



# EBRAPEM027

Encontro Brasileiro de Estudantes de Pós-Graduação em Educação Matemática



## UMA ANÁLISE DE PROPOSTAS DE ATIVIDADES RELACIONADAS À SEQUÊNCIAS REPETITIVAS NOS ANOS INICIAIS

Yasmin Rodrigues da Rocha<sup>1</sup>

GD 1 – Educação Matemática dos Anos Iniciais do Ensino Fundamental

**Resumo:** O presente trabalho é um recorte de uma pesquisa que objetiva analisar a diversidade de tipos de atividades envolvendo a análise de sequências na proposta de ensino de uma coleção de Livros Didáticos de Matemática para os Anos Iniciais, presente no Guia do Programa Nacional do Livro e do Material Didático (PNLD) do ano de 2023. Nesse artigo iremos focar na discussão teórica relativa às sequências repetitivas, discutindo sobre a importância e contribuição de atividades dessa natureza para o desenvolvimento do pensamento algébrico dos estudantes e sua interface com outras áreas da Matemática.

**Palavras-chave:** Ensino de Sequência. Pensamento Algébrico. Anos Iniciais.

### INTRODUÇÃO

O presente trabalho contém um recorte da fundamentação teórica da pesquisa de Mestrado em andamento, intitulada “Diversidades de tipos de Sequências no Livro Didático de Matemática dos Anos Iniciais”, na qual abordamos sequências repetitivas e sequências recursivas. –Nesse artigo, iremos tratar de diversos tipos de Sequências Repetitivas e possíveis conexões com os conteúdos matemáticos e para além deles.

No trabalho com sequências, podemos explorar os padrões e regularidades, relacionando-os à diferentes áreas da Matemática, como Números e operações, e Grandezas e medidas. Podemos ainda vincular o estudo de padrões a outras áreas de conhecimento, a exemplos das artes, como a música, com os ritmos e a dança com os movimentos; em fenômenos da natureza, como nas marés, volume de chuva por estação, entre outros.

Nas investigações sobre pensamento algébrico nos periódicos e revistas científicas observamos diversas pesquisas voltadas para compreender como as crianças constroem generalizações, como elas encontram um valor desconhecido em uma sentença matemática, como elas elaboram relações, conhecimentos esses mais sofisticados do pensar algebricamente. No entanto, para a criança alcançar esses níveis de abstração, que estão sendo amplamente

---

<sup>1</sup> Universidade Estadual da Paraíba - UEPB; Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciência e Educação Matemática; e-mail:yasminrodrigues90@gmail.com; orientador(a): Rogéria Gaudencio do Rêgo.

investigados, ela precisa ter experiências com padrões e regularidades de maneira adequada para sua idade, de preferência desde a primeira infância, e com desafios que ela seja capaz de resolver.

Rittle-Johnson, Zippert e Boice (2019), em pesquisa voltada para compreender a relação entre padrões e habilidades especiais para conhecimentos matemáticos, trazem argumentos interessantes sobre como atividades de padrões repetitivos em sequências contribuem de maneira significativa para a construção de habilidades espaciais, tais como visualização espacial de objetos, percepção de forma e memória de trabalho visual-espacial, que, segundo eles, são habilidades que dão sustentação para o desenvolvimento de conhecimentos matemáticos.

Temos também as pesquisas de Blanton e Kaput (2011) que apontam que a familiaridade da criança com atividades envolvendo sequências, padrões e regularidades, colabora para o desenvolvimento do pensamento funcional. Nos primeiros anos, não é indicado o trabalho com funções propriamente dito, mas podem ser trabalhados aspectos do pensamento funcional, como, por exemplo, encontrar um termo distante em uma sequência partindo dos dados conhecidos, ou fazer a relação da variação da quantidade de elemento numa dada posição da sequência e seu padrão de crescimento (BLANTON; KAPUT, 2011).

No processo de levantamento de pesquisas que abordam o ensino da “Early Algebra”, encontramos diversas atividades envolvendo sequências, mas quando olhamos as pesquisas sobre Álgebra nos anos iniciais que analisam coleções de livro didático (BITENCOURT, 2018; FAVERO, 2020; BITENCOURT), o que predomina são atividades em que o aluno dá continuidade a uma sequência repetitiva com figuras. Entretanto, se uma atividade é sempre proposta da mesma forma, o estudante pode apenas memorizar o procedimento de resolução e não desenvolver as bases do pensamento algébrico, que tem como foco a capacidade de elaborar generalizações.

## **AS SEQUÊNCIAS REPETITIVAS: DIVERSIDADE DE TIPOS DE REPRESENTAÇÃO E DE PROPOSTAS DE EXPLORAÇÃO**

Nessa seção iremos abordar alguns tipos de atividades envolvendo sequências repetitivas, que podem ser exploradas ao longo dos Anos Iniciais. Fazemos esse apanhado para argumentar que as sequências repetitivas podem ser apresentadas de diferentes formas e sua análise envolve



diferentes níveis de abstração, a depender do tipo de enunciado da questão e condução do trabalho pedagógico.

O primeiro exemplo de atividade dessa natureza é proposta por Rittle-Johnson, Zipperte Boice (2018) em pesquisa com crianças na educação infantil: dada uma sequência como a presente na Figura 1 se proporia à criança identificar o padrão usando letras do alfabeto como “ABBB” e representá-lo com outras figuras.

**Figura 1:** Atividade com sequência repetitiva proposta

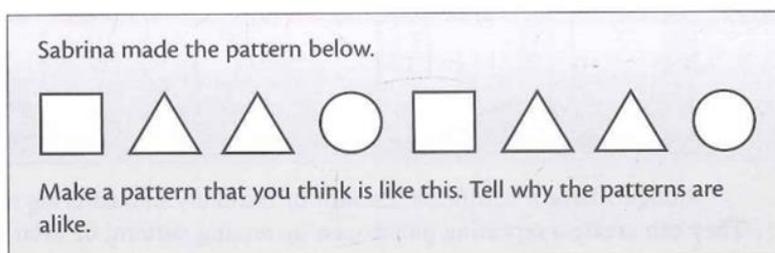
**Match Pattern ABBB**



Fonte: Rittle-Johnson, Zipperte Boice (2018, p.6).

Embora nosso foco não seja a Educação Infantil, entendemos que atividades dessa natureza podem ser propostas a estudantes do 1º e 2º Anos do Ensino Fundamental, com diferentes níveis de complexidade. Esse tipo de atividade é importante para os estudantes desenvolverem repertório sobre padrões, sequências, regularidades, visualizar padrões em diferentes sequências e transitar entre as diferentes representações de um mesmo padrão em sequências diversas. No exemplo de atividade apresentada na Figura 2, temos uma sequência com figuras geométricas planas, com o padrão “ABBC”, um pouco mais complexo.

**Figura 2:** Modelos de atividade com sequência repetitiva discreta



Fonte: Small, 2009, p.124.



Na atividade a autora propõe que a criança elabore outra sequência com um padrão que seja parecido com a sequência dada e um outro desafio é que, ao terminar sua sequência, a criança deve explicar o motivo da sequência feita por ela ser parecida com a feita por “Sabrina”. A atividade envolve um nível maior de complexidade, pois exige argumentação e justificativa de sua escolha. Small (2009) defende a explicitação do raciocínio adotado, pelo estudante, como de fundamental importância para o desenvolvimento de seu raciocínio matemático.

O terceiro tipo de sequência que destacamos são os que podem ser explorados por meio de música e ritmos. Van de Walle (2009) propõe atividades com diferentes tipos de padrões repetitivos para crianças envolvendo o aspecto lúdico. Uma das sugestões é a percepção do padrão em música e acrescentamos também em ritmos. Por exemplo, a criança perceber que nas músicas existem marcações sonoras pelas notas musicais ou pelo ritmo. No Brasil temos diversos estilos musicais cujo ritmo pode ser marcado com palmas ou batidas com o pé, como samba, coco de roda, ciranda, entre outros. O professor pode ensinar as crianças a perceberem essas marcações, assim como dar continuidade a elas.

Outra forma de abordar padrões repetitivos pode ser feita com movimentos do próprio corpo, com comandos simples como ficar em pé, sentar, saltar, girar para a direita ou para a esquerda. O professor pode propor o padrão “um passo em frente; gira para a direita; um passo em frente; gira para a esquerda” e pedir para eles continuarem o percurso; ou organizar os estudantes em uma fileira para cada um fazer um dos movimentos seguindo a sequência proposta:

Posição de braços para cima, para baixo, para o lado, fornecem três elementos com os quais fazer padrões: Para cima, lado, lado, para baixo, para cima, lado, lado, para baixo,...Padrões meninas-meninos, ou padrão sentar-levantar também são divertidos. A partir dessas ideias, as crianças aprendem rapidamente o conceito de padrões (VAN DE WALLE, 2009, p.196).

Além da percepção do padrão que se repete ou de sua continuidade, o professor pode fazer perguntas para as crianças aprofundarem a compreensão da sequência. Por exemplo, ao organizar uma fileira e cada criança fazer apenas um movimento, a criança que está da 15ª posição irá fazer qual movimento? Perguntas dessa natureza levam as crianças a refletirem e relacionarem a posição à ordem em que um elemento da sequência irá se repetir.

Mais uma forma de compor sequência repetitivas é com o uso de objetos do mundo físico. A criança pode produzir sua própria sequência com diferentes materiais, assim como o

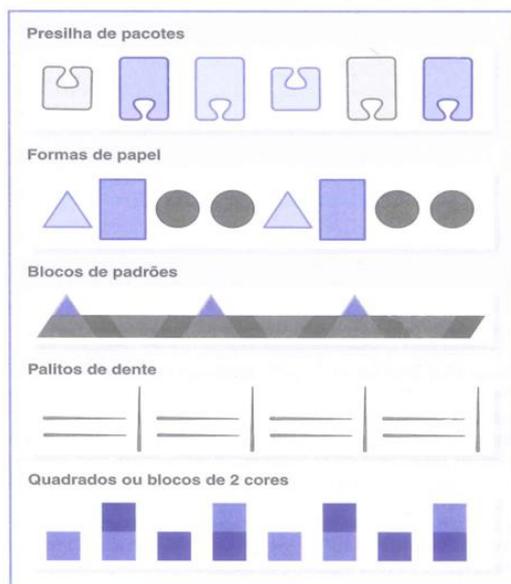


professor também pode apresentar sequências preestabelecidas para discussão em sala de aula: o professor mostra uma sequência com tampas de garrafa com a variação da cor no padrão “verde-vermelho-verde-vermelho-...”, mostra outros materiais como blocos e pede para os estudantes construírem uma sequência com os blocos, com o mesmo padrão.

Uma pergunta possível seria: “É possível descobrir qual seria a cor da tampa que estaria na posição 8, sem fazer a sequência até lá”? Mais um questionamento possível seria: “Considerando que A representa a cor verde e B a cor vermelha, represente a sequência com essas letras”. Esses são alguns exemplos de como usar diferentes materiais para apoiar a abstração de padrões na construção desse conhecimento pelas crianças.

Outras sequências repetitivas poderiam ser criadas pelas crianças com objetos presentes na sala de aula, alternando-se, por exemplo, lápis, borracha e caderno, ampliando-se aos poucos o número de elementos do padrão ou sua complexidade, como na sequência: duas tampas azuis; uma tampa amarela e três vermelhas, cujo núcleo apresenta dois padrões de repetição: quantidade de elementos (2, 1, 3) e cor (azul; amarela; vermelha). Na Figura 3 temos outros exemplos de sequências repetitivas exemplificados por Van de Walle (2009), usando materiais diversificados do cotidiano.

**Figura 3:** Exemplos de sequências repetitivas propostas por Van de Walle (2009)



Fonte: Van de Walle (2009, p. 296).

No primeiro exemplo apresentado pelo autor temos uma sequência com presilhas de pacotes. É importante observar que além do tamanho e posição, as cores são diferentes. No



ensino de sequências é importante discutir atributos relevantes e irrelevantes e em um primeiro contanto com o tema, não seria recomendável explorar sequências como essa, uma vez que o estudante precisaria entender que a cor não está sendo considerada, mas apenas o tamanho e posição da etiqueta, o que poderia levar a uma leitura equivocada do padrão.

Por isso recomendamos que as sequências escolhidas para exploração inicial sejam constituídas por padrões mais simples, como no exemplo da sequência de palitos de dentes (quarta sequência presente na Figura 3), cujos atributos são quantidade e posição, ou seja, seu núcleo é formado por dois palitos na horizontal e um palito na vertical.

No segundo exemplo da Figura 3, da sequência de formas de papel, há três variantes no núcleo do padrão: a forma; a quantidade e a cor, imprimindo certo nível de complexidade, que deve ser evitado nos primeiros contatos dos estudantes com as sequências repetitivas, mas que pode ser trabalhado posteriormente, ampliando-se gradativamente a complexidade das atividades propostas em sala de aula.

Podemos perceber nos exemplos apresentados na Figura 3, que mesmo se tratando de sequências repetitivas a continuação dos padrões tem complexidades diferentes, o que depende da estrutura de seu núcleo, do número de elementos que o compõem, além dos elementos considerados, ou não, no padrão. Essa gradação de dificuldade precisa ser planejada e variar ao longo do Ensino Fundamental.

Como vimos na descrição dos exemplos propostos por Van de Walle (2009) (Figura 3), a sugestão é que as sequências sejam feitas com objetos do cotidiano, mas as mesmas sequências podem ser propostas por meio das figuras usadas para representá-las. As sequências figurais são bastante comuns em exemplos de atividades sobre sequências repetitivas, e elas podem variar de acordo como são apresentados seus elementos com um espaço entre um elemento e outro; ou sem esse espaço.

No primeiro caso dizemos que a sequência é figural discreta e no segundo caso que ela é figural contínua. Na Figura 3, se considerarmos as sequências apresentadas como figurais, deixando de lado a indicação de uso de materiais concretos, teremos quatro exemplos de sequências discretas (a primeira, segunda, quarta e quinta, de cima para baixo) e um exemplo de sequência figural contínua seria a terceira sequência da Figura 3. Na Figura 4 temos mais um exemplo de uma sequência contínua de padrões geométricos.

#### **Figura 4:** Sequência figural contínua





Fonte: Produzido pela autora

O padrão geométrico apresentado para ser descrito pelo estudante considera o atributo da posição do triângulo e sua cor. Padrões contínuos também podem ser lidos usando-se sequências de letras e, neste caso, ela seria dada por: ABAC, onde a letra A representaria o triângulo roxo, e as letras B e C os triângulos de cor azul e rosa, respectivamente. Vale destacar que na descrição do padrão por letras, só é indicada a ordem e a repetição, ou não, de elementos da sequência, mas não sua posição (se horizontal, vertical ou outra).

Outro ponto importante no trabalho com as sequências repetitivas está relacionado à sua potencialidade para o desenvolvimento do pensamento funcional por meio da descoberta de um termo distante em uma sequência repetitiva. Usando o padrão dos triângulos da Figura 4 poderíamos perguntar “Qual a cor do triângulo na 21ª posição?”. Atividades dessa natureza são desafiadoras porque o raciocínio para encontrar um termo próximo é diferente do raciocínio para encontrar um termo distante (RIVERA, 2013, citado por SINGER E VOICA 2022).

Um facilitador para encontrar um termo distante é o cálculo aritmético, permitindo que as crianças sejam capazes de “saltar” quantidades (VAN DE WALLE, 2009) e perceber os múltiplos para encontrar um dos elementos em uma sequência. No exemplo da Figura 4, observando-se a sequência de letras que descreve seu padrão, no caso ABAC, é possível perceber que a letra A está associada aos elementos de posição ímpar e, portanto, o 21º elemento seria um triângulo roxo, na mesma posição que os que foram dados. Na posição par denotada por B estaria um triângulo rosa (posição relacionada a números pares que são múltiplos de quatro) e na posição par denotada por C estaria um triângulo azul (posição relacionada a números pares que não são múltiplos de quatro).

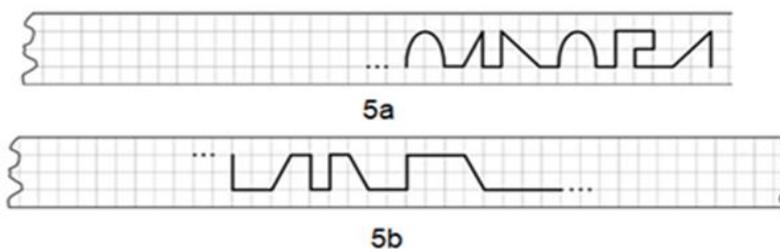
Vale destacar que, neste caso, a identificação do elemento que se encontra em posição indicada por um índice par seria mais complexa do que a da figura associada a um índice de posição ímpar. Portanto, a determinação de elementos de uma sequência que não são tão próximos aos já apresentados, pode ser uma tarefa complexa e precisa ser avaliada antes de ser proposta para os estudantes, considerando-se não apenas o ano de escolaridade em questão, mas, também, o fato de já terem realizado atividades exploratórias semelhantes anteriormente.



O uso de padrões geométricos pode colaborar também com a integração das Unidades temáticas Números e Geometria, a depender da mediação do professor, trazendo aspectos de conservação da forma mesmo que esta esteja em posição diferente, ampliando a capacidade de visualização do estudante.

Ainda considerando sequências repetitivas figurais, trouxemos exemplos de atividades em que as sequências são ampliadas horizontalmente para a direita; para a esquerda; ou em ambas as direções, padrões denominados por Singer e Voica (2022) como: padrão R (de “right”, “direita” em inglês); padrão L (de “left”, “esquerda”, em inglês); e padrão LR (“left” e “right”, respectivamente). Na Figura 5a temos um exemplo de sequência repetitiva figural contínua com padrão L e em 5b um exemplo de sequência repetitiva figural contínua de padrão LR.

**Figura 5:** Modelos de padrão repetitivo ampliado em diferentes direções



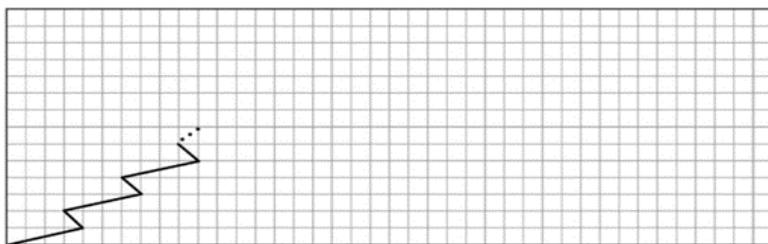
Fonte: SINGER; VOICA, 2022, p. 225

Destacamos que a continuidade de sequências com padrão R, L e LR pode ser explorada em sequências repetitivas discretas, sejam numéricas ou figurais, embora nos exemplos da Figura 5 elas sejam contínuas. Além disso, são complexas, pois nas imagens não está presente a repetição do núcleo e ele precisa ser identificado antes, o que pode levar os estudantes a não realizarem corretamente sua extensão nas direções indicadas. Nesse tipo de atividade, a experiência prévia envolvendo padrões diversificados, e com complexidade crescente, em sequências repetitivas é fundamental.

Ainda sobre o mesmo tema, trazemos na Figura 6 um exemplo de sequência repetitiva contínua, em que o padrão está se repetindo para a direita e para cima. Ainda considerando outras possibilidades de replicação de um padrão na formação de uma sequência repetitiva, poderíamos propor replicações verticais, para cima, para baixo, ou em ambas as direções, buscando diversificar a natureza das sequências analisadas pelos estudantes, evitando-se, como afirma Ponte (2009), que a análise de padrões constitua uma atividade que os estudantes realizam de forma mecânica.



**Figura 6:** Sequência repetitiva com padrão repetido para cima



Fonte: SINGER; VOICA, 2022, p. 225.

Os padrões repetitivos podem se integrar a outros conteúdos matemáticos, como a elementos da Unidade temática de Grandezas e Medidas, como a medida de tempo marcada por ciclos, a exemplo dos dias da semana, que são organizados em uma sequência de sete dias e se repetem ciclicamente, assim como os meses de cada ano.

## CONSIDERAÇÕES FINAIS

Após a apresentação e discussão de atividades com estruturas diversificadas envolvendo sequências repetitivas, pontuamos a importância da diversidade de tipos de sequências dessa natureza na exploração de padrões e regularidades, visando o desenvolvimento da capacidade de generalização de nossos estudantes.

Quanto mais experiências com diferentes tipos, diferentes formas e graus de complexidade nas sequências repetitivas exploradas em sala de aula, mais oportunidade os estudantes terão de desenvolver o pensamento algébrico e poderão desenvolver as bases do raciocínio necessárias para avançarem na aprendizagem da linguagem algébrica formal.

Como a estrutura da atividade, ainda que envolvendo apenas sequências repetitivas, é fator definidor de sua complexidade, é fundamental selecionar cuidadosamente aquelas que serão propostas aos estudantes, considerando não apenas os objetivos de aprendizagem que se deseja alcançar, mas, também, o nível de escolaridade e a experiência prévia da turma com a análise de padrões e regularidades.

Na continuidade de nossa pesquisa estamos analisando uma coleção de livros didáticos de Matemática voltada para os anos iniciais do Ensino Fundamental, adotada na rede municipal da cidade de João Pessoa, Paraíba, considerando a natureza das atividades propostas para o trabalho com sequências repetitivas. Entendemos que a diversidade de formas de representação,



bem como de questões que o estudante deverá resolver constituem importantes elementos de contribuição para a formação de seu pensamento algébrico.

## REFERÊNCIAS

BITENCOURT, D. V. Early álgebra na perspectiva do livro didático. 2018. 126 f. Dissertação de Mestrado em Educação Matemática, Universidade Estadual de Santa Cruz. Ilhéus/BA.

BLANTON, M. L.; KAPUT, J. J. Functional thinking as a route into algebra in the elementary grades. **Early algebraization: A global dialogue from multiple perspectives**, p. 5-23, 2011.

FAVERO, D.C.B.P. **As mudanças geradas pela Base Nacional Comum Curricular (BNCC) em uma coleção de livros didáticos para o ciclo de alfabetização na abordagem do pensamento algébrico**. 2020. 185 f. Dissertação (Mestrado em Educação: Matemática) - Programa de Estudos Pós-Graduados em Educação Matemática, Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2020.

PONTE, J. P.; BRANCO, N; MATOS, A. **Álgebra no Ensino Básico**. Lisboa: DGIDC. Setembro, 2009.

RITTLE-JOHNSON, B. ZIPPERT, E.L.; BOICE, K.L. The roles of patterning and spatial skills in early mathematics development. **Early Child hood Research Quarterly**, v. 46, p. 166-178, 2019.

SINGER, F.M.; VOICA, C. Playing on patterns: is it a case of analogical transfer?. **ZDM–Mathematics Education**, v. 54, n. 1, p. 211-229, 2022.

SMALL, Marian. **Good questions: Great ways to differentiate mathematics instruction**. Teachers College Press, 2009.

VAN DE WALLE, J.A. **Matemática no Ensino Fundamental: Formação de Professores e Aplicação em Sala de Aula**. Penso Editora, 2009.

