

"Uma função f tem limite L em c, se para todo número positivo ε existe um número positivo δ tal que se x está no domínio de f e $0<|x-c|< \delta$ então $|f(x) - L|< \varepsilon$. (a) Rescreva esta definição para a função $f(x) = 3x - 5$ e $c = 4$; (b) Negue o enunciado dado como resposta ao item anterior."

Como já foi mencionado, a encapsulação do processo de quantificação (simples ou dupla) é uma construção que se reveste de muita dificuldade. O objetivo é fazer com que o aluno entenda a quantificação (simples ou dupla) como um objeto e, para alcançar este objetivo, pode-se propor que o estudante realize ações sobre o processo de quantificação. Nos exercícios acima pede-se ao aluno que realize a ação de negar enunciados quantificados.

Conclusão

Uma descrição detalhada de uma implementação da proposta de ensino que foi objeto de estudo deste trabalho, bem como dos instrumentos de avaliação empregados e dos resultados dessa avaliação se encontram em Dubinsky (1997). Neste artigo, o autor conclui que o aluno que vivência a abordagem de ensino sugerida pode desenvolver alguma compreensão de quantificação e a habilidade para trabalhar com este conceito, mesmo quando os problemas são bem mais difíceis. O nosso estudo, que incluiu a avaliação da proposta através da vivência da mesma por uma de suas autoras (Silva, 2001) nos permite também concluir que ela pode levar o aluno a uma melhor compreensão da quantificação do que a que ocorre através do ensino tradicional, no qual esta noção é apreendida quase que sem nenhuma sistematização, ao longo do trabalho com outros conceitos.

Freqüentemente o professor não destina um tempo necessário para a compreensão do conceito de quantificação; possivelmente, por considerá-lo fácil ou intuitivo para o aluno. Quando o estudante se depara com definições ou teoremas e tem dificuldade em compreendê-los, é possível que esta dificuldade seja devida à pouca compreensão acerca da quantificação. Um trabalho específico com orações quantificadas que definem conceitos matemáticos, como o de limite de função, função contínua, supremo de um conjunto e outros, na forma como é sugerido na seqüência aqui estudada, pode levar o aluno a compreender a idéia de quantificação e de conceitos matemáticos que dependem de quantificação, quase que simultaneamente.

A proposta pode parecer, à primeira vista, bastante difícil de ser implementada, devido ao uso da linguagem Isetl. No entanto, pelo que observamos, a dificuldade inicial com a sintaxe dessa linguagem é logo superada, mesmo em se tratando de um aluno sem nenhuma prática anterior com linguagens de programação. Isto se deve possivelmente ao fato da sintaxe Isetl ser bastante semelhante à notação matemática padrão.

A organização das atividades, em "espiral", é uma das características importantes da seqüência didática estudada. Esta organização é um reflexo do reconhecimento de que não podemos esperar que os alunos aprendam matemática na ordem lógica segundo a qual ela pode ser apresentada. O desenvolvimento da compreensão é altamente não linear, repleto de idas e vindas; o aluno desenvolve uma compreensão parcial, repetidamente retoma a um mesmo aspecto do conhecimento de um tema, e periodicamente sintetiza e correlaciona idéias (Asiala, 1996). Assim o trabalho com um determinado conceito não se esgota em um exercício, no decorrer da seqüência de atividades retoma-se a ele várias vezes, com enfoques diferentes e novos aprofundamentos. Isto faz com que o conhecimento se aperfeiçoe, pois analisar uma mesma idéia de formas diferentes possibilita ao aluno estabelecer relações entre seus diversos significados.

Dubinsky (1997) aponta a necessidade de mais estudos sistemáticos sobre o efeito da seqüência de ensino proposta e sugere questões para pesquisas futuras nessa área, dentre as quais: Será que o aluno que passa por essa abordagem de ensino e apresenta um bom desempenho posterior também faz as construções previstas na análise teórica da aquisição da quantificação que foi utilizada para fundamentar a proposta? Um estudo sobre implicação, seguindo o mesmo modelo do estudo sobre quantificação, pode apontar estratégias pedagógicas que propiciem a superação de dificuldades que muitos alunos têm com o conceito de implicação?

Finalmente, observamos que a literatura sobre quantificação, em nível universitário é bastante reduzida. Uma revisão bibliográfica dessa literatura, em nível pré-universitário, pode ser bastante custosa pois os artigos sobre esse tema se encontram dispersos em publicações de várias áreas: Educação Matemática, Lógica, Lingüística, Ciência da Computação, etc.

Referências

Asila, M., Brown, A. Devries, D. J., Dubinsky, E., Mathews, D. e Thomas, K. A Framework for Research and Curriculum Development in Undergraduate Mathematics Education. CBMATH 6, MAS/MMA, 1-32,1996.

Dubinsky, E. ISETL: A Programming Language for Learning Mathematics. Communications on Pure and Applied Mathematics, XLVIII, 1027-1051, 1995.

Dubinsky, E. On Learning Quantification. Journal of Computers in Mathematics and Science Teaching, 16(2-3), 335-362, 1997.

Dubinsky, E., Elterman, F. e Gong, C. The Student's Construction of Quantification. For the Learning of Mathematics, 8(2), 44-51, 1988.

Fenton, W. E. e Dubinsky, E. Introduction to Discrete Mathematics with ISETL. Springer-Verlag New York Inc, 1996.

Silva, L.C. Quantificação: Usando a linguagem de programação Isetl para articular teoria e prática. Dissertação de Mestrado, Puc-Rio, 2001.

POTENCIALIDADES PEDAGÓGICAS DA HISTÓRIA DA MATEMÁTICA

Mestranda: Liliane dos Santos Gutierre
Orientadora: Prof.ª Dr.ª Bernadete Barbosa Morey
UFRN - Universidade Federal do Rio Grande do Norte

Introdução

O uso da história da matemática como recurso metodológico na prática pedagógica do professor vem sendo discutido nos últimos anos em seus vários aspectos. Atraídos inicialmente por esta discussão, nos sentimos motivados também a fazer uso da história em nossas aulas de matemática. No entanto, constatamos que existe uma grande diversidade de concepções relativas a tal uso não somente entre os professores de matemática, mas também entre os pesquisadores da área. Movidos pela necessidade de fazer uma escolha pedagógica adequada para o uso da história da matemática em sala de aula fomos levados a fazer uma sistematização das diversas concepções existentes. Nessa sistematização tomamos como fio condutor o trabalho de ANTONIO MIGUEL (1993) sobre as potencialidades pedagógicas da história da matemática. Neste trabalho trataremos de analisar algumas destas potencialidades.

Funções da história da matemática nas aulas de matemática

MIGUEL (1993,p.106) diz que quando os professores lançam mão do uso da história da matemática em sala de aula, eles são estimulados por uma diversidade de opiniões vinculadas à função que eles esperam que seja cumprida pela história da matemática no processo pedagógico. Essas opiniões, se analisadas detidamente, revelam a existência de doze funções a elas vinculadas. Descreveremos e analisaremos algumas aquelas funções que nos pareceram mais relevantes. Consideramos como relevantes aquelas funções ou que foram expostas e defendidas na bibliografia pertinente com argumentação que nos pareceu convincente, ou que a reflexão sobre nossa própria prática pedagógica e de nossos colegas nos induziu a considerar como tal.

1.A história como fonte de motivação para o ensino-aprendizagem da matemática ou História – Motivação

Aqui espera-se que a história da matemática desempenhe um papel motivador no ensino-aprendizagem desta disciplina. Alguns matemáticos, entre eles, Hassler, Simons e Wiltshire, são citados por MIGUEL (1993,p.62) como partidários dessa opinião e têm seus principais argumentos enunciados: HASSLER diz que o conhecimento da história dos processos matemáticos que estão sendo aprendidos pelo aluno despertará o interesse dos mesmos pelo conteúdo do ensino. SIMONS argumenta que a história da matemática e as recreações despertam e mantém o interesse pela matéria. WILTSHIRE afirma que para se ter algum interesse por um certo processo é necessário conhecer um pouco de sua história e do benefício que se pode obter desse conhecimento.

D'AMBRÓSIO sublinha o fator motivador, quando afirma que "torna-se cada vez mais difícil motivar alunos para uma ciência cristalizada. Não é sem razão que a história vem aparecendo como um elemento motivador de grande importância." (1996, p.31).

MIGUEL (1993, p.63) vê na posição sustentada pelos partidários desta corrente uma exaltação do poder motivador da história que se deve ao que ele define como história-anedotário. Esta seria um contraponto aos momentos formais do ensino, que exigem grande dose de concentração e esforço por parte do aprendiz. A história-anedotário exerce esta função relaxante inclusive pelo fato de ser um conteúdo externo ao conteúdo matemático propriamente dito e de não ser cobrado nas provas.

MIGUEL (1993, p.68) coloca em dúvida o papel motivador da história apoiando-se em dois argumentos. O primeiro deles se reporta ao ensino da própria História e às experiências dos professores desta disciplina com relação à motivação de seus alunos. O segundo argumento, de caráter mais técnico, apóia-se na teoria psicológica da motivação que relaciona o ambiente, as forças internas do indivíduo (como necessidades, desejos, vontade, interesse, impulso, instinto), e o objeto que atrai o indivíduo por ser fonte de satisfação da força interna que o mobiliza. Deste modo, a motivação é o processo que relaciona necessidade, ambiente e objeto e que predispõe o organismo para a ação em busca da satisfação da necessidade.

SOUTO (1997, p.355) desenvolveu um estudo, focalizando o significado da relação entre história e ensino da matemática existente entre alguns professores do ensino fundamental. As primeiras unidades de significados foram reduzidas a seis agrupamentos que mostram as idéias convergentes dos discursos dos mesmos. O estudo apresentado por SOUTO mostra que os professores do ensino fundamental têm concepções a respeito da relação entre a história da matemática e o ensino da matemática bastante ingênuas devido ao fato destas concepções serem ainda não refletidas, iniciais e pouco elaboradas.

Entre estas concepções encontramos a que afirma ser a história um fator de motivação na sala de aula de matemática. Os referidos professores argumentam que a história gera no aluno o interesse, a atenção e a curiosidade durante as aulas. SOUTO (1997, p.356) afirma que "a ênfase nesses efeitos que a história é capaz de produzir nas aulas de matemática nos leva a crer que os professores que utilizam episódios históricos em suas aulas o fazem com o intuito de motivar os alunos para a aprendizagem matemática".

2. A história vista como uma fonte para seleção de problemas práticos, curiosos, informativos e recreativos a serem incorporados nas aulas de matemática ou História-Recreação

Esta visão da história da matemática é uma derivação recente da História-Motivação. De fato, segundo MIGUEL (1993, p.64) "a busca de esquemas motivadores às aulas de matemática via

utilização da história desloca-se mais recentemente de um plano no qual eles são entendidos de forma meramente episódica e externa ao conteúdo do ensino para outro em que esta motivação aparece vinculada e produzida no ato cognitivo da solução de um problema".

Para SWETZ, citado por MIGUEL(1993,p.66), a resolução de problemas históricos motiva o aluno, pois esclarece e reforça conceitos, reflete as preocupações práticas ou teóricas das diferentes culturas em diferentes momentos históricos, entre outros argumentos. Para ele não é suficiente comentários sobre biografias dos matemáticos e cita cinco motivos que o levam a crer que os problemas históricos motivam: possibilitam o esclarecimento e o reforço de muitos conceitos que estão sendo ensinados; constituem-se em veículos de informação cultural; refletem as preocupações práticas ou teóricas das diferentes culturas em diferentes momentos históricos; constituem-se em meio de aferimento da habilidade matemática de nossos antepassados; permitem mostrar a existência de uma analogia ou continuidade entre os conceitos e processos matemáticos do passado e do presente.

A argumentação de MIGUEL contra este o ponto de vista dos que se esforçam para vincular história e problema é semelhante àquela que foi feita em relação à história-motivação.

Segundo ele "o aspecto motivador de um problema não reside no fato de ser ele histórico ou até mesmo de ser problema, mas no maior ou menor grau de desafio que este problema oferece, no modo como este desafio é percebido pelo aprendiz, no tipo de relações que se estabelecem entre este desafio e os valores, interesses e aptidões socialmente construídos por ele, etc."

3. A história como uma fonte de objetivos para o ensino da matemática ou História-Objetivo

Os defensores deste ponto de vista julgam que é possível encontrar na história apoio para que se atinja com os alunos objetivos pedagógicos de caráter semelhantes aos enunciados abaixo:

A compreensão de que a matemática é uma criação humana. Com respeito a este objetivo D'AMBRÓSIO (1996, p.10) afirma que a história serve para situar a matemática como uma manifestação cultural de todos os povos em todos os tempos, como a linguagem, os costumes, os valores, as crenças e os hábitos, e como tal diversificada nas suas origens e na sua evolução.

A percepção de que as necessidades práticas, sociais, econômicas e físicas freqüentemente servem de estímulo ao desenvolvimento de idéias matemáticas. Aqui cabe salientar que para que este objetivo se cumpra se faz necessário que o professor não se apóie numa concepção platônica da história da matemática pois tal concepção atribui à história da matemática o papel de reprodução do processo racional das descobertas matemáticas, eliminando os fatores sociais. Neste aspecto, FERREIRA (1992, p.32) diz que fatores sócio-culturais permitem entender como as diferentes culturas determinam a criação, a formalização e a assimilação do conhecimento matemático.

A percepção de que a curiosidade estritamente intelectual pode levar à generalização e extensão de idéias e teorias. Novamente, o professor adepto da concepção platônica terá dificuldade em fazer cumprir este objetivo, pois essa concepção coloca o aluno numa atitude passiva para com a aquisição do conhecimento matemática, não lhe sendo possível 'criar' matemática.

4. A história vista como uma fonte de métodos adequados de ensino da matemática ou História-Método

Os defensores deste ponto de vista acreditam que os professores podem encontrar na história da matemática métodos pedagogicamente adequados à abordagens de conteúdos em sala de aula. Tal ponto de vista não é recente tendo sido defendido por Aléxis Claude Clairaut (apud MIORIM, 1998, p.46) em sua proposta de renovação do ensino de matemática através de sua obra Eléments de Géométrie (1741). MIORIM (1998, p. 49) explicita que Clairaut em sua obra manifestava preocupação com as dificuldades que os estudantes encontravam nos Elementos de Euclides e por isso, buscava um método que pudesse além de motivar, auxiliar o estudante na compreensão do conteúdo.

Preocupado em romper com a tradicional apresentação dos conhecimentos geométricos por meio de um método que pudesse ao mesmo tempo motivar e auxiliar na compreensão, Clairaut encontrou na história o fio condutor para sua obra. Não o fez, entretanto, através da restituição detalhada das descobertas geométricas, mas por meio de um caminho – que poderia ter sido aquele percorrido pelos descobridores - que apresentasse essas descobertas como soluções encontradas pelos homens na tentativa de resolver os problemas que a eles se apresentarem. Por entender que os mais antigos problemas - como a própria origem da palavra geometria parece indicar - estavam relacionados à questão de medida de terras, escolheu esse tema como o elemento gerador das descobertas geométricas. Partindo de determinadas situações-problema envolvendo a noção de medida, e dos limites e dificuldades encontradas para resolvê-las, Clairaut vai aos poucos, em uma linguagem agradável, desenvolvendo as principais definições e propriedades geométricas. À medida que o estudo vai se aprofundando, a ligação com as questões práticas vai desaparecendo. (MIORIM, 1998, p.46).

5. A história vista como um instrumento de formalização de conceitos matemáticos ou História-Formalização.

Partidário deste ponto de vista, FERREIRA et alli (1992, p.32) diz que ao desenvolver o processo de conhecimento de um determinado conceito, o estudante passa a ter a necessidade de formalizá-lo. FERREIRA atribui à linguagem um papel importante no processo da formalização de conceitos. Diz ainda que o 'formal' de um conceito não deve ser visto como algo pronto e acabado e sim como um caminho a ser traçado para se chegar ao conceito. Para FERREIRA formalizar significa construir um conceito, obtendo assim uma aprendizagem significativa.

Outro partidário deste ponto de vista que podemos citar é MENDES por seu trabalho sobre atividades de redescoberta em história da matemática. Encarando a história como um instrumento que favorece a formalização de conceitos matemáticos pelo aluno, MENDES (2001, p.12) argumenta que "quando as informações históricas são interpretadas elas se incorporam à estrutura cognitiva dos alunos, conduzindo-os a um processo de elaboração mental que favorece a abstração dos conceitos matemáticos estudados".

6. A história vista como um instrumento que promove a constituição de um pensamento independente e crítico ou História-Dialética

Os partidários desse ponto de vista vêem a história como um instrumento do pensamento independente e crítico. Utilizam-na sob um enfoque heurístico, não dedutivista. Não se espera que o aluno tenha qualquer conhecimento anterior, mas somente uma maturidade matemática, que lhe permita reconstituir fatos da história que revelem tão somente aquilo que é estritamente indispensável para o andamento do jogo dialético das idéias. LAKATOS, citado por MIGUEL (1993, p. 99) apresenta como desafio o formalismo matemático através do enfoque heurístico que dá a história. Em sua tese ele faz uma reconstrução racional da história da conjectura a respeito da fórmula de Euler-Descartes ($V - A + F = 2$) para poliedros baseada no método de provas e refutações: O cenário é uma sala de aula imaginária com professor e alunos também imaginários (Alfa, Beta, Gama, etc.) interessados pelo problema real do estabelecimento de uma relação entre o número de vértices (V), o número de arestas (A) e o número de faces (F) dos poliedros. Assim sendo, surgem reformulações do conceito que está sendo estudado, aperfeiçoamento do conceito de poliedro, o conteúdo matemático vai ficando cada vez mais preciso e o conhecimento matemático vai sendo ampliado com a história das idéias. O objetivo é mostrar que esses conhecimentos surgem de acordo com o desenvolvimento lógico descrito no método da descoberta da matemática. Vale salientar que a todo o desenvolvimento mostrado nas reconstruções racionais, Lakatos, em paralelo, mostra os fatos históricos como supostamente ocorreram e os personagens reais (Descartes, Euler, Cauchy, etc.) envolvidos. É o que define como notas de rodapé.

7. A história é vista como um instrumento promotor de atitudes e valores ou História-Axiologia

Os partidários desse ponto de vista vêem a história como um instrumento metodológico que possibilita estimular nos estudantes o desenvolvimento de valores e atitudes positivas.

Normalmente, a matemática é exposta aos estudantes de modo a ocultar dos mesmos as convergências e/ou divergências dos resultados das experiências realizadas pelos antepassados.

Não há uma preocupação por parte do corpo docente, em mostrar o quão árduo, talvez, possa ter sido o caminho que grandes matemáticos trilharam na produção do conhecimento. E ademais, emoções, hesitações, erros, problemas sociais, políticos e econômicos, também foram vivenciados durante a busca do conhecimento por todos aqueles ditos gênios da humanidade. A história, ao propiciar ao aluno a tomada de consciência dos problemas, alegrias e tristezas, sucessos e insucessos vivenciados pelos matemáticos do passado no caminho de suas descobertas, lhe transmite força e persistência ante situações aflitivas ou difíceis.

A história revela o conhecimento matemático como resultado de um processo evolutivo. Esse é um dos cinco grupos de significados atribuídos por SOUTO (1997, p.357). Segundo SOUTO, alguns professores preocupam-se com a necessidade de mostrar aos alunos que a matemática não nasceu pronta e não foi inventada por uma única pessoa num momento determinado.

8. A história é vista como um instrumento que pode promover a aprendizagem significativa e compreensiva da matemática ou História-Significação

Acreditam os partidários dessa corrente, que a história é um instrumento que pode promover a aprendizagem significativa e compreensiva da matemática e pode esclarecer os conceitos e as teorias estudadas. A reconstrução teórica dessa história, respeitando-se uma ordem cronológica, proporcionará ao aluno oportunidade de dar significados a aprendizagem, evidenciando os obstáculos que surgiram na construção do conhecimento, percebendo erros, limites e possíveis hesitações dos antepassados. Falar em significados e compreensão requer levantamento e a discussão das razões para aceitação de certos fatos, raciocínios e procedimentos por parte do estudante. Estes questionamentos, segundo JONES (apud MIGUEL,1993, p.76) pertencem a três categorias: os porquês cronológicos que são as razões de natureza histórica, cultural, casual, convencional ou de outro tipo qualquer que estão na base de sua aceitação; os porquês lógicos que são as questões relativas à compreensão da natureza de um sistema axiomático ou o desejo de compatibilizarmos entre si duas ou mais afirmações não necessariamente compatíveis; os porquês pedagógicos que são os procedimentos operacionais utilizados em aula, que se justificam mais por razões de ordem mais pedagógica do que histórica ou lógica.

Para, JONES (apud MIGUEL 1993, p.78) "a história não só pode como deve ser o fio condutor que amarraria as explicações que poderiam ser dadas aos porquês pertencentes a qualquer uma das três categorias. É na defesa dessa possibilidade que se revela o poder da história para um ensino-aprendizagem da matemática baseado na compreensão e na significação."

FOSSA citado por MENDES (2001, p.33), também acredita que o uso da história pode promover uma aprendizagem significativa. Para ele são possíveis dois modos de uso da história: o uso ornamental e o uso ponderativo, sendo este último subdividido em uso episódico e uso novelesco. Para Fossa, o uso ornamental refere-se àquelas informações históricas que aparecem desvinculadas dos conceitos a serem estudados nos livros didáticos, pois se retirados dos mesmos, não farão falta. A biografia de matemáticos, por exemplo, não têm relação com o desenvolvimento histórico das idéias matemáticas que deveriam ser abordadas durante a aula. É no uso ponderativo da história que podemos encontrar significado na aprendizagem matemática. Cabe ao professor utilizar as informações históricas procurando estabelecer conexões com os aspectos construtivos dos conceitos matemáticos ligados a tais informações.

9. A história como um instrumento que possibilita o resgate da identidade cultural ou História-Cultura

Os partidários desse ponto de vista procuram resgatar, através da história da matemática, a identidade cultural de uma sociedade. O nome mais representativo desta concepção é Paulus GERDES, professor e pesquisador moçambicano citado em MIGUEL (1993, p.81). GERDES preocupou-se com o papel que a matemática desempenharia no sistema educacional moçambicano, após a extinção do regime colonial imposto a este país por Portugal, e muito contribui para que o uso da história no ensino pudesse ser enfocada sob um novo ponto de vista. No entanto, jamais referiu-se explicitamente à necessidade de uso da história no ensino.

Concordamos plenamente com a argumentação de Paulus Gerdes. No entanto, nossa atuação profissional se dá ao meio de grupos sociais distintos daqueles com que Paulo Gerdes trabalha tornando assim, ao nosso ver, inaplicável a concepção de uso da história subjacente em seus trabalhos.

Conclusão

Tendo sido apresentados e argumentados os diferentes pontos de vistas sobre a história da matemática como um recurso metodológico para as aulas de matemática, apresentaremos nossas considerações iniciais sobre o assunto.

Julgamos que nossa busca por um recurso metodológico para as nossas aulas de matemática é movida em grande parte pela necessidade que sentimos de fazer com que a matemática que ensinamos seja assimilada com significado e compreensão por parte do aluno. Ensinar com significado, através da história da matemática consiste em proporcionar ao aluno condições para que ele pense e compreenda o conteúdo que está sendo ministrado A reflexão sobre nossa própria prática pedagógica aliada aos argumentos aqui delineados nos levou a tal conclusão. Sendo assim nos sentimos inclinados a dedicar nos nossos estudos futuros ao exame detalhado da concepção que aqui se chamou de História-Significação e dos caminhos que deverão ser tomados para que tal concepção se realize na prática.

Por outro lado, entendemos o quão seria inovador e emocionante para o aluno, conhecer, por exemplo, as tragédias e as venturas dos matemáticos eminentes. Entendemos o quanto um problema histórico como os problemas babilônicos cujas soluções são dadas através da técnica de completar um quadrado geométrico contribuiria para obtermos melhores resultados e mais atenção às aulas de matemática por parte dos nossos alunos. Embora achemos que tais formas de trabalhar a história sejam necessárias mas não suficientes, pensamos que a concepção neste trabalho entitulada como História-Motivação merece também um exame mais detalhado nos nossos estudos futuros mesmo porque ela é, entre os professores de ensino fundamental, a concepção dominante.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

D'AMBRÓSIO U. História e Educação Matemática. In: Cadernos Cedes. Papirus, 1996.

D'AMBRÓSIO U. Educação Matemática: Da teoria à prática. Campinas: Papirus, 1996.

FERREIRA S. et alli . O curso da História da Matemática na formalização dos conceitos. In: Bolema, nº2, 1992.

MENDES, I. A . O uso da História no ensino da Matemática. Belém: EDUEPA, 2001.

MENDES, I. A . e FOSSA, J. A . O uso de tópicos Históricos da trigonometria como perspectiva metodológica no ensino de 2º grau. In: Anais – Encontro Luso Brasileiro de História da Matemática e Seminário de História da Matemática. São Paulo: 1997. pp. 223 – 227.

MIGUEL, A . Três estudos sobre História e Educação Matemática. Tese de doutorado . Faculdade de Educação. Unicamp. Campinas, 1993.

MIGUEL,A. As potencialidades pedagógicas da história em questão: argumentos reforçadores e questionadores. In: Anais – Seminário de história da matemática, 1995.

MIORIM, M. A . Introdução à história da educação matemática. São Paulo: Atual,1998.

SOUTO, R.M. A . O valor didático da história da matemática: um estudo sobre o seu significado entre professores do ensino fundamental. In: Anais- Encontro Luso – Brasileiro de História da Matemática e Seminário Nacional de História da Matemática. São Paulo:1997. pp.355 - 360.

UM AMBIENTE DE APRENDIZAGEM COM VISTAS AO APRENDER-ENSINAR GEOMETRIA PELA INTERNET

Marcelo Almeida Bairral
Orientador: Dr Joaquim Giménez, Universidade de Barcelona UFRuralRJ

O objetivo desta apresentação é divulgar e aprofundar discussões sobre os pressupostos teórico-metodológicos do projeto de doutoramento do autor.

Apresentação

Um grande desafio da pesquisa sobre a prática pedagógica é a relação teoria-prática e a análise do trabalho de formação de um professor leitor crítico e reflexivo nas práticas de auto-formação como aspectos do desenvolvimento profissional (André, 1998). No Brasil, embora a necessidade de um trabalho de formação específica do professor para atuar no Ensino Médio em Matemática tenha sido ressaltada, por exemplo, em D'Ambrósio (1999) e, com a implantação dos Parâmetros (1997, 1998) e Diretrizes Curriculares (1999) pelo Ministério da Educação, a necessidade trabalhos de pesquisa em Educação Matemática que analisem o desenvolvimento profissional docente (Ponte 1994), o papel do conhecimento profissional do professor (Llinares, 1998; Santos, 1996; Giménez, 1998) nos processos de formação e analisar a evolução do saber docente dos professores em matemática (Fiorentini, Nacarato e Pinto, 1999) é incontestável. As poucas atuações sobre o desenvolvimento profissional do professor em matemática estão utilizando processos presenciais, geralmente muito custosos, como o Pró-Ciências/Matemática (CAPES-FAPs). As experiências de formação `a distância (que possibilitam a redução de custos tanto para o professor quanto para as instituições formadoras) estão sendo heterogêneas(http://teleduc@penta.ufrgs.br/edu/telelab/teclec/estrela.htm; http://www.igce.unesp.br/igce/pgem/gpimem) e poucas delas no Brasil envolvem a formação continuada de professores em geometria.

Atualmente, na pesquisa em tecnologia educacional as maiores preocupações estão centradas em elaborar e analisar ambientes de aprendizagem construtivista (Jonassen e Rahrer-Murphy, 1999) e interativos (Clunie, Campos e da Rocha 1996; Guadamuz, 1997), verificar o papel do uso da tecnologia no ensino (Borba, 1997, 1999; Magina, 1998), e analisar os elementos colaborativos em geral. Estes estudos não estão privilegiando os processos de análise sobre os avanços cognitivos na formação continuada de professores de matemática. Neste sentido, penso que ampliar as pesquisas sobre as influências do uso do computador como instrumento de mediação (professor-professor, professor-computador) na construção de conhecimentos didáticos (Fagundes e Basso, 1997) e na qualidade de artefato semiótico, irá trazer uma contribuição singular no estabelecimento de um ambiente para o conhecimento profissional na formação continuada em matemática através da Internet, como trabalhado com alunos em Gerber (1998).

O ensino da Geometria, embora seja um dos ramos mais antigos, tem voltado para técnicas ultrapassadas (Imenes e Lellis, 1994) e, todavia, é deficiente ou pouco aprofundado no currículo de matemática no Ensino Fundamental (Fonseca et al., 2001). Daí, tem despertado em mim um grande interesse uma vez que em meu cotidiano profissional, em cursos de formação inicial/continuada e participando em eventos diversos, encontros regionais, nacionais e internacionais, tenho percebido a insegurança e medo de professores e licenciandos em matemática quando são colocados em situação de ensino em geometria. As pesquisas na área focalizaram-se em três pontos: (a) o estabelecimento de níveis de aprendizagem, (b) o uso do computador no ensino e, bem recentemente, (c) o desenvolvimento cognitivo dos professores num processo de utilização das novas tecnologias em situações presenciais.

Devido a deficiência de pesquisa integradora no Brasil dos aspectos anteriormente mencionados considerei que era importante acompanhar experiências singulares de pesquisa-ação que contemplam nos últimos anos a síntese bem elaborada dos quatro âmbitos do meu interesse: ***desenvolvimento profissional*** docente; ***conhecimento profissional do professor***, ***formação `a distância*** utilizando a Internet e a criação de ***ambientes construtivistas de aprendizagem*** em geometria para 3º e 4º ciclos do Ensino Fundamental.

Definição e delimitação do objeto de estudo

Com as transformações sociais impostas pela sociedade, o grande avanço da tecnologia e a repercussão desta nos meios educacionais, novas formas de ensinar e de aprender deverão ser reavaliadas, já que o professor, elemento fundamental no processo ensino-aprendizagem, necessitará de um constante aperfeiçoamento profissional e atualização, garantindo assim a qualidade da ação educativa. O docente, como *educador matemático*, é um profissional que deve constantemente aprender a aprender e refletir sobre os objetivos, conteúdos e métodos no currículo de matemática (D'Ambrósio, 1996). A *formação continuada*, enquanto dever do Estado (LDB, art.13, inciso II) deve propiciar ao professor o uso de ferramentas para enfrentar situações de aprendizagem novas de tipos diferentes. Uma dessas ferramentas é *o desafio tecnológico,* que deve contribuir, entre outros aspetos, para a transformação da escola pública atual.

Na ótica da formação pessoal ou do desenvolvimento profissional, Magdalena e Messa (1998) ressaltam que atualmente o professor precisa (1) desenvolver suas capacidades de intuir, imaginar, levantar hipóteses, refletir, analisar, organizar e selecionar, para uma tomada de decisão consciente; (2) desenvolver talentos que possibilitem novas formas autônomas de criação, comunicação e expressão nas ciências, artes e técnicas; (3) desenvolver atitudes de solidariedade, cooperação e reciprocidade, contribuindo para o aumento da consciência social e, (4) aprender a entregar-se com alegria à aventura de soltar a imaginação e a inteligência para criar e construir o novo, e estar sempre disposto a reconstruir, na medida em que entende a relatividade do produzido. Daí, surge a necessidade de analisar as relações entre Tutoria `a Distância e Desenvolvimento Profissional em Geometria.

A capacitação do professor para o exercício da sua atividade profissional é um processo que envolve múltiplas etapas e que, em última análise, está sempre incompleto. O desenvolvimento profissional permanente é uma necessidade incontornável mas não deve ser visto como uma mera fatalidade. Pelo contrário, deve ser encarado de modo positivo, pois a finalidade do desenvolvimento profissional é tornar os professores cada vez mais aptos a conduzir um ensino de Matemática adaptado às necessidades e interesses de cada aluno e a contribuir para a melhoria das instituições educativas, realizando-se pessoal e profissionalmente. O desenvolvimento profissional ao longo de toda a carreira é, hoje em dia, um aspecto marcante da profissão docente (Ponte, 1994). O desenvolvimento profissional e a formação de professores deve levar em consideração alguns elementos estratégicos (Giménez, 1998): (a) assumir um plano produtivo com um conjunto de medidas estratégicas, (b) avaliação do desenvolvimento e de sua qualidade e, (c) capacidade de re-elaboração.

Numa formação docente quatro dimensões devem ser privilegiadas: a cognitiva, o ambiente de estudo, a comunicativa e a emotiva (Giménez, 1998). Neste sentido, torna-se imprescindível analisar as (tele)interações dos professores num processo de saber-fazer e fazer-saber Matemática (D'Ambrósio, 1994). Neste sentido, pesquisas em Educação Matemática ressaltam a importância dos conceitos geométricos: para a formação integral do aluno, promover mudanças qualitativas no processo ensino-aprendizagem de matemática, superar a insegurança do professor e subsidiar sua prática pedagógica. Nesta perspectiva, meu estudo buscará verificar e analisar de que forma as interações à distância mediadas por computador e as novas tecnologias da comunicação contribuem para o

desenvolvimento profissional do professor de matemática, particularmente, no processo ensino-aprendizagem de geometria. Especificamente, pretende-se os seguintes objetivos:

- Preparar, experimentar e avaliar uma WEB-formação `a distância em geometria para professores de escolas públicas que atuam no 3º e 4º ciclos do Ensino Fundamental.
- Refletir e propor um desenho interpretativo das interações dos professores que acontecem `a distância. Quais as componentes estruturadoras, dinamizadoras, formalizadoras que se desenvolvem?
- Analisar o processo de desenvolvimento do pensamento docente crítico em geometria.
- Propor e reconhecer mudanças no conteúdo profissional em geometria para a formação continuada `a distância. Concretamente, analisar qual é a relação entre o desenvolvimento interacional e a mudança de conteúdos profissionais geométricos-estratégicos-atitudinais do professor: Quais são as componentes do conteúdo profissional mobilizadas nos processos de formação geométrica à distância por Internet?

Metodologia

O trabalho de campo foi realizado com professores do Ensino Fundamental (3º e 4º ciclos). Para isso, na perspectiva da comunicação docente (Bairral, 2001) e da análise semântica do discurso (van Dijk, 2000) elaboramos uma WEB-formação (Bairral, Giménez e Togashi, 2001) em Geometria e implementamos (Bairral, Giménez e Togashi, 2000) com um grupo de professores de matemática em exercício.

Para a coleta de dados, utilizamos como forma de interação em tempo diferido o *e-mail* (correio eletrônico) e a lista de discussão e, como forma de interação em tempo real, o chat e as mensagens do ICQ. Enquanto o e-mail permite um contato mais personificado, a lista de discussão é uma ferramenta comunicativa à qual todos poderão acessar, ver o que está sendo discutido e participar da discussão. Assim, as atividades desenvolvidas pelo professor-aluno são enviadas por e-mail paro o professor-investigador e algumas também são enviadas para a lista de discussão, para que possamos enriquecer e aprofundar aspectos relevantes da temática da sessão. Considerando também que a comunicação em tempo real permite a elaboração conjunta de uma linha de pensamento e de um trabalho docente colaborativo, são realizados três *chats* obrigatórios de aproximadamente 40 minutos cada embora, de acordo com o interesse do grupo, combinamos *chats* opcionais. Os professores podem se comunicar também entre si, em tempo real ou diferido, contando ainda com o auxiliar em informática para resolver qualquer problema técnico que se apresente. Além das informações em tempo real e diferido sobre cada professor no desenvolvimento do curso, o formador-pesquisador também dispõe de um diário de campo.

Através de um estudo de caso com dois professores que realizaram o curso, a análise está centrada em **(1)** identificar influências da WEB no desenvolvimento profissional dos professores; **(2)** verificar e analisar as componentes (geométrica, estratégico-interpretativa e afetivo-atitudinal) do conteúdo profissional dos professores que foram desenvolvidas; **(3)** explicitar ações de docentes de criticidade (Smyth, 1991) e **(4)** exemplificar aspectos do desenvolvimento do pensamento crítico (Kuhn, 1999) docente ao confrontar situações geométricas.

Bibliografia

ABRAMOVICH, S. e BROWN, G. (1996) Integrating Problem Solving, Technology, and the Experience of Mathematical Discovery in Teacher Education. *Journal of Computers in Mathematics and Science Teaching*. VA(USA). AACE, 15(4):323-338.
ANDRÉ, M.E.D.A. (1998) Desafios da Pesquisa Sobre a Prática Pedagógica. In *Anais II(1/1) do IX ENDIPE*. Águas de Lindóia/SP, p. 257-266.
BAIRRAL, M.A. e FRANT, J.B. (1999) Ampliação e redução de segmentos: semelhança na 6ª e na 7ª séries. *Pátio Revista Pedagógica*. Porto Alegre, n. 8, p.34-37.
BAIRRAL, M. A.; GIMÉNEZ, J. & TOGASHI, E. (2001) Desenvolvimento profissional docente baseado na WEB: perspectivas para a Educação Geométrica. Rio de Janeiro, *Boletim GEPEM* nº 39, p.25-36.
BAIRRAL, M. A.; GIMÉNEZ, J. & TOGASHI, E. (2000) *Geometria para 3º e 4º ciclos*. Seropédica: UFRuralRJ http://www.ufrrj.br/institutos/ie/geometria/
BAIRRAL, M. A. (2001) Comunicação Docente: Perspectivas para o Desenvolvimento Profissional pela Internet. *Pátio Revista Pedagógica*. Porto Alegre, n. 18, p.37-39, ago./out.
BAIRRAL, M.A. (1998) Semelhança na 7ª série: algumas dificuldades. *Boletim GEPEM*, Rio de Janeiro, nº 34, p. 35-64.
BAIRRAL, M.A. (1996) Buscando Semelhanças Encontramos Mais Do Que Meras Coincidências. Rio de Janeiro: MEM/USU. Dissertação de Mestrado em Educação Matemática.
BORBA, M.C. (1999) Tecnologias Informáticas na Educação Matemática e Reorganização do Pensamento. In BICUDO, M.A.V. *Pesquisa em Educação Matemática: Concepções e Perspectivas*. Rio Claro/SP: Ed. UNESP, p. 285-295.
BORBA, M.C. (1997) (Ed.) et al. *The Role of Technology in the Mathematics Classroom*. Rio Claro: UNESP.
CLUNIE, G., CAMPOS, G.H.B. e ROCHA, A.R. (1996) Ambientes de Aprendizagem e Hipertecnologias: uma relação promissora. Rio de Janeiro: UFRJ/COPPE-Sistemas, março. Relatório de Pesquisa.
D'AMBRÓSIO, U. (1999) Entrevista concedida para *A Educação Matemática em Revista*, n. 7, p.5-10.
D'AMBRÓSIO, U. (1996) *Educação Matemática: da teoria à prática*. Campinas: Papirus.
D'AMBRÓSIO, U. (1994) A matemática e seu entorno sócio-cultural. *In Memorias del Primer Congreso Iberoamericano de Educacion Matemática(42). Sevilla, p. 76-79, setembro.*
FAGUNDES, L.C. e BASSO, M. (1997) Informática educativa e Comunidades de aprendizagem. *In* Azevedo, J.C. e outros (Org.) Identidade social e construção do conhecimento. Porto Alegre: PMPA-SMED.
FIORENTINI, D.; NACARATO, A.M. & PINTO, R.A. (1999) Saberes da experiencia docente em matemática e educação continuada. En *Quadrante*, v. 8, p.33-59.
FONSECA, M. da C. et al. (2001) *O Ensino de Geometria na Escola Fundamental. Três questões para a formação do professor dos ciclos iniciais*. Belo Horizonte: Autêntica.
FORTUNY,J.M. e GIMENEZ, J. (1998)Teletutorización Interactiva en Matemáticas para Asistencia Hospitalaria. Projecte TIMAH . PIE-Barcelona.
FUSARI, M. F. de R. Comunicação, Mídias e Aulas de Professores em Formação: Novas Pesquisas? In *Anais II(1/1) do IX ENDIPE*. Águas de Lindóia/SP, p. 238-256, 1998
GERBER, S. (1998) et al. Using the Internet to learn Mathematics. *Journal of Computers in Mathematics and Science Teaching*. VA. (USA). AACE, 17(2/3): 113-132.
GIMENEZ, J. & FORTUNY, J.M. (1999) Téleintéractions et mathématiques à distance. Un traitement de l'hetérogénéité in A. Ahmed (ed) *Proc CIEAEM Chichester.*
GIMENEZ, J. (1998) *Psicopedagogía de las Matemáticas. Una experiencia de formación a distancia*. Universidade de Logroño.
GIMENEZ, J. (1997) *Hacia una constante formación en matemáticas para 12-18 Qué hacemos?* Santiago: Univ. La Serena.
GUADAMUZ, L. (1997) Tecnologias Interativas no ensino à distância. *Tecnologia Educacional*. Rio de Janeiro. 25(139): 27-31.

HUMMEL, H.G.K. & SMIT, H. (1996) Higher Mathematics Education at a Distance :The Use of Computers at the Open University of the Netherlands. *Journal of Computers in Mathematics and Science Teaching* (USA), AACE,15(3): 249-65.
IMENES, L.M. e LELLIS, M.C. (1994) O Currículo Tradicional e a Educação Matemática. *A Educação Matemática em Revista*. Blumenau, n° 2, p.5-12.
KUHN, D. (1999) A developmental model of critical thinking. *Educational Researcher* 28(2), 16-26.
LLINARES, S. (1998) Conocimiento Profesional del Profesor de Matemática y Procesos de Formación. *Uno*, n. 17, p. 51-63.
MAGDALENA, B.C. e MESSA, M.R.P. (1998) Educação 'a Distância e Internet em Sala de Aula. *Revista Brasileira de Informática na Educação*. Florianópolis, n.2, p.25-34, abril.
MAGINA, S. (1998) Computador e o Ensino da Matemática. *Tecnologia Educacional*. Rio de Janeiro, n. 140, v. 26, p. 41-45
PONTE, J. P. da (1994) Mathematics Teachers Professional Knowledge. In *Proceedings of the Eighteenth International Conference for the Psychology of Mathematics Education (PME)*. Lisboa, v. 1, p. 195-210.
SANTOS, V.M.P. (Coord.) (1996) et al. A Pesquisa e a Formação Inicial e Continuada de Professores de Matemática. In *Anais do I Seminário de Pesquisa em Educação Matemática do Rio de Janeiro*. Nova Friburgo, SBEM-RJ/FAPERJ, p. 41-55.
SMYTH, J. (1991) Una pedagogía crítica de la práctica en el aula. *Revista de Educación* n. 294, p. 275-300.
VALENTE, J.A.(Org.) (1993) *Computadores e conhecimento: repensando a educação*. Campinas: Gráfica Unicamp.
van DIJK, T. (comp.) (2000) *El discurso como estructura y proceso*. Barcelona: Gedisa.
VYGOTSKY, L. (1987) Thinking and speech. In *R. Rieber & A. Cartoon (Eds.) The collected works of L. S. Vygotsky (v. 1)*. New York: Penum Press.
WIBURG, K.M. (1997) The Dance of Change: Integrating Technology in Classrooms. *Computers in the Schools*.The Haworth Press.(USA).13(1/2),155-169.
WRIGHT, P.W. (1997) Exploiting Technology in the Mathematics Classrooms. *Computers in the Schools*. New York,The Haworth Press.(USA).13(1/2), 155-169.

Endereço para correspondência

Prof. Marcelo Almeida Bairral
Universidade Federal Rural do Rio de Janeiro
Instituto de Educação – Departamento de Teoria e Planejamento de Ensino
BR 465 km 7
23851-970 Seropédica-RJ
Tel. (0xx21) 2682-1841
mbairral@ufrrj.br

DEFINIÇÃO DE QUADRILÁTERO: ENTENDIMENTO DE UM GRUPO DE PROFESSORES

Marcia Maioli
Dr. Saddo Ag Almouloud
Pontifícia Universidade Católica de São Paulo

Estamos realizando, como aluna do Programa de Mestrado em Educação Matemática da PUC/SP, uma pesquisa cujo tema é formação de professores.

Inúmeras são as pesquisas que apontam problemas com a formação de professores. ALMOULOUD e MELLO (2000), destacam :

. os cursos de formação inicial de professores – tanto os cursos de magistério como os de licenciatura – continuam não dando conta de discutir com seus alunos uma proposta mais eficiente para o ensino de geometria;
. também as modalidades de formação continuada, postas em ação nos últimos anos, basicamente na forma de cursos de reciclagem, não têm atingido, igualmente, o objetivo de mudar a prática na sala de aula em relação ao ensino de geometria.

Podemos ler nos Parâmetros Curriculares Nacionais do Terceiro e Quarto Ciclos do Ensino Fundamental (p. 21): "A formação dos professores, por exemplo, tanto a inicial quanto a continuada, pouco tem contribuído para qualificá-los para o exercício da docência..."

Considerando a matemática, a situação parece se agravar quando o assunto é geometria. LORENZATO (1995), afirma que "muitos professores não detêm os conhecimentos geométricos necessários para realização de suas práticas pedagógicas". Mais adiante o mesmo autor declara: "Presentemente, está estabelecido um círculo vicioso: a geração que não estudou Geometria não sabe como ensiná-la." Afirma também que "é preciso um amplo e contínuo esforço de diferentes áreas educacionais para que mudanças se efetivem no atual quadro do ensino da Geometria escolar."

Para o desenvolvimento da pesquisa, constituímos em maio de 2001, um grupo formado pela investigadora, mais dez professores do ensino fundamental e médio no Paraná. Aplicamos e discutimos de uma série de atividades relacionadas à geometria, com enfoque em quadriláteros. O grupo se reuniu aos sábados à tarde durante dois meses e meio.

Os objetivos gerais da pesquisa são: investigar as concepções do grupo a respeito de alguns conceitos geométricos; investigar os efeitos (os comentários, as opiniões, os avanços) que a seqüência de atividades provoca no grupo de professores; averiguar as expectativas do grupo em relação a projetos de formação continuada. Pretendemos que estes dados venham servir como referência a um futuro projeto de formação de professores.

Apresentamos aqui, uma das atividades discutidas com o grupo.

O objetivo específico desta atividade é provocar discussões sobre o papel de uma definição, de forma a responder à questão: qual o entendimento que este grupo de professores tem em relação à definição de um objeto matemático?

Procedimentos

Solicitamos anteriormente, que os professores trouxessem para este encontro os livros didáticos, por eles adotados em suas escolas. Por apresentarem definições diferentes, levamos os livros dos autores SCIPIONE(1995) e IEZZI (1992) .

Para facilitar as discussões, formamos uma única equipe com os professores presentes. A atividade impressa foi entregue a cada um deles. A sessão foi gravada em fita de vídeo, o que permitiu à investigadora participar das discussões sem preocupação com anotações, contribuindo para que o grupo vivenciasse as situações de ação, formulação, validação e institucionalização propostas por BROUSSEAU.

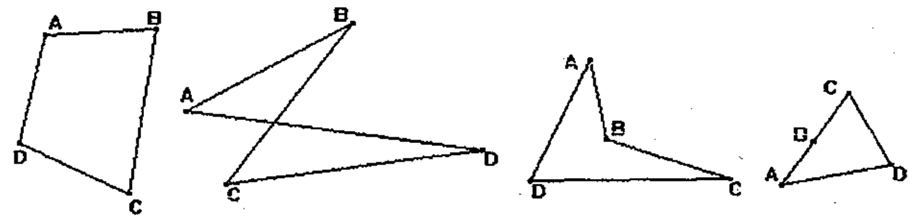
As fitas foram transcritas, as discussões analisadas de forma qualitativa de modo que procuramos associar as falas dos professores aos níveis de compreensão do raciocínio geométrico propostos por VAN HIELE: básico, análise, dedução informal, dedução e rigor.
Criamos um código composto por duas letras para identificar as falas de cada professor, sendo as falas da investigadora, identificadas pela letra I.

A atividade propõe uma comparação entre definições de quadrilátero consideradas por diversos autores e uma reflexão sobre as características de uma definição. Apresenta depois, uma definição e solicita que se identifique, dentre uma série de desenhos, aqueles que representam quadriláteros.

Antes de iniciar a atividade, solicitamos aos professores que nos dissessem o que é, para eles, um quadrilátero. A resposta veio imediatamente:
OA: É uma figura que tem quatro lados.
IZ: E quatro ângulos iguais.
DE: Nem sempre!

A atividade

1) Temos sobre a mesa, livros de diversos autores.
Verifique como cada autor define quadrilátero.
2) Que características você acha que deve ter a definição de um conceito?
3) Considerando a definição: "Dados quatro pontos A, B, C e D, não colineares três a três, a reunião dos segmentos $\overline{AB},\overline{BC},\overline{CD}$ *e* $\overline{DA}$ *chama-se quadrilátero ABCD", assinalar dentre as figuras abaixo, aquelas que representam quadriláteros:*



i *ii* *iii* *iv*

As discussões

Encontramos, nos livros que levamos as seguintes definições:
i) *Região do plano determinada por quatro segmentos de tal modo que um deles sempre encontra dois outros e não mais que dois.*

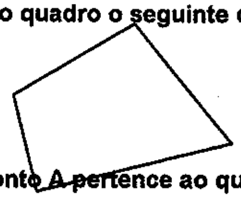
ii) *Sejam A, B, C e D quatro pontos de um mesmo plano, todos distintos e três a três deles não colineares. Se os segmentos* $\overline{AB},\overline{BC},\overline{CD}$ *e* $\overline{DA}$ *interceptam-se apenas nas extremidades, a reunião desses quatro segmentos é um quadrilátero.*

iii) *Quadrilátero é um polígono de quatro lados.*

iv) *Quadrilátero é um polígono convexo de quatro lados.*

I: Dentre estas definições, vamos considerar as duas primeiras. Existe alguma diferença entre elas?
OA: Acho que não!
IM: Também acho que não!

Esboçamos no quadro o seguinte desenho: . A



Questionamos se o ponto A pertence ao quadrilátero definido em (ii).

OA: Ele está contido na área, mas no quadrilátero não!

Todos concordam.

I: E ao quadrilátero definido em (i)?
EO: Região!
OA: O quadrilátero da definição (ii), fica ... digamos ... aberto. É ... tem diferença!
SE: Isso eu queria entender: definições diferentes!
IZ: É uma questão de nível, a definição (i) é para quinta serie, esse outro é para o segundo ou terceiro grau.
SE: É questão de passar mais informações para ficar uma coisa mais concreta. Uma você vê só ali, a outra você já você já começa a analisar mais coisas.
OA: Olha esse (com um livro na mão): ele começa falar para pegar quatro varetas de tamanhos diferentes. Se for assim, quadrilátero é o da definição (ii), mas depois o autor dá a idéia de que é a região, ... subentende-se!
I: Ao optarmos por uma definição, precisamos ter em mente aquilo que queremos explorar futuramente e ficarmos alertas para sermos coerentes com ela.

Quanto às características de uma definição observamos os seguintes comentários:

OA: A definição tem que ser uma coisa clara, se o aluno lê, ele consegue interpretar, visualizar.
EO: Não pode ser uma coisa tão difícil que não deixasse dúvidas, se for muito difícil, ele não saberá nem questionar.
AS: A partir do momento que ele tem dúvidas, é sinal que ele já sabe alguma coisa, se ele não tem dúvidas pode ser que ele não entendeu nada.
OA: Não pode se uma coisa muito completa, tudo pronto, mas alguma coisa que desse uma base para ele começar ter condições de visualizar as coisas.

No decorrer do projeto de pesquisa, pretendemos estudar propriedades dos quadriláteros, referentes a ângulos internos, diagonais, paralelismo e congruência entre lados opostos. Questionamos qual seria o valor da soma dos ângulos internos da figura representada na *fig. a* . De imediato, todos concordam que a soma vale 360 graus, pois a figura pode ser decomposta em dois triângulos. O Professor CI tem duvidas quanto à justificativa. Vejamos uma parte da discussão:

CI: Se eu considerar isso como dois triângulos, estou criando um quinto vértice!
I: Vamos pensar: o que é ângulo interno aqui?

Todos concordam que os ângulos internos são os que estão assinalados na figura abaixo:

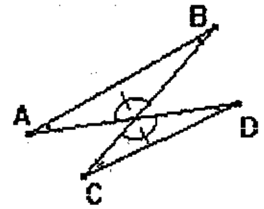


fig. a

I: Temos então, seis ângulos internos?
CI: Sim! Quatro lados e seis ângulos internos. (Pela expressão, pudemos notar que o professor estava admirado com esse resultado).
I: O que é um ângulo interno?
OA: É o ângulo formado na parte interna da figura.
I: Formado por dois lados consecutivos. Este ângulo (apontei na figura um dos ângulos formados por $\overline{AD}$ e $\overline{BC}$) é formado por quais segmentos?
P: $\overline{AD}$ e $\overline{BC}$.
OA: Não são consecutivos!
I: Se ângulo interno é formado por lados consecutivos, este ângulo não é interno.
OA: Vai ser o quê?
EO: Se falar que isso é quadrilátero, vai confundir a cabeça!
SE: Desde o começo estou achando isso, é melhor não falar!
OA: E se tiver no livro e o aluno perguntar?
I: Você tem que saber argumentar justificando porque você não a considera como quadrilátero. Por exemplo, ela tem propriedades interessantes? Quem são suas diagonais?
CI: Ela fica sem diagonal porque o triângulo não tem diagonal!
I: O que é diagonal?
P: É o segmento que une um vértice a outro não consecutivo.
OA: Posso unir A com C e B com D.
CI: Mudou tudo! As diagonais passam a ser lados e os lados, diagonais!
EO: Nossa! A idéia que temos é que a diagonal é dentro!
CI: É o conceito que eu tenho de diagonal: sempre é interna.
OA: Sinceramente: se você pedisse para marcar os ângulos internos, eu, com certeza, marcaria aqueles dois! Na hora! Sem discutir!
CI: Aí vem a filosofia: nada está pronto, nada está terminado. Tudo tem um questionamento. Por exemplo, nesta questão, eu nunca tinha pensado!

Considerações finais

Notamos pela resposta imediata do professor OA, que não houve a preocupação com a ambigüidade da definição por ele apresentada. Podemos notar também que, para a professora IZ, um quadrilátero deve ter os quatro ângulos congruentes.

O grupo se mostrou surpreso com a diversidade de definições, o que nos leva a crer que, estes professores não haviam se dado conta que têm autonomia para decidir com qual definição pretendem trabalhar.

O fato de optar por uma definição, acarreta a grande responsabilidade de ser coerente com ela durante todo o estudo a que se propõe. O professor precisa estar preparado para arcar com esta responsabilidade. Um dos objetivos propostos pelos PCN é tornar o aluno um cidadão autônomo. Como o professor pode direcionar seu aluno a atingir este objetivo se ele não se da conta de situações, em que ele mesmo tem condições de exercer sua própria autonomia?

Os comentários observados sugerem que não está claro, para este grupo de professores, qual é o papel de uma definição.

Compreender as funções de termos sem definição, dos axiomas e das definições é uma característica do sujeito que se encontra no quarto nível de compreensão de Van Hiele. É neste nível que o sujeito é capaz de construir demonstrações e considerá-las como única forma de verificar a veracidade de uma afirmação. Constatamos que este grupo não tem um raciocino correspondente a este nível de compreensão.

Além das dificuldades específicas da geometria, pudemos perceber também algumas inseguranças do professor, por exemplo, em relação ao livro didático, o professor não sabe o que fazer se a sua opção for diferente da do autor do livro.

Bibliografia

ALMOULOUD, Saddo Ag.; MELLO, Elizabeth Gervazoni S. Iniciação à demonstração aprendendo conceitos geométricos. *Anped (*23.: 2000: Caxambu, MG).Anais. Rio de Janeiro, 2000.

CROWLEY, Mary L. O modelo Van Hiele de desenvolvimento do pensamento geométrico. In: LINDQUIST, Mary Montgomery; SHULTE, Albert P. (Org). *Aprendendo e ensinando geometria.* Trad. Hygino H. Domingues. São Paulo: Atual, 1996.

GUELLI, Oscar. *Coleção Matemática uma aventura do pensamento.* São Paulo: Ática, 2001.

GRASSESCHI, Maria Cecília C.; ANDRETTA, Maria Capucho; SILVA, Aparecida Borges dos Santos. *Coleção Promat: projeto oficina de matemática.* São Paulo: FTD, 1999.

HERSHKOWITZ, Rina; BRUCKHEIMER, Maxim; VINNER, Shlomo. Atividades com professores baseadas em pesquisa cognitiva. In: LINDQUIST, Mary Montgomery; SHULTE, Albert P. (Org). *Aprendendo e ensinando geometria.* Trad. Hygino H. Domingues. São Paulo: Atual, 1996.

IEZZI, Gelson; DOLCE, Osvaldo; POMPEO, José Nicolau. *Fundamentos de Matemática Elementar.* Sao Paulo: Atual, 1985.

LORENZATO, S. Por que não ensinar Geometria? *Educação em Revista* , Rio de Janeiro, n. 4, p. 4 –13, 1995.

MEC. Parâmetros Curriculares Nacionais – Matemática – 5ª a 8ª séries. Brasília: 1998.

NASSER, Lílian. Níveis de Van Hiele: Uma explicação definitiva para as dificuldades em geometria? *Boletim GEPEM,* Rio de Janeiro, n. 29, p. 31-35, 1991.

NASSER, Lílian e SANT'ANA, Neide P. *Geometria segundo a teoria de Van Hiele.* Rio de Janeiro:Projeto Fundão, IM/UFRJ, 1998.

PASTOR, Adela Jaime; RODRIGUEZ, Angel Gutiérrez. Una propuesta de fundamentacion para la enseñanza de la geometria: el modelo de Van Hiele. In: CISCAR, Salvador L; GARCÍA, Maria V. Sanches. Teoria y practica em educacion matemática. Sevila: Ediciones Alfar, 1990

SCIPIONE. *Coleção Matemática Scipione, conceitos e historias.* São Paulo: Scipione, 1995.

OS DISCURSOS DE AUTORES DE TEXTOS MATEMÁTICOS NO ENSINO/APRENDIZAGEM DE FUNÇÕES: UM ESTUDO DE SUAS INFLUÊNCIAS

Mestranda: Maria Alice Veiga Ferreira de Souza
Orientadora: Lígia Arantes Sad
Universidade Federal do Espírito Santo

Os alunos de Ensino Fundamental e Médio ainda apresentam baixos índices de compreensão dos significados dos objetos matemáticos. Isso tem incentivado algumas pesquisas, em Educação Matemática, sobre os possíveis fatores que originam esse fracasso. Uma delas é a de Rêgo (2000) que, com base no Construtivismo, realizou uma intervenção junto aos alunos que apresentaram baixa compreensão dos significados de funções, tendo constatado que a intervenção dita Tradicional, comparada com a Construtivista, é falha e que os problemas acabam por arrastar fracassos para o Ensino Superior. Segundo essa estudiosa, dos 1287 alunos matriculados em Cálculo Diferencial e Integral I, nos dois períodos letivos de 1997 e no primeiro de 1998, dos cursos de Engenharia, Arquitetura, Licenciatura em Matemática e Licenciatura em Física da Universidade Federal da Paraíba, 792 foram reprovados por média ou abandonaram a disciplina, o que corresponde a 61,5% do total. Essa disciplina geralmente compõe o primeiro período letivo da estrutura curricular de alguns cursos superiores e é pré-requisito para muitas outras.

Nesse sentido, pesquisamos as ementas de disciplinas de cinco cursos de graduação da Universidade Federal do Espírito Santo, vigentes para o período letivo 2001/2 a fim de verificar a necessidade e abrangência do estudo de funções. Constatamos, então, que esse estudo se faz importante em disciplinas como Cálculo Diferencial e Integral, Álgebra Linear, Probabilidade e Estatística, Geometria Analítica, Análise, Geometria não-Euclidiana, Física, Matemática Financeira e muitas outras. A tabela a seguir esboça os cursos superiores pesquisados e algumas das disciplinas que necessitam de funções e que integram tais cursos.

Disciplinas Cursos	**Cálculo** Diferencial e Integral	**Álgebra Linear**	**Análise**	**Probabilidade e Estatística**	**Álgebra/ Aritmética**	**Matemática Financeira**	**Geometria Analítica**
Engenharia							
Matemática							
Física							
Química							
Arquitetura							

Disciplina que integra o curso. **Disciplina que não integra o curso**

Percebemos, portanto, que a compreensão de função é relevante para muitos cursos de graduação, em diferentes disciplinas do ensino superior. Entretanto, seu estudo não se inicia

nesse nível de escolaridade, e sim, no final da oitava série do Ensino Fundamental ou, geralmente, na primeira série do Ensino Médio, o mais tardar, dependendo da grade curricular, que varia de escola para escola.
Não podemos comprovar que o início do estudo de funções se dê nas séries anteriormente citadas, pois a oficialidade dos conteúdos mínimos a serem ministrados no Ensino Médio, ditados pelos órgãos educacionais competentes, foi extinta em 1998, e foram elaboradas as Diretrizes Curriculares Nacionais para o Ensino Médio – DCNEM, que não contêm mais uma listagem de conteúdo mínimo. No ano seguinte, a Secretaria de Educação Média e Tecnológica do Ministério da Educação divulgou os Parâmetros Curriculares Nacionais para o Ensino Médio – PCNEM, subjugado às DCNEM. Essa inovação no meio educacional, bem como outras, por exemplo, o Exame Nacional do Ensino Médio – ENEM, vêm modificar toda uma concepção antiga a respeito da formação e educação geral do educando. Entretanto, como dissemos, nem as DCNEM e nem os PCNEM apresentam uma listagem de conteúdos para o Ensino Médio. O que encontramos nos PCNEM (2001, p.43) são sugestões quanto à escolha de temas que venham a compor a parte do currículo flexível, a ser organizado nas unidades escolares, devendo atender às necessidades e interesses da comunidade local em que esta unidade esteja inserida. Indicam que os elementos essenciais de um núcleo comum devem compor uma série de temas ou tópicos em Matemática escolhidos a partir de critérios, como o da contextualização e o da interdisciplinaridade, além da observância da importância cultural do tema e aplicações dentro e/ou fora da Matemática.
Um primeiro exemplo disso pode ser observado com relação às funções. O ensino isolado desse tema não permite a exploração do caráter integrador que ele possui. Devemos observar que uma parte importante da Trigonometria diz respeito às funções trigonométricas e seus gráficos. As seqüências, em especial progressões aritméticas e progressões geométricas, nada mais são que particulares funções. As propriedades de retas e parábolas estudadas em Geometria Analítica são propriedades dos gráficos das funções correspondentes. Aspectos do estudo de polinômios e equações algébricas podem ser incluídos no estudo de funções polinomiais enriquecendo o enfoque algébrico que é feito tradicionalmente.
Além das conexões internas à própria Matemática, o conceito de função desempenha também papel importante para descrever e estudar através da leitura, interpretação e construção de gráficos o comportamento de certos fenômenos tanto do cotidiano, como de outras áreas do conhecimento, como a Física, Geografia ou Economia. Cabe, portanto, ao ensino de Matemática garantir que o aluno adquira certa flexibilidade para lidar com o conceito de função em situações diversas e, nesse sentido, através de uma variedade de situações problema de Matemática e de outras áreas, o aluno pode ser incentivado a buscar a solução, ajustando seus conhecimentos sobre funções para construir um modelo para interpretação e investigação em Matemática.[grifos nossos] (PCNEM, 2001, p.43-44)
Como podemos observar, existem conteúdos que não só vêm ao encontro dos anseios esboçados nos PCNEM, como atendem aos apêlos de interdisciplinaridade, contextualização e dinamismo. Ao nosso ver, o tópico matemático de função continua a ser um desses conteúdos indicados para o Ensino Médio mesmo não estando listado como "obrigatório" nos documentos vindos do Ministério da Educação. Entendemos esta permanência, uma vez que funções são fundamentais para o entendimento de fenômenos físicos, químicos, biológicos e até geográficos, o que nos remete a refletir que a sua exclusão do âmbito escolar, comprometerá a formação geral educacional tão almejada e sugerida nos PCNEM.
Convencidos da necessidade e importância de se estudar funções no Ensino Médio não devemos perder de vista a forma como esse conceito é construído nesse âmbito escolar e que influências tem causado nos nossos educandos. As propostas contidas dos PCNEM são incompatíveis com um ensino voltado para treinamentos e memorizações, características do ensino tradicional, pois almejam um estudo significativo e voltado para a construção de uma cultura matemática que conduza nossos alunos a praticar os ensinamentos adquiridos tanto individualmente, contribuindo para sua formação pessoal, quanto cientificamente e/ou profissionalmente. Isso nos direciona o

olhar para a continuidade de sua formação, agora mais específica – mercado de trabalho/universidade.
Por outro lado, o livro didático é uma das principais referências que esses alunos possuem a fim de alcançarem a compreensão desse conceito científico/escolar e de sua representação matemática. Ele tem sido importante instrumento, se não o único, utilizado nas aulas de Matemática. Isto o faz importante e já justifica pesquisas em torno de sua estrutura e organização. Segundo Dante (1996, p.53) "[...] *o livro didático passou a ser o principal e, em muitos casos, o único instrumento de apoio ao trabalho docente.*" .
Outro aspecto a considerar é que, segundo Baldino et al (1995,p.43-51), os textos de Matemática são escritos por autores que pensam em um aluno ideal, e não para um aluno real. Estes mesmos autores supõem, também, a existência de um interlocutor pleno.
Castro, colunista da revista Veja, ao examinar um livro de Matemática, já escrito sob a orientação das novas diretrizes curriculares e voltado para alunos de modestíssimas ambições, constatou não compreender quase nada. Ou ele se perdia nas fórmulas ou não via ali algo que se conectasse com o seu mundo (2000, p.21).
Os autores dos livros didáticos utilizam a linguagem para transmitirem suas idéias e essa é, historicamente, o principal instrumento de aquisição e transmissão do conhecimento. Em razão disso, julgamos ser relevante investigarmos o discurso proferido por autores de livros didáticos de Matemática e as influências que tais discursos surtem em alunos de primeira série do Ensino Médio visando detectar ruídos que possam estar ocorrendo no processo ensino/aprendizagem do estudo de funções. Assim sendo, investigamos os discursos proferidos por autores de dois livros didáticos de Matemática do Ensino Médio, visando verificar a sua eficiência/influência no favorecimento da produção de significados no tópico de funções para o educando. Esse estudo foi realizado à luz das teorias de Foucault, Bruner, Vygotsky e Bakhtin.
Os resultados indicam haver inconsistência nos discursos dos autores dos livros didáticos de Matemática pesquisados, por ocasionarem baixa compreensão pelos educandos das idéias desse tópico matemático.

Referências:

BALDINO, Roberto Ribeiro. Educação matemática: do discurso da ordem à ordem do discurso. **Revista Quadrimestral da Faculdade de Educação UNICAMP – Pró-Posições**, Campinas, v.4, n.1 [10], mar.1993.
CASTRO, C.de M. Livros para gênios? **Veja**, Vitória, p.21, mar. 2000.
DANTE, Luiz Roberto. Livro didático de Matemática: uso ou abuso? **INEP – Em Aberto – Livro Didático e Qualidade de Ensino.** São Paulo, v.16, n.69, p.53-59, jan./mar. 1996.
MIORIM, M.Ângela. **Introdução à história da educação matemática**. São Paulo: Atual, 1998.
PARÂMETROS curriculares nacionais ensino médio. Iniciativa: Ministério da Educação e Cultura. Texto a respeito dos conhecimentos matemáticos sugeridos para o ensino-aprendizagem de Matemática. Disponível em: www.mec.gov.br/semtec/ensmed/pcn.shtm. Acesso em: 2 ago.2001.
RÊGO, Rogéria. **Um estudo sobre a construção do conceito de função.** 2000. Tese (Doutorado em Educação) – Programa de Pós-Graduação do Departamento de Educação da Universidade Federal do Rio Grande do Norte.

CONSTRUINDO SABERES NA ELABORAÇÃO DE UMA PESQUISA ESTATÍSTICA

Maria Auxiliadora Bueno Andrade Megid
Orientadora: Dra. Dione Lucchesi de Carvalho
Instituição:Faculdade de Educação – UNICAMP

Este estudo investiga os saberes discentes e docentes produzidos "em ação" nas aulas de matemática de duas classes de 6ª série do Ensino Fundamental em torno do tema Ensino de Estatística.

O trabalho de campo proporcionou aos alunos a possibilidade de desenvolver uma pesquisa de opinião e uma de caráter exploratório cujos temas, questões e as variáveis foram definidas pelos próprios alunos.

O objetivo fundamental deste estudo é contribuir com a Educação Estatística no Ensino Fundamental, numa perspectiva de formação do aluno enquanto leitor e transformador da realidade em que vive.

A análise das informações produzidas será uma abordagem sociocultural, estudando a negociação de sentidos e a produção de significados num ambiente cultural que é a sala de aula.

Desenvolvimento do trabalho:

Inicialmente, foi feito um levantamento de como o tema Estatística era abordado em livros didáticos e paradidáticos do Ensino Fundamental, de maneira mais específica nos volumes de 6ª série. Das 6 coleções de didáticos pesquisadas, apenas uma abordava o tema. Os autores estimulam, nesta coleção, uma discussão entre o professor e alunos, sobre o uso de Estatística. Apresentam alguns gráficos, sugerindo alguns comentários sobre seus aspectos mais relevantes. Passam a indicar a forma de construção de gráficos.

Quanto às 5 coleções de paradidáticos investigadas, de diferentes autores e editoras, encontrei um livro sobre o tema. Segundo a minha avaliação, este livro traz importantes informações sobre a Estatística para os alunos de Ensino Fundamental. Comenta o surgimento desta linguagem e enfatiza sua importância atual. Ainda, aponta diversas opções de sua utilização. Penso que, pelo limites que a elaboração de um livro oferece, os assuntos, suas discussões, seus gráficos e tabelas já vêm prontos, ou seja, o autor escolhe o tema e suas representações.

Ainda no levantamento bibliográfico do tema, percebeu-se uma quantidade muito pequena de dissertações e teses sobre o Ensino de Estatística na Educação Fundamental.

Desta forma, o trabalho foi pensado a partir de um processo de investigação dos conhecimentos prévios dos alunos acerca de Estatística. Nesta primeira fase, foram feitas atividades onde:

- através de um questionário respondido em grupos de 4 ou 5 alunos, pudesse ser verificado o que pensam por estatística e se percebiam como é elaborada uma pesquisa estatística;
- ainda em grupo, levantamento de um tema, sobre o qual os alunos da turma gostariam de saber a opinião de outras pessoas, surgindo assim um tema para a elaboração de uma Pesquisa Estatística;
- utilizando de gráficos e tabelas veiculados pela mídia, destacar as maneiras de interpretar estas formas de informações, tão utilizadas pela mídia. Ainda, havia a intenção de observar as dificuldades que os gráficos e tabelas oferecem para a sua interpretação, as sutilezas que trazem e se os alunos as percebiam ou se sentiam inquietados com estas informações.

Numa Segunda fase, já tendo os alunos alcançado alguma familiaridade com o tema, com as tabelas e gráficos convencionalmente divulgados, foi solicitada a formulação de uma pesquisa estatística pelos alunos de cada turma. Foram adotados os seguintes procedimentos:

- destacar com as turmas quais as particularidades dos temas escolhidos;
- dentre estas particularidades, quais seriam interessantes pesquisar;
- pesquisar e trazer por escrito, algumas perguntas e/ou informações sobre o assunto, colhidas junto aos pais, conhecidos ou as veiculadas pela mídia;
- verificar quais seriam as boas perguntas a serem feitas, para que fosse possível construir uma pesquisa estatística;
- quais as pessoas deveriam fazer parte da amostra a ser considerada pela se. esta pesquisa seria feita de forma individual ou em grupo, ou seja, se cada aluno iria individualmente solicitar as respostas aos questionários, ou se o melhor seria que os alunos estivessem em grupos;
- com os alunos levantar a melhor maneira de realizar a coleta dos dados.

Num terceiro momento, após realizadas as pesquisas com um público definido pelos alunos, partiu-se para a organização dos dados, para que fosse possível tirar algumas conclusões com os dados obtidos. Para isto, foi necessário estabelecer com os alunos a melhor maneira de realizar esta tarefa.

Os alunos sugeriram os seguintes procedimentos:

- organizar estes dados coletados em tabelas. O modelo destas foi construído pelos alunos com auxílio da professora;
- confecção de gráficos utilizando os dados coletados, também de acordo com os modelos que se apresentaram na negociação com os alunos;
- discussão das tabelas e gráficos, dos dados que neles constam, suas particularidades, seus números mais relevantes ou o que chamou a atenção dos alunos, de uma forma geral;
- verificar se é possível generalizar os resultados obtidos de forma a caracterizar a comunidade envolvida, segundo algum critério, dependendo do assunto pesquisado.

Por último, com as turmas foi verificado se consideravam importante fazer a devolução da pesquisa, de seus resultados e de suas possíveis contribuições à comunidade entrevistada. Como a resposta foi afirmativa, foram eleitas quais seriam as melhores maneiras: se por painéis, textos, mensagens publicadas, entre outras.

A conduta do professora, no caso a pesquisadora, nas duas turmas, foi sempre a de auxiliar na negociação das idéias entre os participantes; na busca da compreensão dos procedimentos de pesquisa; a de ajudá-los a verbalizar o que pensam; a representar matematicamente e estatisticamente suas idéias para os outros. A intenção era a de que tudo isto contribuísse para o desenvolvimento do raciocínio, a flexibilidade do pensamento matemático e estatístico, o desenvolvimento da linguagem matemática e estatística e, ainda, o aprimoramento dos aspectos sociais do cidadão.

A elaboração das atividades ocorreu durante todo o percurso, num processo de reflexão - elaboração das atividades – ação – reflexão - reelaboração para uma nova ação. Acredito que, como sempre tive como ponto de partida as pré-concepções dos alunos, e, busquei ampliar seus saberes à medida que as articulações com o grupo de colegas e a professora se estabeleciam, novos conhecimentos foram produzidos. Estes, certamente farão desencadear novas atividades que deverão possibilitar o avanço em relação ao saber do conteúdo matemático, da compreensão estatística, da leitura do mundo por esta forma cada vez mais comum de comunicação de dados e fatos e do convívio do cidadão.

Paralelamente à execução dos momentos anteriores, para a coleta dos dados e suas futuras interpretações, foi necessário:

- leitura e coleta das anotações escritas nos relatórios realizados em sala de aula;
- gravação em áudio e vídeo e transcrição das "falas" dos alunos;

entrevistas individuais e coletivas sobre as propostas desenvolvidas com os professores envolvidos na pesquisa e também com aluno(a) individualmente e em grupos sobre seu envolvimento nas atividades.

Como a pesquisa foi elaborada em duas classes de 6ª série e cada qual deveria seguir de acordo com os seus interesses, todas as atividades eram específicas de acordo com os temas escolhidos por cada turma.

Nosso pressuposto é o de que somente um professor sensibilizado para as situações do mundo, fazendo a releitura do mesmo quotidianamente, pode auxiliar o aluno a fazer sua própria leitura do mundo. Ou seja, o novo conhecimento não se dá por meio do professor, das estratégias, dos recursos didáticos ou dos alunos, mas pela interação deles.

No desenvolvimento destas atividades, os alunos surpreenderam o professor tanto pela sua capacidade em produzir sentidos para a noção de Estatística, quanto pelo desconhecimento do significado de algumas situações da vida social.

Dar importância aos conhecimentos dos alunos, proporcionar a discussão entre eles, em pequenos grupos, articular a discussão no grupo grande, produzindo novos conhecimentos, é uma das maiores possibilidades de aprendizagem tanto dos alunos quanto do professor. Os alunos, segundo suas próprias colocações, gostam de participar dizendo das coisas que sabem ou produzem, ao invés de tão somente ouvir as explicações prévias e realizar exercícios.

Outro aspecto que se faz necessário destacar, é o da necessidade que o professor tem de aprender a ler a escrita dos alunos e a escrever/relatar as reflexões "em ação e sobre a ação" pedagógica, reinventando constantemente sua didática, construindo, juntamente com os alunos, uma matemática compreensível e útil à vida.

A metodologia utilizada teve por base a negociação de idéias; a busca da compreensão dos procedimentos de interpretação dos dados; a verbalização do que se pensa e da representação das idéias para os outros. Isto tudo contribui para o desenvolvimento do raciocínio, a flexibilidade do pensamento e o desenvolvimento da linguagem estatística.

O professor encontra muitas dificuldades na elaboração de novas estratégias, na confecção de materiais didáticos, em levar adiante o planejamento de uma atividade como as desenvolvidas; enfim, em buscar inovações. Mas estes são desafios que devem ser encarados, pois para além deles vai a satisfação de se conseguir, de forma muito mais prazerosa (ou pelo menos não muito dolorosa), que o aluno construa com sua turma e a colaboração do professor saberes novos e muito relevantes para sua vida também enquanto cidadão do mundo.

Mais do que em outras profissões, o professor tem que estar entrosado com todos os movimentos do seu tempo. A sua didática deve ser reinventada a cada dia; não lhe é permitido envelhecer. Ao mesmo tempo, o contato com os alunos, se bem vivido, proporciona-lhe esta renovação. Não se baseando em espontaneísmos tolos, mas numa visão crítica dos acontecimentos e das transformações sociais.

Ao professor cabe a busca do equilíbrio: entre a arte e a técnica; o individual e o coletivo; a razão e o sentimento; o dever e o gozo; as teorias e as experiências. E como fazer isso com algum método? Como planejar aulas sem deixar a "vida" passar? Como possibilitar, dentro das aulas que a vida aconteça e poder também permitir-se "viver" tais momentos? São esses os grandes desafios da educação. Para contemplá-los, não há como padronizar, planejar rigidamente. É preciso observar tudo e, na ação, refletir constantemente, dialeticamente, elaborando continuamente os saberes.

O padrão de "bom" professor mudou e muito. Antes as boas respostas determinavam o sábio professor. Hoje tem-se como certo que o saber só se processa na relação entre as pessoas. Portanto, muito mais do que dono de "boas respostas", o professor deve ser capaz de fazer "boas perguntas", de articular pensamentos novos, instigar desafios, de conduzir às descobertas, sem ajudar demais. E nesta relação professor-aluno e aluno-aluno é que se instalará a construção do saber.

É importante destacar que uma das principais atitudes de um professor deve ser a de ouvir em sala de aula (mais que falar) e, a partir daí, articular as diferentes "vozes" partilhadas naquele momento; organizar os saberes e proporcionar os avanços. Sobretudo, aprender/refletir/ensinar, tudo a um só tempo.

Tendo concluído o trabalho de campo, a organização dos dados obtidos e a sua articulação e aprofundamento teórico estão sendo realizados pela autora nesta fase.

Bibliografia:

ABRANTES, P. , SERRAZINA, L. , OLIVEIRA, I. A Matemática na Educação Básica. Lisboa, Minisatério da Educação, 1999.

BESSON, J.I. A ilusão das estatísticas. São Paulo: Editora UNESP, 1995.

CARRAHER Terezinha, CARRAHER David e SCHLIEMANN Ana Lúcia. Na vida dez, na Escola zero. São Paulo – SP : Cortez, 1988. 182 p.

CASTORINA, José A. et al. Piaget - Vygotsky: novas contribuições para o debate. São Paulo : Ática, 1995. 175 p. (Série fundamentos, n.122).

D'AMBROSIO, B. S. Formação de professores de Matemática para o século XXI: o grande desafio. Proposições. Vol. 4, no. 1 [10], 1993.

D'AMBROSIO, U. Educação Matemática – da teoria à prática. Campinas: Papirus, 1996.

FAZENDA, I. Metodologia da Pesquisa Educacional. São Paulo: Cortez 1989.

FERREIRA, Ana Cristina. O desafio de ensinar-aprender matemática no noturno: um estudo das crenças de estudantes de uma escola pública de Belo Horizonte. Campinas-SP : Faculdade de Educação UNICAMP, 1998. 168 p.

FIORENTINI, Dario e MIORIM M.A. (Orientadores) pesquisar & escrever também é preciso:quando professores de matemática aprendem ensinando. VI-ENEM: Comunicação Científica. Rio de Janeiro, julho/2001

FRANKSTEIN, M. Educação Matemática crítica: uma aplicação da epistemologia de Paulo Freire. Tradução: Maria Dolis e Regina Luzia Corio de Buriasco. In: Journal of Education. Vol. 165, no 4, 1983

FREIRE, P. Pedagogia da Autonomia – saberes necessários à prática educativa. R.J.: Paz e Terra, 1997.

GAUTHIER, Clermont. Por uma teoria da Pedagogia. Ijuí-RS : Editora UNIJUÍ, 1998, 457 p.

GERALDI, C. M. G. et al. Cartografias do Trabalho Docente. Campinas: Mercado de Letras, 1998.

GODINO, J. D., BATANERO, C., CAÑIZARES, M. J. Azar y Probabilidad. Madrid: Sínteses, 1996.

HUFF, D. Como medir com estatística. Tradução: Ediouro S/A, São Paulo.

KILPATRICK, J., RICCO, L. y GÓMEZ, P. (Eds.) Educación Matemática, pp. 1-18, Investigación en educación matemática: su historia y algunos temas de actualidad. Colombia: üna empresa docente" & Grupo Editorial Iberoamérica. 1994.

LOPES, C. A. E. A probabilidade e a estatística no Ensino Fundamental: uma análise curricular. Dissertação de Mestrado Campinas, UNICAMP. 1998.

LORENZATO, S. , FIORENTINI, D. Iniciação à Investigação em Educação Matemática. Campinas: CEMPEM/COPEMA, 2001.

MOYSÉS, Lucia. Aplicações de Vygotsky à Educação Matemática. Campinas-SP : Papirus Editora, 1997.175 p.

OLIVEIRA, Marta K. de. Vygotsky: aprendizado e desenvolvimento; um processo sócio-histórico. São Paulo : Scipione, 1993. 111 p. (Série pensamento e ação no magistério).

DISCURSO, MEMÓRIA E INCLUSÃO: CONCEPÇÃO, DESENVOLVIMENTO E RESULTADOS DE UMA INVESTIGAÇÃO SOBRE AS REMINISCÊNCIAS DA MATEMÁTICA ESCOLAR DE ALUNOS ADULTOS DO ENSINO FUNDAMENTAL

Maria da Conceição Ferreira Reis Fonseca
Dione Lucchesi de Carvalho (orientadora)
Programa de Pós-graduação em Educação da UNICAMP

A proposição do problema

Neste trabalho, apresentamos a concepção, descrevemos o desenvolvimento e discutimos os resultados de uma investigação sobre as reminiscências da Matemática Escolar enunciadas por alunos adultos do Ensino Fundamental. Esse estudo nos proporcionou focalizar essa enunciação como um componente fundamental na constituição do aluno adulto como sujeito não só da aprendizagem da Matemática, mas do próprio processo de escolarização. Trata-se, pois, de um esforço, mais do que didático, ***pedagógico*** (ou se quiserem político-pedagógico, se é que algo pode ser pedagógico sem ser político), de inserir uma reflexão que envolve (e se deixa envolver em) estudos sobre Memória, Ensino de Matemática e Educação de Adultos na discussão sobre (e para a) inclusão sócio-cultural.

De fato, a emergência das dimensões de natureza sócio-cultural, filosófica e política desse fenômeno apontaria para seu caráter absolutamente determinante nos "eventos de memória"sobre os quais nos debruçamos. As tais reminiscências não forma, pois, analisadas aqui fruto de capacidades mnêmicas individuais, mas se nos apresentaram inseridas num conjunto de práticas sociais em que os sujeitos se envolvem num contexto que é também sócio-cultural, marcado por valores e regras de interlocução, tomados não apenas como seu pano de fundo mas como constitutivos do material lembrado, dos modos de lembrar... e do sujeito que lembra. Por isso, nessa análise, pareceu-nos adequado interpretar a enunciação das reminiscências da Matemática Escolar por alunos da Educação de Jovens e adultos (EJA) como um espaço de exercício e/ou de conquista de um *gênero discursivo* tipicamente escolar, marca, pois, dos esforços de inclusão daqueles sujeitos naquele ambiente cultural e naquela instituição.

O Trabalho de Campo:

O Trabalho de Campo (TC) foi desenvolvido no acompanhamento dos alunos da "Turma 18" de um projeto de extensão universitária da UFMG (PROEF II), no período que vai de sua inscrição no Processo de Seleção, em novembro de 1997 à sua Formatura no Ensino Fundamental, em dezembro de 1999.

O PROEF II oferece à comunidade um curso de 2 anos correspondente ao 2°. segmento (5ª. a 8ª. séries) do Ensino Fundamental. As aulas são ministradas por alunos das licenciaturas orientados por professores da Universidade que assumem a coordenação pedagógica e política do Projeto. Como projeto da Universidade, o PROEF II se configura como espaço de formação docente e de produção de conhecimento no campo da EJA.

A Turma 18, de cujo processo de seleção participamos, tinha inicialmente 25 alunos, todos adultos, e que estavam há pelo menos 11 anos afastados dos bancos escolares. Depois de 1 mês de iniciadas as aulas, uma greve nas IFES paralisou as atividades do PROEF II por quase 3 meses, ao fim dos quais apenas 16 dos alunos da turma retomaram às aulas. Todos eles, e ainda mais um outro aluno que se incorporou à turma por re-matrícula, concluíram o Ensino Fundamental ao final dos 2 anos.

A **1ª. fase** do TC é basicamente documental, na qual se analisam informações sobre os alunos e a produção deles nos processos de seleção, enturmação e acolhida do grupo. O levantamento de informações sobre os alunos ingressantes no PROEFII em 1998 (idade, sexo, naturalidade, escolarização anterior, há quanto tempo parou de estudar, profissão, formação profissional, emprego atual, e outros indicadores de acesso a bens culturais identificados com o

universo escolar) foi realizado através da análise das fichas preenchidas pelos alunos no ato da inscrição no processo de seleção e no cabeçalho da prova que fazia parte desse mesmo processo. Esses dados referentes aos alunos da Turma 18 foram, mais tarde, confrontados ainda com: os apontamentos dos responsáveis pelas entrevistas que integravam o processo de seleção; os textos produzidos pelos então candidatos, na prova – e que versavam sobre lembranças – e a análise da performance desses candidatos nas questões dessa prova que envolviam conceitos ou procedimentos matemáticos; os registros dos alunos, e as avaliações elaboradas pela professora-monitora da disciplina, das atividades, por ela propostas, para sondagem sobre seus conhecimentos, usos e demandas de Matemática; as informações obtidas pelas monitoras da área de Pedagogia, via aplicação de questionário; os depoimentos gravados pela pesquisadora nos quais cada aluno narra um pouco de sua trajetória de vida (escolar).

Como um primeiro esforço de interação com esses "dados", procuramos organizá-los em quadros que, a princípio, nos serviriam de referência na identificação de papéis, personagens e cenários da trama que queríamos iluminar, enquanto íamos paulatinamente, na medida em que interagíamos com os atores, adquirindo intimidade com as singularidades dos sujeitos e com as características coletivas da turma.

A **2ª. fase** do TC constitui-se na realização de 10 sessões coletivas com alguns alunos da turma que atenderam a um convite para delas participarem durante o período da greve. Os alunos foram informados dos propósitos da pesquisa e se dispuseram a realizar e discutir uma série de atividades, no curso das quais, esses sujeitos narraram sucintamente sua experiência escolar tentando indicar os períodos em que cursaram as diversas séries e o tipo de escola que freqüentaram; registraram individualmente aquilo que julgavam ser "Matemática"; discutiram e elaboraram em pequenos grupos o registro de suas impressões sobre qual é o objeto da Matemática, possibilidades, oportunidades e limitações de sua utilização e informações sobre história da produção e do ensino da Matemática; trabalharam numa série de atividades escritas, que versavam sobre os conteúdos contemplados nos seus próprios registros e intervenções orais produzidos na execução ou na discussão das atividades anteriores; discutiram coletivamente as demandas e respostas das atividades.

Todas as sessões foram gravadas em áudio e algumas em vídeo. Dos 17 alunos da composição definitiva da Turma 18, foram 12 os que participaram pelo menos uma vez dessas reuniões.

Os registros (transcrições das fitas de áudio, notas do Diário de Campo, e produção escrita dos alunos) foram submetidos inicialmente a uma *análise de conteúdo* como a que propõe BARDIN (1979). Uma primeira *leitura flutuante* sugeriu-nos a possibilidade de identificar não apenas reminiscências dos conhecimentos de Matemática dos alunos, mas também depoimentos a respeito de suas concepções de Matemática e de seu ensino, bem como manifestações de suas hipóteses e indagações sobre o processo e o objeto de suas lembranças. Tendo destacado nesse primeiro olhar os enunciados em que se poderiam identificar reminiscências da Matemática Escolar, procedemos a uma nova leitura, já ensaiando uma categorização inicial, que foi sofrendo reformulações motivadas pela maior ou menor ocorrência e/ou relevância de determinados tipos de episódios e por um esforço de padronização dos registros que incorporasse e/ou contribuísse para reforçar ou contestar algumas hipóteses.

Foram compostos quadros das reminiscências manifestadas pelos alunos, nos quais se explicitam: cada sujeito por elas responsável; a sessão em que ocorreram; a natureza da reminiscência quanto ao nível de generalização; o *portador* da reminiscência (emissões orais ou registro escrito dos alunos); os tópicos da Matemática a que se referem, segundo uma distribuição tomada das propostas curriculares do Estado de Minas Gerais.

Nessa fase – de cunho mais exploratório – começamos a elaborar o mapeamento das reminiscências que são objeto de nossa primeira análise. Começava a revelar-se o repertório eleito pelos sujeitos como próprio do discurso da Matemática Escolar, que iria informar nossas considerações sobre o *conteúdo temático* atribuído pelos alunos a esse *gênero discursivo*.

Na 3ª **fase** do TC acompanhamos (e registramos em áudio e vídeo) as aulas de Matemática da Turma 18 em que se trabalhou com os *números racionais na forma fracionária*. Esse tema foi escolhido, inicialmente, por tratar-se de um assunto típico do aprendizado da escola e de pouca freqüência na vivência extra-escolar, possibilitando a identificação de reminiscências de origem muito provavelmente relacionada a situações de sala de aula. Além disso, fora apontado nas sessões com os alunos como parte de suas recordações, mas entre as que lhes pareciam mais nebulosas.

No protocolo das observações procuramos apontar principalmente as emissões verbais orais, mas também registros escritos dos alunos, que pudessem ser associadas a conceitos, termos ou procedimentos de aquisição escolar.

Nessas aulas, fizemos diversas intervenções, com uma motivação tripla: do pesquisador, que queria fazer emergirem e/ou desenvolverem-se as reminiscências da Matemática escolar; do professor, que se dispõe a contribuir para o aprendizado dos alunos; do formador de professores, compartilhando sua experiência com os professores-monitores (a regente e os estagiários), todos ali, como nós, docentes em formação.

Para além de um levantamento das reminiscências dos alunos sobre "Frações", o objetivo dessa 3ª fase do TC era focalizar o fenômeno da rememoração (e do esquecimento) em situações de interação discursiva nas quais vigorasse um propósito explícito de ensino e de aprendizagem de determinados conceitos e procedimentos. A metodologia de análise a que submeteríamos os episódios selecionados deveria, pois, ser capaz de contemplar as variáveis que compõem a multiplicidade de aspectos e relações da dinâmica da sala de aula, identificando posições de sujeito e o entrecruzamento de discursos que se revelam nas (e conferem sentido às) reminiscências da Matemática Escolar, no próprio exercício da rememoração, e nas formas e oportunidades de sua manifestação.

A análise

Para analisar o material empírico reunido no TC, procuramos fundamentar-nos em trabalhos que privilegiam a organização semiótica da vida mental e nos quais se podem identificar influências do sociólogo francês Maurice HALBWACHS, para quem *"não são somente os fatos, mas as maneiras de ser e de pensar de outrora que se fixam dentro de sua memória"* (HALBWACHS,1990,p.66); do psicólogo inglês Frederic Charles BARTLET, cujos estudos diziam respeito à natureza e às características funcionais da rememoração coletiva (BARTLET (1932) 1977); e dos psicólogos soviéticos VIGOTSKY, LURIA E LEONTIEV que procuraram desenvolver formas de investigação empírica que integrassem a dinâmica cultural na construção da memória. Dadas as características marcadamente sociais das lembranças de Matemática que queríamos investigar – são fragmentos do discurso escolar, socialmente valorizados e valorativamente socializados, salpicados de nomes próprios, enunciados consagrados e procedimentos canônicos –, nosso referencial deveria permitir-nos (e habilitar-nos a) prestar especial atenção ao caráter sócio-cultural da memória humana, dando ênfase à experiência social marcada nos modos de lembrar e recordar (e esquecer) dos indivíduos.

Com efeito, é quando o indivíduo se **encontra interpelado como sujeito e se vê como identidade** que ele exercita a rememoração, dando-lhe expressão.No entanto, as razões pelas quais esses *"atores históricos constroem sua recordação de uma certa forma em um momento dado"* (MIDLETON & EDWARDS, 1990, p.19) e as eventuais contribuições dessa construção para a atribuição de sentido à Matemática que buscam aprender não se dão a conhecer senão pela análise daquilo que as manifesta, de suas evidências empíricas, que são os próprios enunciados das recordações e sua enunciação. Tais enunciados e sua enunciação, entretanto, se constituem como **efeito dos interdiscursos**, que mobilizam personagens, cenários e enredos da **Matemática Acadêmica**, das representações e propósitos da **instituição escolar**, das demandas da **vida social**, das **histórias individuais compartilhadas.** Portanto, compreender as reminiscências como estratégia de constituição do sujeito nos obriga a tomá-las como *fenômeno social,* de interação verbal, que se realiza em sua *enunciação* (SOARES, 1998, p.72).

É essa **natureza interacional das reminiscências** que nos leva a BAKHTIN, cuja obra é marcada pela compreensão da **interação verbal como fenômeno essencialmente social.** A enunciação é vista por BAKHTIN (1992) como *"produto da interação de dois indivíduos socialmente organizados"* (p.112), cujos conteúdo, significação, forma e estilo são definidos pela situação imediata, pelos participantes e pelo contexto mais amplo que constitui o conjunto das condições de vida de uma determinada comunidade lingüística, que, para ele são *"as pressões sociais mais substanciais e duráveis a que estão submetidos os interlocutores"* (COSTA VAL, 1996, p.92) .

As tais reminiscências da Matemática Escolar passam, pois, a ser consideradas como interação **entre sujeitos e entre discursos. Interlocução e interdiscursividade,** tomadas como constitutivas das reminiscências, são modos de percebermos nelas *"as palavras dos outros"*(AUTHIER-REVUZ, 1982, p.140), que ecoam naquilo que é dito e no que é calado, no contexto da aula de Matemática. Para o sujeito, esse *'outro'* são seus colegas adultos que, como ele, *retomam* à Escola e a professora que ali e naquele momento os acolhe; mas são também outros tantos alunos e professores com quem interagiram diretamente em sua trajetória escolar ou indiretamente pelos relatos de familiares, amigos, colegas, literatura; e são também *modelos* de alunos e professores, de Escola e de livros didáticos, e de uma concepção do que seja 'Matemática', em geral identificada com a *Matemática Escolar.*Todos esses modelos são construções culturais, marcadas pela inserção histórica dos sujeitos e dos discursos.

Assim, o enunciado de uma reminiscência revela *"ecos e lembranças de outros enunciados, aos quais está vinculado **no interior de uma esfera comum da comunicação verbal**"* (BAKHTIN, 1997, p.316) (grifo nosso), esfera que, no nosso caso, se conforma na atividade de ensinar e aprender Matemática Escolar num Projeto de EJA, e que baliza as possibilidades de interdiscursividade. A inserção numa esfera específica da comunicação verbal (aprender e ensinar Matemática numa escola de EJA) nos leva a considerar também os enunciados das reminiscências *"acima de tudo como uma **resposta** a enunciados anteriores"* (Ibidem. p.316). 'Resposta' é ali tomada no sentido lato: responder aos enunciados anteriores pode ser refutá-los, confirmá-los, completá-los, basear-se neles, supô-los conhecidos e, de um modo ou de outro, contar com eles. Dessa maneira, esses enunciados – "concretos e únicos" – que emanam dos integrantes dessa esfera da atividade humana refletem as condições específicas e as finalidades dessa esfera, não só por seu conteúdo (temático) mas também por seu estilo verbal, ou seja, pela seleção de recursos da língua – lexicais e gramaticais –, e também por sua construção composicional.

São esses aspectos **(conteúdo, estilo e estrutura)** o que, para BAKHTIN, caracteriza um **gênero discursivo.** Por isso, para operacionalizar nossa análise procuramos justamente caracterizar uma certa estabilidade do ponto de vista *temático, estilístico* e, se não *estrutural,* ao menos *estratégico,* na constituição dos enunciados que veiculam ou que são afetados pelas reminiscências, estabilidade que nos faz reconhecê-los como oportunidade de mobilização do gênero discursivo da Matemática escolar.

Para a abordagem do **conteúdo temático**, baseamo-nos principalmente no material reunido nas sessões exploratórias e procuramos trabalhar analisando as relações semânticas, definidas por aspectos ideológicos (CHAUÍ, 1981), que constituem os discursos *sobre* e *da* (SOARES, 1991) Matemática elaborados pelos sujeitos quando mobilizam suas memórias como processo e/ou objeto de pensamento (BILLIG, 1990).

O tratamento do **estilo** e das **estratégias de construção do discurso** são tomados menos do ponto de vista lingüístico das escolhas lexicais ou gramaticais, mas contemplam sua utilização como *recursos retóricos* de expressividade e argumentação, que permitem aos sujeitos moldarem seus discursos, conforme suas intenções *poéticas* e/ou *persuasivas* (SHOTTER, 1990).

As "maldade" da linguagem

Foi um comentário de um dos sujeitos – que, naturalmente não é um fato isolado no T. C. e nem no Campo da Educação Matemática de Jovens e Adultos – o que nos despertou a atenção para a relevância que o aluno da EJA confere à conquista do gênero discursivo no processo de inserção na cultura escolar e para o aporte que a mobilização das reminiscências da Matemática Escolar proporciona a essa conquista. Numa noite ainda do início do primeiro ano letivo da Turma 18, resolvendo uma expressão aritmética, Seu Antônio se saiu com essa: "... *as contas que ocê me dá, eu sei fazer elas tudo. Mas eu não tenho é as maldade da linguagem.*"

Seu Antônio, o único dos sujeitos que não cursara a escola regular, faz uma análise precisa de suas dificuldades na execução da atividade: o aluno identifica o *déficit* que lhe é imposto, apesar de sua destreza nos cálculos, por ele não compartilhar do gênero discursivo da Matemática Escolar.

O reconhecimento e a relevância atribuída por Seu Antônio ao gênero discursivo da Matemática Escolar, e que essa pesquisa passa a encampar, nos parece ser o que justamente vem conferir historicidade a este estudo. De fato, a Matemática (escolar) "*penetra na vida*" daqueles sujeitos, alunos de um projeto de EJA, "*através dos enunciados concretos*" das reminiscências que realizam o discurso matemático, e é também "*através dos enunciados concretos*" que "*a vida penetra*" na Matemática (escolar). (BAKHTIN, 1997, p.282)

Em outras oportunidades, Seu Antônio pedirá que a professora explicite, repita, enfatize, anote "*a pronúncia*" de determinados procedimentos, definições ou propriedades. Ele sempre se esforça para memorizá-los; mas, mais do que "guardar na mente", Seu Antônio busca incorporá-los ao próprio discurso. O aluno pressente que é essa "pronúncia" que lhe permite participar de maneira eficiente e socialmente valorizada da atividade comunicativa que se estabelece na sala de aula ou mesmo na execução de uma atividade (escolar) individual de Matemática. Seu Antônio parece compreender intuitivamente que, como "*os gêneros discursivos se constituem na interdiscursividade, (...) conformar o próprio discurso a um gênero implica entrar em relação com o discurso do outro, dos outros, anônimos, cujo trabalho lingüístico histórico resultou na configuração daquele padrão.*" (COSTA VAL, 1996, p.114).

Se seus colegas não insistem em demandas semelhantes com a mesma freqüência, é porque suas experiências escolares proporcionaram – a uns mais, a outros menos – assimilar os modos do discurso da Matemática Escolar. Com a Matemática que aprenderam na Escola, introduziram-se em sua experiência e em sua consciência as formas típicas de seus enunciados, isto é, o gênero do discurso da Matemática Escolar. Essas formas estruturam as reminiscências da Matemática Escolar que esses alunos da EJA enunciam. Os enunciados das reminiscências atestam que eles aprenderam a moldar sua fala a essas formas do gênero da Matemática Escolar; esses mesmos enunciados e sua própria enunciação em situações discursivas definidas revelam ainda que, ao ouvir a fala da professora, dos colegas, dos materiais didáticos, esses adultos – que se re-integram à dinâmica escolar como alunos – sabem, de imediato, "*pressentir-lhe o gênero, adivinhar-lhe o volume, e até prever-lhe o fim*" (BAKHTIN, 1997, p.302),ou seja, desde o início, são "*sensíveis ao todo discursivo*" (Ibidem. p.302).

O processo parece, portanto, tão automático que poderia ter passado despercebido ou não ter revelado sua relevância nesta investigação, não fosse a sensibilidade de alguém que **não** domina o gênero, mas que, informado pelo que conseguiu depreender de suas experiências escolares, ainda que precárias, de certa forma, **identifica esse gênero** e reconhece que é o **domínio dele, compartilhado pelos interlocutores**, que viabiliza a (negociação dos sentidos na) comunicação verbal.

Além disso, por sua experiência de estruturação de enunciados em outros contextos discursivos e em conformidade com eles, não escaparia à intuição de Seu Antônio – e nem à de seus colegas – que

> "*é de acordo com nosso domínio dos gêneros que usamos com desembaraço,que descobrimos mais depressa e melhor nossa individualidade neles (quando isso nos é possível e útil) , que refletimos,com maior agilidade, a situação irreproduzível da comunicação verbal, que realizamos com o máximo de perfeição, o intuito discursivo que livremente concebemos*" (Ibidem. p.304).

Dominar o gênero discursivo de uma dada esfera da atividade humana é, portanto, um dos **constitutivos dos sujeitos** que instituem a, e se instituem na, interação discursiva. No caso desses alunos adultos, que se reintegram na instituição e na dinâmica escolar, **conquistar e revelar domínio** dos gêneros discursivos próprios da Escola será, assim, uma **estratégia de nela estabelecer-se e estabelecer seu lugar de sujeito**, legitimado pela **adequação do seu discurso** às formas prescritivas das interações discursivas que ali se realizam.

(Trocando em miúdos: É como se falar um pouco de "matematiquês escolento" legitimasse a inserção daquele aluno adulto na Escola, revelando que, por ele compartilhar dos modos de expressar o pensar e o fazer da Matemática Escolar, não seria apenas *justo* mas também *adequado* ocupar ali um lugar – de sujeito.)

Referências Bibliográficas

AUTHIER-REVUZ, Jacqueline. Hétérogénéité montrée et hétérogénéité constitutive: éléments pour une approche de l'autre dans le discours. DRLAV, Paris, Centre de Recherche de l'Université de Paris VIII, n.26, p.91-151, 1982.

BAKHTIN, Mikhail (Volochinov). *Marxismo e Filosofia da Linguagem.* 6 ed. São Paulo: Hucitec, 6ed., 1992.

BAKHTIN, Mikhail. *Estética da criação verbal.* São Paulo: Martins Fontes, 1997.

BARDIN, L. *Análise de conteúdo.* Lisboa: Setenta, 1979.

BARTLETT, F. *Remembering:* a study in experimental and social psychology. London: Cambridge University Press, (1832)1977.

BILLIG, Michael. Memoria coletiva, ideologia y la familia real britanica. In: MIDLETON, David & EDWARDS, Derek (Org). *Memoria compartida:* la naturaleza social del recuerdo y del olvido. Barcelona: Paydós, 1990. p.77-96.

CHAUÍ, Marilena. *O que é ideologia.* 2.ed. São Paulo: Brasiliense, 1981.

COSTA VAL, Maria da Graça F. *Entre a oralidade e a escrita:* o desenvolvimento da representação de discurso narrativo escrito em crianças em fase de alfabetização. Belo Horizonte: Universidade Federal de Minas Gerais, 1996. (Tese, Doutorado em Educação).

HALBWACHS, Maurice. *A memória coletiva.* São Paulo: Vértice, 1990.

LEONTIEV, A . N. *Problems of development of the mind.* Moscu: Progress House, 1981.

LURIA, A. *The mind of the Mnemonist.* New York: Basic Books, 1968.

MIDDLETON, David & EDWARDS, Derek. Recuerdo conversacional: un enfoque socio-psicológico. In: MIDLETON, David & EDWARDS, Derek (Org.). *Memoria compartida:* la naturaleza social del recuerdo y del olvido. Barcelona: Paydós, 1990. p.39-62.

SHOTTER, John. In: MIDLETON, David & EDWARDS, Derek (Org.). *Memoria compartida:* la naturaleza social del recuerdo y del olvido. Barcelona: Paydós, 1990. p.137-156.

SOARES, Magda. *Letramento: um tema em três gêneros.* Belo Horizonte: Autêntica, 1998.

TEIXEIRA, Mário Tourasse. *Notas de aula.* (não publicadas) Disciplina: Idéias essenciais da Matemática. Mestrado em Educação Matemática. Rio Claro: IGCE/UNESP,1o semestre, 1986.

VIGOTSKI, Lev Semenovich. *Pensamento e linguagem.* São Paulo: Martins Fontes, 1993.

O ENSINO DE ÁLGEBRA NUMA PERSPECTIVA LÓGICO-HISTÓRICA: UM ESTUDO DAS ELABORAÇÕES CORRELATAS DE PROFESSORES DO ENSINO FUNDAMENTAL

DOUTORANDA: MARIA DO CARMO DE SOUSA
ORIENTADORA: PROFA. DRA. ANNA REGINA LANNER DE MOURA
FACULDADE DE EDUCAÇÃO – UNICAMP/SP

Este projeto de pesquisa tem como objetivo estudar as correlações existentes entre os elementos constitutivos do pensamento algébrico sob a perspectiva lógico-histórica de formação do conceito e os conhecimentos manifestos por professores do ensino fundamental, em exercício.

O aspecto lógico da história da álgebra descreve a sua evolução passando por três fases ou estágios: a retórica, sincopada e simbólica, incluindo-se nestas fases ou estágios a álgebra geométrica. Embora LINS & GIMENEZ (1997) discutam que esta abordagem considera apenas a mudança da notação algébrica, consideramos que combinando a idéia de CARAÇA (1998) de fluência com as da álgebra retórica, sincopada e geométrica estaremos possibilitando ao aluno a penetração na essência do conceito, em seu conteúdo concreto, em suas formas mais simples de modo que forma para si, como sujeito que aprende, pensamento algébrico. Para que o professor do ensino fundamental possa reconstruir e (re) criar o conceito de variável com seus alunos a partir de leituras da realidade em que vive torna-se necessário planejar atividades que tenham este processo como objetivo (MOURA & SOUSA, 2000).

A metodologia da pesquisa envolve o desenvolvimento de ações que priorizem a dinâmica indivíduo/coletivo com um professores do ensino fundamental. Estas ações terão a seguinte dinâmica: 1) estudo sobre propostas de iniciação algébrica no ensino fundamental; 2) desenvolvimento de atividades planejadas que envolvam a variável palavra, a variável figura e a variável letra, de modo a envolver a criação de expressões, em linguagem comum, para movimentos de variação dos quais deveriam definir a variável e seu campo de variação; 3) análise e discussão dos erros mais freqüentes que alunos do ensino fundamental cometem ao realizar atividades que envolvam o pensamento algébrico e, 4) elaboração de atividades que envolvam o desenvolvimento do conceito de variável.

Pretende-se que esta dinâmica de: estudo, elaboração, desenvolvimento e análise de atividades que envolverá a pesquisa proporcione, aos professores, uma nova visão sobre o ensino de álgebra de forma que possam ter compreensão e domínio da relação existente entre álgebra, aritmética e geometria, bem como garantir autonomia, aos envolvidos, na elaboração de atividades de ensino sobre os conceitos algébricos.

A pesquisa nasceu de reflexões que fizemos durante a elaboração de nossa Dissertação de Mestrado e das observações que estamos fazendo, atualmente, enquanto professora de matemática, em cursos de graduação. Nestes desenvolvemos atividades que envolvem: a) a análise de pesquisas em livros didáticos e propostas curriculares extraindo dessas fontes o modo como propõem iniciar o aluno no estudo da álgebra; b) o desenvolvimento e a análise de atividades planejadas que envolvam expressões em linguagem comum de movimentos de variação em geral e de variação quantitativa em particular e sua posterior definição em linguagem algébrica de modo que envolva a criação de expressões, em linguagem comum, para movimentos de variação dos quais deveriam definir a variável e seu campo de variação e, c) análise e reflexão sobre os erros mais freqüentes em álgebra de alunos de sexta e sétima séries.

Ao fazer este estudo, os alunos, com quem trabalhamos definem dois aspectos da tendência das propostas e livros didáticos que consultaram. Como sendo futuros professores poderão descobrir que, na maioria dos livros didáticos há: 1.) uma tendência em definir formalmente o conceito de variável usando a própria simbologia algébrica, seguido-se uma exercitação repetitiva dessa definição em diversas atividades. 2.) alguns casos seguem um caminho indutivo, propondo situações problemas a partir das quais o aluno irá inferir o significado de variável.

Após este estudo, parte dos alunos da graduação reconhece ter aprofundado e ampliado seu conceito de variável manifestando ter-se libertado da visão restrita e mecânica do "tradicional x". Expressam que sua noção de variável está ligada somente à idéia do cálculo do valor de uma incógnita. Outra parte reconhece esta mudança e observa que os alunos deveriam ser iniciados em álgebra tendo em consideração o desenvolvimento histórico do conceito de álgebra que, envolve o desenvolvimento da variável em suas diversas formas. Há ainda aqueles que tem uma posição cética em relação à apresentação de uma proposta de ensino pelo conceito, observando que deve-se trabalhar os conteúdos algébricos, com alunos do ensino fundamental, através de problemas que estão presentes em seu cotidiano.

Quando discutimos com os futuros professores sobre os erros mais freqüentes cometidos pelos estudantes do ensino fundamental em álgebra, a maioria deles entende que os alunos aprenderão os conceitos a partir de uma nova revisão dos conteúdos e sugere que listas de exercícios sejam apresentadas a estes estudantes para que sejam sanados seus erros e dificuldades; ou seja, os futuros professores de matemática, ao nosso ver, repetem o que vem sendo feito há muito tempo no ensino de álgebra. Poucos deles indicam atividades, como as que envolvem o desenvolvimento da variável para auxiliar os estudantes do ensino fundamental a entenderem o conceito estudado e os algoritmos envolvidos na resolução de problemas algébricos, embora reconheçam que os alunos do ensino fundamental deveriam ser iniciados em álgebra tendo em consideração a abordagem histórica da álgebra.

Deste trabalho que estamos fazendo desde o segundo semestre de 2000, concluímos que a aprendizagem dos conceitos algébricos apenas pela *forma analítica* traz á aquele que a aprende ausência da criação e repetição de expressões formais sem significado. Embora os futuros professores o reconheçam como tal, denotam dificuldades em se desfazer desta concepção.

Nos últimos anos, um grande número de pesquisadores tem se dedicado ao estudo da álgebra no âmbito escolar. KIERAN (1992), SOUZA & DINIZ (1994), LINS & GIMENEZ (1997), dentre outros, são alguns destes pesquisadores. Ao considerarem a aprendizagem da álgebra afirmam que o aluno a aprende tão somente em sua forma analítica, como cálculo do valor numérico de uma incógnita e manipulação dos símbolos algébricos (letras e os sinais da aritmética: +. -, x, ÷, ( ), [], ...) que constam das regras da álgebra. Ao priorizar o estudo de um dos aspectos da variável, a incógnita, no ensino fundamental, a escola prioriza um enfoque particular da variável. Neste caso, *a variável "não varia"* (SOUZA & DINIZ, 1994:02). Este enfoque traz para o aluno uma compreensão algébrica restrita às regras que sustentam as relações entre os símbolos sem que desenvolvam um entendimento destes como representação evolutiva que a matemática vem dando aos movimentos numéricos que envolvem o conceito de variável (KIERAN, 1992).

Estes pesquisadores, geralmente ligados aos institutos de matemática ou às faculdades de educação, com o intuito de auxiliar os professores a compreenderem as dificuldades dos alunos ao aprender os conteúdos da álgebra elementar, vem refletindo e publicando propostas de atividades que envolvem aspectos do conceito de variável enquanto essência da construção do pensamento algébrico. Conforme defende USISKIN (1995:12-13), *"as finalidades do ensino de álgebra, as concepções que tenhamos dessa matéria e a utilização de variáveis estão intrinsecamente relacionadas.* ***As finalidades da álgebra*** *são determinadas por, ou relacionam-se com,* ***concepções*** *diferentes da álgebra que correspondem à diferente importância relativa dada aos diversos* ***usos das variáveis*****"**, onde o conceito de variável pode ser visto como *generalizadora de modelos*, como *incógnitas ou constantes*, como *argumento ou parâmetro* ou ainda como *sinais arbitrários no papel.*

Em 1994, SOUZA & DINIZ, do Instituto de Matemática da USP/CAEM, após a conclusão de sua pesquisa feita com uma turma da 6ª. série, com de 33 alunos do colégio Termomecânica, no período de setembro de 1993 a março de 1994, publicaram para os professores do ensino fundamental uma proposta metodológica com enfoque no conceito de variável e uma seqüência de atividades que apresentam as seguintes características: *1) trabalhar a partir da construção pelo* *aluno do conceito de variável; 2) apresentar a variável nas três formas: variável propriamente dita, incógnita, parâmetro; 3) fazer caminhar ao mesmo tempo os 4 aspectos da álgebra: aritmética generalizada, resolução de problemas, manipulação simbólica e relação entre grandezas; 4) trabalhar as dificuldades do aluno trazidas pelo ensino inadequado da aritmética e as concepções errôneas sobre as operações e os registros simbólicos.*

Já ARAUJO (1999), em seu trabalho defendido na FE-UNICAMP, cita diversos pesquisadores como KEN (1989), FIORENTINI, MIORIM e MIGUEL (1993), LINS & GIMENEZ (1997), dentre outros, ao fazer uma análise sobre a importância de se iniciar o pensamento algébrico em crianças desde cedo, através da resolução de situações-problemas, de *uma forma reflexivo- analítica*, que possa possibilitar a *construção de uma linguagem simbólica com significado para o aluno.*

A mesma tese é defendida por UTSUMI (2000), em sua pesquisa sobre atitudes e habilidades envolvidas na solução de problemas algébricos, feita inicialmente com 256 alunos oriundos das séries finais do ensino fundamental (sexta, sétima e oitava séries), de uma escola da rede pública de ensino do estado de São Paulo. Em seu último capítulo, sobre orientações pedagógicas gerais, sugere aos professores do ensino fundamental que, *uma boa proposta de introdução á álgebra, deveria apresentar problemas instigadores aos alunos, levando-os a sentir necessidade de representar simbolicamente a situação para compreendê-la em seu aspecto mais geral*, os quais devem ter como objetivo: o entendimento da variável enquanto incógnita, a observação de padrões e regularidades, o entendimento e a escrita de regras gerais, a utilização de tabelas para a representação de relações *funcionais* entre variáveis e a utilização da linguagem natural para justificar manipulações com símbolos algébricos.

Os pesquisadores citados acima, ao defenderem a elaboração de propostas de ensino de álgebra elementar para as séries iniciais do ensino fundamental que priorizem o uso das variáveis e a concepção da álgebra enquanto *aritmética generalizada, meio de resolver certos problemas, estudo de relações e estrutura*, compartilham da proposta defendida pelo Conselho Nacional de Professores de Matemática – o NCTM que as defende desde o final dos anos 70, quando se percebeu que ensinar álgebra através de estruturas com enfoque na Teoria dos Conjuntos não levava professores e alunos ao entendimento do pensamento algébrico.

Nosso estudo sobre álgebra, a exemplo dos que já apontamos, também se fundamenta no desenvolvimento do conceito de variável, enquanto essência do pensamento algébrico o qual foi historicamente construído, porém, entendemos que quando uma proposta curricular, enfatiza apenas o aspecto analítico e funcional do conceito de variável está priorizando a álgebra simbólica que, se constitui o último estágio de rigor e de abstração do pensamento algébrico a que se chegou até então. Ao se escolher esta prática está se priorizando o lógico e o formal do conceito de variável, ou seja, o conceito chega até alunos e professores pronto e acabado, uma vez que, tanto alunos como professores não o (re) constroem para si, em sua subjetividade, na sala de aula. Temos como hipótese que há um estágio anterior ao lógico- formal que deve ser priorizado para que o entendimento dos diversos tipos de variável seja feito em toda sua essência, por professores e alunos, o qual estamos denominando de lógico-histórico do conceito de variável.

Para o materialismo dialético, o pensamento é definido enquanto objeto da lógica dialética e as categorias abstrato e concreto representam a essência do pensamento teórico. Nesse sentido, *"o concreto é o ponto de partida e chegada do conhecimento"*. O abstrato e o concreto refletem a mudança da imagem cognitiva tanto no que concerne a multilateralidade da abrangência do conceito quanto a sua profundidade, a penetração em sua essência, expressa, diz KOPNIN (1978), as leis da mudança que se opera no conteúdo do conhecimento ao longo de toda a sua evolução, ou seja, o movimento que vai do concreto ao abstrato, *considera a transição da noção do conceito como perda da concreticidade e da substancialidade.* A dinâmica cognitiva presente no movimento dialético lógico-histórico da construção do conceito está presente, com características atuais para aquele que aprende, hoje, o conceito elaborado por aquela dinâmica. (MOURA & SOUSA, 2000). Exemplo da ascenção do abstrato ao concreto, é o conceito de variável que começa a se constituir enquanto objeto do pensamento algébrico a partir do conceito de número e tem sua formalização lógica, na matemática, a partir do momento que se refina o conceito de função. As abstrações

criadas pelo pensamento algébrico através do conceito de *variável palavra, variável figura e variável letra* (LIMA, 1997) se constituem em essência da álgebra. A chamada álgebra moderna se interrelaciona com outros campos da matemática e participa da formação de novas disciplinas "limítrofes" (a álgebra topológica, a teoria dos grupos, as álgebras de Lie, etc). A história da sua criação está relacionada com a resolução de alguns problemas histórico-matemáticos e as idéias gerais sobre a natureza e a composição da álgebra, em essência só se formou no século XX. O simbolismo algébrico da forma que conhecemos tem aproximadamente 400 anos (RÍBNIKOV,1987).

Nossa pesquisa, se diferencia das anteriores, por se fundamentar e defender uma proposta de álgebra pela educação do conceito com base na dinâmica histórica do conceito de álgebra. Quando falamos em dinâmica histórica do conceito estamos nos fundamentando em KOPNIN (1978). Ao discutir a teoria do conhecimento esse autor entende que o histórico consiste no processo de mudança do objeto, nas etapas de seu surgimento e desenvolvimento. O lógico é o meio pelo qual o pensamento realiza esta tarefa no processo de reflexão sobre o histórico, de forma que o lógico reflete os principais períodos da história do objeto. O conceito é *"a confluência, a síntese das mais diversas idéias, o resultado de um longo processo de conhecimento"* (KOPNIN, 1978:191).

> ***"O lógico reflete não só a história do próprio objeto como também a história do seu conhecimento. Daí a unidade entre o lógico e o histórico ser premissa necessária para a compreensão do processo de movimento do pensamento, da criação da teoria científica. À base do conhecimento dialético do histórico e do lógico resolve-se o problema da correlação entre o pensamento individual e o social; em seu desenvolvimento intelectual individual o homem repete em forma resumida toda a história do pensamento humano. A unidade entre o lógico e o histórico é premissa metodológica indispensável na solução de problemas de inter-relação do conhecimento e da estrutura do objeto e conhecimento da história de seu desenvolvimento"* (KOPNIN, 1978: 186)**

O desenvolvimento histórico do conceito de variável apresenta uma relação direta com o conceito de número, entretanto, sob o ponto de vista lógico do desenvolvimento do conceito, a variável, tem sua formalização oficial no século XIX, quando tanto a Teoria dos Conjuntos como a Teoria dos Números estavam sendo formalizadas e utilizadas no desenvolvimento do conceito de função. Nesse sentido, compartilhamos do pensamento de CARAÇA quanto a sua afirmação sobre a recente introdução na ciência do conceito de variável. Seu desenvolvimento não é linear, porém, vai surgindo á medida que os movimentos numéricos vão se refinando, através do pensamento humano. No desenrolar da criação do conceito de número, novos elementos da cultura vão sendo acrescidos, estabelecendo-se novas relações entre os conjuntos numéricos ou campos de variação, ou seja, à medida que os campos numéricos vão tomando nova forma vão se desprendendo das qualidades que compuseram o seu desenvolvimento histórico de forma que sejam considerados apenas os aspectos quantitativos do conceito de número, bem como suas propriedades.

Ao defender essa tese, LIMA (1998:100) entende que a partir da criação do simbolismo "*a matemática se separa definitivamente da linguagem das palavras, adquirindo uma forma própria de representar e registrar as idéias matemáticas"*. Neste processo evolutivo de descolamento da linguagem comum para a simbologia algébrica, diz SHEREMETIEVSKII (apud Vygotsky 1996) um único traço característico transforma a álgebra numa máquina de pensar que realiza seu trabalho com a velocidade e precisão de um mecanismo bem ajustado.

Podemos dizer que essa tese até certo ponto é compartilhada por KLINE (1998), pois, o autor quando se refere á álgebra simbólica entende que *"por meio de símbolos, a álgebra pode manejar toda classe de problemas em um só episódio de raciocínio"*. Os matemáticos, ao raciocinarem sobre a forma geral (ax + b = 0) podem *abarcar os milhões de casos diferentes que se apresentam quando a e b tiverem valores determinados.*

Sob este ponto de vista consideramos o conceito atual de álgebra como uma elaboração que contém a síntese de um longo processo de conhecimento das idéias que envolvem variações quantitativas, destacando-se a variável palavra, a variável figura e a variável letra. O conhecimento da álgebra simbólica pressupõe o conhecimento da sua história e desenvolvimento; mas deve-se estudar a história da álgebra tendo-se certo conhecimento da essência desta, enquanto movimento numérico, pois do contrário pode-se tomar por álgebra apenas o aspecto literal, rígido e fixo do conceito de variável em uma de suas formas que é a incógnita. Sua linguagem simbólica, tomada sintética e ágil está totalmente desvinculada dos significados do contexto da realidade que trouxe a necessidade de controlar a variação. A álgebra simbólica representa o lógico do histórico da álgebra que envolveu durante séculos palavras e figuras geométricas. Ela representa o lógico do histórico da variação, cuja notação passou por três estágios ou fases: *retórica, sincopada e simbólica* (CARAÇA, 1998; BOYER, 1974; EVES, 1997; PARADÍS & I. & MALET, 1989; USISKIN, 1995). Embora LINS & GIMENEZ (1997) discuta que esta abordagem considera apenas a mudança da notação algébrica, consideramos que combinando a idéia de CARAÇA (1998) de fluência com as da álgebra retórica, sincopada e geométrica estaremos possibilitando ao aluno a penetração na essência do conceito, em seu conteúdo concreto, em suas formas mais simples de modo que forma para si, como sujeito que aprende, pensamento algébrico.

Segundo CARAÇA (1998), aprender álgebra deveria implicar uma mudança da concepção polarizada na permanência das coisas. Educar algebricamente seria proporcionar ao aluno também a formação de uma visão de transformação e de movimento contínuo da realidade humana. Para que o professor do ensino fundamental possa reconstruir e (re) criar o conceito de variável com seus alunos a partir de leituras da realidade em que vive torna-se necessário planejar atividades que tenham este processo como objetivo (MOURA & SOUSA, 2000)

Ao defendermos uma proposta de ensino de álgebra que se fundamenta no par lógico-histórico, estamos compartilhando tanto do pensamento de (RÍBNIKOV, 1987) que defende o estudo da história da matemática porque ela se constitui em uma parte importantíssima da preparação dos professores de matemática e é necessária para uma correta compreensão da essência da ciência dada e para uma eleição correta da orientação e formas de sua atividade individual como do pensamento de MOISÉS (1999) que defende a relação lógica-histórica na prática pedagógica do professor, uma vez que: *"a relação entre lógica e história se configura, na nossa concepção, no centro da ação pedagógica comprometida na dinâmica que combina as dimensões do relacionamento humano do indivíduo/particular até o coletivo/geral"* (MOISÉS, 1999: 68).

Faz-se necessário tornar este construto teórico do conceito de variável domínio do professor. O que vem sendo proposto até então para os professores nas inovações curriculares, ao nosso ver, não tem permitido a ele adquirir um conhecimento mais profundo que lhe permita entender as dificuldades dos alunos e, esta obstrução não permite nem a um nem a outro entender a matemática como um processo de elaboração do próprio homem.

É nesse sentido que, procuraremos escrever nosso trabalho. Entendemos que este construto só será possível a professores e alunos, a medida que ambos compreenderem o pensamento algébrico enquanto construção e elaboração histórica e o (re) criarem em sua subjetividade.

Bibliografia

ARAUJO, E. A. - Influências das habilidades e das atitudes em relação á Matemática e a escolha profissional. UNICAMP/SP. Tese de Doutorado, 1999

BOYER, C. B. – História da Matemática, São Paulo, Edgar Blucher, 1974

CARAÇA, B.J. – Conceitos fundamentais da Matemática. Portugal – Gradiva, 1998

EVES, H. – Introdução à História da Matemática, 2ª. edição – Campinas, SP, Editora da Unicamp, 1997

KIERAN, C. – The learning and teaching of school algebra – in Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning, Université du Québec à Montréal, 1992

KLINE, M. – Matemáticas para los estudiantes de humanidades. Sección de obras de ciência y tecnologia, México, Conselho Nacional de Ciência y Tecnologia, 1998

KOPNIN, P. V. A dialética como lógica e teoria do conhecimento. Coleção Perspectivas do homem. Volume 123, 1978

LIMA, L. & PÉRICLES, R. & TAKASAKI, M. – A variável: Escrevendo o Movimento. A linguagem Algébrica 1. São Paulo: CEVEC/CIART, 1998.

LINS, R. C. & GIMENEZ, J. – Perspectivas em Aritmética e Álgebra para o século XXI. Campinas, 1997.

MEC/SEF – Parâmetros Curriculares Nacionais. Brasília, 1998.

MOURA, A.R.L. & SOUSA, M.C. - "O desenvolvimento da álgebra pré-simbólica: o conceito de variável" – in VI EPEM, 2001 e www.uol.com.br/cultvox

RÍBNIKOV, K. – Historia de las matemáticas. Editorial Mir Moscú, 1987

SHULTE, A.P. & COXFORD, A. F. – As idéias da álgebra. São Paulo, Atual Editora, 1995

SOUSA, M. C. – A percepção de professores atuantes no ensino de Matemática nas escolas estaduais da Delegacia de Ensino de Itu, do Movimento Matemática Moderna e de sua influência no currículo atual. UNICAMP/SP. Dissertação de Mestrado, 1999.

SOUSA, M.C. - Construindo o conceito de álgebra pré-simbólica com professores do Ensino Fundamental" - in Profmat 2000 –Actas (Universidade da Madeira – Madeira Tecnopolo), Portugal, vol. 1, p. 198 – 204, 2000

SOCAS, M.M. & CAMACHO, M. & PALAREA, M. & HERNÁNDEZ, J. – Iniciacion al álgebra. Coleção Matematicas: cultura y aprendizaje, Editorial Sintesis, 1996.

STRUIK, D. J. - História concisa das matemáticas. Ciência aberta, Gradiva, 1987.

UTSUMI, M. C. – Atitudes e habilidades envolvidas na solução de problemas algébricos: um estudo sobre o gênero, a estabilidade das atitudes e alguns componentes da habilidade matemática. UNICAMP/SP. Tese de Doutorado, 2000

"A GEOMETRIA ESCOLAR: UMA ANÁLISE DOS ESTUDOS SOBRE O ABANDONO DE SEU ENSINO"

Maria Regina de Oliveira Pereira
Orientação - Professor Doutor Wagner Rodrigues Valente.
Instituição - Pontifícia da Universidade Católica de São Paulo

Resumo

O objetivo deste trabalho é oferecer a possibilidade de melhor compreender e resgatar a condição da Geometria nos currículos do Ensino Fundamental e Ensino Médio.

Centrando-me na procura de justificativas para o seu abandono, a partir de um inventário da literatura existente, descrevo algumas pesquisas a título de ilustração.

Tais exemplos convergem para a composição de um repertório, cujo fim é relacionar trabalhos centrados neste tema e servir de patamar para futuras investigações.

Este trabalho, resultante das inquietações da minha prática profissional, vem a ser uma parte das reflexões que fiz como estudante a partir do Curso de Licenciatura e como professora na rede oficial de Ensino do Estado de São Paulo e na rede particular, em Barretos, desde a década de setenta, e, mais recentemente, como professora no curso de Licenciatura em Matemática na Faculdade de Ciências de Barretos.

Neste contexto, vários foram os questionamentos que me impulsionaram à busca de informações, relativas à diminuição gradativa dos conhecimentos geométricos elementares dos alunos de Ensino Fundamental e Ensino Médio.

Em 1996, foram divulgados no Brasil os primeiros resultados da avaliação pelo Ministério da Educação e Cultura do SAEB (Sistema Nacional de Avaliação do Ensino Básico) realizada em 1995. Especificamente em Matemática, os dados apontaram que 70% dos alunos das séries finais do Ensino Fundamental e do Ensino Médio não sabiam resolver problemas matemáticos e somente a metade era capaz de formar juízo próprio sobre o que lia.

A Secretaria de Estado da Educação realizou, em 1996, a primeira edição do SARESP (Sistema de Avaliação do Rendimento Escolar). Nos anos de 1997 e 1998, foram realizadas mais duas aplicações, dando continuidade à proposta. Especificamente com relação à Matemática, os dados apontaram que a maioria dos alunos das séries finais do Ensino Fundamental e da série inicial do Ensino Médio não sabiam resolver problemas matemáticos.

Com base nos resultados apresentados, a pesquisa revelou que o índice de acertos em Matemática foi considerado baixo, indicando que a maioria dos alunos não domina o conteúdo e as habilidades consideradas núcleos no final da 4ª série e na 8ª série do Ensino Fundamental.

A partir destas situações, pude, pouco a pouco, construir meu problema de pesquisa, o qual, pode ser expresso pela seguinte interrogação:

O que os estudos sobre o ensino/aprendizagem da Geometria vêm apontando como justificativas para seu abandono?

Sobre as questões teórico-metodológicas

A primeira tarefa foi a seleção de trabalhos significativos que tratassem das dificuldades no ensino da Geometria.

Para iniciar, procurei essa abordagem pelos títulos no "Banco de Teses — EDUMAT" - Relação de Teses "EDUMAT" - Banco de Teses – CEMPEM/FE-UNICAMP (Fiorentini, 1999) - Entre as 484 pesquisas realizadas entre 1971/1999 no Brasil, no Campo da Educação Matemática,

constatei que 70% localizavam-se no Estado de São Paulo, concentração essa que justifica o recorte espacial neste Estado.

Perez 1991	Quantitativa	Educação popular.	X

Desse modo, das pesquisas potenciais à investigação do tema a que me propus, mais especificamente ao abandono da Geometria nos currículos de Ensino Fundamental e Ensino Médio, selecionei trabalhos das Universidades UNICAMP, UNESP/Rio Claro e PUC/SP nos últimos vinte anos de pesquisa cujos títulos apresentassem uma tangência com o tema de minha pesquisa.

A partir desses estudos iniciais, num segundo momento, numa análise mais detalhada por meio dos resumos das pesquisas, determinei as escolhas dentro desta seleção pela variável que norteou a elaboração deste trabalho "o abandono da Geometria", ficando a seguir com uma seleção de oito trabalhos — 2% do Banco de Dados CEMPEM: quatro da UNICAMP, uma da UNESP/Rio Claro e três da PUC/SP. A amostra selecionada não pretendeu, em hipótese alguma, ser exaustiva, porém significativa, para compor, ilustrar e complementar a minha abordagem.

Constituída a seleção dos trabalhos, adotei um padrão de questionamentos que pudesse descrever os trabalhos estudados.

- Qual o tipo de obra?
- Qual o objetivo principal da pesquisa?
- Como o autor desenvolveu sua investigação?
- Qual o referencial teórico?
- Conclusões da pesquisa e as sugestões do autor.

Finalmente, tentei compreender e apresentar as inter-relações entre os trabalhos descritos, para uma reflexão sobre o ensino da Geometria ou de que modo os estudos sobre o ensino/aprendizagem da Geometria apontam justificativas para o seu abandono.

O abandono da geometria: o que dizem as pesquisas?

Problemas com a formação do professor

A primeira categoria – "Problemas com a formação do professor" – inclui investigações sobre alguns aspectos que envolvem professores que não possuem, em sua formação acadêmica, os conhecimentos necessários em Geometria para aplicá-la em suas atividades pedagógicas.

	Aspectos de orientação	Fundamentação teórica do pesquisador	Problemas de formação de professores
Vianna 1988	Estudo Histórico	Semelhança de triângulos e Lógica	X
Bertonha 1989	Método descritivo	Klausmeyer, Van-Hiele, Piaget e outros	X
Gouvêa 1998	Engenharia Didática	Brousseau, Chevallard, Arsac, Douady, Barbin, Balacheff, Duval e Piaget	X
Passos 2000	Estudo de Caso	Guitiérrez, Bishop e outros	X

Vianna observa que um dos motivos para a *"rejeição do ensino da Geometria dedutiva em sala de aula é a inabilidade do professor na utilização da Geometria dedutiva gerada, em parte, pela deficiência de alguns cursos de licenciatura em Matemática"* (p.22).

Os primeiros contatos com os professores foram para Bertonha, a partir de seu estágio como estudante, e à procura de respostas para saber como estava o ensino da Geometria,

Perez 1991	Quantitativa	Educação popular.	X

indagava porque os professores que diziam *"que o estudo de geometria era importante, mas, como o programa de matemática, a cada série, é muito extenso e os tópicos referentes à geometria são sempre nos finais, nem sempre é possível cumprir toda a programação"* (p.3).

Perez, analisando entrevistas, atribui o abandono da Geometria ao *"despreparo do professor, quanto a sua formação"* e de igual peso, à falta de metodologia dos mesmos, para realizarem o ensino da Geometria (p. 174).

Exceto parcialmente para Gouvêa que, ao analisar a questão referente à *experiência profissional* e a formação *acadêmica dos professores,* percebe que os professores recém-formados, ao contrário dos que têm mais tempo de docência, trabalham com a Geometria. Continuando, constata que a maioria deles acredita *"na importância de se demonstrar os teoremas, mas não parece saber como trabalhar de modo significativo a demonstração em suas aulas"* (p. 60).

Com esta preocupação, Passos, afirma "... *reflexões a respeito da pratica pedagógica, tanto na formação dos professores das séries iniciais quanto na formação continuada deles, e também em Encontros e Congressos de educadores matemáticos, verifica-se não haver uma concordância em relação aos detalhes e também a respeito da natureza da Geometria que deve ser ensinada, desde a escola elementar*

até a faculdade" (p. 62).

Em síntese, pode-se perceber, nas pesquisas, que o professor aceita a importância da demonstração no ensino da Geometria, mas admite não saber como executar; remetendo, pois, o problema a reflexões metodológicas neste ensino.

Omissão da Geometria em livros didáticos

A segunda categoria – "Omissão da Geometria em livros didáticos" – dedica-se a investigar como as lacunas que envolvem os conteúdos e conceitos geométricos nos livros didáticos influem na prática pedagógica dos professores.

	Aspectos de orientação	**Fundamentação teórica do pesquisador**	**Omissão da Geometria nos livros didáticos**
Vianna 1988	Estudo Histórico	Semelhança de triângulos e Lógica	X
Bertonha 1989	Método descritivo	Klausmeyer, Van-Hiele, Piaget e outros	X
Sangiacomo1996	Engenharia Didática	Colette Laborde, Brousseau, Balacheff, Chevallard e Duval	X
Gouvêa 1998	Engenharia Didática	Brousseau, Chevallard, Arsac, Douady, Barbin, Balacheff, Duval e Piaget.	X

Vianna afirma que os livros didáticos conservaram as demonstrações dos teoremas mais tradicionais *"como o de Tales e o de Pitágoras, abolindo quaisquer exercícios de caráter lógico ou*

Mello 1999	Engenharia Didática	Balacheff e Duval	X

para demonstrar" (p. 20). Para a autora parece que os livros perderam uma diretriz no ensino da Matemática.

Bertonha comenta que os tópicos apresentados nos livros didáticos do Ensino Fundamental são mera aplicação de "receitas" e que os autores não parecem se preocupar com o processo de estruturação do conhecimento. Exibem, assim, uma *"geometria que passa a ser entendida como um tópico de difícil aprendizagem por parte dos alunos"* (p. 18-19).

Reiterando, na análise às respostas dos questionários, Perez se depara com comentários do tipo *"Geometria encontra-se no final dos livros didáticos" (p. 174).* Segundo as pesquisas de Sangiacomo, *"o ensino é fortemente influenciado pelos livros didáticos";* em geral ocorrem as seguintes situações: *"O professor prepara aulas, usando a teoria apresentada pelos livros, utiliza um deles para indicar exercícios e o segue tanto na parte teórica quanto nos exercícios"* (p. 23).

Segundo observações de Gouvêa, os livros didáticos passaram a conservar, na maioria das vezes, as "demonstrações" dos teoremas mais tradicionais como o de Tales e o de Pitágoras. Em salas de aula, quando pedem demonstrações é para "repetir" o que o livro apresenta (p. 44).

Explorando um pouco além, Mello, em sua abordagem nos livros pesquisados, constata que *"a demonstração é pouco utilizada na apresentação dos resultados, e os exercícios apresentam-se desvinculados da exigência da técnica demonstrativa"* (p. 44).

Em síntese, ao que parece, todos os autores, de uma forma ou de outra, salientam que o processo demonstrativo não é elemento de preocupação didática dos livros escolares; isto é, os textos didáticos não incluem a demonstração como parte integrante da prática pedagógica.

Assim, sem a devida atenção ao processo demonstrativo, o ensino da Geometria ou fica secundarizado, ou completamente abandonado.

Lacunas deixadas pelo Movimento da Matemática Moderna (MMM).

Na terceira categoria – "Lacunas deixadas pelo Movimento da Matemática Moderna (MMM)" – investiguei, através dos relatos das pesquisas, como cada um dos trabalhos aborda direta ou indiretamente a influência do Movimento no ensino-aprendizagem da Geometria.

	Aspectos de orientação	Fundamentação teórica do pesquisador	Lacunas deixadas pelo MMM
Vianna 1988	Estudo Histórico	Semelhança de triângulos e Lógica	X
Bertonha 1989	Método descritivo	Klausmeyer, Van-Hiele, Piaget e outros	X
Pavanello 1989	Estudo Histórico	Investigação na legislação	X
Gouvêa 1998	Engenharia Didática	Brousseau, Chevallard, Arsac, Douady, Barbin, Balacheff, Duval e Piaget	X
Passos 2000	Estudo de Caso	Guitiérrez, Bishop e outros	X

Vianna afirma que o processo dedutivo, nessa época, foi *"exaltado apenas pelos matemáticos e por alguns alunos que tinham professores mais engajados na filosofia do Movimento, mas para a grande maioria permaneceu oculto"* (p. 19).

Para Bertonha, o MMM *"seguindo algumas correntes de ensino, também enfatizava a álgebra em seu modelo de ensino; as próprias faculdades também já o faziam em diversos cursos ministrados"* (p. 15).

Pavanello adverte, *"a orientação de trabalhar a geometria sob o enfoque das transformações, assunto não dominado pela grande maioria dos professores secundários, acaba por fazer com que muitos deles deixem de ensinar geometria sob qualquer abordagem, passando a trabalhar predominante a álgebra – mesmo porque, como a Matemática Moderna fora introduzida através desse conteúdo, enfatizara sua importância"* (p. 164-165).

Gouvêa complementa, afirmando que o Movimento da Matemática Moderna (MMM) deixou lacunas na Geometria *"O ensino da Geometria passou a ser abandonado pelos professores, os quais a planejam para o último ano, conforme testemunho dos professores pesquisados"* (p. 43). A Geometria, paulatinamente, foi sendo relegada ao último plano no currículo escolar do Ensino Fundamental, sem saber "o *quê*" e *"como"* ensinar, a maioria dos professores fugia do ensino dedutivo.

Segundo Passos, muitas pesquisas que vêm sendo realizadas nas últimas décadas têm enfatizado o esvaziamento do ensino da Geometria decorrente do Movimento da Matemática Moderna, revelando que diferentes propostas de ensino buscam reverter esse quadro.

O MMM propõe um trabalho com Geometria sob o enfoque das estruturas, feito por planos vetoriais ou por transformações, provocando um descontentamento entre os professores como afirmam os pesquisadores acima.

Torna-se necessário, portanto, notar que o MMM levou os professores a uma compilação dos livros didáticos da época, e pela dificuldade de uma nova abordagem teórica, conduziu-os para a Teoria dos Conjuntos, abandonando ou mesmo diminuindo o ensino da Geometria; predominando, pois, o ensino da Álgebra.

Conclusão

A análise das teses e dissertações permite distinguir alguns momentos diversos que colaboraram para o esvaziamento da Geometria Euclidiana.

É interessante notar o MMM como um principal marco de mudança curricular do ensino brasileiro de matemática nos últimos 50 anos.

O MMM, ao que parece, demonstrou-se insuficiente para substituir a Geometria Euclidiana por uma nova axiomatização.

Na tentativa de reverter esse quadro, diferentes alternativas se apresentam com vistas à requalificação dos professores. A esse respeito, vale a pena mencionar as pesquisas da Coleção Proem - Programa de Estudos e Pesquisa no Ensino de Matemática - (1998). Os professores consideram que relativamente à Geometria tem-se *"conteúdos importantes, mas não essenciais"* (p. 45-v.2.1), admitindo, assim, o seu abandono.

Na análise desta Coleção, notei que nas questões referentes às dificuldades encontradas pelos alunos e no grau de importância atribuído ao professor, os conteúdos que mais interessaram, por parte dos alunos, na opinião do grupo pesquisado, foram *área* e *perímetro*. No entanto, das dez questões elaboradas, apenas quatro se referiam aos conteúdos Geométricos, e, numa segunda análise, a maioria dos outros conteúdos foi algébrico.

Apesar de vários estudos demonstrarem o esgotamento do MMM em nível mundial, as análises, aqui realizadas, colocam o Movimento como o principal responsável pelas seqüelas deixadas no ensino da Geometria. Por outro lado, em se considerando o levantamento a partir dos diagnósticos, nesta pesquisa, que confirmam um insatisfatório desempenho dos alunos e, retomando algumas considerações sobre o livro didático em relação à prioridade que lhe é atribuída no desenvolvimento dos conteúdos, nota-se que o processo – demonstrativo – muito marcante no MMM não é mais um elemento de preocupação didática nos livros escolares.

Por fim, acredito que, a partir do diagnóstico que foi realizado no desenvolvimento desta pesquisa/inventário, fica evidente e necessária a discussão sobre novas abordagens, redimensionadas em conceitos e atividades que significativamente impulsionem o processo de aquisição – ensino e aprendizagem da Geometria, com novas leituras para novas propostas de ensino.

Bibliografia

BERTONHA, R. A. 1989. *"O ensino de geometria e o dia-a-dia na sala de aula"*. Dissertação de Mestrado. UNICAMP-SP. Faculdade de Educação.

GOUVÊA, F. A. T. 1998. *"Aprendendo e ensinando geometria com a demonstração: uma contribuição para a pratica pedagógica do professor de matemática do ensino fundamental"*. Dissertação de Mestrado. PUC-SP.

MELLO, E. G. S. de. 1999. *"Uma seqüência Didática para a introdução de seu aprendizado no Ensino da Geometria"* Dissertação de Mestrado. PUC-SP.

PAVANELLO, R. M. 1989. *"O abandono do ensino de geometria – uma visão histórica"*. Dissertação de Mestrado. UNICAMP-SP. Faculdade de Educação.

PASSOS, C. L. B. 2000. *"Representações, Interpretações e Pratica Pedagógicas: A Geometria na Sala de Aula"*. Tese de Doutorado. UNICAMP-SP. Faculdade de Educação.

PEREZ, G. 1991. *"Pressupostos e Reflexões Teóricas e Metodológicas da Pesquisa Participante no Ensino de Geometria para as Camadas Populares"*. Tese de Doutorado. UNICAMP-SP. Faculdade de Educação.

SANGIACOMO, L. 1996. *"O processo da mudança de estatuto: de desenho para figura geométrica"*. Dissertação de Mestrado. PUC-SP.

VIANNA, C. C. de S. 1988. *"O Papel do Raciocínio Dedutivo no Ensino da Matemática"*. Dissertação de Mestrado. UNESP-Rio Claro.

UM JOGO DE ALVO COMO RECURSO NO ENSINO/APRENDIZAGEM DE NUMERAÇÃO NA PRÉ ESCOLA

Maria Silvia Brumatti Sentelhas
Maria Cristina Souza de Albuquerque Maranhão PUC-SP

O objetivo deste trabalho foi o de investigar se alunos de Educação Infantil, na faixa etária de seis a sete anos, podem se apropriar do significado de número, com dois algarismos, e do valor posicional de sua escrita.

Para realizar essa investigação, elaboramos uma seqüência de ensino especialmente construída à luz de um arcabouço teórico, visando à aprendizagem, à evolução, à reutilização de conhecimentos, colocando, em interação, conceitos de diferentes domínios da Matemática, avaliando sua evolução e resultados. Segundo Maranhão(1996), esse tipo de organização é chamada de *engenharia didática*. Esse processo experimental comporta quatro fases: análise preliminar, concepção e análise a priori das situações didáticas, experimentação e análise a posteriori e avaliação.

Na elaboração dessa engenharia norteamo-nos nas pesquisas de Douady (1984), Vergnaud (1994) e Lerner e Sadovsky (1996).

Segundo Vergnaud (1994), para que ocorra a aprendizagem da numeração, é necessário que o aluno estabeleça a relação entre o número e a quantidade que ele representa. Essa quantidade é obtida por meio do que ele chama de contagem propriamente dita, na qual o aluno estabelece uma correspondência entre o conjunto contado e a seqüência numérica oral. Quando o número é maior que nove, há a necessidade de, também, estabelecer-se a correspondência entre os agrupamentos realizados em um conjunto de objetos e a notação numérica. Além disso, ele considera que o que dá aos números sua característica essencial é a possibilidade de os adicionar e de dar um sentido a essa adição.

Com o mesmo propósito, de dar significado ao número e à sua escrita, Douady (1984) propõe um jogo no qual o aluno é colocado diante de situações em que deve manter controle sobre a quantidade de pontos acumulados para determinar o vencedor. Para manter esse controle o aluno passa a tratar com agrupamentos formados por soma de pontos, estabelecendo a correspondência entre os agrupamentos realizados e a notação numérica. Essa correspondência é pautada em Vergnaud. Na determinação do vencedor, o aluno estabelece comparações entre os números obtidos. Para Douady, o aluno expressa o significado do número quando justifica sua escolha do vencedor por meio de frases do tipo "nove é maior que seis, porque nove é três a mais que seis". Quando se dá com diversos números, essa justificativa é interpretada pela autora como uso implícito da sentença:

> *sendo dados dois números a e b, a < b, podemos encontrar c tal que a + c = b.* (Douady, 1984, p.108)

Para o ensino de sistema de numeração, Lerner e Sadovsky (1996) propõem um trabalho de exploração da escrita numérica, para o aluno reconhecer as regularidades presentes na seqüência numérica natural. A percepção dessas regularidades pode ser usada como apoio na leitura e escrita de números. Nessa proposta, essas pesquisadoras restringem-se ao trato com as escritas numéricas, enfatizando que, quando a escrita numérica é conhecida, os alunos justificam a comparação de números por meio de frases como:

> *12 é maior porque tem mais números atrás dele, porque 6 para baixo tem menos atrás dele.* (Lerner e Sadovsky, 1997, p.79).

Segundo ERMEL (1991), no ciclo escolar correspondente ao CP (Cours Préparatoire, corresponde ao ano escolar imediatamente anterior à primeira série do ensino fundamental), os números ganham sentido, se servem para resolver problemas. Há duas funções do número que os alunos podem reconhecer e utilizar.

Uma delas, é o número como *memória*, seja como *"memória de quantidade"*, que permite ao aluno lembrar-se de uma quantidade, sem que ela esteja presente, e que corresponde ao

aspecto cardinal do número, seja como *"memória da posição na seqüência natural"*, que permite ao aluno lembrar-se do lugar que o número ocupa na seqüência numérica, e que corresponde ao *aspecto ordinal* do número.

Outra, é o número como *possibilidade de antecipar resultados* para situações não presentes ou ainda não realizadas e sobre as quais dispõe-se de algumas informações que exigem o uso, pelos alunos, de procedimentos numéricos que envolvem cálculos ou contagem.

Segundo ERMEL, na Educação Infantil, não se deve dissociar os aspectos ordinal e cardinal dos números, assim, em nossa engenharia elaboramos uma seqüência de ensino e aprendizagem em que usamos duas fases do jogo proposto por Douady, exploramos as regularidades percebidas pelos alunos na seqüência numérica, como proposto por Lerner e Sadovsky e, de Vergnaud, usamos a noção de contagem propriamente dita, fazendo uma extensão à contagem de dez em dez.

Nesse quadro, em nossa seqüência, para dar significado ao número e à sua escrita, nos propusemos a tratar da correspondência entre o número e a quantidade que ele representa, do uso da adição para resolver os problemas propostos, da leitura e escrita de números com dois algarismos de modo a se explicitar a informação concentrada na notação posicional e da comparação para a ordenação de números, com justificativa não restrita ao aspecto ordinal dos números envolvidos. A seqüência foi desenvolvida em seis sessões com duração média de 50 minutos cada uma.

Das análises das produções dos alunos obtivemos os seguintes resultados:

- **quanto à correspondência entre o número e a quantidade que ele representa** - nas sessões 5 e 6, vinte dos vinte e dois alunos presentes (90,90%) estabeleceram essa correspondência. Consideramos que esse conhecimento não fora decorrente de nossa seqüência, pois, na sessão 3, dezoito alunos já faziam essa correspondência
- **quanto à adição do tipo $a + b = c$, com $a, b \leq 9$, e seu uso para resolver problemas** - na sessão 1, nenhum dos alunos fez referência ao seu uso para a obtenção do total de pontos de cada jogador. Dos vinte e três alunos presentes, nove acertaram todas as adições propostas pela professora. Na sessão 6, vinte dos vinte e dois alunos presentes (90,90%) usaram a adição na solução do problema e acertaram todos os cálculos.
- **quanto à comparação e ordenação de números com dois algarismos** - nas entrevistas, 66,67% dos alunos apoiaram-se no aspecto ordinal para comparar e ordenar números e 8,34% basearam-se no aspecto cardinal. Na sessão 6, dezoito dos vinte e dois alunos (81,82%) compararam e ordenaram números de dois algarismos, mantendo controle sobre o par — número de grupos de dez e número de pontos não agrupados —, explicitando a comparação entre esses dois elementos. Além disso, onze alunos (50%) justificaram sua escolha, com base no aspecto cardinal dos números envolvidos.
- **quanto à leitura e escrita de números com dois algarismos, explicitando a informação concentrada na notação posicional** - nas entrevistas, apenas 8,34% dos alunos liam ou escreviam números maiores que vinte, sem recorrerem à seqüência numérica e à recitação da seqüência desde o número um. Na sessão 6, dezoito alunos (81,82%) realizaram a leitura e escrita dos números envolvidos no problema proposto, sem recorrerem à seqüência numérica e à recitação da seqüência desde o número um.

Concluímos que dezoito dos vinte e dois alunos que participaram de todas as sessões (81,82%) se apropriaram do significado de número com dois algarismos, de sua escrita e da informação concentrada na notação posicional dessa escrita, porque atenderam a todos os pressupostos usados como ferramentas de análise.

Consideramos, por fim, que uma proposta como esta, incluindo sistema de numeração, na qual ocorrem situações que associem quantidades a números e que levem os alunos a se apropriar desse conhecimento, de modo que dêem significado ao número e à sua notação escrita, pode ser realizada na Educação Infantil.

BIBLIOGRAFIA

ARTIGUE, Michèle. *Ingénièrie didactique*. Recherches en Didactique des Mathématiques, Grenoble, 1988. v. 9, n. 3, p. 281-308.

BRASIL. Ministério da Educação e do Desporto. *Referencial curricular nacional para a educação infantil: matemática*. Brasília: SEF, 1998.

DOUADY, Régine. *Jeux de cadres et dialectique outil-objet dans l'enseignemant des mathématiques*. These de doctorat d'etat. Universite Paris VII, Paris, 1984.

______________ *Jeux de cadre et dialectique outil-objet*. Recherches en didactique des mathématiques, Paris, 1986. v. 7, n. 2, p. 5-31.

______________ *La ingeniería didáctica y la evolución de su relacion com el conocimiento*. In Ingeniería didáctica en educación matemática. México, 1995. p. 61-97.

ERMEL. *Apprentissages numériques - CP*. Institut National de Recherche Pedagogique. Paris: Hatier, 1991.

KAMII, Constance. *A criança e o número*. Campinas: Papirus, 1984.

KAMII, C e DeCLARK, G. *Reinventando a aritmética*. 2.ed. Campinas: Papirus, 1986.

KAMII, Constance. *Aritmética: novas perspectivas*. . Campinas: Papirus, 1992.

LERNER, Delia e SADOVSKY, Patricia. *O sistema de numeração: um problema didático*. In Didática da Matemática, org. Parra, C. e Saiz, I. Porto Alegre: Artes Médicas, 1996.

MARANHÃO, Maria Cristina S. de A. *Dialética ferramenta objeto*. In: MACHADO, Silvia Dias Alcântara. *Educação Matemática: uma introdução*. São Paulo: EDUC, 1999. p.115-134.

NUNES, Terezinha & BRYANT, Peter. *Crianças fazendo matemática*. Porto Alegre: Artes Médicas, 1997.

SENTELHAS, M. Silvia B. Um estudo de numeração com alunos de 6 a 7 anos da rede municipal de Santo André. Dissertação de Mestrado. PUCSP, 2001.

VERGNAUD, Gérard. *L'enfant, la mathématique et la réalité*. 5.ed. Berne: Peter Lang, 1994.

A ALFABETIZAÇÃO MATEMÁTICA DAS CRIANÇAS DE ESCOLAS DE PERIFERIA

Autora: Maria Tereza Armonia
Orientadora: Profª. Dra. Márcia Maria Fusaro Pinto
Faculdade de Educação da Universidade Fed. de Minas Gerais

QUESTÃO CENTRAL: A ALFABETIZAÇÃO MATEMÁTICA

Minha proposta de pesquisa se originou de reflexões sobre a minha experiência como educadora em escolas públicas, que abrigam crianças e adolescentes de classes sociais desfavorecidas.

Minha prática educacional está centrada em escolas da periferia dos municípios de Contagem e Belo Horizonte. Desde 1995, em Contagem, como Orientadora Educacional de alunos de 5ª a 8ª séries e, eventualmente, na Supervisão Escolar das séries iniciais. Desde 1997, em Belo Horizonte, como professora P1, mas com trânsito em todos os ciclos de formação, dentro da proposta da Escola Plural.

Após meu primeiro ano como orientadora, numa escola da periferia de Contagem, cujo projeto pedagógico ainda mantinha a estrutura seriada, minha preocupação com resultados negativos dos alunos de 5ª série - um alto índice de repetência -, me levou a conduzir uma pesquisa sobre que conhecimentos os alunos recém-chegados traziam consigo da escola de 1ª à 4ª séries. Tal pesquisa consistiu em verificar se o aluno sabia ler, interpretar - como forma de, pelo menos, acatar e executar ordens recebidas - e quais os seus conhecimentos matemáticos prévios, visando situar os professores na realidade deste aluno recém-chegado. Fundamentada na estrutura curricular dos programas de ensino e pressupondo que ele deveria trazer determinados pré-requisitos da fase anterior para continuar a aquisição de conteúdos, pude observar que trazia muito pouco: não sabia interpretar ordens dadas, por isso, não as executava e os conhecimentos matemáticos eram insuficientes para a aquisição de novos conteúdos: a maioria, num universo de 350 alunos, sabia apenas as operações de adição e multiplicação, desde que por algarismos até 5, o que já os confundia. As operações de subtração e divisão não eram dominadas.

Elaborei, então, uma outra seqüência de atividades, desta vez, envolvendo problemas matemáticos. Ciente das limitações em leitura e operações matemáticas básicas, os problemas foram cuidadosamente formulados, revistos e interpretados, durante a aplicação, como forma de auxiliar os alunos tanto na organização dos fatos apresentados nos problemas propostos quanto nas respostas. Entretanto, o resultado foi decepcionante, principalmente no que dizia respeito às operações reversas – subtração e divisão.

Este fato me sugeriu a questão de por que este aluno teria dificuldades nas operações de divisão. Pelas próprias condições sociais em que vive, o aluno de classes populares é a criança que mais divide. Mesmo considerando que a divisão é a operação que maiores dificuldades oferece na aprendizagem dos conteúdos de matemática das séries iniciais, ainda assim, se havia uma prática social e familiar que levava a criança a dividir, a minha expectativa era a de que a formalização desta operação no espaço escolar ocorresse sem maiores dificuldades.

Concomitantemente, trabalhava com Supervisão escolar nas séries iniciais e era muito solicitada, pelas professoras, sempre em atividades de Matemática, tanto para formular as atividades, quanto para introduzir algum novo conteúdo. Percebi que, anterior à resistência dos alunos em aprender matemática, estava o medo que as professoras demonstravam pela disciplina: qualquer oportunidade que tinham em delegar o trabalho a outrem, faziam-no e, se pudessem, não ensinariam Matemática. Analisando a metodologia do trabalho, tornou-se preocupante a forma mecânica adotada para o ensino deste conteúdo, cujas atividades eram simplesmente reproduzidas, copiadas de matrizes já existentes, sem análise do que continham ou de como poderiam auxiliar o aluno a pensar.

O meu universo de observação ampliou-se no ano seguinte, 1997, quando fui nomeada professora na Rede Municipal de Belo Horizonte, que já implantara, desde 1995, o modelo de ciclos de formação, em substituição à estrutura seriada. Assumi a regência da 3ª fase do 1º ciclo, trabalhando com Língua Portuguesa. No meu entender, a alfabetização do aluno é vista, erroneamente, apenas da perspectiva de ensino/aprendizagem da língua materna. O material visual oferecido nas salas de aula, em geral, consta de letras – nas suas mais variadas formas, palavras e figuras a serem decodificadas através da linguagem. Entretanto, o material visual que poderia ser oferecido para o conhecimento de números, conjuntos e das noções mais simples da matemática, inexistem. Outro fato que chamou a atenção foi a proporção estabelecida entre o número de aulas: para cada 3 aulas de Língua Portuguesa, era ofertada 1 de Matemática. Uma nova preocupação surgiu, então, neste contexto: por que a matemática não é abordada, nas séries iniciais, ao mesmo nível da língua portuguesa?

Observando outras comunidades, outra clientela, outro professorado, percebi dificuldades recaindo sobre o mesmo conteúdo: **a matemática.**

Acredito que todos os conteúdos disciplinares oportunizam um trabalho voltado para o desenvolvimento da lógica do pensamento e é isso o que procuro fazer com que meus alunos alcancem. Mas, a cada vez que propunha uma atividade que demandasse elaboração mental deles, a resposta era mínima (ver anexo). Verificando como e quais os conteúdos matemáticos que estavam sendo ensinados percebi que, também aí, as atividades propostas eram mecânicas – os conceitos ou fatos matemáticos eram apresentados ao aluno, para uma resposta pronta. Ao invés, por exemplo, de se apresentar ao aluno uma situação-problema que o levasse a pensar sobre determinada operação, era oferecido o fato matemático ($2 + 3 = 5$ ou $7 - 2 = 5$), o que pressupõe a competência de, apenas, decorá-lo, o que, definitivamente, não leva o aluno a raciocinar.

Ao longo da minha experiência profissional, a prática em salas de aula demonstrou que as metodologias utilizadas para o ensino dos conteúdos matemáticos tornam o aprendizado mecânico e o aluno só consegue concluir atividades quando estas não exigem problematizar, relacionar, operacionalizar, analogizar conteúdos e informações.

Reportando-me, então, à preocupação já existente, quanto à dificuldade no aprendizado das operações de divisão, avaliei se toda a dificuldade demonstrada pelo aluno com os conteúdos da disciplina não poderia se situar neste processo inicial de aquisição dos conceitos básicos da matemática.

QUESTÃO DE PESQUISA

A observação das dificuldades encontradas nos conteúdos matemáticos pelos alunos das escolas em que trabalhava desencadeou, a partir de uma análise mais detalhada da situação, a implementação de um projeto de trabalho que visava oferecer a estes alunos condições metodológicas que sanassem tais dificuldades e os fizessem adquirir as competências necessárias ao desenvolvimento do raciocínio lógico-matemático. Ao mesmo tempo, checar o estágio do desenvolvimento cognitivo e sua articulação com a aprendizagem, segundo as teorias construtivistas de Piaget e Vygotski.

Os resultados obtidos com este trabalho, levaram-me a apresentar à Faculdade de Educação da Universidade Federal de Minas Gerais um projeto de pesquisa para admissão ao Programa de Mestrado, com vistas a: 1) conhecer melhor o sujeito com e para quem iria trabalhar, 2) aprofundar o conhecimento das psicologias da aprendizagem para 3) avaliar a relação ensino-aprendizagem da matemática em escolas públicas de periferia, ao nível da alfabetização.

QUEM É O ALUNO DA ESCOLA EM QUESTÃO?

Para a criança oriunda de classes sociais populares, a escola é a única instância para interação com os **saberes escolares**, uma vez que a cultura familiar é distanciada desse objetivo. A comunidade onde vive é pobre de recursos e instrumentos que lhe oportunizem acesso ao saber universal, entendido aqui como "noções científicas corretas sobre o mundo físico e social" (Mello, 1990). A educação escolar, neste sentido, tem especificidade e permite identificar objetivos e prioridades claros:

> *"desenvolver o domínio da língua como instrumento de organização e expressão do pensamento e das emoções humanas e de compreensão dos outros; ensinar o manejo dos números e quantidades de modo a desenvolver o raciocínio abstrato e lógico-matemático; habilitar para formas não-verbais de comunicação pela aquisição de habilidades físicas, de compreensão da imagem, da literatura, da música" (Mello, 1990).*

Do ponto de vista da Sociologia, a relação de dependência com a escola se explica na família, no meio social e no grupo de pertencimento desta criança. A família é a primeira e principal formadora da personalidade do indivíduo. Hábitos, costumes, gostos, atitudes são dela herdados e por ela transmitidos, não como um título de propriedade ou por vontade testamental, mas através de um conjunto de práticas familiares (Charlot, p.22). A família e o meio, definitivamente, conferem a um indivíduo a sua identidade – o que é, o que deve ser, qual o seu papel na sociedade, acrescida da responsabilidade de "perpetuar a linhagem e sua herança, no sentido mais amplo do termo", além da certeza de que, quanto maior o interesse dos pais, seu envolvimento e seu investimento, maior o sucesso do filho na escola e na vida.

Normalmente falta ao aluno da escola de periferia um adulto que direcione a sua rotina, o que o leva a viver entre a creche e a escola e que não lhe confere referencial familiar. À luz da teoria de Bourdieu (1989),

> *"... cada família transmite a seus filhos, mais por vias indiretas que diretas, um certo capital cultural e um certo ethos, sistema de valores implícitos e profundamente interiorizados, que contribui para definir, dentre outras coisas, as atitudes face ao capital cultural e a instituição escolar".*

Nesse sentido, falta às famílias dos alunos das escolas de periferia a herança cultural que está na base da ideologia da escola e dos saberes universais.

Do ponto de vista da psicologia da aprendizagem, mais precisamente das teorias construtivistas, começam a se formar, concomitantemente à entrada da criança na escola, as estruturas operatório-concretas (7 anos), que assinalam um fator decisivo na elaboração de instrumentos do conhecimento; nesta fase, com relação aos objetos, a criança já consegue ordená-los mentalmente, sem a necessidade de apalpá-los ou medí-los, como nos estágios anteriores, já é capaz de uma pré-correção dos erros, devido às operações diretas e inversas de antecipações e a classificação que acontecia, até então, em coleções figurais ou empíricas, já acontecem de forma operatória, com quantificação de inclusão (Piaget, 1973). Isto equivale dizer que a criança adquire nesta fase as competências para entendimento da realidade e de reestruturação dos objetos do conhecimento.

Segundo Rangel (1992),

> *"é necessário propiciar, no interior do espaço escolar, as condições favoráveis ao desenvolvimento do pensamento, porque se a criança construir suas estruturas lógico-operatórias, ela terá condições mais favoráveis à aprendizagem, já que esta depende das leis do desenvolvimento.",*

o que reforça a hipótese de que, principalmente para o aluno de periferia, que depende da escola para aquisição dos saberes universais, a atuação da escola torna-se essencial.

Mesmo considerando a falta de contato com o saber universal pela criança da periferia, o aluno, sujeito sócio-histórico-cultural, traz para a escola uma história prévia de conhecimento, negado por ela. Principalmente a criança oriunda das classes sociais mais carentes, aprende muito cedo a dividir - espaço, alimento, objetos; estranhamente, a operação matemática mais difícil para este aluno é a divisão. Respeitado o seu amadurecimento para operacionalizar o fato reverso, que é adquirido aos 7-8 anos (Kamii, 1995, p.35), a representação da divisão é crucial.

Carraher e outros (1995), em pesquisa realizada com crianças de escolas de Recife, demonstram que as competências matemáticas que elas utilizam na rua, com eficiência, pela necessidade do trabalho, não condizem com o seu desempenho matemático na escola. As crianças pesquisadas mostraram-se capazes de fazer contas acertadamente, desde que as propostas estivessem vinculadas ao trabalho – foi simulada uma situação de vendas de objetos - ou que correspondessem a vivências práticas dessas crianças, ao contrário da resposta aos procedimentos de computação, sem referência a objetos do mundo real, que apresentaram-se muito mais difíceis para elas resolverem, porque significavam exercícios de "puro cálculo". Esta pesquisa, então, levada a efeito para analisar os procedimentos de computação, vem demonstrar que realmente existe um cabedal matemático anterior à entrada da criança na escola, eficaz se aplicado a situações da vida mas que a escola não conseguiu, ainda, se apropriar, para tentar uma adequação dos conteúdos e, consequentemente, melhoria na qualidade da relação ensino-aprendizagem na matemática em sala de aula.

ESCOLA COMO ELEMENTO INTERATIVO ENTRE O ENSINAR E O APRENDER

Considerando os componentes sociológicos e epistemológicos, o papel da escola deveria ser exercido de forma a minimizar os efeitos sociais nefastos e as defasagens de conhecimento que esta criança traz no seu ingresso, além de considerar, com vistas à melhoria na qualidade do seu trabalho pedagógico, a experiência anterior desta criança.

Não é intenção fazer defesa, aqui, das políticas assistencialistas que o sistema educacional vem implantando e que têm refletido tão mal nos processos internos da escola (Mello,1990). Neste caso, minimizar os efeitos sociais significa oferecer ao aluno condições pedagógicas adequadas e eficazes, de forma que estes efeitos não interfiram na relação ensino-aprendizagem.

O sistema educacional vem buscando, há muito, um projeto de excelência da escola pública que reduza a exclusão e o fracasso escolar, sem conseguir, no entanto, um nível de qualidade que consiga recuperar o seu papel fundamental, que é a transmissão do conhecimento universal sistematizado.

Com a implantação da escola por ciclos, e refiro-me aqui, mais precisamente, à Escola Plural, projeto político pedagógico da Prefeitura de Belo Horizonte, em virtude de já haverem publicados estudos da avaliação de seu funcionamento, onde não há retenção do aluno, eles vão sendo aprovados, indiscriminadamente, a outro nível, sem conhecimento, mesmo que não tenham dado conta de aprender (Dalben, 2000).

Ressalte-se que o projeto político-pedagógico da escola por ciclos não requer pré-requisitos para passar de um nível a outro. Entretanto, considerando a ideologia da escola seriada, onde a maioria dos professores se formou e que tornou-se uma prática comum até há poucos anos atrás e, que, portanto, ficou incorporada ao trabalho docente, a vivência no cotidiano do trabalho da escola demonstra que esta prática continua sendo exercida visando o trabalho de um ano escolar. Isto equivale dizer que, até hoje, ao início de cada ano e de cada bimestre, são estabelecidos os conteúdos curriculares que serão ofertados ao aluno naquele período, paralelamente ao desenvolvimento de projetos temáticos (Dalben, 2000). Muito embora não faça parte do ideário desta política, os projetos temáticos vêm tomando espaço dos conteúdos universais, em nome da formação do cidadão e de se adequar conteúdos às necessidades de cada coletivo (Dalben, 2000).

Considerando, assim, o desenvolvimento do raciocínio lógico d o aluno, a escola deve propiciar meios didáticos efetivos para a eficácia da relação ensino-aprendizagem. Desta forma, "é importante que os professores apresentem às crianças materiais, situações e ocasião que lhes permitam progredir. Não se trata de deixar as crianças fazerem qualquer coisa; trata-se de confrontar as crianças com situações que lhes tragam novos problemas que se encadeiem aos anteriores. É preciso um misto de liberdade e direção" (Evans, 1973 in Rangel, 1992).

Acredito que a "tarefa do professor-educador deveria ser a de organizar um ambiente favorável à ação, à experimentação e ao intercâmbio entre as crianças, criando situações que solicitem e encorajem a criança a pensar por si mesma, ativamente, em todos os tipos de situações que envolvam o estabelecimento de relações, a quantificação dos objetos e a construção de operações, sem querer obter delas, apressadamente, respostas e soluções 'corretas' aos

problemas e desafios vivenciados" (Rangel, 1992) e que, a partir do estabelecimento de uma certa lógica de raciocínio, todo o processo de aprendizagem possa ser mais simples para o aluno, seja em que disciplina for. "Nesta perspectiva, Furth (1979) organizou um programa para crianças de 1ª série, tratando de dois tipos de atividades: para o pensamento e as do currículo escolar. Furth pretendeu favorecer o pensamento das crianças, através de jogos, a fim de que as mesmas, desenvolvendo suas estruturas cognitivas, tivessem maiores condições de compreender os ensinamentos tradicionais do currículo escolar. No Brasil, Assis (1979) também organizou um programa para a pré-escola com vistas a favorecer o desenvolvimento das estruturas operatórias. Utilizando uma metodologia voltada para a ação da criança e para a interação entre os pares, na qual o professor provoca conflitos, Assis desafia as crianças a avançarem em suas formas de pensar." (Rangel, 1992, p. 53).

FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

A teoria construtivista de Piaget confirma a nossa hipótese de que, havendo um desenvolvimento cognitivo progressivo, baseado em formações anteriores, que dão sustentação a novas etapas da aprendizagem, a escola é responsável em oferecer à criança um ambiente favorável ao aprendizado, que deveria acontecer de forma não-mecanizada e com vistas a desenvolver as estruturas lógicas do sujeito.

Vygotsky afirma que a aprendizagem da criança começa muito antes dela freqüentar a escola, então, é pertinente que a escola faça uso dessa experiência pré-escolar do aluno, para tornar o processo de aprendizado mais simples, principalmente no que diz respeito aos conteúdos matemáticos, cuja representação escolar é bastante complicada para o aluno. Este fato é confirmado pelas pesquisas de Therezinha Carraher e outros(1995), esclarecedoras quanto às habilidades matemáticas de crianças trabalhadoras em confronto com as dificuldades apresentadas no curso da representação formal dos fatos matemáticos.

Bourdieu, em sua teoria dos bens culturais, permite uma análise da herança cultural do aluno das escolas de periferia, quase sempre incompatíveis com a ideologia dominante da escola. Este motivo ressalta a importância dos profissionais que trabalham nas escolas de periferia em investigar e propor metodologias que desenvolvam as capacidades de raciocínio do aluno.

METODOLOGIA DA PESQUISA

- O trabalho de pesquisa e coleta de dados deverá ser feito em escolas de periferia, observando-se classes do primeiro ciclo de formação, para análise da metodologia utilizada em sala de aula para transmissão dos conteúdos matemáticos, bem como as atividades de representação que são oferecidas ao aluno. Neste contexto, observar, também, se o espaço da escola, bem como as atitudes dos profissionais são condizentes com o desenvolvimento cognitivo do aluno das séries iniciais e se oportunizam reflexão sobre as atividades propostas.
- A população-alvo da pesquisa serão alunos e professores de escolas de periferia de Belo Horizonte, Contagem e Betim, municipais e estaduais, tendo em vista que a estrutura de funcionamento das escolas difere para cada município, em amostragem a ser determinada.
- Atrelado a determinação da amostragem, estão os tempos de execução do trabalho de coleta de dados e os procedimentos metodológicos para tal.
-
-
-
-
-
-
-
-

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS:

BOURDIER, P. "A escola conservadora: as desigualdades frente à escola e à cultura", Educação em Revista, nº 10, dez. 1989, p.3-15

BOURDIER, P. *"As contradições da herança"* in P. BOURDIER, *Escritos de educação,* Petrópolis, Vozes, 1998, p.229-237.

BOURDIER, P. e CHAMPAGNE, P. "Os excluídos do interior" in P. BOURDIER, *Escritos de Educação,* Petrópolis, Vozes, 1998, p.217-227.

CARRAHER, T. et alii. *"Na vida dez, na escola zero"*, São Paulo, Cortez, 1995

CHARLOT, B., *"Da relação com o saber – Elementos para uma teoria"*, Porto Alegre, Artes Médicas, 2000.

CHARLOT, B., *"Relação com o saber entre estudantes da periferia"*, *Cadernos de Pesquisa,* São Paulo, nº 97, maio/1996, p.47-63.

COUTINHO, M. T. e MOREIRA, M., *"Psicologia da Educação – Um estudo dos processos psicológicos de desenvolvimento e aprendizagem humanos, voltados para a educação"*, Belo Horizonte, Editora Lê, 1992.

DALBEN, A. I. L. F. (coord.). *"Avaliação da implementação do projeto pedagógico Escola Plural"*; coordenação do banco de dados: José Rodrigues Batista, Belo Horizonte, UFMG/FaE/Game, 2000

KAMII, C. e DECLARK, G., *"Reinventando a Aritmética: Implicações sobre a teoria de Piaget"*, São Paulo, Papirus, 1994

PIAGET, J. *"A Epistemologia Genética"*, Petrópolis, Vozes, 1973

PIAGET, J, *"Psicologia e Epistemologia"*, São Paulo, Forense, 1973

PIAGET, J. e INHELDER, B. *"Gênese das estruturas lógicas elementares"*, Rio de Janeiro, Zahar Editores, 1971.

RANGEL, A. C. S. *"Educação matemática e a construção do número pela criança : uma experiência em diferentes contextos econômicos"*, Porto Alegre, Artes Médicas, 1992.

VYGOTSKI, L. S. *"A formação social da mente"*, São Paulo, Martins Fontes, 1996

VYGOTSKI, L. S. *"Pensamento e linguagem"*, São Paulo, Martins Fontes, 1991

ALGUMAS CONTROVÉRSIAS ENVOLVENDO A DISCIPLINA DE MATEMÁTICA NA REFORMA FRANCISCO CAMPOS.

Marilene Moussa Miranda
Orientador: Wagner Valente
PUC-SP

CONSIDERAÇÕES PRELIMINARES

A grande missão da escola é estimular a criatividade, o espírito inventivo, o raciocínio e a curiosidade com a responsabilidade de contribuir para a formação de cidadãos críticos e pensantes A escola procura contribuir para o reconhecimento e a valorização da multiplicidade da cultura nacional.

A vida é simples de ser vivida se todos aprenderem a se guiar pelo bom senso, esse é o grande tratado que a escola precisa se preocupar e ter como principal objetivo educacional.

Muitas teorias no decorrer dos tempos foram desenvolvidas, seja por intelectuais ou por facções religiosas e ao chegarem ao ápice só conseguiram a destruição do ser humano que era, em princípio, o produto final na conquista da plena felicidade.

O ensino da matemática moderna não pode diferir tanto do ensino tradicional. Muitos são os estudos relativos de como ensinar matemática de forma mais agradável e compreensível, porém, nenhuma conclusão muito satisfatória chegou-se nem para o tempo presente, nem para soluções futuras.

- OBJETIVO

Este trabalho tem como objetivo, citar algumas controvérsias envolvendo a fusão das matemáticas: álgebra, aritmética, geometria e trigonometria, na Reforma Francisco Campos, segundo a visão do Tenente Cel. Sebastião Fontes, professor da Escola Militar do Rio de Janeiro.

A REFORMA FRANCISCO CAMPOS

A reforma do ensino secundário empreendida por Francisco Campos em 1931 pelo decreto nº 19.890, de 18 de abril, foi consolidada em 4 de abril de 1932 pelo decreto nº 21.241. Segundo Cunha a reforma do ensino secundário "tentou corrigir uma antiga anomalia que era a sua função preparatória aos cursos superiores"(CUNHA, 1981, p.76).

A unificação da Matemática, abrangendo Álgebra, Aritmética, Geometria e Trigonometria, foi caracterizada em âmbito nacional, na reforma de Francisco Campos.

Um dos objetivos da reforma, era fazer a correlação entre essas disciplinas que já ocorriam no Colégio Pedro II, desde 1929.

Euclides Roxo, professor catedrático do Colégio Pedro II, e diretor do Colégio Pedro II, desempenhou um papel importante na Reforma Francisco Campos; pois conforme referência citada por Arlindo Vieira, foi o autor da proposta de matemática implantada a partir de 1931.

Francisco Campos, em sua reforma do ensino secundário, acatou, na parte relativa ao ensino de matemática, todas as idéias de Euclides Roxo.

- ALGUMAS CONTROVÉRSIAS

A análise de controvérsias é um expediente fértil para a compreensão da história da educação matemática brasileira. Joaquim Inácio de Almeida Lisboa e Euclides Roxo, protagonizaram controvérsias que constituíram determinantes fundamentais para o ensino da matemática elementar no Brasil. Foram personagens-chave para o entendimento do ensino de matemática posto na chamada reforma Francisco Campos . Essas análises mostram-nos como diferentes professores de matemática se apropriam de maneiras diferentes de um mesmo autor matemático.
O professor Tenente Coronel Sebastião Fontes, do Colégio Militar do Rio de Janeiro, mostra-se contrariado com as propostas no ensino da Matemática e escreve um artigo em 06 de abril de 1930. Abaixo, a transcrição de parte do seu artigo.

. *"Um bom sistema educativo, um enérgico código penal, valem mais, para a sociedade, do que o melhor tratado de moral Religiosa.*
A nova orientação que se pretende dar aos estudos de matemática, traz-nos irresistivelmente à idéia o futurismo. Não é que, modificando a norma até agora seguida no estudo dessa ciência, se tenha querido fazer futurismo, mas parece-nos que os resultados a que se irá chegar serão análogos aos aleijões que essa seita, grotesca em Arte, retrógrada em Educação, enigmática em Religião, desastrosa em Política, tem nos revelado.
Tal com o futurismo que, tentando armar um salto para à frente, o que faz, na realidade, é copiar, num arranco atávico, as manifestações da infância da civilização, assim também no estudo da Matemática, a mistura das partes diferentes em que essa ciência se dividiu lentamente, especializando-se através dos tempos, para ministra-los, englobadamente, aos estudantes, me parece uma volta aos tempos primitivos dessa ciência.
Alguns professores, ampliando excessivamente afirmações de matemáticos notáveis da atualidade, chegaram à conclusão que as partes constitutivas da Matemática, Aritmética, Álgebra, Geometria Analítica e até o Cálculo Transcendente devem ser propinadas aos alunos de mistura, assim à moda de uma salada de frutas.
O fato de se tornar a matemática difícil provém de que, autores e professores, complicam cada vez mais as coisas simples. Leia-se, por exemplo, a teoria dos logaritmos, tal como Neper a expôs no seu original, em latim. É de uma encantadora simplicidade. Ensinada como ele a inventou, qualquer aluno a entende rapidamente. Compara-se essa teoria com a que expõe qualquer autor moderno, Nivenglowsky por exemplo.É difícil até para nós professores, envelhecidos no ensino da matemática. Mas, no fundo e afinal de contas, as conclusões são as mesmas de Neper.
Quando se comparam as obras de matemática atuais com os trabalhos originais dos criadores dessa ciência, têm-se a impressão de ser a matemática atual um quadro que, de tantas vezes retocado e reavivado em suas cores, tornou-se um horrendo pastel no qual ninguém reconhece a obra prima dos mestres que compuseram o original.

É preciso reduzir o estudo da matemática às noções fundamentais, ensinar estas bem por meio de uma exemplificação abundante.
Os adeptos do "ensino misturado" da matemática indicam como autoridade máxima o "genial" Klein . Pondo de parte este genial que nos parece um exagero, mas lendo-se com atenção o que ele diz chega-se a uma conclusão contrária ao que pretendem fazer, entre nós, alguns professores, porque Klein diz categoricamente: " Não quero dizer que estas partes (as da matemática) devam ser completamente fundidas, mas não devem ser tão separadas como sucede hoje freqüentemente nas escolas".

Bem demonstra o autor do texto que ora se discute que essa confusão não ocorre somente no ensino da matemática, mas outros conteúdos como, por exemplo, o ensino de uma língua que ao

término de seus estudos, o aluno percebe que não conseguiu aprende-la como também não se exprime adequadamente, isto é, de forma simples e clara.

"Se íamos bem, no ensino da Matemática, para que tentar novos métodos?. Vamos talvez lançar, a pretexto de modernismo, a confusão que já reina no ensino de línguas, e alcançou em cheio o ensino de geografia, também nos domínios da matemática.
É uma moda nova, e, como todas as modas, passará. O selo yankee não nos convence, nesse, como em outros cursos, que a cortesia internacional mande que se cale, mas que viajantes e sociólogos, melhor que nós o poderíamos fazer, já o desvendaram."

- CONCLUSÃO

Após o estudo cuidadoso do texto: O Futurismo e a Matemática, concluímos que tantas novas teorias que indicam melhorias futuras de nada adiantam e não convencem, como tudo, ela passará, portanto de acordo com as idéias expostas pelo autor, o Tenente Coronel Sebastião Fontes, estejamos atentos para a busca de formas simples, cercadas pelo bom senso que possam ser facilmente entendidas, sobretudo, no que diz respeito à sua aplicabilidade.
É preciso selecionar conteúdos para ser explorados, que tenham como base as próprias informações obtidas pelos próprios estudantes em atividades comuns – eles pensando nessas atividades conhecidas, aprenderão a solucionar os problemas.
Por isso, parece-nos que o mais acessível é ensinar as pessoas raciocinarem de forma objetiva e concreta, sem muitas complicações, aprenderem a visualizar sua aplicabilidade em seu dia a dia. Situações mais complexas devem ficar para os especialistas. Deve-se deixar de lado princípios de difícil entendimento , que vem complicando a vida dos estudantes que não conseguem perceber sua aplicabilidade prática. É preciso demonstrá-la como um todo e não a dividir como sucede hoje nas escolas, fazendo com que o aluno crie em sua mente várias repartições, formando um pensamento desordenado, incompreensível para si, não enxergando o conjunto e a seqüência da mesma.

Assim, o professor não só os resolverá, mas levará o aluno a problematizá-lo e pensar nas possíveis soluções. É de fundamental importância ressaltar que o professor preocupado somente com o conteúdo não está interessado no aluno, porque não avalia quanto seus alunos sabem, assim já exclui quase a totalidade deles. Só despeja o conteúdo – "só deu a aula", não se preocupou com o estudante que é o principal elemento da aprendizagem. O Aluno deve ser incentivado na busca da argumentação, da solução, desenvolvendo sua autonomia e ao ouvir uma contra-argumentação desenvolverá o sentido de respeito ao outro, aprenderá, então a criticar ou aceitar uma crítica – tudo isso, é um grande exercício de cidadania, logo um bom professor não soluciona o problema, mas ensina seus alunos a problematizarem , que deverão sempre se utilizar do bom senso para encontrar uma solução adequada.

BIBLIOGRAFIA

APER: Arquivo Pessoal Euclides Roxo, Programa de Estudos Pós-graduados, Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, SP, 2001.
CUNHA,M.A. as idéias fundamentais da matemática no estado novo. São paulo:Cortez/Autores Associados,1981.176 p.(Coleção Educação Contemporânea:série memória da educação).
DASSIE, A. R. S. A Matemática do curso secundário na Reforma Gustavo Capanema. Dissertação de mestrado.PUC-RJ. 2001.
JORNAL DO COMMERCIO – 06/abril/1930- Tenente Cel.Sebastião fontes.-O FUTURISMO E A MATEMÁTICA.
ROCHA, J. L. A Matemática do curso secundário na Reforma Francisco Campos. Dissertação de mestrado.PUC-RJ. 2001.
TAVARES, J. O Colégio Pedro II e o debate sobre a modernização do ensino da matemática. Dissertação de mestrado. PUC-SP. Em preparação.
VALENTE, W. R. Euclides Roxo e o movimento de modernização internacional matemática escolar. (no prelo)
VALENTE,W.R. UMA HISTÓRIA DA MATEMÁTICA ESCOLAR NO BRASIL, 1530-1930. Ed.Anna Blume.São Paulo.1999.

CONCEITO IMAGEM DA RETA REAL

Marisa da Silva Dias
Orientadora: Sonia Barbosa Camargo Igliori
PUC-SP

Introdução

Situamos este trabalho entre as pesquisas que se desenvolvem com abordagem construtivista, contrapondo à abordagem tecnicista puramente operacional.

Trata-se de uma pesquisa que tem como hipótese que conhecimentos adquiridos pelos professores de matemática em sua formação interferem na prática docente. Tomaremos como público alvo professores de matemática em formação continuada. A partir de um suporte teórico conveniente, procuraremos entender como os conceitos são expressos pelo indivíduo. Com essa intenção, elaboramos uma pesquisa diagnóstica com o objetivo de inferir dos sujeitos pesquisados, o *conceito imagem* sobre números reais. Os números reais são conteúdos presentes em livros didáticos do Ensino Fundamental e Médio como do Ensino Superior. Neste último, em diversas disciplinas como Cálculo, Álgebra e Análise. As experiências do indivíduo, enquanto cursando a graduação e hoje, como professor no sistema de ensino, contribuem na formação do seu *conceito imagem* sobre número real. E é esse *conceito imagem* que pode refletir no processo de ensino.

Conceito Imagem e Conceito Definição

O *conceito imagem* é constituído na estrutura cognitiva do indivíduo, associado a um certo conceito. Essa estrutura pode conter imagens de representações visuais, impressões, experiências. O *conceito imagem* não é o mesmo para toda situação, pois o cérebro não trabalha da mesma forma toda vez que é estimulado. Entradas sensoriais excitam certos caminhos neurológicos e inibem outros. Por essa razão, o *conceito imagem* não se constitui necessariamente em um todo coerente.

O *conceito definição* também é constituído na estrutura cognitiva. É a especificação do conceito que o indivíduo expressa em forma de palavras, descrição do *conceito imagem*. Pode ser apreendido por um indivíduo na escola, relacionando em maior ou menor grau, com o conceito formal. O *conceito definição* pode ser uma reconstrução pessoal de uma definição formal, sem que tenham necessariamente significados coincidentes. Ele pode ser formado tanto pelo *conceito imagem*, quanto pela definição formal. (Tall e Vinner, 1981 e Vinner, 1991).

Elaborando questões e objetivos

Com este estudo pretendemos contribuir para o processo de ensino e aprendizagem da matemática, na medida que objetivamos evidenciar a necessidade de considerar os conceitos *imagem* e *definição* do aprendiz. Na maioria dos casos, os estudantes respondem às tarefas escolares solicitadas, utilizando o *conceito imagem* (Tall e Vinner, 1981). O conjunto dos objetos matemáticos considerados pelo estudante como *conceito definição*, não é, necessariamente o mesmo do conjunto de objetos matemáticos determinado pela definição formal. Se esses dois conjuntos não são os mesmos, o comportamento dos estudantes pode diferir da expectativa do professor, que espera utilização da definição formal pelo aluno. Para uma melhor interação entre professor e aluno, entender como esse processo ocorre se faz necessário.

Para o processo de ensino-aprendizagem da matemática não basta considerar como os professores pretendem que os alunos adquiriram os conceitos matemáticos, mas principalmente como eles realmente adquirem esses conceitos.

A aquisição do conceito científico, geralmente abordado na escola, impõe hábitos de pensamento diferentes dos conceitos cotidianos, como já abordou Vygotsky.

Em particular na matemática, todo conceito, exceto os primitivos, têm definição formal (Dreyfus, p. 117, 1990). O procedimento de apropriação de conceitos científicos pelo indivíduo na atividade escolar vai de encontro ao processo cotidiano de aquisição do conceito. Além disso, os hábitos de raciocínio diário influenciam na elaboração do conceito científico.

O que pode ocorrer ao estudante de matemática quando uma definição é apresentada?

- incorporá-la ao seu *conceito imagem*, aprimorando-o (acomodação satisfatória);
- não assimilar, o *conceito imagem* permanece o mesmo (inadequado);
- o aluno responde a definição (o que o professor quer ouvir), mas ao atuar em outras situações continua com o *conceito imagem* anterior.

Observamos também, como o quadro teórico de Vinner e Tall sobre os conceitos *imagem* e *definição* podem auxiliar o professor no entendimento de dificuldades dos estudantes, na articulação com o conceito formal. As estruturas cognitivas que compõem o *conceito imagem*, podem ser acomodações temporárias ou duráveis. (Jaques, M. e Maurice-Noville, 1994)

Acomodações temporárias, que se mostram coerentes com o conceito em formação, podem ser abandonadas pelo indivíduo se não forem aproveitadas e trabalhadas consistentemente.

Por outro lado, acomodações duráveis são difíceis de serem superadas ou transformadas, podendo proporcionar obstáculos para aquisição do novo conhecimento.

Referimo-nos a obstáculo como conhecimentos ou idéias que impedem a formação de um novo conhecimento científico (Bachelard, 1996). A noção de obstáculo foi introduzida no campo da Didática da Matemática por Brousseau, que considera três origens fundamentais dos obstáculos encontrados no ensino da matemática:

- "Um de origem ontogenética, correspondendo ao obstáculo ligado às limitações das capacidades cognitivas dos alunos engajados em um processo de ensino,
- Um de origem didática que são os obstáculos ligados às escolhas do sistema de ensino,
- Um de origem epistemológica, enfim, para os obstáculos ligados a resistência de um saber mal adaptado, quer dizer os obstáculos no sentido de Bachelard". (Artigue, p. 249, 1990 citando Brousseau, 1976)

Artigue (Artigue, 1990) desenvolve um estudo não no sentido de classificação da origem dos obstáculos mas com interesse sobre os processos produtivos de obstáculos na aprendizagem da matemática. Dentre esses processos destacamos o qual chamou de *generalização abusiva*. Esse, consiste de conhecimentos válidos num certo domínio e generalizados para outros. O processo de generalização foi produtor de conhecimentos novos, por caracterizar-se em um dos processos fundamentais do funcionamento matemático, como na pesquisa sistemática de regularidades; por outro, se *abusiva* pode impedir a aquisição de conhecimento.

Se no processo de ensino, um conceito é desenvolvido num contexto isolado de representações ou de escolhas didáticas, o *conceito imagem*, pode formar-se fragmentado, levando possivelmente a elaboração não totalizada do conceito pelo sujeito.

Como apontou Bachelard (p.19, 1996), "Hábitos intelectuais que foram úteis e sadios podem, com o tempo, entravar a pesquisa. Bergson diz com justeza: 'Nosso espírito tem a tendência irresistível de considerar como mais clara a idéia que costuma utilizar com freqüência'. A idéia ganha assim uma clareza intrínseca abusiva".

Pesquisaremos qual *conceito imagem* pode ser inferido de professores de matemática em formação continuada, relativamente aos números reais, especialmente aos conceitos de ordem, densidade e continuidade. Partindo de nossa hipótese, propusemo-nos investigar se há, nesses sujeitos, presença de idéias provenientes do conjunto dos naturais, (como a de sucessor e enumerabilidade), eventualmente dos racionais (como a representação das dízimas...) que podem ser "generalizadas abusivamente" para os reais, as quais então, poderiam provocar obstáculos didáticos.

Discutindo procedimentos metodológicos

Para caracterizarmos nosso público-alvo, elaboramos um questionário de identificação solicitando informações do professor sobre sua formação e ciclos que lecionam. Os locais de formação e de exercício da docência justificariam a diversidade do público alvo. Os ciclos que lecionam nos permitem observar quais reflexos podem aparecer no desenvolvimento do conceito de número real. Há períodos em que esses conceitos são mais evidentes: início do quarto ciclo do ensino fundamental com o estudo do conjunto dos números reais e primeiro ano do Ensino Médio com a introdução de intervalos reais, segundo alguns livros didáticos. Portanto, também questionamos sobre a utilização de livros didáticos.

Pretendemos formular questões abertas e justificadas para serem respondidas por escrito e em seguida, elaborar entrevista para analisarmos como os professores expressam o *conceito definição*, e o *conceito imagem* diante de diferentes situações. A diversidade de situações é necessária, pois algumas vezes o *conceito imagem* mostra-se satisfatório somente em um contexto específico (Bezuidenhout, 2000).

Ao elaborarmos situações envolvendo os conceitos de ordem, densidade e continuidade do conjunto dos reais, resolvemos realizar inicialmente a aplicação de um questionário piloto. Primeiramente com o propósito de escolher um desses conceitos para pesquisarmos. Como nosso objetivo principal é analisar o *conceito imagem*, não seria viável um estudo, neste trabalho de mestrado, envolver os três conceitos: ordem, densidade e continuidade. Além disso, correríamos o risco, de nos desviarmos do objetivo, recaindo no levantamento de concepções.

Outra intenção da realização do piloto, constitui na possibilidade de identificarmos informações passíveis de nos auxiliar na formulação ou reformulação das questões definitivas, para um público com o mesmo perfil. Com isso, prevemos melhorar o desempenho da análise posterior.

O procedimento para essa aplicação, inicialmente constituir-se-á da separação do questionário inicial em duas partes. Primeiramente para evitar o cansaço do indivíduo ao responder um questionário longo. E, também por que poderia resultar respostas breves, dificultando a análise.

Após realização do teste piloto e análise das respostas, afinaremos nossa pesquisa propondo questões pertinentes ao conceito definido para investigarmos o *conceito imagem*.

Pretendemos, posteriormente, entrevistar quatro professores. Organizaremos duas duplas com a finalidade de discutirem algumas respostas obtidas no questionário definitivo. Selecionaremos questões cujas respostas sejam diferentes ou até antagônicas, para inferirmos, durante a discussão, as possíveis representações mentais desses professores sobre o conceito envolvido em tais situações, por meio de argumentos verbalizados.

A análise dessas produções constituirá o objeto final desta pesquisa.

BIBLIOGRAFIA

ARTIGUE, M. Épistémologie et didactique, *Recherches en Didactique des Mathematiques*, v. 10, 2.3, p. 241-286, 1990.

BACHELARD, G., *A formação do espírito científico*, São Paulo: Contraponto,1996.

BEZUIDENHOUT, J. & OLIVIER, A. Students' conceptions of the integral. In: Proceedings of the 24[ND] Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education, 2, 2000, Japão. Anais... Japão, 2000. p. 73-80.

BROUSSEAU, G. *La problématique et l'enseignement des mathématiques*, XXVIIIème Rencontre de la CIEAEM, Louvain la Neuve, 1976.

DREYFUS, T. et al. Advanced Mathematical Thinking, In: NESHER, P.; KILPATRICK, J. (Ed.). *A Research Synthesis by the International Group for the Psychology of Mathematics Education*, ICMI Study Series Mathematics and Cognition. Cambridge: Cambridge University Press, p. 113-134, 1990.

FISCHBEIN, E., JEHIAN, R.e COHEN, D. Il concetto di numero irrazionale in studenti di scuola superiore ed in futuri insegnanti. *La matematica e la sua didattica*, nº 3, 1996.

IGLIORI, S.B.C. & SILVA, B., Conhecimento de concepções prévias sobre números reais: um suporte para a melhoria do ensino/aprendizagem. In: *21ª Reunião Anual da ANPED*, 1998.

JAQUES, M. e MAURICE-NOVILLE, D. - *Piaget ou a inteligência em evolução,* Porto Alegre: ArtMed, 1994.

MARGOLINAS, C. Une estude sur les difficultes d enseignement des nombres reels, *"Petit x"*, França, p. 51-66, 1988.

ROBINET, J. Les réels: Quels modèles en ont les élèves?, *Educational Studies in Mathematics*, n. 17, p. 359-386, 1986.

TALL, D. O. & VINNER, S. Concept Image and Concept Definition in Mathematics with Particular Reference to Limits and Continuity. *Educational Studies in Mathematics*, 12, p. 151-169, 1981.

VINNER, S. The role of definitions in the teaching and learning of mathematics, In: Tall D. O. (Ed.), *Advanced Mathematical Thinking.* Dordrecht: Kluwer Academic Publishers, p. 65-81. 1991.

VYGOTSKY, L.S. *Pensamento e Linguagem*, São Paulo: Martins Fontes,1987.

APRENDIZAGEM DOS DECIMAIS EM DIFERENTES CONTEXTOS

UM ESTUDO DIAGNOSTICO NO ENSINO FUNDAMENTAL.

Micheline Rizcallha Kanaan
Sandra Maria Pinto Magina (orientadora)
PUC/SP

Resumo

Este estudo envolve reflexões e conclusões parciais a respeito da nossa tese de mestrado na qual , investigamos os fatores que contribuem para a aquisição e representação do numero decimal em diferentes contextos .para tanto, realizou-se uma pesquisa diagnóstico com crianças da 2º a 5º série do ensino fundamental que possibilitasse diagnosticar quando e como ocorre a aquisiçao do conceito do numero decimal.

palavras-chaves: número decimal; formação de conceito; representação;contexto.

introdução

Nosso objetivo foi investigar a concepção dos alunos sobre os numeros decimais em diferentes contextos e através de diferentes representações matemáticas.

para o estudo da formação do conceito buscamos subsidios nas teorias construtivistas de piaget(1978,1990) e vygostky(1995), segundo as quais o conhecimento é constituido pelo sujeito a partir de sua interação com o seu meio físico e social. ainda dentro desta teoria, no estudo da formação do conceito, vale destacar as idéias de vergnaud (1988), que diz que o conhecimento se constitui e se desnvolve no tempo em interação adaptativa do indivíduo com suas experiências e é fruto de três fatores: maturação, experiência e aprendizagem. o ponto de partida da teoria dos campos conceituais, proposta por vergnaud, é a premissa de que todo conhecimento emrge de resolução de problema, quer teórico ou prático.

No que concerne às representações matemáticas , o estudo da aquisição do cohecimento e a maneira como se processa a aprendizagem, foi feito à luz das teorias de duval e nunes cujas produções de conhecimentos são dirigidas diretamente para a educação matemática . para duval (1999), a aprendizagem matemática inclui atividades cognitivas e necesssita da utilização de sistemas semióticos de expressão e de representação. as representações são, portanto, essenciais ao funcionamento do conhecimento e do desenvolvimento matemático. nunes(1998) também destaca a importância da representação e dos signos na organização do pensamento e das ações mentais envolvidas na resolução de problemas.

Usamos várias vezes em nosso estudo o termo contexto e para isto buscamos em alguns autores suas compreensões e definições a respeito do que significa esse termo em pesquisas educacionais. a palavra contexto tem um significado amplo e é usada de forma diversa nas áreas do conhecimento. em educação matemática, roth(1996) categorizou três diferentes sentidos para o termo: o primeiro diz respeito a problemas de matemática que possuem um texto. aqui a compreensão do texto é um aspecto fundamental do conhecimento. o segundo sentido do termo refere-se a alguns fenômenos do mundo que podem ser modelados de uma forma matemática particular. quando os estudantes apropriam-se significativamente da forma matemática (ou conceito) ligando-a com o fenômeno. a terceira maneira de se entender contexto está ligada à noção de ambientes e situações. as situações são caracterizadas por aspectos sociais, físicos, históricos, espaciais e temporais, que são constituintes do contexto e formam a base para o desenrolar das atividades.

metodologia

Nosso trabalho caracteriza-se como um estudo diagnóstico que visa entender como ocorre a aquisição e desenvolvimento do conceito do número decimal em crianças entre 8 e 12 anos de idade. para tanto pesquisamos 48 alunos advindos de duas escolas estaduais localizadas na região do centro da cidade de são paulo. a primeira dispõe de classes de 1º a 4º 'serie do ensino fundamental e a segunda recebe alunos a partir da 5º série.

O instrumento diagnóstico foi aplicado em 36 crianças da primeira escola e 12 da segunda. nossa amostra caracterizou-se pelo sorteio de 12 alunos de cada série. a opção por amostra aleatória ,foi para contornarmos os vícios de uma coleta com elementos padronizados e desta forma podermos responder às exigências de confiabilidade estatística. as professoras em geral foram contrárias ao sorteio dos alunos e pressionaram para que ao invés do sorteio selecionássemos os melhores alunos . isto foi facilmente contornado quando explicamos o objetivo do que queríamos diagnosticar.

Aplicamos um questionário composto de 21 questões, algumas das quais continham mais que uma pergunta, perfazendo um total de 38 itens. a elaboração desse questionário baseou-se em um instrumento diagnóstico preliminar, cuja função principal foi o de oferecer indícios sobre os conhecimentos que crianças dessa faixa de idade têm a respeito do número decimal e de servir como treinamento para a pesquisadora.

a aplicação do teste ocorreu fora da sala de aula. cada criança sorteada respondia o teste individualmente num tempo de aproximadamente 40 minutos a medida que a criança respondia ao teste, procedíamos a uma entrevista para que melhor pudéssemos entender seu comportamento. cada questão era lida em voz alta para ajudarmos no entendimento da mesma. quando necessário dávamos explicação bastante sucinta para não influenciarmos na resposta.

Sobre as questões:

As questões tratavam de situações-problema do cotidiano dentro e fora da escola e envolveram os conceitos de número decimal no contínuo. procuramos identificar alguns conceitos sobre números decimais mobilizados no ensino dentro de determinados contextos e seus sistemas de representações bem como a conversão de um sistema de representação para o outro, mais especificamente no nosso caso do registro verbal para o registro sob a forma da escrita decimal.

análise preliminar dos resultado

Apresentamos no quadro a seguir os resultados gerais obtidos pelo total de acertos das crianças de cada uma das séries investigadas, acompanhada de seu percentual.

Conclusão

Série / acertos	2ª	3ª	4ª	5ª
Nº de acerto por total de itens	119/456	168/456	199/456	251/456
Porcentagem de resps corretas	26%	36,8 %	43,6 %	55,1%

456 é o número total de itens do instrumento diagnóstico (38) multiplicado pelo número de sujeitos de cada série.(12)

Através de uma análise quantitativa e do gráfico acima é possível notar que há uma evolução do número e do percentual de acerto de uma série para outra. Os alunos da 2º série tem um baixo percentual de acertos das questões , cerca de aproximadamente um quarto e os alunos da 5º série pouco mais de 50%. Conclui-se portanto que há uma evolução da 2º a 5º série. O que nos deve chamar atenção no quadro acima, é que o percentual de acerto entre a 3º e a 4º série é abaixo de 10% ,o que demonstra uma evolução menor do que ocorreu nas outras séries como da 2º para a 3º série e da 4º para a 5º série .Por que essa evolução foi menor que nas demais séries , nós não podemos ainda precisar , pois é necessário para isto uma análise qualitativa que este artigo não se dispõe ainda a discutir.

Outro ponto que gostaríamos de salientar é que as crianças da 5º séries já deveriam estar mais acostumadas a trabalhar com os números decimais tendo em vista que já lidam com esses numeros há mais tempo dentro e fora da escola e no entanto, o percentual de acertos ainda é baixo. Pouco mais da metade das crianças dessa série conseguiram lidar com os decimais de forma satisfatória. Embora os alunos da 5º série estudem os números decimais há quase três anos, ainda não apresentam domínio sobre estes números.

Vale salientar que nosso estudo encontra-se em fase de análise qualitativa. Esperamos apresentar esta análise no nosso próximo encontro do Ebrapem.

Bliografia

DUVAL, R. " L'analyse cognitive du fonctionnement de la pensée et de l'activité mathématique". Cours sur les apprentissages intellectuels donné à la PUC/SP,1999.

NUNES, T. Developing children's minds through literacy and numeracy. London, Institute of Education University of London, 1998.

MAGINA S. et all. Repensando Adiçao e Subtração- Contribuições da Teoria dos Campos Conceituais.Proem , São Paulo,2001.

NUNES, T. e BRYANT,P. Crianças fazendo matemática. Porto Alegre: Artes Médicas, 1997.

---------.Learning and Teaching Mathematis. United Kingdom: Psychology Press, 1997.

PIAGET, J. Epistemologia Genética: Martins Fontes , São Paulo ,1990.

PIAGET, J. A Formação do simbol na criança : Rio de Janeiro, 1978.

ROTH, Michael . And Where is the contextual Problems? Simon Fraser University, British Columbia, Canada ,1996.

VERGNAUD, Gérard. A comprehensive theory of representation for mathematics education. Journal of mathematical behavior, Paris: 1988.

A CONTRIBUIÇÃO DE LAGRANGE PARA A RESOLUÇÃO DE EQUAÇÕES ALGÉBRICAS

Moema Ribeiro da Silva
Professor Paulo Henrique Viana de Barros
Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro

Lagrange estudou alguns métodos de resolução de equações de algébricas de vários graus procurando descobrir-lhes idéias comuns. Como era muito criterioso, escrevia de forma bastante sistemática e sua análise se tornava exaustiva. Procurou relatar o problema da solução por radicais das equações quínticas e de grau superior. Expôs todos os métodos conhecidos de resoluções de equações cúbicas e quárticas e tentou lhes dar um tratamento unificado, e assim, procurar princípios que poderiam ser utilizados na resolução de equações de grau superior a quatro, e um objetivo seu era "ver porque estes métodos funcionam em grau três e quatro, e porque falham em outros graus" (p. 206, memória *Reflexions sur la Résolution Algébrique des Equations, 1771).*

Como a procura por métodos não obteve sucesso, as análises posteriores de Galois foram essenciais e definitivas para estas resoluções.

Método de Ferrari

Este método é atribuído a Ferrari, aluno de Cardano, que encontrou a solução da equação cúbica. É apresentado por Lagrange como um dos método de resolução da equação quártica.

Consiste em dividir a equação proposta em dois membros e adicionar a eles uma mesma quantidade, tal que possamos extrair separadamente a raiz quadrada dos dois lados, para que diminua o grau para dois.

Seja

$$f(x) = x^4 + c_3x^3 + c_2x^2 + c_1x + c_0 = \prod_i (x - r_i) = 0.$$

Escrevemos a equação acima como

$$x^4 = -(c_3x^3 + c_2x^2 + c_1x + c_0)$$

e, adicionamos aos dois membros desta equação a parcela

$$(2y + \frac{c_3^{\,2}}{4})x^2 + c_3yx + y^2$$

onde y é visto como uma variável, resultando em,

$$(x^2 + \frac{c_3x}{2} + y)^2 = (2y + \frac{c_3^{\,2}}{4} - c_2)x^2 + (c_3y - c_1)x + y^2 - c_0.$$

A equação quadrática à direita é um quadrado perfeito exatamente quando seu discriminante se anular, ou seja, quando

$$(\frac{c_3y - c_1}{2})^2 = (2y + \frac{c_3^{\,2}}{4} - c_2)(y^2 - c_0),$$

de onde segue equação cúbica em y

$$h(y) = y^3 - \frac{c_2}{2} y^2 + \frac{c_3 c_1 - 4c_0}{4} y + \frac{(4c_2 - c_3^{\ 2})c_0 - c_1^{\ 2}}{8} = 0.$$

Dada uma solução y da equação cúbica h(y) = 0, solução que pode ser obtida por radicais, e fazendo

vale que

$$x^2 + (\frac{c_3}{2} - z)x + y - \frac{c_3 y - c_1}{2z} = 0, \qquad z = \sqrt{2y + \frac{c_3^{\ 2}}{3} - c_2},$$

e se obtém x como solução desta equação quadrática.

Discussão sobre a quártica

1.Reticulado de Subgrupos de D_4:

O grupo simétrico S_4 admite os seguintes subgrupos.
Existem três subgrupos de Sylow de ordem 8 (e logo não normais), todos isomorfos D_4

{1, (12)(34); (13)(24); (14)(23); (12); (34); (1423); (1324)};
{1, (12)(34); (13)(24); (14)(23); (13); (24); (1432); (1234)};
{1, (12)(34); (13)(24); (14)(23); (14); (23); (1342); (1243)}:

O grupo alternado A_4 tem doze elementos e é normal em S_4 :

A_4 = {1, (12)(34); (13)(24); (14)(23); (123); (124); (132); (134); (142); (143); (234); (243)}:

Todos estes subgrupos são transitivos. Por outro lado, nenhum dos quatro subgrupos de Sylow de três elementos é transitivo:

{1, (123); (132)};
{1, (124); (142)};
{1, (134); (143)};
{1, (234); (243)};

já que todos tem um ponto fixo.
Temos outros subgrupos transitivos de ordem quatro:

V = {1, (12)(34); (13)(24); (14)(23)};

o grupo de Klein, ou Viergruppe (isto é, o grupo "quatro"), que é normal em S_4 e

{1, (1234); (13)(24); (1432)}

e seus conjugados

{1; (1324); (12)(34); (1423)}

e

{1; (1342); (14)(23); (1243)}

O grupo de Klein é isomorfo a Z/2Z x Z/2Z, enquanto que os outros subgrupos de ordem quatro são isomorfos a Z/4Z.

Outros subgrupos tem ordem dois (correspondem a involuções), e não são transitivos. O grupo A_4 não tem nenhum grupo de ordem seis (sendo o menor contra-exemplo para a recíproca do teorema de Lagrange que garante que a ordem de um subgrupo é divisor da ordem de um grupo). O grupo gerado por permutações (a; b) e (c; d; e) onde card{a; b; c; d; e} = 4 é todo S_4, enquanto que (a; b) e (a; b; c), com a; b e c distintos, geram o grupo de ordem seis dado por

{1, (a; b); (a; b; c); (a; c; b); (a; c); (b; c)};

Estes grupos não são normais, e existem quatro grupos assim, - contados pelo elemento que cada um deixa fixo - não são transitivos e são todos isomorfos a S_3 .

Consideremos a interseção H de V com o grupo de Galois $G_f = Hom_k (k(R_f); k(R_f))$:

$$H = V \text{ I } Hom_k (k(R_f); k(R_f)) = V \text{ I } G_f :$$

Se $R_f = \{r_1 ; r_2 ; r_3 ; r_4\}$ então a subextensão que corresponde, pelo Teorema Fundamental, ao subgrupo H é $k(t_1 ; t_2 ; t_3)$, onde

$$t_1 = r_1 r_2 + r_3 r_4 , \quad t_2 = r_1 r_3 + r_2 r_4 , \quad t_3 = r_1 r_4 + r_2 r_3 .$$

O polinômio

$$g(x) = (x - t_1)(x - t_2)(x - t_3) =$$

$$x^3 - \left(\sum_{i<j} r_i r_j\right) x^2 + \left(\left(\sum_i r_i\right)\left(\sum_{i<j<k} r_i r_j r_k\right) - 4\prod_i r_i\right) x -$$

$$\left(\left(\sum_i r_i\right)^2 \cdot \prod_i r_i + \left(\sum_{i<j<k} r_i r_j r_k\right)^2 - 4\left(\sum_{i<j} r_i r_j\right) \cdot \prod_i r_i\right) =$$

$$x^3 - c_2 x^2 + (c_1 c_3 - 4c_0)x - (c_3^{\ 2} c_0 + c_1^{\ 2} - 4c_2 c_0)$$

é dito a resolvente cúbica de f(x), e será separável exatamente quando f(x) o for. De fato, g(x) e f(x) tem o mesmo discriminante $\delta = \delta_f = \delta_g$.
A comparação com a equação cúbica em y calculada no método de Ferrari mostra que

$$g(x) = h(x/2) 8.$$

2. Cálculo do Grupo de Galois no caso de a característica do corpo k ser diferente de dois.

A discussão anterior mostra que para uma equação quártica irredutível

$$f(x) = x^4 + c_3 x^3 + c_2 x^2 + c_1 x + c_0, c_i \in k$$

o grupo de Klein V ⊂ S_4 contém o grupo de Galois G_f de f(x) exatamente quando $t_i \in k$ para i = 1; 2; 3; - na verdade, como o grupo de Klein V não tem subgrupos próprios transitivos, o fato de a quártica f(x) ser irredutível implica V = G_f.

O grupo de Galois G_g da cúbica resolvente g(x) é isomorfo a S_3 se g for irredutível e δ não for um quadrado em k, a A_3 se g for irredutível e δ for um quadrado em k, ou a um subgrupo menor se g for redutível. Este grupo de Galois G_g é subgrupo do grupo de Galois G_f, necessariamente não normal se G_f for S_4. Se g for redutível então a ordem de G_g e de G_f é uma potência de 2, enquanto que se g for irredutível o grupo G_g contém um 3-Sylow de G_f.

Por exemplo, para uma equação f(x) = 0 biquadrada, isto é, da forma a resolvente cúbica é dada por

$$f(x) = x^4 + c_2x^2 + c_0 = 0$$

$$g(x) = x^3 - c_2 x^2 - 4c_0 x + 4c_2 c_0 = (x^2 - 4c_0)(x - c_2),$$

sendo portanto redutível. Com isso, o grupo de Galois G_g é trivial ou cíclico de ordem dois exatamente quando $c_0 \in k^2$ ou não. O grupo de Galois G_f é neste caso um 2-grupo, sendo genericamente o grupo diedral D_4.

O grupo de Galois G_f é um 2-grupo exatamente quando g for redutível. Quando não for este o caso ele é A_4 ou S_4 dependendo de δ ser ou não um quadrado em k.

Autora: Nadia Regina Baccan
Orientador: Prof. Dr. Sergio Roberto Nobre
UNESP – Rio Claro

Este trabalho é parte da pesquisa de Mestrado intitulada "O S.A.P.O. – Serviço Ativador em Pedagogia e Orientação - e suas contribuições para a Educação Matemática" desenvolvido no Programa de Pós-graduação em Educação Matemática da UNESP – Rio Claro e financiado pela FAPESP.

O "Serviço Ativador em Pedagogia e Orientação – SAPO" é definido na ata de sua reunião de fundação como uma entidade

> *"sem fins lucrativos, destinada a estimular e propagar a criação de ambientes educativos por meio de materiais didáticos, como livros, slydes, filmes, estórias em quadrinhos, peças, gravações, etc."* (Ata da reunião de fundação; 1974)

As publicações do SAPO são constituídas por dois tipos de materiais: os Boletins trimestrais chamados SAPEANDO, que são revistas com distribuição trimestral, definidas nos Estatutos do SAPO como "boletim informativo trimestral", e as Séries Específicas, que são publicações sem periodicidade sobre vários assuntos, isto é, livros.

Durante todo o período de atividades do SAPO, 1974-1979, foram publicados um total de dezenove boletins SAPEANDO e diversos volumes das Séries Específicas.

Nesta apresentação destacaremos uma série em especial, a Série "Mel e Azul", que é constituída de Estórias em Quadrinhos e, destas estórias em quadrinhos, que são um total de dezesseis, analisaremos nove delas mais profundamente.

Segundo Mario Tourasse Teixeira, em seu artigo "Da Rotina para a Criatividade", publicado no SAPEANDO n° 2, as "estórias infantis" são um bom começo quando quisermos tornar os professores "menos reforçadores de objetividades e mais criadores de ilusões".

Uma vez que a filosofia do SAPO propõe a criação de ambientes educativos que propiciem o desenvolvimento da criatividade e emotividade, as estórias são um "início promissor", pois

> *"criando um ambiente de sonho, estimula a imaginação e contrapõem o emergir de ilusões ao mundo dominante. Talvez pudéssemos até esperar que o ambiente de sonho e ilusão alimentado por elas se mantivesse, de uma maneira ou outra, por todos os estágios educativos."* (Teixeira, M.T; em SAPEANDO n° 2).

Nesse sentido, o SAPO lança sua série de Estórias em Quadrinhos, composta por dezesseis fascículos. É importante ressaltar que seis dessas estórias em quadrinhos foram incorporadas como texto ao SAPEANDO, sendo publicadas nos números 6 a 11. Portanto, essa série se constitui, realmente, de dez estórias em quadrinhos e seis estórias.

Nove dessas estórias, sendo três em quadrinhos e os seis textos, têm como personagem principal "o Figurinha Difícil" um personagem muito especial, motivo pelo qual nos ateremos a analisá-lo separadamente. Veja os títulos das estórias em quadrinhos que compõem série "Mel e Azul": 1) "O Álbum de Figurinhas"; 2) "Férias na Roça"; 3) "O Seqüestro"; 4) "As Desventuras do Figurinha Difícil: As Andorinhas"; 5) "O Irreversível"; 6) "O Nômade e o Estudante"; 7) "A Excursão"; 8) "Os Corregedores" (SAPEANDO n.6); 9) "A Prova"; 10) "A Colenda" (SAPEANDO n.7); 11) "Um Dia Perdido"; 12) "O Figurinha Difícil"; 13) "O Pseudo" (SAPEANDO n.8); 14) "Os Camaleões" (SAPEANDO n.9); 15) "O Jogo dos Lápis de Cor" (SAPEANDO n.10); 16) "Vida Nova" (SAPEANDO n.11).

A filosofia do SAPO é constituída de aspectos muito especiais e inovadores no que diz respeito à Educação, podendo ser considerada o terreno fértil do qual brotou o Programa de Pós-graduação em Educação Matemática da UNESP de Rio Claro. Dentre seus fundamentos filosóficos, o SAPO sempre coloca que

"seu herói não é o matemático ou o pedagogo mas sim o figurinha difícil !" (SAPEANDO 7; Edição de Inverno; 1976)

Mas quem ou o quê é esse "figurinha difícil"? E por que é o herói do SAPO? É isso que passaremos a colocar abaixo, com base na análise dos nove episódios "As desventuras do figurinha difícil" publicadas pelo SAPO, sendo três delas como "Estórias em Quadrinhos" da Série "Mel e Azul" e as outras seis estórias incorporadas como texto nos SAPEANDO volumes 6 a 11, como já colocamos anteriormente, destacadas abaixo:

- "O Figurinha Difícil" – Estória em Quadrinhos;
- "As Desventuras do Figurinha Difícil: As Andorinhas" – Estória em Quadrinhos;
- "As Desventuras do Figurinha Difícil: A Excursão" – Estória em Quadrinhos;
- "As Desventuras do Figurinha Difícil: Os Corregedores" – SAPEANDO n° 6, Edição de Outono - 1976;
- "As Desventuras do Figurinha Difícil: A Colenda" – SAPEANDO n° 7, Edição de Inverno – 1976;
- "As Desventuras do Figurinha Difícil: O Pseudo" – SAPEANDO n° 8, Edição de Primavera - 1976;
- "As Desventuras do Figurinha Difícil: Os Camaleões" – SAPEANDO n°9, Edição de Verão - 1976;
- "As Desventuras do Figurinha Difícil: O Jogo dos Lápis de Cor" – SAPEANDO n° 10, Edição de Outono – 1977;
- "As Desventuras do Figurinha Difícil: Vida Nova" – SAPEANDO n° 11, Edição de Inverno - 1977.

"As desventuras do "figurinha difícil""

Essas histórias são sempre narradas por algum dos amigos de classe ou mesmo colegas de turma do "figurinha difícil" e nelas são relembrados os tempos de escola, com suas aventuras ou "desventuras", acontecimentos tristes e alegres sempre vividos por eles e tendo como personagem central o "figurinha difícil" com seu modo de ser "apenas ele mesmo" ("O Figurinha Difícil" – Estória em Quadrinhos).

Todos os episódios são contados por seus ex-companheiros de escola, como já foi colocado, depois de passado muito tempo, o que fica claro como os exemplos abaixo

> *"não lembro bem de meu tempo de colégio e, quando lembro, é quase certo ser de alguma coisa relacionada ao FIGURINHA DIFÍCIL."* ("O Figurinha Difícil"; Estória em Quadrinhos)

e

> *"agora relembrando todas essas coisas"* ("Os Corregedores"; SAPEANDO 6).

Nestas histórias muitas coisas que cercam o universo desse personagem bem como suas características pessoais nos são reveladas, como por exemplo: o porquê do apelido; características pessoais; o círculo de amigos; e os "Vigaristas" e seu relacionamento com estes.

- <u>O apelido:</u>

É na história em quadrinhos "O Figurinha Difícil" que encontramos alguma explicação sobre como pode ter surgido esse interessante e curioso apelido, como notamos com a seguinte colocação:

> *"não sei quem o apelidou assim e sempre me pareceu que jamais foi conhecido de outra maneira."* ("O Figurinha Difícil"; Estória em Quadrinhos)

E quanto ao porquê desse apelido, essa mesma história nos apresenta que

> *"parecia particularmente apropriado por ser ele tão genuinamente diferente de todos os outros colegas."* ("O Figurinha Difícil"; Estória em Quadrinhos).

- <u>Círculo de Amigos:</u>

Este item também só é descrito claramente na Estória em Quadrinhos "O Figurinha Difícil" e é interessante notar que apenas neste episódio ele é declarado como membro de uma "Turma da Pesada" , composta por alunos

> *"que iam mal nos estudos, desprezados pelos professores e, até por boa parte dos estudantes"* ("O Figurinha Difícil"; Estória em Quadrinhos)

sendo também um aluno com poucos amigos. Já nos outros episódios essa turma nunca é sequer citada, e o "figurinha" aparece como um colega admirado.

- <u>Características Pessoais:</u>

Em todos os episódios de "As Desventuras do Figurinha Difícil" nos é dado muitos aspectos e afirmações que caracterizam e delineiam nosso misterioso personagem: o "figurinha difícil". Como já colocamos anteriormente, o "figurinha difícil" é definido pelo amigo na estória "O Figurinha Difícil" como "tão genuinamente diferente de todos os outros colegas".

Outra característica forte na personalidade do "figurinha difícil" era seu jeito novo, imprevisível, como podemos perceber pelos trechos que seguem:

> *"o figurinha era naturalmente único e difícil de absorver que sua própria turma, por assim dizer, não o captava bem"*. ("O Figurinha Difícil"; Estória em Quadrinhos).

e

> *"não era para ser compreendido ou previsto. Simplesmente novo a cada dia."* ("Os Camaleões"; SAPEANDO 9).

E, confirmando esses aspectos, colocam novamente na história "O Jogo dos lápis de Cor"; (SAPEANDO 10), que ele é "desamparado, sinceramente único e novo a cada instante".

Mas essas características foram dadas pelos narradores das estórias "As Desventuras do Figurinha Difícil", ou seja, pelos seus colegas de classe no tempo do colégio. Porém, na estória "O Figurinha Difícil" há uma passagem onde o narrador expressa como o "figurinha" se definiu, certa vez em que eles (o "figurinha" e seu colega) conversavam sobre garotas:

"O figurinha dizia que as pequenas só ligam para o êxito e, certamente, ele era a antítese do sucesso". ("O Figurinha Difícil"; Estória em Quadrinhos)

Continuando nessa tentativa de delinear um perfil para esse nosso personagem, podemos dizer que "talvez a característica mais pura do figurinha era sua sinceridade e espontaneidade", a tal ponto que, certa vez, quando interrogado por um "vigarista" (cujo significado trataremos mais adiante) a respeito do que queria ser no futuro, ele respondeu: "Nada!" e, para surpresa do "vigarista", que insistiu na pergunta, completou: "Quero ser eu mesmo." (grifo da estória "O Figurinha Difícil").

Quanto à interação do "figurinha difícil" como o mundo, com a realidade que nos cerca, não poderia ser de maneira mais inusitada, mágica e livre, sem nenhum tipo de escravidão a padrões pré-estabelecidos pela sociedade, bem diferente da imensa maioria das pessoas.

> *"Pode ser que sua diferença essencial fosse a não submissão à 'realidade' que normalmente nos subjuga"* ("O Figurinha Difícil"; Estória em Quadrinhos),

pois era nítido para seus colegas que

> *"esse mundo contrastava singularmente com o do figurinha, em que nada era preciso ou final. Era um mundo em eterna criação que o figurinha povoava com sonhos e perspectivas estranhas e maravilhosas. Talvez por isso que o figurinha sempre dissesse que é impossível errar (como é impossível acertar)."* ("O Figurinha Difícil"; Estória em Quadrinhos).

Como podemos perceber, o mundo do "figurinha" era um mundo com possibilidades, aberto à mudanças. Um mundo que ainda tem jeito. O "figurinha difícil", com seu tipo "tímido, franzino, desprezado", mostrava através de

> *"seu heróico exemplo que não há realidade, não há certos e errados, há apenas a potencielidade de fazermos coisas cada vez mais bacanas e de construirmos o mundo novo: mágico e maravilhoso."* ("O Figurinha Difícil"; Estória em Quadrinhos).

Resumindo, segundo a estória "O Jogo dos Lápis de Cor", do SAPEANDO 10, o "figurinha difícil" tinha uma "imaginação efervescente", o que certamente nós pudemos sentir com as colocações feitas até agora.

Mas achamos que agora é um bom momento de fazermos um paralelo entre essa personagem, o "figurinha difícil", e nossos alunos e aproveitarmos para refletirmos um pouco, cada qual com sua realidade, através das seguintes perguntas:

- Será que nós, professores, estamos deixando nossos alunos lutarem pelo mundo "mágico e maravilhoso" que certamente trazem no íntimo de seus corações, ou será que nós, já endurecidos pela desesperança e pela busca de uma razão absoluta, estamos matando a criatividade de nossos alunos apenas avaliando-os pelo que achamos 'certo e errado'?
- Será que estamos sendo nós mesmos como professores e também como pessoas, ou estamos submissos e subjugados pela 'realidade' que nos é imposta?

Bem, voltando ao nosso "figurinha difícil", há um outro aspecto que também é apresentado em vários trechos de diversas estórias das "Desventuras do Figurinha Difícil", que é seu desempenho nas disciplinas escolares. Da estória "O Figurinha Difícil" podemos retirar dois trechos para introduzir esse aspecto. Segundo eles, o "figurinha"

> *"andava sempre de bom humor e não parecia levar nada a sério"* e *"ia mal em todas as matérias e não parecia se interessar pelo que a maioria dá valor"*,

pois ele nunca se preparava para nada, nem para as provas, por achar que assim estaria sendo desonesto, pois, segundo ele, "preparação era algo de profundamente contrário à sua índole espontânea."

Quanto ao seu desempenho em Matemática, que é a disciplina que particularmente mais nos interessa, há várias passagens na estória em quadrinhos "O Figurinha Difícil" que descreve seu relacionamento com esta 'matéria':

> *"Só mesmo a má vontade dos vigaristas podia negar que tivesse certos talentos evidentes. Nunca vi, por exemplo, ninguém com tanta facilidade e imaginação em MATEMÁTICA, como ele."* ("O Figurinha Difícil"; Estória em Quadrinhos).

Mas, apesar desse fato, ele tirava as menores notas da turma em Matemática e o "vigarista" de Matemática tinha uma antipatia extra pelo "figurinha", e tinha as suas razões para essa antipatia extra, pois o "figurinha difícil" fazia, inocentemente, "perguntas embaraçosas " que parecia, "às vezes, sobrepujar-lhe o raciocínio" e que freqüentemente envolvia o "vigarista" em dificuldades.

Como o "figurinha" achava as aulas distantes demais e os professores, ou melhor, os "vigaristas" extremamente impositivos, ele aproveitava as aulas e "fazia cálculos e figurinhas geométricas complicadas durante as aulas, inteiramente alheio às mesmas".

Mas essa sua postura de ficar alheio às aulas e não tirar boas notas não significa, em nenhum momento, que o "figurinha" não era muito inteligente, pelo contrário, tinha muita facilidade em aprender e sabia mais que muitos de seus colegas que tiravam melhores notas. Essa postura era uma maneira de se defender contra esse mundo de modelos e padrões impostos pelos professores e pela escola. Então, pelas suas atitudes e tudo mais,

> *"embora fosse quieto e disciplinado, tanto nas aulas como no recreio, corriam as versões mais disparadas sobre suas ações"* ("O Figurinha Difícil"; Estória em Quadrinhos)

e

> *"era tido mesmo como o exemplo-do-mau-exemplo."* ("O Figurinha Difícil"; Estória em Quadrinhos).

Mas deixando um pouco os problemas que o "figurinha difícil" enfrentava, passemos a falar sobre uma de suas qualidades mais extraordinárias, a criatividade. Vejamos o seguinte trecho:

> *"O figurinha sempre teve a mania de vir com palavras novas que ninguém sabia o que significavam e que ele usava da maneira mais incrível e inesperada.(...) Também não fazia questão nenhuma de ser considerado como o introdutor de tais 'neologismos'."* ("A Colenda"; SAPEANDO 7).

E os narradores das estórias, os seus colegas, que conviveram com ele, colocam que o "figurinha difícil" introduzia essa palavras, como, por exemplo, "colenda", "decano", "corregedores", de maneira tão imprevisível que

> *"na verdade depois parecia que nunca os havíamos conhecido de outra maneira. Como se o nome só estivesse por ser pronunciado para logo se tornar tão natural a ponto de parecer que sempre estivera ali"* ("Os Corregedores"; SAPEANDO 6),

pois,

"das coisas mais tolas e absurdas, como ônibus, parecia criar um mundo mágico e maravilhoso, onde elas tinham significados imprevisíveis e extraordinários." ("A Excursão"; Estória em Quadrinhos).

No decorrer desse texto, nos referimos várias vezes ao termo "Vigaristas", como notaram. E como certamente deve ter ficado dúvidas e curiosidade quanto ao significado dessa palavra no contexto de "As Desventuras do Figurinha Difícil", trataremos de esclarecê-las.

- <u>Características do "Vigaristas" e o Relacionamento do "figurinha difícil" com eles:</u>

Várias das estórias da série "As Desventuras do Figurinha Difícil" se referem aos "vigaristas" como sendo pessoas que "montam tantos esquemas, esmagam a vida com a cabeça e não compreendem as coisas mais óbvias", sendo que em suas aulas ele sempre se comporta da mesma maneira, de forma que, para o narrador, bem como para o "figurinha" e seus amigos,

> *"o Vigarista parecia repetir monotonamente algo há muito, muito guardado e que durante todo esse tempo perdera totalmente o significado."* ("A Excursão"; Estória em Quadrinhos).

E o "figurinha difícil", com a sua genialidade e sensibilidade características, conseguiu extrair uma característica marcante presente na grande maioria dos "vigaristas": a "Voz de Professor". "Voz de Professor", dizia o "figurinha", não é aquela voz intensa, nervosa, pausada ou enfática, mas aquela que

> *"talvez tenha um característico senso de falsidade e imposição. Teme o silêncio, a reflexão e o sentimento e por isso vai tentando se impor, dominando e matando tudo até que nada mais reste a não ser ela própria*". ("O Pseudo"; SAPEANDO 8)

A estória "Os Corregedores" nos apresenta um tipo especial de "vigarista": os chamados "Corregedores", termo este obviamente introduzido pelo nosso "figurinha difícil", como já foi colocado um pouco antes, para batizar essa classe "especial" de "Vigaristas".

> *"Os corregedores eram os vigaristas que se destacavam de um modo ou outro na correção, evidenciando um zelo todo especial nesse mister*". ("Os Corregedores"; SAPEANDO 6)

Mas esse zelo não deve ser entendido pelo lado bom, pois significava meticulosidade na busca de "erros" e pequenas imperfeições:

> *"essa era uma característica proeminente e incisiva do mundo dos corregedores. Nele não havia lugar para o talvez, o pode ser ou o vago. Tudo era exato e definitivo. E suas sentenças sem apelação."* ("Os Corregedores"; SAPEANDO 6)

E, como já foi colocado anteriormente, que o mundo do "figurinha" era um "mundo em eterna criação" e ele "sinceramente único" que mostrava com seu exemplo que "não há certos e errados", se mostrava calmo perante tudo e, segundo "Os Corregedores" (SAPEANDO 6), "a correção das provas não tinha maior significado para ele, que se mantinha indiferente às maiores barbaridades dos corregedores", talvez porque soubesse e sentisse que "os vigaristas nunca elogiavam a beleza e a criatividade (...) mas apontavam, compiscuamente, os erros."

Resultado de tudo o que vimos foi uma suspensão e, mais tarde, expulsão do colégio pelo "vigarista-mor", isto é, o diretor. E, como ele foi expulso do colégio, continua, talvez, segundo um narrador das estórias, "batendo a cabeça por aí", enquanto "eu – o bom aluno", diz o narrador,

prossigo "triunfante" na "minha caminhada". Mas, por outro lado, "estou farto de mim e de outros bons alunos, todos modelados pelo mesmo padrão, atolados nos mesmos preconceitos". Por isso tudo, agora esse amigo tem claro em sua vida que o "figurinha difícil" é o seu verdadeiro "HERÓI".

Se tomarmos apenas o fato dele nos manter em constante reflexão quanto ao nosso papel, não devíamos também considerá-lo nosso herói?

TEOREMA DE THALES: ANÁLISE DAS VARIÁVEIS DE SITUAÇÃO DIDÁTICA E ADIDÁTICA

Nancy Cury Andraus Haruna **(UNITAU) - Mestre / PUC-SP**

Dr. Saddo Ag.Almouloud (PUC-SP) – Orientador / PUC-SP

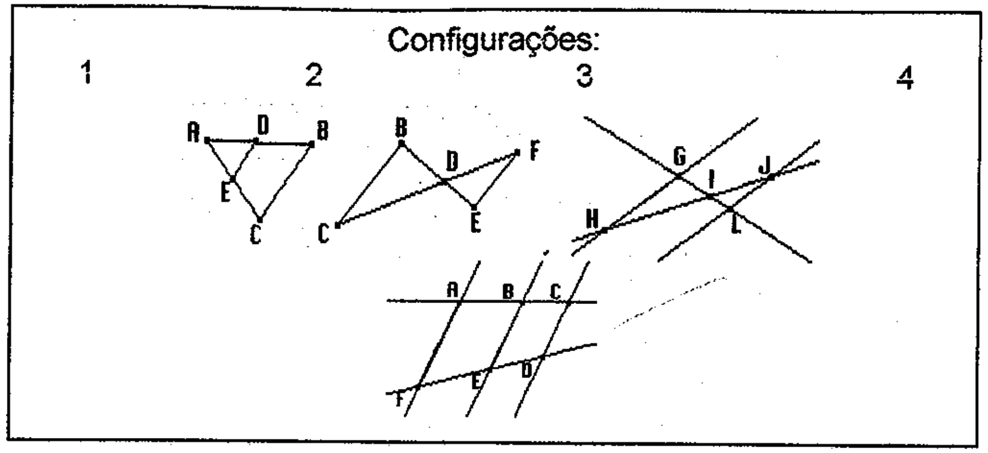
Essa comunicação científica está embasada numa parte dos resultados da pesquisa de dissertação do mestrado em educação matemática, cujo objetivo foi analisar como se processa a apreensão do conceito do teorema de Thales por alunos da 8ª série do Ensino Fundamental, levantar os obstáculos didáticos e epistemológicos e as variáveis de situação didática e adidática, verificando até que ponto o uso do computador favorece a superação dos obstáculos ou proporciona outros. Para fazermos essa análise, recorremos ao estudo das variáveis de situação didática e adidática propostas por Guy Brousseau e ao trabalho do Psicólogo Raymond Duval sobre os registros de representação semiótica e aprendizagem intelectual em que associa a semiótica com os aspectos da percepção e da cognição.

O funcionamento do processo de aprendizagem depende de numerosas variáveis, tais como as variáveis do contexto, as variáveis didáticas e as variáveis constitutivas do saber. As variáveis do contexto estão relacionadas tanto com o professor (quando faz suas escolhas, e em relação as suas concepções), quanto com o aluno (origem, história e vivência dos alunos) e até mesmo com o próprio saber (interdisciplinaridade, diversificação do saber, fenômeno da moda e outros). As variáveis didáticas são aquelas que estão à disposição do professor e que determinam a situação didática. Nesse sentido temos as variáveis de situação, as variáveis de contrato e as variáveis de transposição.

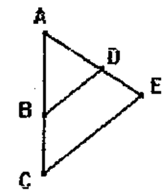
Nessa comunicação apresentamos as variáveis de situação didática e adidática propostas por Guy Brousseau referentes ao teorema de Thales observando os aspectos da percepção visual, das significações e do contexto, uma vez que verificamos que os problemas relativos ao ensino-aprendizagem estão relacionados com esses três aspectos. Depois, tecemos uma análise didática em que confrontamos os resultados das pesquisas de Cordier, Charalambos e Brousseau, com os resultados de um teste-diagnóstico aplicado em alunos do 1º ensino médio que já haviam aprendido essas propriedades e de um pós-teste o qual foi aplicado em duas turmas de 8ª série: o grupo de referência, que estudou esse teorema de forma tradicional utilizando-se do livro didático, e o grupo experimental, que estudou por meio de uma seqüência didática utilizando o software Cabri-géomètre I seguindo os princípios da engenharia didática.

No âmbito da percepção visual, estamos nos referindo às possíveis configurações que se pode obter para representar essa propriedade. Nesse sentido deve-se levar em conta as variáveis da figura analisando nas situações propostas às dimensões do espaço (R^2 ou R^3), o número de paralelas (retas ou planos), a disposição da intersecção das transversais (acima das paralelas ou entre as paralelas), o número de secantes, se as secantes são ou não concorrentes, a diferença de tamanho entre imagem/objeto, se a figura é típica ou não, a complexidade da figura (somente figura os elementos úteis ou a figura está mergulhada numa configuração complexa), a posição das paralelas (horizontal, vertical ou inclinada), a dimensão em jogo na apreensão perceptiva. Destas variáveis, observamos em nossa pesquisa que, as mais significativas estão relacionadas com a posição das paralelas, com a posição da intersecção das transversais com relação às paralelas e com às dimensões em jogo na apreensão perceptiva. Para exemplificar, podemos observar nas representações do quadro abaixo, as unidades figurais de dimensão dois - configurações 1 e 2 - as unidades figurais de dimensão um - configurações 3 e 4 - as transversais se interceptando entre as paralelas -configurações 2 e 3- as transversais se interceptando acima das paralelas -configuração 1- as transversais explicitamente não se interceptando -configuração

4.



O aspecto das significações está relacionado com a forma de se enunciar esse teorema em que se destacam três maneiras como as mais pertinentes, segundo a teoria de Duval, por induzirem processos diferentes de compreensão para se montar a proporção. O primeiro, quando compara as razões entre um segmento e sua projeção; o segundo, quando compara as razões formadas por segmentos de uma mesma reta com a razão respectiva de segmentos formados em outra reta; e o terceiro, quando se pensa em semelhança de triângulos ou de polígonos. Em Brousseau, esses pontos de vista foram tratados respectivamente como conservação da relação de projeção, conservação da abscissa e dilatação.



conservação da abscissa - AB/BC=AD/DE

conservação da relação de projeção - AB/AD=BC/DE

dilatação - AB/AC=AD/AE=BD/CE

Veja esquema:

Entendendo que o teorema na sua significação global abrange esses três pontos de vista levantamos a questão "como fazer com que o ensino do teorema de Thales e sua aplicabilidade conduzam à apreensão dessa globalidade sintático-semântica?"

No aspecto contextual, analisamos todos os conceitos implícitos e explícitos nessa propriedade, bem como suas aplicações e possíveis redes sintagmáticas que se pode obter articulando esses conceitos. A rede semântica analisada e utilizada na seqüência didática relaciona as noções de semelhança, homotetia e o teorema de Thales sob o aspecto da dilatação, da conservação das abscissas e da conservação da relação de projeção, nessa ordem, procurando seguir a evolução histórica.

Além das variáveis das figuras temos as variáveis de situação adidática. Uma situação é dita adidática quando o aluno busca resolver sem procurar utilizar o conhecimento das intenções didáticas do professor. Nesse sentido além da definição utilizada temos: a natureza da razão (natural, racional, decimal, real); tipo

de questão proposta (traçado, cálculo, enunciado, demonstração); se a situação envolve o teorema direto ou o seu recíproco; se são problemas de aplicação ou não; a função que tem o teorema na resolução da situação-problema, ele é um conhecimento que se quer adquirir, ele é o meio de resolução ou tem-se uma situação em que o teorema é o meio de demonstração (explícito ou implícito). Na questão 4 do teste diagnóstico, apresentada abaixo, podemos perceber uma situação em que a aplicação do teorema de Thales é uma ferramenta implícita para resolver o problema.

4) O quadrilátero ADEF é um quadrado? Justifique.

Nas variáveis de situação didática temos: a forma de se fazer manifestar o conhecimento, por meio de aulas expositivas ou com problemas; para o aluno é uma situação de institucionalização ou uma situação de aprendizagem adidática; qual a função didática, é um curso, apenas uma informação, são exercícios de treinamento ou de controle, ou são problemas de aplicação.

Uma vez feito o levantamento das variáveis de situação didática e adidática fomos pesquisar mais sistematicamente a compreensão dos alunos a respeito do teorema de Thales e com relação a estas variáveis, recorrendo a resultados de pesquisas afim de destacar os possíveis problemas relativos ao ensino-aprendizagem dessa propriedade e melhor compreender a origem dos erros e dificuldades dos alunos. Por fim, analisamos a concepção de alguns alunos que já haviam aprendido essa noção por meio de um teste diagnóstico. Dentre as pesquisas analisadas destacamos as de Cordier, Charalambos e Brousseau.

CORDIER; constatou que a fonte de desvios cognitivos está relacionada com a propriedade da tipicalidade das representações cognitivas e que as representações típicas são instaladas durante a fase de aquisição desta noção e estão ligadas, de um lado, às figuras geométricas e, de outro, às projeções, sendo mais típicas quando as projeções se fazem sempre no mesmo sentido (isso ocorre nas configurações em que a intersecção das transversais esta acima ou abaixo das paralelas), quando as paralelas estão na posição horizontal, vertical e inclinada, nessa ordem, e quando as transversais se interceptam acima das paralelas.

CHARALAMBOS, aplicando um teste em alunos do 1º Ensino Médio para verificar suas pré-aquisições, detecta que a aquisição do teorema de Thales está limitada a uma única situação figurativa (triângulos sobrepostos). Após uma experimentação em que trabalhou com as variabilidades das configurações homotéticas e com a articulação entre registro numérico e o registro figurativo, constatou melhora no percentual de acerto porém nota que persiste um índice maior de erro nas situações figurativas dos triângulos não-sobrepostos (isso ocorre nas configurações em que a intersecção das transversais esta entre as paralelas) e no cálculo da medida do segmento formado na paralela.

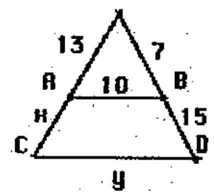
BROUSSEAU faz todo estudo das variáveis de situação didática e adidática e observa que os pontos de vista (conservação da abscissa, conservação da relação de projeção e dilatação) têm menos influência quanto aos acertos se comparado à configuração, às posições das paralelas e ao recíproco do teorema de Thales.

O teste diagnóstico aplicado constou de nove questões que podem ser subdivididas nos três níveis de problemas colocados por Duval.

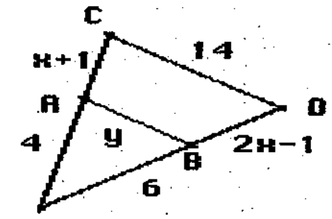
Os de nível 1 são aqueles em que há congruência operatória da figura e um tratamento matemático, neste caso uma apreensão discursiva explícita não é necessária, como exemplo citaremos a questão 2.

2) Sendo $\overline{AB}$ paralelo a $\overline{CD}$, determine x e y nos esquemas abaixo:

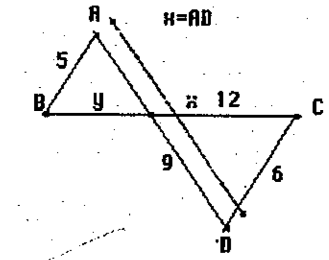
a)



b)



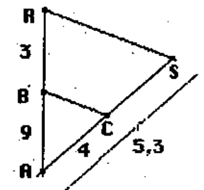
c)



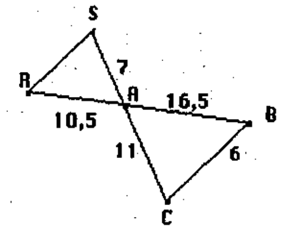
Nos de nível 2, a apreensão discursiva é necessária, porque não há mais congruência operatória entre figura e um tratamento matemático ou porque é explicitamente pedido como justificativa, como exemplo citaremos a questão 3.

3) Nos casos seguintes as retas RS e BC são paralelas? Justifique sua resposta.

a)



b)



Os de nível 3 são aqueles que exigem mais de uma apreensão discursiva, e o recurso aos esquemas lógicos específicos. Veja questão 5 e 7.

5) Traçar um paralelogramo EFGH, tal que EF = 8cm, EH = 12 cm e FH = 10cm. Seja K o ponto do segmento $\overline{EH}$ tal que HK = 2,4 cm e J o ponto de intersecção de FH e da paralela a GH passando por K. Calcular HJ e JK.

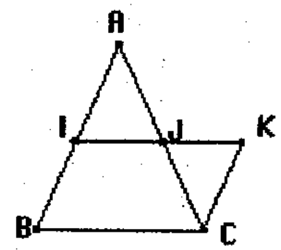
7) ABC é um triângulo.

-I é o ponto médio de $\overline{AB}$;

-A paralela a $\overline{BC}$ passa por I e a paralela a $\overline{AB}$ passa por C e se cortam em K;

- A reta $\overline{IK}$ corta $\overline{AC}$ em J.

O que se pode dizer de J? Prove a resposta.



m na

- o índice de acerto no cálculo do segmento formado nas paralelas foi menor que o cálculo do segmento formado nas transversais;
- houve dificuldade em perceber e aplicar o teorema quando as retas transversais se interceptam entre as paralelas;
- houve dificuldade em aplicar o teorema recíproco de Thales;
- dificuldade em resolver problemas nos quais não se fornecem as configurações.

Diante desses resultados, colocamos a questão:

"A maneira como se tem ensinado o teorema de Thales e a forma como essa propriedade vem sendo apresentada nos livros didáticos tem proporcionado aos alunos a aquisição de uma concepção limitada, bem como a formação de configurações prototípicas ocasionando a não-percepção da aplicação dessa propriedade em outras configurações ditas não-típicas. Assim sintetizamos a problemática da pesquisa em *"como produzir uma seqüência de ensino, que proporcione ao aluno a apreensão do teorema de Thales, observando os aspectos da percepção visual, das significações e do contexto?"*

Para responder esta questão partimos das seguintes hipóteses:

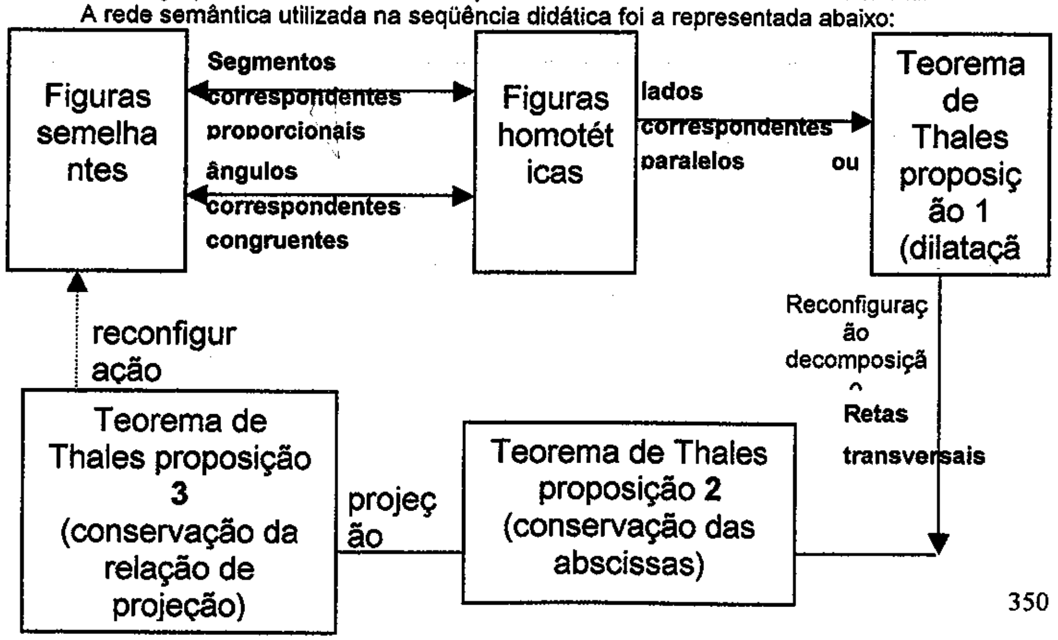
1- com relação ao aspecto da percepção achamos que propondo situações-problema em língua natural utilizando o software Cabri evita-se a formação de imagens prototípicas e trabalha-se com as variabilidades perceptivas;

2- com relação ao aspecto da significação suspeitamos que por meio de uma rede semântica pode-se organizar os três pontos de vista relacionados com as significações do teorema de Thales;

3-com relação ao aspecto do contexto possivelmente trabalhando-se com situações-problema de aplicações esta propriedade passa a ter maior significado para os alunos, possibilitando a utilização dele em outras situações afins.

Para validação destas hipóteses elaboramos e aplicamos uma seqüência didática com atividades experimentais em que os alunos tanto iriam utilizar o software Cabri géomètre I quanto os instrumentos de desenho (régua e compasso) para fazer as construções, levantar dados pela observação, tecer conjecturas para posterior validação e conclusão de aspectos relativos à aprendizagem das noções de semelhança e do teorema de Thales. Após dois meses do término da aplicação realizamos um pós-teste, idêntico ao teste diagnóstico, em duas turmas de 8ª série da mesma escola e período. Chamamos de grupo experimental a turma que utilizou essa seqüência e de grupo de referência a turma que estudo o teorema de forma tradicional.

A rede semântica utilizada na seqüência didática foi a representada abaixo:



De forma geral, após análise quantitativa e qualitativa dos dados, notamos que o grupo experimental apresentou implicação de acerto em todos os tipos de questões, tendo índices de acertos relacionados à complexidade da questão, o Cabri géomètre I parece ter contribuído para se trabalhar as variabilidades perceptivas fazendo com que a posição das paralelas e intersecção das transversais agissem pouco, se comparado ao cálculo do segmento formado na paralela ou na transversal, e aos problemas em que não se fornecia a configuração ou que se pedia para justificar, ou seja, problemas não usuais. O mesmo não ocorreu no grupo de referência, em que as implicações de acertos se restringiram aos problemas usuais de aplicação direta nos quais a configuração é fornecida. No grupo de referência além da complexidade da questão as configurações também interferiram no acerto, percebemos maior índice de acerto quando as paralelas estavam na posição horizontal, depois na inclinada e por último na posição vertical e também na configuração em que os triângulos se apresentavam sobrepostos. A posição das paralelas, da intersecção das transversais, o cálculo da medida do segmento formado na paralela ou na transversal, a aplicação do teorema recíproco ou não, todas essas variáveis interferiram nos índices de acerto das questões do grupo de referência chegando a resultado semelhante aos das pesquisas de Cordier, Charalambos e do teste-diagnóstico. Ambas as turmas apresentaram elevado índice de erros para o cálculo da medida do segmento formado nas paralelas, o que nos levou após análise e entrevista com os alunos, a suspeitar de que o ponto de vista da conservação das abscissas (ponto de vista utilizado pelos alunos que erraram a questão) foi um conhecimento-obstáculo à aplicação do teorema sob o ponto de vista da dilatação neste grupo de alunos, contradizendo os resultados apresentados por Brousseau de que os pontos de vista têm menos influência quanto aos acertos comparado às configurações, a posição das paralelas e o teorema recíproco. Na questão 2 do teste diagnóstico, apresentada acima, podemos perceber que para se calcular o valor de x (segmento formado nas transversais) pode-se utilizar qualquer um dos pontos de vista, já para o cálculo do valor de y (segmento formado nas paralelas) devemos pensar sob o ponto de vista da dilatação.

Na análise qualitativa vemos no grupo experimental a implicação de o acerto da questão 5 ocasionar o acerto na questão 7, ambas do nível 3 (apresentadas acima), o que contribui para a validação da hipótese 1, possivelmente porque quem resolveu a questão 5 (em que a configuração não foi fornecida), além de saber o teorema de Thales, não apresentou dificuldade na leitura, interpretação e conversão do registro discursivo para o registro gráfico o que favoreceu na resolução da questão 7. No grupo de referência a questão 5 foi a que apresentou um índice de acerto praticamente nulo, evidenciando a dificuldade destes alunos na interpretação e conversão do registro discursivo para o registro gráfico.

Na aplicação do recíproco do teorema de Thales, questão 3 (problema de nível 2, exposto acima), notamos que o grupo experimental obteve, além da porcentagem de acerto maior na configuração dos triângulos opostos pelo vértice, a implicação que possivelmente quem acertou a questão para a configuração dos triângulos sobrepostos deve ter acertado a outra cujo nível de complexidade foi menor. Essa constatação difere das que foram feitas no teste diagnóstico, no grupo de referência, nas pesquisas de Cordier e de Charalambos quanto ao grau de dificuldade na aplicação do teorema de Thales para a configuração dos triângulos opostos pelo vértice ser maior do que quando esses estão sobrepostos. Isso porque segundo a pesquisa de Cordier a configuração dos triângulos sobrepostos era mais típica que a outra. Esse fato talvez não tenha ocorrido no nosso grupo experimental devido às atividades propostas e ao uso do software Cabri ter proporcionado aos alunos a construção dessa configuração que passou a ser para esse grupo uma configuração típica e, segundo análise pela teoria de Duval, a apreensão perceptiva nessa configuração favorecer a apreensão operatória sob o ponto de vista da dilatação. Essa observação parece de novo confirmar as hipóteses 1 e 2.

Quanto às significações observamos que em ambos os grupos houve procedimentos na resolução das questões envolvendo os três pontos de vista, com porcentagens diferentes é claro, levando-nos a pensar que no processo ensino-aprendizagem foi proporcionada a esses alunos a visão do teorema de Thales na sua significação global e provavelmente a rede semântica adotada cumpriu seu papel.

No grupo experimental poucos fundamentaram suas respostas pela apreensão perceptiva e os alunos em geral apresentaram diversas estratégias de resolução das questões. Em contrapartida, no grupo de referência vários responderam as questões de nível 2 baseado na apreensão perceptiva além de apresentarem muita dificuldade em fazer justificativas.

Diante de toda discussão que acabamos de fazer, consideramos que os alunos avançaram em seus conhecimentos em relação ao teorema de Thales e em suas atitudes e autonomia no sentido de observar, levantar hipóteses, tirar conclusões, justificar, dar opiniões sem medo de errar e escrever. As hipóteses parecem válidas e a seqüência didática cumpriu seu papel podendo ser melhorada e adaptada para o Cabri-géomètre II.

Referências bibliográficas:

BROUSSEAU, Guy. 1995. *Promenade avec Thalès, de la Matemelle à l'Université. du théorèma de Thalès.* França: Bulletin Inter IREM, Commission Premier Cycle.

CHARALAMBOS, Lemonidis. 1991. Analyse et réalisation d'une expérience d'enseignement de l'homothétie. França: IREM, Université Louis Pasteur, *Recherches en Didactique des Mathématiques*, Vol. 11, n°23, pp.295-324.

CORDIER, Françoise, CORDIER, Jean. 1991. L'application du théorème de Thalès. Un exemple du rôle des représentations typiques comme biais cognitifs. França: *Recherches en Didactique des Mathématiques*, vol 11, n° 1, pp. 45-64.

HARUNA, Nancy Cury Andraus; *Teorema de Thales: Uma Abordagem do Processo Ensino-Aprendizagem*; Dissertação de Mestrado em Educação Matemática; PUC/SP, nov/2000.

Autor(es):

Nancy Cury Andraus Haruna –
Rua Arthur Vieira n° 432, Jardim Stª Cruz, Taubaté-S.P. CEP: 12080-550 - e-mail: nancyharuna@uol.com.br

Dr. Saddo Ag.Almouloud -
Rua Marquês de Paranaguá n.° 111, Consolação, São Paulo -SP CEP 01303-050 - e-mail: saddoag@exatas.pucsp.br

APLICAÇÃO DA TEORIA DE VAN HIELE NO ACOMPANHAMENTO DA MUDANÇA CURRICULAR NO COLÉGIO PEDRO II

Neide da Fonseca Parracho Sant'Anna
João Bosco Pitombeira Fernandes Carvalho
Universidade Católica do Rio de Janeiro – PUCRJ

Estudamos nesta dissertação recentes mudanças nas estratégias de ensino e aprendizagem na primeira série do ensino médio do Colégio Pedro II, associados à implantação dos novos parâmetros curriculares nacionais. Estas mudanças afetam, principalmente, o ensino do tópico Progressões Aritméticas e Geométricas. Examinamos aqui o experimento pedagógico realizado, com o sentido maior de registrar um momento na dinâmica da evolução do currículo de Matemática do ensino médio no Brasil. Bem como levantamos dados históricos sobre o papel do Colégio Pedro II na educação brasileira, sobre as reformas ocorridas ao longo do tempo e como afetaram, especialmente, o ensino da Matemática.

As mudanças referidas se inserem em um processo de revisão metodológica no bojo da reforma da estrutura curricular e da filosofia da educação decorrentes da edição dos novos parâmetros curriculares nacionais. O ambiente acadêmico de reforma, propício à exploração de novas alternativas, a necessidade de integrar-se na nova orientação e as alterações na grade curricular decorrentes vêm acelerando as transformações no ensino de Matemática em que o Colégio Pedro II tem sido pioneiro. Para contextualizar a mudança em tela, estudamos a reforma atual nos parâmetros curriculares e a atenção dedicada à Matemática nesta reforma, tomando como referencial teórico o conceito de transposição didática (Chevallard, 1985). Tratamos de aspectos do processo da adaptação do conhecimento científico à linguagem e aos objetivos da escola e a forma pela qual as novas descobertas e as novas abordagens da ciência modificam os conteúdos curriculares e os conteúdos aprendidos pelos alunos. Os aspectos que destaco estão relacionados com a inserção do referido processo de transposição didática em um contexto social. Neste sentido, a abordagem que adoto procura explorar as contribuições da corrente de investigação identificada como da Sociologia da Escola.

O ensino da Matemática sempre esteve sintonizado com o principal foco da reforma, a contextualização, a busca da inserção mais direta das atividades escolares na realidade pessoal de cada aluno. Isto porque, salvo, talvez, o estudo da comunicação em língua nacional, é, no ensino fundamental e no ensino médio, a disciplina que mais extrai do dia a dia das pessoas as situações de que trata. Ocorre que o instrumento enfatizado para estimular a contextualização de disciplinas mais especializadas, a interdisciplinaridade, e a estratégia usada para promover projetos e atividades interdisciplinares, a divisão das disciplinas em áreas e a redistribuição do tempo escolar entre as disciplinas, ameaçam afetar profundamente o ensino da Matemática.

Essas mudanças na filosofia do ensino médio, com a classificação da Matemática ao lado das ciências naturais e a valorização da integração com as disciplinas da mesma área exigiram mudanças no ensino da Matemática. Atento aos desafios que surgem, o Departamento de Matemática do Colégio Pedro II vem desenvolvendo um experimento de reformulação do ensino na primeira série do ensino médio visando a adaptá-lo às novas condições.

A metodologia empregada baseou-se na Teoria dos Níveis de van Hiele e envolveu a elaboração, aplicação e análise dos resultados de um instrumento para identificação do nível de van Hiele (Gutierrez et alii, 1989, Nasser, 1992) e com base em conhecimentos relativos ao tópico de Funções. Este instrumento constituiu-se de um teste escrito para aplicação em sala de aula, que foi ministrado simultaneamente a sete turmas e a um total de mais de duzentos alunos. Isto gerou um acervo de registros de respostas às questões do teste que pode servir de fundamento para muitos estudos a respeito das possibilidades de aplicação dos critérios de classificação de van Hiele.

A grande motivação do casal de professores holandeses, Pierre van Hiele e Dina van Hiele, para desenvolverem essa teoria foi o baixo rendimento dos alunos do Ensino Fundamental em Geometria. Embora apresentassem um bom rendimento em Álgebra não conseguiam superar as dificuldades de Geometria. Começaram a investigar esse problema e a identificar os níveis sucessivos de compreensão dos alunos. Apresentaram em suas teses de doutorado na Universidade de Utrecht, em 1957, a teoria para o Desenvolvimento do Raciocínio em Geometria, que veio depois a ser designada pelo seu nome. A teoria sugere que os alunos progridem através de uma seqüência hierárquica de níveis de compreensão enquanto aprendem Geometria e que a linguagem, o insight e o tipo de experiências vivenciadas desempenham papéis importantes nesse desenvolvimento (van Hiele,1959; Nasser, 1990). Os níveis sucessivos de compreensão sugeridos pelos autores se caracterizam, essencialmente, por diferenças nos objetos de pensamento, que se vão tornando, gradativamente, mais complexos. Apesar destes níveis visarem o estudo de Geometria, van Hiele sugere que eles podem servir para orientar o ensino-aprendizagem de outros tópicos. Este trabalho estende a aplicação da teoria de van Hiele para a identificação dos níveis de raciocínio não em Geometria, mas avaliando o raciocínio do aluno em outro campo da Matemática, qual seja o das Funções e em particular das sucessões.

Nos novos parâmetros curriculares nacionais o ensino de funções aparece como exemplo de oportunidade de aplicações da busca da interdisciplinaridade e da contextualização. O ensino isolado desse tema não permite a exploração do caráter integrador que ele possui. Devemos observar que uma parte importante da Trigonometria diz respeito às funções trigonométricas e seus gráficos. As seqüências, em especial progressões aritméticas e geométricas, nada mais são que particulares funções. As propriedades de retas e parábolas estudadas em Geometria Analítica são propriedades dos gráficos das funções correspondentes. Aspectos do estudo de polinômios e equações algébricas podem ser incluídas no estudo de funções polinomiais, enriquecendo o enfoque algébrico que é feito tradicionalmente.

Além das conexões internas à própria Matemática, o conceito de função desempenha também papel importante para descrever e estudar através da leitura, interpretação e construção de gráficos, o comportamento de certos fenômenos tanto do cotidiano, como de outras áreas do conhecimento, como a Física, Geografia ou Economia. Cabe ao ensino de Matemática garantir que o aluno adquira flexibilidade para lidar com o conceito de função em situações diversas. Nesse sentido, através de uma variedade de situações–problema de Matemática e de outras áreas, o aluno pode ser incentivado a buscar a solução, ajustando seus conhecimentos sobre funções para construir um modelo para interpretação e investigação em Matemática.

Tornou-se então necessário desenvolver um apropriado instrumento para identificar o nível de van Hiele. Adicionando-se à caracterização de van Hiele em termos de conhecimento, análise e dedução, a idéia de que há processos-chave dominantes em cada nível: de identificação no nível I, de definição no nível II, de classificação no nível III e de prova no nível IV e admitindo-se a possibilidade de situações de transição entre níveis.

O objetivo principal visado com a realização desse experimento era relacionar o aproveitamento dos alunos no tópico estudado com o nível de van Hiele em que se encontravam no início. Mais tarde, um segundo teste escrito foi elaborado para aplicação a uma amostra de 35 alunos oriundos das sete turmas consideradas. Através da aplicação deste segundo teste pudemos avaliar a retenção de conteúdos ensinados e confirmar os resultados da análise dos resultados anteriormente registrados.

O Departamento de Matemática vem realizando, gradualmente, profundas mudanças em busca do objetivo de um ensino mais integrado com a realidade social e as aplicações imediatas (Colégio Pedro II, 2000). Ao mesmo tempo enfrenta eventualmente reduções da carga horária, justificada pela necessidade de se atribuir maior tempo a disciplinas julgadas mais próximas do dia a dia dos alunos ou exibem maior facilidade de integração com disciplinas vizinhas. Isto ocorre, neste momento, na primeira série do Ensino Médio. Prioritariamente nos empenhamos em mudanças no processo de ensino e aprendizagem no sentido de um ensino em que os conceitos sejam discutidos em maior profundidade e as suas possibilidades de aplicação exploradas em

maior detalhe. Por outro lado, esta experiência está sendo realizada em uma perspectiva de integração com as outras disciplinas curriculares para que os objetivos curriculares possam ser atingidos com a reduzida carga horária de 3 horas de aula semanais.

Nestas condições, a análise do desempenho dos alunos de acordo com as suas condições iniciais, nos permite avaliar os efeitos das mudanças na metodologia e as necessidades de correção de rumo ou adaptação a eventuais circunstâncias. O acompanhamento dos desempenhos dos alunos classificados nos diferentes níveis de van Hiele permitiu realizar uma avaliação inicial da nova metodologia desenvolvida pela equipe de professores da Unidade Centro do Colégio Pedro II, no que diz respeito ao ensino de seqüências numéricas, desenfatizando o emprego de fórmulas no estudo das progressões aritméticas e geométricas e dando maior importância ao entendimento do conceito de função.

A hipótese básica que investigamos é a de que os alunos que iniciam o estudo deste tópico em condições, segundo a classificação de van Hiele, mais adiantadas, se beneficiarão mais da metodologia que explora mais o raciocínio. Os outros alunos também se beneficiarão, desde que, nós educadores, estejamos atentos às dificuldades características dos alunos de níveis de van Hiele mais baixos e possamos através de novas estratégias, criar condições favoráveis para que melhor se desenvolvam. Por outro lado, a menor disponibilidade de tempo para atividades de fixação de conceitos básicos em classe, revisão de conceitos anteriores e integração com toda a matéria envolvida na avaliação final, dificultando o acompanhamento das atividades pelos alunos mais atrasados, também resultaria em melhor desempenho para os alunos em níveis de van Hiele mais elevados e pior desempenho para os mais atrasados.

Para testar esta hipótese, modelamos o resultado final dos alunos em Matemática em função do desempenho na prova de Matemática do final do semestre anterior e do nível de van Hiele do aluno. A hipótese do modelo é a da existência de uma correspondência linear entre as duas notas, admitindo-se que a reta que representa esta correspondência possa sofrer um deslocamento paralelo de acordo com o nível de van Hiele em que o aluno se encontra. Isto é, a cada nível de van Hiele corresponde um diferente nível de resultado final, dado, em termos geométricos, pelo coeficiente linear da reta que melhor aproxima o conjunto de pares de desempenhos dos alunos.

Como conclusão, deste trabalho podemos destacar os seguintes resultados:

- Com a metodologia usada maior ganho de aprendizagem para alunos classificados nos níveis de van Hiele mais elevados.
- Possibilidades de verificar e estabelecer novas estratégias de ensino-aprendizagem a fim de facilitar a elevação dos níveis de van Hiele nos alunos de níveis mais baixos.
- Geração de acervo de registros de respostas às questões do teste que pode servir de fundamento para futuros estudos a respeito das possibilidades da aplicação dos critérios de classificação de van Hiele.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Andrade, Vera Lúcia C. Q. *Colégio Pedro II Um Lugar da Memória*: Tese de Doutorado UFRJ - Centro de Filosofia e Ciências Humanas –Instituto de Filosofia e Ciências Sociais, Rio de Janeiro,1999.

Beltrame, Josilene: *Os Programas de Ensino de Matemática do Colégio Pedro II: 1837 – 1932:* Dissertação de Mestrado PUC – Rio –Departamento de Matemática, 2000.

Carvalho, J. B. P. de. *O cálculo na escola secundária – algumas considerações históricas.* Caderno CADES nº 40. Papirus, Campinas. 1996.

Chevallard, Y. E Joshua, M. A. (1982) *Un Exemple d'Analyse de la Transposition Didactique.* Recherches en Didactique des Mathématiques, vol. 3, n. 1, pp. 159/239

Chevallard, Y. *La Transposition didactique.* La Pensée Sauvage, Grenoble, 1985.

Colégio Pedro II. *Projeto Político Pedagógico*, Rio de Janeiro, 2000

Cortella, M. S. *A Escola e o Conhecimento - fundamentos epistemológicos e políticos*. Cortez Editora – Instituto Paulo Freire, São Paulo, 1999.
Denis,L. (1978) *Relations Between Stage of Cognitive Development and van Hiele Level of Geometric Thought among Puerto Rican Adolescents*. Tese de Doutorado. Dissertation Abstracts International, 48, 859A;
Dória, E. *Memória Histórica do Colégio Pedro Segundo*. Comissão de Atualização da Memória Histórica do Colégio Pedro II, M.E.S. Rio de Janeiro, 1937
Draper, N. R. e Smith, H. *Applied Regression Analysis*. John Wiley, New York, 1980.
Forquin, J. C. (1992) - *Saberes escolares, Imperativos didáticos e Dinâmicas sociais*, Teoria & Educação, v. 5, pp. 28/49.
Forquin, J. C. *Escola e Cultura: as bases sociais e epistemológicas do conhecimento escolar*, Artes Médicas, Porto Alegre, 1993.
Freudenthal, H. *Mathematics as an Educational Task*. Reidel. Drdrecht, Holland, 1973
Fuys, D., Geddes e Tischler, R.(1988) *The van Hiele Model of Thinking in Geometry among Adolescent*. Monografia nº 3 do JRME. Reston, VA.:NCTM.
Gutierrez, A . e Jaime, A . e Fortuny, J. (1991): An Alternative Paradigm to Evaluate the Acquisition of the van Hiele Levels. Journal for Research in Mathemtics Education, vol. 22, nº3, pp.237-251
Haider, M. L. M. *O ensino secundário no império brasileiro*. Editora da Universidade de São Paulo/Editorial Grijalbo, São Paulo, 1972.
Hoffer, A .(1981) *Geometry is more than Proof* Mathematics Teacher, 74, 11/18.
Hogben, L. *Maravilhas da Matemática, Influência e Função da Matemática nos Conhecimentos Humanos*, Editora Globo, 2ª dição.1970 –(1ª edição e 1ªimpressão:outubro de 1946).
Jaime, A . e Gutierrez, A . (1990) – A Study of the Degree of Acquisition of the van Hiele Levels in Secondary School Students, Proceeding, of PME-14, vol. I, 251-258, México.
Jurdak, M. (1989) Van Hiele Level and the SOLO Taxonomy. Atas da 13ª Conferência do PME, vol. 2. Paris.
Lopes, A. R. C. *Conhecimento Escolar: Ciência e Cotidiano*, Uerj, Rio de Janeiro, 1999.
Lopes, M. L. M. L. Sobre o Ensino de Geometria , Boletim do GEPEM nº15, pag. 5 – 16, 1983.
Lovett, J. (1983) *An Interpretative Description of the van Hiele Model of Thinking in Geometry*. Shell Mathematics Unit, Centre for Science Education, Chelsea College, University of London.
Ludwing, S. R. e Kieren, T. E. (1985) *Logo Geometry:Ego synthonic?* Atas da 7ª Conferência do PME-NA. Ohio State University, EUA.
Martins, M. A. M. *Estudo da evolução do ensino secundário no Brasil e no Estado do Paraná com ênfase na disciplina de Matemática*. Dissertação de Mestrado. Universidade Federal do Paraná, Curitiba. 1984.
MEC/SEMTEC. *Novos Parâmetros Curriculares Nacionais*, Brasília, 1999
Mello, G. N. *Parecer incorporado à Resolução nº 3/98 da Câmara de Educação Básica do Conselho Nacional de Educação*. Brasília, 1998.
Miorim, M. A. *Introdução à história da educação matemática*. São Paulo: Atual, 1998.
Moacyr, P. *A instrução e a República*. Vol. V (1925- 1930). Rio de Janeiro: Imprensa Nacional, 1944.
Nasser, L. – *Níveis de van Hiele: Uma Explicação Definitiva para as Dificuldades em Geometria?* Instituto de Matemática –UFRJ- 1989.
Nasser, L. (1990a) *O Desenvolvimento do Raciocínio em Geometria*. Boletim do GEPEM, Nº 27.
Nasser,L. (1990b): Children's Understanding of Congruence According to the van Hiele Model of Thinking. Atas da 14ª Conferência do PME, Vol. 2. Oaxtepec, México.
Nasser, L. (1992 a) – Van Hiele – based experiment on the teaching of congruence. Proceedings of PME- 16, vol. 3, 187, New Hampshire, USA .
Nasser, L. (1992b) *Níveis de van Hiele: uma explicação definitiva para as dificuldades em Geometria?* Boletim do GEPEM, Nº 29.

Nasser, L. (1992c) – *Using the Van Hiele Theory to improve secondary school geometry in Brazil*. Tese de Doutorado no King's College, University of London, UK.
Nasser, L.(1993) *A Teoria de van Hiele para o Ensino de Geometria*. 1º Seminário Internacional de Educação Matemática do Rio de Janeiro.Projeto Fundão, IM, UFRJ.
Nasser, L. e Sant'Anna, N. F. P. (1995a) *Efeitos a Longo Prazo do Ensino de Geometria Baseado na Teoria de van Hiele*-V Encontro Nacional de Educação Matemática – Aracaju-SE.
Nasser, L e Sant'Anna, N. F. P. (1995b) *Long Term Effects of a Geometry Course Based on the van Hiele* Theory - Proceedings of the 19th International Conference for the Psycology of Mathematics Education – PME 19- Vol.. 1, p. 213, Recife-Brazil
Nasser, L. Sant'Anna, N.F.P. e Sant'Anna, A. P. (1996)*Students Assement of an Alternative Approach to Geometry - Proceeding of the 20th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education* – PME 20 , vol. 4, 59-66 – July 8 – 12, 1996 – University of Valencia – Valencia, Espanha
Nunes, M. T. *Ensino secundário e sociedade Brasileira*. Rio de Janeiro: MEC/Instituto Superior de Estudos Brasileiros, 1962.
O GRUPO – Associação de Escolas Particulares. *Avaliação do curso de segundo grau. Pesquisa com alunos concluintes de cursos de segundo grau de escolas particulares de São Paulo*, São Paulo, 1997.
Olive, J (1991) *Logo Programming and Geometric Understanding: an in-depth study*. Journal for Research in Mathematics Education, vol. 22.
Ottoni, C. B. (1886) *Elementos da Arithmetica*. 7 ed. Laemmert & Cia: Rio de Janeiro,1886.
Pegg, J. e Davey, G. (1988) *Clarifying Level Descriptors for Children's Understanding of some 2-D Geometric Shapes*. 11ª Coferência Anual do Grupo de Pesquisa em Educação Matemática da Austrália.
Piaget, J. *Para onde vai a Educação*, Rio de Janeiro, José Olympio Editora, 1996.
Pinto, A. V. *Ciência e Existência*, Paz e Terra, Rio de Janeiro, 1979.
Projeto Fundão (setor Matemática) *Uma introdução ao ensino de Geometria*: – apostila editada pelo projeto, Rio de Janeiro. 1997
Pyshkalo, A . (1968): *Geometric in Crades I-IV*. Em Hoffer, A . (Ed) e Wirszup (trad.): Problems in the Fotmation of Geometric Ideas in primary grade school children.
Romanelli, O. O. *História da Educação no Brasil (1930 – 1973)*. 22.ed.Vozes: Petrópolis, 1999.
Roxo E., Lisboa da Cunha, H., Peixoto R. e Dacorso Netto, *C. Matemática 2º ciclo*, Livraria Francisco Alves, 10ª edição, 1959. Ed. Francisco Alves, 10ª edição, 1959.
Roxo, E. *Curso de Matemática Elementar*. Rio de Janeiro: Francisco Alves, 1929 – 1930, 2 volumes.
Scally, S.P. *A Clinical Investigation of the Impact of a Logo Learning Environment on Students' van Hiele Level of Geometric Understanding*. Ata da 10ª Conferência do PME, vol. 1, Londres.
Senk, S.(1989) *Van Hiele Levels and Achievement in Writing Geometry Proofs*. Journal for Research in Mathematics Education,Vol.20 Nº 3
Stein, D. (1998) *Situated learning*, in: Digest, n.195.
Teles da Silva, A. F. *Os Logaritmos: como e porque os estudamos*, Relatório Técnico IM_UFRJ, Rio de Janeiro, 1999
Usiskin, Z. *Van Hiele Level and Achievement in Secondary School Geometry*, Eric, Columbus, OH.1982.
Van Hiele, P. M. (1959) *La Pensé de l'enfant et la Geometrie*. Bulletin de l'Association de Professeurs des Mathematiques de l'Enseignement Public,38 e Anné, nº 198.
Van Hiele, P. M. (1986) *Structure and Insight*. Academic Press.
Van Hiele-Geldof, D. (1957): *The Didatics of Geometry in the Lowest Class of the Secondary School*. Tese de Doutorado, Universidade de Utrecht, Holanda.
Vechia, A. e Lorenz, K. M. *Programa de Ensino da Escola Secundária* Brasileira, Ed. Do Autor, Curitiba, 1998.
Vygotsky, L. S. *Pensamento e Linguagem*, São Paulo, Martins Fontes,1993.

Wirszup, I. (1976) *Breakthroughs in the Psychology of Learning and Teaching Geometry.* Em:Martin,J.L.(Ed.): Space and Geometry: Papers from a Research Workshop. Columbus, OH: ERIC.

DEMAIS BIBLIOGRAFIA CONSULTADA

D'Ambrósio, U. *Educação Matemática da Teoria à Prática*, Ed. Papirus, Campinas, 4ª edição, 1998.

D'Ambrósio, U. *Educação para uma sociedade em transição*, Ed. Papirus, Campinas, SP, 1999.

Kuhn,T. S. *A Estrutura das Revoluções Científicas.* Ed. Perspectiva , SP, 5ª edição,1997.

Oliveira, M. R. N. S.(org.) *Confluências e Divergências entre Didática e Currículo*, Papirus, 1998.G.

Silva, G. B. *A Educação Secundária: perspectica e teoria.* (Série Atualidades Pedagógicas). São Paulo: Nacional, 1969.

Tinoco, L. A . A . *Construindo o Conceito de Função no 1º Grau.* IM-UFRJ Projeto Fundão, Rio de Janeiro, 1998.

Vasconcelos, F. A . *História das Matemáticas na Antigüidade*, Lisboa, 1925.

COMO PESQUISAR EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA: A PROPOSTA DE ROMBERG

Norma Suely Gomes Allevato
Orientadora: Prof. Dra. Lourdes de la Rosa Onuchic
UNESP - Rio Claro

I - Introdução

Ao ingressar como aluna regular de doutorado em Educação Matemática no Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática da UNESP de Rio Claro, SP, me defrontei com uma premente necessidade de compreender as perspectivas e os fundamentos da Metodologia de Pesquisa. Evidenciava-se uma lacuna em minha formação universitária de Graduação em Matemática, e até mesmo de Mestrado em Matemática Pura onde não houve preocupação com questões desta natureza. Entretanto, para fazer pesquisa em Educação Matemática era preciso buscar subsídios à configuração e condução de um trabalho de investigação científica cuja consistência depende, também, dos recursos oferecidos pela Metodologia de Pesquisa e adotados pelo pesquisador.

Segundo Severino (1996, p.18) "...a metodologia é um instrumental extremamente útil e seguro para a gestação de uma postura amadurecida frente aos problemas científicos, políticos e filosóficos que nossa educação universitária enfrenta".

Tendo como objetivo desenvolver pesquisa voltada para o Ensino Superior, na busca por esta orientação metodológica adotei a proposta de Thomas A. Romberg, apresentada no capítulo 3, intitulado Perspectives on Scholarship and Research Methods, do *Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning*, 1992.

O objetivo deste trabalho é apresentar e discutir alguns elementos da proposta de Romberg para o processo de desenvolvimento de uma pesquisa em Educação Matemática.

II - A complexidade do campo de estudos e a justificativa dos métodos

A indiscutível complexidade do cenário em que se realiza o ensino-aprendizagem-avaliação da Matemática leva os professores e pesquisadores a buscarem fundamentação e perspectivas para investigar as variadas questões que surgem neste cenário. Esta complexidade decorre da presença e da inter-relação de, pelo menos, cinco elementos: o professor, os alunos, a disciplina (no caso, a Matemática), a escola e a sociedade.

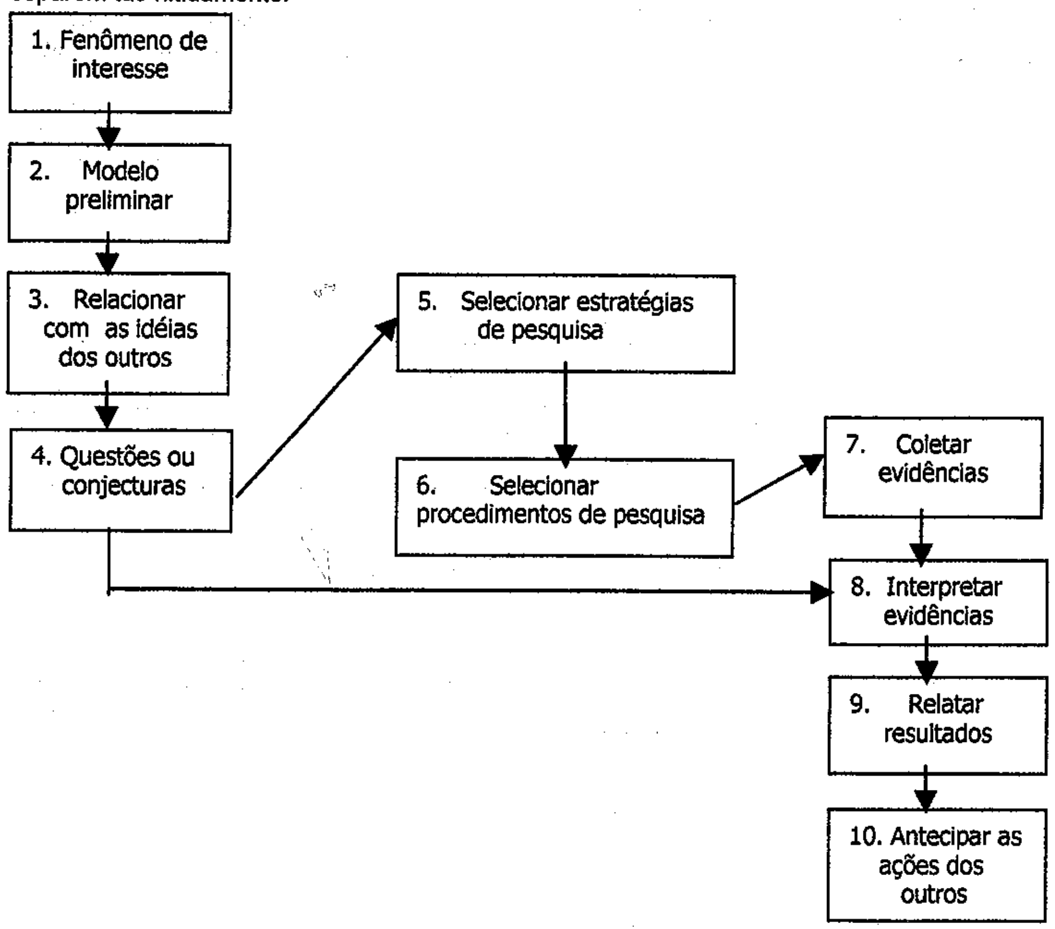
Considerado o "guia" ou "gerente" do ensino, o professor norteará sua prática a partir do conhecimento do perfil e das necessidades de seus alunos. Ambos, alunos e professores, têm suas atividades condicionadas à estrutura escolar (organização, recursos, ideologias, ...) e às peculiaridades da disciplina, a Matemática, como pertencente a um conjunto de outras tantas disciplinas que integram as grades curriculares. Ademais, a instituição escolar foi criada por grupos sociais para preparar seus jovens para serem membros da sociedade. A este respeito Lüdke & André (1986, p.5) colocam: "Cada vez mais se entende o fenômeno educacional como situado dentro de um contexto social, por sua vez inserido em uma realidade histórica, que sofre toda uma série de determinações. Um dos desafios atualmente lançados à pesquisa educacional é exatamente o de tentar captar essa realidade dinâmica e complexa do seu objeto de estudo, em sua realização histórica."

Desta miríade de elementos surgem muitas questões e a necessidade de buscar em outras áreas como a Sociologia, a Filosofia, a Pedagogia e outras, subsídios para a condução de investigações que tragam possíveis respostas às questões . Quando as perspectivas de cada uma dessas áreas são trazidas para a Educação Matemática, esta produz seus próprios conjuntos de conceitos, métodos e procedimentos. A Educação Matemática constitui-se, então, em um rico campo de estudos no qual a compreensão de suas próprias perspectivas e princípios é fundamental na condução de investigações e na escolha dos métodos de pesquisa. Diferentes métodos pressupõem e dependem não só das diferentes formas "pelas quais as informações são coletadas mas, também, dos muitos tipos de questões tipicamente levantadas e dos princípios e paradigmas sobre os quais os métodos para investigar tais questões são baseados". (Romberg, p.50, tradução minha)

III - As atividades dos pesquisadores

Romberg associa o temo "pesquisar" a um **processo** no qual se realizam atividades não de forma mecânica ou prescrita. "As atividades envolvidas em fazer pesquisa englobam mais características de uma arte do que de uma disciplina puramente técnica" (Romberg, p.51, tradução minha). Neste sentido o bom pesquisador, assim como um bom artista, deve ser criativo e ousado, não significando, entretanto, que não existam critérios de avaliação e julgamento para o que é considerável um trabalho científico (ou artístico) aceitável.

A partir destas considerações Romberg destaca dez atividades que considera essenciais ao desenvolvimento de uma pesquisa, salientando também que, embora sejam apresentadas seqüencialmente, não necessariamente se realizem nesta ordem e tampouco, na prática, se separem tão nitidamente:



A identificação do fenômeno de interesse (atividade1) situa uma curiosidade do pesquisador e corresponde ao ponto de partida para um trabalho de pesquisa. Ele tem origem no emaranhado de relações que compõem as questões relativas à Educação Matemática e que a configuram como um campo de estudo; um campo de estudo extremamente fértil.

Ao apresentar a construção de um modelo preliminar como uma das atividades (atividade 2) realizadas pelos pesquisadores, Romberg, se distingue dos outros autores que tratam do assunto, tornando seu trabalho, neste aspecto, original. O modelo preliminar é um dispositivo heurístico que ajuda a "clarear" um fenômeno complexo e serve como ponto de partida e de orientação para o desenvolvimento do processo de pesquisa. Consiste num conjunto de variáveis componentes do fenômeno e das relações entre elas. Variáveis são os elementos que compõem e interferem no fenômeno de interesse.

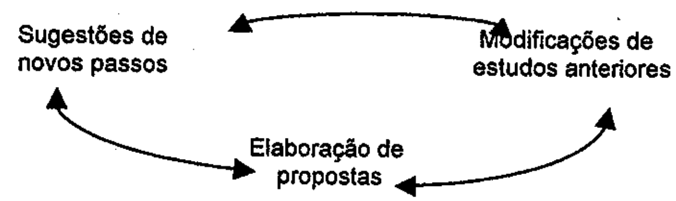
Ao relacionar o fenômeno com idéias de outros (atividade3) o pesquisador saberá o que outros pesquisadores pensam e como suas idéias podem ampliar, explicar ou modificar o modelo preliminar. Deste modo, o pesquisador irá identificar-se com um grupo científico particular e esta identificação criará uma referência importante no sentido de que irá expressar uma "visão de mundo" que orientará a investigação.

Baseado na curiosidade geradora da pesquisa e/ou no fenômeno de interesse, serão formuladas conjecturas ou levantadas questões (atividade 4). A orientação das questões no passado ou no presente, em geral, aplica-se melhor a estudos descritivos enquanto que as orientadas no futuro são próprias de estudos preditivos.

As atividades 5 e 6 compõem uma parte essencialmente de **idealização** da pesquisa. Ao selecionar estratégias (atividade 5) ficará determinado "o que" pesquisar, estando estas escolhas ainda no nível das idéias. Ao passar à seleção dos procedimentos de pesquisa (atividade 6) o pesquisador estabelecerá "como" pesquisar: como coletar dados, como selecionar a amostra, como organizar as informações, entre outros. Os procedimentos configuram-se como um programa de operações, onde as técnicas, usualmente aprendidas nos cursos de metodologia de pesquisa, são selecionadas.

As atividades 7 a 10 correspondem às de **aplicação** das estratégias e procedimentos selecionados . Coletadas as evidências (dados, informações) e orientado, principalmente pelas questões ou conjecturas, o pesquisador realiza a análise ou a interpretação dessas evidências. Muitas vezes far-se-á necessária uma criteriosa seleção destas informações.

Ser membro de uma comunidade científica implica na responsabilidade de transmitir aos pares os resultados de suas pesquisas (atividades 9 e 10). Comentários, críticas e sugestões serão a fonte de novas questões para investigação e são eles que criam, nas comunidades científicas, as "cadeias de investigação" (Romberg, p.53). O diagrama a seguir ilustra este processo:



Ao analisar esta questão Salomon (1999, p.219) afirma: "A importância da pesquisa científica se mede pelas mudanças que acarreta em nosso corpo de conhecimentos e/ou pelos novos problemas que suscita".

IV - Os paradigmas

A consistência e o valor de um trabalho de pesquisa serão também determinados pela consciência do pesquisador a respeito de sua responsabilidade em situar seu trabalho em uma perspectiva filosófica: um paradigma. Os paradigmas são como "lentes" através das quais os pesquisadores vêem o fenômeno de interesse e representam as bases para a condução de todo o processo de investigação.

De forma bem ampla podemos identificar três grandes paradigmas que têm emergido e estruturado as práticas das pesquisas educacionais:

Paradigma Empírico-Analítico: o conhecimento só pode ser baseado no que pode ser observado ou feito observável e as observações são feitas para classificar o comportamento humano através de seus elementos constituintes.

Paradigma Simbólico: desenvolve teorias sobre as regras sociais que governam as ações humanas baseadas na natureza do discurso e não sobre o comportamento. Trabalha com os símbolos que as pessoas inventam para comunicar significados e interpretar eventos.

Paradigma Crítico: o objetivo é compreender as relações entre valores, interesses e ações, visando mudar o mundo, não simplesmente descrevê - lo.

V - Métodos usados pelos pesquisadores

A escolha dos métodos de pesquisa que serão utilizados é conseqüência das atividades 1 a 4. Quanto a isto há alguns aspectos que devem ser entendidos sobre o uso do termo "método de pesquisa". Muitas vezes a literatura sobre pesquisa apresenta um determinado método como a maneira que a informação vai ser coletada, o modo como será organizada e analisada ou, algumas vezes, como será relatada. Entretanto, devemos entender que o método que um pesquisador usa para coletar evidências depende de muitos fatores e entre eles, da visão de mundo, da orientação no tempo das questões levantadas, da existência ou não de evidências, das já existentes(ou não) fontes de informação e do julgamento quanto à adequação de métodos específicos a uma pesquisa específica.

Os métodos fazem a ligação entre as estratégias e os procedimentos, tornando exeqüível o que foi idealizado. Um grande número de métodos específicos têm sido apresentados na literatura, os quais podemos dividir em três grupos. Um grupo refere-se àqueles que devem ser utilizados quando as evidências já existem: é o caso da historiografia, da análise do conteúdo e das análises de tendência, estes últimos visando principalmente fazer extrapolações. Num outro grupo estão os métodos usados quando as situações existem, mas as evidências precisam ser desenvolvidas; incluem-se aqui, entre outros, as entrevistas e as observações estruturadas, as entrevistas e as observações clínicas, os estudos de caso, a pesquisa - ação , a etnografia. Há ainda um terceiro grupo de métodos que devem ser aplicados quando as situações não existem e as evidências precisam ser desenvolvidas: neste grupo estão, por exemplo, os experimentos de ensino e os experimentos comparativos.

VI - Avaliação do trabalho

Finalmente, é bastante comum, principalmente em Educação, e para nós em Educação Matemática, que as pesquisas conduzam à criação de novas propostas (novos produtos) para a melhoria dos processos de ensino-aprendizagem-avaliação da Matemática. Visando avaliar estes produtos, há quatro metodologias que os avaliadores geralmente usam para a apreciação da proposta: avaliação da necessidade (necessidade do produto, prioridade desse produto sobre os outros); avaliação formativa (qualidade do conteúdo, performance em relação aos objetivos); avaliação somativa (comparação com a performance e custos dos produtos competidores, custo de manutenção do produto); avaliação iluminativa (estórias e julgamentos sobre o uso do produto).

VII - Considerações finais

Neste artigo, baseados na proposta de Romberg, foram esboçados os principais elementos envolvidos nesta difícil, mas excitante, arte que é pesquisar.

Na minha busca particular por uma orientação inicial sobre metodologia de pesquisa encontrei em Thomas A. Romberg a base que precisava para apoiar-me na caminhada rumo ao conhecimento científico e adquiri a consciência de que metodologia de pesquisa constitui um campo muito complexo. A busca por fundamentação para nossos projetos de pesquisa e efetivamente para nossas pesquisas nos leva à compreensão da profundidade de seus fundamentos e da necessidade de conhecer sempre melhor seus princípios.

VIII - Referências Bibliográficas

LÜDKE, M.,ANDRÉ, M. E. D. A. *Pesquisa em educação:* abordagens qualitativas. São Paulo: E.P.U., 1986. 99 p.

ROMBERG, T. A. Perspectives on scholarship and research methods. In: GROUWS, D. A. *Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning*. New York: Macmillan Publishing and Company, 1992. Cap.3, p.49-64.

SEVERINO, A. J. *Metodologia do trabalho científico.* 20. ed. São Paulo: Cortez, 1996. 272 p.

SALOMON, D. V. *Como fazer uma monografia.* 9.ed. São Paulo: Martins Fontes, 1999. 412 p.

UM ESTUDO DOS NÍVEIS DE FORMAÇÃO DE CONCEITOS EM GEOMETRIA ESPACIAL

Odaléa Aparecida Viana
Orientador: Prfª Drª Márcia Regina Ferreira de Brito
Universidade Estadual de Campinas-PSIEM-Psicologia da Educação Matemática

O ENSINO DA GEOMETRIA NAS SÉRIES INICIAIS

Os Parâmetros Curriculares Nacionais (Brasil,1997) sugerem que o ensino da geometria se inicie – já nas primeiras séries – a partir da exploração das formas dos objetos tridimensionais. As crianças aprenderiam, assim, os conceitos de geometria espacial relativos às principais figuras (cubo, paralelepípedo, cone, cilindro, esfera etc).

Através da manipulação e exploração das formas dos objetos e da análise de suas propriedades o aluno construiria um conhecimento que serviria de ancoradouro para a formação dos novos conceitos tanto de geometria espacial como de geometria plana. No entanto, para realizar uma prática pedagógica nessa perspectiva, o professor das séries iniciais deveria ter um conhecimento sobre as figuras que lhe permitisse reconhecer, analisar propriedades, classificar, compor e decompor, planificar, reconhecer planificações etc.

Os cursos de formação de professores das séries iniciais do Ensino Fundamental, em especial o Centro Específico de Formação e Aperfeiçoamento do Magistério (Cefam) deveriam oferecer um ensino de geometria que capacitasse o futuro professor para uma prática pedagógica voltada para essa perspectiva atual.

Com o objetivo de avaliar o conhecimento geométrico dos alunos do Cefam sobre as formas tridimensionais mais simples adotou-se o modelo de formação de conceitos proposto por Van Hiele (1986) que sugere que os alunos possam alcançar níveis de conceituação enquanto aprendem geometria.

OS NÍVEIS DE PENSAMENTO

O modelo de Van Hiele consiste em cinco níveis de compreensão: "visualização" (ou reconhecimento), "análise", "dedução informal" (ou ordenação, ou síntese, ou abstração), "dedução formal" e "rigor" e sugere que os alunos progridem através dessa seqüência hierárquica enquanto aprendem geometria. A linguagem, o insight e o tipo de experiências desempenham papéis especiais nesse desenvolvimento. Esses níveis do raciocínio geométrico foram descritos por Van Hiele (1986) e são resumidos a seguir:

Nível 1 - Reconhecimento:

Neste estágio inicial, também chamado de nível básico, o aluno percebe os conceitos geométricos como entidades totais, não vê componentes ou atributos. A aparência física é determinante para reconhecer figuras e não suas partes ou propriedades. O aluno consegue aprender um vocabulário geométrico, identificar formas específicas e reproduzir um desenho com papel quadriculado. Por exemplo, pode reconhecer um dado, chamá-lo de cubo, mas não é capaz de reconhecer as seis faces quadradas.

Este nível mais elementar de raciocínio é decorrente da forma como normalmente a geometria parece ser ensinada na pré-escola e no ensino fundamental, ou seja, baseada em atividades que têm por objetivo o reconhecimento nos dois sentidos: nome ↔ figura.

Nível 2 - Análise:

Neste nível, o aluno reconhece as partes de uma figura, começa a analisar as suas propriedades e utiliza algumas propriedades para resolver certos problemas. Não é capaz de explicar relações entre propriedades, não vê inter-relações entre as figuras e não entende definições. Pode perceber que os lados opostos e, possivelmente, até que as diagonais de um

retângulo são congruentes, mas não notará como os retângulos se relacionam com os quadrados ou com os triângulos retângulos (Hofer,1983).

Nível 3 – Ordenação:

O aluno, neste nível, ordena logicamente figuras e entende inter-relações de propriedades tanto das figuras quanto entre elas. É capaz de formar classes de figuras, e a inclusão de classes é entendida. Consegue entender a importância de definições acuradas, acompanha e formula argumentos informais. Mas não compreende o significado da dedução como um todo ou o papel dos axiomas. Pode, segundo Hoffer (1983), entender porque todo quadrado é retângulo, mas pode não ser capaz de explicar porque as diagonais de um retângulo são congruentes.

Nível 4 – Dedução:

O aluno compreende o significado da dedução como maneira de estabelecer a teoria geométrica no contexto de um sistema axiomático. Conforme verificado por Crowley (1994) e Hoffer (1983), um aluno nesse nível compreende as condições necessárias e suficientes para uma afirmação; é capaz de construir demonstrações, de fazer distinções entre uma afirmação e sua recíproca, de usar o postulado LAL para provar afirmações sobre os triângulos, todavia poderá não entender por que é necessário postular a condição LAL.

Nível 5 – Rigor:

O aluno, nesse nível, é capaz de trabalhar em vários sistemas axiomáticos, pode estudar geometrias não - euclidianas e comparar diferentes sistemas. Segundo Nasser (1990), esse nível mais avançado raramente é alcançado por alunos do Ensino Médio. Hoffer (1983) considerou que o aluno nesse nível entenderia como o postulado das paralelas (Euclidiano) relaciona-se à existência de retângulos e que na Geometria não-Euclidiana os retângulos não existem. Jaime e Gutiérrez (1990-b) afirmam que este nível não existe ou não pode ser testado.

O modelo de Van Hiele foi utilizado em vários trabalhos para avaliar o conhecimento geométrico de alunos e também serviu como suporte para o desenvolvimento de seqüências didáticas com o objetivo de melhorar as condições de aprendizagem dos alunos. Citam-se como exemplos os trabalhos de Clementes e Batista (1992); Davey e Holliday (1992); Galindo (1996); Lujan (1997); Mason (1997); Nasser (1992); Nasser e Sant'Anna (1995); Pegg e Davey (1991); Pirola (1995); Rubinstein (1994); Saads e Davis (1997); Usnick, Miller e Stonecipher (1993) e Viana (2000).

Por outro lado, parece não existir acordo quanto à natureza dos níveis, ou seja, se eles são contínuos ou discretos. Há casos em que há dificuldade em classificar alunos em níveis, pois eles parecem estar em transição, raciocinando em dois níveis consecutivos ao mesmo tempo (Nasser, 1992).

Entre outras críticas ao modelo, tem-se que os testes padronizados não seriam ideais para avaliar como os alunos pensam (Hoffer, 1983) e que o modelo não se refere às áreas importantes da geometria como a trigonometria e a geometria espacial (Clements e Batista, 1992; Matos, 1992).

Uma avaliação mais qualitativa dos níveis de conceituação foi feita quando foram analisadas as habilidades geométricas (que se referem a destrezas que podem ser aprendidas por instrução, como *visual, gráfica, verbal, lógica* e *aplicações*, segundo Hoffer, 1981) que os alunos demonstraram possuir quando solicitados a responder questões sobre vários conceitos em geometria espacial (Saads&Davis,1997; Viana, 2000).

Objetivos

Considerando que o conhecimento sobre figuras espaciais é necessário para que os futuros professores possam ensinar geometria nas primeiras séries do Ensino Fundamental e considerando também os aspectos teóricos do modelo de Van Hiele, foram elaboradas algumas questões, apresentadas a seguir:

Como os conceitos de geometria espacial referentes às figuras mais comuns podem ser classificados quando são empregados os níveis propostos por Van Hiele?

Em que nível de conceituação em geometria espacial estão os futuros professores que estudam nas diferentes séries do curso Cefam? Qual é o grau de aquisição dentro de cada nível?

O presente trabalho teve, portanto o seguinte objetivo:

Avaliar o desempenho dos alunos do Cefam das diferentes séries em geometria espacial, classificando-os quanto aos níveis de conceitos, segundo o modelo hierárquico de Van Hiele, através de instrumento adequado.

Sujeitos

Foram sujeitos do presente estudo 377 alunos do Cefam 1 de Mogi das Cruzes – SP, sendo 102 da primeira série, 97 da segunda série, 97 da terceira série e 81 da quarta série.

Do total de alunos, apenas 4,5% pertencia ao gênero masculino, sendo que as idades variavam entre entre 14 e 24 anos (média= 16,7, desvio padrão = 1,7). Apenas 21 alunos haviam cursado a oitava série em escola particular, confirmando, no caso dessa unidade, que o projeto Cefam estava atendendo especialmente aos alunos egressos da rede pública.

Procedimento e Instrumento

Foi aplicada uma Prova de Conhecimentos tipo lápis e papel, formada por questões elaboradas com a finalidade de coletar dados que permitissem verificar quais eram os níveis de raciocínio dos alunos em relação às figuras espaciais.

As questões foram elaboradas com o objetivo de avaliar os Níveis 1, 2 e 3, pois esses níveis foram considerados importantes para caracterizar o conhecimento do futuro professor das séries iniciais do ensino básico. Tais questões tiveram como base o teste de Usiskin (1982) e foram adaptadas para a geometria espacial. Para respondê-las os alunos tiveram que demonstrar habilidades como nomear e desenhar figuras e suas planificações e aplicar os conceitos na solução de problemas. Os desenhos foram feitos à mão livre ou com régua e compasso.

As habilidades referentes a cada nível são descritas a seguir:

Nível 1 : Nomear a forma geométrica referente a cada objeto representado por um desenho em perspectiva ou então a partir do nome do objeto.

Nível 2 : Desenhar a planificação de uma figura tridimensional a partir de seu desenho em perspectiva. Desenhar a figura em perspectiva a partir de sua planificação. Reconhecer forma geométrica a partir de descrição de propriedades e descrever propriedades de uma figura.

Nível 3 : Classificar sentenças sobre propriedades das figuras (em verdadeiras ou falsas) e justificar por escrito ou com desenho. Classificar sentenças sobre inclusão de classes de figuras (em verdadeiras ou falsas). Resolver problema onde se faz necessária a relação entre área e volume de paralelepípedos.

Alguns exemplos de questões para cada nível são mostradas na Figura 1.

Resultados

As questões da Prova de Conhecimentos foram agrupadas em três blocos, cada um deles referindo-se a um dos níveis 1, 2 e 3 do modelo. Essas questões foram pontuadas e a porcentagem de acertos no bloco refletiu, para cada aluno, o seu desempenho no respectivo nível. Foram comparados os desempenhos dos alunos nos três níveis, sendo que os alunos acertaram 40% das questões do Nível 1 (com desvio padrão 23%); 24 % das questões do Nível 2 (com desvio padrão 20%) e 2% das de nível 3 (com desvio padrão 2%).

Verificou-se, através da média de acertos em cada nível, que o Nível 1 apresentou o menor grau de dificuldade do que o Nível 2 e este, do que o Nível 3. Foi possível verificar, também, o desempenho nos níveis por série. Observou-se que a 4ª série teve um desempenho superior ao da terceira, que por sua vez teve um desempenho superior ao da

segunda, enquanto a primeira foi a série com o pior desempenho. O teste de Krustall-Wallis indicou que essas diferenças de desempenho foram significativas para o Nível 1 e para o Nível 2. (Para o Nível 1: $\chi^2(3, N=377) = 58{,}691$; $p=0{,}000$, para o Nível 2: $\chi^2(3, N=377)=59{,}8401$; $p=0{,}000$, para o Nível 3: $\chi^2(3, N=377)=5{,}6325$; $p=0{,}1304$).

Relação entre os níveis

A fim de verificar a existência ou não de relação linear entre o Nível 1 e o Nível 2, foi utilizada a porcentagem de acertos em cada nível e feita a análise de correlação, sendo calculado o coeficiente de correlação de Pearson ($r=0{,}58$). Tal valor indicou uma correlação positiva moderada entre os dois níveis, sugerindo que alunos com um desempenho alto no Nível 2 tiveram também um desempenho alto no Nível 1. Assim também, alunos que apresentaram desempenho fraco no Nível 2 também tiveram desempenho fraco no Nível 1.

A análise de regressão mostra que o Nível 2 pode ser relacionado ao Nível 1 através da equação: Nível 2 = 0,035818 + 0,507734 * Nível 1($F_{(1,375)}=195{,}39$; $p = 0{,}000$)

Essa análise indicou que cada 10% de acerto a mais de um sujeito desse grupo, considerando as condições em que foi aplicada a prova, nas questões do Nível 1, teria 5,1% de acerto a mais nas questões de Nível 2. O coeficiente de determinação foi R^2 = 34%, indicando que 34% da variação do Nível 2 pode ser explicado pela variação do Nível 1.

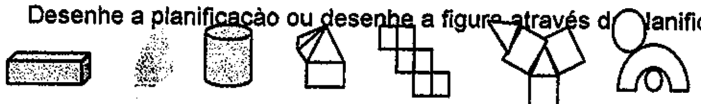
Foi possível verificar que essa tendência não se manteve em todas as séries, sendo que a terceira mostrou um índice de correlação maior do que as outras séries.

Nível 1 : Reconhecimento

- Dê nome às figuras

Nível 2 : Análise de propriedades

- Desenhe a planificação ou desenhe a figura através da planificação dada



- Escreva duas características ou propriedades dos paralelepípedos.
- Complete as frases:

-Tem seis faces, todas paralelogramos. Seu nome é..........................

-Uma de suas faces (chamada base) é um polígono qualquer. Todos os seus vértices pertencem ao plano da base, exceto um. Seu nome é..............................

- Assinale:

Qual (ou quais) dessas, ao ser seccionada (cortada) por um plano, em Qualquer posição, sempre deixaria a secção na forma de um círculo?

( ) cone ( ) esfera ( ) cubo ( ) pirâmide ( ) cilindro ( ) nenhum

Nível 3 : Relações entre as propriedades

- Classifique cada sentença a Seguir como V(verdadeira) ou F(falsa). Tente justificar cada resposta, escrevendo ou fazendo um desenho.

( )Qualquer prisma tem sempre um número ímpar de vértices.

( )Existem prismas onde a altura e as arestas laterais tem a mesma medida.

- Complete com V (verdadeiro) ou F (falso)

( )Todo cubo é um paralelepípedo.

( ) Se um cone é reto, então a geratriz, o raio da base e altura formam um triângulo equilátero.

Figura 1. Exemplos de questões dos três níveis da Prova de Conhecimentos

Conclusões

As primeiras análises dos resultados evidenciaram uma tendência geral, caracterizada pela média de acertos dos alunos em cada nível, da existência da hierarquia dos níveis de Van Hiele. Na análise da relação entre os dois primeiros níveis, as retas de regressão encontradas indicaram um desempenho melhor no Nível 1 do que no Nível 2. Assim, os dados gerais indicaram que o aluno primeiro reconhecia uma figura como um todo, depois analisava suas propriedades e só depois relacionava essas propriedades entre si e com as outras figuras.

No entanto, muitos alunos responderam corretamente a questões de Nível 2 e erraram outras de Nível 1. Os resultados mostraram que o conceito em questão e a habilidade requerida interferiram na porcentagem de acertos. Por exemplo, para esses sujeitos, nomear um cone foi

mais fácil do que planificá-lo; mas acertar a planificação do paralelepípedo foi muito mais simples do que acertar o seu nome.

Assim, optou-se por classificar os alunos em graus de aquisição dentro de cada nível. Alunos em baixa aquisição no Nível 1 nomearam poucas figuras e alunos em completa aquisição nomearam todas as figuras propostas. No Nível 2, os de baixa aquisição não demonstraram analisar figuras, seja através de planificações, seja descrevendo propriedades ou reconhecendo figuras através de propriedades. Já os de média aquisição, tanto podem ter analisado apenas duas figuras – mas demonstrado habilidade visual/gráfica para planificá-las e verbal para usar e entender a linguagem necessária – como podem ter demonstrado apenas uma habilidade (por exemplo, a visual/gráfica) para todas as figuras propostas.

Acrescenta-se que uma avaliação mais qualitativa das respostas dos alunos também foi feita, porém não será apresentada nesse trabalho.

Considera-se, portanto, que o instrumento elaborado pode ser útil para analisar o desempenho de alunos em geometria espacial e classificá-los quanto aos graus de aquisição dos níveis de conceitos, segundo a hierarquia do modelo de Van Hiele.

Os resultados encontrados indicaram que os sujeitos do presente estudo, mesmo os alunos da quarta série, não conseguiram fazer uma leitura geométrica formal do material, estando em um nível de conhecimento que não os possibilitava formalizar relações entre as propriedades das principais figuras espaciais utilizadas.

Considera-se que há a necessidade de se realizar um trabalho efetivo em geometria espacial com esses futuros professores de modo a favorecer a aprendizagem dos conceitos em níveis mais elevados, e assim capacitá-los a exercer uma prática pedagógica com a perspectiva sugerida pelos Parâmetros Curriculares Nacionais.

REFERÊNCIAS

Brasil(1997).Mec/Secretaria de Educação Fundamental. *Parâmetros Curriculares Nacionais* (9 volumes). Brasília.

Carrol,W.M.(1998)*Geometric Knowledge of Middle Scholl Students in a Reform based Mathematics Curriculum.* Scholl Science and Mathematics. V.98(4).104-111.

Clements,D.H;Battista,M.T.(1992). *Geometry and spatial reasoning* in Grouws,D.A.(ed.) *Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning. A project of the National Council of Teachers of Mathematics.* New York: Macmillan Library Preference.

Crowley.M.L.(1994).*O modelo Van Hiele de desenvolvimento do pensamento geométrico.* In Lindquist,M.M;Shulte A.A.(org.) *Aprendendo e ensinando geometria* .Tradução de Hygino H.Domingos. São Paulo: Atual.

Davey,G;Holliday(1992).*Van Hiele. Guidelines for Geometry.* The Australian Mathematics Teacher.V.48.Nº2,26-29.

Galindo,C.(1996).*Desarrollo de Habilidades Básicas para la Compreensión de la Geometria.* Revista EMA - Investigatión e Inivatión en Educacion Matemática. Editora Patricia I. Perry-Colombia. V.2, n. 1. Artigo disponível na Internet http://www.AP2.html.at.ued.uniandes.edu.co

Hoffer, A.(1983). *Van Hiele - Based Research.* In Lesh, R. Landau, M. *Aquisition of Mathematics Concepts and processes* :Academic Press,INC.

Jaime A.P; Gutiérrez,A. (1990-a). *A study of the degree of acquisition of Van Hiele levels in secondary scholl students.* Proceedings of the Fourteenth PME Conference. V.II. 251-258. México.

Jaime A.P;Gutiérrez,A(1990-b). *Una Propuesta de Fundamentacion para la Enseñanza de la Geometria: el Modelo Teórico de Van Hiele* in Llinares,S.C.(edit.).*Teoria y Práctica en Educacion Matemática.* Ediciones Alfar, Sevilha.

Lujan, M.L.S.(1997). *A geometria na 1ª série do 1º grau : um trabalho na perspectiva de van Hiele.* Dissertação de Mestrado.Universidade Estadual de Campinas.

Mason, M.M.(1992) *Geometric Understanding in Gifted Students Prior to a Formal Course of Geometry.* Paper presented at the Annual Meeting of the North American Chaper of the

International Group for the Psychology of Mathematics Education(17th,Columbus,OH,October 21-24,Fonte:ERIC 1992-3/97)
Nasser, L(1990). *O desenvolvimento do raciocínio em Geometria*. Boletim GEPEM, (27).93-99.
Nasser L(1992). *Using the Van Hiele Theory to Improve Secundary Scholl Geometry in Brasil.* London,University of London,(Tesis for the PhD degree)
Nasser,L, Sant'Anna,N.F.P(coord.) (1995).*Geometria segundo a Teoria de Van Hiele.*Projeto Fundão – UFRJ.
Pegg.J; Davey,G.(1991). *Levels of Geometric Understanding*. The Australian Mathematics Teacher,vol 47. N.2.10-13.
Pirola,N.A.(1995). *Um estudo sobre a formação dos conceitos de triângulo e paralelepípedo em alunos do 1º grau.* Dissertação de Mestrado. Universidade Estadual de Campinas.
Rubinstein,C.(1994) *Geometria no Iº grau: Qual o caminho? Uma aplicação da teoria de Van Hiele em sala de aula.* Dissertação de mestrado. Universidade Santa Úrsula.
Saads,S;Davis,G.(1997). *Spatial Abilities, Van Hiele Levels, & Language use in Three Dimensional Geometry.* Proceedings of the 21st Conference of the International Group fpr the Psychology of Mathematics Education. Finland.V.4.104-111.
Usnick,V., Miller. P.K., Stonecipher,(1993) *D.Ideas,* Arithmetic Teacher, March.393-312.
UsiskinN.Z.(1982). Van Hiele Levels and Achievement in Secondary School Geometry. CDASSG Project. The University of Chicago.
Van Hiele, P.M(1986).*Structure and Insight - A Theory of Mathematics Education*, Orlando: Academic Press.
Viana,O.A. (2000). *O conhecimento geométrico de alunos do Cefam sobre figuras espaciais: um estudo das habilidades e dos níveis de conceito.* Dissertação de Mestrado. Universidade Estadual de Campinas.

PERSPECTIVAS NA FORMAÇÃO INICIAL DE PROFESSORES DE MATEMÁTICA

Patrícia Sândalo Pereira
Orientador: Prof. Dr. Geraldo Perez
UNESP – Rio Claro

O presente trabalho está sendo desenvolvido em nível de doutorado junto ao Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática da Universidade Estadual Paulista "Júlio de Mesquita Filho" (UNESP – Rio Claro/SP). Esta pesquisa tem como enfoque a **formação inicial dos professores de matemática**, visto que temos como premissa, que uma das luzes para os problemas do ensino e aprendizagem da Matemática, está exatamente neste ponto. Entende-se por *formação inicial*, não só o período de graduação, como também os primeiros anos de efetivo exercício. De acordo com Couto (1998, p. 67), " a formação inicial não pode ser o culminar da formação, mas o início de uma outra etapa que constitui a evolução da sua prática como docente."

Os estudos desenvolvidos por Bertoni (1995) e Perez (1995, 1997) mostram que muitas licenciaturas têm procurado inovar a formação desse profissional, destacando três grandes eixos de referência curricular: *dos conteúdos específicos, das disciplinas para a formação do professor* e *da educação matemática*, e sete tendências, são elas: *prática de ensino, representação da matemática, experiência e percepção, disciplinas de formação do educador, metodologia e instrumentação, informática* e *educação matemática e formação do professor pesquisador.*

Quando pensamos na formação inicial de professores nos cursos de Licenciatura, não estamos olhando apenas para as disciplinas específicas de cada área, mas também para as disciplinas pedagógicas.

Se analisarmos a grade curricular do Curso de Licenciatura em Matemática, iremos encontrar disciplinas de conteúdo e disciplinas denominadas na educação como "integradoras", ou seja, que além da teoria desenvolvem as práticas de ensino. Estas disciplinas integradoras recebem o nome de "disciplinas de Educação Matemática", e devem fazer parte desde o início do curso de formação. Já foi a época, em que a **prática** só ocorria no final do curso, na disciplina de Prática de Ensino.

A partir daí, a nossa pergunta central será: **"Qual é (e qual pode ser) o papel da prática em diversas disciplinas na formação inicial de professores?"** Especificando mais, temos a seguinte questão: **"Diante da realidade da educação brasileira, quais as contribuições que as diversas Práticas de Ensino, nas disciplinas de Educação Matemática juntamente com a disciplina de Estágio Supervisionado, pode proporcionar para a formação inicial do Professor de Matemática?"**

Esta pesquisa se justifica, visto que o papel da prática na formação de professores, embora tenha sido estudada por diversos autores, encontra-se longe de estar esgotada e, além disso poderá contribuir para uma nova visão dos cursos que estão formando esses profissionais.

No intuito de responder aos nossos questionamentos, definimos os seguintes **objetivos**:

- Verificar se está ocorrendo uma aproximação à realidade na qual irá atuar, tanto através das disciplinas que envolvem Práticas de Ensino como da disciplina de Estágio Supervisionado, analisando as concepções que os futuros professores possuem em relação ao ensino, a aprendizagem e à natureza das tarefas a propor aos alunos;
- Analisar as contribuições das disciplinas de Educação Matemática em termos de posturas, competências, valores e atitudes para o desempenho profissional.

Em nosso embasamento teórico iremos tratar da formação do professor pesquisador, das concepções, crenças e conhecimento e das concepções dos professores sobre a Matemática e sobre o ensino e a aprendizagem da Matemática, além da relação entre concepções e práticas.

Quando olhamos para a formação de professores, a primeira pergunta é: O que é ser professor? Segundo Demo (1997, p. 85), o "professor" (com aspas) só será um PROFESSOR (sem aspas e com maiúsculas), a partir do momento em que assumir uma "atitude de pesquisador e perseguir estratégias adequadas". Para ele, o professor tem que ser: *pesquisador* (somente tem algo a ensinar quem pesquisa); *socializador de conhecimentos* (despertando o aluno para a pesquisa); *transformador do aluno em um novo pesquisador*. Quando se afirma que se deve despertar o aluno para a pesquisa, a idéia é evitar que ele se transforme em um mero reprodutor de conhecimentos. Como Demo (1999, p. 3) afirma: "*não é fazer dos alunos necessariamente pesquisadores profissionais, mas profissionais pesquisadores*", ou seja, deve-se recorrer à pesquisa para aprender e renovar-se. Para ele, a pesquisa é o ambiente próprio da aprendizagem, devendo-se entendê-la como princípio educativo, conjugando-se conhecimento e aprendizagem. Espera-se que o professor hodierno saiba questionar e reconstruir, mas, para isso, é necessário ter a capacidade de saber pensar. A partir daí, deve-se incentivar o aluno a fazer elaboração própria, sendo este o parâmetro a ser alcançado em sua formação.

Pensando-se nas "concepções", sabemos que o termo vem da palavra de origem inglesa *conceptions*. A partir da definição de concepção, pode-se pensar em construir uma realidade, pois esta traz a idéia de conceber, gerar uma idéia, um pensamento, sobre determinado assunto. Thompson (1992) identifica as concepções com "*uma estrutura mental mais geral, incluindo crenças, significados, conceitos, proposições, regras, imagens mentais, preferências e outras coisas semelhantes*". (p. 30)

Outro termo geralmente associado a concepções e crenças consiste em *belief system* (sistema de crenças), que é entendido como uma estrutura organizativa que estabelece o modo como as crenças se relacionam entre si.

Já Ponte (1992) apresenta as diferenças entre crenças, conhecimento de natureza prática e conhecimento de natureza teórica. As crenças não se confrontam com a realidade empírica, se apresenta de modo mais ou menos fantasista. O conhecimento de natureza prática traz os aspectos da experiência e no conhecimento de natureza teórica predomina a argumentação racional. Para ele, as concepções se apresentam como uma forma especial de conhecimento.

Apresentaremos as concepções sobre a Matemática propostas por Ernest, Lerman, Copes e Skemp. Ernest (1988) evidencia três concepções da Matemática, são elas: à visão da "resolução de problemas", onde a Matemática surge como um processo contínuo de pesquisa e de construção de conhecimento; à visão "platonista" , onde a Matemática é encarada como um corpo de conhecimento estático e acabado e à visão "instrumentalista" onde a Matemática surge como um conjunto de conhecimentos úteis, sobretudo do tipo procedimental. Já Lerman (1983) considera duas concepções relativamente à natureza da Matemática, a absolutista, onde o conhecimento matemático é visto como absoluto, objetivo, abstrato, neutro, isento de valores e cultura e a falibilista onde o conhecimento matemático está em constante construção, desenvolvendo-se através de conjecturas, provas e refutações, aceitando a não certeza (falibilidade) como uma característica importante. Para Copes (1979), existem quatro concepções para a Matemática: o absolutismo onde a Matemática é vista como uma coleção de fatos cuja verdade é sustentada por evidência no mundo físico, o multiplismo que admite a coexistência de sistemas matemáticos diferentes e contraditórios e que não carecem de comprovação através dos fenômenos físicos observáveis, o relativismo que é uma conseqüência dos esforços mal sucedidos em tentar estabelecer uma consistência lógica entre os diversos sistemas e conseqüente aceitação de todos eles como sistemas válidos e o dinamismo que é caracterizado pela valorização de um sistema particular dentro do contexto do relativismo. Skemp (1978) estabelece duas concepções diferentes da Matemática, a visão instrumental onde o conhecimento matemático é um conjunto de regras e skills destinados a executar determinadas tarefas e a visão relacional onde o conhecimento matemático é um tipo de conhecimento à base de estruturas conceituais que permitem a construção de diversos planos para a execução de uma mesma tarefa.

Thompson apresenta a seguinte relação entre essas concepções, ela associa a visão instrumental de Skemp com a visão instrumentalista de Ernest e a visão relacional com as visões platonista e de resolução de problemas de Ernest. Diante disso, a validade do modelo de Ernest acarreta de modo indireto a validade do modelo de Skemp.

Já Ponte (1992, p. 208) conclui resumidamente através dos resultados destes estudos que "os professores tendem para uma visão absolutista e instrumental da Matemática, considerando-a como uma acumulação de fatos, regras, procedimentos e teoremas, porém, alguns professores, destacando-se do conjunto, assumem uma concepção dinâmica, encarando a Matemática como um domínio em evolução, conduzido por problemas e sujeito ele próprio a revisões mais ou menos significativas".

Agora, olhando para as concepções dos professores sobre o ensino da matemática, Dossey (1992, p. 42) afirma que "a visão que o professor tem de como o ensino deve decorrer na sala de aula está fortemente baseada na compreensão do professor sobre a natureza da Matemática, e não no que ele ou ela acredita ser a melhor forma de ensinar". Já Thompson (1992) identifica quatro concepções dominantes e distintas de como os professores acham que a Matemática deve ser ensinada. Estas concepções estão centradas: no conteúdo com ênfase na compreensão conceptual onde o ensino é função da estrutura da Matemática, e que parece derivar de uma visão platonista (Ernest, 1988); no conteúdo com ênfase na execução e que é organizado de acordo com uma hierarquia de conceitos e *skills*, sendo apresentado seqüencialmente ao aluno, parece ter subjacente uma concepção instrumentalista da matemática (Ernest, 1988); no aluno onde este é o construtor do seu conhecimento matemático; este modelo tem presente uma visão construtivista da aprendizagem da Matemática, pode-se associar uma concepção falibilista ou visão como resolução de problemas proposta por Ernest (1988) da Matemática; na organização da sala de aula onde é primordial que se mantenham os alunos efetivamente envolvidos com o trabalho. De acordo com Canavarro (1993) pode-se acrescentar uma quinta concepção: centrada no conteúdo e com ênfase nas situações problemáticas.

A concepção de aprendizagem da Matemática é caracterizada pela tentativa de descoberta das regras a aplicar em cada caso, sem qualquer idéia das relações matemáticas e dos princípios que fundamentam essas regras. Segundo Schonfeld (1989) aprender Matemática implica essencialmente memorizar as regras que constituem essa ciência.

Um questionamento que surge constantemente é: *São as concepções que determinam as práticas?* Thompson (1992) indica como influências na relação entre as concepções e as práticas: o contexto social (valores, crenças, expectativas dos alunos, pais, colegas, e responsáveis escolares; o currículo adaptado, as práticas de avaliação; os valores do sistema), o clima político e a eventual necessidade de certos conhecimentos operacionais. As concepções influenciam as práticas, no sentido em que apontam caminhos, mas por outro lado, as práticas estão condicionadas há muitos fatores, que geram as concepções compatíveis com elas.

Outra pergunta é: *Como mudam as concepções?* A formação tem de ser entendida como um processo de troca e de criação coletiva, em que quem conduz intervém com certos conhecimentos e competências mas está igualmente a aprender com os outros. Na formação inicial o principal problema é a inexistência de uma prática que proporcione a possibilidade de formular objetivos de intervenção prática imediata e vivências diretas de reflexão. A formação não deve ser vista como podendo só por si conduzir à mudança das concepções e das práticas, sendo o seu alcance dependente do contexto geral em que se desenvolve. Parece haver uma tendência para se crer, que são as concepções que determinam mais fortemente o modo como o professor age na sua prática pedagógica e não o contrário. Na introdução do livro "Renovação do Currículo de Matemática" publicado pela APM (1988), aparece a seguinte afirmação: "Tem sido reconhecido que a concepção que o professor tem do que é a Matemática exerce uma influência decisiva no modo como conduz as suas aulas. (...) Por certo que estas concepções reflectir-se-ão no modo como este professor está nas aulas de Matemática com os seus alunos, e nas próprias atitudes desenvolvidas nos alunos relativamente à Matemática". Já Ernest (1991,

p. 5) afirma que : "as concepções dos professores sobre a natureza da Matemática e as suas teorias pessoais acerca do seu ensino e aprendizagem são importantes fatores na determinação de como eles ensinam Matemática na sala de aula...".

Em nosso ponto de vista, os modelos de formação de professores não devem priorizar a teoria, nem a prática, mas sim dentro da visão da unidade entre teoria e prática, devem articular o fazer pedagógico ("o que ensinar" e "como ensinar") visando "para quem" e "para quê". Lembramo-nos nesse momento, de Demo (1997) quando afirma que teoria e prática são ambas importantes, constituindo um todo, razão pela qual não se pode substituir uma pela outra, pois cada uma delas tem sua lógica própria. Afirma ainda que (p. 102) *"é mister reconstruir teoricamente a prática, no que se garante também que a prática é fonte de conhecimento e não só aplicação decorrente"*. Para ele, a prática deve ser contextualizada pela teoria, de um lado, e pela pesquisa/ensino/extensão, do outro.

Buscando respostas para a pergunta central de nossa pesquisa, em julho de 2000, aplicamos um questionário aos alunos do Curso de Licenciatura em Matemática da Universidade Estadual Paulista "Júlio de Mesquita Filho" (UNESP), no campus de Rio Claro/SP, composto de 11 questões. Escolhemos duas turmas, uma que estava cursando a disciplina de Fundamentos da Matemática Elementar e outra a disciplina de Prática de Ensino e Estágio Supervisionado. O motivo da escolha destas turmas, não foi pela disciplina em si, mas por estarmos em busca das "práticas" que foram desenvolvidas pelos professores em suas respectivas disciplinas (específicas e pedagógicas), e ninguém melhor que os alunos que já estavam no 3º e último ano, respectivamente. A turma de Prática de Ensino e Estágio Supervisionado era composta por 13 alunos e todos responderam ao questionário. Já, a turma de Fundamentos da Matemática Elementar tinha 40 alunos, mas somente 31 responderam ao questionário, pois foram os que compareçam no dia em que foi aplicado. Portanto, 44 alunos do Curso responderam ao questionário. A primeira pergunta tinha a intenção de conhecer o perfil desse aluno, ou seja, saber se realmente tinha interesse por este curso. Fizemos a seguinte pergunta: *"O curso de Licenciatura em Matemática que você está fazendo foi sua primeira opção no vestibular?*

( ) sim. O que o levou a escolher o Curso?

( ) não. Nesse caso, o que pretendia fazer e por que mudou de idéia?"

Traçando o perfil desses alunos, temos que 33 escolheram o curso como 1ª opção no vestibular, o que representa 75%, e somente 11 alunos (25%) foi 2ª opção. Diante desses dados podemos dizer que há um número representativo de alunos que escolheram ser professor de Matemática.

A seguir, perguntamos: *"Como você avalia o curso de Licenciatura em Matemática? Justifique"*. Dos 44 alunos, 18 classificaram como Bom, 24 como Regular, 1 como Ruim e 1 que disse não ter uma opinião formada.

A terceira pergunta tinha a intenção de saber se os alunos mudaram as concepções que tinham sobre o Curso. Daí, perguntamos: *"O fato de você estar na Universidade, fazendo Licenciatura, influenciou, de alguma maneira, o seu modo de ser? Justifique."* Dos 44 alunos, 32 disseram que SIM, e 12 que NÃO.

Também tínhamos interesse em saber as disciplinas que marcaram tanto positivamente como negativamente. Então, perguntamos: *"Das disciplinas que você cursou, quais foram mais marcantes (aspectos positivos e negativos) na sua formação?* Justifique". E, assim, cada aluno apontou a disciplina que foi marcante.

Após traçar o perfil do aluno que ingressa no Curso, verificar qual é o perfil que esse aluno traça do curso e as disciplinas que foram marcantes seja pelo lado positivo ou negativo cursadas até o momento por ele, vamos finalmente em busca das "práticas". Perguntamos: *"Até esse momento, entre as disciplinas cursadas, quais proporcionou-lhes a oportunidade de desenvolver práticas? Descreva essas práticas."* Ressaltamos que um conceito importante é a concepção que o aluno traz de prática, ou seja, o que ele considera como prática. Pela fala dos alunos, podemos concluir que a "prática" para eles, é utilizarmos a informática, o laboratório de ensino,

manusear materiais didáticos no ensino-aprendizagem da Matemática, além dos estágios propriamente ditos. O que nos chamou a atenção foi um aluno afirmar que só de assistir as aulas, já estamos tendo a prática, ou seja, através da observação da postura do professor, podemos selecionar o bom e o ruim na hora em que formos atuar como professores. Diante dessas colocações, podemos observar as concepções do ensino e aprendizagem da Matemática que os alunos trazem consigo, pois para alguns é necessário ter o palpável, já para outros a simples observação já é uma prática.

Após determinarmos o que o aluno considera como "prática", fomos pesquisar qual a importância delas, e daí, perguntamos: *"Na sua opinião, qual a importância dessas "práticas", em sua formação inicial?"* Os alunos consideram que as "práticas" são importantes, devido ajudar a desenvolver os conteúdos aprendidos e aperfeiçoar as supostas metodologias, fornecendo-nos a experiência necessária; para torná-los um bom profissional; para ver como a teoria funciona na prática e para "lidar" com os problemas que teremos que enfrentar; ou seja, ajudar o contato com a realidade da sala de aula.

A próxima pergunta era: "Quais as disciplinas de conteúdo específico, que você cursou ou está cursando, que mais podem contribuir para sua formação, de modo a torná-lo um profissional competente? Justifique." Uma colocação interessante foi a de um aluno que disse: "É claro, que todas tem uma contribuição significativa, mas as disciplinas relacionadas a área de geometria foi a que mais contribuiu, tanto em termos de conteúdo, pois geralmente se consegue relacionar com a matemática do ensino fundamental e médio e ser uma "ferramenta" a mais para lidar com outras disciplinas deste curso (interpretação de conceitos em Álgebra, Cálculos) como uma alternativa de ensino e aprendizagem." Um aluno fez uma crítica, afirmando que "Todas, contribuem um pouco, mas a maior parte do conteúdo poderia ser dispensada, ou talvez se fosse voltada para o curso seria muito mais proveitoso."

Na tentativa de fazer com que o aluno sugira disciplinas ou atividades que podem contribuir com sua formação, perguntamos: *"A seu ver, há necessidade de outras disciplinas, assuntos ou atividades, que não constam do currículo, mas que podem contribuir na sua formação de professor? Quais? Justifique."* Destacaremos duas respostas que consideramos interessantes:

"Acho que necessitamos de matérias que trabalhem a formação do professor, que tem que saber o conteúdo, o modo de ensinar, as atitudes a tomar, a entender o processo de aprendizagem e, principalmente, a atingir o maior número de alunos possíveis com seus métodos de ensino."

"Uma disciplina que trabalhasse as diferentes abordagens (métodos) de ensino, como por exemplo, com a modelagem, resolução de problemas, etc., mas, não somente a parte teórica e principalmente a prática. Esta prática poderia ser o próprio uso desta abordagem conosco, onde seríamos os alunos e poderíamos ver os problemas por " um outro lado" e não somente pelos olhos do professor (quando estamos ministrando as aulas)."

Também fomos buscar a postura que os professores assumiram durante as disciplinas. Daí, a pergunta: *"Pensando na maneira como os seus professores desenvolveram suas aulas, quais aquelas que mais o impressionaram? Justifique."* Destacaremos a opinião de um aluno, que escreveu: "Positivo: quando faziam a associação com conteúdos de 1º e 2º graus. Negativo: quando faziam pressão excessiva, ou faziam suas provas com um elevadíssimo grau de dificuldade só para garantir que prestaríamos atenção em suas aulas, já que alegavam que se na primeira prova nós tirássemos uma boa nota, não iríamos mais a aula."

Após o aluno responder a pergunta acima, pensando-se na metodologia, pede-se sugestões, principalmente para o curso de Licenciatura. Então perguntamos: *"Como você vê a questão da metodologia do professor de um curso de Licenciatura e quais as suas sugestões?"* Um aluno respondeu: *"O indivíduo reproduz aquilo que ele "aprende" se temos aulas tradicionais, provavelmente esses professores terão dificuldades em inovar em sua sala de aula de matemática."*

Para finalizar pedimos aos alunos que destacassem os aspectos relevantes do Curso. Perguntamos: "*Quais os aspectos desse curso que você considera que foram mais relevantes para a sua formação de professor?*" A colocação de um aluno foi interessante, quando afirmou que: "*A atuação dentro da sala de aula e a possibilidade de discutir os problemas lá existentes com meus professores e colegas dentro da Universidade. Uma pena que isso só aconteça no último ano. Talvez se pudéssemos ter esse tipo de contato e relação nos últimos dois anos seria melhor.*"

BIBLIOGRAFIA

APM (1988) **Renovação do Currículo de Matemática**. Lisboa: APM.

BERTONI, N. E. (1995) Formação do professor: concepção, tendências verificadas e pontos de reflexão. **Temas e Debates**, Ano VIII, n. 7, p. 8-15.

CANAVARRO, A. P. (1993) **Concepções e práticas de professores de Matemática. Três estudos de caso.** Lisboa, Portugal. (Dissertação de Mestrado)

COPES, L. (1979) **The Perry Development Scheme and the Teaching of Mathematics**. Comunicação apresentada na Conferência Internacional do Group for the Psychology of Mathematics Education, Warwick, Ingleterra.

COUTO, C. G. (1998) **Professor: o início da prática profissional**, Lisboa, Portugal. (Dissertação de Doutorado)

DEMO, P. (1999) Conhecimento como vantagem comparativa, **Rev. FAE**, Curitiba, v. 2, n. 1, jan/abr., p. 1-11.

DEMO, P. (1997) **Pesquisa: princípio científico e educativo**, 5ª ed., São Paulo: Cortez. (Biblioteca da educação. Série I. Escola; v. 14)

DOSSEY, J. A. (1992) The Nature of Mathematics: Its Role and Its Influence. In: D. A. Grouws (Ed.) **Handbook of Research on Mathematics Learning and Teaching** (pp. 39-48). New York, NY: Macmillan.

ERNEST, P (1991) Problem Solving: Its Assimilation to the Teacher's Perspective. IN: J. Ponte, J. F. Matos, J. M. Matos, D. Fernandes (Eds) **Mathematical Problem Solving and New Information Technology - Research on Contexts of Practice** (pp. 287-300). Berlim: Springer-Verlag.

_________ (1988) **The impact of Beliefs on the Teaching of Mathematics**. Comunicação apresentada no ICME VI, Budapeste, Hungria.

LERMAN, S. (1983) Problem-Solving or Knowledge-centred: The Influence of Philosophy on Mathematics Teaching. **International Journal of Mathematical Education in Science and Technology**, 14, p. 59-66.

PEREZ, G. (1997) Tendências nas licenciaturas em Matemática. In: **ENCONTRO BAIANO DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA**, 7, Ilhéus, Bahia..

_________ (1995) Competência e compromisso na formação do professor de Matemática. **Temas e Debates**, SBEM, Ano VIII, n. 7, p. 27-31.

PONTE, J. P. (1998) Da formação ao desenvolvimento profissional. Conferência Plenária apresentada no Encontro Nacional de Professores de Matemática. ProfMat 98, realizado em Guimarães. In: **Actas do ProfMat 98**, Lisboa, APM, p. 27-44.

_________ (1992) Concepções dos Professores de Matemática e Processos de Formação, **Educação Matemática: Temas de Investigação**, Lisboa: IIE, p. 185-239.

SCHOENFELD, A . (1989) Explorations of Students' Mathematical Beliefs and Behaviors. **Journal for Research in Mathematics Education**, 20(4), p. 338-355.

SKEMP, R. R. (1978) Relational Understanding and Instrumental Understanding. **Arithmetic Teacher**, 26(3), p. 9-15.

THOMPSON, A. (1992) Teachers' Beliefs and Conceptions: A Synthesis of the Research. In: D. A. Grouws (Ed.) **Handbook of Research on Mathematics Learning and Teaching**. New York, N. Y: Macmillan, p. 127-146.

O PROCESSO DE APRENDER, APRENDER A ENSINAR E ENSINAR SABERES EM ESTATÍSTICA E PROBABILIDADE NO ENSINO FUNDAMENTAL

Paulo César Oliveira

Drª Dione Lucchesi de Carvalho

Faculdade de Educação da Universidade Estadual de Campinas/FE-UNICAMP.

Ensino de Estocástica: fonte para a pesquisa

A investigação apresentada neste texto teve início com a elaboração do projeto necessário ao ingressar no programa de pós-graduação em nível de doutorado, no ano de 1999, na área de Educação Matemática oferecido pela FE-UNICAMP, sob a orientação da Profª Drª Dione Lucchesi de Carvalho. O projeto de pesquisa visa estudar a aquisição de saberes de duas professoras que dão aulas de matemática, frente a um processo de aprender, aprender a ensinar e ensinar noções de estatística e probabilidade.

Propomos apresentar o desenvolvimento de algumas etapas concluídas ou em andamento de nossa pesquisa.

Nosso primeiro envolvimento com o ensino de Estatística e Probabilidade configurou-se como professor no antigo sistema de ensino denominado Colégio Técnico, especificamente, curso técnico em nível de 2º grau na modalidade de Processamento de Dados. Tratava-se de uma disciplina intitulada "Estatística", a qual era oferecida na 3º série com uma carga anual de duas horas-aulas semanais. O conteúdo programático proposto pela instituição escolar e, seguido por nós, constituía-se no estudo de Estatística Descritiva no 1º semestre letivo e os temas Probabilidade e Estatística Inferencial no 2º semestre, como é convencional.

Atualmente temos atuado como docente em diversos cursos de graduação, dentre eles, Ciência da Computação, Administração de Empresas, Ciências Contábeis e Comunicação Social. O conteúdo programático abordado nesses cursos de nível superior não apresenta modificações relevantes aos já descritos para os cursos de nível médio. O nome da disciplina "Estatística", às vezes, é complementado com expressões do tipo "Aplicada à Administração". É possível encontrarmos diferenças sutis no programa desta disciplina quando nos referimos à Comunicação Social, em função de ser um curso que agrega alunos(as) que revelam pouco conhecimento matemático e expressam forte aversão e grande resistência a qualquer disciplina que "mexe com números". A carga horária geralmente é constituída de 2 horas-aulas ao longo de um ano letivo ou 4 horas-aulas ao decorrer de um semestre.

Acreditamos que por influência da nossa formação acadêmica profissional, no caso Licenciatura Plena de Matemática cursada na Pontifícia Universidade Católica de Campinas (PUCCAMP), título de mestre em Educação com área de concentração em Educação Matemática (FE-UNICAMP) e no momento doutorando nesta última entidade, uma preocupação começou a se acentuar à medida que ministrávamos mais e mais cursos de Estatística em nível superior. Sempre com vistas a refletir sobre a nossa prática pedagógica percebemos a questão básica que nos incomoda: será que a proposta pedagógica para a disciplina de Estatística nestes cursos de graduação não é muito homogênea e com um caráter essencialmente técnico/instrumental?

O incômodo gerado por esta questão fundamenta-se no fato de que, principalmente nos cursos de Administração e Comunicação Social, apesar de haver disciplinas que visam a elaboração de pesquisas, não percebemos uma preocupação na construção de grades curriculares que articulem uma proposta pedagógica de integração entre a disciplina de Estatística e disciplinas que se

requerem do aluno(a) conhecimentos estatísticos e probabilísticos para subsidiar seus projetos experimentais e seus trabalhos de conclusão de curso.

Em nosso meio profissional temos pouquíssimas oportunidades de discutir com nossos pares sobre esta questão por diversos motivos que escapam ao âmbito deste texto. Porém ela começou, ao longo do tempo, ser incrementada por leituras que têm possibilitado propor alternativas pedagógicas que amenizam nosso incômodo.

Se no meio profissional não encontramos espaço para discutirmos nossa inquietação, na fase de redação final de nossa dissertação de mestrado, tivemos oportunidade de estabelecer um contato pessoal e de ter a dissertação de nossa colega Lopes intitulada "A probabilidade e a estatística no ensino fundamental: uma análise curricular" (defendida na FE/UNICAMP no ano de 1998). Esta leitura constituiu o marco inicial para buscarmos referências bibliográficas que tratassem de questões envolvendo o ensino de probabilidade e estatística e suas implicações.

Um primeiro resultado do aprofundamento sobre o tema foi a oportunidade de elaborar e oferecer um mini-curso intitulado "A Estatística e o Ensino Fundamental: Novos Paradigmas", voltado para professores(as) que lecionavam nas antigas 1ª a 4ª série do atual ensino fundamental durante a realização do sexto Encontro Nacional de Educação Matemática (VI ENEM) em 1998.

No ano seguinte, ocorreram paralelamente três acontecimentos significativos para alguns delineamentos de nosso projeto de doutorado. Um deles foi a leitura/tradução/discussão/reflexão do texto de Shaughnessy intitulado de "Research in Probability and Statistics: reflections and directions". Este autor fez uma revisão das pesquisas em Educação Estatística e Probabilística até o término da década de 1980, além de apontar perspectivas futuras de pesquisa em estocástica (termo europeu que engloba estatística e probabilidade).

No início do segundo semestre de 1999 participamos do seminário "Didáctica de la Probabilidad y la Estadística" sob responsabilidade da Profª. Drª. Carmen Batanero (Universidade de Granada na Espanha), promovido pelo Círculo de Estudos, Memória, Pesquisa em Educação Matemática (CEMPEM) e ocorrido no grupo de pesquisa Prática Pedagógica em Matemática (PRAPEM) da FE-UNICAMP. Este é um dos grupos de pesquisa associado ao CEMPEM e tem como principal objeto de investigação o trabalho docente em matemática e sua relação com a aprendizagem, com o desenvolvimento curricular do ensino da matemática e com o desenvolvimento profissional dos professores, em especial, os saberes docentes.

No que diz respeito ao seminário ocorrido, Batanero delineou os seguintes objetivos: adquirir um panorama da didática da probabilidade e estatística como campo de investigação e conhecer as fontes de informação sobre o tema; conhecer os resultados das principais investigações sobre as dificuldades de aprendizagem; erros no raciocínio estocástico e no emprego das técnicas estatísticas elementares, analisar o currículo do ensino primário e secundário, estudando modelos de situações didáticas, materiais e recursos para o ensino e instrumentos de avaliação; analisar exemplos de investigação em didática da probabilidade e estatística e identificar problemas relevantes de investigação e, finalmente, refletir sobre as implicações de todos estes tópicos anuciados na formação de professores.

O terceiro acontecimento ocorreu logo após o encerramento desse seminário. Foi a "Conferência Internacional sobre Experiências e Perspectivas do Ensino de Estatística: desafios para o século XXI", em Florianópolis-SC, na qual apresentamos, na modalidade artigo e pôster, o trabalho "O Ensino de Estocástica: uma linha emergente de pesquisa do grupo PRAPEM". As discussões ocorridas no PRAPEM assim como as valiosas contribuições fornecidas Batanero foram e continuam sendo de grande valia para direcionar os rumos de nossa pesquisa.

Apesar de nossa inquietação quanto ao ensino de Estatística e Probabilidade ter originado na vivência com o ensino superior, decidimos dedicar os esforços de nossa pesquisa no ensino fundamental, especificamente para a antiga 2ª, 3ª e 4ª série.

Resolvemos investigar neste nível de ensino pois avaliamos que não tínhamos, ainda, fundamentos para propor intervenções pedagógicas em nosso meio profissional, e também porque optamos pela busca de conhecimentos estocásticos numa perspectiva epistemológica, ou seja, a

busca pela compreensão da natureza e formação do conhecimento. Sendo assim, resolvemos discutir e refletir nossos estudos com profissionais responsáveis pelos passos iniciais do aluno(a) no ensino fundamental, no caso, duas professoras atuantes no ensino público municipal da cidade de Hortolândia, interior do Estado de São Paulo.

Fundamentação teórico-metodológico: o processo em desenvolvimento

A insatisfação dos membros do PRAPEM com as quais nos identificamos, no que diz respeito às tendências de investigação validadas pelo modelo da racionalidade técnica ou aquelas que se restringem a descrever/interpretar genericamente a prática pedagógica instigaram-nos a transformar, de acordo com Carr & Kemmis, o "investigar sobre a Educação em investigar para a Educação" (1998, p.167). Sendo assim, estes pesquisadores "vêm privilegiando as investigações que desenvolvam grande parte de seu trabalho de campo em situação natural de sala de aula". Neste contexto, assumimos como tarefa transformar o investigar *para* o professor em investigar *com* o professor. Desta tarefa decorre, segundo Carvalho, Lopes & Oliveira, que embora "tenhamos princípios gerais que norteiam nossos estudos e as discussões do PRAPEM, cada nova investigação exige do pesquisador a construção de um método específico" (1999, p.34).

Em nosso enfoque de investigação nos apropriamos da espiral reflexiva de Lewin (utilizada por Carr & Kemmis, 1998) constituída por ciclos sucessivos de planejamento, ação, observação e reflexão. Como condicionam Carr & Kemmis (1988), nossa pesquisa têm colocado como tema uma prática social de transformação, no caso, a atuação docente das professoras

Estes fatos e as reflexões decorrentes deles, nos instigaram ao envolvimento juntamente com duas professoras que dão aula de matemática, num processo de análise, de construção de sabres destinados ao ensino de noções de estatística e probabilidade, ou seja, de aprender, aprender a ensinar e ensinar estocástica no ensino fundamental.

Podemos considerar que as pesquisas sobre formação e profissão docente surgem em âmbito internacional nas décadas de 1980 e 1990 influenciadas pelo movimento de profissionalização do ensino e conscientização de que o professor é um mobilizador de saberes profissionais. No decorrer da docência, o professor constrói e reconstrói seus conhecimentos de acordo com as necessidades próprias do âmbito escolar em que está inserido (Nunes, 2001).

No cenário nacional, a produção de pesquisas sobre este tema, a partir da década de 1990, se caracteriza pela busca de novos enfoques e paradigmas que permitam focalizar a complexidade da prática pedagógica e dos saberes docentes bem como o resgate do papel do professor e sua respectiva identidade profissional.

A referência dos estudos estrangeiros para as pesquisas brasileiras tem disseminado diferentes tipologias e apresentado a complexidade e o caráter polissêmico que envolve a noção de saber docente. Ambas as perspectivas de pesquisas, internacional e nacional, segundo Nunes (2001), passam a considerar o professor como um profissional que adquire e desenvolve conhecimentos a partir da prática e no confronto com as condições de trabalho.

Em nossa pesquisa temos dedicado a explanar sobre as contribuições e implicações na temática dos saberes docentes, advindas dos trabalhos de autores brasileiros como Fiorentini, Monteiro, Nunes, dentre outros, quanto de autores internacionais como Tardif, Schön, Novoa, Gauthier, entre outros.

Com base nas abordagens destes diversos autores, temos nos aproximado dos trabalhos de Tardif e seus colegas, para apropriarmos de seus aportes teóricos sobre o "saber docente" enquanto categoria de análise. De acordo com Monteiro, essa categoria de análise considera "a especificidade da ação educativa" e a

contribuição no "desenvolvimento de uma epistemologia da prática docente, distinta daquela que fundamenta o conhecimento específico, possibilitando a realização de pesquisas que possam efetivamente enfrentar os desafios apontados como instrumento teórico apropriado" (2001, p.121).

Em seu texto de 2000, Tardif aprofunda a análise das características do saber docente, propondo uma discussão sobre a epistemologia da prática profissional voltada para a valorização do saber da experiência. Na óptica deste autor, os saberes profissionais são saberes da ação, saberes do trabalho e no trabalho, são temporais, plurais e heterogêneos, personalizados e situados, carregando consigo as marcas do seu objeto que é o estudante.

Delineamento do trabalho de campo

A escola que nos cedeu espaço para este trabalho com as professoras tem uma filosofia de trabalho voltada a reflexão do fazer pedagógico em sala de aula. Associado a isto, uma das professoras mantém laços de amizade com nossa família, o que permite freqüentemente abordarmos assuntos voltados ao nosso papel como educadores.

Com o apoio desta professora, com a liberdade e autonomia proporcionada pela direção desta escola, pudemos contar também com a participação e integração de uma segunda professora ao nosso grupo sobre ensino e aprendizagem de estatística e probabilidade, cujos frutos têm constituído o centro do nosso trabalho de campo.

No trabalho de campo está sendo desenvolvido cinco atividades. Uma delas se constitui em sessões de estudos que envolvem discussões conceituais, elaborações de atividades pedagógicas, reflexões quanto aos avanços e retrocessos na aquisição de saberes. As atividades pedagógicas foram trabalhadas em sala de aula, às vezes, com a participação direta do pesquisador.

Foram realizadas, também, duas reuniões destinadas à avaliação do trabalho em sala de aula bem como das sessões de estudo.

Um quarto tipo de atividade proposta às professoras foi responder, por escrito, um questionário elaborado com o objetivo de sistematizar o trabalho desenvolvido até o momento e despertar reflexões sobre estatística e probabilidade tanto no aspecto conceitual como curricular. As reflexões orais oriundas das respostas a tais questões serão realizadas em uma reunião que ainda não ocorreu.

Todo o trabalho de campo vem sendo permeado por conversas informais que levantam outros elementos referentes à relação teoria-prática no processo educativo. A análise das informações produzidas basear-se-á tanto em autores que abordam saberes docentes quanto nos estudos de Fischbein sobre a intuição, em particular, de natureza probabilística.

As fases da espiral reflexiva estão presentes no modo como vem desencadeando os encontros com as professoras. No caso das sessões de estudo, praticamente fazíamos um planejamento, quase, seguindo um ritual. Os acontecimentos ocorridos em nossos encontros eram registrados por meio de anotações em um diário de campo e/ou gravados em fita aúdio. Nossas sessões de estudos eram, geralmente, realizadas de quinze em quinze dias. Neste intervalo de tempo, o pesquisador elaborava a transcrição de todas as informações produzidas, enviava à sua orientadora que, por sua vez, dedicava-se a elaborar seu parecer e retornava, em reuniões agendadas com o pesquisador.

Apenas para a primeira sessão de estudos com nossas professoras, adotamos uma postura diferenciada. Realizamos uma reunião onde orientando-orientadora decidiram partir do pressuposto de que a inserção do indivíduo no mundo dos fenômenos aleatórios parece mais viável quando lhe é proporcionado a realização de experimentos onde é possível distinguir estes fenômenos dos deterministas e suas respectivas formas de representação. Para tanto optamos por realizar conjuntamente com as professoras o experimento de extração de bolas com reposição.

A reação marcante destas professoras no decorrer da realização dos experimento foi lidar com a dificuldade de diferenciar sucesso "causado" (por exemplo, o sucessor de um número natural par é um número impar) de sucesso aleatório (possibilidade de obter cara no lançamento de uma moeda).

Estendendo para os adultos as implicações das pesquisas de Batanero & Godino (1995), podemos afirmar que a tendência das pessoas na busca de ordem e estrutura frente à experimentação de fenômenos aleatórios, inclusive onde não é possível, pode explicar as dificuldades que as pessoas enfrentam na compreensão da aleatoriedade.

Nas reuniões posteriores entre orientadora-orientando refletimos sobre os avanços e retrocessos na aquisição de saberes por parte das professoras, levando em conta as discussões teóricas produzidas, as dúvidas e concepções conceituais, avaliação da produção das atividades pedagógicas em estocástica e o respectivo retorno que elas "sentiram" ao partilhar esses saberes com seus(suas) alunos(as).

No decorrer de nosso trabalho de campo, as informações produzidas no campo estocástico emergiram de experiências aleatórias versus deterministas; representações de incertezas **a partir da métrica de 0 a 1 como valores de probabilidade;** experiências de Laplace **que são ensaios aleatórios onde a condição de equidistribuição de resultados é garantida mediante a simetria física dos objetos (no caso abordamos a utilização de moeda e dado);** experiências de Laplace repetidas, **ou seja, sucessões de experiências aleatórias de um mesmo ensaio (no caso discutimos a distribuição das somas de dois dados);** atividades de natureza combinatória **e experimentos cuja natureza levam à** probabilidade freqüentista **(no caso o uso de objetos com forma física irregular).**

A experimentação, registro e análise das seqüências produzidas em todas estas atividades permitiram integrar o estudo da probabilidade com o da estatística. No que diz respeito a abordagem estatística nas aulas de matemática das duas professoras, houve a oportunidade de interação entre professoras-aluno(as)-pesquisador na elaboração e realização de atividades de pesquisas no ambiente escolar. Tais atividades envolveram coleta de informações, tabulação de dados registrados, discussões e análise dos mesmos, assim como suas respectivas representações gráficas.

Apesar de privilegiarmos em todo o trabalho de campo o processo de experimentação, concordamos com Fischbein quando afirma que "a experiência humana é necessariamente limitada no tempo, espaço e no conjunto de possibilidades" (1987, p.89). Por um lado temos que considerar a metáfora de "ver" com nossa mente, assim como enxergamos com nossos olhos só é possível como resultado de um envolvimento experiencial do indivíduo em uma prática ou atividade mental. Por outro lado, este ato nem sempre é alcançado na ciência e no ensino da matemática. No ensino de matemática elementar há relações aceitas sem uma justificativa intuitiva, como o caso de $a^0=1$, entre outros. Para situações como estas "é impossível imaginar condições experimentais ou procedimentos os quais sustentariam tais proposições" (Fischbein: 1987, p.95).

O autor ressalta também a importância de aprofundar, no contexto educacional, a compreensão intuitiva de conceitos e afirmações através de situações didáticas que requerem o envolvimento pessoal e experiencial do estudante.

Fischbein dedica grande parte de seus trabalhos à construção de um referencial teórico, com implicações educacionais, no campo da intuição, com destaque para as intuições de natureza probabilística. O aprofundamento de nossos estudos neste campo é de fundamental importância, porque nossas professoras produziram informações essencialmente de cunho intuitivo, em razão de não terem tido oportunidade de vivenciar um processo de instrução escolar anterior a nossa pesquisa no que se refere à estatística e probabilidade.

Referências bibliográficas

BATANERO, C.; GODINO, J.D.; CAÑIZARES, M.J. **Azar y probabilidad.** España: Editorial Síntesis, 1996.

BATANERO, C.; GREEN, D. R.; SERRANO, L. Randomness, its meanings and educational implications. **International Journal of Mathematics Education in Science and Technology**, v.29, n.1, p.113-123, 1998.

CARR, W.; KEMMIS, S. **Teoria crítica de la ensenãnza: la investigación-acción en la formación del profesorado.** Barcelona: Martínez Roca, 1988.

FIORENTINI, D.; SOUZA Jr, A.; MELO, G.A. Saberes docentes: um desafio para acadêmicos e práticos. In: GERALDI, C.; FIORENTINI, D. PREIRA, E. **Cartografias do trabalho docente: professor(a)-pesquisador(a).** Campinas: ALB e Mercado de Letras, 1998. p.307-335.

FISCHBEIN, E. **Intuition in science and mathematics.** Dordrecht: D.Reidel Publishing company, 1987.

FISCHBEIN, E. **The intuitive sources of probabilistic thinking in children.** Dordrecht:: D.Reidel Publishing company, 1975.

FISCHBEIN, E.; NELLO, M. S. & MARINO, M. S. Factors affecting probabilistic judgements in children and adolescents. **Educational Studies in Mathematics**, v.22, n.6, p.523-549, 1991.

GAUTHIER, C.;MARTINEAU, S.; DESBIENS, J.F.; SIMARD, D. **Por uma teoria da pedagogia: pesquisas contemporâneas sobre o saber docente.** Ijuí: Editora Unijuí, 1998.

LOPES, C.A.E. **A probabilidade e a estatística no ensino fundamental: uma análise curricular.** Campinas, 1998. Dissertação (Mestrado) – Faculdade de Educação, Universidade Estadual de Campinas.

MONTEIRO, A.M.F.C. Professores: entre saberes e práticas. **Educação & Sociedade.** Os saberes dos docentes e sua formação, nº 74, p.121-142, 2001. Dossiê. Centro de Estudos, Educação e Sociedade (CEDES).

NÓVOA, A. **Vidas de professores.** Porto: Porto Editora, 1992.

NUNES, C.M.F. Saberes docentes e formação de professores: um breve panorama da pesquisa brasileira. **Educação & Sociedade.** Os saberes dos docentes e sua formação, nº 74, p.27-42., 2001. Dossiê. Centro de Estudos, Educação e Sociedade (CEDES).

OLIVEIRA, P.C. & CARVALHO, D.L. & LOPES, C.A.E.. O Ensino de Estocástica: uma linha emergente de pesquisa do grupo PRAPEM. In: CONFERÊNCIA INTERNACIONAL SOBRE EXPERIÊNCIAS E PERSPECTIVAS DO ENSINO DE ESTATÍSTICA: DESAFIOS PARA O SÉCULO XXI, Santa Catarina, 1999. **Anais.** Florianópolis, Universidade Federal de Santa Catarina, 1999, p.30-38.

OLIVEIRA, P.C. A Estatística e o Ensino Fundamental: Novos Paradigmas. In: ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 6, Rio Grande do Sul, 1998. **Anais.** São Leopoldo, Universidade do Vale dos Sinos, 1998, p.164, vol.1.

SCHÖN, D. Formar professores como profissionais reflexivos. In: NÓVOA, A. (org) **Os professores e sua formação.** Lisboa: Dom Quixote, 1992.

SHAUGHNESSY, J. M. Research in probability and statistics: reflections and directions. In: GROWS, D.A (ed), **Handbook of research on mathematics teaching and learning.** Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics, 1992, pp. 465-494.

SHULMAN, L. Those who understand: knowledge growth in teaching. **Educational Researcher,** v.15, nº 2, p.4-14, 1986.

TARDIF, M. saberes profissionais dos professores e conhecimentos universitários: elementos para uma epistemologia da prática profissional dos professores e suas conseqüências em relação à formação para o magistério. **Revista Brasileira de Educação,** nº13, p. 5-24, 2000.

TARDIF, M.; LESSARD, C. ; LAHAYE, L. Os professores face ao saber. Esboço de uma problemática do saber docente. **Teoria e Educação,** nº4, Porto Alegre: Pannônica, 1991.

QUAL A RELAÇÃO ENTRE PROBLEMA ARITMÉTICO E PROBLEMA ALGÉBRICO ?

Pedro Franco de Sá
UEPA/UNAMA/PPGEd-UFRN
Orientador: John Andrew Fossa PPGEd-UFRN

Nas séries iniciais ou ciclos do ensino fundamental em quase todos os currículos estão presentes os problemas envolvendo as quatro operações dos números naturais. Esses problemas recebem denominações variadas na literatura sobre resolução de problemas como: Problemas-história (DAVIS & MCKILIIP, 1997); Problemas verbais (BORASI, 1986) e Problemas verbais aritméticos (TAXA, 1996). Neste trabalho nos propomos a apresentar uma revisão bibliográfica acerca dos estudos sobre a resolução de problemas envolvendo as quatro operações e apresentar respostas a uma questão que consideramos ainda não respondida.

Para POLYA(1967) os problemas são divididos em dois grandes grupos a saber: Os rotineiros e os não-rotineiros. Os rotineiros são os que exigem tão somente a aplicação de uma regra bem conhecida. Os não-rotineiros são os que exigem criatividade na resolução dos mesmos. Os problemas envolvendo as quatro operações com números naturais estão no grupo dos rotineiros de Polya. O autor defende que os problemas rotineiros em praticamente nada contribuem para o desenvolvimento intelectual e ainda diz que dos problemas rotineiros o que o aluno pode tirar é apenas uma certa prática na aplicação de uma regra. Ao contrário de Polya, acreditamos que o desenvolvimento da habilidade de resolver problemas rotineiros é tão importante quanto o desenvolvimento da habilidade de resolver os não rotineiros e concordamos com DAVIS & MCKILLIP(1997, pg 114) que afirmam, "ensinar crianças a resolver problemas-história tem sido uma tarefa difícil na escola elementar. Esses problemas são importantes porque são o principal veículo- algumas vezes o único- através do qual levamos as aplicações da matemática".

Talvez devido a posição de Polya a expressão resolução de problemas tenha adquirido entre os pesquisadores o sinônimo de resolução de problemas heurísticos. Entretanto, essa correspondência não chegou a maioria dos professores do ensino fundamental.Nossa experiência na formação de professores para os níveis fundamental e médio, mostra que a expressão resolução de problemas, para os referidos docentes tem o mesmo significado que aplicações da teoria estudada anteriormente.

Para MARTÍNEZ(1995,pg.18), a resolução de problemas em aritmética é um campo de investigação presente desde o começo da Educação matemática como área do conhecimento.

Em MENDONÇA(1999) encontramos uma interpretação da expressão resolução de problemas dividida em três tipos a saber : Como um **objetivo**, um **processo** e um **ponto de partida**. Assim descritos:

- Como **objetivo**, a resolução de problemas significa que se ensina matemática para resolver problemas;
- Como **processo**, a resolução de problemas significa olhar para o desempenho/ transformação dos alunos como resolvedores de problemas. Analisa-se as estratégias dos alunos;
- Como **ponto de partida** os problemas são usados como recurso pedagógico para iniciar o processo de construção de um dado conhecimento específico.

Segundo a autora a maneira de pensar a resolução de problemas como **objetivo**, implica em ser suficiente no processo de ensino da matemática expor a teoria e em seguida propor problemas mais ou menos engenhosos. Na concepção de **processo** o desenvolvimento do ensino está centrado na proposição de estratégias de solução. Já como **ponto de partida**, o desenvolvimento do ensino é iniciado pela apresentação de um problema que permitirá desencadear o processo de aprendizagem, culminando na sistematização de conhecimentos matemáticos previamente determinados pelo professor. Desse modo, um problema pode ser utilizado nos três tipos de interpretações da resolução de problemas.

Em (BORASI,1986), encontramos uma classificação dos problemas, mais detalhada que a proposta em Polya(1967). Onde os problemas envolvendo as quatro operações aparecem com a denominação de ***problemas verbais***, tendo os seguintes descritores: **Contexto**, todo explicado no texto; **formulação**, única e explícita; **solução**, geralmente única e exata e **método de solução**, combinação de algoritmos.

Em MARTÍNEZ(1995), os problemas envolvendo as quatro operações são denominados de *problemas aritméticos expressos verbalmente* (PAEV) e o autor defende que os enfoques das investigações acerca dos PAEV foram os seguintes: Lingüístico; Das variáveis estruturais; Das sentenças abertas e semântico.

Segundo MARTÍNEZ, a pesquisa no enfoque lingüístico, foi centrada nos seguintes aspectos: A habilidade de ler, legibilidade dos textos e fatores lingüísticos. As pesquisas no enfoque das variáveis estruturais, foram desenvolvidas em duas direções: Uma que visava predizer a dificuldade do problema em função de todas as variáveis estruturais que tenham influencia significativa sobre esta dificuldade e outra que tratou de determinar se uma variável em particular afetava de forma significativa o nível de dificuldade expressado estatisticamente, controlando as demais variáveis. O enfoque das sentenças abertas realizou pesquisas que classificaram os problemas aritméticos a partir das sentenças abertas visando distingui-los em níveis de rendimento. O enfoque semântico da pesquisa sobre os problemas aritméticos verbais centraram-se em duas nítidas tendências: a que estudou as significações parciais do texto e a que estudou o texto do problema considerando-o como um todo.

Em FRANCHI(1995) citando Harel & Confrey(1994),encontramos uma referencia a grande influencia do conceito de campo conceitual proposto em VERGNAUD(1991) na seguinte frase : "a maioria dos estudos apresentados em 1986, no quadro das conferencias organizadas pelo National Science Foundation's Reaserch Agenda Project for Mathematics Education, insere-se no enfoque dos campos conceituais".

Como fruto das pesquisas temos uma categorização dos problemas envolvendo adição e subtração proposta em NESHER(1982) com três tipos básicos de problemas:

- **Combinação**, aqueles que envolvem relações estáticas entre quantidades.Perguntando sobre o total ou sobre uma das parcelas.
- **Mudança**, aqueles que descrevem crescimento ou decrescimento de um estado inicial para produzir um estado final,
- **Comparação**, aqueles que envolvem relações estáticas de comparação entre quantidades

Em NESHER encontramos a conclusão de que os problemas do tipo combinação, mudança e comparação apresentam graus de dificuldade diferentes dentro de cada grupo e entre eles, da seguinte maneira:

- Os problemas do tipo ***combinação*** que perguntam sobre o total são mais fáceis em relação aos que perguntam sobre uma das partes,
- Os problemas do tipo ***mudança*** nos quais é desconhecida a quantidade inicial e conhecidos o resultado e a mudança são mais difíceis que os demais do mesmo grupo,
- Os problemas do tipo ***comparação*** onde o referente é desconhecido são mais difíceis que os demais do mesmo grupo.

Esses resultados concordam com os encontrados em HIEBERT(1982), numa pesquisa sobre a influencia da posição da incógnita em sentenças abertas envolvendo adição. Onde foi concluído que a posição da incógnita tem significativa influencia na dificuldade dos problemas.

Para os problemas de multiplicação e divisão temos a classificação abaixo de GREER(1992)

TIPO	Problema de Multiplicação	Problema de Divisão
Grupos Iguais	3 crianças tem, cada uma, 4 laranjas. Quantas laranjas elas tem juntas?	12 laranjas são distribuídas igualmente entre 3 crianças.Quantas ganha cada uma?
Medidas Iguais	3 crianças tem 4,2 l de suco cada uma. Quanto suco elas tem juntas?	Se você tem 12,6 l de suco, a quantas crianças você pode dar 4,2 l ?
Taxa	Um barco se move a uma velocidade constante de 4,2m por segundo. Quanto se moverá em 3,3 segundos?	Um barco se move 13,9 m em 3,3 segundos. Qual é a velocidade média em metros por segundo?
Comparação Multiplicativa	O peso do ferro é 0,88 vezes do peso do cobre. Se um pedaço de cobre pesa 4,2 kg, quanto pesa um pedaço de ferro do mesmo tamanho?	Se pedaços de igual tamanho de ferro e cobre pesam 3,7kg e 4,2kg respectivamente, quão pesado é o ferro em relação ao cobre?
Conversão de Medida	Uma polegada mede cerca de 2,54cm. Quanto medirão 3,1 polegadas em cm?	3,1 polegadas são cerca de 7,87 cm. Aproximadamente quantos cm há em uma polegada?
Parte / Todo	Uma escola aprovou 3/5 de seus alunos em um exame. Se 80 alunos fizeram o exame, quantos passaram?	Uma escola aprovou 48 dos 80 estudantes que fizeram um exame. Que fração dos estudantes passou?
Mudança Multiplicativa	Um pedaço de elástico pode ser esticado até 3,3 vezes o seu comprimento original. Qual é o comprimento de um pedaço de 4,2 m quando completamente esticado?	Um pedaço de elástico de 4,2 m pode ser esticado para 13,9m.Qual é o seu fator de esticamento?
Produto Cartesiano	Se há 3 caminhos de A para B e 4 caminhos de B para C, quantas maneiras diferentes há para se ir de A para C via B?	Se existem 12 caminhos diferentes de A para C via B e 3 caminhos de A para B, quantos caminhos há de B para C?

Área Retangular	Qual é a área de um retângulo de 3m de comprimento por 4m de largura?	Se a área de um retângulo é 13,9m² e o comprimento 3,3m. Qual a medida da largura ?
Produto de Medidas	A potencia de um aquecedor é 3,3kw. Se usado durante 4,2h quantos kw-hora ele consome?	Um aquecedor consome 3,3kw por hora. Por quanto tempo ele pode ser usado com 13,9kw-hora de eletricidade.

Em HARVEY(1966), segundo MARTÍNEZ(1995), encontramos uma investigação acerca das dificuldades encontradas pelos alunos na resolução de problemas dos tipos grupos iguais e produto cartesiano , onde foi concluído que os problemas do tipos partes iguais são mais fácies de resolver, conceituar e selecionar a formar de pensar que os problemas do tipo produto cartesiano.

Os resultados apresentados até o presente momento, deixam claro que os diferentes tipos de problemas apresentam níveis diferentes de dificuldades para os estudantes, até dentro de uma mesma categoria.

Isto nos remete as seguintes perguntas:

- O que é a relação entre os problemas aritméticos eos problemas algébricos?
- O que é um problema de uma operação?

Neste momento nos propomos a responder a primeira das questões.

Após analisarmos os problemas envolvendo as 4 operações com números naturais percebemos que os problemas envolvendo uma operação somente estão divididos em dois grupos:1º- Os problemas em que a pergunta / incógnita está isolada num dos membros da igualdade após sua modelagem (modelagem dos dados). Nestes problemas, normalmente, a igualdade é utilizada para indicar o resultado da operação realizada ou seja a igualdade é usada para ***representar transformações ou resultados.***

Vejamos alguns exemplos:

a) Tinha R$ 50,00 e ganhei R$ 20,00 num sorteio.Com quanto fiquei ? (Neste problema a modelagem é 50 + 20 = ?);
b) Um vendedor possuindo 150 metros de fio de telefone fez uma venda de 80 metros . Quantos metros de fio restaram ao vendedor após a venda? (Neste caso a modelagem do problema é 150 – 80= ?);
c) Um cinema possui 15 fileiras com 18 cadeiras cada. Não sendo permitido que se assista filme em pé, qual é o número máximo de pessoas que podem assistir um filme por sessão neste cinema ? (Neste caso a modelagem é 15 . 18 = ?);
d) Tenho 1200 bombons para distribuir igualmente em cinco caixas. Quantos bombons devo colocar em cada caixa ? (Neste problema a modelagem é 1200 : 5= ?).

Generalizando podemos afirmar que para um problema do 1º tipo está associada uma das seguintes expressões: ? = c+ b, ? = c - b, ? = c x b e ? = c : b

Nestes problemas a operação é escolhida diretamente a partir de sua conotação semântica ou seja da transformação ocorrida com os dados indicada pelo enunciado do problema.

2º- Os problemas em que a pergunta/incógnita não está isolada num dois membros da igualdade após sua modelagem.Nestes problemas a igualdade é utilizada para indicar a relação de equilíbrio exigida entre os dados ou seja a igualdade é utilizada para indicar ***equilíbrio.***

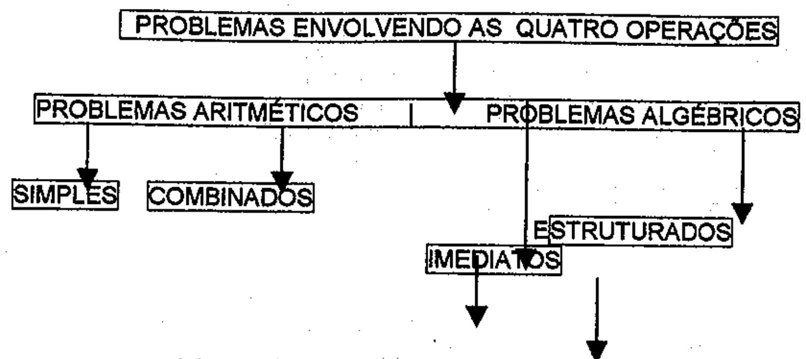
Vejamos alguns exemplos:

a) Meu pai tinha certa quantia no seu cofre. Depois de guardar a quantia de R$25,00 passou a ter R$ 78,00. quanto papai tinha no início ?

b) Fui ao comércio com uma certa quantia. Após gastar R$ 156,00 verifiquei que ainda me restavam R$ 95,00. Com quanto cheguei ao comércio ?
c) Um comerciante possuía 2000m de arame ,após vender alguns metros verificou que ainda tinha 1890m de arame. Quantos metros de arame o comerciante vendeu ?
d) O triplo de uma certa quantidade é 120. Qual é a quantidade ?
e) Distribui 28 brinquedos entre algumas crianças. Cada criança recebeu 4 brinquedos. Quantas crianças participaram da distribuição ?
f) Uma certa quantidade de brinquedos foi distribuída igualmente entre 9 crianças. Cada criança recebeu 5 brinquedos . Qual a quantidade de brinquedos que foi distribuída ?

Para um problema do 2º tipo está associada uma das seguintes expressões:? + a = b,? – a = b,a - ? = b, a . ? = b , a : ? = b e ? : a = b. Neste tipo de problema, ao contrário do que acontece com os de 1º tipo, a escolha da operação é feita com base na propriedade da operação inversa. De acordo com NESHER(1982) os problemas aditivos do 2º tipo são mais difíceis para os alunos. O motivo desta dificuldade pode está no fato de que estes problemas são apresentados, normalmente, após o ensino de cada uma das operações fundamentais e que as mesmas são apresentadas com grande apelo ao seu significado semântico, não destacando as relações entre as operações.

Como o uso da operação inversa, para manter a validade da igualdade, é a essência do método de resolver equações e a uma das características da álgebra é a resolução de equações. Propusemos as seguintes definições. Definição1:Problema Aritmético: Aquele que em sua resolução operacional não são usadas de maneira implícita ou explicita as propriedades da igualdade. Exemplo: Um cinema tem 25 fileiras de 18 cadeiras cada.Não sendo permitido assistir filme em pé, quantas pessoas são necessárias para lotar o cinema três vezes? Os problemas aritméticos podem ser divididos em: Simples e combinados. Os problemas aritméticos simples, são aqueles que só envolvem uma operação na sua resolução. Exemplo: Uma caneta custa R$2,00.Quantos custam 7 dessas canetas ? Os problemas aritméticos combinados, são aqueles que envolvem duas ou mais operações ou a repetição de uma mesma operação na sua resolução . Exemplo: Um pessoa foi a feira com R$50,00. Comprou R$ 5,00 de frutas e R$ 13,00 de verduras. Quanto lhe sobrou do dinheiro ? Definição 2: Os problemas algébricos, são aqueles em na sua resolução operacional são usadas de maneira explícita ou implícita as propriedades da igualdade. Exemplo: Um número somado com seu dobro é 36 .Qual é o número ? Os problemas algébricos podem ser dos seguintes tipos: Imediato simples, Imediato combinado e Estruturado. Os problemas algébricos imediatos simples, são aqueles que na sua resolução é usada apenas uma operação sem o uso explícito de variável ou incógnita. Exemplo: Já li 125 páginas de um livro de 438 páginas.Quantas páginas ainda faltam eu ler para terminar a leitura do livro? Exemplo: Uma dúzia de canetas custa R$ 36,00.Quanto custa uma dessas canetas? ***Os problemas algébricos combinados, são aqueles que na sua resolução são efetuadas mais de uma operação sem o uso explícito de incógnita ou quando pode ser decomposto em problemas aritméticos simples e problemas algébricos imediatos*** . Exemplo: O dobro de minha idade mais cinco anos equivale a cem anos. Qual é a minha idade? Exemplo: Uma dúzia de canetas custa R$36,00.Quanto custa sete dessas canetas? Pois, o mesmo pode ser decomposto nos seguintes problemas:Uma dúzia de canetas custa R$36,00.Quanto custa uma dessas canetas?(Que é algébrico imediato simples) e Uma caneta custa R$3,00. Quanto custam sete canetas? (Que é aritmético). Os problemas algébricos estruturados, são aqueles que na sua resolução é necessário o uso de variáveis ou incógnitas, para que fique mais compreensível a resolução. Exemplo : Repartir a quantia de R$ 210,00 entre três pessoas de tal modo que o segundo receba R$50,00 a mais que primeiro e que o terceiro receba R$ 80,00 a mais que o segundo. Dos exemplos apresentados acima podemos concluir que os problemas com as quatro operações produzem tanto problemas aritméticos quanto problemas algébricos , que podem ser visualizados através do seguinte diagrama:



Acreditamos que para os dois primeiros ciclos do ensino fundamental os problemas das quatro operações que devem ser trabalhados são os aritméticos e os algébricos imediatos. Ficando os algébricos estruturados para o terceiro ciclo durante o trabalho com equações dos 1º grau e linguagem algébrica. Devido a facilidade que permite resolver tais problemas com as referidas ferramentas.O que, certamente, facilitará bastante o trabalho docente e aumentará o desempenho dos discentes.

REFERÊNCIA BIBLIOGRÁFICA

BORASI, R. **On the nature of problem.** Educational Studies in Mathematics, 17pg 124-141,1986

DAVIS, E.J. & **MCKILLIP**, W. D. **Aperfeiçoando a resolução de problemas-história na matemática da elementary school.** In KRULIK, S. & REYS, R. E. A resolução de problemas na matemática escolar. Tradução HYGINO H. DOMINGUES e OLGA CORBO. São Paulo: Atual, 1997.

FRANCHI, A. **Compreensão das situações multiplicativas elementares.**1995. 195 pg.Tese(Doutorado em Educação) PUC-SP, S. Paulo.

GREER, B. **Multiplication and division as models of situations.**IN GROUWS, D. A. (Ed.) Handbook of Research on Mathematics teaching and learning. New York: Macmillan,1992. p 243-275.

NESHER, P. ; GREENO, J.G. & RILEY, M.S. **The Development of semantic Categories for Addition and Subtraction.** Educational Studies in Mathematics, 13, pg 373-394, 1982

MARTÍNEZ, E. C. **Niveles de compreensión en Problemas verbales de comparación multiplicativa.** Granada: Editorial COMARES, 1995.

MENDONÇA, M. C. **Resolução de Problemas Pede (Re)Formulação.** In: ABRANTES, P. ; PONTE, J.P. ; FONSECA, H. & BRUNHEIRA,L.(Org.) . Investigações Matemáticas na aula e no currículo. Lisboa:APM, 1ª edição ,1999.

POLYA, G. **L'enseignement par les problèmes. L'Enseignement Mathématique,** t . XIII, fasc. 3, 233-241, 1967.

TAXA, F. O. S. **Estudo sobre a Resolução de Problemas Verbais Aritméticos nas Séries Iniciais.** 1996. 189 pg. UNICAMP, Campinas. Dissertação(Mestrado em Educação) Faculdade de Educação,

CONCEPÇÕES INFINITESIMAIS EM UM CURSO DE CÁLCULO

Raquel Milani
Orientador: Roberto Ribeiro Baldino
Universidade Est. Paulista (UNESP)-Rio Claro - S.P.

Vim, com este artigo, apresentar minha pesquisa na área de Cálculo Infinitesimal e algumas concepções infinitesimais que surgiram a partir de questionamentos feitos a uma turma de Cálculo, no ano de 2000, e a um grupo de alunos em um encontro que fez parte da coleta de dados da pesquisa, no ano de 2001.

A disciplina de Cálculo Diferencial e Integral encontra-se, geralmente, nos diversos cursos das Ciências Exatas e em alguns das Ciências Biológicas. Tradicionalmente, os tópicos que fazem parte do programa desta disciplina são trabalhados segundo a abordagem via conceito de limite. Dificuldades e obstáculos epistemológicos relacionados a este conceito, no sentido de Bachelard (1983), são temas de pesquisas realizadas na área de aprendizagem do Cálculo, quando estudado segundo esta abordagem (Cornu, 1983; Sierpinska, 1985; Sierpinska, 1987, e.g.). De acordo com Bachelard,

> " ... *é em termos de obstáculos que se torna preciso apresentar o problema do conhecimento científico.* E não se trata de considerar obstáculos externos, como a complexidade e fugacidade dos fenômenos, nem de incriminar a fragilidade dos sentidos e do espírito humano: é no próprio ato de conhecer, intimamente, que aparecem, por uma espécie de imperiosidade funcional, as lentidões e as dificuldades (...) conhecemos *contra* um conhecimento anterior ... " (p.147)

Os obstáculos, neste sentido, são conhecimentos positivos que funcionam num determinado contexto, por algum tempo. Estas crenças tornam-se obstáculos quando não respondem a uma nova demanda. Para entender o conhecimento novo, o obstáculo deve ser enfrentado e superado. Desta forma, ele não é empecilho à aprendizagem, é, sim, ferramenta que auxilia este processo. Um dos obstáculos à aprendizagem de limite são os valores infinitesimais: "É o segundo grande obstáculo para o aluno; tudo se passa como se existissem números muito pequenos, menores que os 'verdadeiros' números, mas entretanto não nulos." (Cornu, 1983). Uma das propostas da minha pesquisa, que será descrita a seguir, é tentar dar condições aos alunos para melhor enfrentar o obstáculo infinitesimal e superá-lo, trabalhando com o conceito de infinitésimo aplicado a tópicos de Cálculo. Dei relevância às concepções infinitesimais que os alunos trouxeram, não negligenciando-as como ocorre tradicionalmente nos cursos de Cálculo. Um trabalho baseado na abordagem infinitesimal deste curso já foi realizado e encontra-se descrito em Baldino & Cabral (2000) e Milani (2001).

Cornu (1983) chama *concepções espontâneas* as idéias, palavras, imagens e processos a respeito de um conceito que não derivam de um ensino formal. As *concepções próprias* são formadas pelas espontâneas e o conhecimento matemático recebido. Tall & Vinner (1981) usam o termo *imagem conceitual* para descrever a estrutura cognitiva total que é associada ao conceito, que inclui todas as figuras mentais, bem como propriedades e processos associados. Cornu estabelece uma relação entre a imagem conceitual e as concepções próprias. Baseado nestes autores, estou entendendo por *concepções espontâneas infinitesimais*, as idéias primeiras que o sujeito apresenta sobre o conceito infinitesimal. Chamo *concepções próprias infinitesimais*, ou apenas *concepções infinitesimais*, as idéias do contexto infinitesimal que abrangem as primeiras noções e as oriundas do ensino formal. Por abranger as concepções espontâneas, utilizarei com mais freqüência o termo *concepções infinitesimais.*

Uma pergunta *intrigante*

No ano de 2000, acompanhei as aulas de uma turma de Cálculo Diferencial e Integral I, do curso de Física. Neste ambiente, atuava como monitora e também observava a forma como a professora lidava com o conteúdo, abordado via conceito de limite, e as dúvidas que os alunos tinham a respeito disso. Em algumas aulas, tive a oportunidade de fazer alguns questionamentos à turma. Em um certo dia, escrevi na lousa: 0,999... _____ 1. Por quê? Pedi aos alunos que preenchessem o espaço com um dos sinais: <, > e =, e justificassem sua escolha. Logo que expliquei a atividade, ouvi risos e comentários sobre a pergunta. 15 minutos após a exposição, todos haviam entregue suas folhas. Das 37 respostas, 16 alunos escolheram o sinal =, 16 optaram por < e 5 preencheram o espaço com o sinal $\leq$.

Olhando para a justificação que os alunos apresentaram, a grande maioria dos que responderam =, justificaram-se de modo a utilizar idéias de aproximação e arredondamento. Alguns exemplos: "*são tão próximos que podem ser considerados iguais*", "*são praticamente iguais*", "*porque experimentalmente este número é arredondado*" e "*porque 0,999... se aproxima infinitamente de 1*". Analisando estas respostas, as expressões "próximo", "praticamente igual", "arredondado" e "aproxima infinitamente" são utilizadas como sinônimas para *igual*. Provavelmente, se eu voltasse a perguntar a estes alunos sobre os sinônimos, eles repensariam suas escolhas. Considerei, levando em conta estas justificações, que estes alunos mostraram um viés para a dúvida.

Muitos, ainda, que optaram por =, utilizaram a idéia intuitiva do limite, *tender a (aproximar-se de)*: "*o número 0,999... vai tender ao infinito, chegando a se aproximar tanto de 1 que pode-se dizer que tem o mesmo valor que 1*" e "*poderíamos escrever este número em forma de um limite, então teríamos* $\lim_{x\to 1} x = 1$. *Então dentre as propriedades de limite este número pode ser considerado como sendo 1, por se aproximar cada vez mais do mesmo*". Chamarei este grupo de alunos de A.

Dentre os que optaram por <, muitos também utilizaram em suas justificações a expressão *tender a*: "*apesar de tender a 1 no infinito, ele não é igual é menor*" e "*será sempre menor que 1, pois apesar de tender a 1 sempre faltará algum número para ser igual a 1, e esse número não existe, pois 0,99... nunca parará de chegar perto do 1*". Chamarei este grupo de B.

Muitos alunos têm como imagem conceitual de limite, um processo que não tem fim, ao invés de um resultado que seria o final deste processo. Conforme Tall (1980), esta é a razão de muitos alunos considerarem 0,9... < 1. Eles enxergam 0,9... se aproximando de 1, como um processo, e sabem, pela imagem conceitual que tem, que 0,9... nunca chegará a ser 1. Esta razão aparece nas justificações dos alunos do grupo B. Os alunos do grupo A também utilizaram o processo associado ao limite para justificar as suas respostas. A diferença entre A e B, é que em A figurou, além do processo de *tender a*, a imagem conceitual de limite como um resultado deste processo. É interessante notar que diferentes partes da imagem conceitual, que pode diferir de aluno para aluno, são evocadas na resolução de uma atividade, gerando respostas diferentes.

Para o sinal =, ainda obtive as justificações esperadas, ou seja, através da regra de transformação de dízimas periódicas em fração. Os alunos que optaram por < e que não utilizaram a noção intuitiva de limite, justificaram, sem me causar dúvida, seguindo a linha: "*porque falta* $1\times10^{-(\text{infinito})}$ *para 1*", "*a diferença é praticamente insignificante, mas ela existe*" e "*por mais que esses dois números sejam próximos eles não podem ser iguais, porque como dito, eles são próximos*". A última resposta explicita a diferença entre próximo e igual, o que não ocorreu com o grupo de alunos que consideraram estas palavras sinônimas.

Os que optaram pelo sinal $\leq$ deram justificativas para os dois casos, mostrando a indecisão. Uma aluna que optou por esta resposta, escreveu duas páginas sobre o assunto, caracterizando a questão como *intrigante*. Ao final, justificou através da sua intuição o sinal <, e pela regra de transformação de dízimas periódicas em fração o sinal =. Encerrou com a seguinte frase: "*resta saber o que a Matemática aceita!*".

Analisando as respostas e justificações apresentadas, o número de alunos que optaram pela não igualdade, 0,9... < 1, e que apresentaram justificações, umas utilizando erroneamente o conceito de limite e outras duvidosas, representou a grande maioria das respostas obtidas. Isso mostra a incerteza perante a igualdade, deixando transparecer as concepções espontâneas infinitesimais.

Além deste presente trabalho, outros artigos mostram a tendência dos alunos por optar pelo sinal < para esta questão, a saber: Tall e Schwarzenberger (1978), Baldino (1995) e Baldino (2000). Baldino (1995) salienta "parece que os infinitésimos estão inscritos no 'hardware biológico' do ser humano" e, na mesma direção, em Baldino (2000) "os alunos vivem imersos em uma cultura infinitesimal".

Já ouvi pessoas falando que este questionamento que fiz aos alunos é ultrapassado, que está fora de época. Para Cauchy (1789-1857) e Weierstrass (1815-1897), responsáveis, respectivamente, pela introdução da simbologia do limite e seu rigor epsilôntico, esta questão poderia ser inconveniente, não sendo mais algo que incomodava. Atualmente, porém, na minha opinião, esta situação muda. Escutar a resposta de um aluno a respeito desta questão, e, mais importante, como vimos, escutar sua justificação para a resposta dada, é fundamental para tentarmos interpretar o que está dizendo. Esta resposta pode indicar ao professor a preferência do aluno em relação ao caminho a ser seguido no curso de Cálculo. Atualmente, mais precisamente a partir de meados dos anos 60, é possível escolher a maneira pela qual os conceitos de Cálculo são tratados. Abraham Robinson (1918-1974), na década de 60, criou a Análise Não-Standard, baseada nos números hiper-reais e onde 0,9... < 0,99... < 1, sendo infinitesimal a diferença entre estes números. Existe, portanto, uma teoria, matematicamente rigorosa, que abraça as primeiras concepções infinitesimais dos alunos. É possível, assim, responder à última aluna: "*A Matemática aceita as duas respostas. Escolha a que você mais gosta.*"

<u>Uma pesquisa sobre Cálculo Infinitesimal</u>

A pesquisa que estou desenvolvendo no Programa de Pós-Graduação da UNESP, Rio Claro, a nível de mestrado, tem como objetivo saber como alguns alunos de Cálculo I lidam com as concepções infinitesimais no trabalho com conceitos desta disciplina, segundo a abordagem infinitesimal. O motivo da escolha deste tema veio do contato contínuo com o Cálculo durante minha graduação na Universidade Federal do Rio Grande do Sul, principalmente na atividade de monitoria desta disciplina, e da inquietação em saber como trabalhá-la segundo esta abordagem.

A dissertação está sendo desenvolvida no Grupo de Pesquisa-Ação da Unesp de Rio Claro (GPA-RC) que tem como linha de pesquisa a análise dos condicionantes da sala de aula e intervenção pedagógica. No 1° semestre de 2001, participei do subgrupo *Cálculo Infinitesimal*, onde agi como expositora do tema Análise Infinitesimal, que abrange a construção do conjunto numérico dos hiper-reais, que é um corpo ordenado não-arquimediano que contém os reais, além de mônadas (números infinitamente próximos dos números reais) e elementos infinitos e infinitesimais. A exposição era intercalada com perguntas dos demais participantes do subgrupo, na tentativa de explicitar o assunto trabalhado e clarear as minhas idéias. A bibliografia principal era o capítulo *A Set of Hyperreals* de Lindstrom (1988).

Seguindo o objetivo da minha pesquisa, quatro alunos foram selecionados para formar um grupo que participaria de encontros de Cálculo Infinitesimal. Os alunos eram da disciplina de Cálculo I, do curso de Física, ministrada pela Profa. Dra. Miriam Godoy Penteado, do departamento de Matemática da UNESP, que vem colaborando muito com esta pesquisa. A escolha do curso de Física se deu por saber que esta área e, em especial, a Mecânica do Contínuo, estão baseadas em concepções infinitesimais (Baldino, 1995), e pela oportunidade de trabalhar com a Profa. Miriam, que estaria ministrando a disciplina para este curso. Os encontros aconteceram no horário da aula regular. O motivo foi a possibilidade de não encontrar um horário comum entre os participantes. Esta dificuldade foi sentida no decorrer do estudo piloto desta pesquisa. As atividades faziam parte da nota destes alunos. Este critério foi discutido com o grupo de pesquisa e com a professora responsável pela disciplina. Todas as atividades de pesquisa ocorreram com o aval da instituição. Os encontros fizeram parte do programa do curso para estes alunos. Como exemplo, uma das questões de uma prova possibilitava aos 4 alunos responderem segundo a abordagem infinitesimal, e uma apresentação, a respeito do assunto trabalhado nos encontros, foi feita por estes alunos ao restante da turma e professora. Além da bonificação, os alunos receberam auxílio em dúvidas a respeito do assunto trabalhado nas aulas regulares.

Desenvolvi nos encontros com os alunos, uma prática de ensino sobre Cálculo Infinitesimal. Esta prática foi caracterizada por um trabalho onde introduzi alguns conceitos da área, e resolvi, juntamente com os alunos, demonstrações e exercícios. Questões eram lançadas com o objetivo dos alunos discutirem e emitirem sua opinião. Procurava perceber dúvidas e idéias que eles tinham sobre os tópicos trabalhados. Observei o tipo de relação que faziam entre as duas formas de se abordar o curso de Cálculo. As comparações vinham à tona, pois os alunos estavam em contato com as duas abordagens, uma na aula regular e outra nos encontros. Esta foi a dinâmica de trabalho. Vou me restringir, neste artigo, a analisar as concepções infinitesimais destes alunos que surgiram no 1° encontro.

Tendo como foco de atenção as concepções infinitesimais, três momentos iniciais deste encontro foram importantes, a saber: as idéias que tinham de infinitésimo, as respostas para *0,9... ___ 1* e suas interpretações para uma dada definição de infinitésimo. Minha intenção era tentar partir daí para desenvolver os conceitos de Cálculo segundo esta abordagem.

No primeiro momento, os alunos tentaram responder às seguintes perguntas: *"Vocês já ouviram falar em infinitésimo? Vocês lembram de alguma palavra, frase ou figura que esteja relacionada com infinitésimo?"* Perante isto, os alunos apresentaram as seguintes idéias: *"Ouvi infinitesimal relacionado a pontos muito pequenos."*, *"Pontos desprezíveis"*, *"Pontos infinitamente pequenos"*, *"Já ouvi infinitésimo relacionado a dízimas. Na dízima sempre colocamos mais um número, até no infinito."* e *"Fractal, no sentido de pontos muito pequenos, que podem ser desprezíveis em alguns cálculos. Infinitésimo é uma coisa que tende ao unidimensional. Ele vai diminuindo tanto que perde a dimensão. Você pode desprezar dependendo do seu ponto de vista, dependendo de onde você está olhando."*

A noção de infinitésimo apareceu na história sob diversas perspectivas até chegar na atual, como um número hiper-real. Algumas destas versões encontram-se nas falas dos alunos, mostrando uma ligação entre as concepções espontâneas de infinitésimo que os alunos trazem hoje, e as que apareceram ao longo do desenvolvimento da Matemática. As expressões "muito pequeno" e "infinitamente pequeno" são as que geralmente os alunos apresentam. Outra concepção utilizada é dizer que o infinitésimo tende a zero. Um aluno, no estudo piloto desta pesquisa, afirmou: "infinitésimo é algo *muito pequeno, algo tão pequeno que não se pode nem imaginar, tende a zero de tão pequeno que é*". Cauchy, ao definir infinitésimo, também utilizou esta idéia de convergir ao limite zero (Boyer, 1959). Com os alunos da pesquisa, esta concepção, representada pela expressão *tende a*, apareceu em associação a fractais: *"infinitésimo é uma coisa que tende ao unidimensional"*.

A idéia de o infinitésimo ser desprezível foi uma concepção espontânea enfatizada. Nos encontros seguintes, trabalhamos com o cálculo de algumas derivadas. No contexto infinitesimal, a derivada é definida como parte real de um desenvolvimento hiper-real, sendo necessário, no final do processo do cálculo, a retirada da parte infinitesimal. Assim é feito por definição. (Para maior detalhes, ver Baldino & Cabral, 2000). Como justificação para esta retirada, um dos alunos, que caracterizou o infinitésimo como sendo desprezível, afirmou: *"Porque ela é tão pequena, que posso desprezá-la"*. A justificação pela definição não foi utilizada, mas sim a concepção espontânea. Mesmo, depois de termos conversado sobre isto, alguns alunos, na apresentação aos colegas, afirmaram que no cálculo de derivadas, a retirada dos infinitésimos não vai influenciar tanto o resultado, pois são infinitamente pequenos. Em seguida, acrescentaram a justificação pela definição. Outro aluno ajudou dizendo que nos reais os infinitésimos não existem. Cornu (1983) afirma que a definição matemática não substitui tudo o que existia antes, todas as concepções espontâneas. No discurso dos alunos, as concepções espontâneas infinitesimais apareceram misturadas com os conhecimentos da matemática formal. Elas não deixaram de funcionar depois do ensino formal.

A relação entre dízimas e infinitésimos é bastante interessante. Conversei mais com a aluna que fez esta relação para tentar interpretar sua fala. Ela lembrou da forma que uma dízima é representada, ou seja, números sempre se repetindo periodicamente ou não. Esse processo de sempre se colocar um número é infinito, nunca se acaba. A palavra *infinitésimo* é parecida com

infinito. Daí, a associação entre dízima e infinitésimo. Esta semelhança entre as palavras fez com que um aluno, de um dos subgrupos do GPA, pensasse que infinitésimo era algo grande. Isso não ocorreu com a aluna em questão. Mesmo associando estas palavras, ela tinha a idéia de infinitésimo como sendo algo pequeno.

O segundo momento foi identificado pela questão *0,9... ___ 1*. As primeiras respostas, em ordem, foram: *"São bem próximos"*, *"Mas é um pouquinho menor, por menor que seja* [a diferença entre eles], *por mais próximo que eles sejam, o 1 é maior que ele* [0,9...]", *"Se você for arredondar, nos cálculos, se for olhar só para as reticências, você diz que é 1."* Perguntei à aluna que respondeu esta última frase, se não arredondássemos, se tivéssemos apenas esses dois números na nossa frente o que ela responderia. Ela, imediatamente, disse: *"Aí, eu diria que o 1 é maior que o 0,9..."*. Perguntei aos alunos que opinaram "são bem próximos" sobre a resposta da colega e um deles disse: *"É aproximadamente igual a 1"*. Continuei perguntando: *"Aproximadamente igual significa igual?"* Todos responderam que não. Um aluno acrescentou: *"Dependendo de onde for usar, dá para considerar que é igual, mas na verdade não é"*. Perguntei a ele quando se considera que é igual. Ele respondeu: *"Num arredondamento, numa medida"*. Outra aluna ajudou: *"É, você coloca 1 para poder facilitar o entendimento"*.

Na experiência de 2000, relatada anteriormente, com esta mesma questão, não voltei a conversar com alguns alunos a respeito das suas justificações. Com o diálogo realizado com os 4 alunos, ficou mais fácil interpretar o que eles dizem. Tive a oportunidade de perguntar sobre o mesmo significado das expressões "arredondar" e "aproximar", e "ser igual". Os alunos afirmaram serem diferentes. A questão prática dos cálculos também foi mencionada, podendo justificar a igualdade, mas no contexto formal da matemática, ficou evidenciada a escolha por 0,9... < 1.

Com estes dois momentos, o contexto infinitesimal estava sendo instituído. Até aí, haviam sido evidenciadas as concepções espontâneas dos alunos, que faziam parte da imagem conceitual de infinitésimo. Resgatei algumas destas idéias e introduzi mais uma: "Infinitésimo é um número. Um número infinitamente próximo de zero". Falei brevemente sobre o conjunto dos números hiper-reais, bem como seus elementos. Logo após, apresentei a definição conceitual formal (Tall & Vinner, 1981) de infinitésimo. Estes autores consideram o termo *definição conceitual* uma série de palavras usadas para especificar o conceito. Ela pode ser *pessoal*, quando é uma reconstrução, feita pelo estudante, de uma definição dada, ou *formal*, que é a definição de um conceito aceita pela comunidade matemática.

A definição dada foi a seguinte: "Infinitésimo é um número menor que qualquer número real positivo". Estava interessada em saber a compreensão que os alunos tinham desta frase. As respostas começariam a constituir a definição conceitual de infinitésimo, alargando a imagem conceitual. As concepções espontâneas seriam influenciadas por esta afirmação, dando origem às concepções próprias infinitesimais. Primeiramente, os alunos começaram a procurar por exemplos. Não encontraram, pois procuraram por números reais menores que qualquer real positivo: *"Se a gente imagina um número bem pequeno, 0,0000...1, sempre dá para colocar um número, com uma casa decimal a mais* [um zero a mais antes do 1] *que ele vai ser menor ainda"*. Não pensaram no zero: *"Ele pode chegar bem mais perto de zero, mas não é o zero. Então ainda dá para se dizer que tem números menores"*. Quando pedi para que substituíssem infinitésimo por zero, na frase dada, eles concordaram que zero era um exemplo de infinitésimo. Um aluno não compreendeu: *"Se ele* [infinitésimo] *é positivo, então ele é maior que zero, não é igual a zero. Então eu acho que ele* [zero] *não entraria nessa classificação"*. Neste momento, mais uma concepção era apresentada: infinitésimo é positivo. É algo muito pequeno, mas positivo. Parece ser natural pensar assim. Eu mesma quando apresentei a definição, o fiz de modo a ser possível o número –2, por exemplo, ser um infinitésimo. Teria sido mais correto falar em módulo: " ... número cujo módulo é menor ...".

O trabalho com a abordagem infinitesimal foi desenvolvido por mais 5 encontros, sendo o último a apresentação do que havia sido estudado para o restante da classe e professora. A análise dos dados seguirá na direção de interpretar que concepções foram construídas, dificuldades com esta abordagem e relações estabelecidas com o contexto de limite. As concepções infinitesimais dos alunos foram legitimadas e eles fizerem distinções entre as duas abordagens. Parece que isto propiciou um melhor enfrentamento do obstáculo infinitesimal.

Bibliografia:

BACHELARD, G. *Epistemologia. (Trechos Escolhidos).* Rio de Janeiro: Zahar Editores, 1983.

BALDINO, R. R. Cálculo Infinitesimal: passado ou futuro?. *Temas e Debates,* Blumenau, v.8, n.6, p.5-21, 1995.

BALDINO, R. R. Infinitésimos: quem ri por último?. *Boletim GEPEM,* n.36, p.69-82, 2000.

BALDINO, R. R., CABRAL, T. C. B. Concepções infinitesimais na matemática. Série "Relatórios Internos", n° 56/00, agosto, 2000. Departamento de Matemática, IGCE, UNESP, Rio Claro, SP.

BOYER, C. B. *The History of the Claculus and its Conceptual Development*: The Concept of the Calculus. New York: Dover, 1959. 346p.

CORNU, B. *Aprentissage de la notion de limite: conceptions et obstacles.* Tese (Doctorate de Toisieme Cycle de Mathèmatiques Pure) – Universite Scientifique et Medicale de Grenoble, Grenole, 1983. Tradução feita por Luisa Ribeiro Baldino e Tânia Cristina Baptista Cabral.

LINDSTROM, T. An invitation to nonstandard analysis. In *Nonstandard Analysis and its Applications* p. 1-105, (N. Cutland Ed.). London Mathematical Society, Student Texts n. 10. Cambridge: Cambridge University Press, 1988.

MILANI, R. Revivendo o Cálculo Infinitesimal com o auxílio da tecnologia. In: ENCONTRO GAÚCHO DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 7., 2001, Santa Cruz do Sul, RS. *Anais...* Santa Cruz do Sul: UNISC, 2001. p.57-8.

SIERPINSKA, A. Obstacles epistemologiques relatifs a la notion de limite. *Recherches en Didactique des Mathématiques,* v.6, n.1, p.5-67, 1985.

SIERPINSKA, A. Humanities students and epistemological obstacles related to limits. *Educational Studies in Mathematics,* 18, p.371-97, 1987.

TALL, D. O. Intuitive infinitesimals in the calculus. In: INTERNATIONAL CONGRESS ON MATHEMATICAL EDUCATION, 4., 1980, Berkeley. *Proceedings...* Berkeley: 1980, p.170-6.

TALL, D. O., VINNER, S. Concept image and concept definition in mathematics with particular reference to limits and continuity. *Educational Studies in Mathematics,* n.12, p.151-69, 1981.

TALL, D. O., SCHWARZENBERGER, R. L. E. Conflicts in the learning of real numbers and limits. *Mathematics Teaching,* n.82, p.44-9, 1978.

A EVOLUÇÃO DO EXAME DE ADMISSÃO DE MATEMÁTICA DO COLÉGIO PEDRO II NO SÉCULO XX

Rita de Cássia Gomes Machado

Mestranda em Educação Matemática - PUC-SP

Sob orientação do Prof. Dr. Wagner Rodrigues Valente

Introdução

A escrita da história das disciplinas escolares colocou desde logo a necessidade de promover fontes privilegiadas de pesquisa os livros didáticos, os diários de classe de professores, os cadernos, as provas, os exames e exercícios propostos aos alunos etc. Enfim, toda uma documentação que compõe, de modo geral, os arquivos escolares e que passa a ter grande importância para o desvelamento da trajetória dos saberes efetivamente presentes no cotidiano escolar num determinado período.

Segundo Chervel: "Os trabalhos dos próprios alunos são evidentemente a fonte primária. O conjunto da produção escrita realizada pelos alunos desde há quatro séculos se eleva a cifras imensuráveis". Mas onde estão estas fontes primárias? Estas fontes são difíceis de serem encontradas, pois além de requererem todo um cuidado para a conservação, muita daqueles que as possuem, não percebem que estas fontes fazem parte da história, deixando que a mesma se deteriore.

Chervel ainda afirma: "Que a documentação primária deverá ceder lugar à documentação secundária, aquela dos relatórios de inspeção ou de bancas de exame, das sínteses, dos prefácios de manuais, dor artigos de imprensa ou da literatura especializada".

Desta forma, quando se tem acesso a fontes primárias como as provas dos alunos, pode-se fazer um cruzamento desses materiais com a documentação tradicionalmente utilizada, como, por exemplo, à legislação de ensino, resultando num estudo mais aprofundado sobre o que historicamente ocorreu no processo de ensino-aprendizagem.

Este texto busca analisar a trajetória dos exames de admissão de matemática no século XX, ou seja, como era e como é a admissão num dos colégios mais importantes do ponto de vista histórico, o Colégio Pedro II situado no Rio de Janeiro.

O exame de admissão

Em 1930, quando Getúlio Vargas assume a Presidência da República, uma de suas preocupações era a de se ter no Brasil, uma Educação Nacional, ou seja, haveria um Currículo Nacional para que todos os Estados seguissem. Com a Reforma "Francisco Campos", pelo Decreto nº 21241, 4 de abril de 1932, foi à primeira tentativa de estruturação de todo o curso secundário nacional e de introduzir nele os princípios modernizadores da educação, entre outras considerações, deu aos exames de admissão um caráter nacional. (Miorin, 1998, pg.92-93).

No que se refere aos exames de admissão, o art. 18 do Decreto nº 19.890 descrevia: "*o candidato à matrícula na 1ª série de estabelecimento de ensino secundário prestará exame de admissão na segunda quinzena de fevereiro*". E no art. 22 do mesmo Decreto "*o exame de admissão constará Provas escritas, uma de Português (redação e ditado) e outra de Aritmética (cálculo elementar), e de provas orais sobre elementos dessas disciplinas e mais sobre rudimentos de Geografia, História do Brasil e Ciências Naturais*". (Bicudo, 1942, pg.12).

O decreto-lei nº 1750, 8 de novembro de 1939, no art. 6, acrescenta mais uma data para a realização dos exames além de fevereiro, haverá também em dezembro. A circular nº 13, 3 de dezembro de 1940, altera as instruções e programas para os exames de admissão dos estabelecimentos de ensino secundário, levantando os seguintes pontos: "*Aos EXAMES ESCRITOS, de caráter eliminatório, deve ser dada a maior importância, pois são de fato os que* *permitem aferição mais exata das condições reais do candidato ao curso secundário*". (Bicudo, 1942, pg.142).

Quanto aos exames escritos de Matemática, a circular descrevia o seguinte: "*A prova escrita de MATEMÁTICA, visa, de modo especial, apurar o domínio das operações fundamentais e o desempenho no cálculo. Os problemas e exercícios propostos devem, portanto, verificar, realmente estes dois pontos, evitando-se os de exposição intrincada e fácil resolução, como são geralmente os chamados" quebra-cabeças* "'. (Bicudo, 1942, pg.143).

Os exames de admissão ao longo de sua existência foram se modificando, tanto quanto o número de questões (na década de 30 eram 3 questões, na de 40 eram 5 questões e a partir de 50 eram 10 questões), quanto ao número de professores que corrigiam as provas etc.

Os exames de admissão, como já foi dito acima, tornaram-se de caráter nacional com a Reforma Francisco Campos e foi extinto com a LDB 5692/71. Porém, alguns colégios como o Colégio Pedro II, desde a sua fundação, o aluno precisava se submeter a um exame denominado de admissão para o ingresso. Mesmo sendo extinto o exame de admissão, este colégio continuou usando destes exames para a selecionar os alunos.

Sobre os exames de admissão ao Colégio Pedro II

O Colégio Pedro II foi inaugurado em 1838, sendo a primeira escola secundária pública da cidade do Rio de Janeiro e considerada como padrão nacional. Foi à primeira vez que apareceu um plano gradual e integral de estudos para o ensino secundário, onde os alunos eram promovidos por séries, obtendo no final do curso, um título de bacharel em Letras, tendo o ingresso na escola superior sem prestar exame. (Miorin, 1998, pg.87).

O Colégio Pedro II apesar de ser um estabelecimento oficial era pago, havia bolsas de estudos para os alunos mais pobres, porém deve-se salientar que até 1930, o ensino secundário era uma escola para a elite.(Nagle, 1974, pg. 101-102).

Todo o aluno para ingressar no colégio, fazia-se necessário realizar um exame. Como já foi dito, encontrar fontes primárias não é tão fácil como pode se achar. Numa das pesquisas no arquivo morto do Pedro II, foi possível encontrar um exame de admissão de 1887. Este exame foi o mais antigo que tive acesso, a prova constava de um ditado e uma operação de divisão.

A operação dada para o aluno resolver foi: 7 324 444 007 : 524, este aluno realizou a prova real desta operação para verificar se havia acertado, mesmo não havendo sido mencionado no enunciado. A avaliação dada pelo professor que a corrigiu foi: Conta – Boa.

Os exames de admissão de matemática da década de 20 e 30 eram compostos de três questões, na década de 40 continham cinco questões, a partir da década de 50, havia 10 questões, porém não foi encontrado nos arquivos, nenhum exame da década de 60.

A seguir, mostrarei algumas questões de alguns conteúdos encontrada nestas décadas, para que se possa ter uma noção de como eram elaboradas as questões dos exames de admissão e qual o seu grau de dificuldade:

a) Expressões numéricas:

$$\frac{\frac{1}{2}\times\left(3\frac{1}{4}+1\frac{3}{4}\right)}{\frac{4}{15}}$$

08/03/1929

b) Critérios de divisibilidade:

Escrever dois números de três algarismos, que sejam divisíveis ao mesmo tempo por 5 e por 9.
18/02/1932

c) Noções do sistema métrico decimal e problemas. Sistema monetário:

Uma caixa d'água de 1,4 m de largura, 1,5 m de comprimento e 80 cm de altura, está cheia até os $\frac{3}{4}$ *da altura. Quantos litros há na caixa?*

20/02/1933

d) Números.Algarismos arábicos e romanos:

Escrever em algarismos romanos o número três milhões, quarenta e três mil e oitocentos e trinta e nove.
07/02/1949

e) Operações fundamentais sobre números inteiros. Prova real e prova dos nove:

Numa divisão o quociente é 43 e o resto, que é o maior possível, é 28. Calcular o dividendo.
02/1935

f) Número primo. Decomposição em números primos:

Decompor 2187900 em fatores primos.
18/02/1944

g) Máximo divisor comum:

Determinar o mdc de 84 e 96 pelo processo das divisões sucessivas.
02/1936

h) Mínimo múltiplo comum:

Achar o mmc de 70 e 84.
23/02/1938

i) Simplificação de frações e redução ao mesmo denominador:

Reduzir ao mínimo denominador comum: $\frac{5}{12},\frac{7}{20},\frac{11}{36}$.

21/02/1936

Já o ingresso ao Colégio Pedro II no final do século XX, mais precisamente do ano de 1999, é muito diferente em relação às questões apresentadas acima.

A prova continua com dez questões, onde estas envolvem raciocínio e lógica, e não apenas verifica uma série de conteúdos no qual o aluno deveria adquirir nas quatro séries iniciais. O conteúdo contido nos problemas, procura na maior parte da prova, levantar questões que envolvem a realidade presente na vida do aluno além de problemas de lógica. Mostrarei a seguir, três das questões apresentadas nesta prova.

10 QUESTÃO) O Colégio Pedro II é conhecido, entre outras coisas, por sua famosa "tabuada", que seus alunos se orgulham em cantar.

Três vezes nove, vinte e sete
Três vezes sete, vinte e um
Menos doze, ficam nove
Menos oito, fica um.
Zum, zum, zum,
Paratibum.
Pedro II !!!

Vejamos se você é bom de tabuada e consegue "matar" essa charada.
Na conta de multiplicar abaixo, alguns algarismos foram trocadas por letras.
- *Letras iguais representam o mesmo algarismo.*
- *Letras diferentes representam algarismos diferentes.*

Descubra o algarismo correspondente a cada uma das letras, justificando sua resposta.

	C	*P*	*2*
	X	*R*	*J*
R	*2*	*P*	*T*
C	*P*	*2*	
5	*2*	*2*	*T*

3 Questão) Meu professor de Educação Física enfrentou um verdadeiro problema de Matemática na hora de organizar as Olimpíadas da escola.
Primeiro, ele tentou dividir igualmente os meninos da 5ª série para formar equipes de vôlei, com 6 (seis) jogadores em cada equipe. Só que sobraram 2 (dois) meninos. Depois, ele resolveu formar times de futebol – com 11 (onze) jogadores, claro. Aí, deu tudo certo: nenhum menino ficou sem time.

Lendo com atenção tudo o que lhe contei, responda a estas perguntas:

a) O total de meninos da 5ª série da minha escola pode ser igual a 66 (sessenta e seis)? Por que?
b) Vou dar uma informação: há menos de 100 (cem) meninos na 5ª série da minha escola. Descubra quantos meninos há na 5ª série da minha escola e lembre-se de justificar sua resposta.

4 Questão) Carolina gosta de montar figuras usando palitos de fósforo. Certa vez, brincando com seu pai, ele lhe propôs o seguinte desafio:

- Carolina, quantos palitos de fósforo tem cada uma dessas figuras?

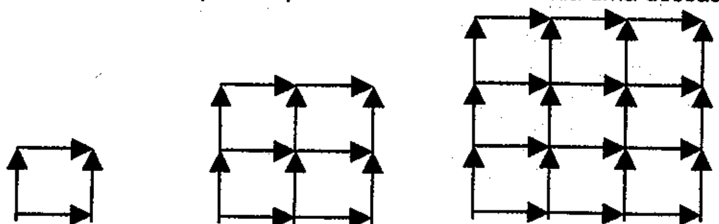


Figura 1 Figura 2 Figura 3

Ela contou, com facilidade, os palitos da Figura 1 e também da Figura 2, mas se atrapalhou um pouco para contar os palitos da Figura 3.

a) Ajude Carolina a dar a resposta para seu pai, completando abaixo:

Figura	Números de palitos de fósforos
1	4
2	12
3	______

b) O pai de Carolina continuou a montar figuras usando essa mesma regra. Agora, desenhe as duas próximas figuras (4 e 5), mostrando que você entendeu a regra usada pelo pai de Carolina.

c) Você notou que as figuras estão numeradas. Qual é o número da figura que precisa de 112 (cento e doze) palitos de fósforo para ser construída? Sugestão: Para ajudar a pensar, faça um desenho.

d) Uma caixa de fósforos pequena tem 40 (quarenta) palitos. Para construir a Figura 13, você precisaria de 364 (trezentos e sessenta e quatro) palitos de fósforo. Quantas caixas de fósforos pequenas você teria que ter para fazer essa figura? (Desenvolvimento obrigatório)

Pode-se observar que as questões acima, além de envolverem raciocínio lógico, englobam outros conhecimentos como critério de divisibilidade, cálculo das quatro operações. Nesta prova, há também uma questão de estatística, envolvendo leitura de um gráfico de barras e problemas envolvendo o sistema monetário.

Considerações finais

Pode-se observar que no Colégio Pedro II, os exames de admissão têm um caráter mais seletivo, pois as vagas eram e são bastante concorridas. Isto é explicável, pois desde a sua fundação em 1838, havia um exame para avaliar o aluno, e mesmo extinto o exame de admissão em 1970, este colégio seleciona seus alunos por meio destes exames.

O exame de admissão mudou suas características, até 1900, era necessário que o aluno soubesse escrever e fazer contas, no período em que os exames de admissão tinham um caráter nacional, havia muitos conteúdos nas provas, e poucos problemas de raciocínio, já na prova de 1999, a prova leva em consideração o raciocínio lógico e problemas que procuram fazer parte da realidade do aluno.

Bibliografia

BICUCO, J. C. *O ensino secundário no Brasil e sua atual legislação (de 1931 a 1941)*. São Paulo. [s.n]. 1942.

CHERVEL, A. *História das disciplinas escolares – reflexões sobre um campo de pesquisa*. In Teoria & Educação n° 2. Porto Alegre. Pannonica. 1990.

MIORIN, M. A. *Introdução à história da educação matemática*. São Paulo. Atual. 1998.

NAGLE, J. *Educação e sociedade na Primeira República*. EPU/MEC. São Paulo. 1974.

Roberta D'Angela Menduni
Orientadora Prof [a] Dr [a] Circe Mary Silva da Silva Dynnikov
Universidade Federal do Espírito Santo
Hellen Castro Almeida Leite
Orientadora Prof[a] Dr [a] Lígia Arantes Sad
Orientadora Prof [a] Dr [a] Circe Mary Silva da Silva Dynnikov
Universidade Federal do Espírito Santo

Introdução

Parte-se do princípio que a compreensão histórica da Educação Matemática constitui um elemento fundamental para o desenvolvimento de estudos e pesquisas sobre o tema, uma vez que possibilita aos professores de matemática uma reflexão sobre a sua prática pedagógica e sobre a escolha de conteúdos e procedimentos metodológicos adotados.

Com este objetivo, buscamos analisar historicamente o ensino de matemática desde a década de 60 (quando se iniciou o Movimento da Matemática Moderna - MMM) até os dias de hoje.

Após 30 anos do surgimento do MMM, percebe-se que os problemas relativos ao ensino-aprendizagem de matemática ainda encontram-se presentes nos livros didáticos e na sala de aula, apesar do implemento do MMM.

Abordaremos desde as discussões, implementações, mudanças curriculares e críticas ao Movimento da Matemática Moderna, tanto mundial como nacionalmente, destacando ainda algumas tendências dos dias atuais.

Segundo Lopes; em 1950, Jean Dieudonné, Lucienne Felix, Gustave Choquet e Jean Piaget, já formavam um grupo significativo, surgindo, em 1962, a 1ª Comissão Internacional para Estudos e Aperfeiçoamento do Ensino de Matemática (CIAEM).

Em 1957, é lançado pelos russos o foguete *Sputinik*, fato este que causa grande impacto na comunidade em geral. Países como os Estados Unidos, França, Inglaterra e outros, diante de tamanha demonstração de tecnologia, preocuparam-se com a modernização industrial, econômica e com a falha na formação de profissionais capacitados considerando as escolas culpadas pela falta de qualificação de engenheiros e cientistas. Surgindo, então, o desafio de como melhor torná-los mais competitivos diante da demonstração russa.

Vários matemáticos e cientistas, reuniram-se para discutir qual seria a nova proposta educacional, para estruturar as disciplinas escolares. A preocupação "era a de se ter uma matemática útil para a técnica, para a ciência e para a economia moderna", (Pires, 2000, p.11).

Um grupo de jovens matemáticos franceses, cujo pseudônimo coletivo foi "Bourbaki", propuseram-se a trabalhar a Teoria dos Conjuntos, a Álgebra Moderna e a Análise Matemática e influenciou as idéias matemáticas do mundo todo.

A Matemática Moderna

O currículo da matemática tradicional baseado na memorização, conceitos e regras, não dava importância a compreensão, havia concentração exagerada nos exercícios sem relação com o cotidiano. O professor era o centro do saber, os alunos estavam sem motivação e os livros didáticos não tinham nenhum atrativo para eles.

A abordagem clássica não satisfazia às necessidades da matemática no mundo moderno. Por essas razões, se propôs reformular os currículos de matemática. Dessa forma estava-se dando início ao Movimento da Matemática Moderna, que se caracterizava pela preocupação com o rigor da linguagem e símbolos matemáticos tais como: $\subset$ (contido) , $\not\subset$ (não está contido), $\in$ (pertence), $\notin$ (não pertence), etc.; definição das propriedades dos conjuntos e pela

despreocupação da utilização dos conhecimentos matemáticos na prática do aluno. Os alunos deveriam aprender a justificar e não a compreender os conteúdos.

Desejava-se a modernização dos programas tradicionais e da linguagem matemática usando os conceitos de conjuntos e de suas propriedades tais como: a associativa e a comutativa. A teoria dos conjuntos, que nasceu com os trabalhos do matemático alemão George Cantor, permitia "contar" conjuntos infinitos e fazer distinções entre eles, foi apontada como uma ligação entre áreas distintas da matemática e deveria ser ensinada nas escolas já que se poderia oferecer uma estrutura comum para todo o conteúdo da disciplina, organizando o currículo da matemática.

), publicaram vários textos sobre essa nova matemática. Além disso, o próprio nome tradicional já traz consigo o estigma de obsoleto. Enquanto que a denominação "moderno", caracteriza o novo, o atualizado. Sem falar nas ameaças ligeiramente veladas. Os testes para a admissão à faculdade conteriam questões de tópicos da matemática moderna. Como as escolas, os próprios estudantes, e os professores estavam interessados na aprovação nesses exames, estes "sentiram-se obrigados a aprender o que os novos currículos continham e obrigados também a ensinar esses tópicos." (Kline, 1976, p.168).

Parece-nos equivalente ao que acontece hoje com a "sugestão" dos PCN's e a sua explícita utilização no ENEM e no Provão. Neste último, havia inclusive uma questão discursiva perguntando explicitamente sobre os PCN's.

Contribuíram ainda os estudos psicológicos de Piaget, aqui citados por Sztajn et al (2000, p.42). Além da teoria dos conjuntos, enfatizou-se também o ensino de Sistemas de numeração com bases diferentes de 10, álgebra Booleana e matrizes, entre outros.

De acordo com Kline (1976), os principais fatores para a aceitação do novo currículo nos EUA foram: o currículo tradicional apresentava várias deficiências, o que deixava as pessoas receptivas a quaisquer novidades; foi assegurado que matemáticos, professores de educação e de escolas secundárias haviam colaborado e concordado. Os grupos de currículos foram organizados e bem financiados e consequentemente muito divulgados. Os editores (tendo um grande interesse particular

Acreditamos que existe, como função do desenvolvimento da inteligência como um todo, uma construção espontânea e gradual de estruturas lógico-matemáticas elementares, e que estas estruturas "naturais" (natural no sentido em que usamos a expressão números naturais) estão muito mais próximas àquelas usadas pela matemática moderna do que àquelas usadas na matemática tradicional.

É como se a Matemática Moderna fosse concebida "como filha de Bourbaki e de Piaget. De Bourbaki herdava o formalismo e a idéia de estrutura e de Piaget os reformadores retinham as diretrizes de uma pedagogia ativa e as discussões sobre as estruturas de pensamento", (Pires, 2000, p. 24).

O Movimento no Brasil

Debaixo do autoritarismo militar, modelos econômicos e educacionais foram copiados acriticamente, levando eminentes educadores nacionais ao equívoco de apoiarem irrestritamente o planejamento da educação brasileira por técnicos estrangeiros, de que resultou a importação e implantação de modelos educacionais alienígenos dispendiosos. (Coutinho, 1993, p.97/98)

Como o sistema educacional brasileiro estava em crise, o MEC entregou a sua reorganização aos técnicos da AID, através da assinatura de convênios entre os anos de 1964 e 1968. Segundo Romanelli, a estratégia adotada foi o treinamento docente e de técnicos, o aparelhamento nas escolas e a reorganização do currículo que tinha como meta **adequar a educação às necessidades do desenvolvimento**. Um exemplo disso é o movimento de implantação da matemática moderna que ocorre no Brasil na década de 60 até os meados dos anos 80 cujo objetivo era melhorar a qualidade do ensino da matemática e dar suporte ao desenvolvimento industrial, científico e tecnológico que eram necessários à modernização do Brasil.

O Instituto Brasileiro de Educação, Ciência e Cultura (IBECC) em parceria com a Organização de Estados Americanos (OEA), envia professores de ensino secundário para treinamento nos Estados Unidos, onde a reforma curricular referente ao Movimento da Matemática Moderna estava sendo implantada.

Com isso, surgem no Brasil alguns congressos nacionais para se discutir o ensino da matemática. O primeiro, em 1955, em Salvador. Dois anos depois, em Porto Alegre, foi realizado o segundo. O terceiro congresso nacional aconteceu em 1959 no Rio de Janeiro e o quarto foi realizado em Belém em 1962, onde foi discutido com objetividade a introdução da Matemática Moderna no ensino secundário. O GEEM - Grupo de Estudos do Ensino da Matemática - já apresenta exemplos de trabalho com a matemática moderna. O quinto congresso realizado em 1966, em São Paulo, organizado pelo próprio GEEM, foi dirigido à matemática moderna e ao ensino; aconteceram aulas com demonstração de experiências, exibição de filmes sobre temas relacionados ao ensino de 1° e 2° graus e exposição de material didático. Pela 1ª vez houve a participação de professores estrangeiros (Miorim, 1998).

Além desses congressos começam a se formar grupos de estudos como o GEEM em São Paulo, 1961; GEEMPA – Grupo de Estudos do Ensino da Matemática de Porto Alegre – no Rio Grande do Sul, 1970; GEMEG – Grupo de Estudos de Matemática do Estado da Guanabara – no Rio de Janeiro em 1970 e o GEPEM – Grupo de Estudo e Pesquisa do Ensino da Matemática – também no Rio, porém em 1976.

O GEEM tinha como responsável o professor Osvaldo Sangiorgi, considerado pai da matemática moderna no Brasil, que depois de participar de um dos seminários nos Estados Unidos, teve a iniciativa de realizar cursos de aperfeiçoamento para professores, cujo objetivo era introduzir a matemática moderna no ensino. Trabalhou no GEEM durante 15 anos com cursos de formação para os professores de matemática. Depois desse período o GEEM foi desativado, uma vez que já tinha cumprido com seu papel, que era de implantar a Matemática Moderna no Brasil.

O GEPEM "vem procurando manter-se fiel aos seus objetivos primeiros, da época de sua fundação, sem descuidar de permanentemente se atualizar" (Lopes,2000, p.1).

Críticas ao Movimento

Como já sabemos a Matemática Moderna se inseriu em nosso meio acadêmico e escolar, apesar disso críticas se fizeram presentes tanto nos EUA, como aqui.

Kline (1976), em relação à teoria dos conjuntos, a considera sofisticada e importante para a matemática, mas que na matemática elementar não exerce papel algum. Para ele ensinar interseção, união, pertence, não pertence, conjunto vazio, unitário ou infinito é uma grande perda de tempo. Combatia também a despreocupação com a utilidade dos conhecimentos matemáticos com nossa prática. Exemplificando, ele nos conta que uma professora ensinava aos seus alunos que 5 + 3 = 3 + 5 por causa da propriedade comutativa. Então um dos pais, interessado em saber como está se saindo o filho pergunta: - " filho quanto é 3 + 5?" O filho repete o aprendido: " 3 + 5 = 5 + 3 pela propriedade comutativa". O pai sem entender pergunta novamente: " Quanto dá 3 maçãs + 5 maçãs?" e filho responde: "não importa se é maçã, livro ou pêra: 5 + 3 = 3 + 5 em qualquer um dos casos". Podemos perceber como as crianças são treinadas a darem respostas sem ao menos entender o que acontece neste processo.

Este mesmo autor critica ainda o excesso de simbolismo, a terminologia específica, e a falta de ligação da matemática com outros ramos do conhecimento. Os currículos novos eram em sua maioria tradicionais e quase não incluíam novos conteúdos. Isto aconteceu, entre outros fatores, porque:

> Foram os professores da parte mais afastada, abstrata e pura da matemática que se julgaram livres para se dedicar ao trabalho dos currículos (...) não tinham nenhuma experiência ou contato com os currículos das escolas secundária e elementar. De fato, tinham desdenhado tal interesse no passado e portanto, não formavam idéia daquilo que se devia ensinar naqueles níveis ou de como os jovens pensam. (Kline, 1976, p.165/6)

Como bem sabemos, aqui ela também não resolveu o problema do ensino e os resultados que temos com reprovações e evasões demostram isso. Numa Olimpíada de Matemática e Ciências, organizada pelo Educational Testing Service dos EUA (1992) reuniu alunos de 9 a 13 anos de 20 países, incluindo o Brasil, que teve a participação de 220 alunos de escolas particulares e públicas de São Paulo e Fortaleza. O resultado? O Brasil ficou em penúltimo lugar, ganhando somente de Moçambique. A média dos brasileiros em matemática foi de 37 e em ciências, 53. Os três primeiros lugares foram da China, Coréia e Taiwan com a média em matemática em torno de 80 a 73. As questões dessa Olimpíada não exigiam fórmulas matemáticas e sim o raciocínio. (Albernaz, 1993)

Em meados da década de 70, professores como Carlos B. Lyra e Omar Catunda já alertavam para os riscos que este movimento causaria. A professora Elza Furtado Gomide (USP) se mostrou contra este movimento. Viu com horror a geometria desaparecer e ser substituída não pela teoria dos conjuntos, mas por um projeto de linguagem de teoria dos conjuntos e dá um exemplo: "o conjunto das estrelas é infinito porque entre duas estrelas a gente sempre vê uma terceira". (Lopes, 1997)

Depois da Matemática Moderna

Em 1989, os membros do NCTM (National Council of Teacher of Mathematics) dos EUA descreveram a Nova "Nova matemática" nos chamados 'Curriculum Standard', sendo, a princípio, restrita aos norte-americanos. Tais idéias difundiram-se por vários países, como no Brasil ocorreu através dos PCN's e do ENEM (Exame Nacional do Ensino Médio). (Silveira,1999)

Em 1990, o NCTM escreveu as competências básicas de matemática para a preparação de um cidadão moderno, ou seja, para que as portas do trabalho ou do ensino superior não se fechem.

Acredita-se que os alunos mudarão várias vezes de profissão, então, devem estar preparados para a mobilidade, compreensão profunda de conceitos e princípios matemáticos (saber como e quando usar os cálculos), se fazer entender ao se comunicar, reconhecer as aplicações matemáticas em nosso meio e ter confiança ao se deparar com problemas. Precisam falar sobre matemática com os outros, proporcionando um clima de aprendizagem. Não podemos deixar de falar que estas competências são importantes também para o uso da tecnologia e como o ensino vem sofrendo mudanças assim deve acontecer com a avaliação, pois não estamos falando de cálculo, mas de resolução de problemas e raciocínio. (NCSM, 1990)

Apesar de algumas características da Matemática Moderna ainda estarem presentes em nossas salas de aula, já se pensa, se discute e se propõem mudanças. Um exemplo disso é que a teoria dos conjuntos, tão cara aos matemáticos modernos, não consta nos PCN's, nem nos livros didáticos mais recentes.

No Brasil, com certo atraso em relação ao resto do mundo, houve também reações ao MMM. No final dos nos 80, durante o 1° Encontro Nacional de Educação Matemática criou-se a Sociedade Brasileira de Educação Matemática (SBEM) em São Paulo, enfatizando o intercâmbio entre profissionais do processo ensino aprendizagem e a melhor divulgação de publicações para o aprimoramento dos professores de matemática, principalmente nas séries iniciais.

Considerações Finais

Com a vinda da Matemática Moderna para o Brasil; a qual foi um modelo educacional importado e implantado sem a preocupação de adequá-lo ao nosso contexto cultural, histórico, educacional e político; entendemos o porquê dos nossos programas curriculares serem tão desinteressantes a nós (professores) e aos alunos.

Enquanto os países mais desenvolvidos reformularam o currículo de matemática com a Matemática Moderna, para desenvolver a Ciência, incentivando a pesquisa, encontramos em nosso país (considerado menos desenvolvido), a reforma deste currículo de matemática não para incentivar a pesquisa, mas sim atender a um mercado de trabalho, ou seja, uma mão de obra especializada.

Mesmo assim, ela não deu certo nem aqui nem nos EUA. O NCTM organizou as competências básicas da matemática, essenciais para o século XXI, e o Brasil, por sua vez, repetiu a história, importando e "adequando-as" aos PCN's e, por conseqüência, à nossa Educação.

Hoje, temos como propostas para o currículo de matemática a Etnomatemática, a Modelagem Matemática e a História da Matemática que tem em comum a interdisciplinaridade.

Podemos afirmar que a História da Educação foi que nos proporcionou reconstruir este cenário, onde os personagens mudam e a história se repete. Ela, entretanto, freqüentemente passa desapercebida por nós professores, quando em nossas práticas cotidianas, abraçamos novidades e "modismos" sem avaliarmos as bases sócio-históricas sobre as quais as mesmas se alicerçam.

Referências

ALBERNAZ, Jussara M. O falso remédio da "matemática moderna" para os males do ensino e a busca de novas perspectivas. **RCP – Univ. Pedag**, Vitória, ES, v.6, n.1, p.20–24, jan./jun. 1993.

BRASIL, Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais: matemática** . Brasília: MEC/SEF, 1997.

COUTINHO, José Maria. **Uma história da Educação no Espírito Santo.** Vitória, ES: Departamento Estadual de Cultura, 1993.

KLINE, Morris. **O fracasso da matemática moderna.** São Paulo: IBRASA, 1976.

LOPES, Maria Laura Leite; GOMIDE, Elza Furtado. Memórias Vivas. **In: 2 ENCONTRO LUSO-BRASIL DE HISTÓRIA DA MATEMÁTICA E SEMINÁRIO NACIONAL DE HISTÓRIA DA MATEMÁTICA.** Anais... **Águas de São Pedro, SP: Sérgio Nobre, 1997. p.95-106. Entrevista Concedida a Ubiratan D'ambrósio.**

MIORIM, Angela Maria. Introdução à História da Educação Matemática. **São Paulo: Atual, 1998.**

ROMANELLI, Otaiza de Oliveira. História da Educação no Brasil: 30 a 73. **6ª ed. Petrópolis: Vozes, 1984.**

SANGIORGI, Osvaldo. Matemática Moderna para o ensino secundário. **São Paulo: GEEM, 1965.**

SILVEIRA, J. F. Porto da. MATH WARS: uma introdução panorâmica da guerra. **Disponível em <http://athena.matemática.ufrgs.br/~portosil/polemica.html> Acesso em set. 1999.**

STEPHAN, Ana Maria; CLARETO, Sônia Maria; OLIVEIRA, Viviane Cristina Almada de. O Movimento da Matemática Moderna no olhar de professores de juiz de fora e região. **Disponível em <http: //home.ismnet.com.br/~romello/Ebrapem>**

SZTAJN, Paola; ORTIGÃO, Maria Isabel Ramalho; CARVALHO, João Pitombeira. E agora, o que fazer sem os conjuntos? Presença Pedagógica, **Belo Horizonte: v.6, n.34, p. 37-47, jul./ago.2000.**

O Ensino de Área e Perímetro através de Modelagem

Roberto Camillo Perrotta
Orientadora: Dra. Sandra Regina Pinto Magina
Pontifícia Universidade Católica – P.U.C. – S .P.

Apresentação

Apresentarei neste artigo uma síntese da minha dissertação para a obtenção do título de mestre pela Pontifícia Universidade Católica de São Paulo.

Nos mais de vinte anos de trabalho como docente das escolas particulares e publicas de São Paulo, não pude deixar de observar a dificuldade que a maioria dos estudantes do ensino fundamental e médio apresentam em relação à Matemática. Desta forma procurei neste trabalho investigar que resultados seriam obtidos por uma seqüência de ensino que trabalhasse com a manipulação materiais concretos e proporcionasse ao aluno a oportunidade de construir seu conhecimento.

Para tal estudo escolhemos os conceitos de área e perímetro, que através de dissertações e artigos escritos por pesquisadores em Educação Matemática , demonstraram causar dificuldade entres os alunos.

Há uma tendência por parte dos estudantes em aceitar a idéia de que área e perímetro caminham no mesmo sentido, ou seja, quando o perímetro aumenta a área também aumenta, ou vice-versa.

A seguir farei uma introdução breve do meu estudo.

II – Introdução

O objetivo deste trabalho foi o de investigar os resultados que podem ser obtidos mediante a aplicação de uma seqüência de ensino, para a introdução dos conceitos de área e perímetro e suas relações, baseada em materiais manipulativos.

Elementos para esta pesquisa foram encontrados nas leituras de trabalhos, dissertações e artigos escritos por pesquisadores em Educação Matemática. Entre eles, despertaram-nos particular interesse aqueles relativos aos conceitos de área e perímetro, como os de Douady e Perrin (1984), Franchi (1992), Baltar (1996) e Gomes(2000).

Algumas questões que nos propusemos foram as seguintes:

- A forma como os conceitos de área e perímetro, são desenvolvidos nos livros didáticos, seria um fator de dificuldade na compreensão dos conceitos?
- Pelo método tradicional, o processo de ensino-aprendizagem, que coloca o aluno em uma posição passiva, estaria influenciando o aprendizado?
- Uma abordagem que utilize material concreto, no processo ensino-aprendizagem dos conceitos de área e perímetro, pode promover ou facilitar a apropriação desses conceitos?

III – Quadro Teórico

Para realização de nossa investigação, desenvolvemos uma seqüência de ensino, construída com base na resolução de problemas com a utilização de material concreto e fundamentada em pesquisas anteriores já citadas, bem como nas idéias da

epistemologia genética de Piaget, Inlhelder e Szeminska (1961) e do sócio-construtivismo de Vygotsky (1987).

IV – Metodologia

Nosso estudo foi desenvolvido utilizando materiais concretos (tábua com pregos, cartolinas, papéis quadriculados e barbantes), com um grupo de 16 alunos de 5ª série do Ensino Fundamental, chamado de grupo experimental.

Foram considerados também alguns aspectos relacionados aos livros didáticos, uma vez que, a maioria dos professores toma como suporte em seu papel de mediador do processo ensino-aprendizagem somente o livro didático. Assim, procuramos investigar de que modo alguns livros didáticos abordam os conceitos de área e perímetro e se a forma de apresentação pode estar colaborando nas dificuldades de compreensão, diferenciação e unidades de medida relativas a esses conceitos.

Para definir e ajustar as questões e atividades com material concreto à nossa população amostral recorremos a uma pesquisa-piloto realizada com quatro alunos de mesma faixa etária e do mesmo estabelecimento de ensino em que seriam aplicadas as atividades definitivas. Tal pesquisa foi composta de 5 atividades com material concreto. Os resultados obtidos com este grupo provocou reformulações e alterações nas atividades para que pudessem melhor atender aos nossos propósitos.

A seqüência de ensino, proposta ao grupo experimental, consistira em 9 atividades e dois problemas envolvendo situações de dissociação de áreas e perímetros, comparação de figuras planas e seus perímetros, mediante o uso de material concreto manipulativo. Os sujeitos da amostra foram separados em 8 duplas que foram mantidas nos 2 encontros realizados.

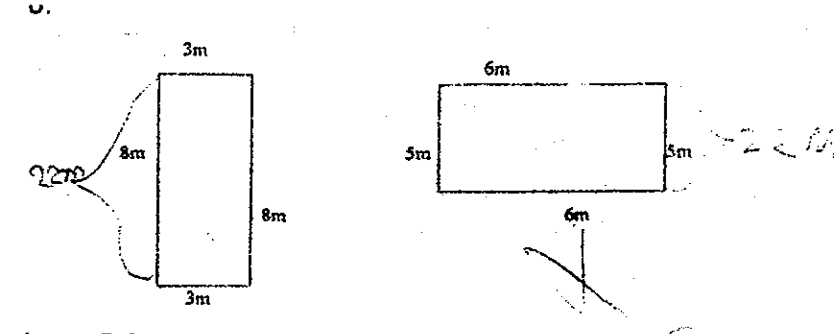
A realização das atividades em duplas teve a finalidade de favorecer a discussão das soluções.

Após as atividades, este grupo foi submetido a um teste para avaliar seu desempenho, denominamos esta avaliação de pós-teste. Os resultados obtidos com o grupo experimental foram comparados com aqueles encontrados por outros grupos de alunos de 5ª e 6ª séries, que não participaram das atividades com material concreto, designados por grupos de referência.

V – Conclusão

Muitas das dificuldades apontadas em outras pesquisas tais como: confusões entre área e perímetro, não dissociação dos conceitos, dificuldades com as unidades de medida e seu significado, foram observadas nesta investigação.

Para esclarecer melhor tal afirmações apresentaremos uma das soluções apresentada por um dos alunos do grupo experimental, para uma das questões do pós-teste que perguntava qual das áreas das figuras apresentadas era a maior:



igura 5-4

Constatamos que, em geral, a ênfase nos cálculos das medidas de área e perímetro parecem promover, para parte dos alunos, uma memorização de fórmulas que não têm significado, isto é, não há uma apropriação dos conceitos de área e perímetro.

Verificamos também que a maioria dos alunos participava intensamente das atividades propostas, o que não é comum em situações de aprendizagem tradicionais, nas quais o papel passivo dos alunos pode, às vezes, desmotivá-los dado sua falta de envolvimento com o processo de aprendizagem.

Encontramos na nossa investigação resultados satisfatórios em favor do grupo experimental que trabalhou com a seqüência de ensino, para melhor ilustrar tal afirmação apresentaremos uma das tabelas apresentada no nosso trabalho:

TABELA DO PÓS-TESTE

GRUPOS	ACERTOS	ERROS	BRANCO	NÃO SEI
G.E.	75/128 (58,6%)	45/128 (35,1%)	8/128 (6,3%)	0/128 (0%)
G.R.1	41/176 (22,7%)	63/176 (35,8%)	72/176 (40,9%)	0/176 (0%)
G.R.2	53/232 (22,8%)	83/232 (35,8%)	105/232 (45,3%)	11/232 (4,8%)
G.R.3	71/312 (22,8%)	116/312 (37,2%)	31/312 (9,9%)	91/312 (29,2%)

O resultado no G.E., apesar de não atingir uma porcentagem elevada, foi superior aos demais grupos.

Assim, as atividades manipulativas com material concreto podem atuar como facilitadores na aquisição de conceitos relativos à área e perímetro de figuras planas, quando acompanhados de tarefas que estimulem o emprego destes conceitos.

VI – Referências Blibiográficas

ALMOULOUD, S. A. *Caderno de Educação Matemática, vol.III, Fundamentos da Didática da Matemática eMetodologia da Pesquisa.* São Paulo, PUC,1997.

BALTAR, P.M. *Enseignement et apprentissage de la notion d'aire de surface planes: une étude de l'acquisition des relations entre les longueurs et les aires au collége*, Tese de Doutorado. Grenoble,1996.

BALTAR, P.M. *À propos de l'aprendissage du concept d'aire.* "petit x" n° 43, pp.43-68, 1996-1997.

BIANCHINNI E MIANI, *Construindo Conhecimento em Matemática* – 5ª Série Editora Moderna. São Paulo, 2000.

BRASIL. SECRETÁRIA DE EDUCAÇÃO FUNDAMENTAL. *Parâmetros Curriculares Nacionais de Matemática*, Brasília, 1997.

CHIUMMO, A. *O conceito de Área de Figuras Planas: Capacitação para Professores do Ensino Fundamental*, Dissertação de Mestrado, PUC, São Paulo, 1998.

DANTE, L.R. *Vivência e Construção*, 1ª a 4ª Série. Editora Ática. São Paulo, 2000.

FURTH, H. G. *Piaget e o Conhecimento*, Editora Forense Universitária, Rio de Janeiro, 1969.

FRANCHI, A. e al. *Geometria no primeiro grau: da composição e decomposição de figuras às fórmulas de área.* Coleção Ensinando - aprendendo, aprendendo - ensinando, São Paulo, 1992.

GELSON, I; DOLCE, O.; MACHADO, A., *Matemática e Realidade*, 5ª série. Atual Editora. São Paulo, 2000.

GIOVANNI E GIOVANNI JR, *Matemática Pensar e Descobrir*, - 5ª Série. Editora F.T.D. São Paulo, 2000.

GOMES, G.H. *Um estudo de áreas com alunos da 6ª série do Ensino Fundamental.* Dissertação de Mestrado. PUC/SP, São Paulo, 2000.

IMENES E LELLIS, *Matemática*, 5ª série. Editora Scipione, São Paulo, 1999.

MONTANGERO, J. e MAURICE-NAVILLE, D *Piaget ou a inteligência em evolução- Sinopse cronológica e vocabulário.* Editora Artes Médias Sul Ltda. Porto Alegre, 1998.

MUNHOZ, A.F.; NAZARETH, H; TOLEDO, M. *Contar Construir Viver, Matemática*, 1ª a 4ª Série, Editora Contexto, São Paulo, 2000

PIAGET, J. , INHELDER, B e SZEMINSKA, A. *The child's conception of geometry* W.W. Norton & Company. New York, 1960.

SPINELLI, W; SOUZA, M.H. *Matemática*, 5ª Série, Editora Ática, São Paulo, 2000.

VYGOTSKY, L.S. *A Formação Social da Mente*.4ª edição. Editora Martins Fontes. São Paulo, 1991

VYGOTSKY, L.S. *Pensamento e Linguagem*.3ª edição. Editora Martins Fontes. São Paulo, 1993.

A PESQUISA-AÇÃO NA FORMAÇÃO INICIAL E CONTINUADA DO EDUCADOR MATEMÁTICO

Rodolfo Chaves
Doutorando em Educação Matemática pela UNESP
Professor do Colégio de Aplicação
da Universidade Federal de Viçosa

RESUMO

Este trabalho foca a trajetória de implantação do Grupo de Pesquisa-Ação em Educação Matemática na Universidade Federal de Viçosa, através do seu Núcleo de Ensino Integrado de Ciências e Matemática. Partindo dessa trajetória foram descritas ações nos moldes da Pesquisa-Ação os quais levam o professor a pensar de forma reflexiva sua prática docente, inserida no seu cotidiano escolar e que resultam na transformação do seu saber docente, associadas às ações compartilhadas e socializadoras do grupo. Divide-se em uma parte teórica e outra empírica. A parte teórica concentra-se em estudos sobre a Pesquisa-Ação voltados para a Educação e as novas tendências da formação inicial e continuada de professores, enquanto, a parte empírica, pauta-se nas ações diferencias praticadas pelo grupo, objeto da pesquisa, em salas de aula de algumas escolas inseridas no contexto deste trabalho. A investigação nos moldes da Pesquisa-Ação é de ordem qualitativa, onde o pesquisador tematiza seu ambiente de ação em suas práticas de pesquisa e extensão universitária. Utiliza-se como instrumento de coleta de dados, anotações de entrevistas, relatos e sondagens. Os dados foram coletados a partir de categorias, seguindo as tendências no ensino da Matemática (cf. Fiorentini, 1995), buscando compreender a pergunta diretriz: ***quais as respostas à intervenção diferencial de um Grupo de Pesquisa-Ação em Educação Matemática na Universidade Federal de Viçosa?***

Palavras-chave:

Saber e prática docente, grupos de pesquisa-ação em educação matemática, ação diferencial, ação compartilhada e socializadora, intervenção diferencial auto-regulada.

CORPO:

Na trajetória de quase vinte anos lecionando para diferentes níveis de ensino em escolas de natureza variada, fico frustrado ao ver minha ferramenta de trabalho enquanto educador – a Matemática – ser a responsável por elevados índices de exclusão e do fracasso. Não tentar reverter este quadro é assumir a cumplicidade do sistema que propaga que saber Matemática é privilégio para poucos.

Esse sistema privilegia alguns em detrimento do fracasso de muitos, os concursos para se galgar novos degraus rumo à profissionalização, as disputas por vagas para melhores empregos e o cotidiano escolar têm a Matemática como o objeto de retenção, cabendo ao professor o papel de censor ou inquisidor. E porque o professor deve ser o algoz desse sistema? Para mantê-lo? Se é triste ver um número elevado de crianças abandonarem as escolas por não construírem um significado para suas vidas com o que aprendem na escola, então cabe ao professor passar de algoz a transformador desse quadro, pois não há como esperar providências de um sistema que é mantido por esses índices, ou para privilegiar uma categoria/classe em detrimento de outras ou para promover-se através dele.

Como repensar o ensino de Matemática para que este tenha um caráter utilitário para a vida das pessoas? Como pensar a Matemática formando o cidadão? Como contextualizar o conteúdo da Matemática escolar se até então seus conteúdos e formas de trabalhá-los eram imutáveis? Como quebrar esta inércia?

Buscar rotas de mudança sem agregar outros professores a esta causa é caminhar para o martírio. Se o professor é vetor de mudança numa sociedade, então deve-se buscar uma resultante de vetores de mesmo sentido e direção para que haja um deslocamento favorável à causa. É esse o referencial deixado por **Marx** no Manifesto Comunista: Trabalhadores de todo mundo uni-vos!

Se juntar cada professor que não se encontra satisfeito com o quadro de fracasso do ensino da Matemática agregando-se para que através da discussão possa se compreender e transformar as rotinas que o sustentam, alguma ressonância se produzirá.

Não basta tentar compreender o quadro do fracasso. É preciso transformá-lo.

"[...] *Os filósofos limitaram-se a interpretar o mundo de diversas maneiras; o que importa é transformá-lo* [...] " (MARX, XI tese sobre Feuerbach).

Participando de Grupos de Pesquisa-Ação em Educação Matemática **[GPA(EM)s]**, encontrei caminhos e pessoas com os mesmos questionamentos e propósitos que os meus. Este foi o elemento motivador fundamental para se chegar a esta pesquisa. Implantar e manter um grupo como os **[GPA(EM)s]** em Viçosa é uma ação que visa atingir o ponto nevrálgico de compreender e transformar o fracasso do ensino da Matemática e as rotinas que o sustentam. Perseguir a pergunta, ***quais as respostas à intervenção diferencial e um Grupo de Pesquisa-Ação em Educação Matemática na Universidade Federal de Viçosa?*** é formar uma diretriz para uma pesquisa que tem por objetivo oferecer subsídios àqueles que compartilham dos mesmos anseios mencionados.

A questão consiste portanto em descrever as ações tomadas a partir da implantação do **Grupo de Pesquisa-Ação em Educação Matemática na Universidade Federal de Viçosa (GPAEM)**, e investigar as respostas à intervenção deste grupo na comunidade em que se insere.

O campo de investigação dessa pesquisa é formado pelos componentes do **GPAEM**, suas respectivas salas de aula, o meio acadêmico que acolhe o grupo e as ações diferencias praticadas como conseqüência das intervenções do grupo nesse meio.

O trabalho desenvolvido no grupo é cooperativo e a organização deste é autônoma, e caracteriza um diferencial em relação aos trabalhos desenvolvidos na área de capacitação de docentes de Matemática em Viçosa, isto é, os participantes – professores e licenciandos – entram e saem do grupo por vontade própria, e o único compromisso firmado é o de procurar transformar suas ações com o propósito de atingir o fracasso do ensino nas concepções já citadas e relatar esta experiência no grupo.

Entende-se as ações do grupo como um esforço em atingir novos rumos na formação inicial e continuada do professor, por pautar-se no caráter reflexivo e na problematização do ensino enquanto prática e proposta curricular, não se resumindo apenas ao questionamento dos aspectos didáticos, mas atacando o cerne do papel do educador matemático na formação do aluno, que caracteriza e justifica a opção pela Pesquisa-Ação.

Historicamente o professor de Matemática é apresentado com o estereótipo de insensível, centralizador, dono da verdade, *etc.* Posicionamento herdado da época em que o foco do processo educacional centrava-se no professor e no conteúdo,que era apresentado de forma hermeticamente *expositivista*, sendo o aluno um ouvinte passivo. Quem conhece a realidade das escolas e universidades brasileiras pode observar que esta característica ainda é vigente.

Pesquisas desenvolvidas nos centros de formação de professores, no Brasil e no exterior, bem como as diretrizes apresentadas pelo ***The National Council of Supervisors of Mathemathic (NCTM)*** e aspectos legais (como Leis Educacionais, Parâmetros e Diretrizes Curriculares) mostram que posições assim não sintonizam com as novas tendências e necessidades de mudanças, pois inibem *a visão do papel social do educador,* impedindo-o de desenvolver a *capacidade de trabalhar em equipes multidisciplinares e de exercer liderança.* A introspecção exigida na manutenção de uma Matemática escolar excludente, que funciona como um filtro social, ofuscam a *visão histórica e crítica da Matemática nas várias fases de sua evolução*, o que impede que se desenvolva a *capacidade de estabelecer relações entre a Matemática e outras áreas de conhecimento, despertando o hábito do estudo independente e a criatividade dos alunos.*

Abandonar a prática introspectiva de estudo, que prioriza o isolamento em detrimento das ações socializadoras e cooperativas de discussão e construção conjunta de idéias e conceitos, bem como romper com a retrógrada intenção de tentar mostrar aos alunos que a construção do conhecimento matemático ocorre de forma linear, simples e descontextualizada e assumir que tal construção é lenta e gradual, edificada através de um processo de assimilação sucessiva (de acertos e erros) é uma postura que acena para mudanças na formação de professores de Matemática.

As atividades desenvolvidas por professores que lidam com os ensinos fundamental e médio junto aos Grupos de Pesquisa-Ação em Educação Matemática **[GPA(EM)s]** têm mostrado mudanças significativas na prática docente desses professores, ressaltando a *dimensão do professor como profissional autônomo e reflexivo.* A sistemática do conjunto de ações desenvolvidas pelo professor no ciclo de ***discussão em grupo sobre um problema ↔ planejamento de uma ação diferencial para atacar esse problema ↔ aplicação conjunta (professor + monitor/licenciando + aluno) da ação diferencial planejada ↔ discussão da ação realizada ↔ replanejamento*** que convergem para ações pedagógicas diferenciais, caracterizam mudanças substanciais propiciando a licenciandos e professores a compreensão da Matemática *como uma disciplina de investigação*, onde o avanço se dá como *conseqüência do processo de investigação de problemas*, buscando–se o caráter utilitário do que ensina, ajudando o aluno a compreender e organizar sua realidade.

Nos grupos de Pesquisa-Ação em Educação Matemática **[GPA(EM)S]**, o aspecto metodológico não se sobrepõe à aquisição de conhecimento matemático. É a partir da busca de novas técnicas e de novas metodologias que se busca a construção de conhecimentos matemáticos. A diferença entre essa proposta e a convencional perpassa pela esfera política. Nos **[GPA(EM)S]** o conhecimento e o talento individual é algo menor em relação à construção socializadora e cooperativa de um conhecimento trabalho em conjunto pelo grupo. Com essa prática, pretende-se propor que *a formação do professor de Matemática seja flexível e que desenvolva uma atitude crítica no licenciando de maneira cooperadora e colegiada e uma constante receptividade para o novo, já que a formação de professor tem de preparar para uma profissão que demanda continuar estudando durante toda a vida profissional* (Imbernón – 1994, *apud* Perez – *1999).*

BIBLIOGARFIA:

ANDRÉ, M. E. D. A. *Etnografia da prática escolar.* Campinas: Papirus, 1995. (Série Prática Pedagógica). 130 p.

BALDINO, R. R. e CARRERA, A. C. Grupo de Pesquisa-Ação em Educação Matemática. In: RESUMO TÉCNICO: RELATÓRIO DO SISTEMA DIRETÓRIO DOS GRUPOS DE PESQUISA NO BRASIL, UNESP, IGCE, Rio Claro: CNPq, 1997. 25 p.

BALDINO, R. R. Assimilação solidária: escola, mais-valia e consciência cínica. *Educação em foco* (EDUFJF), v. 3, n. 1, p. 39 – 65, mar./ago., 1998.

BARBIER, R. *A pesquisa-ação na instituição educativa.* Rio de Janeiro: Zahar, 1985. 280 p.

BICUDO, M. A. V. *Relação entre a pesquisa em Educação Matemática e a Prática Pedagógica*. In: BOLEMA, Ano 7, n. 8, Rio Claro: UNESP. 1992. p. 07 – 14.
BRASIL (1). D.O.U. *Portaria Nº 57, de 05 de fevereiro de 1998.* O Exame Nacional dos Cursos de Matemática. p. 4, Seção 1, de 06 de fevereiro de 1998. Brasília.
BRASIL (2). Ministério da Educação e do Desporto, Conselho Nacional de Educação, Câmara de Educação Básica. *Resolução CEB nº 3*: Diretrizes Curriculares Nacionais para o Ensino Médio. Brasília, 26/06/1998.
BRASIL (3). Ministério da Educação e do Desporto, Conselho Nacional de Educação, Câmara de Educação Superior. *Parecer nº 744/97*: Orientações para cumprimento do artigo 65 da Lei 9.394/96 – Prática de Ensino. Brasília, 03/12/1997.
BRASIL (4). Ministério da Educação e do Desporto, Instituto Secretaria do Ensino Fundamental. *Parâmetros Curriculares Nacionais:* Matemática. Brasília, 1998. 99 p.
BRASIL (5). Ministério da Educação e do Desporto, Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais, Diretoria de Avaliação e Acesso ao Ensino Superior,. Comissão do Curso de Matemática. *Diretrizes Curriculares para os Cursos de Matemática.* Anteprojeto da Proposta. Brasília, 1998.
CALLEJO, M. L. *Estudo do ICMI:* Ensino e Aprendizagem das Matemáticas na Universidade. In: Uno - Revista de Didáctica de las Matemáticas, Año IV, n. 17, jul./ago./set./ 1998, Barcelona: GRÁO. 1998, p. 127 – 8.
CHAVES, R. *Pesquisa-Ação & Educação Matemática:* Revendo o fracasso do ensino de Matemática e as rotinas que o sustentam. Rio Claro - SP: (In Press), 1998. 11p.
CHIZZOTTI, A. *Pesquisa em ciências humanas e sociais.* São Paulo: Cortez, 1995. p.?
COHEN, L., MARION, L. *Resarch Methods in Education.* 4. ed. London: Routledge, 1997. p. 186 – 203.
D'AMBROSIO, B. S. *Formação de Professores de Matemática para o Século XXI*: o grande desafio. In: Pro-Posições, v. 4, n. 1[10], mar. 1993. p. 35 – 41.
DEMO, P. *Formação permanente de formadores* – Educar pela pesquisa. In: MENEZES, L. C. (Org.). *Professores*: formação e profissão. Campinas: Autores Associados; São Paulo: NUPES, 1996. p. 265 – 97. (Formação de professores).
ELLIOTT, J. *Recolocando a pesquisa-ação em seu lugar original e próprio.* In: GERALDI, C. M. G., FIORENTINI, D., PRERERA, E. M. A. (Orgs.). *Cartografia do trabalho docente*: professor(a)-pesquisador(a). Campinas: Mercado de Letras, 1998. p.137 –52. (Leituras no Brasil).
FIORENTINI, D. *Alguns modos de ver e conceber o ensino de Matemática no Brasil.* . In: Zetetiké, Ano 3,. N 4, 1995. Campinas: UNICAMP. 1995, p. 01 – 37.
FIORENTINI, D.,SOUZA JR., A. J., ALVES DE MELO, G. F. *Saberes docentes*: um desafio para acadêmicos e práticos. In: GERALDI, C. M. G., FIORENTINI, D., PRERERA, E. M. A. (Orgs.). *Cartografia do trabalho docente*: professor(a)-pesquisador(a). Campinas: Mercado de Letras, 1998. p.307 –35. (Leituras no Brasil).
GARCÍA, C. M. *A formação de professores*: novas perspectivas baseadas na investigação sobre o pensamento do professor. In: NÓVOA, A. (Coord.). *Os professores e a sua formação.* 2. ed. Lisboa: Publicações Dom Quixote, 1995. p. 51 – 76. (Temas de educação, 1).
GARNICA, A. V. M. *Licenciatura em Matemática:* alguns atalhos. Bauru: (In Press). 1997 – 116p.
GARNICA, A. V. M. Pesquisa qualitativa (ou) da ressignificação do fracasso. *Educação em foco* (EDUFJF), v. 3, n. 1, p. 27 – 38, mar./ago., 1998.
GIMÉNEZ, J. et al. El profesor de matemáticas como profesional. *Uno: Revista de didáctica de las matemáticas* (GRAÓ), v. 17, 128 p, jul. – sep. 1998.
GOMES, M. L. M. *Matemática e escola:* uma experiência integradora na licenciatura em Matemática da Universidade Federal de Minas Gerais. In: Zetetiké, v. 5. n.7, jan. - jul. 1997. Campinas: UNICAMP. 1997, p. 95 – 109.
LORENZATO, S. e VILA, M. C. *Século XXI:* qual Matemática é recomendável? "A posição do The National Council of Supervisors of Mathematics". In: Zetetiké, Ano 1. n. 1, março de 1993. Campinas: UNICAMP. 1993, p. 41 – 9.

MAKARENKO, A. S. *Problemas da educação escolar.* Moscovo: Edições Progresso, 1986. 198 p. (Experiência do Trabalho Pedagógico).
MANSUTTI, M. A. *O papel e a concepção dos parâmetros curriculares nacionais para a área de Matemática.* In: 15ª BIENAL INTERNACIONAL DO LIVRO DE SÃO PAULO, São Paulo: 1998, Comunicação Pessoal.
MARTÍ, J. *Ideario pedagógico.* 2. ed. Ciudad de La Habana: Editorial Pueblo y Educacíon, 1997. p. 11-6, 22-3, 37-45, 49-52, 65-6, 70-1,87-92.
MINAS GERAIS. Secretaria de Estado da Educação de Minas Gerais, Programa-Piloto de Inovação Curricular e Capacitação Docente para o Ensino Médio. *Proposta Curricular de Matemática Para o Ensino Médio.* Belo Horizonte. Abril de 1998. 33 p.
MOYSÉS,L. *Aplicações de Vygotsky à educação matemática.* Campinas: Papirus, 1997. 176p. (Magistério: formação e trabalho pedagógico).
NÓVOA, A. *Formação de Professores e profissão docente.* In: ___ (Coord.). *Os professores e a sua formação.* 2. ed. Lisboa: Publicações Dom Quixote, 1995. p. 15 – 33. (Temas de educação, 1).
PEREIRA, D. J. R. *O papel do significante **família** no discurso sobre o ensino e apre4ndizagem da Matemática na escola.* Rio Claro, 1995. 283 p. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática, Instituto de Geociências e Ciências Exatas de Rio Claro, Universidade Estadual Paulista.
PEREIRA, E. M. A. *Professor como pesquisador*: o enfoque as pesquisa-ação na prática docente. In: GERALDI, C. M. G., FIORENTINI, D., PRERERA, E. M. A. (Orgs.). *Cartografia do trabalho docente*: professor(a)-pesquisador(a). Campinas: Mercado de Letras, 1998. p.153 – 81. (Leituras no Brasil).
PEREZ, G. *Formação de Professores de Matemática sob a perspectiva do desenvolvimento profissional. In*: Bicudo, M. A. V. São Paulo: UNESP, 1999, 331 p.
POLENTTINI, A. F. F. *Análise das Experiências Vividas Determinando o Desenvolvimento Profissional do Professor de Matemática.* Rio Claro – SP: (In Press). 1998. 20 p.
RIBEIRO, M. L. S. *A formação política do professor de 1º e 2º graus.* 4. ed. Campinas: Autores Associados, 1995. 141 p. (Col. Educação Contemporânea).
SANTOS-WAGNER, V. M. P. dos, NASSER, L. e TINOCO, L. *Formação Inicial de Professores de Matemática.* In: Zetetiké, v. 5. N.7, jan. - jul. 1997. Campinas: UNICAMP. 1997, p. 37 – 49.
SÃO PAULO (2). Universidade Estadual Paulista, Instituto de Geociências e Ciências Exatas, CONSELHO DE CURSO DE MATEMÁTICA. *Projeto Pedagógico do Curso de Matemática.* Rio Claro, 1993, 52 p.
SCHÖN, D.A. *Formar Professores como Profissionais Reflexivos.* In: NÓVOA, A. (coord.). Os professores e a sua formação – 2 ed. Lisboa: Publicações Dom Quixote. 1995. p. 77 – 91.
SILVA, M. G. P. da, BERTOLO, N. P. e BARONI, R. L. S. *Uma Nova Abordagem para a Graduação em Matemática.* In: BOLEMA, Ano 10, n. 11, Rio Claro: UNESP. 1995. P. 63 – 75.
SOARES, E. F. e, FERREIRA, M. C. C. e MOREIRA, P. C. *Da Prática do Matemático para a Prática do Professor*: mudando o referencial da formação matemática do licenciando. In: Zetetiké, v. 5. N.7, jan. - jul. 1997. Campinas: UNICAMP. 1997, p. 25 – 36.
THIOLLENT, M. *Metodologia da Pesquisa-Ação.* 4 ed. São Paulo: Cortez: Autores Associados, 1988. 107 p. (Col. Temas Básicos).
ZEICHNER, K. M. *Para além da divisão entre professor-pesquisador e pesquisador acadêmico.* In: GERALDI, C. M. G., FIORENTINI, D., PRERERA, E. M. A. (Orgs.). *Cartografia do trabalho docente*: professor(a)-pesquisador(a). Campinas: Mercado de Letras, 1998. p.207 – 36. (Leituras no Brasil).
ZENTGRAF, M. C. *Técnicas de estudo e pesquisa em educação.* Rio de Janeiro: CEPE/UFRJ, 1999. 76 p. (Ensino a distância – Pós-Graduação em Educação).

RELAÇÕES COM O SABER: UM ESTUDO SOBRE O SENTIDO DA MATEMÁTICA EM UMA ESCOLA PÚBLICA

Ronaldo Nogueira Rodrigues
Orientadora: Prof. Anna Franchi
PUC-SP

Este trabalho relata uma pesquisa realizada em uma escola pública sobre as relações com o saber e o sentido que pode ter para um aluno aprender matemática. O ensino da matemática tem se mostrado um trabalho difícil para o professor desta disciplina. Deve ensinar uma matéria que a maioria dos alunos considera importante, mas não consegue dar significado ao que aprende. Bernard Charlot e equipe realizaram, na França, uma extensa pesquisa com alunos de periferia e suas relações com o saber. Dentre muitas conclusões, concluiu que boa parte dos estudantes tem uma fraca relação com o saber escolar, pois confere pouco sentido ao que se ensina. Assim, transfere suas relações, esperanças, mobilizações em direção à escola, e não ao que se ensina, inclusive, matemática. Inspirados nessa pesquisa, tivemos por objetivo averigüar como se manifesta a relação entre escola e matemática em nossa realidade. Para tanto, elaboramos um questionário no qual os estudantes pudessem falar de escola, matemática e também de como faziam para resolver os exercícios propostos em sala de aula. Com o propósito de aprofundar as análises dos resultados, entrevistamos alguns alunos que representaram, em média, a população pesquisada, de modo que pudéssemos esclarecer alguns pontos que achávamos importantes. A análise dos resultados nos permitiu concluir que os alunos dão grande importância ao fato de freqüentarem a escola. Esta geralmente é vista como um local que lhes promete o futuro, um espaço de socialização e de educação. As relações com os saberes escolares nos pareceram fracas, frágeis. Quanto à matemática, os alunos a consideram como sendo um conhecimento importante para o mundo do trabalho e, de modo geral, para as atividades cotidianas. Para muitos, estudar matemática resume-se ao aprendizado das competências elementares da disciplina. Conteúdos que não conseguem dar sentido, como os algébricos, causam grandes aborrecimentos, fazendo com que deixem de se envolver com as atividades de sala de aula. Poucos têm uma visão da matemática como sendo uma disciplina que pode desenvolver competências importantes para compreender e se inserirem na sociedade moderna. Concluímos que os resultados obtidos são semelhantes aos da pesquisa francesa: as relações dos alunos são preponderantemente com a escola, e não com os saberes escolares, inclusive matemáticos. Não conseguem dar sentido ao estudo dessa disciplina. Indicamos também algumas questões que podem ser temas de pesquisa para explorar esse assunto e contribuir para a melhoria do processo ensino-aprendizagem da matemática.

O ensino da matemática em escolas públicas e na escola em geral apresenta inúmeras dificuldades para o professor. Um dos problemas é a questão do sentido que possa ter para um aluno aprender uma matéria que considera importante, mas na maioria das vezes não consegue perceber qual o significado do estudo desta disciplina na escola.

Motivados por pesquisas desenvolvidas em escolas da periferia de Paris por Bernard Charlot e equipe, procuramos em nosso trabalho caracterizar a relação do aluno de uma escola pública do interior de São Paulo com o saber matemático e a escola em geral, de modo que pudéssemos ter uma idéia de suas expectativas em relação à escola e à matemática e se estas poderiam estar imbricadas num mesmo processo de apropriação de conhecimentos.

Este autor propõe uma leitura da realidade escolar do aluno a partir de sua própria singularidade, considerando-o como uma pessoa inserida num mundo com que estabelece múltiplas conexões, as chamadas relações com o saber. Suas mobilizações são em torno do que confere importância e sentido; neste caso, a escola e a matemática podem fazer parte deste sistema de valores.

. A partir de um questionário aplicado em sala de aula, de observações realizadas em um período de estágio nas fontes pesquisadas e de entrevistas, organizamos os dados obtidos em categorias que consideramos representativas do quadro pesquisado.

BIBLIOGRAFIA

[1] BROUSSEAU, G. . (1996) . *Os diferentes papéis do Professor in* Parra,C. e Saiz, I. (orgs). Didática da Matemática – Reflexões Psicopedagógicas. p. 48-72. Porto Alegre: Artes Médicas.

[2] CARRAHER, T. , CARRAHER, D. W. e SCHLIEMANN, A . D. . (1988) . *Na Vida Dez na Escola Zero.* São Paulo: Cortez Editora.

[3] CHARLOT, B. . (2000) . *Da relação com o saber.* Porto Alegre : Artes Médicas Sul.

[4] CHARLOT, B. e BAUTIER, E. . (1993) . *Rapport à L'école, Rapport au Savoir et Enseignement des Mathématiques.* Repères. 10, 5 – 24 . Instituts de Recherche sur L'Enseignement des Mathématiques. Pont à Mousson: Imprimerie Moderne.

[5] CHARLOT, B. , BAUTIER, E. e ROCHEX, J. Y. . (1992) . *École et Savoir dans les Banlieues ... et Ailleurs* . Paris: Armand Colin / Masson.

[6] CHARLOT, B. . (1986) . *Qu'est-ce que " Faire des Maths " ? L'Épistemologie Implicite des Pratiques D'Enseignement des Mathématiques in* Histoire de la reforme des " maths " : idées directrices et contexte institutionel et socio-économique. . Bulletin APMEP, n ° 35. Mans: IREM du Mans.

[7] CHERVEL, A.. (1990) . *História das disciplinas escolares: Reflexões sobre um campo de pesquisa.* Teoria & Educação, nº 2. Porto Alegre: Pannônica.

[8] CHEVALLARD, Y. . (1985) . *La transposition didactique: du savoir savant au savor enseigné.* Grenoble: La Pensée Sauvage.

[9] CORTELLA, M. S. . (1999) . *A Escola e o Conhecimento – Fundamentos Epistemológicos e Políticos.* São Paulo: Cortez Editora.

[10] DAVID, M. M., SOARES, M. e LOPES, M. P. . (1998). *Professores que Explicitam a Utilização de Formas de Pensamento Flexível Podem Estar Contribuindo Para o Sucesso em Matemática de Seus Alunos in* Zetetiké. 6 – 9. Campinas: Cempem – FEUNICAMP.

[11] DAVIS, P. J. e HERSH, R. . (1998) . *O Sonho de Descartes.* Rio de Janeiro: Francisco Alves.

[12] DAVIS, P. J. e HERSH, R. . (1986) . *A Experiência Matemática.* Rio de Janeiro: Francisco Alves.

[13] FERREIRA, A . C. . (1998) . *O Desafio de Ensinar – Aprender Matemática no Noturno: um Estudo das Crenças de Estudantes de Uma Escola Pública de Belo Horizonte.* Dissertação de Mestrado. Campinas: UNICAMP.

[14] FORQUIN, J. C. . (1993) . *Escola e Cultura: As Bases Sociais e Epistemológicas do Conhecimento Escolar.* Porto Alegre: Artes Médicas.

[15] FRANCHI, A. . (1995) . *Compreensão das Situações Multiplicativas Elementares.* Tese de Doutorado. São Paulo: PUC.

[16] GUINSBURG, H. P. .(1982). The development of addition in contexts of culture, social class and race in T. P. Carpenter, J. M. Moser & T.A.
Romberg (Eds.). Addition and subtraction: A cognitive perspective. p. 99-116 . Hillsdale, N J: Erlbaum.

[17] LINS, R. C. e GIMENEZ, J. . (1997) . *Perspectivas em Aritmética e Álgebra para o Século XXI.* Campinas: Papirus Editora.

[18] LÜDKE, M. e ANDRÉ, M. E. D. A . . (1986) . *Pesquisa em Educação.* São Paulo : EPU.

[19] MARQUES, M. O . S. . (1999) . *Juventude, Escola e Sociabilidade* in Pimenta, S, G. (org.) . Saberes Pedagógicos e Atividades Docentes. São Paulo: Cortez Editora.

[20] MORIN, E. . (1999) . *Articular os Saberes in* Alves, N. e Garcia, R. L.. (orgs) . O Sentido da Escola . p. 65-80 . Rio de Janeiro: DP & A .

[21] NUNES, T. , CARRAHER, D. W. e SCHLIEMANN, A . D. . (1993) . *Street Mathematics and School Mathematics*. Cambridge: University Press.

[22] PAIS, L.. C. . (1999) . *A Transposição Didática in* Educação Matemática: uma Introdução. São Paulo: Ed. Educ.

[23] PERRENOUD, P. . (2000) . *Pedagogia Diferenciada.* Porto Alegre: Artes Médicas.

[24] PERRENOUD, P. . (1995) . *O Ofício de Aluno e Sentido do Trabalho Escolar.* Porto: Porto Editorial LDA.

[25] PARAMETROS CURRICULARES NACIONAIS – MATEMÁTICA – Terceiro e Quarto Ciclos do Ensino Fundamental . (1998) , Secretaria de Educação Fundamental. Brasília: MEC/SEF.

[26] PERRIN, G. . (1993) . *Enseignement des Maths dans les Classes " Faibles ".* Recherches em Didactiques des Mathématiques. 13 (1.2)

[27] SACRISTÀN, J, G. . (1996) . *Escolarização e Cultura: A Dupla Determinação in* Silva, L. H. , Azevedo, J. C. e Santos, E. S. (orgs) . Novos Mapas Culturais – Novas Perspectivas Educacionais . Secretaria Municipal de Educação, p. 34-57 . Porto Alegre: Editora Sulina.

[28] SEVERINO, A. J. . (2000) . *Metodologia do Trabalho Científico.* São Paulo: Editora Cortez.

[29] TANGUY, L. .(1997). *Racionalização Pedagógica e Legitimidade Política in* Ropé, F. e Tanguy, L. (orgs) . Saberes e Competências – O Uso de tais Noções na Escola e na Empresa, p. 25-59 . Campinas: Papirus.

[30] TESH, R. . (1990) . Qualitative Research: Analysis Types and Software Tools. New York : The Falmer Press.

SOFTWARES DE GEOMETRIA DINÂMICA NA SALA DE AULA DE MATEMÁTICA

Rúbia Barcelos Amaral Zulatto
Orientadora: Profª Drª Miriam Godoy Penteado
UNESP – Rio Claro

1- Introdução

Neste texto será apresentado meu projeto de pesquisa, em nível de mestrado, que está em andamento. O objetivo principal desta pesquisa é **analisar como os professores têm utilizado softwares de geometria dinâmica no processo de ensino e aprendizagem de Geometria.**

Para isso, estarei focalizando professores que utilizam essa tecnologia em sua prática docente e, mais especificamente, pretendo levantar dados sobre:

- os softwares de geometria dinâmica utilizados;
- os tópicos/conteúdos de matemática que têm sido abordados;
- a organização da sala de aula;
- as fichas de trabalho e as avaliações;
- as dificuldades e vantagens encontradas pelos professores;
- a formação e o suporte que os professores recebem para trabalhar com estes softwares.

2- Geometria dinâmica

Este termo foi originalmente usado por Nick Jackiw e Steve Rasmussen, de forma genérica, apenas com a intenção de ressaltar a diferença entre softwares de geometria dinâmica e outros softwares de geometria. Os softwares de geometria dinâmica possuem um recurso que possibilita a transformação contínua em tempo real, ocasionada pelo "arrastar" (Goldenberg & Cuoco, 1998). Para alguns autores, como Goldenberg & Cuoco (1998), Laborde (1998) e Villiers (1998), este termo refere-se à Geometria em ambientes computacionais onde podemos criar e construir figuras que podem ser arrastadas pela tela, mantendo os vínculos estabelecidos nas construções. Ou seja, um objeto ao ser movimentado, tem as medidas dos lados e ângulos da figura atualizados simultaneamente (Penteado, Amaral & Borba, 2000), sendo possível assim, visualizar *"parte da classe de figuras características de um mesmo objeto geométrico"* (Sangiacomo, 1998, p.218).

Em geral, os softwares de geometria dinâmica têm a característica de serem "abertos", possibilitando a simulação e a investigação. A simulação *"oferece a possibilidade do aluno desenvolver hipóteses, testá-las, analisar resultados e elaborar conceitos"*, como afirma Zanin (1997, p.29). Além disso, esses instrumentos tecnológicos possibilitam ao aluno uma investigação por si próprio de situações matemáticas, que abre espaço para a discussão de questões como *'o que acontecerá se...?'*, estimulando o desenvolvimento de idéias matemáticas. Porém a literatura enfatiza que a eficiência deste tipo de atividade depende do trabalho desenvolvido pelo professor, pois *"assim como um bom livro-texto não é, por si só, garantia de um bom curso, também um bom software precisa ser bem explorado por mestres e alunos para dar bons resultados"* (Sant, 1995, p.36).

Esse tipo de abordagem, com softwares de geometria dinâmica, contribui para resgatar o ensino dedutivo da Matemática. Golvêa & Almouloud (1998), Mello & Almouloud (1998a e 1998b) e Villiers (1998), têm discutido a importância de resgatar as provas e demonstrações no ensino da Geometria e destacam que, com a utilização dos softwares de geometria dinâmica o enfoque da demonstração sofre uma mudança. Ela não tem mais a função de convencer o aluno que uma certa conjectura é válida, pois o software pode proporcionar isso a partir da exploração de várias situações. Assim, a demonstração passa a ter o papel de auxiliar na compreensão e justificativa dessa validade.

Ainda envolvendo softwares de geometria dinâmica, podemos tratar dos seus aspectos didáticos de utilização. Segundo Gravina (1996), são dois os aspectos principais. Em um deles os próprios alunos realizam a construção das figuras, e neste caso o objetivo é o domínio de determinados conceitos através da construção. No outro aspecto, os alunos recebem as figuras prontas, construídas pelos professores, e então o objetivo passa a ser a descoberta de invariantes através da experimentação, e dependendo do nível de escolaridade dos alunos é possível, num segundo momento, demonstrar os resultados obtidos experimentalmente.

Devido às potencialidades acima mencionada, tem sido recomendado que os professores façam uso destes softwares como ferramenta na organização de situações de ensino e aprendizagem da Geometria. As implicações da inserção da Informática na prática docente serão discutidas a seguir.

3- Informática e a prática docente

Tratar das implicações da inserção da Informática na prática docente tem sido alvo de discussão de alguns Educadores Matemáticos, como Borba & Penteado (2001), Cancian (2001), Hoyles & Sutherland (1992), Penteado & Borba (2000), Penteado-Silva (1997), Ponte (1992) e alguns programas de formação já têm sido implementados nas escolas para a realização de uma maior difusão dos conhecimentos de Informática entre os professores. Porém, o que se tem percebido é que são poucos os que obtêm sucesso na implementação do uso do computador na escola. Uma das razões possíveis para justificar isto é o fato de que, em geral, trata-se de um processo complexo que deve levar em consideração o projeto pedagógico, a demanda dos alunos, e demais variáveis relacionadas à escola. Além disso, deve também considerar o potencial que a tecnologia tem de transformar essas variáveis, influenciando fundamentalmente o ambiente de aprendizagem e contexto de trabalho do professor (Penteado Silva, 1997).

Compreender quais são os reflexos da inserção dos computadores na profissão docente é um dos primeiros passos para promover mudanças significativas neste processo. É preciso considerar os aspectos pessoais dos professores; suas relações e condições de trabalho; a dinâmica da aula; e as disciplinas do currículo. É a partir desses aspectos que se pode propor alterações no processo de ensino e aprendizagem, inserindo novas tecnologias.

A maioria dos professores está tendo que inserir em suas aulas o uso do computador não porque gostam desta tecnologia, mas sim pela exigência do mercado de trabalho, já que o computador é visto como um símbolo de modernidade. Muitas vezes o professor não está familiarizado com ele e o que surge são fenômenos relacionados com medo, incerteza e insegurança, e por outro lado, fenômenos como força, coragem e ousadia, que se revelam na medida que os professores deixam uma 'zona de conforto' - onde limitam sua prática ao que é conhecido, previsível e controlável e nunca vão além disso - e enfrentam o desafio de atuar numa 'zona de risco' - numa situação caracterizada por um alto grau de incerteza e desafios. Diz-se que o professor, quando trabalha com a Informática, está na *zona de risco* porquê o uso desta tecnologia conduz a riscos tais como de perda de controle, obsoletismo e perda de autonomia (Borba & Penteado, 2001; Penteado Silva, 1997 e Penteado, 2000).

Com a presença do computador, a aula passa a ter um novo cenário, refletindo diretamente nas relações professor-aluno e aluno-aluno e no papel desempenhado pelos atores envolvidos, como professor, aluno, direção e família. Esses atores se vêem em situações novas, diferentes da que estão acostumados a enfrentar, o que exige que o professor passe a ter estratégias diferentes para desenvolver seu trabalho. Situações em

que o professor vai ter que responder 'não sei' ao seu aluno, momentos em que um aluno terá mais conhecimento sobre determinado software ou instrumento computacional passam a ser mais freqüentes agora. O que não quer dizer que o professor vai perder sua autoridade em sala de aula, pois é ele quem vai conduzir os alunos no sentido de explorar determinados conceitos, mas a negociação entre ele e os alunos ganha força. O poder legitimado pelo domínio da informação não está só nas mãos dos professores, e os alunos conquistam espaços cada vez maiores neste processo de negociação.

No que se refere às disciplinas do currículo, as potencialidades do computador colocam o professor diante do desafio de reorganizar as ênfases dadas a determinados conteúdos, e de buscar justificativas para o porquê privilegiar certos tópicos em detrimento de outros. Ressalta-se ainda, que alguns professores consideram que os computadores possibilitam a apresentação de conceitos matemáticos abstratos de uma forma mais concreta e significativa para os alunos.

Portanto, pode-se perceber que as Tecnologias Informáticas provocam mudanças no cenário educacional, que se refletem diretamente na prática profissional do professor. É reconhecido que muitos esforços devem ser despendidos na elaboração de propostas de introdução do computador na escola. O projeto de pesquisa aqui apresentado é uma iniciativa que pretende trazer contribuições que sirvam de orientação para a elaboração de propostas de formação de professores bem como a organização de atividades para a sala de aula, envolvendo Tecnologias Informáticas.

4- Metodologia

Esta pesquisa está sendo desenvolvida segundo uma abordagem qualitativa de pesquisa, uma vez que pretendo compreender particularidades de uma situação que envolve professores em seu ambiente de trabalho. Segundo Alves (1991), na metodologia qualitativa *"a realidade é uma construção social da qual o investigador participa e, portanto, os fenômenos só podem ser compreendidos dentro de uma perspectiva holística, que leve em consideração os componentes de uma dada situação em suas interações e influências recíprocas"* (p. 55).

Goldenberg (1999) afirma, entretanto, que não existem regras precisas para a realização de uma pesquisa qualitativa, nem passos a serem seguidos, e que o bom resultado da pesquisa depende da sensibilidade, intuição e experiência do pesquisador. Ela complementa ainda que um dos principais problemas a ser enfrentado neste tipo de abordagem diz respeito à possível contaminação dos resultados em função da personalidade do pesquisador e de seus valores. E uma das possíveis alternativas para amenizar esta situação é *"ter consciência de como sua presença afeta o grupo e até que ponto este fato pode ser minimizado ou, inclusive, analisado como dado da pesquisa"* (p.55).

Esta questão da validade é discutida por vários autores. Existem alguns procedimentos que são indicados para aumentar a fidedignidade dos dados relatados, como o emprego de diferentes métodos de coleta de dados; a escolha de membros de diferentes grupos e de diferentes momentos e situações para análise e a subsequente triangulação das informações obtidas; a reprodução cuidadosa de um relato completo de todos os eventos observados, entre outros (André, 1995; Goldenberg, 1999, Bicudo & Esposito, 1994; Lüdke & André, 1986; e Alves, 1991).

Com relação aos dados, eles podem ser obtidos de diferentes maneiras: por entrevistas, sendo elas estruturadas, semi-estruturadas ou não estruturadas; questionários escritos; observação, que pode ser participante ou não; e análise documental (Lüdke & André, 1986).

É importante ressaltar que as informações obtidas são constantemente confrontadas com a literatura pertinente, e é após a coleta de dados que se inicia a fase final de análise. É o momento em que o pesquisador faz uma leitura cuidadosa dos dados e os interpretam com o auxílio da literatura e interferência da sua intuição e sensibilidade. O que não significa, como mencionado anteriormente, que a subjetividade predomine e que um trabalho rigoroso não possa ser desenvolvido.

Como método de coleta inicial, estou utilizando a *entrevista*. Ela é do tipo semi-estruturada, com a utilização de um roteiro que possibilita as adaptações que considerar conveniente, visto que

5.2- Coleta de dados

Os dados serão coletados junto a professores que estão utilizando softwares de geometria dinâmica. Os softwares **Cabri-Gèométre I e II**, **Geometricks** e **Geometer's Sketchpad** são, a priori, os que têm sido mais divulgados no Brasil, porém serão considerados também professores que estejam utilizando outros softwares de natureza similar, diferentes desses. Ressalta-se que este é um dos aspectos que desejo verificar, conforme mencionado anteriormente, ou seja, pretendo realizar um levantamento dos softwares que têm sido utilizados pelos professores, e o fato de eventualmente fazerem uso de um software diferente dos aqui citados, não os excluirá do processo de escolha do professor a ser entrevistado, desde que, naturalmente, seja um software de geometria dinâmica, objeto deste trabalho.

cada entrevista é única pois depende, entre outros fatores, dos entrevistados, que é uma variante (Goldenberg, 1999; Lüdke & André, 1986).

Uma das grandes vantagens da entrevista é a captação imediata e corrente da informação desejada. Além disso, ela permite correções, esclarecimentos e adaptações que a torna eficaz na obtenção das informações, ou seja, há uma certa "liberdade de percurso". Para tanto, é necessário estar atento ao papel do entrevistador. Para ter sucesso, ele precisa apresentar interesse real e respeito pelos sujeitos da pesquisa; habilidade de demonstrar compreensão e simpatia por eles. Ouvir deve ser uma das maiores qualidades do entrevistador, pois caso contrário, pode-se obter informações inúteis ou enganosas. Além disso, ele deve ter a capacidade de saber o momento certo de encerrar a entrevista (Garret, 1988; André, 1995; Goldenberg, 1999; e Lüdke & André, 1986).

O registro das entrevistas será através de gravação, que tem a vantagem de registrar todas as expressões orais, deixando o pesquisador livre para prestar atenção no entrevistado. Posteriormente será feita a transcrição do material, o que permitirá também que outros pesquisadores tenham acesso aos dados mais facilmente.

Como é possível perceber, muitas decisões circundam as entrevistas, como a escolha de quem entrevistar, que recursos utilizar para registrar os dados, o quanto interferir durante a entrevista, entre outras. Entretanto, é impossível prever tudo antecipadamente. Logo, algumas dessas decisões serão feitas posteriormente, durante o processo da pesquisa.

Além das entrevistas pretendo coletar material escrito com estes professores, como provas dos alunos e as fichas de trabalho. Após a coleta pretendo analisá-lo a partir do método de *análise documental*. A análise documental *"pode se constituir numa técnica valiosa de abordagem de dados qualitativos, seja complementando as informações obtidas por outra técnicas, seja desvelando aspectos novos de um tema ou problema"* (Lüdke & André, 1986, p. 38). Uma das vantagens deste método consiste no fato dos documentos serem uma fonte estável e rica, que podem ser consultados várias vezes. Além disso, os documentos são fontes de onde se pode retirar evidências que fundamentam as afirmações e declarações do pesquisador.

A análise será feita durante todo o processo de coleta de dados, sendo que a fase mais rigorosa de análise ocorrerá após a conclusão da coleta de dados.

Durante todo o processo de coleta de dados estarei organizando as informações adquiridas e fazendo uma leitura de forma a selecionar frases e partes de documentos que estejam diretamente relacionadas com a questão que está guiando esta pesquisa. Depois de selecioná-las, tentarei agrupá-las em categorias, que não estão previamente estabelecidas, identificando as tendências e padrões relevantes. A discussão dessas categorias será feita à luz da literatura estudada, *"a partir de um confronto entre os princípios teóricos do estudo e o que vai sendo 'aprendido' durante a pesquisa, num movimento constante que perdura até a fase final"* do trabalho (Lüdke & André, 1986, p. 45).

Como é de se esperar num processo de pesquisa dessa natureza, sabe-se que haverá uma delimitação progressiva do foco de estudo; reformulações de questões analíticas e aprofundamento da revisão de literatura. Como mencionado anteriormente, para a análise final será feita a construção de um conjunto de categorias descritivas. O referencial teórico deverá ser o suporte inicial dos conceitos a partir dos quais será feita a primeira classificação dos dados, que poderão ou não ser suficientes, o que determinará se será necessária a criação de novas categorias conceituais.

5- Resultados Esperados

Espero que os resultados desta análise tragam contribuições para os professores, que poderão ser apresentadas como uma alternativa de trabalho com a utilização de softwares de geometria dinâmica.

Acredito que durante o desenvolvimento da análise dos dados será possível esclarecer as características dos professores e de como estão utilizando softwares de geometria em sua prática docente. Além disso, será identificado o apoio que esses professores recebem na área de informática educativa que os incentiva a investir no seu uso. Desse modo, penso que a contribuição desta pesquisa será no sentido de apresentar subsídios para preencher as lacunas de cursos de formação nessa área.

Penso que isso é possível a partir de uma discussão sobre os pontos destacados pelos professores no decorrer da pesquisa, como os softwares utilizados, os conteúdos trabalhados, as dificuldades encontradas, os suportes recebidos e as vantagens do uso desta tecnologia. Além disso, haverá a coleta de materiais, como fichas de trabalho, que serão incorporadas à minha dissertação, e que darão indícios de possíveis caminhos para o desenvolvimento de atividades envolvendo softwares de geometria dinâmica.

6- Bibliografia

ALMOULOUD, S.A.; HANURA, N.C.A. Teorema de Thales: uma abordagem do processo ensino aprendizagem. In: REUNIÃO ANUAL DA SBPC, 52, 2000, Brasília. *Anais...* Brasília, SBPC, 2000. 1 CD-ROM.

ALVES, A.J. O planejamento de pesquisas qualitativas em educação. *Cadernos de Pesquisa*, São Paulo, n.77, p.53-61, maio/1991.

ANDRÉ, M.E.D.A. *Etnografia da prática escolar.* Campinas: Papirus, 1995.

BALACHEFF, N.; SUTHERLAND, R. Domínio epistemológico de validade dos micromundos: Tradução MAGINA, S.P.; MACHADO, S.D.A. O caso do Logo e do Cabri-Geometre. *Cadernos de Educação Matemática*, v.2, p.150-68, 1995.

BELFORT, E. Geometria Dinâmica; aplicando a Informática ao Ensino. In: SEMANA DA MATEMÁTICA, 12, 2000. *Anais...* U.M.E., v.1, n.1, p.54-62, 2000.

BICUDO, M.A.V.; ESPOSITO, V.H.C. (Orgs). *Pesquisa qualitativa em educação.* Piracicaba: Unimep, 1994.

BORBA, M.C. Informática trará mudanças na educação brasileira? *Zetetiké*, ampinas, v.4, n.6, p.123-4, jul/dez. 1996.

BORBA, M. C.; PENTEADO, M.G. Informática e Educação Matemática. Belo Horizonte: Autêntica, 2001.

BORBA, M.C.; SOUZA, T.A.; BRIAN HUDSON, J.F. *The role of technoloy in the mathematics classromm.* Rio Claro: UNESP, 1997.

CANCIAN, A.K. *Mudanças via reflexão e colaboração: uma experiência de trabalho junto a professores de matemática.* 2001. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista, Rio Claro, 2001. No prelo.

DENZIN, N. *The research. Act.* New York; McGraw-Hill, 1978.

FAZENDA, I. (Org). *A pesquisa em educação e as transformações do conhecimento.* Campinas: Papirus, 1995.

GARRET, A. *A entrevista e seus princípios e métodos.* Rio de Janeiro: Agir, 1998.

GOLDENBERG, E.P.; CUOCO, A.A. *What is dynmic geometry?* In: LEHER, R.; CHAZAN, D. Designing learning environments for developing understanding of geometry and space. London: Lawrence Erlbaum, 1998.
GOLDENBERG, M. *A arte de pesquisar.* 3.ed. Rio de Janeiro: Record, 1999.
GOUVÊA, F.A.T.; ALMOULOU, S.A. A 'arte de demonstrar' e a 'prova' em geometria através da resolução de situações-problema desafiadores. In: ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 6., 1998, São Leopoldo. *Anais...* São Leopoldo: SBEM, 1998. v.2, p.396-8.
GRAVINA, M.A. Geometria dinâmica: uma nova abordagem para o aprendizado de geometria. In: SIMPÓSIO BRASILEIRO DE INFORMÁTICA NA EDUCAÇÃO, 7., 1996, Belo Horizonte. *Anais...* Belo Horizonte, 1996.
HOYLES, C.; SUTHERLAND, R. *LOGO Mathematics in the classroom.* London: Routledge, 1992.
JAHN, A.P. Das transformações de figuras às aplicações pontuais: a contribuição do Cabri-Géomètre. In: CONGRESSO INTERNACIONAL SOBRE CARI-GÉOMÈTRE, I., 1999, São Paulo. *Anais...* São Paulo: PUC, 1999. Disponível em <http://cabri.com.br>. Acesso em 12 maio 2001.
LABORDE, C. Relationships between the spatial and theoretical in geometry: the role of computer dynamic representations in problem solving. In: INSLEY, D.; JOHNSON, D.C. (Ed). *Information and communications technologies in school mathematics.* Grenoble: Champman and Hall, 1998.
LÜDKE, M.; ANDRÉ, M.E.D.A. *Pesquisa em educação*: abordagens qualitativas. São Paulo: EPU, 1986.
MACHADO, N.J. Informática na escola: significado do computador no processo educacional. *Acesso: Revista de Educação e Informática*, ano 4, p.28-35, dez. 1993.
MAGINA, S. O Computador e o ensino da matemática. In: EEMAT, 10., Rio de Janeiro, 1997. *Anais...* 1997, p.15-6.
MELLO, E.G.S.; ALMOPULOUD, S.A. Um questionamento sobre a importância do aprendizado da demonstração em geometria no 1° grau. In: ENCONTRO PAULISTA DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 5., São José do Rio Preto, 1998. *Anais...* SBEM – SP, FIRP/UNESP, 1998ª. v.1, p.127-8.
_______. É importante aprender demonstração em Geometria? In: ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 6., 1998, São Leopoldo, *Anais...* São Leopoldo: SBEM, 1998b. v.2, p.394-5.
OLIVER, M. *Innovation in the Evaluation of learning Technology.* London: University of London, 1998.
PENTEADO, M.G.; BORBA, M.C. (Org) *A informática em ação:* formação de professores, pesquisa e extensão. São Paulo: Olho d'Água, 2000.
PENTEADO, M.G.; AMARAL, R.B.; BORBA, M.C. *Manual do software Geometricks.* São Paulo: UNESP, 2000.
PENTEADO-SILVA, M.G. *O computador na perspectiva do desenvolvimento profissional do professor.* 1997. Tese (Doutorado em Educação) – Universidade de Campinas, Campinas, 1997.
PENTEADO, M.G.; BORA, M.C.; GRACIAS, T.S. Informática como veículo de mudança. *Zetetiké*, Campinas, SP, v.6, n.10, p. 77-86, jul/dez. 1998.
PONTE, J.P. *O computador um instrumento da educação.* 3.ed. Lisboa: Texto, 1998.
_______. Concepção dos professores de matemática e processos de formação. In: BROWN, M.; FERNANDES, D.; MATOS, J.F.; PONTE, J.P. (Org). *Educação e Matemática*: temas de investigação. Lisboa: Instituto de Inovação Educacional, 1992.
_______. Novas tecnologias na aula de matemática. *Educação e Matemática*, n.34, p.2-7, abr/jun., 1995.
SANGIACOMO, L. O processo de mudança de estatuto: de desenho para figura geométrica. Uma didática com o auxílio do Cabri-Géomètre. In: ENCONTRO PAULISTA DE EDUCAÇÃO

MATEMÁTICA, 5., 1998, São José do Rio Preto. *Anais...* SBEM-SP, FIRP/UNESP, 1998. v.1, p.218-22.
SANT, J.M. O 'Cabri-Géomètre'. *Revista do Professor de Matemática,* 1995. SBM, n.29, p.36-9, 1995.
SHUMANN, H.; GREEN, D. *Discovering geometry with a computer – using Cabri-Géomètre.* London: Chartwell-bratt, 1994.
VALENTE, J.A. (Org). Computadores e conhecimento: repensando a educação. Campinas: Gráfica UNICAMP, 1993.
_______. *O professor no Ambiente Logo*: formação e atuação. Campinas: UNICAMP/NIED, 1996.
VILLIERS, M. An alternative approach to proof in dynamic geometry. In: LEHER, R.; CHAZAN, D. *Designing learning environments for developing understanding of Geometry and Space.* Local: Lawrence Erlbaum Associates, 1998.
ZANIN, A.C. *O Logo na sala de aula de matemática da 6ª série do 1º grau.* 1997. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista, Rio Claro, 1997.

DA SALA DE AULA À INTERNET: FORMAÇÃO CONTÍNUA DE PROFESSORES COMUNICADORES DE MATEMÁTICA

Ruth Ribas Itacarambi
Orientadora: Profa. Dra. Vani Kenski
Instituição:CAEM – Centro de Aperfeiçoamento do Ensino de Matemática/ USP
Universidade Anhembi- Morumbi

1. Apresentação

O estudo enfoca a formação contínua de professores de matemática enquanto comunicadores, reflexivos, investigadores e articuladores de mídias diversas, inseridos no meio urbano de diversidade cultural.

O objetivo da pesquisa é gerar um processo para levar as práticas pedagógicas de matemática da sala de aula para a comunidade de professores, numa perspectiva de **criação de redes comunicacionais de cooperação e formação mútua.** Estas redes no seu aspecto físico se traduzem, neste trabalho e pesquisa, pela rede Internet, ou fax, ou cartas e/ou encontros presenciais.

O presente estudo enfatiza a produção de saberes do professor comunicador de **cultura matemática**, interagindo com meios de comunicação. Trata da experiência docente comunicativa não apenas na dimensão pedagógica mas num quadro conceitual de produção de saberes e conhecimentos do professor como sujeito e como agente (profissional).

A criação de redes colaborativas comunicacionais de auto-formação compartilhada, pode permitir que o professor se identifique como sujeito global que assume a sua formação como um processo interativo e dinâmico. A troca de experiências, de dificuldades e a divisão de saberes entre os próprios professores que têm o prazer de "estarem fazendo juntos", de estarem criando espaços de formação mútua, nas quais cada docente é chamado a desempenhar o papel ora de formando ora de formador.

O projeto está centrado no **professor da rede pública**. A preocupação é construir uma didática para o ensino de matemática que tenha como pressuposto a ação, a reflexão na ação e a reflexão sobre a ação.

2. O professor como articulador de mídias

O professor neste estudo é visto como articulador de mídias, onde o funcionamento da cultura matemática é inseparável da comunicação. Neste aspecto, o trabalho apoia-se nos estudos de Santaella (1992: 28), que concebe as mídias como produtoras de cultura a partir da associação entre cultura e comunicação. E, segundo a autora, presenciamos uma "cultura das mídias" em que coexistem significados de cultura erudita, cultura de massa e cultura popular. Uma das características primordiais da cultura das mídias é a ênfase que se coloca na **informação** como elemento substancial de todo processo comunicativo. O ato comunicativo é um ato em que a informação é intencionalmente transmitida, mas que também mantém residualmente uma margem de conteúdo informativo que escapa à intencionalidade. O traço fundamental da cultura das mídias é a **mobilidade**, a capacidade de **trânsito** da informação de uma mídia para outra, além de contribuir para o princípio da **liberdade democrática** de acesso à informação, pois um grande número de pontos de vista podem coexistir no mesmo espaço-tempo.

3. A ação da tecnologia nas culturas

Estamos no mundo no qual a idéia de progresso humano foi substituída pela idéia de progresso tecnológico. Somos uma cultura que consome informação. Acreditamos que as culturas podem sofrer com a falta de informação. Mas o que fazer com o excesso de informação? O computador pode ser considerado uma mídia, ou seja um veículo de informação?

Segundo Santaella, não se pode dizer que existe um consenso quanto ao entendimento

do computador como uma mídia e, também, não se pode negar que o processamento e comunicação de dados realizados pelo computador são formas de comunicação. Com efeito, utilizando-se de um modem, qualquer computador, pode ser conectado e transmitir sinais, via telefone, a qualquer outro computador em qualquer lugar do mundo, através de redes como a Internet.

Para Postman (1994: 22) pode-se achar difícil imaginar que o número e a letra sejam ferramentas ou uma tecnologia, mas quando usamos esses símbolos para julgar comportamentos - como as avaliações feitas na maioria dos sistemas educacionais, expressas por números e/ou letras e as várias pesquisas apoiadas em dados estatísticos - isso fica mais evidente.

As novas tecnologias de informática e de comunicação, segundo Serres (1994), ordenam e geram as funções de reunir informações para conservar e para propagar. Por meio de suporte e transporte confiáveis, as memórias dos computadores conseguem reunir as informações em bancos de dados e as redes de comunicações, em redes de redes. Elas ligam os principais conteúdos e os melhores desempenhos. Seja qual for o conteúdo, estas redes apenas importam os estoques e o fluxo (Serres,1994: 143).

Pode o saber vir a nosso encontro através deste mundo virtual?

Pode, pois o mundo das comunicações, segundo Serres, engendra uma sociedade pedagógica, em que a formação contínua e a aprendizagem à distância, presente nas redes universais, se reunirá às bibliotecas, escolas e universidades, concentração da cultura erudita e das ciências. Estes conhecimentos que até estão eram privilégio de grupos sociais abastados pode vir a ser acessado e conhecido pela maioria das pessoas interessadas.

4. A matemática no contexto cultural

Durante muito tempo, o saber da matemática foi considerado neutro, objetivo e imune às discussões relacionadas com a educação e a cultura. Entretanto, como demonstra Kuhn (1970), as mudanças de paradigma são capazes de configurar e definir de outro modo a forma de entender o todo.. Por exemplo, durante muito tempo supôs-se que o êxito em matemática era próprio de determinados alunos- os "experts". E poucos se preocupavam em examinar como o currículo e a forma de ensinar a matemática podia prejudicar certos alunos e favorecer outros (Itacarambi, 1993).

Nesta discussão sobre matemática e cultura, Billings (1996: 147) lembra que na organização dos conteúdos a inclusão de dados e exemplos procedentes de diversos grupos culturais podem consistir em informações significativas para diminuir a disparidade de oportunidades e melhorar os resultados dos diversos grupos culturais.

A matemática caracteriza-se por ser uma forma de compreender e atuar no mundo e seu conhecimento é resultado da construção humana na sua interação com a natureza, a sociedade e a cultura, É a partir da observação do mundo e seus casos particulares que as regularidades são desvendadas, as conjecturas e teorias são formuladas. Esse caráter indutivo é pouco destacado quando se trata da comunicação ou ensino do conhecimento matemático.

D' Ambrosio lembra que na matemática do futuro serão importantes o que hoje se chama matemática discreta e o que se chamam "casos patológicos", desde a não-linearidade até a teoria do caos, fractais, *fuzzies*, teoria dos jogos, pesquisa operacional e programação dinâmica. E ,segundo o autor , estes temas só são tratados na universidade mas por representarem a matemática do futuro seria muito interessante que ela já fosse apresentada para o jovem, no ensino básico. Pois a visualização é muito parecida com o que se vê na TV e nos computadores, por exemplo a representação dos fractais nos computadores. Tornar a cultura matemática uma cultura escolar possível de ser aprendida e ensinada exige que esse conhecimento seja transformado, pois o pensamento dos matemáticos teóricos geralmente são difíceis de serem comunicados diretamente aos alunos. A necessidade de tornar o conhecimento matemático acessível gerou os movimentos sobre educação matemática e desses a SBEM no Brasil.

5. Caracterizando o problema da pesquisa

A questão central da pesquisa é demonstrar que a criação e o uso das redes comunicacionais mediadas ou não por computadores contribuem para o processo de desenvolvimento profissional e para a produção do conhecimento pessoal e coletivo de professores de matemática do ensino público.

Para demonstrarmos que deste modo podemos criar condições para a formação continuada de professores retomemos os argumentos que fundamentam esta pesquisa.

Podemos resumi-los nas seguintes necessidades:

- criar redes comunicacionais de cooperação e formação mútua de professores de matemática do ensino pública. Onde cada professor assume sua formação como um processo interativo e dinâmico;

- resgatar e comunicar os saberes produzidos pelas ações pedagógicas do professor, junto com seus pares na escola;

- fazer a mediação entre as teorias e a prática. Onde a prática docente é tomada como objeto de conhecimento para a construção de uma nova possibilidade para o ensino e desse modo para a formação do professor investigador;

- ver a escola no mundo moderno com a função de levar o ser humano a usufruir do direito de participar da herança cultural mundial e ter acesso às informações produzidas no mundo que o afetam enquanto cidadão.;

- estabelecer a relação entre matemática e tecnologia. Onde a matemática é um conhecimento produto da interação com a natureza, a sociedade e a cultura. E onde a tecnologia é uma construção que baseia-se na ciência dos algoritmos, pensamento tão global e regulador como foi a geometria dos gregos; e,

- ter as mídias como fator de desenvolvimento e autonomia do professor. Neste caso, o professor é visto como articulador de mídias onde o funcionamento da cultura matemática é inseparável da comunicação. E, o espaço destinado às mídias visa o processo de transformação e comunicação da cultura matemática pelos seus traços de mobilidade, trânsito e liberdade democrática que permeiam as redes comunicacionais de cooperação e formação mútua de professores.

6. O Trabalho Empírico

Os dados empíricos da pesquisa têm duas vertentes: o material de natureza quantitativa e de natureza qualitativa.

O primeiro forma o quadro mais amplo com o levantamento de dados dos questionários iniciais aplicados aos professores de matemática de duas delegacias de ensino, da rede estadual de São Paulo, participantes do PEC (Projeto de Educação Continuada). Nestas delegacias estão inseridos os professores que são os sujeitos da pesquisa. Entre as informações dos questionários são escolhidas as questões que vão caracterizar o grupo. Temos também os dados obtidos nas avaliações feitas pelos professores universitários destas delegacias.

A outra vertente é a qualitativa. Uma pesquisa em que os sujeitos-professores envolvidos tinham algo a "dizer" e a "fazer". Não só levantamento de dados em questionários ou relatórios de avaliações. Trata da concepção do conhecimento como ação. Esses sujeitos são os professores das delegacias já citadas e que se envolveram com o projeto, tinham algo a "dizer".

Esta forma de encaminhar a pesquisa é denominada por Thiolent (1985: 14), de pesquisa-ação. É uma pesquisa empírica que é concebida em estreita relação com a ação na qual o pesquisador e os professores estão envolvidos de modo cooperativo.

Podemos conceber e planejar pesquisas qualitativas cujos objetivos não se limitem à descrição ou à avaliação (Thiollent, 1985: 75). No contexto de estudar a formação de professores de matemática, para nós, não bastava descrever e avaliar o projeto PEC desenvolvido pela

Secretaria de Educação do Estado de São Paulo. Precisávamos ouvir os sujeitos e produzir idéias que antecipassem o real, com um caráter mais permanente.

Para viabilizar esta perspectiva, partimos da seleção das perguntas do questionário inicial e analisamos a concentração de respostas. Fizemos o registro das discussões nos encontros e dos relatos individuais. Propiciamos a troca de correspondência entre os dois grupos que participaram da pesquisa. Planejamos a continuidade dos encontros com os professores interessados e partimos para a organização do site na Internet.

CONSIDERAÇOES FINAIS

Observamos que a criação e uso das redes comunicacionais mediadas ou não por computadores contribuíram para o processo de desenvolvimento profissional e para a produção de conhecimento pessoal e coletivo dos professores de matemática do ensino público que participaram da pesquisa e criaram o site: **Professores de Matemática da Rede Pública em Rede,** localizado no provedor da Escola do Futuro – USP.

A necessidade inicial que apontamos era a de criar espaços de comunicação mediadas ou não por computadores para troca de experiências. Esta foi concretizada enquanto espaço não mediado pelo computador, através da correspondência entre os professores. Nas seqüências de cartas escolhidas no capítulo 4, no item: A comunicação como troca de experiências, observamos que os professores ao trocarem cartas sobre suas experiências tomaram consciência de quanto elas tinham sido significativas ou não para seus alunos. E ao escreverem sobre elas estavam fazendo a reflexão sobre sua ação (Schön, 1990) e em algumas cartas encontramos indicações de mudanças na ação desenvolvida na sala de aula (Zeichner, 1993). Temos outras seqüências que atendem também a este propósito e que não registramos nesta pesquisa para não sermos repetitivos.

Dissemos na fundamentação (Fusari, 1998) que o professor deve saber da produção social de comunicação cultural e ser um comunicador que utiliza mídias presentes na vida contemporânea. E também (Santaella,1996), que as formas tradicionais de cultura que exigiam a presença física dos dois pólos da cadeia comunicativa: o emissor e o receptor, estavam passando por modificações. Hoje, através um modem podemos de qualquer computador, nos conectar e transmitir sinais, via telefone, a qualquer outro computador em qualquer lugar do mundo e buscar uma infinidade de informações.

A partir deste referencial, utilizamos a Internet como espaço de comunicação mediado pelo computador. Este espaço teve a nosso ver três momentos. O primeiro, foi o da comunicação entre os próprios professores da rede pública e esses com o pesquisador, todos envolvidos com a tarefa de produzir um *site* para comunicar suas práticas. O segundo, foi o próprio *site* e o estudo do conteúdo e da melhor forma de apresentação dele. O terceiro, foram e são as novas possibilidades de comunicação que estão se abrindo através das parcerias. Este trabalho feito como pesquisa para defender uma tese, sistematiza-se em termos teóricos e práticos em uma experiência real, em plena ação, para produzir novos trabalhos e pesquisas.

Os espaços de estudos e investigação podem ser vistos na correspondência na qual dedicamos um item específico, na produção do *site* e no material do mesmo nos itens: atividades desenvolvidas na sala de aula, curiosidades e ponto de vista do professor. No ponto de vista do professor, esse foi à biblioteca, entrou em contato com as editoras e consultou a Internet para buscar materiais didáticos para a sala de aula e apresentá-los aos colegas que acessassem a página do projeto. O professor foi construindo o seu saber ativamente ao longo de seu percurso no projeto. Como diz Nóvoa (1992), a noção de experiência mobiliza uma pedagogia interativa e dialógica.

Outro momento de estudos e investigação ocorreu na preparação dos conteúdos para as comunicações dos trabalhos no "XIV Encontro Regional de Professores de Matemática" programado pelo IMECC da UNICAMP, em 1999.

Os professores foram incentivados a registrarem o seu trabalho. Foram convidados a escrever sobre ele para seus pares da outra delegacia de ensino e perceberam nas respostas, a consideração e valorização por parte dos colegas. Começaram a ter consciência do valor do seu trabalho e ao registrarem se tornam os verdadeiros autores da prática que estavam desenvolvendo. Dizemos verdadeiros autores porque eram experiências pessoais e locais que eles próprios tinham a oportunidade de divulgar, garantindo sua autoria.

A valorização do trabalho dos professores envolvidos no projeto fica evidente no processo da criação do *site* e na sua divulgação. Lembramos também, a organização da orientação de trabalho pela assistente técnica pedagógica, professora envolvida na pesquisa, ocorrida no final de 99, para dez escolas da delegacia de ensino. Além de serem incentivados a participar do "XIV Encontro Regional de Professores de Matemática" já citado acima.

Neste processo valorizou-se o desenvolvimento profissional dos professores, na dupla perspectiva pessoal e coletiva. Na perspectiva pessoal, quando individualmente escolheram suas atividades de sala de aula, avaliaram com seus alunos e produziram o material inicial para ser divulgado no *site* e depois apresentado no encontro. O desenvolvimento dos professores no coletivo está presente desde o momento em que se organizaram em grupos para preparar a apresentação do *site* e do encontro. Este desenvolvimento numa perspectiva de educação permanente, permanece na atuação do grupo realimentando o site e participando dos projetos em parcerias.

Os professores adquiriram autonomia e liberdade para buscar informações para seu trabalho em vários espaços, inclusive nas bibliotecas das universidades e em espaços e bancos de dados internacionais. Utilizaram os sites de busca fazendo uma seleção cuidadosa da fonte de informação.

A pesquisa foi se constituindo através do desenvolvimento do trabalho. Os caminhos eram vários, as opções foram sendo escolhidas no processo. No ato de pesquisar descobriu-se o valor das parcerias e do trabalho coletivo. Estimulou-se a autonomia e a descoberta do valor do professor. O grupo se identificou com o trabalho e aproveitou oportunidade dada pelo pesquisador. O resultado--com o envolvimento deles, em outros projetos, em parceria com vários países--superou nossas expectativas. Anima a todos do grupo e a outros professores para continuarem na busca: da sala de aula à Internet.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

APPLE, m. **Equidad y Ensenãnza de las Matemáticas: nuevas tendencias.** Ediciones Morata , S.L. 1998: 347-365.
BARBERO J. M. **La ciudad Virtual. Transformaciones de la sensibilidad y nuevos escenarios de comunicación.** Cali Colômbia. Revista de la Universidad del Valle /agosto 1996: 30-35.
BARBERO J. M. **Dos meios às Mediações.** R. J. Editora UFRJ, 1997.
BILLINGS, G. **Dar sentido a las matemáticas en contexto multiculturales.** In Equidad y Ensenãnza de las Matemáticas. Ediciones Morata , S.L. 1996: 147
BOSI, A. **Cultura Brasileira, Filosofia da Educação Brasileira**, RJ. Civilização Brasileira, 1987: 135-176.
BOURDIEU, P &E PASSERON, J. C. **A Reprodução. Elementos para uma teoria do sistema de ensino.** S. P. Livraria Francisco Alves editora, 1982:22-32.
CANCLINI, N. G. "**La modernidad después de la posmodernidad**" in BELLUZZO, A . M. (org.). Cadernos de cultura- Modernidade: Vanguardas Artísticas na América Latina. S. P. UNESP/ Memorial da América Latina, 1990.
CANCLINI, N. G. **Culturas Hibridas: estratégias para entrar e sair da modernidade.** S.P., Editora Universidade de São Paulo,1997
CAPELLETTI. **Entrevista.** Folha de S. Paulo, Cad. 3-5s 26/11/1998.
CHAMLIAN, H. - **A Relação Pedagógica e a Formação do Professor: uma tentativa de intervenção.** São Paulo, FEUSP,1988.
CONED . **Educação, Democracia e Qualidade Social.** Subsídiosàs discussões preparatórias do II CONED, nov.1997.
D'AMBROSIO, U. **Etnomatemática.** São Paulo,1990.

D'AMBROSIO, U. **Educação Matemática da teoria à prática.** São Paulo, Papirus,1996: 58.
DEMO, P. **Desafios Modernos da Educação.** Petrópolis R. J. Editora Vozes, 1995: 19; 87-93.
DRIVER, R. **Psicologia Cognoscitivas y Esquemas Conceptuales de los alunos.** Ensenanza de las Ciências,v.4, n.1, p. 3-15, 1986.
EZPELETA, J e ROCKWELL, E. - " **A construção Social da Escola**" R. Bras. Est. Pedag., Brasília, 66(152): 106-19, jan 1985.
FRIGOTTO, G. **Educação e Formação Humana: ajuste neoconservador e alternativo democrático** in GENTILI, P. **Neoliberalismo, Qualidade Total e Educação.** Petrópolis R. J. Editora Vozes, 1995/1999: 33-86.
FUSARI, Maria F.R. **Multimídias e Formação de Professores e Alunos: Por uma Produção Social da Comunicação Escolar de Cultura.** Goiania, GO. VII ENDIPE, 1994.
FUSARI, Maria F.R **Comunicação, Mídias e Aulas de Professores em Formação: Novas Pesquisas?** ANPED, 1998.
GADOTTI, M. **Organização do trabalho na Escola, Alguns pressupostos.** S. P. Editora Ática, 1993: 50-60.
GENTILI P. A . A .& SILVA, TOMAZ T. (org.) **Neoliberalismo, Qualidade Total e Educação.** Petrópolis R. J. Editora Vozes, 1995: 126-135.
HOBSBAW, E. **A Era das Revoluções.** R.J. 1979: 43-69.
HERSCH,R. & DAVIS, J.P. **O Sonho de Descartes.** R. J. Editora Francisco Alves, 1988.
ITACARAMBI, R. R. **A Resolução de Problemas de Geometria na Sala de Aula, Numa Visão Construtivista.** FEUSP,1993.
JAMESON, F. **Pós-Modernismo. A Lógica Cultural do Capitalismo Tardio.** S P. Editora Ática, 1996: 15-65.
LABORDE,J. M. **CABRI - GÉOMÈTRE . O Caderno interativo para ensinar e aprender geometria.** S. P. PUC, 1991.
LDB 9346/96 **Lei de Diretrizes e Bases. 1996.**
MELO, G. Magistério de 1º Grau. **Da Competência Técnica ao Compromisso político.** S. P. Cortez Editora 1982.
NÓVOA , A . **Notas sobre Formação Contínua de Professores in Os Professores e sua Formação.** Lisboa. Publicações D. Quixote, 1992, p 13-33.
PCN - **Parâmetros Curriculares Nacionais**, Secretaria de Educação Fundamental, Brasília, 1998.
POSTMAN, N. **Tecnopólio: A rendição da cultura à tecnologia.** S.P. Ed. Nobel, 1994: 22; 32-61.
PROJETO SETE ESCOLAS,16ªDE. **Documento.** 1997.
ROCKWELL, E. **Etnography and critical knowledge of education in Latin America. Prospects**, XXI (2): 156-167
ROCKWELL, E; MERCADO, R. **La Escuela: lugar del trabajo docente.** México, DIE, 1986.
ROCKWELL, E; MERCADO, R. **Dialogar y decubrir: La experiencia de ser instructor.** Consejo Nacional de Fomento Educativo, 1990.
RODRIGUES, N. **Modernidade e Educação: tópicos para discussão.** S.P. FDE, 1992: 97-114.
RUDIGER, F.R. **Habermas e a Reconstrução da Problemática Teórica da comunicação.** R. Biblitecon. & Comun. Porto Alegre 4: 43-52, 1989.
SANTAELLA, L. **Cultura das Mídias.** S.P.. Editora Experimento,1996: 7-30.
SERRANO, M. M. **La producción social de comunicación.** Madrid, Alianza, 1986.
SERRANO, M.M. **A participação dos meios audiovisuais na construção da Visão do mundo das crianças.** Tec. Educ. R.J. 1989 v. 18 : 58-65.
SERRES,M. **Atlas.** Coleção: Epistemologia e Sociedade, Editions Julliard, 1994: 143-145.
SCHON, DONALD A . **Educating the Reflective Practitioner.** San Francisco: Jossey- Bass, 1990.
SCHON, DONALD A .**Formar professores como profissionais reflexivos.** In Nóvoa **Os Professores e a sua Formação,** Lisboa Publicações Dom Quixote, 1992.
THIOLLENT, M. **Metodologia da pesquisa-ação .** S.P. Editora Cortez1985: 73-85.
TRIVIÑOS,A . N. S. **Introdução à pesquisa em Ciências Sociais.** S. P. 1987: 116-128.

ZEICHNER, KENNETH M. **A Formação de Professores: Idéias e Práticas.** Lisboa, Portugal, Edit. Educa, 1993.
ZEICHNER, KENNETH M **Novos Caminhos para o Practicum.** In NÓVOA, **Os Professores e sua Formação.** Lisboa, Publicação Dom Quixote,1992.

REFERÊNCIAS TELEMÁTICAS

LABORDE, J.M. "Projeto CABRI- GÉOMÈTRE" .Disponível em: <WWW.imag.fr/IMAG?CABRI.html> Acesso em 1999.
LABORDE,J. M. "A Questão da Interatividade" Disponível em: <WWW.proem.pucsp.br/> . Acesso em 1999.
PROJETO: PROFESSORES DE MATEMÁTICA DA REDE PÚBLICA EM REDE. Disponível em: < WWW.matema.futuro.usp.br> Acesso em maio de 2000.
PROJETO "CONECTANDO LAS MATEMÁTICAS A NUESTRAS VIDAS". Disponível em http:// equity4.clmer.csulb.edu/netshare/gdeklerk/ConnectingMATHto/intro15.html. Acesso em 2000
SECRETARIA DE EDUCAÇÃO DE SÃO PAULO. Disponível em <www.educação.spgov.br>, Acesso em maio de 2000
MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO E CULTURA. Disponível em ....
< www.mec.gov.br> e < www.inep.gov.br >. Acesso em maio de 2000..
IEARN – International Education and Resource Network. Disponível em
< www.ieam.org> Acesso em maio de 2000.
SALINAS, J. Redes y educación : Tendencias en educación flexible y a distancia. Disponível em
< http://edutec.rediris.es/documentos/1998/tendencias.html>. Acesso em maio de 2000

A AQUISIÇÃO DOS CONCEITOS DE NÚMEROS RACIONAIS E IRRACIONAIS PELOS ALUNOS

Autor(a): Silvana Martins Melo
Orientador(a): Prof[a]. Dr[a]. Márcia Maria Fusaro Pinto
Instituição de origem: Universidade Federal de Minas Gerais (UFMG)

I) A origem do projeto e o objetivo geral da pesquisa

A minha participação no grupo de estudos do Programa de Aprimoramento Discente (PAD, ProGrad UFMG), em 1998, possibilitou um contato mais estreito com o processo de ensino-aprendizagem de alguns conceitos matemáticos. Mais especificamente, o programa visava à formação dos licenciandos em Matemática através da investigação de algumas concepções dos alunos (construídas ao longo da vida escolar) sobre números racionais. Ter conhecimento de tais concepções é de grande importância para um professor, para que ele possa entender possíveis dificuldades dos alunos, e criar condições para que estas possam ser superadas ao longo do desenvolvimento de uma unidade temática. O programa contribuiu de forma significativa para que os licenciandos participantes do programa (dentre os quais eu me incluía) desenvolvessem uma visão mais crítica em relação ao ensino de número, bem como às diversas concepções que os alunos poderiam ter deste conceito.

Foi possível conhecer, estudar e situar uma série de idéias interessantes a respeito do conceito de número racional, tais como as diferentes faces deste conceito (como entendidas por David & Fonseca (1997)), um melhor entendimento das operações definidas naquele conjunto, questões sobre acerca o surgimento do conceito e outros.

O programa possibilitou ainda o planejamento e execução de uma atividade de pesquisa que constou da reprodução de um estudo realizado na Inglaterra em 1976 (ver Hart, 1981). Adaptando a pesquisa inglesa, nosso projeto consistiu na aplicação de um questionário a cerca de 800 alunos de seis escolas do ensino básico da Grande BH (1 particular, 4 estaduais e 1 municipal), envolvendo dois grupos de alunos:

1° grupo: alunos de 6[as] e 7[as] séries, que estavam em contato recente com o assunto;

2° grupo: alunos da 8[a] série e do 1° ano do Ensino Médio, que estavam em uma discussão mais avançada, provavelmente, já tendo estudado frações algébricas, números reais, etc.

Questões como a seguinte encontram-se dentre aquelas de menor índice de acerto:

"Maria gasta ¼ do dinheiro que tem no bolso, e João gasta ½ do que tem no bolso. É possível que Maria tenha gasto mais que João? Por quê?"

Grande parte dos alunos disseram que como ½ é maior que ¼, Maria não poderia ter gasto mais que João. Isso nos permitiu inferir que os alunos, em geral, não levaram em consideração a quantia que cada um (João e Maria) teria no bolso. Resultados como estes nos remetem a um ponto fundamental: a distinção entre fração como representação de partes de um todo e o conceito abstrato de número racional. Essas noções estão relacionadas, mas elas não são iguais.

A análise dos dados coletados revelou que há dificuldades na relação dos alunos com números racionais. Foi possível concluir que para os alunos em nossa amostra, o conceito de fração não parece estar consolidado. Sendo assim, tornou-se possível a elaboração do objeto de pesquisa a partir desses 'indícios de conflitos' e de outras dificuldades explicitadas em outros estudos relativos a números irracionais (ver, por exemplo, Moreira et. al.(1999)).

II) Formulação da questão de pesquisa

De certo modo, pode-se afirmar que a pesquisa desenvolvida ao longo do programa ressaltou a existência de falhas no processo de ensino-aprendizagem relacionadas ao conceito de número racional. Essas falhas foram identificadas a partir de várias dificuldades dos alunos com a representação de frações, a resolução de problemas envolvendo frações, o algoritmo das operações e diferentes faces de tal conceito.

Além disto, um estudo realizado por orientadores do nosso programa envolvendo alunos do 2° e 4° períodos do curso de Matemática da UFMG identificou dificuldades desses alunos ao lidar com números irracionais. Essas dificuldades relacionavam-se à incomensurabilidade, à possibilidade de divisão infinita de um segmento, à distribuição dos números racionais e irracionais na reta, ao conceito de irracionalidade, ao surgimento dos irracionais, dentre outras. Dessas dificuldades, a última mencionada é particularmente curiosa porque muitos alunos demonstraram completo desconhecimento a respeito dos motivos pelos quais surgiram os números irracionais. Com efeito, quando perguntados sobre o motivo pelo qual eles acreditavam na existência dos irracionais, 12 alunos dentre os 47 pesquisados responderam que nunca haviam pensado sobre o assunto, ou deixaram em branco; outros 26 ensaiaram respostas variadas e apenas 9 conseguiram dar uma resposta satisfatória.

Foi possível confirmar, portanto, que dificuldades relacionadas tanto a números racionais como a números irracionais persistem por longo tempo: a amostra da última pesquisa sobre números irracionais consistia de alunos dos 2° e 4° períodos do curso superior de Matemática.

Minha experiência docente, atuando no Ensino Fundamental da rede estadual de ensino da Grande BH também confirma tais dificuldades.

Durante o desenvolvimento do nosso projeto PAD, à medida que a análise dos dados progredia, tivemos contato com literatura de pesquisa na área de Psicologia da Educação. Uma das teorias estudadas refere-se à Imagem Conceitual (ver Tall & Vinner (1981)). Esta consiste de toda estrutura cognitiva na mente de um indivíduo que é associada com um conceito dado. Ela pode ser definida portanto como algo não-verbal, por exemplo, podemos perguntar ao aluno sobre 'o que vem na cabeça' ao ouvir o conceito 'fração'? Ele poderá visualizar uma barra de chocolate, um diagrama representando determinada fração ou ainda, uma fração ou várias. Esses autores acrescentam ainda que as imagens conceituais podem vir de experiências ou impressões associadas ao conceito, como exemplos, exercícios e podem aparecer na forma de representações visuais, figuras mentais, ou sensações que podem ser traduzidas para forma verbal ou simbólica.

Dessas considerações, dos resultados de pesquisa, da revisão de literatura e da minha experiência formulei as questões:

- Há conflitos na relação dos alunos com o conteúdo de números racionais e irracionais?
- Em caso afirmativo, que conflitos são esses?
- Em síntese, como se dá a aquisição do conceito de número racional e irracional pelos alunos?

II.1) Reformulação da questão de pesquisa

Inicialmente estávamos interessados em identificar fatores que influenciam a aquisição do conceituo de número associando o objeto de pesquisa à psicologia cognitiva.

Entretanto, a partir de novas leituras, percebemos a importância de serem também considerados o contexto social, cultural e econômico dos professores e alunos. Não podemos nos esquecer que estamos diante de sujeitos sócioculturais - indivíduos que têm uma história de vida, uma posição social e escolar - e que a relação com o saber não se dá alheia a esse contexto. Desse modo, estamos pressupondo que a relação dos alunos com determinado conteúdo da Matemática (ou de outra disciplina) não está desvinculada da relação dos alunos com os saberes ensinados na escola (de um modo geral) e dos sentidos e significados que os alunos atribuem a esses saberes e à própria escola.

Reconhecemos, portanto, que embora as pesquisas indiquem dificuldades cognitivas e epistemológicas na construção do conceito de número, algumas variáveis presentes no meio sociológico de pesquisa não podem ser desconsideradas. Dentre estas, está a relação dos alunos com os saberes escolares de um modo mais amplo.

Na tentativa de definir o que entendemos por *saber*, recorremos a Charlot(2000), o qual defende que determinar tal significado em sua acepção geral só é possível chegando à conclusão de que só existe saber quando consideramos a relação entre um indivíduo e este saber. Com efeito,

"(...) O saber é produzido pelo sujeito confrontado a outros sujeitos(...)"(Monteil(1985) citado por Charlot(2000:61).

A partir dessa concepção, Charlot(2000) propõe três tipos de relação com o saber: a relação de *identidade*, a *social* e a *epistêmica*, as quais abordaremos brevemente.

Quanto à relação de *identidade*, Charlot(2000) generaliza que toda relação com o saber é também relação consigo próprio. Isto é, através do ato de aprender, sempre está em jogo a construção de si mesmo, a imagem de si.

E ainda o autor destaca que "toda relação com o saber é também relação com o outro." (Charlot, 2000:72)

Sob esses aspectos, temos que 'o outro' seria quem ajuda a aprendê-la (por exemplo o professor), e ainda, 'alguém' que não está fisicamente presente, ou seja, segundo o autor, é o 'fantasma do outro' que cada um leva em si.

Desse modo, fazendo uma transposição para a matemática, compreender o que significa um número irracional, por exemplo, não seria apenas apropriar-se de um saber, mas também, compreender algo que nem todo mundo compreende, ter acesso a um mundo que é partilhado com alguns, alguns interlocutores.

Ainda Charlot(1996) considera que

> **"(...) a relação com o saber é uma relação social no sentido que exprime as condições sociais de existência do indivíduo"(Charlot, 1996:62)**

Convém mencionar que a relação com os saberes encontra-se, muitas vezes enviesada pelas expectativas do aluno em relação à escola ou em relação ao futuro. Sabemos que o vínculo entre escola e profissão (o qual pode ser ou não estrito) é algo presente no cotidiano do estudante, principalmente no Ensino Médio, provável nível de interesse para a nossa pesquisa. Sendo assim, conjecturamos que o envolvimento de um aluno que pretende fazer vestibular para um curso na área das matérias ditas 'exatas' com as aulas de matemática pode ser diferente daquele que pretende fazer um curso envolvendo outras áreas, ou daquele que o vestibular sequer faz parte dos seus planos. O que queremos destacar é que a motivação (no caso, fazer o vestibular para a área de exatas) pode influenciar o 'desejo' de aprender os conteúdos ensinados nas aulas, em nosso caso, nas aulas de Matemática. Pretendemos verificar, portanto, como estes e outros fatores sociais podem interferir na aquisição de saberes.

A terceira relação que iremos abordar é a relação *epistêmica* com o saber. Charlot(1996) considera que os sujeitos podem atribuir diferentes significados ao próprio ato de aprender. Em sua pesquisa com alunos de duas escolas francesas percebeu pelo menos duas concepções distintas para o referido ato: para alguns alunos, aprender é apropriar-se do objetos de saber, construir um saber enunciável, ter acesso a um mundo de saber organizado em disciplinas e no qual se progride em boas bases; para outros, aprender é tornar-se capaz de se adaptar às situações, de estar em conformidade com o que as situações exigem. Na primeira concepção parece haver uma boa relação com o saber e não somente com os aprendizados, enquanto na segunda, os conteúdos não fazem muito sentido, o que importa é cumprir os deveres, as lições.

Ainda na pesquisa de Charlot(1996), convém mencionar que na escola cujas turmas eram 'mais fortes' foi mais comum a primeira concepção: quando se pedia aos alunos que relatassem o que haviam aprendido, eles se referiam a saberes intelectuais. Já na outra escola, cujas turmas eram 'mais fracas', foi mais comum a segunda concepção para o ato de aprender: os saberes que os alunos afirmavam ter aprendido, relacionavam-se mais a conteúdos práticos e atividades cotidianas.

Essas relações epistêmicas com os saberes e o fato de alguns alunos 'preferirem' saberes práticos ou intelectuais, propõem-nos hipóteses instigantes no que diz respeito ao nosso tema.

Analisando de acordo com o aspecto 'uso prático', acreditamos que a ampliação do campo dos inteiros para os racionais possa ser menos conflituosa do que a dos racionais para os irracionais. Com efeito, a justificativa para essa última ampliação situa-se no campo teórico da Matemática, enquanto no primeiro caso, há exemplos claros no cotidiano que indicam a necessidade do homem operar com quantidades inferiores à unidade. É possível portanto conjecturar que os alunos que possuem 'afinidade' com relação aos saberes mais práticos tenham maiores dificuldades com a segunda ampliação.

Desse modo, reformulamos as questões iniciais de pesquisa como se segue:

- Há alguma correspondência entre as concepções dos alunos sobre o ato de aprender e os conflitos e a relação dos mesmos com os números racionais e irracionais?
- Como se dá a aquisição do conceito de número vinculada a diferentes relações epistêmicas com o saber?

Estas, merecem, efetivamente ser investigadas durante a realização do estudo proposto.

Em síntese, podemos afirmar que esta pesquisa visa identificar e analisar fatores cognitivos e sociais que influenciam a aquisição do conceito de número racional e irracional por parte dos alunos.

III) Estratégias metodológicas

III.1) Contexto e participantes

Pretendemos investigar a aquisição do conceito de número em uma turma de alunos que poderá encontrar-se no final do Ensino Fundamental ou no início do ensino Médio, na qual professor deverá estar introduzindo o conceito de número irracional. Desse modo, o aluno provavelmente já esteve em contato com números racionais e encontra-se diante da extensão conceitual do campo dos racionais para os irracionais. Escolhemos esse momento porque pode permitir a investigação das concepções dos alunos sobre números racional, e ainda, possibilitar o conhecimento do modo como o professor irá 'apresentar' os números irracionais à turma. É possível que ao observar e analisar esse momento, seja possível identificar, por exemplo, se o professor destaca ou não os motivos pelos quais os irracionais surgiram – já que, conforme mencionamos anteriormente, esses motivos não se revelaram conhecidos por parte da maioria dos alunos participantes em pesquisa já referida (ver Moreira et. al. (1999)).

III.2) Instrumentos de coleta de dados

Um método indispensável em nossa investigação é a observação. A observação da sala de aula será importante principalmente porque através dela será possível conhecer efetivamente parte do trabalho do professor e as reações dos alunos diante do que estiver sendo proposto. É possível ainda captar manifestações (através das anotações das aulas) capazes de revelar ou não uma apreensão do conteúdo trabalhado.

Além desse método, como há a necessidade de reunir questões objetivas envolvendo os conceitos de número racional e irracional, pretendemos também utilizar questionários. Atualmente pensamos na possibilidade de aplicar um pré-teste no início do no letivo e um pós-teste no final do mesmo, com o objetivo de verificar se houve mudanças nas concepções dos alunos. Se possível, pretendemos aplicar um questionário também ao professor, com o intuito de examinar com atenção suas concepções acerca de números reais.

Consideramos ainda necessário fazer entrevistas para esclarecer alguns pontos do questionário, ou investigar as causas dos erros e acertos dos alunos participantes. Além disso,

entrevistas semi-estruturadas poderão servir também para um melhor conhecimento da história escolar (ou da vida) desses alunos.

Será importante também uma entrevista com o professor a respeito de suas concepções de Matemática, de Educação Matemática, sobre suas práticas pedagógicas e outros assuntos que forem convenientes no momento.

IV) Importância do objeto de pesquisa e utilização dos resultados de Pesquisa

Atualmente, percebemos que há muitas referências de pesquisa com relação a concepções dos alunos ou níveis de entendimento dos mesmos sobre números - um desses trabalhos é o clássico estudo do CSMS (ver Hart, 1981). Embora seja importante o conhecimento de tais concepções, neste presente estudo, não pretendemos ater-nos a elas. Temos outros objetivos: iremos conhecer aspectos da imagem conceitual dos alunos(associada ao conceito de número real); investigar e analisar as possíveis correspondências entre essas imagens e as relações desses alunos com os saberes matemáticos; e ainda, conhecer o trabalho desenvolvido na sala de aula com o intuito de captar e analisar a influência da prática do professor na formação do referido conceito.

Diante desses propósitos, consideramos importantes uma reflexão e uma análise sobre aquisição do conceito de número (racional e irracional) a fim de construir novos conhecimentos que podem ser utilizados por pesquisadores e professores da área de Educação Matemática.

Referências Bibliográficas

CHARLOT, B. *Da relação com o saber- Elementos para uma teoria,* trad. Bruno Magne, Porto Alegre, Artes Médicas, 2000.

__________. "Relação com o saber e com a escola entre estudantes da periferia", in *Cadernos de Pesquisa,* São Paulo, n° 97, maio, 1996, p.47-63.

DAVID, M.M.S. ; FONSECA, M. C. F. R. – "Sobre o conceito de número racional e a representação fracionária", *Presença Pedagógica,* vol.3, n° 14 março/abril, 1997, p. 55 - 67

HART, K.(Ed) *Children's Understanding of Mathematics* 11-16 John Murray, Londres,1981.

MACHADO, A. C. *A aquisição do conceito de função: Perfil das imagens produzidas pelos alunos.* In: Dissertação de Mestrado – FAE/UFMG (1998)

MONTEIL, J., *Dynamique sociale et systèmes de formation,* Paris, éditions universitaires, 1985.

MOREIRA, P. C.SOARES, E.F. ; FERREIRA, M. C. C. ; - *Números racionais e reais: As concepções dos alunos e a formação do professor* - UFMG - SPEC - CAPES - 1999

TALL, D.& VINNER, S. *Concept image and concept definition in mathematics with particular reference to limits and continuity* – Mathematics Education Research Centre Warwick University - 1981

VINNER, S. The role of Definitions in the teaching and learning of Mathematics. In TALL, D. *Advanced Mathematical Thinking* - Mathematics Education Library, Vol 11. Dordrecht/Boston/London: Kluwer Academic Publishes,1991.

DA NECESSIDADE DA SUPERAÇÃO DA DICOTOMIA CARTESIANA PARA A IMPLEMENTAÇÃO DA SINONÍMIA ENTRE "CONHECER" E "APRENDER"

Tassos Lycurgo
[T.Lycurgo@mail.com]
Orientador: John A. Fossa
UFRN

I. Introdução

Significativa é a observação de que "aprender" provém da síncope ocorrida no verbo "apreender", o qual, quando desfruta de sua transitividade, refere-se, em um dos seus sentidos, à absorção que um sujeito aprendiz faz de um objeto da aprendizagem, ou seja, refere-se à assimilação de um conhecimento por um agente, que se dá através de um processo específico de aprendizagem. A tradição ocidental, por razões concernentes à dicotomia cartesiana, como se explicará, entende que tal processo é de caráter predominantemente intelectivo, mental, e que, portanto, pode-se, em primeiro momento, descrever a aprendizagem e, por conseqüência, também descrever o verbo "aprender" como o processo necessário à compreensão puramente intelectiva de algo, de maneira que faz-se mister, de acordo com esse entendimento, que haja uma separação conceptual entre os termos "aprendizagem" e "conhecimento". Tal definição e, conseqüentemente, tal separação constituem terreno fértil para muitas especulações e questionamentos a respeito dos fundamentos de suas sustentações. Dutra (2001), por exemplo, tem como um dos pressupostos de sua teoria da aprendizagem a assunção de que o processo cognitivo deve ser indissociável do de aprendizagem, de maneira que não se pode referir a um sem que, ao mesmo tempo, tenha de se referir ao outro nos mesmos termos. Dos muitos caminhos para se defender tal tese, escolheu-se aqui uma de origem histórica, de sorte que a exposição sistemática de tal linha argumentativa travada por Dutra (2001, p. 7-41), qual seja, a de se demonstrar que é necessário superar a distinção entre mente e corpo para que se tenham "conhecimento" e "aprendizagem" como sinônimos, consiste no objeto primordial deste artigo.

II. Da linha histórica de Dutra e do falsificacionismo de Popper

O ponto inicial do argumento se dá com o aparecimento da epistemologia tal qual um ramo específico e independente de investigação. Tal aparecimento, contudo, não ocorreu fortuitamente, mas, muito pelo contrário, foi decorrência, como se disse, de um fato histórico, qual seja, a tentativa de Descartes em compreender como puderam as idéias galileanas sobre o movimento dos corpos sobrepujar as aristotélicas, quando estas já bem tinham sido considerados inequivocamente verdadeiras por tanto tempo; ou seja, "proclamar o acerto de Galileu e o erro de Aristóteles significava reconhecer que o saber ocidental tinha estado equivocado por séculos e séculos" (Dutra, 2001, p. 23) e, como o próprio Descartes tinha como propósito o desenvolvimento de um sistema físico próprio, para que ele não incorresse na derrota em que, graças a Galileu, incorreu Aristóteles, fazia-se mister que fundamentasse a sua "ciência da natureza com uma ciência sobre o próprio conhecimento. Para evitar o erro, ao fazer a ciência da natureza, é preciso utilizar um método apropriado e seguro. Tal método deve ser elaborado a partir de nossos conhecimentos mais fundamentais sobre a mente humana e suas capacidades cognitivas" (Dutra, 2001, p. 23). Eis, portanto, o procedimento investigativo

apresentado nas obras cartesianas (Descartes, 1990, 1996), do qual nasce a epistemologia como se deve aqui entender, isto é, como a teoria investigativa do próprio conhecimento. Em resumo, o primeiro passo do argumento é relativo ao aparecimento da espistemologia cartesiana como resposta a um fato histórico, que é o surgimento das idéias de Galileu em oposição às de Aristóteles, as quais foram tidas por verdadeiras por séculos.

Sendo assim, saiba-se que, de acordo com a idéia de Descartes, há duas formas de investigação. A primeira, já existente, é sobre o movimento — a física —; a segunda, criada por ele, é sobre o conhecimento, que depois viria a ser chamada de epistemologia. Delas, vale dizer que a "investigação sobre o conhecimento, sendo uma investigação sobre nossas idéias ou representações, é uma investigação da ordem que há no mundo mental, assim como a investigação do movimento, por exemplo, é uma investigação da ordem que há no mundo material" (Dutra, 2001, p. 26). Essa dualidade entre mundo material e mundo mental desemboca-se, como se pode notar, na dicotomia entre corpo e mente, sendo nesta onde se dão as entidades que se chamam de idéias e que representam o mundo material, físico. E é exatamente na decorrência da criação da entidade "idéia" como tal que se deram as grandes querelas, entre as quais privilegiam-se as disputas entre empiristas e racionalistas. Os "empiristas divergiam de Descartes e da escola continental, chamada 'racionalista', no que diz respeito à origem de nossas idéias" (Dutra, 2001, p. 26-27). Mas, independentemente de como as idéias sejam obtidas pela mente — seja de forma inata, como queriam os racionalistas, ou puramente através da experiência, como queriam os empiristas —, fazia-se necessário estabelecer como as mesmas se associavam entre si na estrutura cognitiva do indivíduo. Hume (1955), então, contribuiu sobremaneira para esta contenda com suas três formas de associação de idéias, quais sejam, as formas por contigüidade, por semelhança e por causalidade. É, portanto, quando Hume discorre sobre esta última forma, a da causalidade, que um grande passo é dado. Para ele, as ligações causais entre idéias nada mais são do que fruto do hábito que o homem tem de ver fatos tais e tais se sucedendo; ou seja, quando alguém vê o martelo batendo em um prego e este, por sua vez, sendo fixado na parede, logo o observador, por hábito que obteve a partir de observações repetidas de situações semelhantes no passado, faz a relação de causalidade entre o fato anterior, qual seja, o do martelo batendo no prego, e o posterior, qual seja, o do prego se fixando na parede; mas, como defende Hume, esse vínculo causal somente se estabelece alheio ao mundo físico, pois nada mais foi senão o hábito de se ver tais repetições de fatos que criou o costume de atribuir causalidade a tal fenômeno. Independentemente da questão relativa à correção ou à propriedade do que defende Hume, o importante é notar que ele "é certamente o primeiro autor da tradição epistemológica que põe em questão a doutrina de que a ciência da natureza repousa em fundamentos seguros e indubitáveis" (Dutra, 2001, p. 28). Em outras palavras, ao enveredar pelo projeto proposto por Descartes, qual seja, o de estabelecer uma ciência natural subjazida por uma do conhecimento humano, Hume notou que este era por demasiado falho, já que mesmo os princípios, em primeira vista, mais basilares como o da causalidade, era susceptíveis de dúvidas devastadoras.

Dito isso, saiba-se que, como descendentes das idéias humeanas, têm-se as que desembocariam em problemas epistemológicos seríssimos como, por exemplo, o da indução. Em palavras rápidas, o problema da indução é aquele imposto pela idéia de que não é possível inserir um fato do futuro a partir de fatos do passado; ou seja, do fato de que todas as pedras que alguém soltou em determinada situação terem caído não se pode inferir que ela cairá amanhã nem se pode ter expectativa disso. Note-se que ao se fazer a inferência e ao se ter a expectativa, demonstra-se que há duas formas do mesmo problema, quais seja, a lógica e a psicológica, respectivamente. Embora Dutra não trate, neste ponto, da contribuição popperiana para tal assunto — até porque ela se dá em um contexto muito posterior ao da passagem do séc. XV para o XVI, quando Galileu (1564-1642) e Descartes (1596-1650) foram contemporâneos —, no fito do melhor estabelecimento do argumento, parece ser de bom alvitre que se discorra sobre o método que Popper criou para tentar solucionar o problema da indução. Sendo assim, saiba-se que ele (Popper, 1979) deixa claro que a distinção entre as referidas duas maneiras de se colocar o problema da indução — trazido à tona por Hume graças, como se disse, à tentativa de Descartes de desenvolver uma ciência da cognição para alicerçar uma ciência da natureza — é de relevante importância para estabelecer uma solução apropriada ao mesmo (Popper, 1979, p. 6, p. 99-101).

O problema da indução, é bom notar, já bem aparece no senso comum, mais especificamente quando se produzem expectativas de futuro a partir de fatos do passado, mesmo que tais expectativas apenas sejam apreciadas no entendimento de que há, de uma forma ou de outra, regularidade no mundo. A versão moderna do mesmo problema psicológico, exposta por Popper (1979, p. 4), inquire sobre as razões pelas quais o ser humano cria expectativas sobre o que ele tem fé ou sobre por que o ser humano desenvolve mecanismos para relacionar os fatos presentes em seu repertório, isto é, em suas experiências, com fatos com os quais ele ainda não sofreu nenhuma experiência. Aqui, mais uma vez, a resposta humeana, como lembra Popper (1979, p. 4), consiste no supracitado método de Hume de associar idéias. A outra maneira de se colocar o mesmo problema, isto é, o problema da indução, é a forma lógica. Em compêndio, formalmente falando, o problema lógico da indução é o que põe em xeque a veracidade da seguinte implicação: $(\{a_1, a_2, ..., a_n\} \rightarrow T \rightarrow a_{(n+1)})$, onde "*a*" representa um fato qualquer; "*n*", a progressão temporal gradativamente crescente do momento em que cada fato aconteceu; $\{a_1, a_2, ..., a_n\}$, o conjunto de fatos do passado, ou seja, o repertório empírico; "*T*", a teoria proveniente do referido repertório, que o generaliza; e, por fim, $a_{(n+1)}$, o fato do futuro, previsto pela referida teoria. Em outras palavras, fala-se aqui do problema concernente aos porquês das inferências causais que são efetuadas pelos seres humanos e conclui-se que, do fato de um fenômeno ter se repetido "*n*" vezes, não implica dizer-se que ele se repetirá na próxima vez, por maior que se tome o número "*n*".

Antes de se colocar como um descrente absoluto, todavia, Popper tenta dar uma solução a tal problema. Primeiro, ele demonstra que a maneira pela qual tem sido colocado problema de indução pela tradição é inadequada; depois, ele se usa do princípio que denominou princípio da transferência, segundo o qual o que for verdade na lógica, também o será na psicologia (Popper, 1979, p. 6), de sorte que, ao se resolver, em termos formais, o problema lógico da indução, essa solução, pelo referido princípio, passaria para o problema psicológico, de sorte o problema da indução, como um todo, seria resolvido. Desta feita, urge que, à frente de se demonstrar a solução encontrada por Popper, adentre-se pelos seus argumentos, segundo os quais a formulação tradicional do problema da indução deve ser entendida como inadequada e, portanto, susceptível de reformulação.

Assim sendo, como se viu, a posição popperiana pressupõe a assertiva de que as reformulações anteriores, quais sejam, as tradicionais, continham problemas de colocação. Ou seja, para que ele assuma que a sua maneira de colocar o problema da indução é a única maneira a qual admite solução, faz-se necessário que se determinem os erros de colocação anteriores do mesmo problema. Assim sendo, Popper (1979, p. 2) começa por considerar o problema filosófico tradicional da indução, o qual, de acordo com ele, pode ser posto de duas formas, visto que as críticas a este par de formulações do problema da indução serão similares às críticas às suas outras formulações. Desta feita, ele apresenta duas maneiras de se expressarem as formulações tradicionais, quais sejam, as representadas pelas inquirições de como se pode justificar que o futuro é amplamente igual ao passado ou, então, de como se pode justificar as inferências indutivas (Popper, 1979, p. 2). Ora, do ponto de vista histórico, parece certa a idéia popperiana de que a maioria das formulações do problema da indução são semelhantes às que ele apresenta e,

além disso, parece também adequada sua crítica de que tais formulações não podem, em prol da coerência, ser feitas, pois, de forma apriorística, pressupõem a existência do que pretendem examinar, o que é um contra-senso. Em outras palavras, Popper argumenta que as referidas questões já possuem em si uma assunção indutiva, que é, portanto, inadequada, já que o que se examina é o próprio problema da indução; ou seja, quando alguém pergunta por que é o futuro igual ao passado, esta pessoa já tem, mesmo à frente da resposta, assumido que ele o é; e, pelas razões que já se demonstraram, tal assunção não pode ser feita, já que é o foco do questionamento que o problema da indução traz à tona. Se, por exemplo, alguém quiser saber se existem extraterrenos, essa pessoa não deve responder por que eles existem, pois aí já se suporiam suas existências e, conseqüentemente, incorreria em um disparate argumentativo; mas, pelo contrário, a pessoa deve simplesmente responder se eles existem; o mesmo, como se viu, aplica-se ao problema da indução.

Popper, então, ao demonstrar a inadequação das formulações tradicionais do problema da indução, propõe a sua própria. Para ele, impossível é fugir da assertiva humeana de que não se pode, pelos dados da experiência, garantir a veracidade de $(\{a_1, a_2, ..., a_n\} \rightarrow T \rightarrow a_{(n+1)})$, ou seja, a veracidade da afirmação que reza que, de fatos do passado — ou melhor, da teoria proveniente deles —, pode-se validamente inferir um fato do futuro. Para Popper, assim como para Hume, a resposta é que não é possível fazer isso. O primeiro, nada obstante, vai adiante ao afirmar que, embora não se possa coligir a veracidade da referida inferência, pode-se coligir a falsidade. Eis por que o método popperiano de resposta a Hume ficou conhecido como falsificacionismo pela tradição. Do mais, deve-se agora colocar em palavras o problema da indução, segundo a visão de Popper (1979, p. 7). Para ele, o problema da indução deve inquirir sobre se é possível inferir a falsidade de uma teoria geral dos fatos, a partir da assunção de veracidade desses fatos. Segundo Popper, (1979, p.7-8), a suposição da verdade dos testes sobre uma teoria pode, algumas vezes, justificar o posicionamento de que uma determinada teoria científica é falsa, bastando para isso, vale dizer, o registro empírico de um fato falso.

Em linguagem simples, o que Popper pretende dizer é que, assim como disse Hume, não é possível, a partir do fato, diga-se, de um carteiro ter passado durante anos e anos todas as quintas-feiras por uma determinada rua, inferir que ele passará amanhã; isto é, dos fatos empíricos existentes, não se pode garantir a assertiva "o carteiro em questão passa todas as quintas-feiras pela rua tal", pois pode ser que ele não passe na quinta-feira vindoura, subseqüente. Mas, do fato do carteiro não ter passado um único dia pela referida rua, pode-se validamente inferir que a proposição "o carteiro em questão passa todas as quintas-feiras pela rua tal" é falsa. Do ponto de vista lógico-formal, a idéia popperiana é a generalização da regra lógica conhecida por *Modus Tollens*, segundo a qual, a partir de uma fórmula qualquer $(x \rightarrow y)$, pode-se validamente inferir $(\neg y \rightarrow \neg x)$; ou, mais especificamente, da fórmula $(\{a_1, a_2, ..., a_n\} \rightarrow T \rightarrow a_{(n+1)})$, que, na realidade é a conjunção de $(\{a_1, a_2, ..., a_n\} \rightarrow T)$ e $(T \rightarrow a_{(n+1)})$, pode-se inferir $(\neg a_{(n+1)} \rightarrow \neg T)$. E, como a falsificação do fato do futuro é exatamente $\neg a_{(n+1)}$, por *modus ponens*, infere-se $\neg T$, que é a negação da teoria que generaliza $\{a_1, a_2, ..., a_n\}$, ou seja, a ocorrência dos fatos do passado.

Dutra (2001), então, mesmo apesar do seu bom argumento histórico, sobre o qual aqui se discorre, desfrutaria de inestimável dificuldade em construir sua teoria se não houvesse críticas ao falsificacionismo popperiano, pois, se Popper estivesse correto, toda aprendizagem apenas deveria ser focalizada na criação espontânea e aleatória, embora baseada em fatos do passado, de sistemas que descrevessem o mundo e na tentativa sistemática de falseamento dos mesmos, de sorte que aprendizagem e conhecimento não mais se identificariam em tal caso, pois a primeira não necessitaria do critério de verdade, do qual precisa o conhecimento (Dutra, 2001, p. 36-37), como posteriormente se demonstrará. A educação, portanto, nada mais seria que um processo de construção hipertrofiada, para que, logo depois, sofresse a eliminação proposta por Popper. O fato, nada obstante, é que o falsificacionismo popperiano não ficou imune às críticas, entre as quais, a mais competente ficou conhecida como a tese Duhem-Quine, "segundo a qual nossos conhecimentos sempre vão ao tribunal da experiência em bloco. Assim, quando ocorre uma refutação, sabemos que há no sistema de nossas teorias algo de errado, mas não podemos saber exatamente de que se trata. Pelo menos um dos enunciados contidos no sistema é falso, mas não temos como identificá-lo" (Dutra, 2001, p. 84). Do ponto de vista formal, a teste Duhem-Quine argumenta que Popper pode estar certo em dizer que da fórmula $(T \rightarrow a_{(n+1)})$, pode-se inferir $(\neg a_{(n+1)} \rightarrow \neg T)$, mas está errado em argumentar que tal método possa ter um significado importante na construção do conhecimento. Ora, ao se negar a teoria que generaliza os fatos do passado, ou seja, ao se coligir $\neg T$, não se está determinando qual dos aspectos dessa teoria é falso, já que, como se sabe, uma conjunção é falsa se pelo menos um dos seus conjuntivos for falso; e, como em teorias que generalizam os fatos, ou seja, como em teorias científicas há uma conjunção de vários caracteres, tornam-se impraticáveis os testes individuais de cada caráter ou variável da teoria. Desta feita, volta-se a Descartes, pois, como foi demonstrado, "uma ciência da natureza possui um alto valor prático, mas não pode ser fundamentada sem perigo de erro" (Dutra, 2001, p. 29); é este, desta feita, o demônio que assola.

Uma tentativa histórica de se fundamentar o conhecimento em bases sustentáveis foi, voltando-se ao argumento histórico, promovida por Kant. Ele, fortemente influenciado pelo impacto causado na epistemologia por Hume, tenta ressuscitar Descarte na forma, embora não no conteúdo; isto é, Kant, depois das investidas humeanas, as quais argumentavam em defesa de uma postura pessimista diante da possibilidade da aquisição de conhecimento seguro, tenta demonstrar "que é possível dar um fundamento seguro para o conhecimento, tal qual Descartes desejava" (Dutra, 2001, p. 29). Kant se apoia no fato de que, caso se olhem as modalidades de saber na construção intelectual humana, ver-se-á que algumas delas progridem, enquanto outras se estabilizam nas intermináveis discussões sobre os seus fundamentos. A matemática, por exemplo, concerne à primeira estirpe, enquanto a filosofia, como se sabe, não evolui do ponto de vista construtivo, pois permanece nas querelas sobre os seus fundamentos. A linha delimitadora que separa uma estirpe da outra é o escopo das nossas experiências possíveis; ou seja, a possibilidade do conhecimento reside na análise do que é a experiência possível, de sorte que o juiz que decidirá sobre o que é passível de cognoscibilidade é a "crítica da própria razão ou das faculdades que compõe nosso *aparelho cognitivo*" (Dutra, 2001, p. 30).

A partir desse caráter fundacionalista da epistemologia, "que busca fundamentos indubitáveis para o conhecimento humano" (Dutra, 2001, p. 29), é que se pode concluir que o conhecimento, em suas modalidades desenvolvidas, como a matemática, por exemplo, torna-se essencialmente cumulativo, de sorte que o processo que se dá em tais acúmulos de conhecimento é o de aquisição de crenças especiais, ditas conhecimentos, pois são verdadeiras e justificadas (Dutra, 2001, p. 31). Essa posição kantiana abraça a definição tradicional de conhecimento, já vislumbrada, por exemplo, em Platão (1990, 97e-98b), segundo a qual, repete-se, $K_{ax} \leftrightarrow (C_{ax} \wedge J_{a(Cax)} \wedge X)$, ou seja, um indivíduo "a" conheceria uma proposição "x" se e somente se ele acreditasse em "x", tivesse uma justificativa de sua crença e se "x", obviamente, fosse verdadeiro.

A definição tradicional de conhecimento seria perfeita se não fossem alguns contra-exemplos propostos por Gettier (1963), a partir dos quais demonstra-se que pode haver crenças que sejam verdadeiras e justificadas e, mesmo assim, as pessoas tenderão a dizer que não são conhecimento. Um exemplo rápido da estirpe de problemas levantada por Gettier é a seguinte: imagine-se que uma pessoa, ao dormir, bate, sem notar, o seu relógio de ponteiros na cabeceira da cama às onze horas e este, em função da batida, quebra e fica imóvel, registrando em si onze horas o tempo todo; no dia seguinte, a pessoa, que havia dormido pouco em noites anteriores, acorda doze horas depois que foi dormir, isto é, às onze horas da manhã e, ao sair do quarto,

alguém lhe pergunta que horas são; ele, então, olha em seu relógio que esteve parado há doze horas e exclama "são onze horas". Por coincidência, eram onze horas, mas a questão é se é possível se afirmar que ele sabia que horas eram, mesmo que tivesse ocasionalmente acertado. Ora, de acordo com a definição tradicional de conhecimento, a pessoa cria que eram onze horas; ela tinha uma justificativa confiável para a sua crença: havia olhado no relógio que marcava aquela hora; mais que isso, eram onze horas de fato. Então, de acordo com a definição tradicional de conhecimento, pode-se afirmar que a pessoa sabia que eram onze horas, mesmo que em geral se diga que isso não ocorreu.

O fato é que a possibilidade de tais discrepâncias ocasionadas entre contra-exemplos como os propostos por Gettier e a definição tradicional de conhecimento, como lembra Dutra (Dutra, 2001, p. 34-35), é fruto da necessidade que teve a epistemologia tradicional de lidar apenas com os dados intersubjetivos, deixando, assim, os processos intrínsecos de descoberta fora do seu escopo de ação. Ora, isso é compreensível, pois, graças ao dualismo impetrado por Descartes, o qual criava a dicotomia entre corpo e mente, os processos ocorridos apenas no âmbito mental não eram comunicáveis se o protagonista assim não quisesse. E, mesmo se ele resolvesse tornar público o que pesava, vale lembrar que todo acolhimento da veracidade da crença de outrem pressupõe a aceitação de uma afirmação não verificável, de forma que tal aceitação somente se justificaria em face de um argumento baseado no princípio da autoridade, o que não é desejável. Uma outra forma de dizer isso é estabelecendo que, do ponto de vista tradicional, a "epistemologia deve lidar apenas com o contexto de justificação [ou prova], e não com o contexto de descoberta [ou invenção]. Ou seja, a epistemologia (...) deve se preocupar com aquilo que justifica a aceitação de uma crença ou teoria. Mas as formas como concretamente as pessoas chegam a suas crenças ou teorias não interessam à epistemologia" (Dutra, 2001, p. 35), dado, como se disse, a ausência no contexto de descoberta ou invenção do caráter intersubjetivo, já que é de âmbito unicamente privado e, portanto, deveria ser da alçada da psicologia e não da espistemologia (Dutra, 2001, p. 36).

A diferença que se demostrou entre os contextos de justificação e o de invenção, aos quais acima se referiu, pode ser amplamente estendida. Ora, de fato, quando se argumenta que a epistemologia tradicional apenas se preocupa com o contexto de justificação do conhecimento, deixando, portanto o de descoberta para outros campos do saber como, por exemplo, a psicologia cognitiva, deve-se também argumentar que é em função de tal postura que se entendem os termos "aprender" e "conhecer" diferentemente. Como se pode argumentar, não se pode conhecer algo errado, pois, como foi demonstrado pela formula $K_{ax} \leftrightarrow (C_{ax} \wedge J_{a(Cax)} \wedge X)$, essa é uma possibilidade que acarretaria a falsidade da referida fórmula. Mas, por outro lado, pode-se aprender algo que não seja verdadeiro, sem que haja maiores problemas epistemológicos nisso. Veja-se que não raramente se pode ver alguém dizer que sabe que algo é errado, mas aprendeu assim, de sorte que "nem todo caso de aprendizagem é um caso de aquisição de conhecimento, e aprender nem sempre conduz a conhecer" (Dutra, 2001, p. 38), sendo, portanto, o aprendizado que conduz ao conhecimento apenas um tipo especial de tal processo, o qual somente se realiza quando o sujeito aprendiz recebe "a informação já tida como correta, adequada, verdadeira" (Dutra, 2001, p. 38). Veja-se como Dutra bem prepara o terreno para posteriormente demonstrar que, segundo a visão tradicional do conhecimento, não pode haver processo construtivo do saber no âmbito da aprendizagem, pois ela somente deveria se deter ao tipo especial ao qual anteriormente se referiu, qual seja, o tipo que trata da simples aquisição de conhecimento já cristalizado. Em resumo, pode-se dizer que, para "a visão tradicional, primeiro conhecemos, e depois transformamos o mundo. A falha está em não perceber que conhecer já é uma forma de transformar, de interferir" (Dutra, 2001, p. 39) e não há, portanto — como bem até demonstra a dificuldade em todas as ciências, mais especificamente no campo quântico — de se observar e conhecer um fenômeno sem se estar sobremaneira nele interferindo.

Dutra (2001), desta feita, bem elabora a visão de que não é possível simplesmente reformular o conceito de aprendizagem se a definição tradicional da epistemologia e,

conseqüentemente, a distinção entre mente e corpo forem mantidas. Assim sendo, à frente de ser importante, é mister e imprescindível que a dicotomia entre corpo e mente seja superada para que, com isso, possa desenvolver-se o conceito amplo de educação, qual seja, o concernente a uma idéia de "aprendizagem" sinônima à de "conhecimento".

III. Conclusão

Repisa-se, portanto, que deve-se superar a dicotomia cartesiana para que ambos, conhecimento e aprendizagem, sejam comunicáveis, de sorte que um interferira no outro, modificando-se bilateralmente. Uma conseqüência disso será a relação que se efetuará entre os conceitos de aprendizagem e o de investigar, o qual, como se pode notar, já é tradicionalmente concernente ao de conhecimento. Do mais, do ponto de vista da ruptura cartesiana, do qual compartilha Dutra, poder-se-á defender a tese da junção, da perspectiva epistemológica, entre os conhecimentos proposicional — o saber que — e por habilidade — o saber como —, de forma que, por essa manobra, reforçar-se-ão os laços entre aprendizagem e conhecimento. Por fim, concluir-se-á que "uma teoria do conhecimento é ao mesmo tempo uma teoria da investigação e uma teoria da aprendizagem" (Dutra, 2001, p. 19), restando apenas saber, nada obstante, em que termos tal igualdade se estabelece.

IV. Bibliografia e Referências

1. DESCARTES, René. Discurso do método. In: _____. *Descartes: discurso do método, as paixões da alma, meditações, objeções e respostas.* Trad. por J. Guinsburg e B. Prado Júnior. São Paulo: Nova Cultural, 1996, p. 61-128. (Col. Pensadores).
2. _____. Meditations on first philosophy. In: CAHN, Steven M. (ed.) *Classics of western philosophy.* 3 ed. Indianapolis: Hackett, 1990, p. 405-445.
3. DUTRA, Luiz Henrique de A. *Epistemologia da aprendizagem.* Rio de Janeiro: DP&A, 2000, 136 p.
4. GETTIER, E. L. Is Justified True Belief Knowledge? *Analysis*, 23, 1963, p. 121-123.
5. HUME, David. *An inquiry concerning human understanding.* New York: The Liberal Arts, 1955.
6. PLATO. Meno. Trans. by G. M. A. Grube. In: CAHN, Steven M. (ed.) *Classics of western philosophy.* 3 ed. Indianapolis: Hackett, 1990, p. 4-27.
7. POPPER, Karl R. *Objective knowledge: an evolutionary approach.* Oxford: Clarendon, 1979.

Educação a Distância e as Novas Tecnologias de Informação e Comunicação

Telma A. Souza Gracias
Orientador: Marcelo C. Borba
UNESP, Rio Claro - SP

Introdução

As possibilidades oferecidas pelas novas tecnologias de informação e comunicação (NTICs) têm trazido inúmeros questionamentos para uma prática bem antiga, a Educação a Distância. Atualmente, a Internet tem sido utilizada para ministrar cursos sobre os mais diferentes assuntos em diversos níveis de ensino. Neste artigo discorro brevemente sobre o uso da Internet na Educação a Distância e apresento a pesquisa de doutorado que estou desenvolvendo. O tema Educação a Distância e Internet foi tratado de forma muito superficial em Gracias (2000) e por esta razão volto a considerá-lo aqui. Em relação à pesquisa que apresento, trata-se do trabalho de doutorado que estou desenvolvendo, no qual apresento e discuto um modelo comunicacional utilizado em um curso de extensão a distância. Este modelo me inspira a discutir o papel das NTICs na reorganização do pensamento quando atores informáticos são incorporados ao processo de produção do conhecimento.

Educação a Distância

Muitas são as definições apresentadas para Educação a Distância. De acordo com alguns autores elas têm se modificado ao longo do tempo, em função dos contextos sociais, políticos e culturais vividos pela sociedade. Por esta razão chegam a considerar que este ainda é um campo da educação cuja compreensão ainda está em construção (Alonso, 1999, por exemplo).

Alonso (1999) e Belloni (1999) analisam diversas definições apresentadas para Educação a Distância, o que nos permite identificar alguns parâmetros envolvidos neste tipo de contexto. A distância, entendida em termos de espaço, é o parâmetro mais encontrado nas definições. Os parâmetros não comuns dizem respeito à sincronia/assincronia das interações, às tecnologias de informação e comunicação utilizadas, aos modelos comunicacionais, aos processos organizativos da aprendizagem, e aos modelos pedagógicos. A definição de Moore e Kearsley (1996), engloba vários desses aspectos:

> "[Educação a Distância é] *uma aprendizagem planejada que normalmente ocorre em um local diferente do tradicional e como resultado requer projeto de curso e técnicas instrucionais especiais, métodos especiais de comunicação eletrônica e outra tecnologia, bem como sistemas organizacionais e administrativos especiais*" (Moore e Kearsley, 1996).

Várias já foram as tecnologias utilizadas nos programas de EaD, como correio, TV e vídeo, todas com tendências para um ensino com pouca interação. Há alguns anos a Internet, através de recursos world-wide web (www), tecnologia que permite o uso dos benefícios da hipermídia de "navegar" e a interagir com hiperdocumentos, começou a ser utilizada nos programas de EaD.

Nessa tendência há a possibilidade de superar restrições de tempo e lugar. O futuro apontado por Kinnaman (1995) parece já ter chegado, pois tem se tornado cada vez mais possível uma colaboração entre professores e tecnologia que supere as restrições de tempo e espaço, permitindo aos alunos aprenderem mais, em menos tempo e com menos despesa.

O Brasil está dando seus passos iniciais. Após a hegemonia dos programas educativos transmitidos em rede aberta pela televisão durante os últimos trinta anos, o MEC, Ministério da

Educação e do Desporto, e as universidades vêm tentando ocupar o espaço da produção e veiculação do conhecimento a distância.

O MEC atualmente, por meio da Fundação Coordenação de Aperfeiçoamento de Nível Superior (Capes) e da Secretaria de Educação a Distância (Seed) está oferecendo o Programa de Apoio à Pesquisa em Educação a Distância (Paped), que financia pesquisa na área de EAD para elaboração de tese de doutorado ou dissertação de mestrado. Segundo Menezes, diretora do Departamento de Planejamento e Desenvolvimento de Projetos da Seed, o objetivo do Programa é "construir uma cultura nessa área".

O setor privado também tem oferecido cursos a distância. Há os cursos oferecidos por meio de vídeos, fitas cassetes e instruções por computador (Alves, 1996). A tendência deve ser de ampliação da oferta e procura de cursos a distância nas mais variadas formas e conteúdos.

Internet e Educação

O surgimento das tecnologias interativas fez com que os educadores começassem a utilizar ferramentas como *e-mail*, BBS (*Bulletin Board System*) e Internet, audioconferência e videoconferência via rádio, cabo, telefone, fibra óptica, satélite, microondas, circuito fechado ou televisão (Sherry, 1996).

De acordo com Charlab (1996), a Internet teve seu início nos anos 60 quando os militares americanos pediram a cientistas que encontrassem uma maneira de um número ilimitado de computadores se comunicarem não dependendo, única e exclusivamente, de um computador centralizado dirigindo a rede, pois tinham receio que, sendo centralmente administrada, a rede estaria exposta a ataques nucleares.

No início a rede ligava apenas quatro laboratórios de pesquisa, a fim de testar a nova tecnologia de comunicação conhecida como *packet-switching* (chaveamento de pacotes), porém, se expandiu rapidamente por universidades e empresas, tornando-se popular no meio acadêmico e de pesquisa. O nome Internet deriva do protocolo de comunicação IP (*Internet Protocol*), grande inovação.

Até 1996 a Internet, união de redes de alcance era composta, aproximadamente, por 50 mil diferentes redes do mundo todo, e está se tornando cada vez mais fácil de usar, mesmo para pessoas que possuem pouco conhecimento em Informática (Charlab, 1996).

Pode-se dizer que a Internet é hoje uma grande rede de computadores que permite comunicação entre usuários de diferentes partes do mundo. Seu crescimento tem oferecido oportunidades para novos meios de ensino e aprendizagem, como alternativa para os métodos usuais. Estudantes e universidades utilizam-na para procurar grande variedade de informações em todas as partes do mundo, como em bibliotecas interativas, banco de dados, entre outros. As aplicações educacionais desta mídia têm se destacado pelo fato de permitir acesso a grande volume de informações e a versão sempre atualizada de um documento.

A www (world-wide web), tecnologia Internet que incorporou as capacidades das mais novas ferramentas e adicionou a habilidade de unir várias mídias em um ambiente hipermídia. Seu uso permite ações interativas, a utilização de documentos com recursos avançados de multimídia, contendo sons, imagens, figuras, textos, permitindo uma maior interação e possibilitando elaboração de cursos a distância (Sherry, 1996).

Owston (1997) afirma que um dos fatores de destaque da www é que a informação está instantaneamente disponível para o aluno, sempre atualizada; é de alcance mundial e apresentada de uma forma motivadora para os estudantes a explorarem. Sua maior característica é o potencial de criação de *links* entre documentos-texto e outras mídias residentes em qualquer computador do mundo que tenha acesso à rede.

Educação a Distância via Internet

Os recursos oferecidos pela Internet têm sido utilizados para a comunicação entre professor e alunos. Cada vez mais colégios, universidades, escolas, empresas e particulares têm se conectado à Internet, o que abre novas possibilidades para que professores distantes superem o tempo e a distância para chegar aos alunos.

Pesquisas estão sendo feitas para avaliar os aspectos relacionados à EaD via Internet. Os resultados inicias apontam que a educação via Internet produz bons resultados, no entanto, reconhece-se (Magalhães, 1997) a necessidade de realização de maior quantidade de pesquisa nesta área a fim de, principalmente, isolar o valor diferencial de cada tecnologia utilizado no curso. No Brasil, há muito pouca pesquisa envolvendo a utilização da Internet em EaD se levarmos em consideração a quantidade de cursos que têm se utilizado deste tipo de interação. Diversos trabalhos que envolvem a utilização de Internet na educação estão em andamento. Dentre os concluídos, destaco dois: Bonnilla (1997) e Magalhães (1997).

Bonilla (1997) identifica e analisa os fatores favoráveis ou que se constituem em barreiras para a implementação da Internet nas escolas, concentrando-se em entender como os professores se posicionam frente ao uso de redes de computador. Os resultados oferecem subsídios para o uso da Internet em sala de aula, apontando que, em geral, a Internet está entrando na escola sem uma proposta gerada a partir de uma discussão sistemática e fundamentada por parte dos professores de sala de aula; que as expectativas que os professores tinham ao iniciar o trabalho não se concretizaram frente à série de dificuldades por eles enfrentadas quando exploraram a rede; e que é possível utilizar essa tecnologia na escola, desde que os caminhos apontados levem em consideração as dificuldades enfrentadas pelos professores e desde que esses caminhos sejam muito bem analisados, discutidos e planejados por equipes de professores interessados e engajados no processo, em suas respectivas escolas.

O trabalho de Magalhães (1997) envolve o estudo e a avaliação de EaD utilizando a tecnologia www. Em seu trabalho Magalhães realiza uma avaliação de um curso a distância, na fase de sua implantação, mostrando a necessidade de haver um sistema de avaliação continuada do programa de EaD. Magalhães (1997) não avalia, no entanto, o conhecimento do aluno e se a EaD, utilizando a tecnologia www, fornece aprendizagem, nem como se dá a interação professor-aluno-conhecimento. O trabalho aponta ainda a dificuldade em se encontrar um referencial teórico que diz respeito à utilização da tecnologia www.

A pesquisa

Considerando o quadro atual da EaD via Internet no Brasil, podemos dizer que este trabalho vem contribuir com o preenchimento da lacuna ainda existente nesta área. Vale ressaltar que ele também vem se juntar às pesquisas realizadas pelo GPIMEM, Grupo de Pesquisa em Informática, Outras Mídias e Educação Matemática, do Departamento de Matemática, UNESP, Rio Claro - SP. O GPIMEM (http://www.igce.unesp.br/igce/pgem/gpimem) é coordenado pelo Prof. Dr. Marcelo de Carvalho Borba e conta com a participação ativa da Profa. Dra. Miriam Godoy Penteado. Este grupo tem desenvolvido várias pesquisas seguindo determinadas linhas de investigação, como desenvolvimento curricular e formação de professores, buscando atualmente investigar novas indagações, como as que se referem aos efeitos das mídias informáticas quando não há a presença do professor (EaD). O desenvolvimento deste estudo, que investiga a compreensão da natureza do processo educacional resultante da EaD via Internet, vai colaborar com o desenvolvimento de perspectivas teóricas nesta área.

Especificamente, o objetivo deste trabalho é, a partir de um determinado modelo comunicacional utilizado em um curso de extensão a distância, discutir questões concernentes a este tipo de interação, tendo como foco a reorganização do pensamento quando atores informáticos são incorporados ao processo de produção do conhecimento.

O modelo comunicacional ao qual me refiro foi utilizado em um curso de extensão a distância intitulado Tendências em Educação Matemática. Passo, então, a descrever o curso e o modelo.

Tendências em Educação Matemática e seu modelo comunicacional

O curso de extensão a distância intitulado "Tendências em Educação Matemática" foi oferecido junto ao Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Unesp, Rio Claro. O curso, ministrado pelo Prof. Dr. Marcelo de Carvalho Borba, abordou algumas das principais tendências em Educação Matemática. Tinha como objetivo capacitar os estudantes a discutir criticamente algumas das tendências em Educação Matemática, e habilitá-los a entenderem, de forma inicial, o que é pesquisa em Educação Matemática. Participaram do curso 20 graduados em Matemática ou áreas afins.

As redes de computadores como mediadoras no processo educacional, sendo que estudantes e professores se comunicaram via *chat*, lista de discussão e e-mail.

Em relação à organização temporal, o curso foi composto de interações síncronas e assíncronas. As interações síncronas se deram semanalmente durante três horas em horários pré-determinados, quando professor e estudantes discutiam os textos *on-line*, em tempo real, via *chat*. As interações assíncronas aconteciam através de discussões via lista e e-mail. Houve também uma home-page que desempenhou o papel de mural do curso, onde sínteses das aulas, referências bibliográficas, fotos e outras informações sobre os participantes do curso foram expostas.

Quanto à avaliação, pelas normas da UNESP, para um curso de extensão o aluno é "Aprovado" ou "Reprovado", sendo o critério apenas a freqüência. Assim, quem esteve presente nos *chats* 70% das horas foi aprovado e recebeu certificado. Alguns estudantes optaram por receber uma nota do professor. Para tanto foi necessário que elaborassem um projeto de pesquisa baseado na bibliografia discutida, ou um capítulo de tese/dissertação, ou um artigo sobre o tema do curso para ser submetido à publicação em periódico escolhido pelo autor. A síntese e análise crítica de uma dissertação ou tese ainda não lida foi uma atividade desenvolvida por cada participante do curso.

A descrição do curso de extensão a distância "Tendências em Educação Matemática" permite-nos mostrar que este curso possui uma proposta semelhante a do curso presencial em nível de Pós-Graduação, no que diz respeito a objetivos, conteúdos, participantes e bibliografia. O que diferencia o modelo apresentado da disciplina presencial é o tipo de avaliação e de interação. A discussão sobre a avaliação no curso a distância nos remete a um aspecto de cunho burocrático, pois o regulamento sobre cursos de extensão não exige a atribuição de notas aos alunos, sendo considerado que apenas o fator freqüência nas aulas é o determinante de aprovação ou reprovação. A maior diferença, no entanto, reside no novo tipo de interação e comunicação entre professor estudante e estudante/estudante. Este é o aspecto que passaremos a discutir.

Consideremos o aspecto da temporalidade. O curso envolveu tanto as interações síncronas, como as assíncronas. As interações síncronas, corresponderam a aulas semanais com duração de 3 horas cada, com horários fixos. Nestas aulas aconteciam as discussões centrais sobre os artigos agendados para aquele dia. Apesar de haver críticas sobre este tipo de interação, na qual não há flexibilidade de horário, consideramos este tipo de atividade relevante na medida em que ela permite que os estudantes tenham um retorno imediato vindo de uma interação regular com o professor e com outros estudantes, tornando-os mais aptos à reflexão, à discussão ou ao questionamento sobre os textos.

As interações assíncronas aconteciam através da lista de discussão e e-mails, onde outras questões, relativas aos textos ou não, eram colocadas pelos participantes. Este tipo de interação em cursos a distância permite que cada um trabalhe de acordo com sua disponibilidade

de horário, utilizando o tempo que quiser para ler, refletir, escrever e revisar antes de compartilhar suas questões, informações ou *insights* com outras pessoas.

A combinação destes dois tipos de interação, juntamente com o *design* das tarefas propostas aos estudantes, permitiu, portanto, o estabelecimento de uma relação interativa e dialógica entre professor/estudante e entre estudante/estudante. Esta é a caracterização do modelo comunicacional utilizado.

Em que direção a pesquisa está seguindo?

Neste artigo, além de fazer uma introdução sobre o uso da Internet na Educação a Distância, apresentamos um modelo comunicacional de um curso de extensão a distância. O modelo utilizou-se de tecnologias de informação e comunicação (*chat*, lista de discussão e e-mail) como mediadoras das interações, as quais foram síncronas e assíncronas. A comunicação dialógica foi bidirecional e permitiu interatividade entre professor/estudantes e entre estudante/estudante.

Este modelo, em meu trabalho de doutorado, tem me inspirado a refletir sobre questões concernentes à este tipo de interação a distância, tendo como foco uma nova forma de estruturação cognitiva. A fim de abordar a estruturação cognitiva decorrente deste tipo de interação e entender o papel das NTICs na reorganização do pensamento quando atores informáticos são incorporados ao processo de produção do conhecimento, estou buscando inspiração principalmente nos trabalhos de Pierre Lévy. Lévy (1993) entende a integração do computador às tecnologias intelectuais como uma nova tecnologia da inteligência. O modelo comunicacional apresentado parece ilustrar as idéias de Lévy na medida em que abre novas opções de engajamento social e cognitivo através de interações dinâmicas e não lineares, permitindo novas formas de estruturação de experiências e, consequentemente, um novo tipo de pensamento. Tal afirmação é feita com base na análise inicial dos dados da pesquisa. Os dados também evidencial que, como considera Lévy (1999), um coletivo pensante pode se formar a partir de modelos comunicacionais como este, criando comunidades que podem superar questões relativas ao espaço, na medida em que houver interesses comuns. Nesse caso, o veículo para a formação de uma comunidade virtual formada por pesquisadores e professores foi a Educação Matemática.

Espero que os resultados que estou obtendo neste trabalho, somados àqueles que existem no Brasil e em outros países, contribuam com a compreensão da natureza do processo educacional resultante da EaD possibilitada pela Internet e com a reflexão sobre as mudanças que tais possibilidades podem provocar na própria educação presencial.

Bibliografia

ALONSO, K.M. *A Educação à Distância e o Programa de Formação de Professores em Exercício na UFMT*. Mato Grosso: Universidade Federal do Mato Grosso, 1999 (Mimeogr.).

ALVES, J.R.M. Educação à distância e as novas tecnologias de informação na aprendizagem. *Teleconferência Engenheiro 2001*, n.7, p.5-25, 1996.

BELLONI, M.L. *Educação a Distância*. Campinas: Editores Associados, 1999.

BONILLA, M.H.S. *A Internet vai à escola*. Ijuí: Editora Unijuí, 1997. (Trabalhos Acadêmico-Científicos: Dissertação de Mestrado)

CHARLAB, S. O mundo "on-line". *Internet World*, v.1, n.6, p.26-9, 1996.

GRACIAS, T.A.S. *Educação Matemática à distância*. Anais do IV Encontro Brasileiro de Estudantes de Pós-Graduação em Educação Matemática - IV EBRAPEM - realizado em Rio Claro, SP, de 12 a 15 de outubro de 2000. p. 161-5, 2000.

KINNAMAN, D.E. The future of distance education. *Technology & Learning*, v.15, n.4, p.58, 1995.

LÉVY, P. *As tecnologias da inteligência:* o futuro do pensamento na era da Informática. Rio de Janeiro: Editora 34, 1993.
LÉVY, P. *A inteligência coletiva*: por uma antropologia do ciberespaço (2ª ed.). São Paulo: Edições Loyola, 1999.
MAGALHÃES, M.G.M. *Estudo e avaliação de Educação à Distância utilizando a tecnologia WWW.* São Carlos, 1997. Tese (Mestrado), Instituto de Física de São Carlos, Universidade de São Paulo.
MOORE, M.G., KEARSLEY, G. *Distance education: a systems view.* Belmont: Wadsworth Publishing, 1996. Apud MAGALHÃES, M.G.M. *Estudo e avaliação de Educação à Distância utilizando a tecnologia WWW.* São Carlos, 1997. Tese (Mestrado) - Instituto de Física de São Carlos, Universidade de São Paulo.
OWSTON, R.D. The World Wide Web: a technology to enhance teaching and learning? *Educational Researcher,* v.26, n.2, p. 27-33, 1997.
PORTER, L.R. *Creating the virtual classroom: distance learning with the Internet.* New York: Wiley Computer Publishing, 1997.
SABA, F. Introduction to distance learning. *The Distance Educator,* v.2, n.3, 1996. http://www.distance-educator.com/intro.htm
SHERRY, L. Issues in distance learning. *International Journal of Distance Education,* v.1, n.4, p. 337-65, 1996.

"A SISTEMATIZAÇÃO DO CONHECIMENTO MATEMÁTICO NAS PROPOSTAS PEDAGÓGICAS "TRANS" E INTERDISCIPLINARES"

Vanessa Sena Tomaz
Orientadora: Maria Manuela S.S.David
FAE/UFMG

Nessa pesquisa, estamos investigando se as práticas pedagógicas Inter/transdisciplinares podem ser um caminho para chegar à sistematização do conhecimento matemático ou se elas desconsideram os aspectos formais e abstratos evidenciados pela sistematização dos conteúdos matemáticos em detrimento de aplicações particulares, ilustrativas e empíricas dos mesmos.

Faremos uma breve discussão teórica acerca dos conceitos centrais da pesquisa: Interdisciplinaridade, transdisciplinaridade e sistematização de conhecimento matemático.

Interdisciplinaridade e Transdisciplinaridade

Embora a LDBEN/96 enfatize a formação de um indivíduo por inteiro, o que temos observado na prática, é que se difunde um conhecimento fragmentado deixando para o aluno, sozinho, as relações entre os conteúdos.

As propostas governamentais enfatizam a necessidade de aprender como se relaciona o que se conhece e se pautam no lema *"aprender a aprender"*. Na defesa dessa idéia usam argumentos que vão desde a necessidade de adaptação da escola às múltiplas fontes de informação à impossibilidade de "conhecer tudo". Em resumo, a problemática atual sobre a organização dos saberes se fundamenta na noção de globalização.

Várias são as concepções de globalização na prática escolar. Dentre elas destacamos globalização como somatório de matérias, globalização como interdisciplinaridade e globalização como estrutura de aprendizagem. A idéia de globalização como somatório de matérias tem o professor como centro do processo educativo e produz-se a partir das relações que o professor propõe aos alunos em torno de um tema central.

A globalização a partir da conjunção das diferentes disciplinas está vinculada ao tratamento interdisciplinar. Nesse enfoque tem-se o propósito de mostrar e ensinar aos alunos a unidade do saber. A divisão disciplinar permanece e oferece uma superestrutura organizativa que pretende oferecer ao estudante uma visão integrada do tema em estudo. A interdisciplinaridade aqui é apresentada como uma tentativa de organização da informação dos conhecimentos escolares, partindo de uma visão disciplinar. Espera-se que o aluno relacione o que lhe foi oferecido fragmentado. A interdisciplinaridade responde à atitude organizativa de quem ensina.

Na proposta esboçada nos PCNs (Parâmetros Curriculares Nacionais) a Matemática integra a área das Ciências da Natureza e Tecnologia assumindo um caráter mais amplo englobando sua dimensão histórica. Pede-se atenção ao desenvolvimento de valores, habilidades e atitudes dos alunos em relação ao conhecimento. A ênfase está na formação geral.

> **Nessa perspectiva os PCNs apontam para um currículo flexível a ser composto por cada unidade escolar que adotaria como critério central contextualização e interdisciplinaridade.**

Nos PCNs a interdisciplinaridade e a transversalidade são conceitos inseparáveis que questionam, respectivamente, a linearidade e fragmentação e a alienação e o individualismo no conhecimento.

Para situar melhor alguns termos que usaremos nessa pesquisa nos fundamentaremos nos conceitos de NICOLESCU et al (2000) que passamos a descrever:

- *Transversalidade*: refere-se a uma abordagem pedagógica que possibilite ao aluno uma visão ampla e consistente da realidade e sua inserção no mundo bem como sua participação social;

- *Pluridisciplinaridade*: diz respeito ao estudo de um objeto de uma mesma e única disciplina por várias disciplinas ao mesmo tempo. A abordagem pluridisciplinar ultrapassa as disciplinas, mas não contribui para uma profunda mudança da base teórica das disciplinas em sua individualidade;
- *Interdisciplinaridade*: diz respeito à transferência de métodos de uma disciplina para outra. Ultrapassa as disciplinas, produz mudança na base teórica dessas, mas sua finalidade permanece inscrita na pesquisa disciplinar. Podemos destacar três graus de interdisciplinaridade: grau de aplicação em que se transferem conhecimentos de uma disciplina para outra desenvolvendo conhecimentos novos nessa outra; grau epistemológico que transfere métodos de um campo para outro produzindo análises diferentes desse outro e grau de geração de novas disciplinas, em que a transferência de um método de um campo para outro faz surgir um novo campo de estudo.
- *Transdisciplinaridade*: diz respeito àquilo que está ao mesmo tempo entre as disciplinas, através das disciplinas e além de qualquer disciplina. É o nível superior de interdisciplinaridade, onde desaparecem os limites entre as diversas disciplinas e se constitui um sistema total que ultrapassa as relações entre elas. Há o aparecimento de uma macrodisciplina.

Uma das questões que se apresenta para a escola hoje é a "*necessidade de assumir-se como espaço social de construção dos significados éticos necessários e constitutivos de toda e qualquer ação de cidadania*."(PCNs, vol1,pp. 34). Apela-se, pois, para uma "aprendizagem significativa." Para SANTOMÉ (1998,PP.41) "*a aprendizagem significativa ocorre quando as novas informações e conhecimentos podem relacionar-se de uma maneira não-arbitrária com aquilo que a pessoa já sabe*." A organização do currículo por projetos interdisciplinares faz a abordagem de problemas complexos e da aplicabilidade do conteúdo estudado, o que favoreceria a significação reivindicada, pois quanto mais geral for o conteúdo trabalhado nas salas de aula maiores serão as possibilidades do mesmo se tornar significativo e motivador para o aluno.

Sistematização do Conhecimento Matemático

O conhecimento matemático escolar difere do conhecimento científico e do cotidiano *(GÓMEZ-GRANELL, 1998)*. Trata-se de um conhecimento que, embora se apóie na linguagem natural do cotidiano, tradicionalmente tem tomado como referência o conhecimento científico. Neste trabalho estamos considerando que é o processo de sistematização ou organização do conhecimento escolar que vai aproximando esse conhecimento do conhecimento científico, isto é, esse processo vai lhe dando "forma matemática".

O termo sistematização vem do ato de sistematizar que significa reduzir diversos elementos a sistema. A palavra sistema, de origem grega *systema* , é "*a disposição das partes ou dos elementos de um todo, coordenados entre si e que funcionam como estrutura organizada*".(Aurélio). Assim, o processo de sistematização ou organização do conhecimento matemático consiste em dispor "partes" ou "elementos" desse conhecimento numa forma que vai sendo gradualmente estruturada. Esse processo gradativo pode chegar, eventualmente, até à formalização do conhecimento na forma de um sistema minimamente estruturado.

Entendemos que esse processo de sistematização ou organização do conhecimento matemático pode ocorrer pelo uso de algumas formas de pensamento que consideramos características do pensamento matemático (DAVID & LOPES, 2000), tais como: relacionar ou justificar resultados novos com o conhecimento anteriormente adquirido, generalizar ou abstrair resultados, definir conceitos, usar adequadamente a linguagem simbólica da matemática, criar estratégias de resolução de problemas.

FREUDENTHAL (1973, pp. 44-45) descreve como esse processo de sistematização ocorre dentro da própria matemática e evolui de uma organização local para, eventualmente, chegar numa organização global. Essa organização local para o autor se dá num movimento espiral que se inicia na exploração do conceito levando a um acúmulo de experiências matemáticas que demandarão uma organização, em geral através de meios matemáticos. O embrião desse processo dá-se pela sistematização inicial, primeiro localmente, ou seja, dentro do corpo de conhecimentos que compõe aquele conceito. Para essa sistematização fazemos escolhas: o que

será definido e o que derivará dessa definição, o que é particular, o que é geral, o que vai fundamentar o quê e qual generalização se pode fazer . Assim, por sucessivos processos de organização cada vez mais abrangentes vai se construindo um corpo de conhecimentos matemáticos de natureza axiomática.

É claro que, quando a nossa referência é a matemática do ensino básico, não cabe pensarmos em termos de uma sistematização na forma de uma organização global, isto é, em uma apresentação axiomática; neste caso, nossa meta poderá ser, quando muito, uma organização local minimamente estruturada, ou formalizada, de alguns conceitos, idéias e resultados.

Questões de Estudo

Do exposto até aqui vemos que a sistematização do conhecimento matemático é um elemento importante para a discussão do conhecimento matemático escolar e que interdisciplinaridade e/ou transdisciplinaridade são concepções também importantes para a construção do conhecimento matemático globalizado. No entanto, poucas pesquisas se propuseram a estabelecer relações entre a sistematização e a inter/transdisciplinaridade.

Algumas questões afloram imediatamente quando se pensa em tais relações:

1. *Poderão as práticas Inter/transdisciplinares ser um caminho para chegar à sistematização do conhecimento matemático?*
2. *A natureza do conhecimento matemático dificulta o trabalho interdisciplinar ou transdisciplinar no processo ensino/aprendizagem da matemática?*
3. *Até que ponto os projetos de trabalho deixam apenas implícitos os momentos de sistematização do conhecimento matemático?*
4. *Sistematização e inter/transdisciplinaridade são conceitos presentes nas discussões em torno do ensino de matemática pelos professores no interior da escola?*
5. *As práticas inter/transdisciplinares desconsideram os aspectos formais e abstratos evidenciados pela sistematização dos conteúdos matemáticos em detrimento de aplicações particulares, ilustrativas e empíricas dos mesmos?*

Procuramos respostas para essas e outras questões que se configuram nas pesquisas e trabalhos já publicados nesse campo e na prática docente no interior da sala de aula. As duas primeiras perguntas serão abordadas do ponto de vista mais teórico e as restantes na prática pedagógica da escola. Na conjugação da teoria e prática pedagógica, buscaremos estabelecer as relações ou mesmo desmistificar algumas concepções culturais que já se impregnam acerca da transdisciplinaridade e interdisciplinaridade.

Metodologia - *O Campo de Pesquisa e Referenciais Teóricos para análise dos dados*

A metodologia é de investigação qualitativa baseada na comparação e análise de dados coletados em escolas da rede municipal de Belo Horizonte, que explicitam em seus projetos pedagógicos a inter/transdisciplinaridade. Observação participante da sala de aula, entrevistas com professores e alunos e análise de registros e documentos constituem as principais fontes de dados.

Inicialmente, o campo de pesquisa seria uma escola de ensino fundamental que expressasse em seu projeto pedagógico o trabalho com práticas pedagógicas centradas em projetos interdisciplinares ou transdisciplinares. Fui buscá-lo na rede municipal de ensino de Belo Horizonte, que adota o "Projeto Escola Plural" caracterizado como uma proposta pedagógica mais ativa, globalizante e coletiva. Nessa proposta a concepção de projeto está normalmente associada à idéia de interdisciplinaridade. Dentro dessa rede de ensino selecionei uma escola que, segundo a própria rede, é "progressista" e comunga com os pressupostos teóricos do sistema. Esse caráter progressista é explicitado primeiro pela forma de organização dos tempos escolares: módulo-aula por disciplinas, módulo-aula por dificuldade/disciplinar, módulo-aula por tema, módulo-aula por interesse do aluno. Segundo, pela alocação dos professores nesses diferentes tempos escolares: professor pela sua formação específica e atuação disciplinar, professor pela defasagem de conteúdo disciplinar apresentada pelo aluno, independente de sua formação específica; professor pelo projeto que quer desenvolver, professor pela afinidade ou habilidade que possui em qualquer área ou disciplina. Terceiro, pela flexibilidade na enturmação dos alunos nos diferentes momentos escolares: enturmação por faixa etária, por dificuldade em determinada área, por interesse do aluno e sem nenhuma enturmação (todos os alunos juntos).

No entanto, ao iniciar minhas observações percebi que apesar de ocuparem o mesmo espaço físico, cada turno possui uma proposta pedagógica diferente. Passei então a considerar duas escolas como foco principal dessa pesquisa: uma que funciona no turno da manhã, Escola A e a outra no turno da tarde, a Escola B.

As diferenças não se encontram explícitas na estrutura de cada proposta, mas na forma como se trabalha o projeto da escola. Uma escola sofre mais influência em sua organização das tendências tradicionais de ensino do que outra, mas a prática de sala de aula de Matemática, não apresentou, até o momento, elementos de diferenciação entre elas.

Os professores apontam o tempo que o aluno estuda na escola para a avaliar o desempenho e o envolvimento deste no projeto da escola. Resolvi agrupar os alunos pelo tempo que estudam na escola e entrevistá-los. O levantamento que fiz para montar os grupos mostrou que 75% dos alunos da Escola A estudam lá há mais de 2 anos, enquanto na Escola B esse índice cai para 50%. Apesar do argumento dos professores, os grupos de alunos montados para as entrevistas não apontaram predominância de alunos novatos nas turmas consideradas pelos professores com maior defasagem de aprendizagem. Não pude constatar também, a relevância do fator tempo de estudo na escola para justificar o envolvimento do aluno com o projeto da escola.

Ao entrevistar os alunos percebe-se que o ponto de maior diferenciação entre as Escolas é o foco do Projeto Intervenção. Na Escola B os alunos têm claro qual objetivo desse projeto:recuperar conteúdos das disciplinas português e matemática dos anos anteriores de escolaridade. O mesmo não acontece na escola A que ora é para "socialização" dos alunos ora para recuperar conteúdos de português e matemática ou até mesmo aprofundar os conceitos dessas disciplinas. Há também: a diferença de carga horária destinada a cada disciplina e projeto em cada uma das escolas; a garantia na Escola A de que os alunos tenham aulas das disciplinas consideradas clássicas como português, matemática, ciências com um professor de formação específica nessas áreas, o que não acontece na escola B e, finalmente, na escola B tem o espaço disciplinar para as disciplinas geografia e história, enquanto na Escola A estuda-se a área geo/história.

A pedagogia de projetos norteia a prática pedagógica que permeia o currículo nessas escolas. A conceituação de projetos varia de acordo com a escola e com os sujeitos (aluno, professor).Apesar da organização dos tempos escolares não diferir muito nas escolas A e B, a hierarquização do currículo é bem distinta.

Elegemos assim, o currículo "das escolas" como pano de fundo para analisar as questões de estudo. As escolas afirmam *"Nossa opção foi por um currículo voltado para a totalidade da formação humana, onde o aluno é o centro de todo o processo do desenvolvimento."*(Rede de Trocas, 2000)

Buscaremos assim, no campo da sociologia crítica da educação, a obra de Basil Bernstein para quem o conhecimento educacional formal encontra sua realização através de três sistemas de mensagens: o currículo, a pedagogia e a avaliação. Em seu trabalho a discussão do currículo está implícita em sua teoria dos "códigos". Bernstein procura o porque se ensina esse tipo de conhecimento e não um outro. Sua preocupação está nas relações estruturais entre os diferentes tipos de conhecimento que constituem o currículo.

Ao tomar o currículo como pano de fundo para as questões da pesquisa, escolhemos Bernstein porque acreditamos que ao tentar estabelecer as relações estruturais de ambos os currículos esclareceremos melhor o conhecimento lá presente o que nos ajudará a responder qual o conhecimento matemático está sendo considerado válido para a formação humana nessas escolas. Outro aspecto da teoria de Bernstein que me leva a adotá-la é a possibilidade de descrever tipos de currículos diferentes, as formas de transmissão e avaliação do conhecimento estabelecendo, no entanto, suas fronteiras a partir dos códigos por ele estabelecidos.

Há também indícios de que "socialização"(relações interpessoais), português e matemática são áreas de conhecimento eleitas nessas escolas para a "formação humana". Essas áreas ocupam 50% na Escola A e próximo de 70% na Escola B da carga horária dos alunos na escola. Analisarei numa perspectiva sócio-histórica o tratamento dado à "socialização" nessas escolas, pois como afirma SANTOS(1990,pp.27) *" as mudanças nas disciplinas , ou conteúdo escolar, são condicionadas por fatores internos e externos, que devem ser analisados numa perspectiva sócio-histórica."* Acredito que a nova sociedade vem imprimindo cada vez mais um distanciamento entre pessoas o que pode está levando a escola a assumir esse espaço da "socialização" e até identificá-la como um conteúdo escolar. Buscarei no campo da história das disciplinas argumentos que possam fundamentar minha hipótese de que há novos saberes presentes nessas escolas que vem tomando forma de conhecimento escolar e alterando o conteúdo curricular, constituindo-se em Novos Saberes Escolares.

Esses Novos Saberes Escolares não dizem respeito apenas ao aparecimento de novas disciplinas escolares, mas a novas referências para os conteúdos das disciplinares escolares já existentes, como português e matemática. Essas novas referências podem vir do próprio conhecimento matemático, do que se entende por "formação voltada para a totalidade da formação humana" e do "diálogo que estabelecem entre o saber construído pelo aluno e o saber historicamente acumulado pela humanidade".

Tudo me leva a crer que há um embrião de um novo conhecimento matemático escolar que ainda não poderia enxergar através das teorias já existentes, pois nada garante que esse tenha origem dentro da própria matemática. Esse novo saber matemático deverá passar por processos de sistematização , que não ocorrerá apenas por meios matemáticos até atingir um nível de organização tal que se constituirá num novo saber que vai além das disciplinas que conhecemos. Nesse processo há uma passagem da organização local (dentro própria matemática) para uma organização local integrada, isto é, uma organização que é local porque está num nível micro de organização disciplinar e integrada porque envolve conhecimentos de várias disciplinas, contribui para mudanças na base teórica dessas,mas pode permanecer inscrito dentro de um campo de conhecimento específico. Por exemplo, o conceito matemático de número ao interagir com outros conceitos da música,química, física, política e outros, passará por um processo de sistematização que se dá por organização local integrada para ser aplicado em outras áreas do conhecimento. A partir daí o conceito carregará conotações dessas outras áreas e dos contextos teóricos e/ou práticos onde está inserido, permanecendo, no entanto, um conceito matemático. Pode ocorrer que ao interagir com outras áreas um conceito que seja originalmente matemático se transforme num conceito "supramatemático". O conceito "supramatemático", também fruto de uma organização local integrada perde sua identidade inicial e adquire uma nova identidade passando a constituir um conhecimento interdisciplinar que se organiza *"em torno de unidades mais globais, de estruturas conceituais e metodológicas compartilhadas por várias disciplinas"* (SANTOMÉ,1998,pp.73). O conceito de perspectiva poderia ser entendido como um conceito "supramatemático", porque seria fruto de uma sistematização por organização local integrada que se deu pela interação dos conceitos matemáticos de paralelismo e projeção com os conceitos da pintura. Dessa sistematização surgiu a ciência da Perspectiva muito utilizada pelos pintores renascentistas. Num movimento crescente de sistematizações de diversos campos do conhecimento chegaríamos a globalização geral do conhecimento. Seria então um conhecimento transdisciplinar fruto de uma organização global, de uma relação que está além de um campo específico. Entretanto, torna-se extremamente difícil identificar esse novo conhecimento porque ele está ainda em processo de construção.

Para entender os possíveis processos de organização local e organização local integrada do conhecimento das Escolas A e B torna-se necessário um esforço no sentido de me desvestir de todas as concepções que fui construindo até hoje sobre o que é e como se estrutura o conhecimento matemático. Para realizar essa tarefa difícil, senão impossível, estou sentindo necessidade de buscar uma terceira escola (escola C), que me sirva de referência para analisar os processos que estão ocorrendo nas outras duas. A escola C é da rede particular e ministra o ensino fundamental. Também tem como proposta fazer com que o aluno se relacione na sociedade. Os conteúdos escolares são desenvolvidos através de projetos interdisciplinares. A escola tem projetos globais que envolvem todas as disciplinas como o projeto "o aluno do próximo milênio" e projetos em torno de um tema comum que agregam as disciplinas com maior afinidade. Nessa escola acompanhei o desenvolvimento do projeto "Geometria nas Artes". Um projeto interdisciplinar, cuja centralidade são os conceitos de geometria plana, e envolve as disciplinas: artes, história, matemática, português e teatro. Ao acompanhar esse projeto pude vivenciar o processo de sistematização do conhecimento matemático através de momentos de organização local pelos alunos. Apesar do relato da professora de que o objetivo inicial do projeto, era relacionar e fazer conexões do que é vivido na disciplina específica com outras disciplinas trazendo-as para a realidade que a escola vive e organizar conceitos que os alunos já viram nas séries anteriores; alunos e professores avaliaram que o que os primeiros mais aprendem é a organização e o posicionamento desses diante do grupo, o convívio com os colegas e a participação em atividades coletivas.

Mesmo que de forma incipiente poderia afirmar que também é um indício de "socialização" encarado como conteúdo escolar que estaria até se sobrepondo aos conteúdos matemáticos, pois ainda que tenham adquirido, através do projeto, conhecimento matemático, esse se apresenta em segundo plano para os sujeitos. No entanto, o tratamento dado à "socialização" na escola C é diferente das escolas A e B. Na escola C a "socialização" está mais próxima da transversalidade enquanto nas escolas A e B o tratamento dado a essa se aproxima da disciplinaridade. Isso se deve ao fato de que há uma distinção de espaços da matemática nos projetos. Na escola C a matemática pode ser o núcleo em um projeto e em outros ser apenas um componente periférico o que não observei, até o momento, nas Escolas A e B. Nessas a matemática ainda não apareceu como núcleo de um projeto.

A escola C parece ser uma referência interessante para analisar o que está ocorrendo nas duas escolas que são o foco de nossa pesquisa porque ela apresenta uma proposta que pode ser considerada intermediária entre as propostas disciplinares tradicionais, onde a sistematização do conhecimento matemático toma como referência clara o conhecimento científico, e a proposta que tem indícios de transdisciplinaridade das escolas A e B, onde parece estar em construção um novo saber matemático global.

Bibliografia

1) SANTOMÉ, Jurlo Torres (1998) *Globalização e interdisciplinaridade: o currículo integrado.* Porto Alegre: Editora Artes Médicas Sul Ltda

2) NICOLESCU, Basarab et al (2000) *Um Novo Tipo de Conhecimento – Transdisciplinaridade. In:* Educação e Transdisciplinaridade. Brasília: UNESCO

3) BERNSTEIN, Basil (1996) *A Estruturação do Discurso Pedagógico : Classe, Códigos e Controle.* Trad. Tomaz Tadeu da Silva e Luis Fernando Gonçalves Pereira. Vozes: Petrópolis

4) BRASIL (1997) Secretaria de Educação Fundamental. *Parâmetros Curriculares Nacionais.* Brasília: MEC/SEF

5) GÓMEZ-GRANELL, Carmem (1998) *Rumo a uma epistemologia do conhecimento escolar: o caso da educação matemática.* In a construção do conhecimento escolar. vol 2. Editora Ática

6) SANTOS, Lucíola L. de C. P. (1990) . *História das disciplinas escolares: perspectivas de análise* . In Teoria & Educação.n. 2, pp. 21-29

7) Secretaria Municipal de Educação . Prefeitura de Belo Horizonte. *Rede de Trocas.* dez.2000

8) FREUDENTHAL, Hans (1973) *Mathematics as an educational task* – Dordrecht-Holland: D. Reidel Publishing Company.

9) DAVID, M.M. & LOPES, M.P. (2000) *Falar sobre matemática é tão importante quanto fazer matemática.* Presença Pedagógica, v.6, n. 32, pp. 17-24.

O CURSO GINASIAL, NA DÉCADA DE 20, DE UM MATEMÁTICO FAMOSO

Vera Cristina M. Santos,
Orientador Wagner R. Valente
PUC-SP

Introdução

Qualquer história digna de credibilidade, precisa ser construída a partir do maior número possível de dados que abranjam os diferentes aspectos do período estudado.

A junção da parte teórica representada pela legislação – obras de pedagogos, textos de história da ciência – aliada à parte prática representada pelos arquivos escolares - provas, exames, diários de professores, cadernos dos alunos, etc., - tem se revelado fundamental para uma análise pedagógica também vinculada ao cotidiano escolar.

Como diz Chervel: "...em favor de uma história de sua própria disciplina. Dos conteúdos do ensino,tais como são dados nos programas, o interesse então evoluiu sensivelmente para uma visão mais global do problema, associando-se as ordens do legislador ou das autoridades ministeriais ou hierárquicas à realidade concreta do ensino nos estabelecimentos, e, algumas vezes até mesmo às produções escritas dos alunos." E ainda, a história dos conteúdos é o componente central da historia das disciplinas. Cabe à história das disciplinas "encontrar na própria escola o principio de uma investigação e de uma descrição histórica especifica", "estudar a natureza exata dos conhecimentos adquiridos e da aculturação realizada pelos alunos no contexto escolar" (CHERVEL, 1990).

Os arquivos escolares escondem documentos especiais para a pesquisa histórica. Exames de admissão (MACHADO, em fase de preparação), desempenho de alunos e atas do colégio (TAVARES, em fase de preparação), são alguns desses documentos ainda não focados.

Este trabalho constitui parte de um projeto maior intitulado Historia da Educação Matemática na Brasil, 1920-1960, fundamenta-se na perspectiva da Nova Historia das Ciências para a escrita do trajeto histórico seguido pelo ensino de matemática no Brasil. Época singular para estudo da reorganização do saber escolar matemático no Brasil, os anos 1920-1960 situam-se historicamente dentro do panorama de afirmação do currículo cientifico face à decadência do ensino clássico, das humanidades clássicas (VALENTE, em andamento).

O estudo, mais especificamente da década de 20, faz-se muito importante por ser o período que antecede a primeira reforma do ensino imposta em todo território nacional, a reforma Francisco Campos. Poucas são as pesquisas que tratam da Historia da Matemática, mas nenhuma que trate da história, com o olhar em arquivos escolares, e alem disso, ao que tudo indica dentre elas não há trabalhos que tomem como fontes as provas realizadas nesse período.

O objetivo deste trabalho é levantar algumas características e conteúdos dos exames realizados no curso ginasial através das provas de um famoso matemático, Benedito Castrucci, professor e autor de diversos livros.

O Colégio São Paulo

Durante a Republica, o país começou a sentir a necessidade da implantação de um moderno sistema Nacional de Educação Publica. Porém, a criação de um Ministério da Educação, só se deu na década de 30. Na primeira Republica, a educação estava sob a competência do Ministério do Interior.

Em 1891, foi apresentado na Câmara dos Deputados por Artur Breves, o primeiro projeto que se propôs a reformar a instrução publica no Estado. Este projeto organizava a instrução publica em escolas de três graus, cada um dividido em 3 secções. O ensino seria leigo e gratuito.

O objetivo das escolas de primeiro, segundo e terceiro graus era formar indivíduos para as tarefas burocráticas que a organização de novo estado pedia.

Esse projeto não foi aprovado na câmara dos deputados, sendo substituído por um segundo, de 1892, que classificava o ensino em primeiro e segundo graus. Ambos leigos e gratuitos. Este segundo projeto era o primeiro que aventava a criação de Ginásios, para o sexo masculino. Um, localizado na Capital e os demais em três cidades principais do Estado.

O colégio São Paulo foi o primeiro Ginásio Oficial e seriado do Estado de São Paulo, inaugurado a 16/ 09/ 1894. Representaria o ponto intermediário entre o ensino primário e o superior e funcionaria como um elo indispensável na cadeia da instrução do povo.

Desde sua inauguração lutou com deficiências materiais e inadequação de instalações. Sofreu ao longo de varias décadas verdadeiras peregrinações, mudando-se diversas vezes de local e por fim, estabeleceu-se no Parque Dom Pedro II em prédio próprio. Esteve muitas vezes às portas de fechamento por falta de alunos, uma vez que o governo estadual tendo consciência que enquanto não se abolisse os exames parcelados, a instituição como foi criada e pensada, não teria condições de assumir o seu verdadeiro papel, ou seja, educar os jovens principalmente nas novas idéias democráticas e cívicas.

Apesar de todos esses percalços, a idéia de preservar estabelecimentos dedicados ao ensino gradual e paulatino subsistiu e tornou-se vitoriosa com a equiparação ao Ginásio Nacional – o Colégio Pedro II - e a criação de mais dois Ginásios oficiais no Estado: o de Campinas instalado a 4/12/ 1896 e o de Ribeirão Preto inaugurado a 1/ 4/ 1907.(Nadai, 1987)

Um breve relato da história de Benedito Castrucci e os exames no Ginásio da Capital

Benedito Castrucci, professor titular das universidades USP, Fundação Santo André e PUC-SP, foi Bacharel em Ciências Jurídicas e Sociais pela Faculdade de Direito da USP, em 1935, licenciado em Ciências Matemáticas e Físicas pela faculdade de Filosofia Ciências e Letras da USP, em 1939. Fundou a Sociedade Brasileira de Matemática, Autor de diversos livros de Matemática, nascido em São Paulo em oito de julho de 1909, obteve o diploma de Bacharel em Ciências e Letras pelo antigo Ginásio da Capital, hoje Colégio São Paulo, de 1925 a 1930. Escreveu a biografia de Candido Gonçalves Gomide, seu professor de Geometria nessa época. Pelas muitas notas altas, seu histórico escolar mostra um ótimo desempenho, se não brilhante principalmente nas matemáticas. Recebeu o premio Dr. Antonio de Godoy, instituído a 27 de julho de 1905 pelo Dr. Miguel de Godoy Moreira e Costa em homenagem à memória do seu filho Dr. Antonio de Godoy para ser anualmente conferido pela Congregação ao aluno que mais se tenha distinguido em ciências e letras no Ginásio do Estado, na Capital de São Paulo.

Ao olharmos pela primeira vez as provas realizadas na década de 20, o que nos chama a atenção de imediato é algo bem prosaico como a letra desenhada, obtida com o uso da caneta tinteiro, a grafia da época tão diferente do que lemos hoje, a nota, pois todos admiram um bom aluno, o número de questões da prova e sua resolução, as assinaturas dos professores que corrigiram a prova, para finalmente começarmos a analisar conteúdos e fazendo automaticamente uma comparação com o que conhecemos.

Nessa época, era obrigação do aluno assistir às preleções de seus professores, responder às sabatinas e realizar os exames. O curso era feito em seis anos, sendo a aritmética matéria do primeiro e segundo anos, álgebra, geometria e trigonometria do terceiro e quarto ano. Para estas matérias existiam, no decorrer dos anos, exames finais ou de promoção. Podemos observar o regulamento dos ginásios pelos decretos n. 858 de 14 de dezembro de 1900 e N. 4.166-de 31 de dezembro de 1926.

Além dos exames de admissão existia nos Ginásio do Estado exame de promoção ou finais, segundo tenha ou não o aluno de continuar no ano seguinte o estudo da matéria ou deva conclui-

la neste exame, como podemos observar nos três exames realizados por Castrucci em 1927 e 1928:

GYMNASIO DO ESTADO
EXAME .....de Álgebra....
S. Paulo, ...29... de ...Novembro... de 1928

JULGAMENTO

Medias: de prova escripta .....8....; de prova oral ....10... ; de prova pratica ....;
Resultado final: ....G - 9 ....

4. **NOTA: 8** — 1°) Achar o Maximo divisor commum de e $8x^3-22x^2+13x-2$
....
NOTA: 9 — 2°) Tornar racional o denominador da fração $\frac{a}{\sqrt{b}-\sqrt{c}}$
....
NOTA: 8 — 3°) Fazer a theoria da divisão de a+ bi por c + di
....

GYMNASIO DO ESTADO
ME .....Geometria....
aulo, ...27... de ...Novembro... de 1928

FINAL

GAMENTO

Medias: de prova escripta .....8....; de prova oral ....10... ; de prova pratica ....;
Resultado final: ....G - 9 ....

NOTA: 8 — 1°) O raio de uma esphera é de $0^m,40$. De um ponto qualquer de sua superfície como pólo, descreve-se um circulo sobre a esphera com uma abertura de compasso egual a $0^m,30$. Qual é a superfície desse circulo?
....
NOTA: 9 — 2°) Calculo de π. Methodo dos isoperimetros.
....
NOTA: 8 — 3°) Tres pontos A, B e C sendo dados sobre a carta de um paiz, pede-se determinar a posição de um quarto ponto M, do qual as distancias AC = 200^m e BC = 170^m, foram vistas sob ângulos conhecidos $\alpha=46^0 17' 13'',2$ e $\beta=30^0 9$. Sabe-se também que os quatro pontos estão no mesmo plano e que o ângulo ACB = $114^\circ 40' 8''$.
....

GYMNASIO DA CAPITAL
ne de promoção do ...3° .. anno para o ...4° ...anno
aulo, ...25... de ...Novembro... de 1927
Alumno .....Benedito Castrucci................ Matriculado sob n.o .....9........

MATERIA

.... **Geometria........................**

JULGAMENTO

EXAME GYMNASIO

....
...., presidente da Comissão Examinadora.

NOTA: 8	1°) Demonstrar o seguinte teorema: Quando os dous lados de um ângulo são cortados por duas rectas anti-paralelas, o producto das distancias dos vértices aos dous pontos em que cada um dos lados é encontrados pelas duas transversais é constante.
NOTA: 9	2°) Construir um triangulo isósceles conhecendo o perímetro e a altura.
NOTA: 8	3°) Dá-se uma linha recta de 4^m,50 em seu meio levanta-se uma perpendicular de 0,50. Qual é o comprimento do raio da circunferência que passaria pelas extremidades das duas rectas.

Os exames para os alunos do curso, se realizavam em duas épocas. Os exames de 1ª época começavam no dia 1° de Dezembro ou, quando haja grande afluência de alunos, no dia 25 de Novembro, competindo ao diretor à iniciativa desta antecipação. Os exames de 2ª época eram destinados aos alunos que tinham sido reprovados em uma só matéria do curso nos exames da 1ª época e os que não tinham podido, por motivo de moléstia ou perdas de freqüência, prestar exames na 1ª época.

Os exames de promoção constavam de prova escrita de aritmética no 1° ano, álgebra e geometria no 3° . Os exames finais contavam de prova escrita e oral das matérias que constituem as diversas séries. No 4° ano prova final de Álgebra, Geometria e Trigonometria e as inscrições para exames, quer finais, quer de promoção, eram realizadas mediante requerimento dos pais, tutores ou responsáveis pelos candidatos, exigindo-se um requerimento global para os exames de promoção e um para cada exame final.

Para o julgamento das provas escritas dos exames finais, existia uma comissão especial composta de seis juntas, com três professores em cada uma designados pelo diretor. O presidente da comissão organizava uma lista de pontos para a prova escrita, que seriam sorteados no ato do exame.

Para as provas escritas dos exames de Aritmética e Álgebra, Geometria e Trigonometria a lista constará de 20 pontos, cada ponto dividido em três partes que montam as três questões das provas. Na prova de Álgebra podemos observar conteúdos envolvendo M.D.C., racionalização, e divisão de dois números complexos. Na provas de Geometria, conteúdos envolvendo circunferência e esfera, calculo de π e resolução de triângulos. São questões que envolvem demonstrações complexas, se considerarmos que são alunos que estariam no ensino fundamental e médio hoje.

Cada examinador, bem como o presidente, lançava sua nota à margem da prova, escrevendo por extenso o grau que lhe atribui. As notas eram graduadas de zero a dez, não se admitindo graus fracionários e sendo consideradas ótimas, a nota de grau dez: boas, as de 6, 7,8 e 9; sofríveis, as de graus 4 e 5; mas as de 0,1,2 e 3.

Como não aparece especificado na prova o valor de cada questão, os professores avaliavam de formas bem diferentes. Nas provas realizadas por Castrucci (em anexo), o valor das três questões varia de acordo com os examinadores. No exame final de Álgebra, a primeira questão tem valor 2, a segunda 1 e a terceira 5 e entre as três notas aparece um nove. Já nos exames de Geometria aparecem valores diferentes para as questões, porém é comum ver a mesma nota escrita nas provas.

Pelo regulamento os examinadores tinham de levar em conta, para a graduação da nota não só a correção do que estiver escrito, mas também a precisão o método, a simplicidade, a clareza na exposição dos assuntos, bem como a ordem, o asseio, e a correção de linguagem.

Era considerada má, grau 0, além daquelas em que as questões estiverem inteiramente erradas, a prova do candidato que nada escrever, ou que tratar de assunto diferente do que cai por sorte.

Bibliografia

CHERVEL, A. "História das disciplinas escolares: reflexões sobre um campo de pesquisa". Teoria e Educação, Porto Alegre, Vol 2, 1990.

MACHADO, R.C.G. "Uma análise dos exames de admissão ao Secundário (1930 – 1970)". Dissertação (Mestrado em Educação Matemática). PUC-SP. Em fase de preparação.

Nadai, E. "O ginásio do Estado em São Paulo: uma preocupação republicana (1889-1896)", Dissertação de Mestrado. São Paulo, USP, 1987.

Regimento Interno dos Ginásios do Estado. 1927.

Regimento Interno para os Ginásios Oficiais do Estado de São Paulo. 1919.

TAVARES, J. "A Congregação do Colégio Pedro II e o debate sobre a modernização do ensino da matemática, onde verifica esse debate nas próprias atas do colégio". Dissertação. (Mestrado em Educação Matemática). PUC-SP. Em fase de preparação

VALENTE, W. "História da Educação Matemática no Brasil, 1920-1960". São Paulo: PUC-SP – Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática – FAPESP. 2001. Projeto 01/03086-6, em andamento.

CONSTRUINDO CONCEITOS DA TRIGONOMETRIA, COM O USO DO SOFTWARE CABRI-GÉOMÈTRE

Vera Lúcia Ferreira Martins
Benedito Antonio da Silva - Orientador
PUC-SP

Introdução:

Como educadores temos a oportunidade de perceber certas dificuldades encontradas pelos nossos alunos, no que se refere a determinados conteúdos. Muitas dessas dificuldades serão discutidas em publicações científicas, congressos e encontros científicos.

Segundo Maranhão(1996) algumas das dificuldades estão relacionadas com o fato de que os programas de ensino, são preparados de modo a contemplar uma grande quantidade de informações, sem interação entre as mesmas.

No começo do século XX, alguns matemáticos chamavam a atenção para que a trigonometria não fosse vista de forma isolada ou só com objetivos de ordem utilitária (Roxo,1937, p.164).

Laisant (matemático francês), ressalta que "vários tópicos da trigonometria pertencem à geometria, outros à aritmética, outros à álgebra, ou a todos ao mesmo tempo". (Roxo, 1937, p.166).

Costa (1997), destaca em sua pesquisa que no ensino médio não há uma relação entre a trigonometria aprendida e sua aplicação, exceto na Física, que a utiliza na projeção de segmentos orientados representando vetores, no movimento circular , no movimento harmônico simples, etc.

A autora, relata que ao desenvolver um trabalho de investigação das concepções dos discentes sobre funções, ao término do ensino médio e início do ensino superior, muitos dos alunos não conseguiram identificar os gráficos das funções seno e co-seno quando colocados próximos à gráficos de funções de 1° e 2° grau.

Briguenti em sua dissertação de mestrado: *Ensino e Aprendizagem da Trigonometria: Novas Perspectivas da Educação Matemática* (1994), pode constatar que alguns alunos no início do ensino superior tinham dificuldades em utilizar os conceitos básicos da trigonometria relacionados às razões trigonométricas, funções e domínio de funções trigonométricas, etc.

Na oitava série os alunos entram em contato pela primeira vez com a trigonometria, por meio, das razões trigonométricas. Este conceito será revisto no ensino médio, especificamente no segundo ano, de acordo com os PCNs, sendo trabalhados também nessa série: circunferência trigonométrica e funções trigonométricas. Porém a maioria das propostas de ensino não justificam o motivo pelo qual, dado um arco trigonométrico AM de medida x , chama-se cos x a abscissa do ponto M e sen x a ordenada do mesmo ponto.

No ensino médio, a trigonometria é trabalhada muitas vezes superficialmente e de maneira isolada, durante um determinado período. Essa forma de ensino pode carecer de sentido para o aluno, ainda mais porque não são apresentadas aplicações em outras épocas.

Escolhemos a trigonometria como tema de nossa pesquisa. Acreditamos que o ensino dos conceitos da trigonometria possam apresentar sentido para o aluno quando trabalhados nos triângulos, nos círculos trigonométricos e associados com as funções trigonométricas.

Pretendemos elaborar e aplicar uma seqüência de ensino, utilizando o software Cabri-Géomètre como ferramenta de ensino-aprendizagem. Desejamos responder a questão:

"A utilização de tal seqüência de ensino propiciará aos alunos do segundo ano do ensino médio construir alguns conceitos básicos da trigonometria de forma significativa? "

A Seqüência Didática:

Elaboramos uma seqüência didática composta de quatro atividades, intercalando a utilização do computador e de lápis e papel, pois acreditamos que somente o computador poderá resumir o trabalho a apenas uma atividade lúdica, desviando-se assim de nossos objetivos.

Pretendemos verificar se por meio da aplicação dessa seqüência de ensino podemos proporcionar aos discentes uma aprendizagem significativa de alguns conceitos da trigonometria.

Esta seqüência está fundamentada teoricamente na dialética ferramenta – objeto e mudança de domínios de Régine Douady.

Na primeira atividade será trabalhado o radiano e a relação entre a medida de um ângulo em graus e em radianos.

A segunda atividade será elaborada partindo dos conceitos referentes às razões trigonométricas no triângulo retângulo. Retomados estes conceitos e trabalhando os mesmos no círculo trigonométrico, pretendemos dar condições para que o aluno possa perceber a razão pela a qual, dado um arco trigonométrico AM de medida x, o seu cos x é a abscissa do ponto M e o sen x é a ordenada do mesmo ponto.

Na terceira atividade desejamos dar a oportunidade aos alunos de verem que o círculo trigonométrico possui infinitas voltas e que estas podem ser transportadas para o eixo das abscissas no plano cartesiano.

Finalmente a última seqüência será subdividida em duas partes: na primeira parte os alunos construirão a função seno partindo do círculo trigonométrico, discutindo seu domínio, imagem e o período da função. Na segunda parte trabalharão a construção da função co-seno, de maneira análoga.

Bibliografia:

BONGIOVANNI, V.; VISSOTO, O.R.; LAUREANO, J.L. – *Matemática e Vida* , 2°grau – volumes . 1,2 e 3 , Ed. Ática , São Paulo, 1993.

COSTA, N.M.L. – *Funções seno e cosseno: Uma seqüência de ensino a partir dos contextos do "mundo experimental" e do computador* – Dissertação de mestrado – SP/PUC – 1997.

IEZZI, G. et all – *Aulas de Matemática,* 2°grau – volume 1 4ª edição, Ed. Atual, São Paulo, 1981.

MARANHÃO, M.C.S.A. – *Uma Engenharia Didática Para a Aprendizagem de Concepções de Tempo* – Tese de Doutorado – SP/PUC - 1996

ROXO, E. – *A Matemática na Educação Secundária,* Editora Nacional, 1937.

SECRETARIA DA EDUCAÇÃO DO ESTADO DE SÃO PAULO, Coordenadoria de estudos e Normas Pedagógicas (CENP) – *Proposta Curricular para o ensino de matemática,* 2° grau, 3ª edição , São Paulo, 1992.

REPRESENTAÇÕES SOCIAIS DE ALUNOS E PROFESSORES DO ENSINO MÉDIO SOBRE A MATEMÁTICA

Vera Lúcia Rodrigues da Silva
Orientadora: Profª Drª Clarilza Prado de Souza
PUC-SP

Introdução

Minha trajetória profissional me permitiu ouvir referências à Matemática como disciplina difícil, incompreensível, acessível somente a poucos privilegiados, e esta forma de pensar a Matemática muito me preocupava pois, enquanto professora dessa disciplina, sempre tive muita clareza de sua importância no currículo escolar.

A primeira experiência que tive na área educacional foi como professora de Matemática, atuando com alunos do Ensino Fundamental e do Ensino Médio, e foi durante esse trabalho que pela primeira vez pude ouvir, diretamente dos estudantes, falas que representavam a Matemática como sendo uma matéria muito difícil, que só alguns privilegiados tinham facilidade em compreender: ***"A Matemática é a disciplina que mais reprova"; "Ela é a mais difícil do currículo"; "Detesto Matemática, ela não tem explicação lógica, a gente faz sem saber o que está fazendo" ; "Ela não é para qualquer um, é para alguns gênios" ; "Escolhi fazer magistério porque tinha pouca Matemática"; "Não entendo os porquês da Matemática"; "Os professores ensinam as fórmulas, mas não ensinam os porquês e, tampouco, onde serão usadas"; "Eu não sei porque se empresta, porque se paga, porque se deve começar da direita para a esquerda, ou da esquerda para a direita, porque se igualam casas,..."***, e outras tantas. Desde aquela época comecei a observar que os alunos já entram para a escola representando a Matemática como uma disciplina de difícil acesso.

Mais tarde, em um segundo momento, quando atuei como monitora de Matemática na Delegacia de Ensino de Mogi das Cruzes (atual Diretoria de Ensino) estas observações que havia feito sobre as representações dos alunos, estavam presentes entre os professores. Muitos professores diziam que a Matemática era muito difícil e por essa razão os alunos tinham grandes dificuldades em compreendê-la, abstraí-la, assimilá-la. Pude registrar falas do tipo: ***"Ela é a mais difícil do currículo"; "A maioria dos alunos não gosta de Matemática"; "Quando estou dando as minhas aulas, prefiro começar com a Matemática, caso contrário, envolvo-me com outras disciplinas e ela acaba sendo pouco trabalhada"***, entre outras.

Em outra situação, quando trabalhei durante cinco anos como coordenadora pedagógica de um colégio particular, pude perceber que quando o assunto era a Matemática, os professores também falavam dela como sendo difícil, tanto para o aluno aprender quanto para ser trabalhada através de uma metodologia que pudesse facilitar a construção dos conceitos matemáticos. Os professores afirmavam a importância de um trabalho utilizando materiais concretos, acreditavam que eles pudessem ajudar na realização de um trabalho pedagógico que facilitasse aos alunos a construção de alguns conceitos matemáticos mas, acreditando que "vencer" o planejamento escolar era prioritário, usavam pouquíssimas vezes esses recursos.

Um quarto momento, que também considero bastante significativo na minha carreira profissional, e que despertou novamente meu interesse sobre as representações dos professores de Matemática foi a época em que atuei como monitora em cursos do PEC - Programa de Educação Continuada da Secretaria de Educação do Estado de São Paulo, exclusivamente com os PEB II de Matemática. Em contato com esses profissionais ficavam claras as representações que muitos deles tinham a respeito da Matemática. Falavam os professores, entre outras coisas, que, além das dificuldades da própria disciplina, os alunos não possuíam ***"bagagem suficiente"***, ***"pré-requisitos"*** anteriormente construídos que pudessem ajudá-los a compreender com mais facilidade a Matemática; alegavam que um trabalho que possibilitasse a

compreensão de conceitos abstratos a partir do concreto demandaria muito tempo e os prejudicaria no cumprimento do planejamento escolar. Percebi também que muitos deles, apesar de professores de Matemática, tinham dificuldades com a própria matéria. Tinham também dificuldade em trabalhar com metodologia diversificada, com atividades práticas e variadas, utilizando materiais concretos que, entendo, podem ajudar os alunos na construção de conceitos matemáticos. Olhando por esse ângulo observei que as dificuldades encontradas até pelos próprios professores de Matemática também contribuem para as representações que hoje se tem a respeito dessa disciplina . Acredito que na formação dos professores falta um aperfeiçoamento em Psicologia do Desenvolvimento, possibilitando mais conhecimentos sobre os processos cognitivos pelos quais passam as crianças para construção de conceitos, sobre o significado da Matemática nos currículos escolares, sobre metodologias diversificadas. Se houvesse esse aprofundamento, certamente os professores desenvolveriam um trabalho pedagógico diferenciado que, acredito, ajudaria os alunos numa melhor compreensão dessa disciplina e, conseqüentemente, na desmistificação das representações que muitos deles têm a respeito.

Concluindo, a minha trajetória de trabalho como professora de Matemática também me permitiu identificar o círculo vicioso em que as representações sobre a Matemática foram sendo construídas. Percebi que muitos alunos já entram para a escola representando a Matemática como disciplina difícil; por outro lado os professos reafirmam essa posição quando confirmam, através de comentários e atitudes, que a Matemática é realmente difícil para ser ensinada de maneira a facilitar a compreensão dos alunos e posterior generalização para aplicações no dia a dia escolar. Durante quase todo o meu percurso como educadora, foi possível verificar, através das falas dos alunos e dos professores, que a Matemática está impregnada de mitos, valores, atitudes e crenças que, acredito, foram sendo construídos num processo de relações, por meio das representações que se têm a respeito dela, é justamente este processo que procurei analisar neste trabalho. Acreditava que uma análise reflexiva a respeito dos modos como as representações sobre a Matemática foram sendo construídas pudessem contribuir para desmistificação de representações como as anteriormente descritas e, ao mesmo tempo pudessem contribuir para um trabalho pedagógico desvinculado de idéias pré-concebidas a respeito dessa disciplina.

Tive como objetivo nesse trabalho o levantamento de representações sociais de alunos e professores do Ensino Médio sobre a Matemática, partindo do princípio que o desconhecimento de algumas de suas características, entre elas: a não construção dos conceitos matemáticos, tendo em vista o fato de que ela tem sido transmitida através de treinos artificiais e mecânicos e desvinculada do dia-a-dia da criança; a não utilização dos conteúdos matemáticos de forma contextualizada, usados em sala de aula apenas como ferramentas de uso mecânico na resolução de exercícios e provas; o não reconhecimento de um processo histórico que levou séculos para transformá-la em fórmulas, algoritmos, gráficos, tabelas, modelos, que são utilizados no dia-a-dia das escolas muitas vezes desvinculados de um processo social, são as principais causadoras de representações, muitas vezes negativas a respeito dessa disciplina.

Supunha também que um processo de ensino que não respeita as etapas cognitivas pelas quais as crianças passam, para a construção dos conceitos matemáticos; que não enfoca a construção histórica desses conceitos; que não tem claros os objetivos e as metas a serem alcançadas pelo ensino da Matemática fosse responsável pelas representações dos alunos e professores que encontrei na minha vida profissional. Acreditava também que as representações desses professores pudessem influenciar na prática pedagógica e, conseqüentemente, na realização de um trabalho pedagógico que valorizasse a construção dos conceitos matemáticos.

Fundamentação teórica

No primeiro Capítulo da dissertação abordei as Representações Sociais no Ensino da Matemática, conceituando a Teoria das Representações Sociais elaborada por Moscovici e um panorama geral da história do Ensino da Matemática no mundo e no Brasil, destacando os novos PCNs (Parâmetros Curriculares Nacionais) para reorganização do Ensino Médio.

Propositadamente abordei de forma detalhada a História do Ensino da Matemática no Brasil, por considerá-la assunto relevante para ser aprofundado pelas alunos do Magistério a quem espero que esta dissertação sirva como material de consulta.

A pesquisa

A pesquisa empírica foi originada por um projeto coletivo de professores e alunos de mestrado e doutorado da PUC-SP, no programa de Pós Graduação em Psicologia da Educação

A pesquisa teve, portanto, o objetivo de levantar as representações sociais de alunos e professores do Ensino Médio acerca da Matemática.

Foram sujeitos 207 alunos do Ensino Médio de seis escolas da rede pública, dos cursos Ensino Médio, Cefam e Curso Técnico. Também participaram como sujeitos 82 professores de diversas disciplinas, dessas escolas.

Tanto os alunos como os professores responderam a questionários tipo lápis e papel, contendo questões abertas e fechadas, com objetivos de caracterização dos sujeitos e levantamento das representações.

Foram feitas análises qualitativa e quantitativa das respostas, aplicando-se o Teste Qui-Quadrado (χ^2) com nível de significância de 0,05.

Discussão de alguns resultados

Refletindo sobre a história do ensino da Matemática é possível perceber que as representações sobre o valor atribuído à Matemática, bem como as representações sobre as maneiras de contextualizá-la variam de acordo com o contexto político e cultural de cada época.

Não é por acaso que, no século XVI, a Companhia de Jesus ignora e exclui um campo de saber por achar que seu resultado prático poderia exercitar a mente para o questionamento e a procura de lógicas, em conteúdos que eram impostos de forma dogmática. A **"ciência vã"** poderia comprometer a dominação ideológica exercida pela Metrópole sobre a Colônia através de uma ordem religiosa surgida e fortalecida na Contra-Reforma e prestigiada pela Igreja Católica, como antídoto contra a emergência do livre exame, preconizado pela Reforma Protestante.

Esta representação negativa parece ter se tornado hegemônica a tal ponto que, no século XVIII, quando a carta régia de 1799 tenta construir uma representação emancipada, abrindo aula régia de Geometria para **"todos os estudantes e as pessoas conhecidamente curiosas"** , a resistência ao convite deve ter sido tão marcante que justificou a ameaça de **"sentar praça de soldado".**

Se antes do Período Imperial, a Matemática era valorizada só para aqueles poucos que pretendiam seguir carreira militar ou cursar escolas superiores, sua presença foi sendo garantida com a própria organização curricular que aconteceu durante aquele período. A preocupação em contextualizar seu ensino, verificada já a partir da proposta de modernização do Colégio D.Pedro II, em 1928, e reforçada por todos os documentos oficiais posteriores – incluindo os atuais PCNs, além da própria democratização do ensino, parecem demonstrar um aumento na valorização desse campo do conhecimento, pelo menos oficialmente.

Essa valorização da Matemática pôde ser verificada nas representações dos alunos e professores, sujeitos dessa pesquisa. Verificamos que esse valor se dá em três esferas: uma relativa à utilização na vida (seja cotidiana, seja profissional), outra ao desempenho escolar individual, e outra ao desenvolvimento do raciocínio.

Essas representações, que são construídas exclusivamente na escola, são objetivadas e ancoradas e acabam sendo compartilhadas com a coletividade, no processo das relações. Não é por acaso, então, que pessoas que há muito já deixaram o ambiente escolar, carregam ainda as marcas negativas deixadas pelo baixo desempenho em Matemática. Podemos incluir nesse universo os professores, em especial os futuros professores, nossos sujeitos do CEFAM, e assim deparamos com uma situação preocupante: até que ponto essas representações negativas, se não se modificarem, podem influenciar as futuras gerações de alunos?

A variedade, a originalidade e a coerência dessas respostas mostram que as representações sociais da Matemática enquanto disciplina contextualizada — no que diz respeito a dimensões presentes na vida pessoal e cultural do aluno — já se tornaram hegemônicas entre os alunos pesquisados, e elas indicam a passagem da Matemática de Ciência <u>do</u> real para Ciência <u>no</u> real. No entanto, as respostas dos alunos parecem realçar os conteúdos de Matemática aprendidos, talvez, em séries anteriores. Não sabemos se os conteúdos do EM estão também contextualizados. Aliás, não verificamos essa contextualização nas respostas dos professores de Matemática nas justificativas do seu conteúdo.

No decorrer deste trabalho fizemos um percurso longo e exaustivo de modo que ele pudesse demonstrar, através das falas dos alunos e dos professores, que a Matemática é portadora de alguns "fantasmas" que vão sendo construídos ao longo do processo de relações entre professor, aluno, livros didáticos, insegurança ou desconhecimento de professores e alunos.

Se as representações podem ser compreendidas como um conjunto hierarquizado de julgamentos, de atitudes e de informações que os grupos sociais formulam a respeito de um dado objeto, então podemos apontar aqui que alunos têm suas representações, conforme mostram os resultados, assim como os professores também as têm, lutando, em alguns casos para abrandar os "fantasmas" existentes na mente dos alunos.

Se a princípio minhas preocupações relacionadas a representações negativas da Matemática eram muitas, hoje, após este estudo, pude perceber que tanto professores quanto alunos lidam com a Matemática de maneira mais descontraída e mais natural (poderíamos talvez arriscar, dizendo que sem grandes traumas). Percebi também o quanto o professor é importante para criar ou destruir os "fantasmas" ainda existentes. É nesse professor que aposto, torcendo para que num processo de relações, ele e seus alunos **compartilhem idéias e conceitos que** possam ajudar a desmistificar os tais "fantasmas" ou seja: as representações negativas ainda existentes, transformando-as em representações positivas.

Esta pesquisa representa apenas a ponta de um iceberg. Poderá ser aprofundada por outros que seguirem os mesmos caminhos. Com certeza, encontrarão resultados semelhantes e, quem sabe, outros ainda mais surpreendentes.

BIBLIOGRAFIA

ABREU, Guida . A teoria das representações sociais e a cognição Matemática ***Quadrante***, Lisboa, Vol. 4 , n.º. 1 , 1995: 25 - 41

ABRIC, Jean Claude. De l'importance des représentations sociales dans les problèmes de l'exclusion sociale, in: ***Exclusion Sociale, Insertion et Prevention***, Abric, Jean Claude (org), Ed. ERE S. Saint – Agre/ 1996.

________________. A abordagem estrutural das representações sociais, in: ***Estudos interdisciplinares de representação social*** . Antônia S. P. Moreira e Denize Cristina de Oliveira (org.), Goiânia, Ed. AB Cultura e Qualidade, 1998, (Trad. Pedro Humberto F. Campos).

AZEVEDO, Fernando. ***A Transmissão da Cultura***, São Paulo, Edições Melhoramentos em convênio com o Instituto Nacional do Livro - MEC, São Paulo, 1976.

BARROS, Antônio M. Cognições pessoais e rendimento na Matemática : um programa de recuperação de alunos com dificuldades. ***Estudos de Psicologia***, Vol. 12 n.º 2 ,1995: 15 – 26.

BORJA, Amélia . ***A representação social dos determinantes de dificuldades de aprendizagem***. Dissertação de Mestrado, PUC/SP,1996.

BRASIL. Secretaria de Educação Fundamental. ***Parâmetros curriculares nacionais: introdução aos parâmetros curriculares nacionais.*** Secretaria de Educação Fundamental, Brasília: MEC/SEF, 1997.

______________. ***Parâmetros curriculares nacionais: Matemática***. Secretaria de Educação Fundamental, Brasília: MEC/SEF, 1997.

BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Média e Tecnológica ***Parâmetros curriculares nacionais: Ensino Médio 1: bases legais***, Brasília: Ministério da Educação/Secretaria de Educação Média e Tecnológica, 1999.

BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Média e Tecnológica ***Parâmetros curriculares nacionais: Ensino Médio 3: Ciências da Natureza, Matemática e suas tecnologias***. Brasília: Ministério da Educação/Secretaria de Educação Média e Tecnológica. 1999.

CARAÇA, Bento de Jesus. ***Conceitos fundamentais da Matemática*** Lisboa, Livraria Sá da Costa Editora, 1984.

CARVALHO, Dione Lucchesi de. ***Metodologia do ensino da Matemática***. São Paulo, Cortez , 1990 (Coleção Magistério. 2º. Grau . Série formação do professor).

D'AMBROSIO, Ubiratam. ***Educação Matemática: da teoria à prática***. Campinas, Papirus, 1996 (Coleção Perspectivas em Educação Matemática).

____________. Matemática, ensino e educação: uma proposta global. In: ***Temas e Debates***. Publicação da Sociedade Brasileira de Educação Matemática – SBEM. Ano IV – Nº 3, Rio Claro – SP, 1991.

DUVEEN, Gerard. Crianças enquanto atores sociais : as representações sociais_em desenvolvimento. in: ***Textos em Representações Sociais***, Pedrinho A. Guareschi, e Sandra Jovchelovitch (org.), 4 ª ed, Petrópolis, Vozes 1998.

GÓMEZ-GRANELL, Carmem. A aquisição da linguagem matemática: símbolo e significado. In: ***Além da Alfabetização: A aprendizagem fonológica, ortográfica textual e matemática***, Ana Teberosky e Liliana Tolchinsky (org.), 3ª ed, São Paulo, Ática 1997. (Trad. Stela Oliveira).

GUARESCHI, Pedrinho A. e JOVCHELOVITCH, Sandra (org). ***Textos em Representações Sociais***, 4 ª ed, Petrópolis – RJ, Ed. Vozes,1998.

GUILHERME, Marisa. ***A ansiedade matemática como um dos fatores geradores de problemas de aprendizagem em Matemática***. Dissertação de Mestrado, Universidade Estadual de Campinas, 1983.

LLINARES, Salvador. Conocimiento Profesional del Profesor de Matemáticas: Conocimiento, Creencias y Contexto en Relación a la Noción de Función. In: ***Desenvolvimento Profissional dos Professores de Matemática. Que Formação?*** João Pedro Ponte, e outros (Org.) Lisboa, 1996.

MIORIM, Maria Angela. ***Introdução à História da Educação Matemática***. São Paulo, Ed. Atual, 1998 .

MOSCOVICI, Serge . ***A representação social da Psicanálise***. Rio de Janeiro, Zahar Editores, 1978. (Trad. Álvaro Cabral).

OLIVEIRA, Paulo César. ***Um estudo sobre o discurso e a prática pedagógica em Geometria: representações sociais*** Dissertação de Mestrado, Universidade Estadual de Campinas, 1997.

PASSOS, Carmen Lúcia Brancaglion. ***As representações matemáticas dos alunos do curso de Magistério e suas possíveis transformações: uma dimensão axiológica*** Dissertação de Mestrado, Universidade Estadual de Campinas, 1995.

PIRES, Célia Maria Carolino. ***Currículos de Matemática: da organização linear à idéia de rede*** Tese de doutorado, Universidade de São Paulo,1995.

POLYA, G. ***A arte de resolver problemas.*** Rio de Janeiro, Interciência, 1970.

SÁ, Celso Pereira de. ***Núcleo central das Representações Sociais*** Petrópolis, Vozes, 1996.

______________. Representações Sociais: o conceito e o estado atual da teoria. In: ***O conhecimento no cotidiano*** Mary Jane Spink (Org.) São Paulo, Brasiliense, 1995: 19 - 45.

SANTOS, Vinicio de Macedo. ***A Matemática no primeiro grau "O significado que pais, alunos e professores conferem à Matemática"*** Dissertação de Mestrado, PUC – SP, 1989.

SÃO PAULO (Estado) Secretaria da Educação . Coordenadoria de Estudos e Normas Pedagógicas. ***Proposta Curricular para o Ensino da Matemática: 1º. Grau,*** São Paulo, SE/CENP, 1991, 4.ed.

SÃO PAULO Secretaria Municipal de Educação . Diretoria de Orientação Técnica. ***Movimento de Reorientação Curricular***, Documento 5.CO-DOT-PSG-Sa 002/92 , São Paulo, 1992.

SPINK, Mary Jane. (org.) ***O conhecimento no cotidiano: as representações sociais na perspectiva da Psicologia Social***, São Paulo, Brasiliense,1995.

Viviane Cristina Almada de Oliveira
Romulo Campos Lins
Universidade Estadual Paulista – UNESP – Campus Rio Claro

Nossa pesquisa, baseada no MTCS, desenvolvido por Lins (1992), tem como propósito analisar a produção de significados para a noção de transformação linear, a fim de nos permitir uma reflexão coerente e lúcida acerca do ensino-aprendizagem da Álgebra Linear (o que posteriormente contribuirá à prática de professores do ensino superior) e, dentro dessa análise, voltar nosso olhar à formação inicial do professor de matemática. Essa forma de examinar a produção de significados poderá até nos apontar maneiras de lidar com as possíveis dificuldades dos alunos com a noção de transformação linear, mas esse não é o nosso objetivo principal.

Para tanto, nosso trabalho consiste em três linhas de frente: estudo histórico com objetivo de abordar produções de matemáticos específicos nas quais estejam mais evidentes para nós possíveis modos de se falar de transformações lineares; análise de livros-texto buscando identificar os possíveis significados que podem ser produzidos para transformações lineares a partir deles; e estudo de caso com estudantes de um primeiro curso de Álgebra Linear da Matemática investigando os significados que eles produzem para a noção de transformação linear.

Embora expectativas pessoais (como aprimoramento da minha prática enquanto docente e minha formação como pesquisadora) já pudessem servir como justificativas para a pesquisa, essa vai mais além. Está inserida num projeto maior, que visa produzir uma abordagem para o desenvolvimento de cursos de Matemática adequados à formação inicial do professor de Matemática, denominado *Um quadro de referência para as disciplinas de Matemática num curso de Licenciatura em Matemática*; é caracterizado como um projeto integrado na área de Educação Matemática envolvendo educadores matemáticos e matemáticos.

Os ítens dispostos a seguir são resumos das versões provisórias dos capítulos da dissertação que estamos desenvolvendo. O primeiro deles trata do Modelo Teórico dos Campos Semânticos (MTCS), que é a base teórica que nós adotamos; o segundo, traz considerações sobre as análises histórica e de livros-texto; e o terceiro mostra como se deram as entrevistas com as alunas e o encaminhamento que estamos dando à análise.

O Modelo Teórico dos Campos Semânticos

As idéias iniciais que deram origem ao MTCS surgiram no desenvolvimento do trabalho de doutorado de Lins, que buscava estabelecer uma caracterização epistemológica para Álgebra e Pensamento Algébrico. Embora tenha sido constituído nesse contexto – Álgebra e Pensamento Algébrico – o MTCS não se restringe apenas a essa área da Matemática e a esse tipo de pensamento, nem tampouco à Matemática; havendo processo de produção de significados, podemos aplicá-lo.

Apesar de apontado como um modelo epistemológico, Lins (2001:59) prefere concebê-lo como uma teoria que

> "provê uma simples, ainda que poderosa, ferramenta para pesquisa e desenvolvimento da educação matemática (...) para guiar práticas de sala de aula e para habilitar professores a produzir uma leitura suficientemente fina, assim útil, do processo de produção de significados em sala de aula".

Foi a necessidade de Lins em responder 'O que é conhecimento?' e 'O que é significado?' que levou ao desenvolvimento do MTCS. Por isso é que as caracterizações de conhecimento e significado têm importância central no modelo produzido pelo autor. Vamos então a elas.

De acordo com Lins, dizemos que

> "Conhecimento é entendido como uma crença - algo que o sujeito acredita e expressa, e que se caracteriza portanto como uma afirmação - junto com que o sujeito considera ser uma justificação para sua crença-afirmação".(Lins, 1993: 86).

O fato é que o conhecimento para nós não é apenas uma crença-afirmação, mas uma crença-afirmação junto com uma justificação; e as justificações do aluno e do matemático são diferentes: conseqüentemente, seus conhecimentos também o são. Essa diferença não é caracterizada apenas pelo fato de tais conhecimentos terem sido produzidos pelo matemático e pelo aluno, mas por causa de suas justificações não serem a mesma; dois matemáticos, bem como dois alunos, poderiam produzir conhecimentos diferentes para um mesmo texto. Para nós, a justificação é parte constitutiva do conhecimento, e esta é mais uma característica original deste modelo e que o distingue de outros. O conhecimento é do domínio da fala (enunciação) – e não do texto (a concepção de texto aqui adotada surge da releitura que Lins (1999) faz do processo de comunicação).

Dizemos que "significado é aquilo que o sujeito pode e efetivamente diz sobre o objeto numa dada atividade" (Lins, 1997: 145); vale reforçar que significado não é o conjunto do que poderia ser dito, mas o que é dito. Esta definição de significado é de fato relativa e poderia dar margem para que alguém dissesse: 'mas então, significado é qualquer coisa'. Entretanto, cabe salientar que significado é aquilo que o sujeito <u>pode</u> dizer, isso porque "(...) não é tudo que pode ser dito [pelo sujeito], já que qualquer dada cultura aceita alguns, mas nunca todos os modos possíveis de produzir significado" (Lins, 1997:143). Esse poder diz respeito à legitimidade dos modos de produção de significado, aos interlocutores. Portanto, ninguém produz significado que não seja plausível em alguma direção; ou seja, assumindo que o sujeito da enunciação está falando para algum interlocutor, o que ele diz sobre o objeto na atividade é significado sim. Além do mais, o significado é do sujeito, já que ele é quem diz algo. De acordo com Lins (1997)

> "(...) o problema de se estabelecer se uma pessoa tem ou não direito de "ter" um conhecimento é um problema interno do processo de produção de conhecimento, e não externo: é a própria enunciação da crença-afirmação que estabelece sua legitimidade, e não uma deliberação posterior." (p.142)

No processo de produção de significados, o sujeito faz certas afirmações que não sente necessidade de justificar; afirmações que são por ele tomadas como localmente válidas. Cada uma dessas afirmações é chamada de estipulação local. A "um conjunto de estipulações locais que, num dado momento e dentro de uma atividade, estão em jogo", Lins (1999:87) denominou núcleo.

A partir da noção de núcleo é que definimos Campo Semântico. Campo Semântico é a atividade de produzir significado em relação a um certo núcleo. Assim, sempre que o sujeito produz significado em relação a um núcleo dizemos que ele está operando em um Campo Semântico.

Outra noção importante do MTCS, que não poderíamos deixar de destacar, é a de limite epistemológico. Em Lins (2001: 45) encontramos:

> "Por limite epistemológico entendo a impossibilidade de produzir significado para uma afirmação dentro de um Campo Semântico dado; (...). A importância operacional dessa noção é estabelecer que: (i) toda vez que significado é produzido existe uma restrição no horizonte das posteriores produções de significado, implicando que, (ii) se aprendizagem é entendida – corretamente, eu penso – como aprender a produzir significado, ensinar deve também apontar para uma discussão explícita dos limites criados nesse processo".

Finalizando, de acordo com Lins (1997: 144) "a natureza social de conhecimento e os mecanismos de inserção em práticas sociais e a existência de limites epistemológicos garantem que nossa formulação de conhecimento não cria um vale-tudo".

Andreza
3937-7316

Colocadas as principais noções do MTCS, podemos então pensar em algumas conseqüências de tomá-lo como base teórica:

- em qualquer processo cognitivo, em especial naqueles que se dão em sala de aula, o nosso olhar de pesquisador ou professor deve estar voltado para a produção de significados, lembrando que a diversidade dos modos de produção de significados vem a enriquecer o processo. Explicitar essas diferenças e apontar o que elas acarretam deve fazer parte da ação do educador matemático;
- a diferença dos significados de que estamos falando não é questão de estilo, preferência, interpretação ou versões de uma mesma essência: caracteriza, de fato, conhecimentos distintos; e
- concebemos que a prática do professor deve ser na direção de criar na de sala de aula um espaço comunicativo compartilhado por todos.

Pensamos ainda que, sendo a sala de aula esse espaço comunicativo compartilhado por todos, os diferentes modos de produção de significados não devem ser hierarquizados e encabeçados por aquele regido pelo discurso matemático acadêmico. É claro que este deve estar presente no tal espaço comunicativo e, portanto, ser compartilhado por todos, mas não colocado como a versão perfeita dos demais.

ACREDITAMOS QUE AS IMPLICAÇÕES EM SE ADOTAR O MTCS COMO REFERENCIAL TEÓRICO (E POR QUE NÃO PRÁTICO?) NÃO SE ESGOTAM NESSES POUCOS ÍTENS COLOCADOS ACIMA; VÃO BEM MAIS ALÉM. NO QUE SEGUE, TENTAREMOS MOSTRAR NO EXERCÍCIO DA PESQUISA ESTAS E OUTRAS CONSEQÜÊNCIAS.

Análises de textos matemáticos

Podemos entender como objetivo central de nosso trabalho a busca de diferentes maneiras a partir das quais a noção de transformação linear pode ser pensada. Assim sendo, tanto um estudo histórico quanto análises de livros-texto de matemática são bastante pertinentes à nossa pesquisa na medida em que podem nos apontar possíveis formas de se produzirem significados para transformações lineares.

No princípio da pesquisa, nossa intenção era fazer tais estudos de forma separada: em um capítulo o estudo histórico e, no outro, a análise de livros-texto. Concebíamos que esses contextos eram distintos e que, portanto, caberiam-lhes capítulos distintos. Entretanto, no desenvolver da pesquisa, tendo como parâmetro a produção de significados, percebemos que não havia necessidade de assim procedermos. O motivo que desencadeou essa tomada de decisão foi observarmos que a forma com que fazíamos as leituras era a mesma; estávamos produzindo significado para a idéia de transformação linear a partir daqueles textos, não havia intenção de adjetivarmos nenhum deles, apenas de os lermos. Por isso, resolvemos estruturar um único capítulo abordando juntamente obras históricas e de matemáticos contemporâneos.

OK

Utilizamos para um estudo histórico inicial publicações em história da matemática (Bell, 1995; Bourbaki, 1976; Eves, 1997; Granger, 1974; Katz, 1992; Ríbnikov, 1991; Stillwell, 1989; Smith, 1959; Struik, 1992; van der Waerden, 1985; Wussing, 1998) no intuito de nelas encontrarmos referências que dissessem respeito à Álgebra Linear e, particularmente, à transformação linear, primeiramente entendida como sendo uma função entre espaços vetoriais que tem duas propriedades. Entretanto, pareceu-nos que a noção de transformação linear não foi alvo de interesse específico de historiadores matemáticos, já que em muitos dos livros que estudamos não houve citação alguma a respeito da gênese de tal noção.

Quanto mais leituras fazíamos, mais essa situação se evidenciava. Assim, tentamos regressar aos feitos matemáticos dos séculos XIX, XVIII, XVII e XVI. Chegamos a um ponto do nosso estudo em que já havíamos juntado uma quantidade razoável de elementos para tentar atingir o objetivo proposto: mostrar diferentes produções matemáticas que têm a ver com transformações lineares.

Mais do que encontrar trabalhos de matemáticos para os quais produzimos significados identificando-os como maneiras de se falar de transformações lineares, enxergamos um processo (que não é necessariamente o único) no qual se deram mudanças no que dizia respeito a tal idéia. Nesse processo, que desembocou no final do século XIX e início do século XX com a definição de transformação linear como sendo uma função especial entre espaços vetoriais, notamos três momentos distintos. O primeiro, em que os matemáticos usavam transformações para causar determinado efeito, isto é, se viam diante de um dado problema que não sabiam como resolver e que, quando transformado de uma forma adequada, havia como determinar sua solução. Como segundo momento, estamos pontuando quando os matemáticos faziam uso de transformações para ver o que acontecia, quais os efeitos causavam determinadas transformações; em particular, havia interesse no que permanecia invariante quando transformado. O terceiro e último momento que apontamos nesse processo, é quando as transformações lineares são definidas como sendo entre espaços vetoriais.

OK

Como representante de cada um desses momentos, destacamos respectivamente Viète (resolução de equações polinomiais cúbicas) e Fermat (geometria analítica), Möbius (cálculo baricêntrico) e Peano (cálculo geométrico).

Nesse ponto do trabalho, quando caracterizamos o terceiro momento do processo de mudança da noção de transformação linear tendo como um de seus representantes Peano, fica evidente o porquê de termos optado por fazer as análises de trabalhos históricos e de livros-texto de forma conjunta, num mesmo capítulo. Poderíamos no lugar da obra de Peano, ter colocado qualquer livro-texto de Álgebra Linear; seria para nós indiferente qual fosse o escolhido como representante do terceiro momento, já que o que caracteriza tal momento é a transformação linear ser entre espaços vetoriais.

Devido a isso, selecionamos inicialmente alguns livros de matemática que abordam a noção de transformação linear: Banchoff & Wermer (1992), Halmos (1958), Herstein (1964), Batschelet (1978), Lang (1971), Searle (1966), Hoffman & Kunze (1967), Lipschutz (1994), Steinbruch & Winterle (1987) e Lima (1998). Tal seleção foi feita levando-se em conta a utilização desses livros em cursos de graduação. Partindo de uma primeira leitura, em vista dos possíveis significados produzidos para transformação linear, escolhemos os quatro primeiros dos livros anteriormente indicados para uma análise sob a ótica do MTCS. Em tais livros encontramos as definições de transformação linear como sistema de equações lineares, função especial, homomorfismo e matriz, respectivamente.

As entrevistas

Dando continuidade ao trabalho, buscamos estabelecer uma compreensão para produção de significados para transformação linear a partir de estudos de casos feitos com alunos do curso de Matemática. Esses estudos de casos estão sendo feitos com duas estudantes de Matemática de um curso introdutório de Álgebra Linear baseados em textos por elas escritos, entrevistas abertas que contaram com a intervenção da investigadora de acordo com a fala dos sujeitos e sessões de videografia, que registraram as atividades realizadas. A intenção em utilizarmos essa variedade de métodos de coletas de dados foi a de nos possibilitar uma análise mais precisa do contexto no qual foram produzidos significados para a noção de transformação linear, tentando identificar o que nossos sujeitos estarão dizendo a respeito de tal noção ao longo e ao final do curso e de que maneira se estrutura esse processo de produção de significados.

De posse das informações colhidas, fazemos uma reflexão acerca do ensino-aprendizagem da Álgebra Linear, que esperamos auxiliar na prática de professores do ensino superior.

As tarefas, em número de quatro, foram elaboradas na tentativa de criar situações diversas nas quais as alunas poderiam estar falando sobre transformações lineares. A análise das tarefas foi elaborada segundo o MTCS; Lins (1997, p.146) evidencia que no processo de produção de significados existem aspectos a se considerar:

i) a atividade em questão, e também a tarefa que a origina;

ii) os significados sendo produzidos — e, portanto, o núcleo (ou núcleos) em jogo;

iii) o possível processo de transformação do(s) núcleo(s), e as possíveis rupturas na direção de novos modos de produção de significados;

iv) os textos sendo produzidos — notações, diagramas, escrita, fala, gestos, e sua eventual constituição em objeto;

v) o papel do professor como interlocutor;

vi) ao alunos como interlocutores uns dos outros;

vii) interlocutores não-presentes;

viii) a existência de certos modos de produção de significados que queremos que os alunos dominem; e,

ix) a existência de certas *afirmações* que eles venham a assumir como corretas.

Por se tratar de uma pesquisa que tem objetivos específicos, estaremos privilegiando alguns desses aspectos para fazermos nossa análise: ii, iv e ix.

Bibliografia

BANCHOFF, Thomas & WERMER, John. Linear Algebra Trhough Geometry. 2nd ed. New York: Springer, 1992.

HALMOS, Paul R. Finite-Dimensional Vector Espaces. 2nd edition. New York: Princeton University Press, 1958.

HOFFMAN, K. & KUNZE, Ray. Linear Algebra. New Delhi: Prentice-Hall of India Private Limited, 1967.

LANG, Serge. Álgebra Linear. Trad. Frederic Tsu. São Paulo: Editora Edgard Blücher Ltda., 1971.

LIMA, Elon Lages. Álgebra Linear. Rio de Janeiro: Instituto de Matemática Pura e Aplicada, CNPq, 1996.

LINS, Romulo Campos. A framework for understanding what algebric thinking is. PHD thesis. Nottingham: University of Nottingham, 1992. (Doctorate in Mathematics Education).

________________. Epistemologia, história e educação matemática: tornando mais sólidas as bases da pesquisa. Revista da SBEM-SP. Campinas, set., 1993. 1 (1): 75-91.

________________. Por que discutir Teoria do Conhecimento é relevante para a Educação Matemática, In: Maria Aparecida Vigiani Bicudo (Org.). Pesquisa em Educação Matemática: Concepções e Perspectivas. Rio Claro: Editora Unesp, 1999.

________________. The production of meaning for *Algebra*: a perspective based on a Theoretical Model of Semantic Fields, In: R. Sutherland, T. Rojano, A. Bell e R. Lins . Perspectives on School Algebra. Dordrecht: Kluwer Academic Publishers, 2001.

LINS, Romulo C. & GIMENEZ, Joaquim. Perspectivas em aritmética e álgebra para o século XXI. Campinas: Papirus, 1997.

LIPSCHUTZ, Seymour. Álgebra Linear. Trad. Roberto Ribeiro Baldino. São Paulo: McGraw-Hill, 1972.

________________. Álgebra Linear: Teoria e problemas. Trad. Alfredo Alves de Farias. 3ª edição. São Paulo: Makron Books, 1994.

MAJMUTOV, M. I. La enseñanza problémica. Cuba: Editorial Pueblo y Educación, 1983.

MOURA, Orlando. Mecânica Quântica. Belém: Universidade Federal do Pará, 1983.

SEARLE, S. R. Matrix Algebra for the Biological Sciences. New York: John Wiley & Sons, Inc., 1966.

SMITH, David Eugene. A source book in Mathematics. New York: Dover Publications, 1959.

SILVA, Amarildo M. Uma análise da produção de significados para a noção de Base em Álgebra Linear. Dissertação de mestrado. Rio de Janeiro: Universidade Santa Úrsula, 1997.

STILLWELL, John. Mathematics and its history. New York: Springer – Verlag, 1989.

RÍBNIKOV, K. Historia de las matematicas. Trad. Concepción Valdés Castro. Madrid: Editorial Mir Moscú, 1991.

EVES, H. Introdução à História da Matemática. Trad. Hygino H. Domínguez. Campinas: Editora da UNICAMP, 1997.

STRUIK, Dirk. J. História concisa das matemáticas. Trad. João Cosme C. Guerreiro. Lisboa: Gradiva Publicações Ltda, 1992.

VAN DER WAERDEN, B. L. A History of Algebra. Germany: Springer-Verlg, 1985.

WUSSING, H. Lecciones de Historia de las matematicas. Trad. Elena Ausejo, José L. Escorihuela, Mariano Hormigón, Daria Kara-Murzá e Ana Millán. Madrid: Siglo Veintiuno de España Editores, 1998.

KATZ, Victor J. A History of Mathematics: an introduction. New York: HarperCollins College Publishers, 1992.

Função Linear e Proporcionalidade na Mecânica: Em Clima de Resolução de Problemas.

Wagner José Bolzan
Orientadora: Prof.a Dra. Lourdes de la Rosa Onuchic
UNESP – Rio Claro

Introdução

Há quase dois anos, como estudante de mestrado na Pós-Graduação em Educação Matemática da UNESP de Rio Claro, venho participando do Grupo de Estudos de Resolução de Problemas, coordenado por minha orientadora, prof.a. Dra. Lourdes de la Rosa Onuchic. Nesses encontros foi possível discutirmos sobre muitos problemas relacionados com o Ensino da Matemática que hoje, mais do que nunca, têm sido temas de muitas pesquisas. A segunda metade do século XX ficou marcada por constantes mudanças na área da educação. A década de 90 em especial, marcou o início de um forte movimento em prol da mudança de mentalidade naquilo que se espera para o ensino da matemática. E por sermos um grupo que está preocupado com a possibilidade de se ensinar a matemática através da resolução de problemas, nossa proposta tem sido a de sempre conhecer novos caminhos que nos levem a uma aula que desafie a curiosidade dos alunos, apresentando-lhes problemas compatíveis com os seus conhecimentos, proporcionando-lhes um clima de descoberta até chegar, depois, à formalização.

Como se pode ver nos objetivos gerais dos PCN, pretendemos colocar em prática aquilo que lá está escrito. Assim queremos possibilitar que os alunos possam pensar matematicamente, levantando idéias matemáticas, estabelecendo relações entre elas, sabendo se comunicar ao falar sobre elas, desenvolvendo formas de raciocínio e estabelecendo conexões entre temas matemáticos e outras áreas.

Meu projeto de pesquisa está intimamente ligado com o último dos objetivos citados, não perdendo de vista os demais. Trata-se de estar verificando a possibilidade de se aproveitar temas matemáticos importantes do Ensino Fundamental e, em vez de mais daquelas cansativas revisões, poder estabelecer conexões desses temas com a área da Mecânica Industrial, nosso objeto de trabalho.

Mais uma vez vejo a importância de minha participação neste grupo de estudos. Em alguns desses nossos encontros, a prof.a Dra. Lourdes Onuchic nos apresentou o resultado de pesquisa de Luciene S. Botta, que foi sua aluna de mestrado. Esta pesquisa trata de uma reconceitualização no conjunto dos números racionais. Nesse trabalho a pesquisadora trabalhou fortemente com os conceitos de razão e proporcionalidade. Daí, por perceber que se tratava de tema importante para profissionais da área de Tecnologia em Mecânica, começo a estudar mais a fundo o assunto. E sempre no clima de Resolução de Problemas. Pretendo, nesta comunicação, apresentar parte destes estudos que trata de *Função Linear e Proporcionalidade na Mecânica em Clima de Resolução de Problemas.*

Um Problema da Resistência dos Materiais

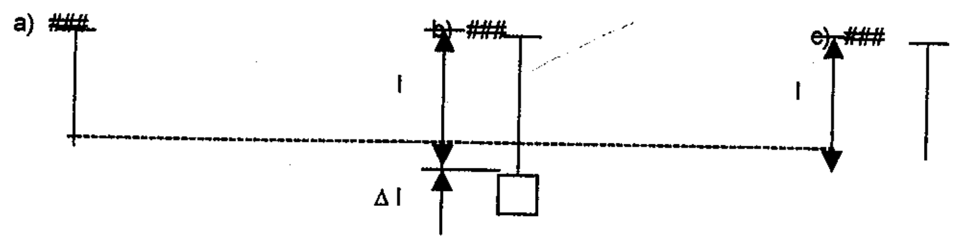
A experiência ensina que a ação de qualquer força sobre um corpo altera a sua forma, isto é, provoca uma *deformação.* Com o aumento da intensidade da força, há um aumento da deformação. Estaremos agora, estudando esse fenômeno físico, matematicamente.

Da mesma forma que não é possível entender como um grande avião a jato pode permanecer no ar sem algo que o sustente, sabemos que quem o sustenta é a matemática, pois é a matemática que torna visível o invisível, através de suas equações. (Devlin, NCTM 2000)

Experiências que possibilitem esta sensação por parte dos alunos, poderão gerar o gosto pelo trabalho mental e deixar, por toda a vida, a sua marca na mente e no caráter.

Vamos considerar três ensaios de tração A, B e C.

Ensaio A em três momentos

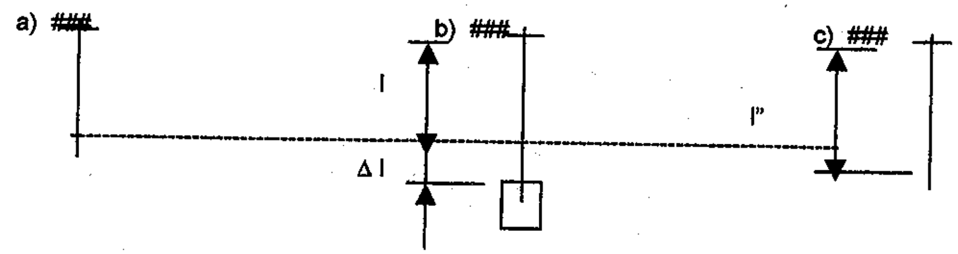


Um pedaço de fio preso no teto

O mesmo fio solicitado a "tração" provocada por uma força peso, sofrendo uma deformação.

O mesmo fio depois de retirada a força peso, voltando ao comprimento inicial.

Ensaio B em três momentos



Um pedaço de fio preso no teto

O mesmo fio solicitado a "tração" provocada por uma força peso, sofrendo uma deformação.

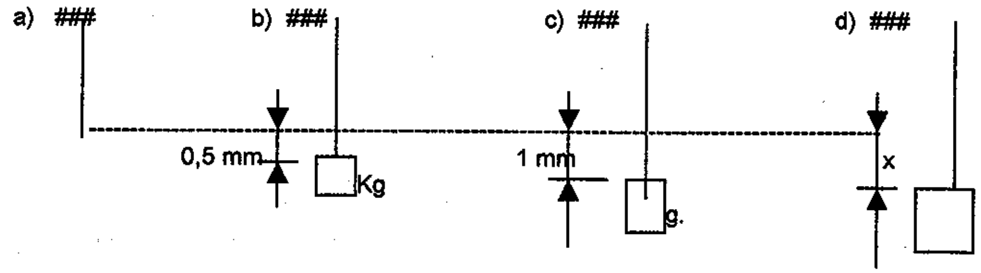
O mesmo fio depois de retirada a força peso, porém não voltando ao comprimento inicial.

Legenda:
ϵ – Alongamento Unitário – Deformação (onde $\epsilon = \Delta l / L$)
L - Comprimento Inicial
Δ l – Alongamento Total
l" – Comprimento Final

Questões

1) O que diferencia as situações A e B?
2) Na sua opinião, o que pode ter acontecido em B para terminar diferente de A?
3) Você saberia dizer que tipo de deformação aconteceu em A?
4) Dê exemplos de situações que você conhece, em que acontecem deformações do tipo A.
5) Ídem para B.

ENSAIO C EM QUATRO MOMENTOS



8Kg.

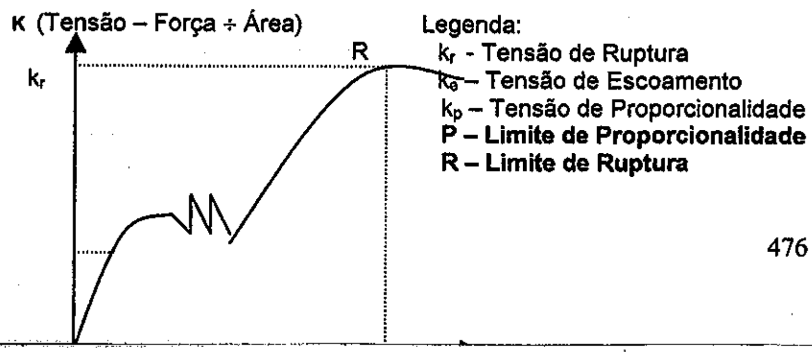
O fio está em seu comprimento normal.	Com uma força peso de 2 Kg o fio sofreu uma deformação de comprimento 0,5 mm.	Com uma força peso de 4 Kg o fio sofreu uma deformação de comprimento 1 mm.

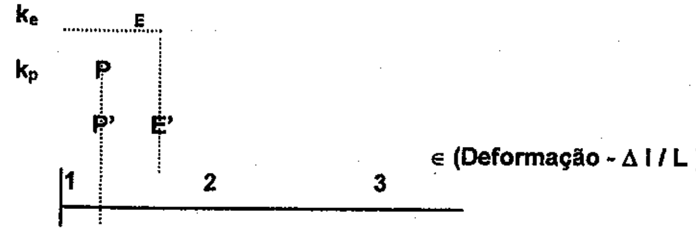
Questões

1) Em *d*, ao aplicar a força peso de intensidade 8 Kg e se levarmos em consideração que o fio ainda mantém as mesmas propriedades dos momentos *a*, *b* e *c*, você saberia dizer qual o comprimento da deformação do fio?
2) Em cada caso visto em *b*, *c* e *d*, qual é a razão entre o comprimento das deformações e as respectivas forças peso aplicadas?
3) Em que conclusão você chegou?
4) Quando temos a igualdade de duas razões, podemos dizer o que sobre essa igualdade?

Diagrama Tensão-Deformação

Em Resistência dos Materiais, um ramo da Mecânica, é comum obtermos resultados do tipo abaixo. O ensaio de um material *dútil* ou *tenaz*, submetido à solicitações lentas e graduais fornece um gráfico cujo andamento é o da figura:





Este gráfico mostra a variação da deformação provocada em função da tensão aplicada num corpo de prova submetido à tração. Observe as zonas denotadas por 1, 2 e 3 e responda:

1) **Você consegue localizar neste gráfico as zonas que correspondem aos ensaios A, B e C anteriormente citados?**
2) **Depois de localizado cada ensaio em suas zonas correspondentes, explique com suas palavras o por quê desta escolha.**
3) **Por que na zona 1 o gráfico é uma reta que passa pela origem? Compare com o que acontece na zona 2, no intervalo que vai de P' até E' e fale sobre essa diferença.**
4) **Ainda em 1, ao variar a deformação, como se comporta a variação da tenção aplicada?**

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Muitas outras questões poderiam ser colocadas aqui. Mais do que isto, além de definir razão e proporção, levando em consideração os demais conteúdos afins (regra de três, grandezas direta e indiretamente proporcionais, porcentagem, escala, etc.), pode-se definir, após estes problemas, o conceito de função linear e logo após, apresentá-la como um caso particular de função afim ou vice-versa. A interpretação gráfica do conceito de função é evidente.

Um outro problema diretamente ligado ao anteriormente discutido é o problema que envolve a aplicação do conceito de mola de tração. Provavelmente aqui estaríamos trabalhando com um misto de Modelagem e Resolução de Problemas se as atividades acontecerem da maneira que penso. Estaríamos investigando, com maior cuidado, um resultado importante da física relacionado com o que vimos até aqui, a famosa Lei de Hook. Fica assim uma proposta para outro trabalho.

AGRADECIMENTOS

Agradeço a valiosa atenção de minha orientadora, a CAPES pelo apoio financeiro e as pessoas com quem sempre pude contar, em especial a Prof.a Cleide Volpiano.

BIBLIOGRAFIA

BONJORNO, Regina Azenha. Física Fundamental - 2° grau – volume único – Editora FTD. São Paulo, 1993.

BOTTA, Luciene S. Números Racionais e Raciocínio Proporcional: Considerações sobre Ensino-Aprendizagem. Rio Claro: UNESP, 1997. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – IGCE, UNESP, 1997.

DEVLIN, Keith. The Four Faces of Mathematics –Learning Mathematics for a New Century – Yearbook 2000 –NCTM.

Física 1 – Mecânica – Editora da Universidade de São Paulo, 1990.
LIMA, Elon Lages. A Matemática do Ensino Médio – Volume 1- Edição 3. *Coleção do Professor de Matemática – SBM.* Rio de Janeiro, 1998.
LIMA, Elon Lages. Temas e Problemas – Edição 1. *Coleção do Professor de Matemática – SBM.* Rio de Janeiro, 2001.
Materiais para Construções Mecânicas - Centro de Comunicação Gráfica "PROTEC" – São Paulo, 1982.
Mecânica Aplicada II - Centro de Comunicação Gráfica "PROTEC" – São Paulo, 1985.
ONUCHIC, L. R., BOTTA, L. S. Uma Nova Visão sobre o Ensino e a Aprendizagem dos Números Racionais – Revista de Educação Matemática. São Paulo, Ano 5, n. 3, 1997 – p. 5.
Resistências dos Materiais - Centro de Comunicação Gráfica "PROTEC" – São Paulo, 1984.

EUCLIDES ROXO: DA PROPOSTA INTERNACIONAL DE MODERNIZAÇÃO DO ENSINO DE MATEMÁTICA AOS SEUS LIVROS DIDÁTICOS.

Walter Fernandes Sório.
Orientação: Prof. Dr. Wagner Valente.
PUC-SP

1. Considerações Preliminares.

No final da década de 20, com o crescimento da atividade industrial nacional, aliado com o desenvolvimento da agricultura, com a expansão dos centros urbanos e sob a influência do movimento modernizador do ensino da matemática, movimento esse iniciado em 1903, agitava a Europa e os Estados Unidos e produziram em nosso país um movimento de renovação social, cultural e educacional.

Começa então no Brasil discussões entre o velho e o novo em todos os setores da sociedade, dentre essas discussões a de uma nova proposta educacional que objetivava alcançar essas novas exigências da sociedade quanto à formação e qualificação de seus indivíduos.

Em novembro de 1927, assinada por mais de dois terços de professores do Colégio Pedro II, instituição esta que referenciava nacionalmente o ensino secundário brasileiro, é apresentada à Congregação da Escola, uma nova proposta para o ensino de matemática. Tratava-se de "incorporar as idéias do ensino de matemática elementar introduzidos pela grande reforma que o professor Felix Klein iniciou na Alemanha". Uma das idéias principais da nova proposta era o de "fundir" as partes, até então, trabalhadas separadamente (aritmética, álgebra e geometria) sob uma denominação única de *matemática*. Dessa maneira, para o ano seguinte, de acordo com a proposta, já iria adotar para o 1º ano, no estudo da álgebra, aritmética e geometria a "fusão" denominada *matemática.*

Com a aprovação pela Congregação do Colégio Pedro II, uma cópia da proposta fora enviada ao Departamento Nacional do Ensino em 1928 e a alteração do ensino de matemática, bem como toda a seriação do curso secundário, foi homologada pelo Decreto nº. 18 564, de 15 de janeiro de 1929. O mencionado decreto firmava a introdução das idéias modernizadoras apenas no Colégio Pedro II. Porém como já fora dito, o Colégio constituía referência para o ensino secundário e logo essas modificações iriam influenciar o ensino da matemática nas demais escolas brasileiras.

À frente desta proposta de modernização colocava-se o professor Euclides Roxo, catedrático do Colégio Pedro II e também seu diretor na época da elaboração da proposta modernizadora para o ensino.

Através da Reforma Francisco Campos, em 1931, a proposta elaborada pelo professor Euclides Roxo ganha caráter nacional.

Um trecho das instruções pedagógicas da Reforma sintetiza o sentido da modernização:

> *A matemática será sempre considerada como um conjunto harmônico cujas as partes estão em viva e íntima correlação. A acentuação clara dos três pontos de vista – aritmético, algébrico e geométrico – não deve, por isso, estabelecer barreiras intransponíveis, que impeçam, o estudante de perceber as conexões entre aquelas disciplinas. (BICUDO, 1924:157)*

O programa de ensino da Reforma estabelecia uma listagem dos conceitos a serem trabalhados em cada série. A preocupação era procurar articular os vários campos de modo gradativo. (MIORIM, 1998:97)

2. O Livro.

Em 1929 é lançado o livro, intitulado de *Curso de Mathematica Elementar* de autoria do professor Euclides Roxo onde já na capa o didático registrava ter sido elaborado de acordo com os atuais programas do Colégio Pedro II. O autor faz, em seu Prefácio, uma síntese explicando sua adesão ao movimento modernizador do ensino da matemática, cita Poincaré e, sobretudo Felix Klein, detalha claramente as referências didáticas utilizadas quando da elaboração do texto. Escreve Euclides Roxo:

> *Como sempre acontece por ocasião de uma grande corrente inovadora, aparecem tendências extremas que provocam reações. Inúmeros compêndios surgiram apresentando soluções diversas para os problemas didáticos postos em foco, principalmente na Alemanha e na América do Norte, onde se realizaram, no decorrer das últimas décadas, experiências muito sérias e bem orientadas, em vários colégios anexos às Faculdades de Educação. Nenhuma tentativa, entretanto, se nos afigura tão interessante e eficaz, como a que foi levada a cabo pela "School of Education", da Universidade de Chicago, onde um grupo de professores inciou, em 1903, sob a direção de Georges Myers, a experiência de um programa e de um compêndio "along fusion lines", segundo a expressão americana. Esse compêndio, sucessivamente revisto e modificado, durante 25 anos, deacordo com os conselhos da prática e as reações dos alunos, foi definitivamente redigido por Ernest Breslich, um dos professores acima referidos e adotados em muitos colégios secundários da América do Norte. Vários outros compêndios têm sido ali publicados de acordo com a orientação moderna, mas os de maior sucesso são justamente aqueles que adotaram o plano de Breslich. (ROXO, 1929:11)*

Euclides Roxo constrói seu didático seguindo um dos preceitos de Breslich para estudo da álgebra: a apresentação "concreta" desse conteúdo. Seu livro inicia sua proposta didática através da geometria, com noções intuitivas que, passo a passo, serão introduzidos os conteúdos de álgebra e aritmética. Essa proposta de Roxo – contida no manual de Breslich – rompe então com a apresentação estanque e separada dos conteúdos de aritmética, álgebra e geometria.

Seu livro teve grande divulgação e foi saudado pela Associação Brasileira de Educação através do Jornal do Comércio de 25 de setembro de 1930.

3. Objetivo

O novo didático de matemática, escrito por Euclides Roxo, tinha a finalidade de objetivar a proposta de modernização do ensino no Brasil. A intenção principal era a da reestruturação da seqüência de conteúdos a ensinar, visando a fusão dos vários ramos da ciência matemática.

4. Conclusão

A proposta de desenvolvimento do conteúdos matemáticos desse livro didático é relevante até os dias atuais, pois seu autor, já em 1929 desenvolveu uma seqüência didática correlacionando os conteúdos a serem trabalhados uns aos outros, ou seja, integrando os vários campos: aritmético, algébrico e o geométrico, com uma perfeita didática e possibilitando aos alunos construírem os conceitos matemáticos, na linguagem atual, o autor, utilizou-se, muito bem, do que hoje é chamado de "jogo de quadros" que possibilita ao aluno uma maior compreensão e assimilação dos conteúdos matemáticos no momento de sua construção.

5. Bibliografia

ROXO, E. (1929): Curso de Mathematica Elementar. Rio de Janeiro: Livraria Francisco Alves.

CHERVEL, A. (1990): "História das Disciplinas Escolares: reflexões sobre um campo de pesquisa" In: Teoria e Educação, nº2, Porto Alegre.

MIORIM, M. A. (1998): Introdução à história da educação matemática. São Paulo: Atual Editora.

O ENSINO DOS NÚMEROS E DO SISTEMA DE NUMERAÇÃO DECIMAL

Autor: Wanda Silva Rodrigues
Orientador: Célia Maria Carolino Pires
PUC-SP

Nas últimas décadas, o ensino dos números e do sistema de numeração decimal no ensino fundamental tem sofrido mudanças, provocadas por diferentes tendências didáticas e pedagógicas.

Programas oficiais, propostas curriculares, documentos subsidiários e livros didáticos são documentos importantes para analisar essas mudanças e procurar identificar as teorias que as fundamentam, para compreender melhor o que se propõe e o que se faz na sala de aula.

Tomando como referência o sistema estadual de ensino público do Estado de São Paulo, em 1949, verifica-se que foram lançados programas oficiais cuja vigência se estendeu até 1968, ano em que foi elaborado um novo programa. Nesses programas, em que se apresentava o estudo de Aritmética e de Geometria, o ponto central do trabalho com a numeração era a aprendizagem da seqüência numérica, baseada numa progressão de etapas que levava em conta a grandeza dos números envolvidos e uma hierarquização de prováveis dificuldades. O trabalho era apoiado na memorização das escritas, com exercícios em que se propunha ao aluno copiar várias vezes a seqüência numérica de 1 a 10, de 1 a 20, de 1 a 100.

Os programas de 1ª a 4ª séries enfatizavam o trabalho com resolução de problemas, jogos, e uma conexão íntima com o ensino da leitura e da linguagem, a fim de despertar o interesse infantil e favorecer o desenvolvimento geral do aluno.

Nesses programas, já se propunha, para os primeiros dias de aula, uma investigação dos conhecimentos numéricos que as crianças traziam ao entrar na escola, a fim de proporcionar, concomitantemente, um início de adaptação da criança ao ambiente escolar e, ao professor, a faculdade de conhecer qualidades de atenção e compreensão de seus alunos, e promover o desenvolvimento dessas qualidades durante o ano letivo.

No período de 66 a 76, sob grande influência da Matemática Moderna, novas orientações fizeram surgir novas práticas. Os Guias Curriculares (1974) para as matérias do núcleo-comum (Comunicação e Expressão, Estudos Sociais e Ciências) do ensino do 1º grau traziam orientações que, de certo modo, já haviam chegado aos professores por meio de livros didáticos.

A marca desse período foi a inclusão de elementos da teoria dos conjuntos para o trabalho com números e a exploração do processo de agrupamentos e trocas em diferentes bases, difundindo-se a idéia de que seria aconselhável trabalhar com bases *menores*, como as bases 2, 3, 4, 5, etc., anteriormente à base 10, dando ênfase ao material conhecido como *multibase*. Jogos como nunca 2, nunca 3, nunca 5, etc., antecediam o nunca 10, que era usado como mote para a exploração das regras do sistema de numeração decimal.

Raramente as atividades sobre o assunto eram abordadas a partir de resolução de problemas ligados ao cotidiano. A justificativa da importância do domínio do SND para uma boa compreensão das operações já era muito forte.

Como os Guias Curriculares mostraram ser um documento complexo e insuficiente para o trabalho dos professores, foram elaborados os *Subsídios para a Implementação do Guia Curricular de Matemática*.

Além de explicitar os princípios apresentados nos guias, esses documentos procuravam fornecer informações para o professor sobre os conteúdos matemáticos, com algumas sugestões sobre como abordar esses conteúdos em sala de aula. O Material Dourado, as caixinhas de contagem, os palitos amarradinhos, eram uma forte tendência apresentada nesse material, para que os alunos pudessem se apropriar do sistema de numeração.

Como os Subsídios foram considerados ainda insuficientes para atender à grande demanda do professor sobre *como ensinar*, a Secretaria de Educação do Estado de São Paulo, através do

Centro de Estudos e Normas Pedagógicas (CENP), elaborou os documentos *Atividades Matemáticas*, que ainda hoje é material de apoio ao trabalho do professor.

Esse material subsidiário ao trabalho do professor, acompanhado da orientação realizada por monitores e supervisores, em discussões relativas à elaboração e implementação da Proposta Curricular de Matemática, destinava-se a apoiar as decisões didáticas, oferecendo embasamento teórico que promovesse o atendimento às necessidades e interesses das crianças.

Uma das marcas do trabalho com as operações, nesse material, residia no rompimento com a abordagem dos números e das operações pela via da teoria de conjuntos. As atividades propostas usavam como recurso a resolução de situações-problema, visando a desafiar o aluno à reflexão, discussão em grupo, elaboração de hipóteses e procedimentos, bem como à aplicação do aprendido em situações novas.

Faziam parte do material atividades sobre o sistema numeração decimal, que visavam a proporcionar experiências com agrupamentos e trocas, também em bases diferentes da decimal, a fim de promover a compreensão do processo de agrupamentos e trocas que caracterizam o sistema posicional de numeração decimal. Com essas atividades procurava-se desenvolver a compreensão do aluno de que é possível designar o número de objetos de uma coleção finita, fazendo agrupamentos e nomeando-os ou realizando *trocas* com valores pré-estabelecidos.

Outra idéia introduzida foi a de analisar outros sistemas de numeração, como o dos egípcios, o dos romanos, o dos maias, para que, no processo de comparação, o aluno tivesse mais clareza do sistema hindu-arábico.

A Proposta Curricular para o Ensino de Matemática no Ensino de 1º grau é o documento orientador das práticas da década de 86/96 para a rede estadual de ensino em São Paulo. Nela reafirmam-se os pressupostos do trabalho com as operações apresentados nos Atividades Matemáticas.

Na Proposta Curricular de Matemática, o professor encontra ainda a distribuição dos conteúdos por séries e observações de ordem metodológica.

Mais recentemente (1998), no Brasil todo, os sistemas de ensino dispõem dos Parâmetros Curriculares Nacionais - os PCN.

Nos PCN, encontra-se a constatação de que, embora o estudo dos números e das operações seja um tema importante nos currículos do ensino fundamental, com freqüência, muitos alunos chegam ao final do Ensino Fundamental com um conhecimento insuficiente dos números, sobre como eles são utilizados, e sem terem desenvolvido a compreensão dos diferentes significados das operações.

O documento indica, ainda, a possibilidade de este fato ocorrer em função de uma abordagem inadequada para o tratamento dos números e das operações e da pouca ênfase que tradicionalmente é dada a este assunto nos terceiro e quarto ciclos. Ressalta-se que, mesmo os alunos das séries mais adiantadas, que calculam corretamente, muitas vezes não sabem interpretar os números obtidos para dar resposta a um problema.

O Sistema de Avaliação de Rendimento Escolar do Estado de São Paulo, SARESP, criado em 1996, com a intenção de gerar uma cultura de avaliação que agilizasse tomadas de decisão de melhoria no ensino, em uma de suas avaliações, mostra o seguinte exemplo:

Em situações como: "Quantos ônibus de 36 lugares são necessários, no mínimo, para transportar 1128 passageiros, se nenhum ônibus pode transportar mais que 36 pessoas?" são freqüentes respostas como 31,333... ou 31, e não 32 que, no caso, é a correta. Além de não saberem interpretar os números, os alunos demonstram não saber o significado da operação envolvida. Também é comum apresentarem dificuldade para ler, escrever e comparar números com vários dígitos.

Os PCN destacam, também, que no terceiro e quarto ciclos, o trabalho com os conteúdos relacionados aos números e às operações deve privilegiar atividades que possibilitem ampliar o sentido numérico e a compreensão do significado das operações, ou seja, atividades que permitam estabelecer e reconhecer relações entre os diferentes tipos de números e entre as diferentes operações. Sugerem que, no terceiro e quarto ciclos, os problemas relacionados à evolução histórica dos números podem ser usados como interessantes contextos para ampliar a visão dos alunos sobre os números naturais, não apenas relatando como se deu essa evolução, mas explorando as situações com as quais as civilizações antigas se defrontaram, como: as limitações dos sistemas não-posicionais, os problemas com a representação numérica antes do surgimento do zero, os procedimentos de cálculo utilizados pelas civilizações suméria, egípcia, grega, maia, chinesa, etc.

Falam da importância de o professor mostrar que a história dos números está ligada às necessidades e preocupações de povos que, ao buscar recensear seus membros, seus bens, suas perdas, ao procurar datar a fundação de suas cidades e as suas vitórias, usando os meios disponíveis, construíram interessantes sistemas de numeração. Quando foram além e se impuseram a obrigação de representar grandes quantidades, como exprimir a quantidade de dias, meses e anos, a partir de uma data específica, ou de tentar fazer cálculos, utilizando os próprios símbolos do sistema, foram colocados no caminho da numeração posicional.

Com relação aos números naturais, destaca-se dos PCN alguns fatores que, provavelmente, têm concorrido para que sua aprendizagem acabe não se consolidando ao longo do ensino fundamental. Aponta aspectos relacionados à complexidade do conteúdo envolvido, tais como:

compreensão das relações de inclusão — que caracterizam o sistema decimal — como saber quantos agrupamentos de dezenas ou de centenas são necessários para se construir a dezena de milhar;

leitura dos números — que implica a compreensão de regras estabelecidas para a formação das classes — agrupamentos de mil (milhares, milhões, bilhões, trilhões...);

valor posicional dos algarismos na escrita numérica – que nem sempre é percebido: mesmo alunos que sabem escrever números corretamente, muitas vezes, não sabem interpreta-los, afirmando, por exemplo, que 2 343 é próximo de 2 340, mas não reconhecendo que em 2 343 há 234 dezenas.

Discute, também, alguns aspectos do tratamento habitualmente dado ao estudo dos números naturais nos ciclos finais do ensino fundamental, que também comprometem sua aprendizagem:

ausência de situações-problema que envolvam números *grandes*;

desestímulo ao uso dos procedimentos aritméticos, considerados *raciocínios inferiores* quando comparados aos procedimentos algébricos;

ausência de um trabalho com estimativas e com cálculo mental e o abandono da exploração dos algoritmos das operações fundamentais;

trabalho centrado nos algoritmos, como o cálculo do mmc e do mdc, sem a compreensão dos conceitos e das relações envolvidas, ou identificação de regularidades que possibilitem ampliar a compreensão acerca dos números.

Diante dessas dificuldades, a compreensão dos números naturais, de acordo com os PCN, acontece por um processo de sucessivas aproximações. Para que sua aprendizagem se consolide é necessário explorar, ao longo do primeiro e segundo ciclos, situações-problema que, inicialmente precisam apoiar-se em recursos como materiais de contagem (fichas, palitos, reprodução de cédulas e moedas), instrumentos de medida, calendários, embalagens, para que, de forma progressiva, os alunos realizem ações mentalmente. Para que a linguagem matemática deixe de ser um código indecifrável, os alunos destes ciclos devem ser incentivados a falar sobre matemática, escrever textos sobre conclusões, comunicar os resultados, usando, para tanto, elementos da língua materna e alguns símbolos matemáticos.

Deve-se levar em conta, também, que as capacidades cognitivas dos alunos sofrem avanços significativos e, por isso, devem ser incentivados a começar a estabelecer relações de casualidade, a fim de buscarem explicações e finalidades para as ocorrências. A reversibilidade do pensamento deve ser estimulada, de modo a permitir ao aluno a percepção das transformações.

Ao longo dos terceiro e quarto ciclos, é necessário desenvolver um trabalho sistemático de exploração das funções dos naturais (quantificar, ordenar, codificar), de análise e produção de números que expressem diferentes ordens de grandeza e do reconhecimento da característica

posicional de sua escrita, de interpretação de suas variadas formas de representação (canônica, decomposta, fatorada, polinomial, científica).

O documento ressalta que embora as representações fracionárias e decimais dos números racionais sejam conteúdos desenvolvidos nos ciclos iniciais, o que se constata é que os alunos chegam ao terceiro ciclo sem compreender os diferentes significados associados a esse tipo de número ou os procedimentos de cálculo, em especial os que envolvem os racionais na forma decimal.

Uma possível explicação para as dificuldades encontradas deve-se ao fato de que a aprendizagem dos números racionais supõe rupturas com idéias construídas para os números naturais. Ao trabalhar com os números racionais, os alunos têm de enfrentar vários obstáculos, dentre os quais se destaca:

se a seqüência dos números naturais permite estabelecer sucessor e antecessor, para os racionais isso não faz sentido, uma vez que entre dois números racionais é sempre possível encontrar outro racional; assim, o aluno deverá perceber que entre 0,8 e 0,9 estão números como 0,81, 0,815 ou 0,87.

A abordagem dos números racionais, conforme sugerido nos PCN, deveria incluir os problemas históricos que envolvem medidas e que deram origem a esses números, por oferecerem bons contextos para essa aprendizagem.

O documento ressalta ainda que, ao abordar os racionais pelo seu reconhecimento no contexto diário, deve-se observar que eles aparecem muito mais na forma decimal do que na forma fracionária.

Embora o contato com representações fracionárias seja bem menos freqüente nas situações do cotidiano, seu estudo também se justifica, entre outras razões, por ser fundamental para o desenvolvimento de outros conteúdos matemáticos (proporções, equações, cálculo algébrico). Também nas situações que envolvem cálculos com dízimas periódicas, a representação na forma fracionária favorece a obtenção dos resultados com maior precisão, uma vez que na forma decimal é preciso fazer aproximações.

O estudo do cálculo com números racionais na forma decimal pode ser facilitado se os alunos forem levados a compreender que as regras do sistema de numeração decimal, utilizadas para representar os números naturais, podem ser estendidas para os números racionais na forma decimal. Além disso, é importante que as atividades com números decimais estejam vinculadas a situações contextualizadas, de modo que seja possível fazer uma estimativa ou enquadramento do resultado, utilizando números naturais mais próximos. Ao tentar encontrar o valor da área de uma figura retangular que mede 7,9cm por 5,7cm, o aluno pode recorrer à estimativa, calculando mentalmente um resultado aproximado (8 x 6), que lhe pode dar uma razoável referência para conferir o resultado exato, obtido por um procedimento de cálculo escrito.

Também é importante que os alunos compreendam as regularidades das multiplicações de números racionais na forma decimal por 10, 100, 1.000... O domínio desse conhecimento é importante para dar sentido aos procedimentos de cálculo com esses números, como por exemplo, as multiplicações do tipo: 32,7 x 2,74.

Referencias Bibliográficas

RODRIGUES,W.S. *Base Dez: O grande tesouro matemático e sua aparente simplicidade*.2001.179 f. Dissertação Mestrado em Educação Matemática, PUC-SP.

INDICE