

NÚMEROS IRRACIONAIS: UMA ANÁLISE EM MATERIAL DIDÁTICO

Fabio Freire dos Santos¹

GDn°2 – Educação Matemática nos Anos Finais do Ensino Fundamental

Resumo: A pesquisa que estamos desenvolvendo se encontra inserida na Educação Algébrica e visa investigar como é realizada a abordagem dos números irracionais nos livros didáticos do sistema de ensino utilizados nas escolas do Serviço Social da Indústria do Estado de São Paulo. A escolha deste material justifica-se pelo local de trabalho do pesquisador e pelo estudo de um material específico e de acesso restrito aos beneficiários do sistema SESI e pelo fato de maior compreensão do sistema dos números reais, que perpassa pelo estudo dos números irracionais. Porém, o tema dos números irracionais carece de pesquisas no ambiente acadêmico conforme pesquisas atuais. Tomamos como referências para a nossa pesquisa as competências descritas na Base Nacional Curricular Comum (Brasil, 2016) e as sugestões deste material com relação a importância da compreensão dos números reais. O suporte teórico principal será a transposição didática e os momentos de estudo destacados em Chevallard (1999). A metodologia escolhida foi o estudo de caso, com a proposta de descrever e analisar o conteúdo apresentado no material do SESI por meio de análise documental e da descrição e análise dos momentos didáticos apontados em Chevallard (1999).

Palavras-chave: Números Irracionais. Material Didático. Momentos Didáticos.

INTRODUÇÃO

A pesquisa que estamos desenvolvendo se enquadra no Projeto ‘A Educação Algébrica na escolaridade básica’ desenvolvido no Programa de Pós-Graduação de Ensino de Ciências e Matemática da Universidade Federal de São Paulo.

Neste projeto é concebida a Álgebra como uma área essencial para o ensino e aprendizagem da Matemática na escolaridade básica. Nesse sentido, uma consideração essencial a se levar em conta é que a reflexão de Bianchini e Machado (2010), que destacam que “[...] o problema com o ensino da Álgebra reside na ênfase habitualmente dada ao simbolismo algébrico, isto é, com foco na sintaxe, mas com pouca ou nenhuma associação com a semântica (p. 354)”.

Neste contexto, o tema dos números irracionais se enquadra nesta preocupação apontada pelas supra mencionadas autoras. Complementando este quadro, a pesquisa de

¹Universidade Federal de São Paulo - UNIFESP; Programa de Pós-Graduação de Ensino de Ciências e Matemática; Mestrado em Ensino de Matemática; freire.santos@yahoo.com.br; Orientador: Wagner Marcelo Pommer.

Fishbein, Jehiam e Cohen (1995 *apud* Pommer, 2012) destaca que a denominada etapa de transição dos números racionais para os números reais deve levar em conta uma apresentação cuidadosa dos números irracionais.

Os números irracionais são parte de um sistema e ficam incompletos sem a conceituação dos números reais. Renegar os números irracionais é suficiente para derrubar todo o sistema. Isto é o que acontece hoje em dia (FISCHBEIN; JEHIAM; COHEN, 1995, p. 30 *apud* POMMER, 2012, p. 23).

Autores como Ripoll (2001), Pommer (2012), Santos (2014), Broetto (2016), Felix (2018), Jesus; Oliveira (2018) e Rocha (2018) acrescentam que nos livros didáticos publicados no Brasil, para o Ensino Fundamental e Médio, é usual que a introdução aos números irracionais ocorra por meio de duas definições: um número é irracional se não puder ser escrito na forma a/b com $a, b \in \mathbb{Z}$ e b não-nulo; irracional é o número cuja representação decimal é infinita e não-periódica.

Ainda, outro fator complicador apontado em Pommer (2012) é que os livros didáticos se situam em uma visão polarizada no momento em que são introduzidos os números irracionais. Alguns manuais apresentam uma das definições apontadas anteriormente e, posteriormente apresentam uma operacionalização das raízes enésimas irracionais, sem se preocupar em caracterizar os números irracionais, o que não permite ao aluno significar tal tema, fato que caracteriza uma tendência teórica de abordagem.

Por outro lado, o autor pondera que os demais livros apresentam inicialmente uma abordagem pragmática, seja pela apresentação das raízes quadradas e cúbicas por meio de problemas envolvendo áreas e volume de objetos matemáticos, seja pela introdução do número PI pela realização de um experimento mental, ou seja, sugerindo que sejam medidas o diâmetro e o perímetro de corpos cilíndricos e se obter o valor aproximado de PI pela divisão do perímetro pelo diâmetro, o que desconfigura a natureza de PI, pois os resultados aproximados são números racionais geralmente com duas casas decimais, sem maiores detalhes.

De qualquer modo, os resultados destas pesquisas apontam que os livros didáticos optam por uma apresentação mais ligada as definições, situando poucas possibilidades de interações significativas com as nuances próprios dos irracionais.

Em face de tais resultados, nos interessamos por tal problemática, visto que exerço a função docente na rede do sistema Sesi e, neste contexto, vivenciamos a preocupação desta

instituição em preparar um material próprio, cuja essência se dispõe a colocar o aluno em um modo de ação e a reflexão sobre tais ações.

Neste perfil, a pesquisa de mestrado que estamos a desenvolver tem como objetivo investigar como é realizada a abordagem dos números irracionais nos livros didáticos do sistema de ensino utilizados nas escolas do Serviço Social da Indústria do Estado de São Paulo.

REFERENCIAIS TEÓRICOS

O material a ser utilizado nas escolas do Serviço Social da Indústria do Estado de São Paulo (SESI-SP) apresenta um histórico peculiar. Esta instituição foi criada em 1946, com foco na assistência social dos trabalhadores da indústria e atividades semelhantes.

Desde sua origem, tem como objetivo contribuir para a melhoria da qualidade de vida no país e para o aperfeiçoamento do espírito de solidariedade entre as classes sociais. No Departamento Regional de São Paulo, a ênfase na educação é marcante, aliada à cultura, ao esporte e à qualidade de vida, buscando a formação integral dos trabalhadores e de seus dependentes. (SERVIÇO SOCIAL DA INDÚSTRIA (SESI-SP), 2015, p. 10).

A proposta curricular e pedagógica do Sesi SP é fundamentada em uma concepção que busca integrar ensino e aprendizagem considerando o conhecimento como fruto do diálogo constante entre professores e estudante, conforme apontado em SERVIÇO SOCIAL DA INDÚSTRIA (SESI-SP) (2015).

Neste pressuposto, o material valoriza o trabalho com situações-problema que possibilitam o questionamento do aluno, com uma postura voltada a problematização. Visando alcançar esse feito, a rede Sesi entre os anos de 2009 e 2013 elaborou e publicou um conjunto de material didático próprio, composto em três frentes: o livro do aluno, denominado “Movimento do Aprender”; o livro do professor, denominado “Orientações Didáticas do Movimento do Aprender” e uma coletânea de textos norteadores e/ou complementares à prática escolar denominada “Muitos textos...Tantas Palavras”.

Neste momento, incluímos na discussão o texto de Barbosa e Lima (2018), autores que destacam que a construção do conhecimento matemático envolvendo professor e sala de aula está ligada ao currículo, ou seja, pela consulta e análise de documentos oficiais, planos das diversas instituições, orientações aos professores e material didático.

É importante que o material didático seja estruturado e apresentado de forma organizada para que possa contribuir no aprendizado dos conceitos envolvidos e na transformação dos saberes. Os conteúdos sofrem adaptações com o intuito de se transformar o saber científico em saber escolar, ou seja, transformar o objeto do saber em um objeto a ensinar, culminando na apresentação no material didático do objeto de ensino, de acordo com a instituição se destina. O movimento de adaptação do objeto do saber é denominado de transposição didática (Chevallard, 1991 *apud* Pais, 2016).

Ainda conforme Pais (2016) a transposição dos saberes tem sido entendida como uma evolução dos saberes produzidos pelo ser humano e a noção de transposição didática tem como foco o estudo do processo evolutivo do saber, bem como a organização do saber escolar. Em complemento, Rosa, Catelli e Fenner (2012) afirmam que há pesquisas em educação debruçadas sobre a transformação do conhecimento produzido pela ciência para fins educacionais e, inclusive, com destaques em periódicos da área.

Um dos modos revelados por Barbosa e Lima (2018) para se analisar o movimento da transposição didática dos objetos matemáticos é observar como ocorrem as práticas dentro da instituição escolar. O livro didático se destaca como uma destas manifestações mais usuais de mediar o processo de ensino e aprendizagem.

Carvalho e Lima (2010) apontam que o livro didático e, por consequência os seus autores, tornam-se um personagem central na dinâmica de relação entre professor, aluno e o saber. Ainda, esse papel é sobrevalorizado pelas escolhas que estes atores apresentam sobre os saberes a serem estudados, sobre os métodos de ensino e a organização curricular ao longo dos anos letivos na educação básica.

Brandão (2014) acrescenta a importância do papel do livro didático como material de apoio no processo de ensino e aprendizagem e que o professor deve conhecer bem esse material, em relação a estrutura e proposta, bem como a necessidade de analisá-lo e estudá-lo cuidadosamente.

Um dos meios de realizar tal estudo se faz por meio das praxeologias descritas em Chevallard (1999; 2001). Para o referido autor as ‘Praxeologias Didáticas’ são as formas de organização que respondem a seguinte questão: como encadear (realizar, materializar) o estudo (introdução, desenvolvimento e desdobramento) de determinado assunto?

A Organização Didática, para Chevallard (1999; 2001), apresenta seis momentos didáticos, que pode ser considerado como uma grade de análise das praxeologias didáticas

nas diversas instituições de ensino. Segundo Almouloud (2007), os momentos didáticos consistem em uma realidade funcional do estudo, antes de ter um caráter temporal ao mesmo, salientando que os momentos didáticos podem ocorrer simultaneamente e podem apresentar repetições, mas estruturam a organização didática em torno do objeto matemático em questão que, no nosso caso, situam os números irracionais.

O primeiro momento didático surge pelo primeiro encontro com a realidade matemática, denominada organização matemática e “[...] esse encontro vai orientar o desenvolvimento das relações institucionais e pessoais com o objeto” (ALMOULOUD, 2007, p.124). Segundo Oliveira e Bittar (2008) o primeiro momento pode ser um anúncio de um objeto a ser estudado ou um novo encontro de um objeto de estudo previamente conhecido, mas agora realizado por meio de algumas tarefas. Os referidos autores ainda afirmam que esse contato pode ser feito de forma simples ou através de situações fundamentais de ensino.

O segundo momento é dedicado a exploração do tipo de tarefa e “[...] sua articulação com alguma técnica” (MENDES, 2015, p. 205). De acordo com Almoloud (2007) no segundo momento o professor pode atuar como orientador para que os alunos constituam uma técnica para que, inicialmente ou ao menos em parte, resolvam um problema, que representará uma espécie do tipo de tarefa em questão, pois:

[...] esta ação deve, posteriormente, possibilitar a emergência de outra técnica mais elaborada, geral e completa. Assim, estudar problemas de certo tipo é um meio permanente de criar e aprimorar uma ou mais técnicas que se tornarão o meio para resolver de maneira quase rotineira os problemas desse tipo. (ALMOLOUD, 2007, p. 124-125).

O terceiro momento está relacionado com a concepção e elaboração do ambiente tecnológico-teórico. Segundo Almoloud (2007) esse momento possui uma estreita relação com cada um dos outros momentos, pois desde o primeiro encontro com o tipo de tarefa existem relações com um ambiente tecnológico-teórico anteriormente estudado e elaborado. Em complemento, Oliveira e Bittar (2008) evidenciam que, dependendo do professor ou do autor do livro, esse momento se torna o primeiro momento, tornando as atividades propostas como simples aplicações do saber estudado.

O quarto momento é dedicado ao trabalho com a técnica em tarefas diferentes. De acordo com Diogo, Osório e Silva (2007) este momento tem por objetivo alcançar o domínio da técnica e determinar a sua validação, bem como a sua precisão e alcance. Ainda segundo

os referidos autores, neste momento pode haver a necessidade da ampliação, aprimoramento ou modificação dessa técnica ou ainda pode surgir uma nova técnica.

O quinto momento é a institucionalização, onde a organização matemática é, de acordo com Diogo, Osório e Silva (2007), oficializada conforme a instituição onde a atividade em questão é desenvolvida. Segundo Oliveira e Bittar (2008), é esse o momento onde as perguntas conjecturadas pelos alunos são respondidas e formalizadas pelo professor ou até pelos próprios alunos, com a mediação do professor. Para efetuar a formalização, todo o estudo é analisado, pois os:

[...] elementos que fizeram parte do estudo em fases anteriores podem ser descartados e outros integrados definitivamente a partir da explicação oficial desses elementos pelo professor ou pelo aluno, tornando-se parte integrante da cultura da instituição ou da classe. Ou seja, novos elementos podem ser introduzidos pela modificação da relação institucional vigente ou pela criação de uma nova relação institucional com esses elementos. (ALMOULOU, 2007, p.125)

O sexto momento é um momento articulado com o quinto momento: a avaliação. Conforme Mendes (2015), a avaliação é articulada com a institucionalização, nos aspectos de reflexão, de questionamento, com foco na avaliação das relações pessoais e nas relações entre os momentos didáticos. Esses dois aspectos da avaliação (relações pessoais e relações institucionais) são, de acordo com Almouloud (2007), relacionadas ao objeto em questão, às técnicas empregadas, na busca pela verificação da capacidade intelectual.

REFERENCIAIS METODOLÓGICOS

Um dos meios utilizados pelo sistema de ensino como ferramenta de trabalho em sala de aula é o material didático. Lajolo (1996) entende por material didático vários recursos como computadores, tablets, lousas digitais e todo o aparato selecionado e/ou fornecido com foco no ensino de determinada disciplina ou assunto. Dentre os mais utilizados está o livro didático. De modo geral:

[...] os livros didáticos e não-didáticos são centrais na produção, circulação e apropriação de conhecimentos, sobretudo dos conhecimentos por cuja difusão a escola é responsável. Dentre a variedade de livros existentes, todos podem ter — e efetivamente têm — papel importante na escola. Didático, então, é o livro que vai ser utilizado em aulas e cursos, que provavelmente foi escrito, editado, vendido e comprado, tendo em vista essa utilização escolar e sistemática. Sua importância aumenta ainda mais em países como o Brasil, onde uma precaríssima situação educacional faz com que ele acabe determinando conteúdos e condicionando estratégias de ensino, marcando, pois, de forma decisiva, o que se ensina e como se ensina o que se ensina. (LAJOLO, 1996, p. 4)

No estudo de caso que pretendemos desenvolver, a metodologia consiste na análise do material didático da rede SESI que se efetivará por meio da análise documental pela perspectiva de pesquisa do tipo qualitativa descrito em autores como Lüdke e André (1986) e Bogdan e Biklen (1994).

Esses autores salientam que a pesquisa do tipo qualitativa possibilita se obter respostas e conclusões muito particulares, mas sem deixar de retratar a realidade. Para Bogdan e Bilken (1994) a pesquisa qualitativa é uma metodologia investigativa com foco no processo descritivo, na teoria fundamentada e nos estudos e análises de percepções pessoais. De acordo com Lüdke e André (1986), o processo de analisar documentos (nesse caso específico, os livros didáticos da rede SESI), permite a execução de uma coleta de dados que revela aspectos relacionados ao tema a ser estudado além de proporcionar uma reflexão para novas possibilidades de análise de estudo ou de aplicabilidade.

No ponto que se encontra nossa pesquisa de mestrado, nossa próxima etapa será realizar a análise documental do material do SESI, de modo a descrever e analisar nosso objetivo de pesquisa.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- ALMOULOU, S. Ag. **Fundamentos de Didática da Matemática**. Curitiba: Ufpr, 2007.
- BIANCHINI, B. L.; MACHADO, S. D. A. A Dialética entre Pensamento e Simbolismo Algébricos. **Educação Matemática Pesquisa**, v. 12, n. 2, p. 354-368, 2010.
- BARBOSA, E. J. T.; LIMA, A. P. A. B. Equação Polinomial do Primeiro Grau: Uma Análise Praxeológica em Três Livros didáticos do 7º do Ensino Fundamental. **Educ. Matem. Pesq.**, São Paulo, v.20, n.1, p. 001-020, 2018.
- BOGDAN, R. C.; BIKLEN, S. K. **Investigação Qualitativa em Educação**: uma introdução à teoria e aos métodos. Tradução: Maria João Alvarez, Sara Bahia dos Santos e Telmo Mourinho Baptista. Porto: Porto Editora, 1994.
- BRANDÃO, J. D. P. O Papel e a Importância do Livro Didático no Processo de Ensino Aprendizagem. In: **Anais...** Congresso Nacional de Educação. Campina Grande: Realiza, 2014. p. 1-6. Disponível em: <https://www.editorarealize.com.br/revistas/conedu/trabalhos/Modalidade_1datahora_10_08_2014_01_17_25_idinscrito_4756_dbc438e8b3ae00a51f0270b96764913b.pdf>. Acesso em: 27 jun. 2019.
- BROETTO, G. C. **O ensino de números irracionais para alunos ingressantes na licenciatura em matemática**. 2016. 422f. Tese (Doutorado em Educação). Universidade Federal do Espírito Santo, Vitória.

CARVALHO, J. B. P.; LIMA, P. F. Escolha e uso do livro didático. In: MATEMÁTICA: Ensino Fundamental. **Coleção Explorando o Ensino**. v. 17. Brasília: MEC/SETEC, 2010. Cap. 1, p. 15-29. Disponível em: <http://portal.mec.gov.br/index.php?option=com_docman&view=download&alias=7842-2011-matematica-capa-pdf&category_slug=abril-2011-pdf&Itemid=30192>. Acesso em: 02 mai. 2019.

CHEVALLARD, Yves. El Análisis de las prácticas docentes en la teoría antropológica de l'odidático. **Recherches em Didactique des mathématiques**, Espanha, v 19, n. 2, p. 221-266, 1999.

CHEVALLARD, Y.; BOSCH, M.; GASCÓN, J. **Estudar Matemáticas**: O elo perdido entre o ensino e a aprendizagem. Tradução de: Daisy Vaz de Moraes. Porto Alegre: ArtMed, 2001.

DIOGO, R. C.; OSÓRIO, A. S.; SILVA, D. R. R. A Teoria Antropológica do Didático: Possibilidades de Contribuição ao Ensino de Física. In: **Anais...** Encontro Nacional de Pesquisa Em Educação em Ciências. Florianópolis: UFSC, 2007. p. 1-12. Disponível em: <http://abrapecnet.org.br/atas_enpec/vienpec/CR2/p984.pdf>. Acesso em: 27 jun. 2019.

FELIX, S. F. **Estudo de Abordagens dos Números Irracionais nos Anos Finais do Ensino Fundamental**. 2018. 68f. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática). Universidade Federal de Goiás, Catalão.

JESUS, B. C. D.; OLIVEIRA, V. C. A. Sobre números irracionais e possibilidades para seu ensino. **Instrumento**. Juiz de Fora, v. 20, n. 2, jul./dez. 2018.

LAJOLO, M. Livro Didático: Um 'quase' natural manual de usuário. **Em Aberto**: Brasília, v. 16, n. 69. p.3-7, jan./mar. 1996.

LÜDKE, M.; ANDRÉ, M. E. D. A. **Pesquisa em Educação**: Abordagens Qualitativas. São Paulo: EPU, 1986.

MENDES, H. L. Análise Praxeológica de livro didático de matemática referente ao estudo de números binários. **Revista Eletrônica de Educação Matemática**, Florianópolis, v. 10, n. 1, p. 199-219, set. 2015. ISSN 1981-1322. Disponível em: <<https://periodicos.ufsc.br/index.php/revemat/article/view/1981-1322.2015v10n1p199>>. Acesso em: 27 jun. 2019.

OLIVEIRA, A. B.; BITTAR, M. Um Estudo das Organizações Didática e Matemática de Professores em Início de Docência durante as Aulas de Função. In: **Anais...** Encontro Brasileiro de Estudantes de Pós-Graduação em Educação Matemática, 12., 2008, Rio Claro. Rio Claro: UNESP, 2008. p. 1 - 9. Disponível em: <http://www2.rc.unesp.br/eventos/matematica/ebiapem2008/upload/207-1-A-gt1_oliveira_ta.pdf>. Acesso em: 27 jun. 2019.

PAIS, L. C. Transposição Didática. In: MACHADO, S. D. A. et al (Org.). **Educação Matemática**: Uma (nova) introdução. 3. ed. São Paulo: Educ, 2016. p. 11-48.

POMMER, W. M. **A construção de significados dos Números Irracionais no ensino básico**: Uma proposta de abordagem envolvendo os eixos constituintes dos Números Reais. 2012. 235 f. Tese (Doutorado). Faculdade de Educação da Universidade de São Paulo, São Paulo.

RIPOLL, C. C. A Construção dos Números Reais nos Ensinos Fundamental e Médio. In: **Anais ... II Bienal da Sociedade Brasileira de Matemática**. Salvador, 2004.

ROCHA, R. R. M. **Sensibilização para existência dos números irracionais.** 2018. 154f. Dissertação (Mestrado em Educação em Ciências e Matemática). Universidade Federal Rural do Rio de Janeiro, Seropédica.

ROSA, M. P. A.; CATELLI, F.; FENNER, R. S. Começa tudo a movimentar-se: transposição didática, ensino de Química e tecnologia. **Cadernos do Aplicação**, Porto Alegre, v. 25, n. 2, p.217-249, jul. 2012. Semestral. Disponível em: <<https://seer.ufrgs.br/CadernosdoAplicacao/article/view/40439/29305>>. Acesso em: 03 maio 2019.

SANTOS, J. J. **A conceitualização dos números irracionais no primeiro ano do Ensino Médio.** 2014.43f. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática). Universidade Federal de Alagoas, Maceió.

SERVIÇO SOCIAL DA INDÚSTRIA (SESI-SP). **Referencial Curricular:** Ensino Fundamental. São Paulo: SESI-SP, 2015. 240 p.