

## UMA PROPOSTA DE ENSINO DE ÁLGEBRA ABSTRATA E SUAS POSSÍVEIS CONTRIBUIÇÕES NO ÂMBITO DE FORMAÇÃO DE PROFESSORES DE MATEMÁTICA DA EDUCAÇÃO BÁSICA

Diogo Getúlio Freire<sup>1</sup>

### GD 7 – Formação de Professores que Ensinam Matemática

**Resumo:** Este trabalho é oriundo de nossa investigação na cena de formação de professores de matemática da educação básica no âmbito do Instituto de Matemática e Estatística no curso de licenciatura em matemática da Universidade Federal de Goiás na disciplina de Álgebra Abstrata, tendo como sujeito os alunos que realizaram essa disciplina no segundo semestre de 2018. Nossa investigação traz elementos que busquem alicerçar as possíveis respostas para a inquietação cristalizada na seguinte questão: É possível um ensino de Álgebra Abstrata que dialogue com os conteúdos necessários para a atividade docente dos futuros professores de matemática que pretendem atuar na Educação Básica? A proposta de ensino de Álgebra Abstrata teve por escopo o envolvimento ativo dos alunos em atividades que possibilitassem o protagonismo dos alunos na elaboração de significados para os conteúdos estudados.

**Palavras-chave:** Educação Matemática. Álgebra Abstrata. Formação de professores

### INTRODUÇÃO

Tendo como objetivo principal Investigar os tipos possíveis de intervenções no ensino de Álgebra Abstrata ofertado aos alunos do curso de licenciatura em Matemática da UFG que poderiam atender as demandas de formação do professor de Matemática de educação básica da Rede Pública Estadual de Ensino do Estado de Goiás, e como objetivos específicos identificar como os conteúdos aprendidos num curso de Álgebra Abstrata impactam na formação do professor de educação básica e caracterizar os tipos de conhecimentos presentes no curso de Álgebra Abstrata tem conexão direta com os conteúdos ensinados na Rede Pública Estadual de Goiás na Educação Básica.

### ÁLGEBRA ABSTRATA NA FORMAÇÃO DE PROFESSORES DE MATEMÁTICA

A Álgebra Abstrata enquanto disciplina que define objetos e regras matemáticas de amplo escopo dentro do *corpus* de conhecimento matemático se firmou na tradição acadêmica como uma das disciplinas fundamentais para estruturação da matemática, e

---

<sup>1</sup> Universidade Federal de Goiás - UFG; Programa de Pós-Graduação em Educação em Ciências e Matemática; profdiogo@ymail.com; orientador (a): Prof. Dr. José Pedro Machado Ribeiro.

principalmente, como ferramenta de destaque na organização e solução de problemas científicos e tecnológicos demandados pela sociedade em geral.

Entretanto se por um lado há um discurso dominante de (discurso esse que frequenta o cotidiano dos cursos de formação de professores de matemática) que a Álgebra Abstrata e os conhecimentos algébricos de certa maneira são estruturantes para os demais conteúdos que usualmente estão presentes no currículo do curso de matemática, por outro lado, frequentemente esses conhecimentos não são reconhecidos pelos futuros professores que irão atuar no ensino (sobretudo na educação básica), além dessa disciplina em particular representar em grande medida o ponto de corte, entre os alunos que conseguirão se formar e aqueles que irão compor as estatísticas de evasão.<sup>2</sup>

Tal constatação nos motivou a olhar para os de ensino e aprendizagem da disciplina de Álgebra Abstrata com olhos inquietos, principalmente no que concerne à maneira como essa é apresentada no curso de Licenciatura em Matemática e em que medida os futuros professores de educação básica conseguem estruturar significados a partir dessa disciplina para a atuação nos níveis básicos de ensino (Ensino Fundamental e Ensino Médio), e de como seria promover um processo de ensino aprendizagem dos futuros professores que representasse uma intervenção legítima dos conhecimentos algébricos na sala de aula da educação básica.

---

<sup>2</sup> Em nossa investigação levantamos que os altos níveis de reprovação na disciplina de Álgebra Abstrata constituem um propulsor para a evasão do curso. Muitos dos sujeitos que compuseram nossa investigação já haviam cursado mais de uma vez a disciplina.

## SOLO TEÓRICO

A despeito das inúmeras contendas históricas que se observam pela disputa pelas noções de educação e, sobretudo educação matemática, hoje parece ser quase consensual que se admita a componente social das atividades inerentes ao processo de educação sejam fortemente reconhecidas. Por exemplo, para o matemático e educador Otte (1993)

Tanto a tradição histórico-hermenêutica como também a tradição mais *técnico-pragmática* do debate sobre a concepção de educação geral refere-se ao estoque de experiências e conquistas que uma sociedade acumula, utiliza e procura transmitir pedagogicamente e didaticamente, mas não se interessam pelos mecanismos da gênese do saber. Essa concepção da educação tenta antes responder à questão de como transmitir a quantidade cada vez maior de conhecimentos e de experiências. (Otte, 1993, p. 26).

Para Otte, o homem, assim como sua ação no mundo é constituída por tres componentes, a saber, a dimensão formal, social e subjetiva, que se interrelacionam e implicam se mutuamente, na construção e interpretação do *mundo humano*. Nesse sentido o autor destaca que a despeito de qualquer ontologia que tente dar conta dos aspectos platônicos de nossa atividade cognitiva, o ser humano no processo de educação se destaca precisamente por sua atividade social.

Nós homens somos por um lado indivíduos, mas, por outro, seres sociais, e isto significa apegados à uma consciência de uma determinação geral de nossa pessoa. Estes dois lados de nossa existência se expressam de forma fecunda na questão educacional. Educação significa sempre a autoformação de uma personalidade individual. Mas ninguém se torna uma personalidade educada sem se espelhar no outro, sem ter a disposição e a possibilidade de se colocar no ponto de vista do outro. (Otte, 1993, p. 28).

Ainda para o autor, que não nega os aspectos individuais atrelados à questão educacional, se refere ao fenômeno educacional também como integrante da atividade social humana, indissociável em sua essência das práticas sociais estabelecidas, uma vez que as dimensões formais, subjetivas e sociais da constituição humana se implicam mutuamente, são indissociáveis e ganha lugar privilegiado no contexto dos processos formativos e do processo educacional, atividade essa eminentemente humana. O autor

destaca que:

A questão educacional não é apenas uma questão da formação da personalidade individual, mas é ao mesmo tempo um problema social. Educação é, de certa forma, a visão da totalidade. Esta totalidade também compreende o contemplador. Educação é, por isso, sempre, também uma autocontemplação. (Otte, 1993, p. 28).

O autor conclui afirmando que o sujeito *é autor da, e atingido pela educação*, afirmando que “a relação entre esses lados do sujeito, entretanto, nunca é direta, mas mediada num contexto social”. Nosso problema de pesquisa ora apresentado dialoga estreitamente com a perspectiva de educação proposta por esse autor.

Encontramos também em Lins (1992) um importante referencial no contexto de ensino-aprendizagem do pensamento algébrico, varrendo desde a fase pré-escolar até ao nível de formação de professores, enfatizando os aspectos inerentes a produção de significado algébrico e a relação especial entre cognição e práticas sociais associadas fazendo uma abrangente discussão em sua obra sobre o conceito de conhecimento e o conceito de significado e inaugurando com isso uma nova maneira de exergar intervenções legítimas de um professor no processo de ensino e aprendizagem. O autor propõe:

A acepção que ora assumimos no presente trabalho, para a noção de significado de um objeto, se aproxima muito dessas ideias desenvolvidas por Lins, significando que dizer que um sujeito produziu significados é dizer que ele produziu ações enunciativas a respeito de um objeto no interior de uma atividade, atividade essa entendida como prática social.

É por esse viés que teórico que conduzimos nossa investigação estruturando nossa análise, a partir das inserções no *ethos* docente, onde buscaremos propor atividades que possam ser passíveis de reflexão por parte dos participantes do curso. Encejaremos compreender o núcleo da atividade em que o professor irá se envolver, sobretudo nos processos onde seja possível que ele faça suas afirmações/justificação, para então torna-las legítimas e então identificarmos o significado produzido a partir das resoluções dos problemas cotidianos (da sala de aula ou mesmo extra-sala) estruturados por ideias algébricas.

Outro aporte teórico que nos subsidiou foi Freudenthal (1991) sustentou a ideia

da Matemática como uma “atividade humana” em construção, na qual deveria ser dada aos estudantes a oportunidade de “reinventar” a matemática, trilhando seus próprios caminhos em busca da construção de seu conhecimento fazendo-a. Freudenthal e seus seguidores defendiam que os alunos deveriam ter a oportunidade “guiada” para reinventá-la, em lugar de serem considerados como receptores de uma matemática já “pronta” e “acabada”. Para o autor a matemática como atividade humana

É uma atividade de resolução de problemas, de procura por problemas, mas é também uma atividade de organização de um determinado assunto. Este pode ser um assunto da realidade, que deve ser organizado de acordo com modelos ou padrões matemáticos caso os problemas da realidade devam ser resolvidos. Também pode ser um assunto matemático, com resultados novos ou antigos, de sua propriedade ou de outros, que deve ser organizado de acordo com novas ideias, para ser mais bem compreendido, em um contexto mais amplo ou por meio de uma abordagem axiomática (FREUDENTHAL, 1971, p. 413-414, tradução nossa).

Nesse sentido o autor busca organizar um programa onde seja resgatada a possibilidade de fazeres matemáticos espontâneos, partindo da confrontação com a realidade, realidade essa entendida tanto em um contexto de mundo real, bem como a realidade matemática, ou seja, situações e problemas que possibilitem que os estudantes por eles mesmos, por suas experiências possa se apropriar desses problemas, assumindo o protagonismo enquanto atores que buscam soluções novas, no sentido de que são novas para esses estudantes, em um movimento de reinvenção da matemática a partir de seu background. Para Gravemeijer (1995), um estudioso das ideias defendidas por Freudenthal a possibilidade de assumir esse protagonismo acaba de certa forma por “ampliar” a própria realidade do aluno. O autor afirma que

Podemos notar uma relação reflexiva entre o uso de problemas de contexto e o desenvolvimento da realidade experiencial do aluno. Por um lado, os problemas de contexto estão enraizados nesta realidade, por outro lado, resolvendo esses problemas de contexto ajudam os alunos a expandir sua realidade. Apesar de esse caráter dinâmico da realidade que define problemas de contexto, pontos de partida para sequências de instrução, muitas vezes, ligar-se com a vida cotidiana experiência dos alunos. É precisamente a conexão com a velocidade e distância que oferece aos alunos os meios para raciocinar e agir em uma maneira significativa desde o início. (GRAVEMIJER, 1995, p. 19, tradução nossa).

Nesta perspectiva, a essência da Educação Matemática não reside no ensino dos objetos matemáticos simplesmente, mas sim na atividade: um processo de organização e tratamento de um assunto por meio desses objetos. Sendo a matemática vista como uma ação, não faz sentido ensiná-la como uma sucessão de conteúdos “prontos para o consumo” sem dar aos alunos diferentes oportunidades para experimentar a matemática como uma “atividade humana”. Para esse autor a matemática se aprende a partir da atividade matemática, usando conceitos como a “reinvenção guiada”, o autor propõe que o objetivo principal em qualquer atividade educativa matemática deve ter antes de se limitar a passar conceitos e procedimentos, deve fomentar atitudes de matemáticos, diante de situações estruturadas pelo conhecimento matemático.

## TRILHA METODOLÓGICA

Evidentemente quando elencamos uma perspectiva metodológica em certo sentido estamos apostando no sucesso de uma abordagem que favoreça-nos encontrar os possíveis caminhos para as respostas que desejamos. Sendo assim, assumimos uma postura de honestidade epistemológica ao considerarmos que a maneira que ora assumimos enquanto nossa opção metodológica é apenas uma das maneiras possíveis de considerarmos a execução desse projeto. Como Kilpatrick (1995) notou:

Mas pesquisadores em educação matemática nunca deveriam tornar-se devotados a uma abordagem, epistemologia, paradigma, meios de representação ou métodos únicos. Todos são parciais e provisórios; nenhum pode contar a história toda.

Nessa perspectiva lançamos mão de estratégias que pudessem dar conta de nossa condição de trabalho assumindo uma investigação orientada pelos pressupostos de uma abordagem qualitativa, cujos direcionamentos buscam diálogos com o contexto analisado, buscando contemplar nosso fenômeno de interesse através de múltiplas estratégias de observação, que não mitiguem a organicidade do nosso quadro de investigação.

Fiorentini (2002) destaca que a definição ou seleção de critérios de avaliação de uma pesquisa não é um processo objetivo, isto é, isento de subjetividade, pois tal seleção depende da concepção que se tem da pesquisa, da razão e da finalidade pelas quais

pesquisamos, do foco ou do recorte que fazemos em relação ao objeto de estudo, de como e para quem pesquisamos.

Para que conseguíssemos êxito em obter respostas para as questões suscitadas pela nossa investigação e o cumprimento dos objetivos de nossa pesquisa, nos apoiamos na abordagem metodológica qualitativa, onde mantivemos um trabalho de inserção no âmbito de nossa região de inquérito.

O trabalho que propomos foi dividido em duas etapas. A primeira etapa de nosso trabalho foi em dois momentos que se complementaram: Revisão bibliográfica e Levantamento documental.

I) Revisão bibliográfica: de acordo com Lakatos e Marconi (2010) a pesquisa bibliográfica exige organização e foco no problema da pesquisa. Nesse momento o objetivo é levantar os conceitos apresentados em livros didáticos adotados pela Secretaria Estadual de Educação que possam apresentar certa conexão com conceitos próprios do curso de Álgebra Abstrata que é ministrado no Instituto de Matemática e Estatística da Universidade Federal de Goiás.

II) Trabalho de campo: Na segunda etapa de nosso trabalho investigamos diretamente uma turma da Licenciatura em Matemática da Universidade Federal de Goiás, no segundo semestre do ano de 2018 no período noturno, na disciplina de Álgebra Abstrata. Essa etapa da pesquisa foi cotejada por métodos concebidos nos moldes da pesquisa-ação. Nós enquanto pesquisadores e o professor efetivo da turma (nosso orientador de mestrado) propomos aos estudantes atividades que pudessem fazer com que esses alunos protagonizassem experiências onde fosse necessário que buscassem fazer conexões entre os saberes do curso de Álgebra Abstrata e os conhecimentos algébricos que são ensinados nos níveis básicos de educação.

### ***O escrutínio dos dados obtidos***

Os procedimentos analíticos que assumimos para interpretação de dados se pautaram na Triangulação. Há que se destacar que o termo Triangulação pode ser utilizado em três dimensões diferenciadas, dependendo do contexto em que é empregado, comportando, portanto, divergências conceituais, o que pode levar a certos equívocos na em seu emprego, em sua interpretação e compreensão.

Segundo Minayo (2010), em uma primeira dimensão Triangulação, é utilizada para avaliação aplicada a programas, projetos, disciplinas, enfim. No processo avaliativo, sua conceituação torna-se abrangente e complexa, abarcando diferentes variáveis, dentre elas, a necessidade de se ter presente avaliadores externos, além dos internos, e que, preferencialmente, sejam de formações distintas, possibilitando “combinação e cruzamento de múltiplos pontos de vista” (MINAYO, 2010, p. 29); a realização de pesquisas quantitativas e qualitativas; a análise do “contexto, da história, das relações, das representações [...], visão de vários informantes e o emprego de uma variedade de técnicas de coleta de dados que acompanha o trabalho de investigação” (MINAYO, 2010, pp. 28-29).

Em nossa atual etapa de investigação estamos analisando, as construções verbais (áudio gravadas) e as produções escritas buscando sentido de refletir, contextualizar, exemplificar e elucidar as diversas dimensões do que foi realizado em sala de aula atribuindo as atividades propostas leituras possíveis que deem destaque a manifestação de situações que foram estruturadas por raciocínios algébricos.

Nosso último passo em direção processo interpretativo será caracterizado pela reinterpretção, em outras palavras, criação de significados para os significados criados pelos estudantes durante as atividades propostas em sala de aula. Nesse processo, o qual é composto por uma única etapa de trabalho, porém tão importante quanto às demais, deve-se realizar uma construção-síntese mediante diálogo entre os dados empíricos, autores que tratam da temática estudada e análise de conjuntura, num contínuo movimento dialético:

uma análise que parte do conhecimento local, mas que permita que se chegue a uma aproximação com a realidade mais ampla (GOMES et al., 2010, p. 207).

Esperamos que a característica dialética, dessa construção-síntese, reforce a importância componente temporal, qual seja, do antes e depois à medida que nos permitirá, continuamente, fortalecer ou substituir os conceitos unificadores e identificadores do objeto ou situação de que nos ocupamos.

#### Quadro 01 – Organização da Investigação

|                              |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                            |
|------------------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| <b>Procedimento de campo</b> | <ul style="list-style-type: none"> <li>• Resolução de Listas de Exercícios em Grupo;</li> <li>• Atividades de Mapeamento de conteúdos do ensino fundamental e médio;</li> <li>• Elaboração junto aos estudantes de narrativas que buscassem as conexões entre os conteúdos aprendidos na disciplina de Álgebra Abstrata e os conteúdos ditos algébricos na educação básica;</li> <li>• Observação Participante;</li> </ul> |
| <b>Fonte de coletas</b>      | <ul style="list-style-type: none"> <li>• Documentos oficiais;</li> <li>• Referenciais teóricos;</li> <li>• Diário de campo – temas contextuais;</li> <li>• Atividades desenvolvidas, fotos, áudios e vídeos.</li> </ul>                                                                                                                                                                                                    |
| <b>Análise de dados</b>      | <ul style="list-style-type: none"> <li>• Análise de documentos e atividades (triangulação de dados);</li> <li>• Categorização dos dados.</li> </ul>                                                                                                                                                                                                                                                                        |

**Fonte:** autoria própria

## RESULTADOS PRELIMINARES

Entre os principais resultados<sup>3</sup> da pesquisa destacamos que a resposta positiva para a pergunta de nossa investigação que passava pela possibilidade de fomentar nos estudantes construção legítima de conexões entre os saberes aprendidos na disciplina de Álgebra Abstrata parece ter sido obtida. Os alunos desenvolveram maneiras de comunicar seu conhecimento algébrico através de seminários com apresentação em grupo de exercícios resolvidos, além de debates coletivos acerca do conteúdo que era trabalhado, buscando sempre de significados para os conceitos matemáticos e sobretudo algébricos que pudessem ser integrados aos conhecimentos abordados na educação básica.

. Por produção de significado entendemos as negociações simbólicas que

<sup>3</sup> Nesse momento nosso trabalho está na fase de redação e análise de dados.

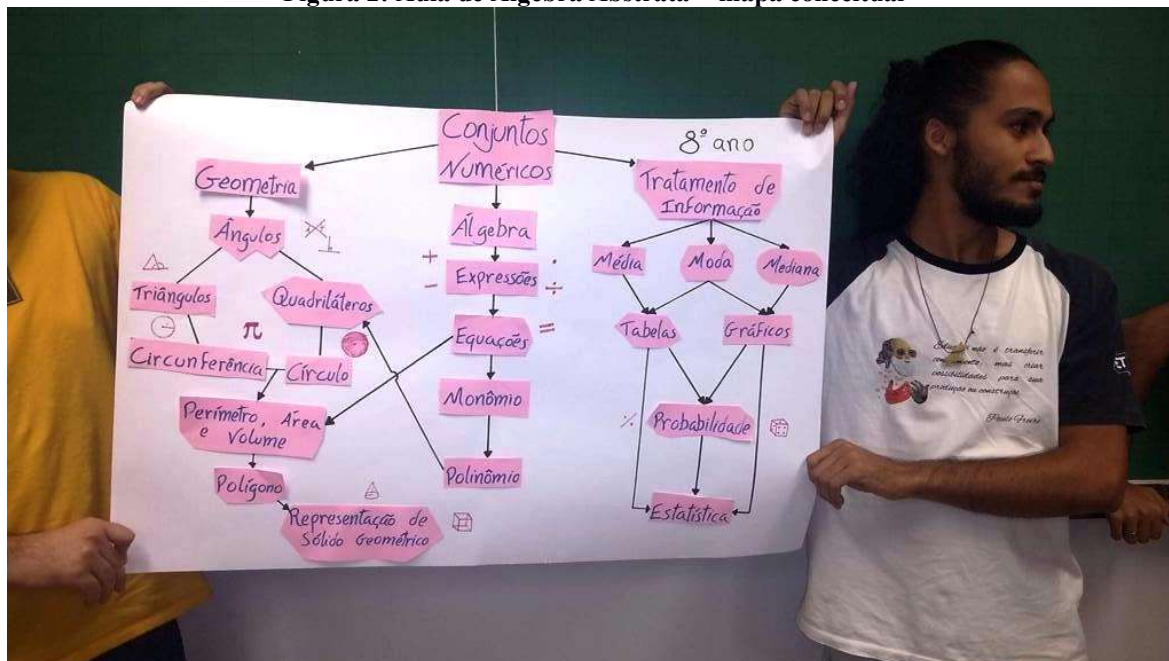
cotejam a atividade social do indivíduo, nesse caso mais precisamente o envolvimento do aluno com a atividade enquanto processo de ensino-aprendizagem.

**Figura 1: Aula de Álgebra Abstrata - discussão em grupo**



Fonte: Arquivo pessoal

Figura 2: Aula de Álgebra Abstrata - mapa conceitual



Fonte: Arquivo pessoal

No contexto em que trabalhamos conseguimos perceber através das atividades que eram propostas aos estudantes, o surgimento de categorias para organização/solução de situações estruturadas pelo pensamento algébrico que se organizavam mais ou menos dentro de núcleos de significados, isso dentro das enunciações feitas pelos alunos enquanto envolvidos na atividade em questão.

Por exemplo, no que se refere a noção de *relação de equivalência* os alunos buscava conferir interpretação mais ou menos próxima da definição formal mas usando para enunciar conceitualmente essa noção se amparando em outros exemplos matemáticos fora do campo da álgebra.

Em nossa empreitada preliminar sobre os dados, nos parece que em grande parte das situações em que era demandada dos alunos a instrumentalização de procedimentos algorítmicos ou enunciação de conceitos algébricos eles buscavam se apoiar em justificações nem sempre frequentes no vocabulário típico da atividade algébrica, incorporando elementos em suas justificativas que validassem suas enunciações.

Acreditamos que um escrutínio mais detido sobre os dados irá se revelar extremamente profícuo no que se refere a melhor compreensão do fenômeno que buscamos compreender à luz de nossos referenciais teóricos adotados, gerando assim

possibilidade para o debate acerca da formação de professores e em especial a formação de professores de matemática que irão atuar nos níveis básicos de ensino.

## REFERÊNCIAS

FIORENTINI, D.; LORENZATO, S. *Investigação em educação matemática: percursos teóricos e metodológicos*. 2ed. Campinas: Autores Associados, 2009.

FREUDENTHAL, H. *Why to Teach Mathematics so as to Be Useful*. Educational Studies in Mathematics. v. 1, n. 1-2, p. 3-8, 1968.

\_\_\_\_\_. *Mathematics as an educational task*. Dordrecht: D. Reidel Publishing Company, 1973.

\_\_\_\_\_. *Didactical phenomenology of mathematical structures*. Dordrecht: Reidel Publishing Company, 1983.

GOMES, R. *A Análise de Dados em Pesquisa Qualitativa*. In: MINAYO, M. C. S. (Org.) et al. *Pesquisa Social: Teoria, Método, e Criatividade*. Petrópolis: Vozes, 2004. pp. 67-80.

R. C. LINS, *A framework for understanding what algebraic thinking is*, PhD dissertation, University of Nottingham., 1992.

LINS, R.; GIMENEZ, J. *Perspectivas em aritmética e Álgebra Abstrata para o século XXI*. Campinas: Papirus, 1997.

KILPATRICK, J. *Fincando estacas: uma tentativa de demarcar a Educação Matemática como campo profissional e científico*. Revista Zetetike, v. 4, n. 5, 1996, p. 99-119.

MINAYO, M. C. S. (Org.). *Pesquisa social: teoria método e criatividade*. 17<sup>a</sup> ed. Petrópolis, RJ: Vozes, 1994.

OTTE, M. *O professor como intelectual exemplar*. In: OTTE, Michel. *O formal, o social e o subjetivo: uma introdução à filosofia e à didática da matemática*. São Paulo: Editora Universidade Estadual Paulista, 1993. p.133- 155.

TRIPP, David. *Pesquisa-ação: uma introdução metodológica*. Educação e Pesquisa, São Paulo, v. 31, n. 3, set./dez. 2005, p. 443-466. Tradução de Lólio Lourenço de Oliveira.

TRIVIÑOS, A. N. S. *Introdução à pesquisa em ciências sociais: a pesquisa qualitativa em educação*. São Paulo: Atlas, 1987.