



EBRAPEM027

Encontro Brasileiro de Estudantes de Pós-Graduação em Educação Matemática



DESENVOLVIMENTO DA “MATEMÁTICA PARA O ENSINO” A PARTIR DE REFLEXÕES COLETIVAS DA PRÁTICA PEDAGÓGICA NA INVESTIGAÇÃO DO CONCEITO PROPORCIONALIDADE

Andressa de Oliveira Faria Lorenzutti¹

GD n° 7– Formação de Professores que Ensinam Matemática

Resumo: A pesquisa de Doutorado Profissional, em andamento, vincula-se à linha de formação de professores no contexto da Educação Matemática, do Programa de Pós-Graduação em Educação em Ciências e Matemática do Instituto Federal do Espírito Santo – Educimat/Ifes. Tem por objetivo investigar e relatar as contribuições de uma proposta de formação continuada com professores dos anos iniciais do Ensino Fundamental para o desenvolvimento da Matemática para o Ensino a partir de reflexões coletivas da prática pedagógica na investigação do conceito proporcionalidade. Para alcançar este objetivo, a pesquisa de natureza qualitativa, propõe planejar e vivenciar uma ação formativa pautada na metodologia do Concept Study e acompanhar intervenções na prática pedagógica. A proposta busca valorizar o professor como pesquisador, produtor de conhecimento e de possibilidades matemáticas, que estão imbricados em sua prática. Evidenciaremos a Matemática para o Ensino produzida pelo grupo. Serão utilizando como instrumento de produção de dados a observação, questionários e documentos produzidos pelos professores participantes. A análise dos dados será indutiva realizada à luz da teoria da Matemática para Ensino e das ênfases da metodologia Concept Study. Ao final, pretendemos apresentar a proposta de formação continuada produzida e validada, como produto educacional, que poderá ser utilizado em novos processos de formação continuada, sendo assim, referência de discussão do conceito pesquisado ou de outros conceitos de interesse de diferentes grupos de professores.

Palavras-chave: Matemática para o Ensino. Concept Study. Conceito Proporcionalidade. Formação Continuada. Anos Iniciais.

INTRODUÇÃO

Esta pesquisa, em andamento, integra as ações do Grupo de Estudos e Pesquisas em Educação Matemática do Espírito Santo - Gepem-ES. Entre os pressupostos do grupo compreendemos que um processo formativo centrado em conhecimentos desenvolvidos pelo professor no âmbito da cultura escolar articulados aos conceitos científicos é relevante a todos inseridos nos contextos educacionais.

Nesse contexto, apoiados nos pressupostos teórico da Matemática para o Ensino e metodológico Concept Study desenvolvido por Brent Davis e seus colaboradores, compartilhamos o entendimento que “professores são participantes vitais na produção de possibilidades matemáticas, dão forma e substância a matemáticas culturais, isto é, não só à matemática formal,

¹ Instituto Federal do Espírito Santo - IFES; Programa de Pós-Graduação em Educação em Ciências e Matemática – Educimat; Doutorado Profissional; lorenzutti.andressa@gmail.com; orientador(a): Maria Auxiliadora Vilela Paiva.

mas também à diversidade de práticas, perspectivas e aplicações culturalmente situadas” (DAVIS; RENERT, 2009, p. 41). E realizamos a proposta de pesquisa, a partir de reflexões coletivas da prática pedagógica na investigação do conceito proporcionalidade com professores dos anos iniciais do Ensino Fundamental.

Justificamos a escolha do conceito matemático de proporcionalidade por compor o conjunto de ideias fundamentais para o desenvolvimento do pensamento matemático (BRASIL, 2018). Seu estudo permite que o estudante resolva problemas nas mais diversas áreas de conhecimento, compreendendo o significado científico e social inerente ao problema proposto. E, ainda, apresenta-se com o potencial de preparar o estudante para atuar na sociedade em que vive.

Nesse estudo, realizamos uma breve revisão de literatura considerando teses que dialogam com o projeto de pesquisa. Destacamos as pesquisas desenvolvida por Silva (2009) que discorreu um trabalho diferenciado de formação de professores. Ele evidenciou as contribuições da reflexão crítica para o desenvolvimento da metacognição dos professores, reconhecendo-se estes de forma consciente, enquanto aprendiz e professor de matemática. Ele também influenciou aprendizagens e atitudes em relação à matemática e consequências nas práticas em sala de aula. E a tese de Rangel (2015) que utiliza a mesma base metodológica de formação da pesquisa em andamento, realizada com professores especialistas em matemática. Isso nos auxiliará, no que se refere à organização da ação formativa com professores dos anos iniciais, com formação generalista.

O estudo foi pensado acerca da questão: De que forma uma investigação do conceito proporcionalidade contribui para ressignificação de saberes da docência e desenvolvimento da Matemática para o Ensino de professores em formação? Sendo elencado como objetivo geral: investigar e relatar as contribuições de uma proposta de formação continuada com professores dos anos iniciais do Ensino Fundamental para o desenvolvimento da Matemática para o Ensino a partir de reflexões coletivas da prática pedagógica na investigação do conceito proporcionalidade.

De modo a atingir o objetivo geral, fixamos os seguintes objetivos específicos:

- a) Planejar uma proposta de formação continuada de investigação do conceito proporcionalidade pautada na teoria Matemática para o Ensino e na metodologia do Concept Study.
- b) Aplicar a ação formativa e investigar as contribuições do modelo desenvolvido para a apropriação do conceito proporcionalidade e desenvolvimento da matemática para o ensino.
- c) Apresentar, como produto educacional final, a proposta de formação continuada e os pontos relevantes do processo formativo após análise e reelaboração.



Por fim, espera-se que a pesquisa colabore com a formação de professores ao destacar saberes da matemática para o ensino, com foco, principalmente, na investigação do conceito de proporcionalidade e possivelmente, na disseminação desses saberes ressignificados como potencializadores de novos processos de formação continuada.

PRESSUPOSTO TEÓRICO

Este capítulo apresenta as teorias que embasam o desenvolvimento da pesquisa e do processo de produção do produto educacional intitulado: Uma proposta de formação continuada a partir de reflexões coletivas da prática pedagógica na investigação do conceito proporcionalidade.

O público-alvo do produto serão formadores de professores, desse modo, como forma de validar e orientar a proposta de formação continuada a ser apresentada como produto educacional. A ação formativa será desenvolvida com professores que ensinam matemática nos anos iniciais do ensino fundamental, que em sua maioria possuem formação em Pedagogia, graduação que possui poucas horas destinadas a discussões de conceitos matemáticos.

Diante do exposto, fixamos os seguintes objetivos de aprendizagem do produto educacional:

- I) Compreender a organização de uma proposta de formação continuada com base na teoria Matemática para o Ensino e metodologia do Concept Study.
- II) Ressignificar possibilidades matemáticas com vistas ao ensino, a partir de reflexões coletivas da prática pedagógica na investigação do conceito proporcionalidade.

A metodologia escolhida para a elaboração do produto educacional foi o modelo de desenvolvimento pensado por Kaplún (2003) que sugere a organização a partir de três eixos: Conceitual (Sobre o que vamos comunicar?), Pedagógico (Para que vamos comunicar?) e Comunicacional (Como vamos comunicar?). Ressalta-se que, nesta pesquisa, os dois primeiros eixos foram agrupados, pois os pressupostos da teoria Matemática para o Ensino, metodologia Concepty Study e estudos relacionados ao conceito proporcionalidade serão utilizados como base conceitual e pedagógica do processo de formação continuada.



Eixo Conceitual e Pedagógico

A base teórica da formação de professores que desenvolveremos está ancorada na teoria Matemática para o Ensino que consiste em uma forma de estar com o conhecimento matemático permitindo ao professor estruturar situações de aprendizagens, interpretar as ações dos alunos com atenção e responder de forma ágil. Desse modo, permitirá que os alunos alarguem as suas compreensões e expandam o leque das suas possibilidades interpretativas através do acesso a ligações poderosas e a práticas adequadas (DAVIS; RENERT, 2014).

Nesse viés, as aulas de matemática são compreendidas como sistemas complexos adaptativos e auto organizados, aproximando-se da ciência da complexidade. Assim, demonstra interesse em casos de coletivos coerentes que surgem por meio das atividades dos indivíduos, na qual ocorre a disseminação de ideias ou o desenvolvimento de coletivos culturais. Nesse sentido, é importante o ensino de matemática estar atento tanto às condições contextuais particulares quanto às circunstâncias culturais mais amplas que dão forma ao projeto de matemática escolar.

Acreditamos assim, que a ciência da complexidade se tornou um meio valioso de interpretação e de fonte de conselhos práticos para professores de matemática, podendo estes ampliar as possibilidades dentro da sala de aula. Sob a visão da complexidade, algumas condições apresentam-se necessárias para os processos formativos, dentro dos quais destacamos: diversidade interna, redundância, controle descentralizado, aleatoriedade organizada e interações com vizinhos (DAVIS; SIMMT, 2003).

Estruturado o grupo de professores participantes do processo formativo a partir dessas condições, utilizaremos a Concept Study como metodologia formativa. Esta combina elementos de duas noções proeminentes na pesquisa em educação matemática: análise do conceito (concept analysis) e estudo de lições (lesson study), sendo que a primeira tem foco na explicação de estruturas lógicas e associações relativas a conceitos matemáticos; enquanto a segunda focaliza na estrutura colaborativa em que professores se empenham em aperfeiçoar a sua prática pedagógica (DAVIS; RENERT, 2009).

Com essa combinação, as ênfases matemáticas da análise de conceito com a dinâmica interativa, tornam-se oportunidades para construções, críticas compartilhadas e extensões de possibilidades interpretativas para fins pedagógicos. São orientadas através dos compromissos participativos, coletivos e contínuos, a partir dos pressupostos:



- Saber individual e saber coletivo não podem ser dicotomizados; possibilidades coletivas se envolvem e se desdobram em entendimentos individuais.
- Matemática para o ensino é muito vasto e muito volátil para ser considerado em termos de domínio por qualquer indivíduo. Pelo contrário, é simultaneamente um fenômeno individual e coletivo.
- No âmbito individual, entendimentos de conceitos matemáticos e concepções de matemática são emergentes.
- No âmbito coletivo social, o conhecimento de matemática dos professores é amplamente tácito, mas elementos críticos desse conhecimento podem ser questionados em grupo.
- No âmbito cultural, professores são participantes vitais na criação da matemática, principalmente por meio da seleção e da ênfase preferencial dada as interpretações particulares (DAVIS; RENERT, 2014, p.33).

A partir dessa base, o Concept Study é estruturado em cinco ênfases: *realizations* (percepções, entendimentos, significados); *landscapes* (panoramas); *entailments* (vinculações); *blends* (misturas) e *pedagogical problem solving* (resolução de problemas pedagógicos). Destacamos que essas ênfases não ocorrem de maneira linear, emergindo em diferentes momentos da interação ou simultaneamente.

Em relação ao conceito matemático, situamos nossa reflexão no conceito de proporcionalidade, por se tratar de um conceito amplo, tão antigo quanto a própria matemática, o qual envolve relações entre grandezas e vincula-se a outros conceitos matemáticos. A análise das habilidades elencadas no currículo básico previsto para o ensino fundamental (BRASIL, 2018), leva-nos a pensar sobre a relevância da matemática problematizada na formação de professores, a partir de reflexões coletivas da prática na investigação do conceito proporcionalidade. De modo, que, esses professores possam criar possibilidades, que propiciem a elaboração e resolução de problemas a partir das diversas situações do cotidiano, dos seus estudantes, como forma de desenvolvimento para a atuação na sociedade.

Compreendemos que o ensino das regularidades relacionadas ao conceito proporcionalidade, podem ser desenvolvidas desde os primeiros anos de escolaridade, em explorações de adições sucessivas, na relação estabelecida entre grandezas e ideias multiplicativas, ao investigar seqüências numéricas e padrões geométricos, bem como lei de formação de uma seqüência. A exploração de padrões numéricos, algébricos e geométricos, podem evidenciar constantes de proporcionalidade. Para isso, é importante a formalização ocorrer primeiramente de forma intuitiva, para posteriormente construções mais elaboradas, sendo assim, possível caracterizar o conceito de proporcionalidade como regularidades, função e razão (MAGINA; MERLINI; SANTOS, 2014; PONTE *et al.*, 2010; SPINILLO, 1993, 1997; LORENZUTTI, 2019).



Articulamos ao desenvolvimento do conceito de proporcionalidade à relevância do raciocínio proporcional, dentro e fora do contexto escolar. Isso, apesar de estar previsto nas orientações curriculares, é pouco discutido e apropriado na elaboração de estratégias de ensino que promovam o desenvolvimento/mobilizações de aspectos relacionados a esse raciocínio.

O raciocínio proporcional envolve três aspectos: 1. capacidade para distinguir situações que possuem relações subjacentes de proporcionalidade direta das situações que não as têm; 2. compreensão da natureza multiplicativa das relações proporcionais e 3. capacidade para resolver vários tipos de problemas, revelando flexibilidade mental ao realizar diferentes abordagens sem ser afetado pelo fenômeno descrito no contexto, dados e estrutura numérica, grandezas e as representações: texto, gráficos, tabelas e razões (SILVESTRE, 2012; PONTE *et al.*, 2010). Esses aspectos, segundo os autores, podem contribuir para configurações de indicadores que orientam o ensino e a aprendizagem na escola, possibilitando o desenvolvimento do raciocínio proporcional.

Para o desenvolvimento desses aspectos, é importante o envolvimento em situações que exploram os vários tipos de problemas relacionados ao raciocínio proporcional. De acordo com Ponte *et al.* (2010), nos primeiros anos de escolaridade, os problemas referentes às relações de proporcionalidade direta podem ser agrupados em: Problemas de valor omissivo; Problemas de comparação; e Problemas de conversão entre representações.

Desse modo, a concepção do conceito de proporcionalidade a ser comunicada se assemelha à de Spinillo (1997, p. 41), para quem “o pensamento proporcional refere-se basicamente à habilidade de estabelecer relações” e ao que afirmam Nunes (2003) que o conceito de proporcionalidade consiste na relação entre duas variáveis.

Ainda, compartilhamos ao que define Ponte *et al.* (2010) que se opõem à ideia redutora de que a resolução de problemas que envolvem relações proporcionais deve sempre ser feita com utilização da regra de três, expressão $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ e enfatiza as relações multiplicativas encontradas na relação de proporcionalidade em dois aspectos: a covariação e a invariância de grandezas. A partir desse construto, consideramos que é preciso tempo para o desenvolvimento do raciocínio multiplicativo antes de introduzirmos formalmente os algoritmos.

Destacamos a partir da proposta apresentada, a importância de valorizar as explicações dos participantes da formação sobre o modo como chegaram as suas respostas (imagens, símbolos, tabelas entre outros), pois a oportunidade de comparar as estratégias, no âmbito da discussão coletiva das tarefas, pode ajudar na reflexão sobre a sofisticação das estratégias e a utilização de



problemas de proporcionalidade, que descrevem fenômenos do mundo real, de grandezas com as quais os estudantes lidam em seu cotidiano, tais como: massa, volume, tempo, comprimento, área, entre outras (PAIVA *et al.*, 1994; LORENZUTTI, 2019; SANTOS; PAIVA; LORENZUTTI, 2020).

Por fim, iremos propor situações relevantes que evidenciam os conceitos de grandezas diretamente e inversamente proporcionais. E, ainda, situações nas quais, apesar das grandezas aumentarem ou diminuírem, elas não são proporcionais, como forma de mobilizar o conhecimento informal, de modo a oportunizar a criação de imagens mentais poderosas e dar significado à aprendizagem formal, bem como o desenvolvimento de capacidades do uso do raciocínio proporcional na vida real.

Eixo Comunicacional

A proposta de formação continuada poderá ser materializada em formato de material textual, digital e impresso. Serão apresentadas as tarefas e questões problematizadoras utilizadas, os relatos das reflexões coletivas dos participantes, as soluções e proposições escritas de resolução de situações discutidas e a exposição da Matemática para o Ensino produzida na ação colaborativa.

As tarefas a serem apresentadas serão validadas pelo grupo de professores e pesquisadores participantes do Gepem–ES, por experiências de aplicação em oficinas em eventos, na Licenciatura em Pedagogia e pelo grupo de professores dos anos iniciais do ensino fundamental participantes da ação formativa. Os aspectos estruturais e técnicos, como duração, formato, modalidade, entre outros, serão validados pela equipe de autorização de cursos de extensões do Ifes/ES e pelos professores participantes da formação continuada, via questionário próprio. O produto final será validado pela banca de defesa da tese do Doutorado e por formadores de professores que serão convidados a apreciar e a validar o produto educacional via avaliação por pares em formulário próprio.

Para o atendimento ao público desejado, que consiste em formadores de professores, utilizaremos uma linguagem dinâmica informal, com recursos híbridos. O texto será descritivo com uso de recursos textuais e imagéticos com o padrão ABNT.

A proposta comunicacional do trabalho é utilizar-se de cores expressivas, desenhos, avatar, balões de falas para destacar aos destinatários as abordagens necessárias a serem realizadas de



modo a favorecer a experiência de aprendizagem e a compreensão das dinâmicas de interações importantes no processo formativo.

No que se refere a usabilidade e publicidade do produto educacional, destacamos que o mesmo será disponibilizado virtualmente no repositório da eduCAPES, podendo ser comunicado e replicado em situações e contextos diferenciados. Destaca-se, ainda, a possibilidade de ampliação por meio da publicação impressa do recurso educacional a ser disponibilizado às Secretarias de Educação.

PROCEDIMENTO METODOLÓGICO

Caracterizamos essa pesquisa como qualitativa considerando todos os pontos apresentados pelos autores Bogdan e Biklen (1994). Os dados serão produzidos por meio de observações, relatos orais e escritos, organizados de forma descritiva. E o foco desta pesquisa consistirá no processo de desenvolvimento da Matemática para o Ensino, dos significados e transformações que os professores evidenciam ao longo desse processo, das reflexões coletivas na investigação do conceito proporcionalidade.

Utilizaremos como base teórica para produção e análise de dados os estudos de Davis e seus colaboradores (2006; 2009; 2013; 2014) que estruturaram a teoria Matemática para o Ensino e as ênfases da metodologia Concept Study. Organizaremos a proposta de formação continuada em encontros quinzenais em um total de 90h, sendo 12 encontros presenciais (4h cada), seis encontros de práticas em sala de aula (4h cada) e seis tarefas (3h cada) pelo Ambiente virtual de Aprendizagem.

A pesquisa poderá ser realizada no Ifes Campus Vitória, que possui espaço físico adequado para receber os sujeitos da pesquisa, como salas, equipamentos apropriados e biblioteca ativa, e, ainda, segurança própria para garantir a integridade dos sujeitos participantes. E replicada em diferentes contextos, Secretaria de Educação que demonstrarem interesse na formação continuada, e ainda, em contextos de sala de aula.

A pesquisa será desenvolvida com professores que ensinam Matemática nos anos iniciais do Ensino Fundamental atuantes em sala de aula da rede pública ou da rede privada de Ensino. Farão parte da formação a pesquisadora Andressa de Oliveira Faria Lorenzutti e a orientadora/pesquisadora Maria Auxiliadora Vilela Paiva.



A seguir, detalha-se cada uma das etapas da pesquisa:

1ª etapa: Estudo teórico, elaboração de tarefas e da primeira versão do produto educacional.

2ª etapa: Aplicação e validação de tarefas no grupo de pesquisa, turma de Licenciatura em Pedagogia e oficinas em eventos.

3ª etapa: Avaliação e reformulação das tarefas aplicadas e organização da segunda versão do produto educacional.

4ª etapa: Aplicação do questionário inicial na ação formativa: será apresentado aos professores um questionário com questões abertas e fechadas cujo objetivo é traçar o perfil dos participantes.

5ª etapa: Discussões coletivas a partir de questões disparadoras e tarefas, análise curricular relacionadas à investigação do conceito proporcionalidade na ação formativa. Nesse momento, a ideia é que os professores envolvidos apresentem significados, representações e associações que fazem para comunicar o conceito matemático em estudo a partir da prática pedagógica.

6ª etapa: Elaboração e/ou reformulação coletiva de tarefas práticas e aplicação em sala de aula: será proposto aos professores, organizados em grupos colaborativos, a elaboração de tarefas práticas sobre o conceito de proporcionalidade, tendo como uma de suas bases a matemática problematizada. As tarefas planejadas terão como propósito a aplicação e acompanhamento das intervenções na prática pedagógica dos professores.

7ª etapa: Socialização das tarefas aplicadas com utilização de fotos e imagens, para que o grupo possa refletir coletivamente sobre os resultados e realizar as devidas adaptações para que as tarefas planejadas e aplicadas se configurem em artefato de pesquisa e componham o produto educacional.

8ª etapa: Roda de conversa a fim de sistematizar as contribuições da formação continuada no modelo desenvolvido para a apropriação do conceito proporcionalidade e desenvolvimento da matemática para o ensino.

9ª etapa: Elaboração da versão final do produto educacional e relatório da tese.

Serão utilizados como instrumento de produção de dados a observação, os questionários e os documentos produzidos pelos professores participantes. Consideraremos o que Lincoln e Guba (1985) apontam como observações como participantes e observações não participantes. Na primeira o pesquisador cumpre o papel de observador e pesquisador, pois o mesmo se torna parte



da situação observada, age e interage com os sujeitos da pesquisa nas reflexões coletivas. Na segunda o papel do pesquisador é centrado mais na observação.

Os encontros com os professores serão gravados, como forma de observação de fatos, acontecimentos relevantes e reflexão sobre determinadas situações. Serão utilizados recursos audiovisuais e fonográficos, transcritos posteriormente. Esses recursos foram os escolhidos pelo potencial de trazer riqueza de detalhes e informações e possibilitar a revisão de acontecimentos mesmo depois da ação. Sendo relevantes, tendo em vista o envolvimento dos pesquisadores na ação formativa.

A análise dos dados ocorrerá de forma indutiva, considerando a abordagem qualitativa desta pesquisa, partindo da forma bruta dos dados a formas mais refinadas (LINCOLN; GUBA, 1985). As categorias e subcategorias de análise emergirão do processo de organização dos dados produzidos no processo formativo.

ALGUMAS CONSIDERAÇÕES

A ampliação de grupo de profissionais que pensam sobre a Matemática para o Ensino e investigação de conceitos matemáticos nos anos iniciais do Ensino Fundamental serão o grande potencial da pesquisa. Espera-se obter com este estudo uma maior motivação dos professores para explorar o conceito proporcionalidade, que faz parte do conjunto de ideias fundamentais ao desenvolvimento do pensamento matemático e de outros conceitos emergentes no processo formativo.

Por fim, destacamos que o modelo de formação proposto aponta para o reconhecimento do desenvolvimento profissional dos agentes envolvidos, fator que acreditamos ser preponderante para que esses profissionais se compreendam como portadores de uma cultura própria e unam-se em defesa do respeito à profissão docente.



REFERÊNCIAS

BOGDAN, R.; BIKLEN, S. K. **Investigação qualitativa em educação**: uma introdução à teoria e aos métodos. Porto: Porto, 1994.

BRASIL, M. da E. **Base Nacional Curricular Comum**. Brasília, MEC, 2018.

DAVIS, B.; RENERT, M. Mathematics for teaching as shared, dynamic participation. **For the Learning of Mathematics**, Canada, v. 29, n. 3, p. 37-43, 2009.

DAVIS, B.; RENERT, M. Profound understanding of emergent mathematics: broadening the construct of teachers' disciplinary knowledge. **Educational Studies in Mathematics**, Canada, v. 82, n. 2, p. 245-265, 2013.

DAVIS, B.; RENERT, M. **The Math Teachers Know**: Profound Understanding of Emergent Mathematics. New York: Routledge, 2014.

DAVIS, B.; SIMMT, E. **Understanding Learning Systems**: Mathematics Education and Complexity Science. *Journal for Research in Mathematics Education*, vol 34, n. 2, p. 137-167, mar 2003.

DAVIS, B.; SIMMT, E. **Mathematics-for-teaching**: an ongoing investigation of the mathematics that teacher (need to) know. Springer: *Educational Studies in Mathematics*, p. 293–319, 2006.

Kaplún, G. **Material educativo: a experiência de aprendizado**. *Comunicação & Educação*, p. 46-60, 2003. Disponível em <https://doi.org/10.11606/issn.2316-9125.v0i27p46-60>. Acesso em: 24 mar 2023.

LINCOLN, Y. S.; GUBA, E. G. **Naturalistic Inquiry**. Newbury Park, Calif: Sage Publications, 1985.

LORENZUTTI, A. de O. F. Formação Continuada de Professores dos anos iniciais: um estudo coletivo do conceito de proporcionalidade. **Dissertação** (Mestrado) Programa de Pós-graduação em Educação em Ciências e Matemática, Instituto Federal do Espírito Santo, Vitória, 2019.

MAGINA, S.; MERLINI, V. L.; SANTOS, A. dos. O raciocínio de estudantes do ensino fundamental na resolução de situações das estruturas multiplicativas. **Ciência e Educação** (UNESP, Impresso), Bauru, v. 20, p. 517-533, 2014.

NUNES, T. **É hora de ensinar proporção**. *Revista Nova escola*, São Paulo, ano XVII, n. 161, 2003. Disponível em: https://novaescola.org.br/conteudo/958/e-hora-de-ensinar-proporcao?gclid=CjwKCAjw7eSZBhB8EiwA60kCW3mS0Cv-zqt5P-t3e1ALk3rdVyq6LsaPeC_eLi8PRiMnVvmKDO8V1hoCtNsQAvD_BwE. Acesso em: 22 ago 2023.



PAIVA, M. A. V. (Org.). **O ensino de proporcionalidade no 1º Grau**. Laboratório de Ensino de Ciências e Matemática – LEACIM – Universidade Federal do Espírito Santo, Vitória, 1994.

PONTE, J. P. da *et al.* **O Desenvolvimento do Conceito de Proporcionalidade Directa pela Exploração de Regularidades**. Lisboa: Instituto de Educação da Universidade de Lisboa - Universidade da Beira Interior, 2010.

RANGEL, L. G.; FILHO, N. M.; GIRALDO, V. **Matemática elementar e saber pedagógico de conteúdo**: estabelecendo relações em um estudo colaborativo. 2015. 265 f. Tese (Doutorado em Ciências) – Universidade Federal do Rio de Janeiro, Instituto Alberto Luiz Coimbra de Pós-Graduação e Pesquisa de Engenharia - COPPE. Rio de Janeiro, 2015.

SANTOS, A. L. dos; PAIVA, M. A. V.; LORENZUTTI, A. de O. F. **Investigando o conceito de proporcionalidade em uma formação continuada de professores**. Revista Eletrônica Debates Em Educação Científica E Tecnológica, p. 120-131, 2020. Disponível em: <https://doi.org/10.36524/saladeaula.v8i1.524>. Acesso em: jun 2023.

SILVA, S. A. F.; SAD, L. A.; SANTOS-WAGNER, V. M. P. dos. **Aprendizagens de professores num grupo de estudos sobre matemática nas séries iniciais**. 2009. 364 f. Tese (Doutorado em Educação) – Universidade Federal do Espírito Santo–UFES, Vitória, 2009.

SILVESTRE, A. I.; PONTE, J. P. M. da. **O desenvolvimento do raciocínio proporcional: percursos de aprendizagem de alunos do 6º ano de escolaridade**. 2012. 368 f. Tese (Doutorado Educação) – Didática da Matemática, Universidade de Lisboa Instituto de Educação, Lisboa, 2012.

SPINILLO, A. G. As relações de primeira-ordem em tarefas de proporção: Uma outra explicação quanto às dificuldades das crianças. **Psicologia: teoria e pesquisa**, Brasília, v. 2, n. 9, p. 349-364, 1993.

SPINILLO, A. G. Proporções nas séries iniciais do primeiro grau. In A. Schliemann; D. Carraher; A. Spinillo; L. Meira; J. Falcão; N. Acioly-Régner (Org.). **Estudos em psicologia da educação matemática**. Recife: Editora da Universidade Federal de Pernambuco, p. 13-37, 1997.

