



EBRAPEM027

Encontro Brasileiro de Estudantes de Pós-Graduação em Educação Matemática



UM ESTUDO SOBRE A RESOLUÇÃO DE EQUAÇÕES POLINOMIAIS DO SEGUNDO GRAU: POR QUE A PREDILEÇÃO E USO QUASE EXCLUSIVO DA FÓRMULA DE BHÁSKARA?

Francisco Fabiano dos Santos¹

GD02 – Educação Matemática nos Anos Finais do Ensino Fundamental

Resumo: Com a pesquisa, propõe-se levantar quais estratégias de resolução de uma equação polinomial de segundo grau são utilizadas por alunos de 9.º ano do Ensino Fundamental. De fato, na sala de aula, ainda há predominância do uso da fórmula de Bháskara? Além disso, pesquisar se um grupo de participantes chegou a aprender alguma estratégia alternativa, como o uso de fatoração ou a técnica de completar quadrados e observar quais características dos Três Mundos da Matemática estão presentes nas discussões dos participantes ao buscarem meios de resolução para equações de segundo grau. Quais dificuldades se apresentam no chamado “corte didático das quadráticas”, isto é, na transição das equações de avaliação para as equações de manipulação? Existe uma maneira de superar essas dificuldades, eventualmente pelo uso da Teoria dos Registros de Representação Semiótica (TRRS) de Raymond Duval, como forma de explorar diferentes registros e possibilitar melhor compreensão do conteúdo? Pretende-se desenvolver dois produtos, quais sejam uma oficina a ser ministrada no Centro de Aperfeiçoamento de Ensino de Matemática (CAEM/IME/USP), para professores de Matemática da Educação Básica, para discussão das questões colocadas acima. O segundo produto é a elaboração de um conjunto de atividades que possam ser aplicadas a alunos do 9.º ano, contemplando o contexto histórico e diferentes táticas de resolução, para evitar a ênfase apenas na fórmula de Bháskara.

Palavras-chave: Equação do segundo grau. Fórmula de Bháskara. Corte Didático. Equação de avaliação. Equação de Manipulação.

1 – INTRODUÇÃO

¹ Instituto de Matemática e Estatística da Universidade de São Paulo –IME/USP ; Mestrado Profissional em Ensino de Matemática-MPEM; ffsand11@gmail.com; ffsand11@usp.br; orientadora: Prof.^a Dr.^a Vera Helena Giusti de Souza; vhgiusti@usp.br.

Quando cursei os anos finais do ensino fundamental, observei que muitos alunos da sala de aula, talvez a maioria, apresentavam dificuldades em Matemática, principalmente com a introdução do conceito de variável, o que ocorreu na 5ª série da época (correspondendo ao 6º ano atual), sendo assim o nosso primeiro contato com a álgebra, e isso para alguns deles provocou certa aversão a esta matéria.

Também a Matemática que vi ser ensinada era como um conjunto de temas isolados e nem sempre dando a devida importância ao contexto histórico, relações com outros temas e disciplinas ou aplicações.

O formato de ensino era com aulas expositivas e séries de exercícios, assim a maioria dos alunos não conseguia assimilar os conteúdos adequadamente.

Especificamente no assunto equações do segundo grau, a forma que me foi ensinada tem mais ou menos o seguinte roteiro: A identificação de uma equação do segundo grau, a identificação dos coeficientes a , b e c , o cálculo do discriminante delta e o uso da fórmula de Bháskara.

Enfim, em nossa turma aprendemos quase nada sobre uma equação do segundo grau, não tínhamos assimilado nem que poderíamos ter, no conjunto dos números reais, nenhuma, uma (aliás uma raiz dupla) ou duas raízes.

Depois, em minhas interações com alunos desde o ensino fundamental até nível superior, seja como professor, amigo, ou pai, observei que as pessoas que chegaram a estudar as equações do segundo grau, em sua maioria, só sabem usar esta ferramenta: a fórmula de Bháskara.

Particularmente, vejo uma semelhança com alguns conteúdos da Física, quando o professor ensinou apenas citando ou escrevendo na lousa uma fórmula, e não explicou direito o que esta fórmula quer dizer, vem na minha mente uma metáfora que é semelhante à pessoa que precisa fixar um quadro na parede com um parafuso e, sem olhar, pega a primeira ferramenta que sente dentro de sua caixa, pois bem: se o parafuso tiver ponta, dá para pregá-lo com um martelo, sim, mas o preço seria estragar a parede, também dá para pregá-lo batendo um alicate...mas a ferramenta deve ser escolhida

corretamente, se é prego escolhe-se o martelo, se é parafuso de fenda, chave de fenda, se parafuso Philips, chave Philips...mas isso só pode acontecer se conhecermos pelo menos um pouco as ferramentas.

Também é notório que o uso desta ferramenta não garante sucesso pois, como a maioria dos alunos, apenas decorou a fórmula, não aprendeu necessariamente o sentido de uma equação de segundo grau, disto ocorrem dificuldades para a resolução de problemas. Por exemplo, o aluno que aprendeu só a fórmula de Bháskara, pode ter sérias dificuldades para, a partir de um problema escrito em língua materna, conseguir traduzir o mesmo para uma linguagem simbólica, obtendo a equação, também os alunos podem apresentar dificuldade para a resolução de equações de segundo grau, quando não são apresentadas na forma canônica.

2 – JUSTIFICATIVA

Problemas que podem ser modelados por uma equação do segundo grau foram estudados por vários povos desde a antiguidade, como os babilônios, os gregos e os árabes.

A equação do segundo grau tem inúmeras aplicações no ensino e é um dos temas mais cobrados nos exames vestibulares.

Em sala de aula, a fórmula de Bháskara é ensinada como uma técnica de resolução para as equações do segundo grau. Segundo Costa de Almeida (2020), a fórmula de Bháskara foi criada por Bháskara Akaria (1114 – 1185), indiano e filho de astrônomos indianos renomados. O uso desta fórmula, porém, não parece ser suficiente para os alunos terem o domínio sobre a resolução de equações do segundo grau.

Também percebemos que 100% dos alunos não apresentaram outra forma de resolução de equação do 2º grau, nos parece que isso está relacionado à escolha didática do professor em apenas utilizar como método de resolução a fórmula de Bháskara, e isso foi confirmado nos estudos de Bona (2006), Nabais (2010) e Cury, Bisogni e Bisogni (2011), que citam a fórmula de Baskara como a única opção do professor. (JUCÁ, R.S; GUIMARÃES FILHO, J.S; NAPOMUCENO, T.R.N, 2012)

A Base Nacional Comum Curricular (BNCC), homologada em 04/12/2018, define o conjunto de aprendizagens essenciais que todos os alunos devem desenvolver ao longo das etapas e modalidades da Educação Básica.

(...) leis matemáticas que expressem a relação de interdependência entre grandezas em diferentes contextos, bem como criar, interpretar e transitar entre as diversas representações gráficas e simbólicas, para resolver problemas por meio de equações e inequações, com compreensão dos procedimentos utilizados. (BRASIL, 2018, p. 270)

Especificamente para o nono ano do Ensino Fundamental, a principal habilidade em Matemática, com relação à resolução de equações polinomiais do 2º grau por meio de fatoração

(EF09MA09) Compreender os processos de fatoração de expressões algébricas, com base em suas relações com os produtos notáveis, para resolver e elaborar problemas que possam ser representados por equações polinomiais do 2º grau. (BRASIL, 2018).

Mesmo antes do advento da BNCC, os Parâmetros Curriculares Nacionais já prescreviam uma abordagem para as situações-problema utilizando fatoração

Resolução de situações-problema que podem ser resolvidas por uma equação do segundo grau cujas raízes sejam obtidas pela fatoração, discutindo o significado dessas raízes em confronto com a situação proposta. (BRASIL, 1998)

Entretanto, a prática em sala de aula nem sempre observa as prescrições do BNCC.

a prática pedagógica mais comum utilizada em Matemática parece ser aquela em que o professor cumpre seu contrato dando aulas expositivas e passando exercícios aos alunos (...) O aluno por sua vez, cumpre seu contrato se ele bem ou mal compreendeu a aula dada e consegue resolver corretamente ou não os exercícios. (...). (SILVA, 1999)

Segundo Silva (1999), os efeitos dessa prática pedagógica incluem:

- Quando o aluno apresenta alguma dificuldade, o professor acaba por resolver a questão em seu lugar

- Tomar como objeto de estudo uma técnica que se presume seja útil para a resolução de um problema, como por exemplo o uso da fórmula de Bháskara, perdendo de vista o verdadeiro saber matemático a ser desenvolvido.

A questão de pesquisa deste trabalho é estudar como promover e incentivar formas alternativas de resolução das equações de segundo grau, valorizando o contexto histórico destas estratégias de resolução e desvinculando os alunos de utilizar somente a fórmula de Bháskara como ferramenta.

2- Desenvolvimento

2.1 Referencial Teórico

A parte teórica da pesquisa será construída a partir de um estudo contemplando trabalhos que versem sobre os temas

História das Equações do Segundo Grau e Estratégias de Resolução, com os tópicos:

Babilônios

Gregos, Euclides

Árabes, Al Kwarism



Teoria dos Registros de Representação Semiótica de Raymond Duval (TRRS)

Na Matemática, desde o letramento e conceito de número, não podemos observar os objetos matemáticos de uma maneira real, mesmo que a matemática foi se desenvolvendo para resolução de problemas reais, os entes matemáticos, como os números, por exemplo, são coisas abstratas.

Desta forma, essa visão ou percepção pode ser propiciada por intermédio das representações semióticas dos objetos matemáticos.

Compreendemos que as representações semióticas de um objeto matemático são os possíveis registros para se representar o objeto matemático e que podem levar à visualização e à identificação, produzindo significado ao objeto estudado.

Assim como descreve Duval em sua obra:

[...] há uma diferença básica entre a matemática e os outros domínios do conhecimento científico. Objetos matemáticos, em contraste com os fenômenos da astronomia, física, química, biologia, etc. não são acessíveis pela percepção ou por instrumentos (microscópios, telescópios, aparelhos de medição). A única maneira de ter acesso a eles e lidar com eles é usar sinais e representações semióticas. (DUVAL, 2006, p. 107).

Duval (2006) afirma que existem dois tipos de transformações de registros de representação semiótica: os tratamentos e as conversões.

Os tratamentos permanecem dentro do mesmo sistema semiótico, como por exemplo quando se resolve uma expressão numérica envolvendo frações utilizando-se apenas da forma fracionária. Se transformarmos as frações em decimais e vice-versa, teríamos a utilização de dois sistemas e passaríamos às conversões.

Três Mundos da Matemática

Em sua obra, Tall (2007, p.1) considerou toda a gama de pensamento matemático e percebeu que a noção de três diferentes mundos da Matemática oferecia uma categorização útil para diferentes tipos de contextos matemáticos.

Os Três Mundos da Matemática propostos em sua teoria são o mundo conceitual corporificado, o mundo que já faz parte dos conhecimentos adquiridos pelos alunos; o mundo proceitual simbólico (onde entendemos proceito como a combinação de procedimentos e conceitos simbólicos utilizados na matemática) e o mundo formal axiomático (que é a matemática da academia, dos pesquisadores), sendo esses mundos resultado do crescimento cognitivo de cada indivíduo e da evolução do pensamento matemático que cada um constrói (BADARÓ, 2010, p. 31).

Os “Já-encontrados”

Em seu caminhar na vida escolar, os alunos se deparam com várias situações de aprendizagem matemática, o que significa que a forma de perceber e entender os conceitos matemáticos varia de aluno para aluno, dependendo de suas dificuldades e experiências anteriores, na escola ou fora dela.

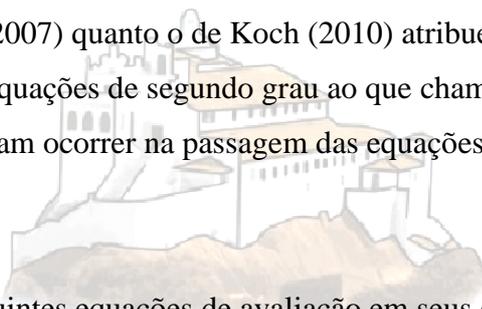
As ferramentas que o aluno já aprendeu a utilizar e os conceitos que o aluno já teve acesso em sua vida escolar formam os chamados “já-encontrados”.

Equações de avaliação e equações de manipulação

Conforme classificação proposta por Lima (2007) as equações de avaliação são aquelas que podem ser resolvidas desfazendo as operações efetuadas sobre a incógnita até que o valor da incógnita seja encontrado; enquanto que as equações de manipulação são aquelas em que é necessário operar com a incógnita, isto é, há manipulação simbólica.

Lima (2007), relacionando os Três Mundos da Matemática, classificou as equações de avaliação, devido às suas particularidades, apresentam características do mundo corporificado, enquanto que as equações de manipulação remetem ao mundo simbólico proceitual.

Tanto o trabalho de Lima (2007) quanto o de Koch (2010) atribuem a dificuldade dos alunos em apreender a resolução das equações de segundo grau ao que chamaram de “corte didático das quadráticas”, que argumentam ocorrer na passagem das equações de avaliação para as equações de manipulação.



Koch(2010) utilizou as seguintes equações de avaliação em seus estudos:

$$x^2 = 9$$

$$4 = x^2$$

$$(x + 3)^2 = 49,$$

$$x^2 - 25 = 0$$

$$x^2 - 4 = 12$$

$$3x^2 = 27$$

$$4x^2 - 36 = 0$$

$$4x^2 - 25 = 0$$

$$x(x + 3) = 0$$

Já as equações de manipulação que formaram a base dos estudos de Koch(2010) foram as seguintes:

$$x^2 + 2x + 1 = 0$$

$$x^2 + 10x + 25 = 0$$

$$x^2 + 4x + 2 = 0$$

$$8x^2 + 6x = 0$$

2.2 Metodologia

Pesquisa Experimental com análise qualitativa dos dados.

2.3 – Objetivo

2.3.1 – Objetivo geral

Nessa pesquisa, pretendemos estudar estratégias alternativas para a resolução de equações do segundo grau que explorem diferentes registros de representação semiótica, desta forma podendo melhorar a apreensão do tema.

2.2.1 – Objetivos específicos

- Compreender as estratégias de resolução de equações de segundo grau de alunos do 9.º ano pois, como dito em Koch (2010) se pressupõe que esses alunos já adquiriram conhecimentos dessas equações.
- Observar se as mesmas tentativas de resolução mostradas no trabalho de Koch (2010) surgem em nossos participantes e se o “Corte Didático das Quadráticas” aparece nessa turma.
- Constatar ou não a utilização unânime da fórmula de Bháskara como método de resolução de equações polinomiais de segundo grau.
- Elaborar atividades para compor uma oficina a ser ministrada no CAEM, para professores de Matemática da Educação Básica, com o objetivo de discutir e explorar outras estratégias de resolução de equações do segundo grau, como a utilização do método de completar quadrados ou da solução gráfica, a partir da fatoração da equação do segundo grau, utilizando portanto as intersecções do gráfico de uma função afim com o gráfico de uma função inversa. Também apresentar na oficina problemas a serem

modelados com o uso de equações do segundo grau.

- Elaborar um conjunto de atividades, a partir das respostas obtidas na oficina.
- Aplicar as atividades elaboradas em alunos do 9º anos do ensino fundamental;

3 - Produtos Educacionais

- Oficina do CAEM sobre estratégias para resolução de equações do segundo grau sem o uso da fórmula de Bháskara, observando as características da Teoria dos Registros de Representação Semiótica de Raymond Duval e valorizando a história da resolução das equações do segundo grau.
- Conjunto de atividades para o ensino de resoluções de equações polinomiais do segundo grau para alunos de 9.º ano, de acordo com o prescrito no BNCC, valorizando seu contexto histórico e utilizando pelo menos duas representações semióticas distintas.

4- Cronograma



As etapas planejadas para a realização da pesquisa são:

1. Preparação do Projeto de Pesquisa no formato do template para submeter ao EBRAPEM XXVII, até 31/08/2023.
2. Participação no EBRAPEM XXVII com apresentação do projeto, entre os dias 12/10/2023 e 14/10/2023.
3. Preparação e elaboração de uma oficina para ser ministrada no CAEM IME/USP, apresentação para a professora orientadora até 31/08/2023.
4. Minистраção de oficina no CAEM IME/USP até 31/10/2023.
5. Transcrição e análise dos dados coletados na oficina do CAEM IME/USP, para o exame de qualificação até 30/11/2023.
6. Exame de qualificação 10/01/2024.
7. Preparação da Dissertação para Depósito de acordo com as considerações da qualificação até 31/08/2025.
8. Depósito da Dissertação até 10/11/2025.

Tabela 1 - Quadro das atividades relativas ao período de agosto de 2023 anovembro de 2025.

Mês/Ano	ATIVIDADES											
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	
Ago/2023	■	■	■	■	■			■				
Set		■		■	■			■				
Out		■		■	■			■				
Nov					■			■				
Dez								■				
Jan/2024						■	■					
Jan/2025							■	■				
Ago/2025							■	■				
Nov/2025								■				

Fonte - Autor



REFERÊNCIAS

BADARÓ, J. N. **Significados do Símbolo de Igualdade numa Jornada por Três Mundos da Matemática**. 2010. 124 f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática)- Universidade Bandeirante de São Paulo, São Paulo, 2010.

COSTA DE ALMEIDA, E. D. História e aplicações da fórmula de Bháskara. **Caderno de Graduação - Ciências Exatas e Tecnológicas - UNIT - SERGIPE**, [S. l.], v. 6, n. 1, p. 163, 2020. Disponível em: <https://periodicos.set.edu.br/cadernoexatas/article/view/8424>. Acesso em: 20 ago. 2023.

JUCÁ,R.S; GUIMARÃES FILHO, J.S;NAPOMUCENO, T.R.N. Um estudo dos erros e da dificuldades na resolução de equações do 2.º grau. In: 3.º SIMPÓSIO INTERNACIONAL DE PESQUISA EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 3.ºSIPEMAT. 2012. Disponível em: <<https://proativa.virtual.ufc.br/sipemat2012/papers/639/submission/director/639.pdf>>.Acesso em: 20 ago. 23.

BRASIL. Ministério da Educação. Base Nacional Comum Curricular. Brasília, 2018. <<http://basenacionalcomum.mec.gov.br/>>.acessado em: 10/04/2023.

BRASIL, Ministério da Educação, (1998). Parâmetros Curriculares Nacionais para o Ensino Fundamental. Brasília, MEC/SEF. P88.

KOCH,R.M. **Uma introdução ao estudo de equações quadráticas à Luz dosMundos da Matemática** / Rosangela Marazzio Koch – São Paulo : [s.n.], 2010.

LIMA.R.N. **Equações algébricas no ensino médio: uma jornada por diferentes mundos da matemática**. 2007. 358 f. Tese (Doutorado em Educação) - Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2007.

MONTEIRO, P.; MILAN, I. dos S. Contrato Didático: a relação aluno-professor mediada pelo conhecimento. **Ensino da Matemática em Debate**, [S. l.], v. 1, n. 1, 2014. Disponível em: <https://revistas.pucsp.br/index.php/emd/article/view/19860>. Acesso em: 24 ago. 2023.

SILVA,B.A. Contrato Didático. In: MACHADO, Silvia Dias Alcântara (org.). **Educação matemática: uma introdução**. São Paulo: Educ, 1999. p. 43-64.

TALL,D.O. **Introducing Three Worlds of Mathematics**.Mathematics Education Research Centre. University of Warwick, UK, 2004.