ORIGAMI: UM ESTUDO SOBRE A PRODUÇÃO DE CONHECIMENTO MATEMÁTICO

Carolina Yumi Lemos Ferreira Graciolli[1]

GD 4 – Educação Matemática no Ensino Superior.

Resumo: Neste artigo expõe-se uma pesquisa de mestrado, em andamento, que objetiva compreender a produção de conhecimento quando se utiliza os origamis para discutir conceitos de geometria por meio da produção de vídeos digitais. Para isso uma interrogação que, a princípio, direciona o olhar pode ser assim enunciada: *como se produz conhecimento matemático quando são propostas atividades envolvendo origami, matemática e produção de vídeos?* A produção de dados ocorrerá a partir do desenvolvimento de um curso presencial de extensão oferecido a graduandos e professores de matemática de qualquer nível educacional. As sessões do curso serão gravadas, os participantes produzirão vídeos e serão entrevistados. Das transcrições, a análise se dará segundo os preceitos da pesquisa qualitativa com uma abordagem fenomenológica que possibilite discutir sobre a produção de conhecimento dos alunos quando envolvidos com origamis e a produção de vídeos digitais.

Palavras-chave: Origami. Produção de vídeos. Educação Matemática. Geometria.

INTRODUÇÃO

Segundo Kaleff (1994), a humanidade, desde a pré-história, busca usar a imaginação para compor desenhos que representam as imagens visuais do mundo a sua volta e, também, para expressar emoções, sentimentos e concepções relativos à sua vivência. Desses desenhos originam-se a geometria e a arte. No mesmo sentido, Zaleski Filho (2013) discute que a matemática e a arte são intrínsecas, "nasceram juntas como tentativa humanas de estabelecer ordem ao caos existente" (ZALESKI FILHO, 2013, p. 164) e ao longo da história se aproximaram e se distanciaram em diversos momentos. O autor enfatiza que o desconhecimento dos professores a respeito da ligação entre a arte e matemática contribui para a visão fragmentada dos conhecimentos.

Esta visão fragmentada me acompanhou durante o Ensino Fundamental, Médio e em parte da Graduação, até que na disciplina de Didática Matemática, no terceiro ano, um trabalho sobre os problemas clássicos da geometria foi proposto. Em específico, o problema da trissecção do ângulo, que segundo Nascimento e Nascimento (2010), não possui solução quando utiliza-se de régua não graduada e compasso, porém uma das

[1]Universidade Estadual Paulista "Júlio de Mesquita Filho" - UNESP; Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática; Mestrado em Educação Matemática; cayugra@outlook.com; orientador(a): Ricardo Scucuglia Rodrigues Silva.

resoluções é através de dobradura, pautada na Geometria do Origami que é constituída por sete axiomas que buscam representar o conjunto de dobras possíveis em um origami planar, assim como explica Monteiro (2008). Este tema foi de interesse imediato, pois eu já costumava dobrar animais e objetos de origami e não havia pensado sobre sua relação com a matemática. O envolvimento com artes por meio da prática do origami passou a ser vista com outros olhos, olhos de quem cursava Licenciatura em Matemática e questões como, qual a relação dos origamis com a matemática? ou, como podemos utilizar os origamis para ensinar matemática? será que isso é possível? orientaram o trabalho de conclusão de curso. Nesse trabalho conclui que há produção de conhecimento quando os alunos exploram o problema da trissecção do ângulo por meio de dobras (GRACIOLLI, 2017). Em continuidade, novas inquietações surgiram, como os origamis promovem a produção de conhecimento? qual a potencialidade de utilizar origamis em sala de aula? essas e outras questões motivam o estudo aqui proposto.

Um dos motivos por optar pelo origami é que Cavacami e Furuya (2009) relacionam a geometria e o origami para mostrar a "matemática escondida em uma simples dobra" (CAVACAMI; FURUYA, 2009, p. 71). Esses autores destacam que

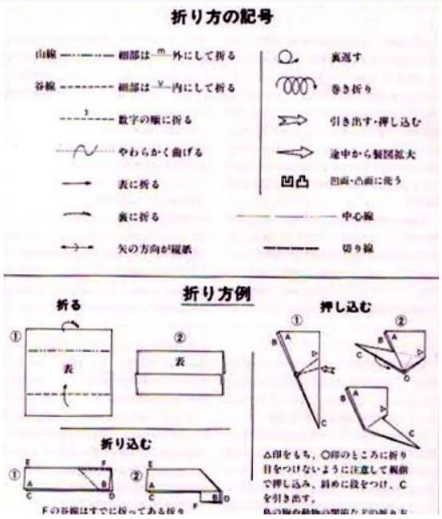
> a aplicação de Origami no ensino da Geometria pode auxiliar no desenvolvimento cognitivo, trazendo assim uma melhor aprendizagem e compreensão da Matemática através da manipulação de um simples pedaço de papel. (CAVACAMI; FURUYA, 2009, p.1).

A palavra origami[2] surge do japonês e é composta por *ori* e *kami* que significam "dobrar" e "papel", respectivamente. No Brasil é conhecido principalmente como dobradura. O origami, segundo Graciolli (2017), é a arte de dobrar papéis e culturalmente é utilizada em cerimônias religiosas e festas para representar animais e objetos do cotidiano. Segundo Teixeira (2017), essa arte praticada por séculos foi disseminada com os trabalhos do origamista Akira Yoshizawa (1911 - 2005) mundialmente reconhecido, sendo ele o primeiro a apresentar uma diagramação que possibilita representar o passo a passo das dobras em livros, como na figura 1. Isso contribuiu para que a arte pudesse ser reproduzida a partir da observação de imagens sem a necessidade de uma explicação oral, o que era prática comum na tradição das dobraduras.

---

[2] O origami originalmente é feito utilizando somente uma folha de papel, em formato quadrado, sem corte, desenhos ou colagens.

Figura 1 – Diagrama ilustrativo apresentado por Akira Yoshizawa.



Fonte: YOSHIZAWA, 1984, p. 36, apud TEIXEIRA, 2017, p.32

Com a difusão da arte do origami outras formas de vê-lo surgiram, passando a ser interesse de estudo em diversas áreas do conhecimento como na Arquitetura, Computação, Matemática, Engenharia, Medicina. Como exemplo, pode-se citar a “Dobragem de Miura” que, segundo Nishiyama (2012), é utilizada no transporte de painéis solares de forma fácil e econômica. Esta técnica de dobradura apresenta soluções para compactar um painel solar facilitando seu transporte e instalação quando chega à órbita desejada.

Na área de medicina, um exemplo é o *Origami Heart Stent*, que como explicam You e Kuribayashi (2003), se trata de um cilindro flexível de estrutura dinâmica que pode ser utilizado em processos cirúrgicos. Criado baseando-se nas técnicas de dobraduras, o *Stent*, pode se compactar, para melhor inserção, e se expandir, quando chega ao problema identificado, podendo, por exemplo, desbloquear uma veia entupida de gordura.

Em educação, como discutido em Graciolli (2017), o trabalho com os origamis tem ganhado espaço, especialmente para tratar de conteúdos relativos à Geometria uma vez que eles permitem abrir discussões e ajudam os alunos a construir justificativas ou expor argumentos matemáticos que auxiliem, por exemplo, na construção de uma demonstração.

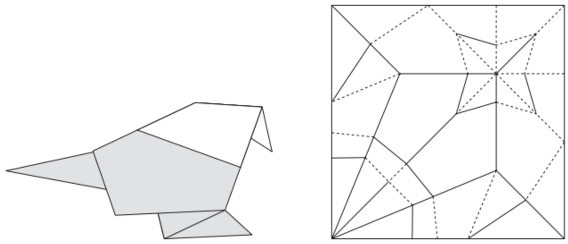
Relativamente à própria produção matemática, sabe-se que há matemáticos que passaram a desenvolver teoremas que descrevem os certos padrões das dobras, como salienta Kawano (2007). O origamista e matemático Toshikazu Kawasaki, por exemplo, desenvolveu um teorema que define um padrão entre os ângulos formados pelas linhas das dobras de um origami desdobrado. Ou seja, a configuração que se expõe nas linhas de dobra trazem uma regularidade que motiva o pensar matemático e leva Kawasaki a enunciação de um teorema. Se considerarmos as possibilidades de dobras, existem sete axiomas, descobertos por Huzita e Hatori que, segundo Monteiro (2008), descrevem operações básicas que definem uma dobra através do alinhamento de pontos e retas.

Nesta pesquisa de mestrado pretende-se compreender como são produzidos conhecimentos quando se utiliza a arte do origami para discutir conceitos matemáticos, especificamente conceitos de geometria. Tal objetivo surge ao observar que diversas pesquisas apontam que os professores do Ensino Fundamental abandonam o ensino de geometria, pois "persiste à falta de preparo [...] para trabalhar com a Matemática de forma geral, especialmente a geometria" (SENA; DORNELES, 2013, p. 154). Esse abandono faz com que os conteúdos geométricos fiquem à margem do cotidiano escolar ou que sejam tratados de modo superficial. Nasser e Vieira (2015) destacam que os educadores matemáticos estão preocupados com a desvalorização do ensino de geometria e buscam discussões e reflexões acerca da formação inicial dos professores, ou seja, dos alunos da Licenciatura em Matemática. Almouloud (2004) destaca que o modo pelo qual a geometria é tratada em cursos de graduação, focando a sistematização de conceitos sem dar ênfase aos sentidos da demonstração, elimina as possibilidades do desenvolvimento de raciocínio lógico, a habilidade para a construção de argumentos e justificativas que permita que aquele conteúdo faça sentido ao sujeito que o vê na graduação.

Buscando respostas as inquietações, será ministrado um curso de extensão sobre matemática, origami e produção de vídeos digitais aos alunos de graduação e professores de matemática de qualquer nível educacional. Os encontros serão filmados, os alunos, em grupos, produzirão um vídeo e, ao final, será feita uma entrevista de modo que auxilie a percepção da forma pela qual eles consideram a relevância do origami para a compreensão e exploração da matemática.

A produção de vídeos se mostra relevante, pois segundo Teixeira (2017) as formas de divulgação e representação dos origamis hoje em dia podem ser classificadas em quatro maneiras: 1) Diagramas, como os criados por Akira Yoshisawa, principalmente encontrados em livros; 2) Vídeos, onde são gravados os passos de todo o processo para se realizar uma dobradura; 3) Oralmente, por meio de aulas ou oficinas; 4) *Crease Pattern*, origami desdobrado que "apresenta as marcas das dobras formadas em função da dobragem do modelo" (TEIXEIRA, 2017, p. 38), exemplo na figura 2.

Figura 2 – A direita um *crease pattern* de um origami de passáro.



Fonte: MITANI, 2016, p.10.

Dentre as quatro formas de expressar os origamis opta-se pelo vídeo, pois de acordo com Oechsler (2018) o vídeo como produção é uma "forma de comunicar seu entendimento sobre determinado conteúdo" (OECHSLER, 2018, p. 53). Além disso, com os vídeos mantemos as características dinâmicas ao dobramos o papel, tais características são perdidas quando se descreve o procedimento e se expressa por meio estático dos diagramas ou fotos. Já a apresentação oral foi descartada em vista que, o alcance visual é maior quando se trabalha com vídeos. O *crease patterns* objetiva o objeto final de origami, e nesta pesquisa estamos interessados no processo de construção e como os conhecimentos são produzidos ao longo deste processo.

QUADRO TEÓRICO

A pesquisa se volta para como se dá a produção de conhecimento, ou seja, como são produzidos conhecimentos matemáticos quando se trabalha com origamis. É interessante destacarmos que a produção de conhecimento matemático, de acordo com Steinbring (2005), não é imposta, mas construída através de atividades sociais e interpretações individuais, isto é, se origina em contexto social em que ocorre um processo ativo de construção e de interpretações interativas dos conceitos e notações matemáticas, que não são compreendidas *a priori*. Para Barbariz (2017) a constituição de conhecimento é um movimento complexo que "avança em profundidade pelas camadas escatológicas, realizado nos atos de reflexão, voltando-se sobre o vivenciado, retomando-o na busca pelo sentido que faz para si (sujeito que indaga)" (BARBARIZ, 2017, p. 144). Ou seja, o sujeito produz conhecimento ao buscar sentidos para o que é ali apresentado e o processo se dá no agora, sendo possível de ser revivido intencionalmente na lembrança. Ferreira (2019, p.61) explica que "a produção do conhecimento matemático pode ser entendida como um movimento no qual o conhecimento constituído pelo sujeito é expresso pela linguagem e compartilhado com os outros, cossujeitos". Neste compartilhar, segundo a autora, há uma abertura ao diálogo onde se tem intensão de validar o que é exposto.

Buscando ambientes para a investigação que possibilitem observar o que é compreendido pelos alunos quando estão utilizando os origamis para explorar conceitos de geometria, será ministrado um curso de extensão objetivando discutir a relação da matemática com os origamis e quais as potencialidades desta arte para a Educação Matemática. Como discutido por Ferreira (2019) e Steinbring (2005), a produção do conhecimento matemático requer uma investigação, isto é, um levantamento de hipóteses, construção de argumentos e diálogo, deste modo, pretende-se discutir os padrões das dobras a partir de demonstrações matemáticas e para explicitar os conhecimentos produzidos pelos alunos será proposto a produção, em grupos, de um vídeo digital.

Entendemos que ao produzir o vídeo, os alunos podem ter por objetivo uma das classificações apresentada por Domingues (2014), forma de expressar o que aprenderam; ilustrar/representar um processo que seja mais bem representado por meio do vídeo em relação à uma imagem ou escrita; forma descontraída de estudar; fonte bibliográfica; apresentação de seminário, produzir um vídeo de forma sua visualização substitua uma apresentação usual; ensinar uma área de estudo; divulgar o tema; discutir o tema; complementar a fala/ elemento disparador, ou seja, apresentar o vídeo de modo a complementar a fala dos seminaristas. Diante disso, a produção de vídeo viabiliza expressar as interações com o papel ou com software no momento de investigação dando indícios dos conhecimentos produzidos durante o curso.

Já a demonstração matemática é importante para a produção do conhecimento, pois de acordo com os trabalhos de Balacheff (1987; 1988), ela desenvolve o raciocínio. Entende-se, aqui, raciocínio como a "atividade intelectual (implícita, na maior parte do tempo) de manipulação de dados para a produção de novas informações" (MATHEUS, 2016, p.11). Ou seja, um modo de buscar validar certas informações a partir de conjecturas e argumentos válidos, podendo ser primeiramente de maneira informal e posteriormente articulando as informações enunciadas com conhecimentos matemáticos prévios. Balacheff (1988) destaca que para entendermos o processo de demonstração por parte dos alunos devemos considerar que existem duas formas de demonstração: as que envolvem as provas pragmáticas e as que envolvem provas conceituais.

As provas pragmáticas são caracterizadas por recorrência a conhecimentos práticos, como desenhos e exemplos. Nela o aluno busca mostrar a veracidade comprometida com as singularidades do problema. As provas conceituais, também conhecidas como provas intelectuais, buscam generalizar por meio de uma linguagem dedutiva e lógica. Neste trabalho, propõe-se uma atividade que permita articular as provas pragmáticas, a partir da exploração com o origami, com as provas intelectuais construindo argumentos fundamentados nos preceitos da geometria. Logo, para a produção de conhecimento investigada se mostra relevante essa articulação entre as provas pragmáticas e intelectuais de modo que o conhecimento matemático, pautado em generalizações e rigor, faça sentido ao aluno e lhe permita expressar compreensões acerca do conteúdo que investiga.

OBJETIVO

O objetivo é investigar aspectos da produção de conhecimento matemático quando alunos utilizam o origami em atividades de geometria. Especificamente, busca-se pesquisar os modos como graduandos e professores de matemática discutem atividades envolvendo artes e matemática através dos origamis e o que expressam por meio da produção de vídeos. Pretende-se, com isso, compreender, especialmente, como os conhecimentos de geometria fazem sentido[3] para os alunos quando são abordados utilizando o origami e a produção de vídeos como recursos. Para tanto, a interrogação que orienta a pesquisa é *como se produz conhecimento matemático quando são propostas atividades envolvendo origami, matemática e produção de vídeos?*

METODOLOGIA E PROCEDIMENTOS

A metodologia assumida para o desenvolvimento desta pesquisa é a qualitativa. Chizzotti (2003) ressalta que a pesquisa qualitativa é pertinente quando se busca analisar a

[3] Esse *sentido* que se faz para o sujeito é, tal qual destacado por Almouloud (2004), aquele que permite ao aluno atribui significado à Matemática. Ou seja, quando dizemos que certo conteúdo matemático faz sentido ao sujeito pretende-se expor que ele passa a ter uma razão, apresentar uma lógica, ser compreensível.

qualidade do objeto de estudo e para isso, o convívio do pesquisador com o investigado é importante para se extrair informações relevantes ao que deseja compreender. Optar por uma pesquisa qualitativa significa possuir uma interrogação e buscar sentidos para ela, como afirma Bicudo (1993).

Em Educação Matemática, ainda com base em Bicudo (1993), a pesquisa qualitativa permite-nos estudar não só como se formam os conhecimentos matemáticos, mas compreender como a matemática é ali constituída, quais são seus significados no mundo, buscando compreensões acerca dos modos pelos quais se compreende e produz matemática. Para isso é necessário colocar em destaque o sujeito da pesquisa em seu contexto social e cultural, podendo adotar vários métodos de investigação para o estudo de um fenômeno sempre com a intenção de compreender e interpretar seus significados.

Existem diversas abordagens e estratégias possíveis para o desenvolvimento de uma pesquisa qualitativa, cabendo ao pesquisador escolher aquela que melhor dê conta do seu objetivo de investigação. Neste caso, opta-se pela pesquisa qualitativa na abordagem fenomenológica, uma vez que se pretende compreender a produção de conhecimento matemático dos alunos quando envolvidos, em um contexto específico, com uma atividade que faz uso do origami para tratar conceitos de matemática. A abordagem fenomenológica, discutida por Bicudo (2012), mostra-se relevante por possibilitar a investigação de um fenômeno explicitando o que se mostra significativo ao pesquisador no decorrer da pesquisa, nesta pesquisa o fenômeno é a *produção do conhecimento*.

É importante explicitar o que entendemos por uma pesquisa qualitativa com abordagem fenomenológica. Entende-se, de acordo com Bicudo (1994), que a busca do pesquisador fenomenólogo está voltada para compreender e interpretar o significado do que à ele se mostra, o que se manifesta à consciência sem a intenção de explicar por meio de fatos ou teorias isso que se mostra, o fenômeno. Ou seja, o fenômeno se mostra ao buscarmos "as raízes, os fundamentos primeiros do que é visto (compreendido) e o cuidado com cada passo dado na direção da verdade" (BICUDO, 1994, p. 20). Portanto, o pesquisador deve ser rigoroso em todos os momentos, inclusive no seu próprio pensar esclarecedor sobre a interrogação. A verdade não é uma adequação do que se mostra a um modelo que se assuma *a priori*, ou aos fatos que se conhecem. A verdade é o que expõe o sentido em estado nascente, é o que permite ao pesquisador dizer do que vê em sua trajetória investigativa. Assim, na pesquisa que intencionamos desenvolver visa o fenômeno produção do conhecimento matemático dos alunos quando eles usam o origami. Sua compreensão é possibilitada pela vivência junto aos alunos investigando situações do contexto geométrico com origami.

Para investigar aspectos da produção de conhecimento, os dados serão produzidos a partir de um curso presencial de extensão que será ministrado na Universidade Estadual Paulista "Júlio de Mesquita Filho", campus Rio Claro. Poderão matricular-se alunos de graduação e professores de matemática de qualquer nível educacional, serão disponibilizadas 12 vagas e o curso contará com carga horária de 18 horas. O número de vagas foi determinado em vista que, a ideia inicial é trabalhar com três grupos de quatro alunos, sendo que ao final de cada módulo um dos grupos conduzirá uma discussão sobre o assunto abordado. O roteiro de atividades possui como tema central o origami e a matemática na construção de demonstrações. As atividades que trabalharemos no curso são baseadas nos livros "*Project Origami: Activities for Exploring Mathematics*" de Thomas Hull e "*Origamics: mathematical explorations through paper folding*" de Kazuo Haga.

O livro de Hull (2012) é composto por trinta atividades de matemática e origami que abrangem conteúdos de pré-cálculo, cálculo, álgebra, álgebra abstrata, teoria dos números, modelagem, combinatória, fractais, topologia, geometria e outros. As atividades, descritas no livro, são apresentadas partindo de problemas que explorem o tema em questão e em sequência o autor traz soluções matemáticas e reflexões sobre aquele conteúdo. Já o livro de Haga (2008) apresenta uma série de teoremas próprios da geometria dos origamis e em alguns casos suas respectivas demonstrações.

O curso de extensão está organizado em seis módulos: 1) apresentação do origami e sua relação com a matemática, um primeiro contato com as dobraduras e os axiomas de Huzita-Hatori; 2) Atividade exploratória em grupos, sobre o primeiro Teorema de Haga e sua demonstração; 3) Atividade exploratória em grupos, envolvendo a construção de poliedros de Platão com faces triangulares, como o tetraedro, octaedro ou icosaedro; 4) Elaboração dos roteiros dos vídeos e introdução à produção dos vídeos; 5) Produção dos vídeos; 6) Apresentação dos vídeos produzidos pelos grupos e discussão sobre a relação entre matemática, arte e origamis. A dinâmica do curso baseia-se em apresentar o assunto de modo que fique claro ao aluno a nossa intenção e em seguida propor problemas que lhes permitam investigar modos de demonstrar a veracidade das afirmações.

Já a entrevista será realizada após o término do curso de extensão e será elaborada seguindo as ideias de Bogdan e Biklen (1999) que enfatizam a entrevista como uma conversa intencional que busca obter informações permitindo ao investigador perceber a ideia sobre como os sujeitos da pesquisa interpretam os aspectos do mundo, no caso, como os origamis promovem a produção de conhecimento quando trabalhamos com demonstrações. As entrevistas são relevantes para expor os modos de pensar que os alunos desenvolvem ao longo do curso. A intenção é realizar perguntas que permitam dizer a respeito da produção de conhecimento geométrico quando são exploradas as demonstrações através dos origamis.

A produção de dados se dará pela filmagem dos encontros com os alunos, os vídeos produzidos e as entrevistas. A partir das transcrições a análise dos dados seguirá os pressupostos da abordagem fenomenológica, envolvendo a análise ideográfica e a análise nomotética. Como esclarece Fini (1994), na análise ideográfica devemos realizar uma síntese das proposições apresentadas nas expressões dos sujeitos e articular com o que é compreendido pelo pesquisador, podendo se dizer que o pesquisador expõe o sentido do que é dito pelos sujeitos individualmente. Isso que é dito, traz algumas ideias relevantes à compreensão do que é investigado e é destacado pelo pesquisador como, "unidades de significado". Feita a análise individual de todos os participantes, seja no contexto das aulas, dos vídeos ou da entrevista, inicia-se a busca de convergência dessas ideias relevantes para a construção de modos mais gerais de dizer do fenômeno. Inicia-se a análise nomotética, na qual o pesquisador busca organizar as proposições gerais. Num movimento que busca, cada vez mais, destacar aspectos gerais do que nas falas se destacam, constituem-se as "categorias abertas" que, ao serem interpretadas e discutidas, permite que o pesquisador exponha a sua compreensão do fenômeno investigado, isto é, da produção de conhecimento matemático dos alunos quando eles usam o origami.

REFERÊNCIAS

ALMOULOUD, S. A. et. al. A geometria no ensino fundamental: reflexões sobre uma experiência de formação envolvendo professores e alunos. **Revista Brasileira de Educação**, n. 27, p. 94-108, 2004.

BALACHEFF, N. Processus de preuve et situations de validation. **Educational Studies in Mathematics,** 1987, v.18, n. 2, p. 147-176.

BALACHEFF, N. **Une étude des processus de preuve en mathématique chez des élèves de collège.** 1988. 593 f. PhD Thesis. Institut National Polytechnique de Grenoble-INPG; Université Joseph-Fourier-Grenoble I, Saint-Martin-d'Hères, 1988.

BARBARIZ, T. A. M. A **constituição do conhecimento matemático em um curso de matemática à distância.** 2017. 451 f. Tese (doutorado) – Universidade Estadual Paulista, Instituto de Geociência e Ciências Exatas, Rio Claro, 2017.

BICUDO, M. A. V. Pesquisa em educação matemática. **Pro-Posições**, v. 4, n. 1, 1993, p. 18- 23.

BICUDO, M. A. V. Sobre a Fenomenologia. In: BICUDO, M.A.V.; ESPOSITO, V.H.C. (ORGS). (Org.). **Pesquisa Qualitativa em Educação:** Um enfoque Fenomenológico. Piracicaba: UNIMEP, 1994, p. 15-22.

BICUDO, M. A. V. A pesquisa em educação Matemática: a prevalência da abordagem qualitativa. **R.B.E.C.T.**, v. 5, n. 2, mai-ago. 2012, p. 16-19.

BOGDAN, R.; BIKLEN, S. **Investigação Qualitativa em Educação:** uma introdução à teoria e aos métodos. Portugal: Porto Editora, 1999.

CAVACAMI, E.; FURUYA, Y. K. S. **Explorando geometria com origami.** São Carlos: Departamento de Matemática. Universidade Federal de São Carlos, 2009.

CHIZZOTTI, A. A pesquisa qualitativa em ciências humanas e sociais: evoluções e desafios. **Revista Portuguesa de Educação**. Braga, v.16, n.2, 2003, p. 221 – 236.

DOMINGUES, N. S. **O papel do vídeo nas aulas multimodais de Matemática Aplicada:** uma análise do ponto de vista dos alunos. 2014. 125 f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Universidade Estadual Paulista "Júlio de Mesquita Filho", Rio Claro, 2014.

FERREIRA, M. J. A. **A constituição e a produção do conhecimento matemático ao ser-com o computador.** 2019. 204 f. Tese (Doutorado em Educação Matemática) – Universidade Estadual Paulista "Júlio de Mesquita Filho", UNESP, Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Rio Claro, 2019.

FINI, M. I. Sobre a pesquisa qualitativa em educação, que tem a fenomenologia como suporte. In: BICUDO, M.A.V.; ESPOSITO, V.H.C. (ORGS). (Org.). **Pesquisa Qualitativa em Educação:** Um enfoque Fenomenológico. Piracicaba: UNIMEP, 1994, p. 15-22.

GRACIOLLI, C. Y. L. F. **Possibilidades de trabalhar conteúdos matemáticos com origamis.** 2017. 41 f. Trabalho de Graduação (Graduação em Licenciatura em Matemática) – Faculdade de Engenharia do Campus de Guaratinguetá, Universidade Estadual Paulista, Guaratinguetá, 2017.

HAGA, K. **Origamics: mathematical explorations through paper folding.** World Scientific, 2008.

HULL, Thomas. **Project Origami: Activities for Exploring Mathematics**. New York: CRC Press, 2012.

KALEFF, A. M. Tomando o ensino de geometria em nossas mãos. **A Educação Matemática em Revista,** SBEM, n. 2, p. 19-25, 1994.

KAWANO, C. A Matemática do Origami. **Revista Galileu**. Editora Globo S.A. Ed. 187. Fev. 2007.

MATHEUS, A. R. **Argumentação e prova na matemática escolar.** 2016. 145 f. Dissertação (Mestrado) – Instituto de Matemática e Estatística, Universidade de São Paulo, São Paulo, 2016.

MONTEIRO, L. C. N. **Orígamí:** história de um geometría axíomátíca. 2008. 111 f. Tese (Mestrado em Matemática para o Ensino) – Universidade de Lisboa, Departamento de Matemática, Lisboa, 2008.

NASCIMENTO, Mauri Cunha do; NASCIMENTO, Hércules de Araújo Feitosa. Os três problemas clássicos da antiguidade. **Revista Ciência e Tecnologia**, [S.l.], v. 10, n. 16, jan. 2010. Disponível em: <http://www.revista.unisal.br/sj/index.php/123/article/view/18>. Acesso em: 01 nov. 2019.

NASSER, L.;VIEIRA, E. R. Formação de professores em geometria: uma experiência no ciclo de alfabetização. **VIDYA**, v. 35, n. 2, p. 19-36, jul./dez., 2015 - Santa Maria, 2015. Disponível em: <https://www.periodicos.unifra.br/index.php/VIDYA/article/viewFile/600/556>. Acesso em: 18 jan. 2019.

NISHIYAMA, Y. Miura folding: Applying origami to space exploration. **International Journal of Pure and Applied Mathematics**, v. 79, n. 2, p. 269-279, 2012.

OECHSLER, V. **Comunicação multimodal:** produção de vídeos em aulas de Matemática. 2018. 311 f. Tese (Doutorado em Educação Matemática). Instituto de Geociências e Ciências Exatas. Universidade Estadual Paulista "Júlio de Mesquita Filho", Rio Claro, 2018.

SENA, R. M.; DORNELES, B. V. Ensino de Geometria: Rumos da Pesquisa (1991-2011) Teaching Geometry: Research Directions (1991-2011). **Revemat:** Revista Eletrônica de Educação Matemática, v. 8, n. 1, p. 138-155, 2013.

STEINBRING, H. The construction of new mathematical knowledge in classroom interaction: an epistemological perspective. Dordrecht: Springer, 2005. p. 236.

TEIXEIRA, S. A. **Design do origami:** um estudo sobre a técnica projetuais com dobra. 2017. 103 f. Dissertação (Mestrado em Design) - Universidade Estadual Paulista. Faculdade de Arquitetura, Artes e Comunicação, Bauru, 2017.

YOU, Z.; KURIBAYASHI, K. A novel origami stent. In: Summer Bioengineering Conference, 2003, Key Biscayne. **Conferência...** Florida: Tulane University, 2003. Disponível em: http://www.tulane.edu/~sbc2003/pdfdocs/0257.PDF. Acesso em: 19 abr. 2019.

ZALESKI FILHO, D. **Matemática e Arte**. Belo Horizonte: Autêntica, 2017.