



# EBRAPEM027

Encontro Brasileiro de Estudantes de Pós-Graduação em Educação Matemática



## O ENSINO CONCEITO DE FRAÇÃO A PARTIR DE SEUS SIGNIFICADOS

Carla Daniella Barreto dos Santos<sup>1</sup>

GD n° 02 Educação Matemática nos Anos Finais do Ensino Fundamental

**Resumo:** Este trabalho tem por objetivo apresentar o projeto de pesquisa (em andamento) que tem o objetivo de investigar os limites e potencialidades de uma intervenção, pautada nos quatro significados da fração, parte-todo, quociente, medida e operador multiplicativo, traz para a estudantes do 6° ano do Ensino Fundamental. De acordo com Vergnaud (1996) para que o estudante possa aprender um conceito, seja ele qual for, este não pode ser reduzido apenas a sua definição, é necessário que o estudante seja confrontado por diferentes situações. Como aporte teórico, o estudo conta com os diferentes significados apresentados por Nunes. A metodologia é de pesquisa quase-experimental, envolvendo um único grupo de estudantes do 6° ano que envolverá as fase de pré-teste, intervenção de ensino pautada em resoluções envolvendo os quatro significados e um pós-teste. Os colaboradores da pesquisa serão estudantes de uma escola Pública municipal numa cidade do sul da Bahia.

**Palavras-chave:** Fração. Conceito. Significado. Situações.

### INTRODUÇÃO

Este estudo que esta sendo apresentado, faz parte de uma dissertação de mestrado que esta sendo desenvolvido com estudantes do 6° Ano do Ensino Fundamental, numa Escola Pública Municipal do sul da Bahia. O objeto matemático que estamos trabalhando é a fração, dois dos seus significados e seus invariantes. O objetivo do estudo é investigar os limites e potencialidades de uma intervenção, pautada nos quatro significados da fração, parte-todo, quociente, medida e operador multiplicativo, traz para a estudantes do 6° ano do Ensino Fundamental.

A ideia do conceito de fração, de acordo com a Base Nacional Comum Curricular é introduzida no 3 Ano do Ensino Fundamental, na Unidade Temática Número, levando em conta os “Significados de metade, terça parte, quarta parte, quinta parte e décima parte” (Brasil, 2017, p.284). Como podemos observar, tal conceito é abordado a partir da linguagem natural da fração e , além disso, utilizando frações unitárias, um meio, um terço, etc. Ao longo dos anos escolares do Ensino Fundamental, a BNCC (Brasil, 2017), coloca a abordagem de outros significados da fração como as operações com ela. No 6ª Ano a BNCC (Brasil, p.298) traz: “Frações: significados (parte/todo, quociente), equivalência, comparação, adição e subtração; calcula da fração de um número natural; adição e

---

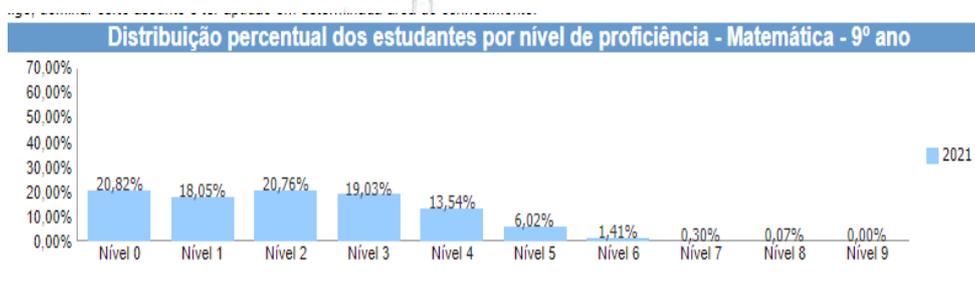
<sup>1</sup>Universidade Estadual de Santa Cruz-UESC;Progama de Pós- Graduação em Educação em Ciências e Matemática (PPGECM/UESC);email do autor: dani\_cprrt@outlook.com; orientador(a): Dr<sup>a</sup> Vera Lúcia Merlini.

subtração de frações” que, para esse momento, focamos tão somente nos significados (parte/todo, quociente) e equivalência e ordem (invariantes do conceito de fração).

Um vez que o intuito é que o estudante do Ensino Fundamental aprenda os mais variados conceitos e dentre eles o conceito de fração, uma das maneiras de observar tal fenômeno é por meio das macro-avaliações, uma delas o Sistema Nacional de Educação Básica (SAEB). Trouxemos os resultados de tal avaliação por entendermos que eles poderiam justificar tal discussão afinal já conhecemos vários estudos já realizados por pesquisadores nacionais e internacionais, como por exemplo Nunes et al. (2005), Merlini (2005), Canova (2013), Pontes (2022) entre outros, contudo é preciso qual o desempenho de nossos estudantes brasileiros em situações que abordam o conceito de fração.

Ressaltamos que as habilidades relacionadas ao nosso objeto matemático são avaliadas a partir do Nível de proficiência 2.

Figura 1- Resultado SAEB Bahia- Matemática 9º ano



Fonte: inepdata.inep.gov<sup>2</sup>

Como podemos observar, o maior percentual se encontra no Nível 2 (20,76%) no qual, além das habilidades dos níveis anteriores, os alunos devem ser capazes de reconhecer a fração que corresponde à relação parte-todo entre uma figura e suas partes hachuradas; determinar uma fração irredutível, equivalente a uma fração dada, a partir da simplificação por três. Com estes resultado conclui-se que, os estudantes do 9º ano reconhecem a fração apenas como parte/todo, o que justifica a proposta de nossa pesquisa.

Darei ênfase ao fato do reconhecimento a fração ser correspondente a relação parte-todo entre uma *figura e suas partes hachuradas* logo questões como a apresentada abaixo, por não ter a representação gráfica, tem um menor percentual de acerto:

<sup>2</sup> Disponível em: <<https://inepdata.inep.gov.br/analytics/saw.dll?Dashboard>> Acessado em 30 de Agosto de 2023.



“(SAEB-2019) *Dos 11 jogadores de futebol, apenas 5 têm menos do que 25 anos de idade. A fração de jogadores desse time com menos de 25 anos de idade é?*”

Para essa questão, a relação correta seria apresentada pela seguinte fração  $\frac{\text{jogadores com idade} < 25}{\text{total de jogadores}}$ , ou seja,  $\frac{5}{11}$ .

Como referência aos demais significados da fração, em seus descritores da Matemática, temos o Descritor 22- Identificar fração como representação que pode ser associada a diferentes significados, e apresento a seguinte questão:

“(SAEB-2021) *Uma horta comunitária será criada em uma área de 5.100 m<sup>2</sup> para o cultivo de hortaliças, serão destinados  $\frac{2}{3}$  desta área. Quantos metros quadrados serão utilizados neste cultivo?*”

Esta é uma questão que apresenta o significado operador multiplicativo, nesta situação o denominador indica o número de grupos iguais em que o conjunto foi dividido e o numerador indica o número de grupos tomados, a fração indica um valor escalar aplicado a uma quantidade. O resultado para esta questão é 3.400 m<sup>2</sup>.

Diante do exposto, passamos a tratar da fração sobre a perspectiva da história, da Matemática formal, da Educação Matemática da Teoria dos Campos Conceituais e do contexto escolar.

## A FRAÇÃO EM PERSPECTIVA

Nessa seção trouxemos o conceito de fração na perspectiva da história e da Matemática formal, da Educação Matemática da Teoria dos Campos Conceituais e do contexto escolar.

### *A fração na história e na Matemática*

De acordo com Boyer (1974) a fração já aparece no Problema 13 proposto no Papiro de Ahmes, 1650 a.C., que solicita que se faça o produto entre  $(\frac{1}{16} + \frac{1}{112})$  e  $(1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{4})$  apresenta que os egípcios tinham domínio do conceito de fração unitária. Alguns dos outros problemas do Papiro Ahmes, por exemplo o Problema 72 e 63 apresentam situações de proporcionalidade a partir do uso de frações, cujas manipulações são próximas ao que denominamos atualmente de regra de três. Esses documentos históricos mostram que as frações fazem parte da vivência do homem há muito tempo.



No que se refere ao conceito de fração do ponto de vista da Matemática formal, trouxemos Caraça (1951, p.29) que apresenta a construção do Campo Racional como “medir e contar são operações cuja realização a vida e todos os dias exige com maior frequência”. Para esse mesmo autor, medir significa “comparar duas grandezas da mesma espécie- dois pesos, dois comprimentos, dois volumes, etc.” (Caraça, 1951, p.29).

No entanto, havia um problema relacionado a medida, e Caraça (1951) aponta três aspectos distintos em relação a esta: i) escolha da unidade; ii) comparação com a unidade; iii) expressão do resultado dessa comparação por um número; o que acarretou na construção de um novo campo numérico, o Campo Racional.

De acordo com o contexto, Caraça define os números racionais como: dados dois segmentos de reta  $\overline{AB}$  e  $\overline{CD}$ , em que cada um contém o número inteiro de vezes o segmento  $u$ ;  $\overline{AB}$  contem  $m$  vezes e  $\overline{CD}$  contem  $n$  vezes o mesmo segmento  $u$ . Diz-se por definição que a medida de  $\overline{AB}$  tomando  $\overline{CD}$  como unidade, é o número  $\frac{m}{n}$ .

Após essa breve explanação histórica e formal da fração, passamos para a perspectiva do mesmo conceito na Educação Matemática.

#### *O conceito de fração na Educação Matemática*

Retomando ao conceito fração, dessa vez do ponto de vista da Educação Matemática, trouxemos as ideias de Kieren (1980), assim como os significados da fração propostos por Nunes *et al.* (2008). Kieren (1976, p.101, tradução nossa) argumenta que para “compreender as ideias de números racionais, é preciso ter experiência adequada com suas muito interpretações”. Anos mais tarde, Kieren (1980) apresenta cinco ideias dos números racionais, são elas: parte-todo; quociente; medida, razão e operador.

Para iniciarmos a discussão dos significados da fração, julgamos importante trazer o que Nunes *et al.* (2005) abordam a respeito das quantidades contínuas e quantidades e descontínuas. Para esses pesquisadores, quantidades contínuas são aquelas relacionada às unidades convencionais, as quais tornaram-se um padrão e compara-se a esse padrão. Um exemplo, uma mesa de três metros, na verdade não temos três objetos distintos e sim três vezes o mesmo comprimento da unidade convencional. Quanto às quantidades descontínuas, essas referem-se as unidades como sendo objetos distintos, por exemplo 3 cadeiras, sendo que uma cadeira é também um objeto.



Nunes e Bryant (2008) discutem quatro significados da fração, parte-todo, quociente, operador e medida que, para esse estudo, focaremos nos dois primeiros. No que diz respeito ao significado de parte-todo temos as situações estáticas, que temos um todo, em quantidade contínua, dividido em partes iguais. O número total das partes iguais que o todo foi dividido é tido como denominador, o número total de partes tomadas refere-se ao numerador. Uma situação que ilustraria essa ideia poderia ser *Ana tem uma barra de chocolate e dividida em cinco partes e comeu três partes. Que fração representa a quantidade de chocolate que Ana comeu?* A resposta para essa situação é  $3/5$  (três quintos)

Quanto ao significado quociente, para Nunes e Bryant (2008) as situações de que envolvem esse significa é a partilha de quantidades contínuas, sendo que o numerador representa a quantidade de coisas a serem partilhadas e o denominador, por sua vez, é a quantidade dos destinatários dessas coisas partilhadas. Se utilizarmos a mesma fração do exemplo anterior, podemos ter como exemplo a seguinte situação *Ana tem 3 bolos que será dividido para 5 crianças. Que fração representa a quantidade de bolo que cada crianças recebeu?* Embora a fração seja a mesma, a situação não é mais estática, existe a ação de dividir o bolo para crianças.

### **A TEORIA DOS CAMPOS CONCEITUAIS DE VERGNAUD**

No campo de ensino da Matemática, poucos autores são tão respeitados quanto Gérard Vergnaud, o qual tem como evidênciação mais importante a Teoria dos Campos Conceituais. Para este matemático, filósofo e psicólogo, a produção e desenvolvimento dos conhecimentos de um indivíduo se dão a partir de um processo de interação com as situações vivenciadas. Deste modo, para compreender a apreensão de um conceito é fundamental considerar os contextos nos quais ele se insere.

Vergnaud (1985) atribui à representação papel importante à formação da experiência, seja ela social ou provada, sistematicamente organizada ou aberta, discursiva ou não discursiva, mas pontua ser indispensável a distinção entre o plano dos significantes e dos significados, entre os significantes (linguagem natural, gestos, desenhos, tabelas, expressões da álgebra) e entre os diferentes componentes do significado ( invariantes, inferências, regras de ação, predições).

Portanto, para construção de um conceito, é necessário um tripé de três conjuntos:



**Centro de Estudantes de Pós-Graduação em Educação Matemática**

Condições e Impactos Sociais das Pesquisas em Educação Matemática.

Programa de Pós-Graduação em Educação em Ciências e Matemática / Instituto Federal do Espírito Santo - IFES-Vitória-

$C = (S, I, R)$ , nos quais: S- conjunto de situações que dão sentido ao conceito (a referência); I- conjunto dos invariantes que são subjacentes ao tratamento dessas situações pelo sujeito (o significado); R- conjunto dos significantes ou representações.

Vergnaud (1990) afirma que para uma situação, por mais simples que seja, ela apresenta mais do que um conceito. Por outro lado, para que a criança apreenda um conceito é preciso que ela seja confrontada por várias e diferentes situações. Nesse sentido, Vergnaud (1990) trata como não como um conceito mas como Campo Conceitual, por entender que a formação de um conceito não é construído pela sua definição tão somente, mas pela terna, qual seja um conjunto de situações, um conjunto de representações e um conjunto de invariantes, quer seja do conceito quer seja operatório.

Desse modo, temos que o objeto matemático de nossa pesquisa, a fração, de acordo com Vergnaud faz parte do Campo Conceitual Multiplicativo. Fazem parte desse Campo das Estruturas Multiplicativas as situações cujo tratamento implica as operações de multiplicação e divisão, ou ainda a combinação entre elas. Nesse campo estão as situações de proporção simples, proporção dupla, proporção múltipla, função linear, função n-linear, relação escalar direta e inversa, quociente, **fração**, múltiplo, etc.

Merlini (2005) apresenta em sua pesquisa o enquadramento do estudo de frações na Teoria dos Campos Conceituais de Vergnaud, de maneira análoga, apresento este enquadramento:

- S (REFERENTE): Problemas envolvendo o conceito de fração na linguagem escrita ou oral contemplando os significados: Parte-todo, Medida, quociente, Operador Multiplicativo.
- I (INVARIANTES- SIGNIFICADO): Ordem e equivalência.
- R (SIGNIFICANTE):  $a/b$ , com  $a, b$  naturais e  $b \neq 0$ ; pictórica; decimal.

Isto posto, tomaremos o conceito de fração agora no âmbito da escola, na BNCC (Brasil, 2017) assim como no livro didático adotado pela escola, na qual coletaremos os dados da nossa pesquisa.

### ***O conceito de fração no contexto escolar.***

Tomando como documento norteador a BNCC (Brasil, 2017) e o livro didático Geração Alpha Matemática 6º ano adotado pela escola onde será aplicada a intervenção



pedagógica, fizemos uma breve apresentação do que está proposto pelo documento para o 6º ano do Ensino Fundamental- Anos finais e de que maneira isto é contemplado no livro didático, no que se refere ao nosso objeto matemático, a fração.

A BNCC (Brasil, 2017) traz na Unidade Temática Números do 6º Anos objeto matemático fração, como Objeto de Conhecimento e, paralelo a isso, ela aponta as Habilidades correspondentes, como trouxemos no Quadro 1.

Quadro 1 – Objeto de Conhecimento e Habilidade da Fração no 6º Ano BNCC

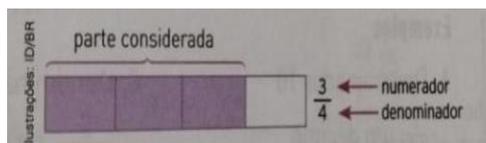
Ano	Objeto de Conhecimento	Habilidade
6º	Frações: significados (parte/todo, quociente), equivalência, comparação, adição e subtração; cálculo da fração de um número natural; adição e subtração de frações	(EF06MA07) Compreender, comparar e ordenar frações associadas às ideias de partes de inteiros e resultado de divisão, identificando frações equivalentes. (EF06MA08) Reconhecer que os números racionais positivos podem ser expressos nas formas fracionária e decimal, estabelecer relações entre essas representações, passando de uma representação para outra, e relacioná-los a pontos na reta numérica. (EF06MA09) Resolver e elaborar problemas que envolvam o cálculo da fração de uma quantidade e cujo resultado seja um número natural, com e sem uso de calculadora. (EF06MA10) Resolver e elaborar problemas que envolvam adição ou subtração com números racionais positivos na representação fracionária

Como podemos observar a BNCC (Brasil, 2017) traz os dois significados da fração que estamos trabalhando nesse estudo, tendo como habilidade EF06MA07 das frações associadas às ideias de partes de inteiros (parte-todo) e resultado de divisão (quociente).

Quanto ao livro didático, esse aborda o conteúdo de frações na Unidade 5 e inicia com a definição: Números racionais na forma fracionária com a seguinte definição: “Dois números  $a$  e  $b$ , com  $b \neq 0$ , escritos na forma  $\frac{a}{b}$ , representa uma fração em que  $b$  é o denominador e indica a quantidade de partes iguais em que a unidade foi dividida e  $a$  é o numerador que indica a quantidade de partes que foram consideradas” (Oliveira, Fugita 2018, p.163) Trazendo em seguida, a representação icônica (representação mediante uma imagem/ símbolo) da definição.

Figura 1. Representação icônica





Fonte: Livro didático- Geração Alpha pag. 163

O material em análise apresenta 45 questões e 10 delas dizem respeito aos significados de parte-todo e quociente, como explicitadas no Quadro 2. Quanto às outras questões essas atendem as habilidades de operação com as quatro operações com as frações.

Quadro 1- Tipos de questões por significado e variável do Livro Didático

	<b>Continua</b>	<b>Contínua não-icônica</b>	<b>Discreta icônica</b>	<b>Discreta não-icônica</b>
<b>Parte-todo</b>	02	02	02	02
<b>Quociente</b>	01			01

Fonte: o próprio autor

Dentre as questões organizadas na tabela, fizemos uma breve apresentação com algumas delas. às seguintes:

Q.13) Observe o vaso abaixo:



A) As flores amarelas representam que fração total de flores do vaso?

B) Que fração as flores vermelhas representam em relação ao total de flores do vaso?

C) As flores amarelas representam que fração das flores vermelhas?

A questão traz o significado parte todo, trabalhando com quantidade descontínua icônica. O conjunto é formado por cinco flores amarelas e seis vermelhas, totalizando 12 flores. Os itens (a) e (b) de fato fazem parte do significado parte-todo, enquanto que o item (c) a resposta refere-se à parte-parte (flores amarelas/flores vermelhas).

Q. 14) Rodrigo quer dividir igualmente entre 6 amigos as tortas de morango que comprou. Represente com uma fração a quantidade de tortas que cada amigo receberá.



A questão traz o significado quociente, trabalhando com quantidade contínua não icônica.

## PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS

A intervenção pedagógica, será realizada em uma Escola Pública Municipal no sul da Bahia, em uma turma de 6º ano, formada por 35 alunos, de faixa etária entre 11 e 12 anos. Será feita uma reunião com os pais e responsáveis, juntamente com a direção da escola e a professora regente da turma, para apresentação da proposta de pesquisa e leitura do Termo de Consentimento Livre e Esclarecido bem como responder as possíveis dúvidas que poderão surgir.

A intervenção acontecerá em três momentos: 1) aplicação de um pré-teste: instrumento diagnóstico composto por 16 situações-problemas apresentadas em forma de livrinho, sendo a primeira página dedicada a identificação do participante (nome, idade e série) e as páginas restantes para as 16 questões envolvendo os quatro significados de fração ( parte-todo, quociente, medida e operador multiplicativo).

As variáveis de quantidade (contínua e discreta) e de representação (icônica e não-icônica) foram consideradas e controladas. Para cada significado, trabalhamos com quatro situações-problema, sendo que duas delas envolveram variáveis contínuas e as outras duas, variáveis discretas. De maneira análoga, duas destas possuem ícone e as outras duas não, optamos por essa organização para que possamos investigar se a presença do ícone facilita ou não a resolução dos problemas. A seguir, apresentamos uma descrição pormenorizada de uma das questões, desenvolvidas para o teste.

*Uma barra de chocolate foi dividida igualmente para 4 crianças. Qual a fração do chocolate que representa o que cada criança comeu?*



Fonte: Autor

Esta questão trabalha o significado quociente com quantidade contínua icônica. O aluno pode considerar os pedaços de chocolates como os quadrados ou as fileiras formadas



**Centro de Estudos de Pós-Graduação em Educação Matemática**

Estudos Teóricos e Impactos Sociais das Pesquisas em Educação Matemática.

Programa de Pós-Graduação em Educação em Ciências e Matemática / Instituto Federal do Espírito Santo - IFES-Vitória-

12, 13 e 14 de outubro de 2023 – presencial.

pelos mesmos. O objetivo dessa situação é que o aluno compreenda a fração pode representar uma divisão entre a quantidade de chocolate pela quantidade de crianças. Destacamos duas possíveis respostas corretas e equivalentes:

- $\frac{1}{4}$  O aluno pode considerar 1 barra para 4 crianças.
- $\frac{5}{20}$  O aluno pode considerar as 20 partes da barra de chocolate

No segundo momento iniciaremos nossa intervenção, trabalhando situações que envolvam os quatro significados abordados por Nunes e Bryant (2008), similares as questões presentes no pré-teste, fazendo uso de três encontros com duas aulas em cada um deles. Abaixo, trago uma das situações que serão trabalhadas em sala: “ *Temos três chocolates para distribuir igualmente entre quatro garotos. Como pode ser feita a distribuição? Que parte do chocolate os garotos vão receber? Represente a distribuição que você pensou e escreva a fração do chocolate que cada garoto ganhou.*”

Faremos a leitura da questão para que os colaboradores da pesquisa trabalhem em dupla. Depois de um tempo, solicitaremos que eles socializem suas respostas com toda a classe para que possamos intervir com questionamentos. No final da discussão, consolidaremos o significado quociente.

No terceiro momento, 15 dias após o término da intervenção, aplicaremos o pós-teste, que será o mesmo material diagnóstico utilizado no pré-teste. Desse modo, teremos dados para fazermos análise do desempenho (acerto e erro) e a comparação das estratégias de resolução utilizadas no pré e pós-testes.

## CONCLUSÃO

Após as análises, uma delas relacionada ao desempenho e outra relacionada às estratégias de resolução dos estudantes, esperamos ser possível atender ao objetivo da pesquisa é identificar os limites e as potencialidades que uma intervenção pautada nos quatro significados de fração traz para uma turma do 6º ano do Ensino Fundamental. Nosso interesse não está centrado tão somente no desempenho maior no pós teste, mas sim na comparação das estratégias de resolução que os estudantes lançaram mão na resolução de depois da intervenção. Nossa hipótese é que haja um salto qualitativo, principalmente no que diz respeito às estratégias de resolução adotadas pelos estudantes após a intervenção.



## REFERÊNCIAS

- BOYER, C. B. História da Matemática. Tradução de Elza F. Gomide. São Paulo: 1974.
- BRASIL. Ministério da Educação. Base Nacional Comum Curricular. Brasília, 2018.
- CARAÇA, B. J. **Conceitos fundamentais da matemática**. Lisboa: Gradiva, 1958.
- MERLINI, VERA LUCIA. **O conceito de fração em seus diferentes significados: um estudo diagnóstico com alunos de 5ª e 6ª séries do Ensino Fundamental 2005**. 238 f. Dissertação (Mestrado em Educação) - Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2005.
- NUNES, TEREZINHA et al. **Educação matemática 1: Números e operações numéricas**. São Paulo: Cortez, 2005
- NUNES, T. & BRYANT, P. Rational Numbers and Intensive Quantities: Challenges and Insights to Pupils' Implicit Knowledge. **Anales de Psicologia**, v.24, n.2, p. 262-270, dec, 2008.
- OLIVEIRA, CARLOS N. C. de. **Geração alpha matemática: ensino fundamental: anos finais: 6º ano**. São Paulo: Edições SM, 2018.
- VERGNAUD, G. **A Teoria dos Campos Conceituais**. In BRUN, J (Ed.) Didáctica das Matemáticas. Lisboa: institut Piaget, 1996.

